



# Współdziałanie nauk humanistycznych i nauk ścisłych

*redakcja*  
*Halina Rarot*

MONOGRAFIE

Lublin 2017

Współdziałanie nauk humanistycznych  
i nauk ścisłych

# Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska  
Wydział Podstaw Techniki  
ul. Nadbystrzycka 38  
20-618 LUBLIN

# Współdziałanie nauk humanistycznych i nauk ścisłych

redakcja  
Halina Rarot



Politechnika Lubelska  
Lublin 2017



Recenzent:

dr hab. inż. Dorota Wójcicka-Migasiuk, prof. Politechniki Lubelskiej

Skład i redakcja: Tomasz Piech

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2017

ISBN: 978-83-7947-301-4

Wydawca: Politechnika Lubelska

ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin

Realizacja: Biblioteka Politechniki Lubelskiej

Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej

ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin

tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl

[www.biblioteka.pollub.pl](http://www.biblioteka.pollub.pl)

Druk: TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak

[www.agencjatop.pl](http://www.agencjatop.pl)

---

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL [www.bc.pollub.pl](http://www.bc.pollub.pl)

Nakład: 50 egz.

# Spis treści

<b>Wstęp.....</b>	<b>9</b>
<i>Ewa Łazuka, Izolda Gorgol</i>	
<b>Matematyka w służbie ekonomii .....</b>	<b>11</b>
Wstęp.....	11
1. Najważniejsze etapy rozwoju myśli ekonomicznej .....	12
2. Przykłady zastosowania pojęcia pochodnej w ekonomii .....	17
3. Przykłady zastosowania pojęcia całki w ekonomii .....	23
4. Przykłady zastosowania algebry macierzy, układów równań i nierówności liniowych w ekonomii.....	28
Podsumowanie.....	34
Bibliografia.....	35
<i>Izolda Gorgol, Ewa Łazuka</i>	
<b>Matematyka w naukach społecznych.....</b>	<b>37</b>
Wprowadzenie.....	37
1. Sieć społecznościowa a graf.....	38
2. Parametry sieci.....	44
3. Modele sieci.....	47
3.1. Model Erdősa-Rényiego .....	47
3.2. Model BA .....	50
3.3. Sieci małych światów .....	53
3.4. Uwagi .....	54
4. Wyodrębnianie podgrup.....	55
4.1. Przykłady.....	56
Podsumowanie.....	56
Literatura.....	57
<i>Yaroslav Chabanyuk, Uliana Khimka</i>	
<b>Stochastyczny model oceny eksperckiej projektów społecznych w programach Unii Europejskiej.....</b>	<b>59</b>
Wstęp.....	59
1. Projekt i specyfika działalności projektowej .....	60
2. System zarządzania projektem .....	62
3. Analiza projektu na podstawie kompleksowej ekspertyzy. Kryteria oceny skuteczności projektu.....	63
4. Stochastyczny model oceny pracy ekspertów w projektach międzynarodowych.....	68
Zakończenie .....	69
Bibliografia.....	70

*Renata Rososzczuk*

<b>Logika matematyczna w prawie.....</b>	<b>71</b>
Wstęp.....	71
1. Rys historyczny rozwoju logiki.....	73
2. Klasyczny rachunek zdań i przykłady jego zastosowania w prawie .....	76
2.1. Zdanie w logice.....	76
2.2. Prawa logiczne i ich obecność w praktyce prawniczej.....	79
3. Kwantyfikatory oraz forma zdaniowa i ich zastosowanie w praktyce prawnika.....	83
4. Sylogistyka w logice i prawie.....	85
4.1. Schematy zdań.....	86
4.2. Sprawdzanie poprawności sylogizmu metodą diagramów Venna.....	87
5. Elementy teorii relacji w prawie.....	92
Podsumowanie.....	96
Literatura.....	97

*Marek Jakubowski, Michał Charlak, Katarzyna R. Baran*

<b>Problematyka globalnej etyki informatycznej w kształceniu inżynierów.....</b>	<b>99</b>
Wstęp.....	99
1. Rewolucja informatyczna a ludzkie wartości .....	100
2. Stanowiska antropologii filozoficznej adekwatne dla obecnych czasów .....	101
3. Stanowisko praktyki nauczania i wychowania (ujęcie systemowe).....	102
4. Paradygmaty badawcze nauk społecznych i ich zastosowanie w procesie edukacyjnym .....	104
5. Paradygmaty w obrębie najnowszej pedagogiki .....	106
6. Modele kształcenia globalnego .....	108
7. Etyka informatyczna w edukacji akademickiej.....	109
8. Etyka zawodu inżyniera.....	110
9. Zagadnienie modelowania działalności zawodowej nauczycieli (DZN) w świetle ewangelicznego i nieewangelicznego modelu człowieka Leszka Nowaka.....	111
9.1. Ewangeliczny model człowieka w koncepcji Leszka Nowaka .....	113
9.2. Nie-ewangeliczny model człowieka .....	116
10. Osobowość pełna i osobowości dewiacyjne w ujęciu Leszka Nowaka .....	119
11. Człowiek nieokreślony i niedojrzały według Leszka Nowaka .....	121
12. Globalna etyka.....	122
13. Globalizacja etyki informatycznej a kształcenie inżynierów .....	123
14. Koncepcja rozwoju moralnego człowieka Lawrence'a Kohlberga.....	125
15. Etyka informatyczna jako gałąź etyki biznesu .....	128
Zakończenie .....	129
Bibliografia .....	130

*Alicja Szubartowska, Mariusz Śniadkowski*

<b>Estetyzacja życia – blichtr czy wzorzec zachowań? .....</b>	<b>133</b>
Wprowadzenie.....	133
Estetyzacja a system zachowań .....	134
Dialog sztuki z życiem .....	135

Ponowoczesna karnawalizacja codzienności .....	137
Oddzielenie etyki od estetyki .....	141
Poszukiwanie możliwości ponownego kształtowania obyczaju przez wychowanie estetyczne.....	145
Podsumowanie.....	146
Bibliografia .....	148



## Wstęp

Istnieje dość trwały pogląd, według którego w całej humanistyce toczy się nieustanny, ale też *zrezygnowany dialog* bez wyraźnych sukcesów czy nadziei na konsens. Dialog ów rozgrywa się między uczonymi-humanistami na temat tych samych informacji czy faktów. Toczy się on też między badaczem i samym przedmiotem jego zabiegów poznawczych. A tymczasem nauki przyrodnicze święcą triumfy, ich nowe teorie błyskawicznie uzyskują zgodę powszechną świata nauki i znajdują bezpośrednie zastosowanie w praktyce, w różnego rodzaju technologiach. Takie jest potoczne spojrzenie na status nauk humanistyczno-społecznych i przeciwstawnych im nauk przyrodniczych: pierwsze zajmują się czymś, co jest mało istotne w życiu społeczno-ekonomicznym, drugim – trudno odmówić doniosłości i ważności. Tę mało prestiżową sytuację nauk humanistycznych próbował zmienić w latach 30. XX wieku Edmund Husserl w *Kryzysie europejskiego człowieczeństwa a filozofii*, przyjmując że wszystkie nauki są właściwie naukami humanistycznymi (naukami o duchu), także te, które zazwyczaj zwie się „przyrodniczymi”, jako że przyroda jest tylko pozornie samodzielna i obiektywna, a w gruncie rzeczy także jest wytworem ludzkiego ducha, który poznaje przyrodę. Stanowisko fenomenologiczne Husserla i jego następców, dość pocieszające dla humanistów, przegrywa jednak w konkurencji z klasycznym paradygmatem obiektywistyczno-pozytywistycznym zakładającym, że badacz wychodzi zawsze od faktów obiektywnych, a nie zinterpretowanych, i musi odrzucać – jako podmiot tworzący naukę – swoją, tak czy inaczej pojętą subiektywność przed wejściem w świat nauki.

Owo nie tylko potoczne, ale również właściwe dla przedstawicieli świata nauki w kulturze Zachodu przeciwstawianie nauk ścisłych naukom humanistycznym ma już swoją tradycję. Zaczęło się bowiem w XVII wieku, wraz z początkiem nowożytności, która położyła akcent na doskonalenie metod eksperymentalnych i formułowanie jednoznacznego kryterium prawdziwości, jakie w naukach ścisłych daje właśnie eksperyment, chociaż formalnie rzecz biorąc nauki humanistyczne jako nauki o duchu uzyskały swój samodzielny status dopiero dwa wieki później (za sprawą filozofa Wilhelma Diltheya). Wywyższanie ścisłości nauk ścisłych stało się ważnym składnikiem światopoglądu naukowego, zwanego scjentyzmem. Niewątpliwie trudno jest zanegować takie cechy zwolenników scjentyistycznego modelu wiedzy, jak „dążenie do ścisłości i precyzja, cierpliwość, pokora i intelektualna

dyscyplina, które są wymagane u naukowców (przyrodników) w badaniu przyrody”<sup>1</sup>. Nie powinno się jednak jednocześnie zgadzać się na przecenianie takiej przyrodniczej postawy, jak słusznie podpowiada krytyczny obserwator tendencji w światopoglądzie naukowym, badacz tej idei Barbara Kotowa, ponieważ scjentyzm w swej pooświeceniowej historii, czyli „scjentyistyczny ideał poznania jako poznania jedynie wiarygodnego, który patronował tradycyjnie uprawianej epistemologii, wyraźnie załamuje się w latach sześćdziesiątych minionego stulecia”<sup>2</sup>. Ów kryzys nagłaśniany jest między innymi przez tę filozoficzną refleksję nad nauką, która nazywana jest dekonstrukcjonizmem lub postmodernizmem. Nauki ścisłe spostrzegane są teraz coraz częściej jako „uwikłane” w historię i kulturę, podobnie jak nauki humanistyczne i wymagają w związku z tym innego rodzaju filozoficznych narzędzi pojęciowych. Podkreśla się też, że u fundamentów zasadniczych pojęć z zakresu matematyki czy fizyki leży doświadczenie potoczne, różnorakie odniesienia do ludzkiej perspektywy spostrzegania świata, różne próby jego spontanicznego porządkowania, a także wypowiedzi o charakterze wartościującym. Tak postrzegane źródło nauk ścisłych staje się jak najbardziej zbieżne z podstawami nauk humanistycznych. Kwestionuje się także scjentyistyczne przekonanie, że rozwijane teorie matematyczne „są najlepszymi możliwymi narzędziami potrzebnymi fizyce lub innym naukom, które chcą formułować prawa”(Michał Heller).

Naszej pracy, jak pokazuje jej tytuł, przyświeca właśnie idea szukania zbieżności między naukami ścisłymi i naukami humanistycznymi, choć nie tak źródłowo pojętej. Chodzi raczej o współdziałanie na wyższych poziomach, czyli o współpracę w rozstrzyganiu różnych problemów (łącznie z zapożyczaniem metod i narzędzi).

Redaktor  
Halina Rarot

---

1 P. Niewinowski, *Mentalność scjentyistyczna w doświadczeniu ludzkim*, „Studia Płockie” 2013, nr 41, s.160.

2 B. Kotowa, *Scjentyzm jako światopogląd nauki*, „Nowa Krytyka”, 13/12/2008; <http://www.nowakrytyka.pl/pl/artykuly/>.

Ewa Łazuka\*, Izolda Gorgol\*\*

## Matematyka w służbie ekonomii

### Streszczenie

W pracy podjęto próbę określenia roli matematyki w naukach ekonomicznych. Zaprezentowano szeroki kontekst historyczny rozwoju myśli ekonomicznej, podstawowe zasady wykorzystywania aparatu matematycznego w interpretacji zjawisk ekonomicznych oraz najważniejsze przykłady modelowania matematycznego w ekonomii.

**Słowa kluczowe:** ekonomia, modelowanie matematyczne, pochodna w ekonomii, całka w ekonomii, algebra liniowa w ekonomii.

### Wstęp

Ekonomia to nauka specyficzna: z jednej strony klasyfikowana jest jako nauka społeczna, gdyż zajmuje się badaniem zachowań ludzkich – społecznych lub indywidualnych, z drugiej zaś stara się formułować ogólne i ponadczasowe prawa na wzór nauk ścisłych, takich jak *matematyka* lub *fizyka*. Z jednej strony ma wiele cech wspólnych z wieloma humanistycznymi dyscyplinami akademickimi, takimi jak na przykład *nauki polityczne*, *psychologia* lub *antropologia*, z drugiej zaś stosuje zaawansowane narzędzia matematyczne mające na celu usystematyzowanie i uzasadnienie prawdziwości formułowanych twierdzeń. W kontekście wielu innych nauk ma zasadniczą cechę – jest silnie uwikłana aksjologicznie. Twierdzenia ekonomii nigdy nie są neutralne – pozostają w związku z jakąś założoną tezą moralną lub polityczną<sup>1</sup>.

---

\* Katedra Matematyki Stosowanej, Wydział Podstaw Techniki, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 38, 20-618 Lublin, e.lazuka@pollub.pl.

\*\* Katedra Matematyki Stosowanej, Wydział Podstaw Techniki, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 38, 20-618 Lublin, i.gorgol@pollub.pl.

1 A. Olszewski, M. Gorazda, *Wprowadzenie do filozofii ekonomii*, [www.obi.opoka.org.pl/olszewski/pdf/WprowadzenieDoFilozofiiEkonomii.ppt](http://www.obi.opoka.org.pl/olszewski/pdf/WprowadzenieDoFilozofiiEkonomii.ppt) (dostęp 17.11.2016), s. 3.



Podanie ścisłej definicji ekonomii nie jest łatwe. Jest to nauka badająca działania człowieka dotyczące produkcji oraz wymiany między ludźmi. Można też określić ekonomię jako analizę zmian w całości gospodarki, gdyż zajmuje się ona tendencjami w produkcji, cenach, bezrobociu, przez co może wpływać na kształt polityki państwa. Ekonomia to także nauka o dokonywaniu wyborów, a ponadto nauka o sposobie organizacji sfery konsumpcji i popytu przez istoty ludzkie. Można też powiedzieć, że ekonomia jest nauką o pieniądzu, stopie procentowej, kapitale i bogactwie<sup>2</sup>. Zdefiniowanie tej nauki jest trudne z oczywistego powodu – tematyka badań ekonomii jest bardzo szeroka i ewoluuje w czasie.

Ze względu na kryterium przedmiotowe nauki dzielone są na formalne (np. logika, matematyka) i empiryczne, a te z kolei na przyrodnicze (np. fizyka, biologia) i społeczne (np. ekonomia, socjologia, prawo, nauki polityczne). Ekonomia jest zatem empiryczną nauką społeczną<sup>3</sup>. Na przestrzeni dziejów ekonomia postrzegana była często jako nauka bliska psychologii, gdyż przedmiotem jej badań jest częściowo natura człowieka. Nie można jednak uprawiać współczesnej ekonomii bez znajomości zaawansowanych narzędzi matematycznych. Nietrudno jednak zauważyć, że pomiar ważnych zjawisk stanowi fundament ekonomii. A precyzyjny i obiektywny pomiar jest możliwy wyłącznie na gruncie matematyki. Dominującą część współczesnej teoretycznej myśli ekonomicznej stanowi aprioryczna ekonomia dedukcyjna oparta na metodologii charakterystycznej nie dla nauk społecznych, ale dla nauk ścisłych. Nie odbierając ekonomii jej cech nauki społecznej należy podkreślić rolę i znaczenie matematyki w jej rozwoju. Myśl ekonomiczna narodziła się już w czasach starożytnych, ale jej sformalizowanie i usystematyzowanie nastąpiło dopiero wraz z wprowadzeniem aparatu matematycznego. Dzięki temu ekonomia stała się nauką pełną. I chociaż wydaje się, że matematyka pełni w ekonomii rolę służebną, to ekonomia pozbawiona matematyki stałaby się bliższa naukom humanistycznym i nie wpływałaby na sferę gospodarczą i polityczną świata, jak ma to miejsce w świecie współczesnym.

## 1. Najważniejsze etapy rozwoju myśli ekonomicznej

Jako dyscyplina naukowa ekonomia jest nauką stosunkowo młodą, gdyż liczy niewiele ponad 200 lat. Wiadomo jest jednak, że mechanizmami działania gospodarki interesowali się już starożytni greccy pisarze i filozofowie. Jeden z nich, Ksenofont z Aten, grecki pisarz, historyk i żołnierz, napisał dzieło praktyczno-

---

2 P.A. Samuelson, W.D. Nordhaus, *Ekonomia 1*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000, s. 24-26, 29.

3 A. Glapiński, *Meandry historii ekonomii. Między matematyką a poezją*, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie – Oficyna Wydawnicza, Warszawa 2006, s. 11-12.

-dydaktyczne pod tytułem *Oikonomikos*, czyli *Gospodarz*. To właśnie od tego tytułu pochodzi słowo *ekonomia*. *Oikonomikos* był przede wszystkim podręcznikiem wzorcowego zarządzania gospodarstwem domowym, rolnym lub państwem-miastem (w tym przypadku Atenami)<sup>4</sup>. Ksenofont zawarł w nim szereg praktycznych porad dotyczących dysponowania majątkiem, opisał zarządzanie własnością jako rzemiosło, które, podobnie jak medycyna czy stolarstwo, wymaga szczególnej wiedzy, a ponadto sformułował kilka ogólnych przemysłów ekonomicznych.

Tematyka ekonomiczna nieobca była również Arystotelesowi. W swoich dziełach pod tytułem *Etyka Nikomachejska* oraz *Polityka* opisał zjawisko handlu jako procesu wzajemnego zaspokajania przez ludzi ich potrzeb materialnych, przedstawił swoje rady na temat zarządzania domem i państwem, opisał zalety własności prywatnej oraz wady oprocentowanych pożyczek. Swoimi poglądami wywarł duży wpływ na rozwój późniejszej myśli ekonomicznej. Trzeba jednak zauważyć, że starożytni Grecy mało interesowali się gospodarką. Chociaż byli doskonałymi handlowcami i stosowali ekonomię w praktyce, to nie stworzyli spójnej teorii ekonomii<sup>5</sup>.

Praktykami byli również Rzymianie, dlatego większość dzieł z pogranicza ekonomii dotyczyła zarządzania majątkami ziemskimi. Po upadku Cesarstwa Rzymskiego, w wyniku wszechpanującego chaosu, upadła gospodarka i nauka, więc również nauka ekonomii.

Myśl ekonomiczna odrodziła się w średniowiecznej Europie. Zagadnienia ekonomiczne analizowali wtedy głównie teologowie, wśród których najważniejszym był Tomasz z Akwinu. W swoich dziełach poruszał m.in. tematykę własności publicznej i krytykował lichwę.

W czasach średniowiecza i renesansu powszechnym zwyczajem było tzw. „psucie pieniądza”, tzn. produkowanie na polecenie władców monet o mniejszej zawartości szlachetnych kruszców w celu uzyskania dodatkowych dochodów. Przez długie lata nie zauważano negatywnych skutków takich praktyk. Zmiana nastąpiła dopiero za sprawą Oresmusa, biskupa Lisieux, oraz kontynuatora jego myśli – Mikołaja Kopernika. Są oni uznawani za prekursorów monetaryzmu, czyli myśli ekonomicznej zajmującej się badaniem wpływu polityki pieniężnej państwa na jego dochód narodowy.

Wiek XV i XVI to epoka renesansu, kiedy w Europie nastąpiło odrodzenie wysokiego poziomu kultury, nauki i sztuki. Narodziło się społeczeństwo burżuazyjne: z mieszczaństwa wyłoniła się burżuazja, a z chłopstwa wyodrębnił się proletariatus. Nadszedł czas rewolucji przemysłowej – powstały pierwsze manufaktury, a dzięki żegludze morskiej i odkryciom geograficznym nastąpił rozwój handlu.

---

4 B. Bogdanowicz, *Ekonomia behawioralna a klasyczny paradygmat ekonomii*, „Folia Pomeranae Universitatis Technologiae Stetiniensis”, *Oeconomica* 2014, 313 (76) 3, 23–32.

5 Portal edukacji ekonomicznej, NBP, [https://www.nbpportal.pl/wiedza/artykuly/historia-mysli-ekonomicznej/historia\\_ekonomii\\_w\\_pigulce](https://www.nbpportal.pl/wiedza/artykuly/historia-mysli-ekonomicznej/historia_ekonomii_w_pigulce) (dostęp 19.11.2016).

Renesans to również epoka wielu wynalazków (kompas, zegary, upowszechnienie druku) oraz epoka twórców i uczonych łączących zainteresowania z różnych dziedzin. Rozwój gospodarczy, wzrost znaczenia kupców i bankierów, jak również rozkwit handlu zagranicznego spowodowały konieczność usystematyzowania dotychczasowej wiedzy ekonomicznej w spójną teorię.

Pierwszą próbę opracowania pełnej teorii gospodarczej podjęli merkantyliści. Próbowali oni uzasadnić konieczność prowadzenia przez państwo polityki opartej na monarchii absolutnej oraz dynamicznym handlu zagranicznym, w którym należy popierać eksport i zwalczać import. Merkantyizm był więc ekonomiczną ideologią nowych kapitalistów, do których należeli m.in. kupcy, mieszczenie, bankierzy, przemysłowcy. Merkantyliści sformułowali szereg wskazówek z zakresu polityki gospodarczej państwa, dając tym samym podstawy do późniejszego rozwoju teorii ekonomii, jednak nie stworzyli pełnej teorii opisującej prawa i zależności wpływające na gospodarkę<sup>6</sup>.

Twórcami pierwszej teorii gospodarczej byli tzw. fizjokraci, którzy w XVII wieku dostrzegli analogię między gospodarką a żywym organizmem, skutkiem czego traktowali ekonomię za naukę przyrodniczą. Fizjokraci przeciwstawiali się merkantyizmowi, byli zwolennikami liberalizmu, wolnego handlu i przedsiębiorczości. Za czołowego przedstawiciela tego nurtu uznaje się François Quesnay'a, który opracował tzw. *Tablicę Ekonomiczną*, czyli pierwszy model ekonomiczny całej gospodarki.

Za twórcę nowoczesnej ekonomii uważa się Adama Smitha – szkockiego myśliciela, filozofa i etyka, profesora uniwersytetu w Glasgow. Do historii przeszedł on głównie jako autor pięciotomowego dzieła pt. *Badania nad naturą i przyczynami bogactwa narodów* wydane w 1776 roku, w którym podjął pierwszą próbę usystematyzowania wiedzy na temat historii rozwoju przemysłu i handlu w Europie. Analizował zagadnienia podziału pracy, stopy procentowej, wynagrodzenia czynników produkcji (ziemi, pracy i kapitału). Był zwolennikiem wolnego handlu, wolnej konkurencji, sprawiedliwych i niskich podatków oraz własności prywatnej. Sugerował przy tym, aby państwo stało na straży porządku i przestrzegania prawa. Poglądy Smitha rozwijali następnie: David Ricardo, Jean Baptiste Say, Thomas Maltus oraz John Stuart Mill, którzy wraz z Adamem Smithem są uznawani za najwybitniejszych reprezentantów klasycznej XIX-wiecznej szkoły ekonomii. Osiągnięcia Smitha stały się podstawą do wyodrębnienia przez Ricarda ekonomii jako odrębnej dziedziny nauk. Można powiedzieć, że pod względem poglądów ekonomicznych uczniem Davida Ricarda był niemiecki filozof, socjolog, ekonomista i działacz rewolucyjny – Karl Marks. Marks oparł swój znany system teorii wyzysku na teorii o wartości pracy Ricarda. Podobnie jak Ricardo, Marks bardzo pesymistycznie oceniał położenie klasy pracującej oraz przewidywał nieuchronny

---

6 Portal edukacji ekonomicznej, NBP, op.cit.

upadek ustroju kapitalistycznego pod wpływem narastających konfliktów i ciągłego wzrostu klasy robotniczej, co opisał szczegółowo w wydanym w 1867 roku *Kapitale*. Ekonomia Marksa była zastosowaniem jego teorii materializmu historycznego do analizy sfery gospodarczej państwa, a *Kapitał* stał się dla jednej trzeciej ludzkości świata prawdziwą biblią ekonomiczną<sup>7</sup>.

Klasyczną myśl ekonomiczną podsumował ekonomista brytyjski, z wykształcenia matematyk, profesor Uniwersytetu w Cambridge – Alfred Marshall. W swoim najważniejszym dziele pt. *Zasady ekonomii politycznej* wydanym w 1890 roku dokonał syntezy dotychczasowych oraz zapoczątkował nowe teorie ekonomiczne dotyczące związków między popytem i podażą, teorii użyteczności konsumenta oraz analizy marginalnej, która do dnia dzisiejszego stanowi fundament badań ekonomicznych.

Równocześnie z ekonomiczną myślą brytyjską rozwijała się szkoła lozańska, zwana matematyczną, której najwybitniejszymi przedstawicielami byli Leon Walras – twórca matematycznej teorii równowagi ogólnej oraz Vilfredo Pareto, który znacząco rozszerzył zastosowania metod matematycznych w ekonomii oraz rozwinął pojęcie ogólnej równowagi ekonomicznej. Następcy Walrasa i Pareto przyczynili się do rozwoju ekonometrii.

Na początku XX wieku dość prężnie rozwijała się również austriacka szkoła ekonomiczna. Jej główni przedstawiciele to Carl Menger, Edmund von Böhm-Bawerk oraz Friedrich von Wieser. Ekonomiści reprezentujący tę szkołę stworzyli teorię wartości i ceny oraz zwrócili uwagę na rolę indywidualnych preferencji konsumenta na kształtowanie się cen i stóp procentowych.

Decydujący wpływ na rozwój myśli ekonomicznej w pierwszej połowie XX wieku miały poglądy na ekonomię Johna Maynarda Keynesa – studenta Uniwersytetu w Cambridge, ucznia Alfreda Marshalla. Jego *Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza* wydana w 1936 roku spowodowała prawdziwy przewrót w ekonomii, gdyż kwestionowała zasady klasycznej myśli ekonomicznej. Keynes był przeciwnikiem liberalizmu w handlu i wolnej konkurencji. Uważał, że zadaniem państwa jest sprawowanie kontroli oraz zarządzanie gospodarką i finansami państwowymi. Teorie Keynesa były reakcją na kryzys ekonomiczny lat 30-tych XX wieku i miały ustabilizować sytuację gospodarczą w Europie po II wojnie światowej. Keynes jako twórca teorii interwencjonizmu państwowego w gospodarce wywierał znaczący wpływ na politykę gospodarczą aż do początku lat 70-tych XX wieku. Wtedy bowiem okazało się, że polityka gospodarcza oparta na poglądach Keynesa i jego kontynuatorów jest nieskuteczna wobec tzw. szoku naftowego, czyli wielkiego kryzysu gospodarczego, który rozpoczął się w roku 1973, objął wszystkie kraje wysoko uprzemysłowione i uzależnione od ropy naftowej oraz wpłynął na wszystkie dziedziny gospodarki światowej.

---

7 Portal edukacji ekonomicznej, NBP, op.cit.

W latach 70-tych XX wieku popularna stała się chicagowska szkoła w ekonomii, która powstała w latach 30-tych XX wieku na Uniwersytecie w Chicago. Najwybitniejszymi jej przedstawicielami byli Milton Friedman, George Stigler, Harry Markowitz, Merton Miller oraz Robert Lucas. W latach 60-tych i 70-tych chicagowska szkoła w ekonomii zaczęła stosować narzędzia analizy mikroekonomicznej do badania uwarunkowań aktywności politycznej, szczególnie interwencji rządu w alokację zasobów. Powstały: teoria struktur przemysłowych, ekonomiczna teoria regulacji oraz ekonomia informacji. W latach 70-tych i 80-tych Lucas rozwinął hipotezę oczekiwań racjonalnych, która stała się podstawą nowej ekonomii klasycznej. Z chicagowskiej szkoły w ekonomii wywodzą się liczni nobliści: M. Friedman (1976), T. W. Schultz (1979), G. Stigler (1982), J. Buchanan (1986), M. M. Miller (1990), R. H. Coase (1991), G. S. Becker (1992), R. W. Fogel (1993), R. Lucas (1995), J. J. Heckman (2000)<sup>8</sup>.

Współczesna ekonomia to nauka rozwijająca się intensywnie na całym świecie. W II połowie XX wieku rozpoczęła się i trwa do dziś rewolucja formalistyczna w ekonomii, tzn. proces jej matematyzacji. Większość dzisiejszych artykułów naukowych z zakresu ekonomii wykorzystuje zaawansowane metody rachunku różniczkowego i całkowego, algebry liniowej, logiki matematycznej, programowania liniowego, teorii gier, analizy wypukłej, rachunku różniczkowego i innych dziedzin matematyki. W zakresie makroekonomii intensywnie rozwija się teoria wzrostu gospodarczego, a w szczególności teorie wzrostu endogenicznego, które przy pomocy zaawansowanego aparatu matematycznego modelują zjawisko postępu technologicznego. W zakresie mikroekonomii teoria równowagi ogólnej stała się w XX wieku teorią ekonomiczną, do której próbowano zredukować inne teorie, również makroekonomiczne. W latach 50-tych, 60-tych i 70-tych rozwijała się przede wszystkim aksjomatyczna teoria równowagi, w której upatrywano szansę rozwiązania niektórych konfliktów w zakresie teorii ekonomii. Począwszy od lat 80-tych teoria równowagi ogólnej zaczęła tracić na znaczeniu. Rozwinęły się nowe programy badawcze i nastąpił powrót do umiarkowanego liberalizmu w mikroekonomii.

W latach 80-tych i 90-tych XX wieku coraz większe grono zwolenników i propagatorów zaczęła zdobywać teoria gier, która opisuje interakcje w grupie podmiotów (ludzi, przedsiębiorstw, krajów) postępujących zgodnie z pewną strategią. Zakłada się, że strategia podmiotów oparta jest na racjonalnym wyborze, który ma na celu maksymalizację ich użyteczności. Interakcje, w których zastosowanie ma teoria gier dotyczyć mogą na przykład: głosowań, aukcji, bankructwa, ubezpieczeń, oligopoli, karteli, wyścigu zbrojeń, wyścigu w innowacyjności między krajami. Badania w zakresie teorii gier i jej zastosowań wielokrotnie zostały uznane przez komitet Nagrody Nobla. Jednym z nich był John Nash – nagrodzony w 1994 roku za rozwój teorii gier i jej zastosowań w ekonomii. Najbardziej znana jest teoria

---

8 *Encyklopedia PWN* – wersja elektroniczna, <http://encyklopedia.pwn.pl/haslo/chicagowska-szkola-w-ekonomii;3885189.html> (dostęp 20.11.2016).

równowagi autorstwa Nasha, w której gracze znają strategie innych, a strategia każdego z graczy jest optymalna przy danym wyborze drugiego gracza, tzn. żaden z graczy nie zyskuje zmieniając swoją strategię jednostronnie. Pod koniec XX wieku teoria gier w tej wersji silnie opanowała takie działy ekonomii, jak organizacja rynków i ekonomia międzynarodowa. Jednak najważniejszym problemem koncepcji Nasha było założenie, że gracze znają nawzajem swoje strategie i ogólną strukturę gry. Niestety to założenie ogranicza możliwości zastosowania teorii gier w tej wersji do rzeczywistości świata gospodarczego, w którym istnieje niepewność w odniesieniu do struktury gry i możliwe są zmiany strategii graczy. Konsekwencją dostrzeżenia tych problemów był rozwój w połowie lat 90-tych tzw. ewolucyjnej teorii gier. Zakłada ona, że nie wszyscy gracze kierują się maksymalizacją wypłat oraz że różni gracze mogą posługiwać się różnymi regułami postępowania, jakimi mogą być np. maksymalizacja zysku grupy, maksymalizacja własnego zysku, dążenie do określonej wysokości zysku itp. Zbiorowości różnych typów graczy ewoluują w czasie w wyniku obserwacji i naśladowania tych, którzy wygrywają. Równowaga w grze następuje wtedy, gdy populacje różnych typów się ustabilizują.

## 2. Przykłady zastosowania pojęcia pochodnej w ekonomii

W rozdziale tym omówimy sposoby interpretacji i wykorzystania pochodnej funkcji w zagadnieniach ekonomicznych. Rozważymy tylko te zagadnienia, które wymagają podstawowych wiadomości z zakresu rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej, wykładane podczas podstawowego kursu matematyki dla studentów różnych kierunków studiów. Pojęcia oczywiście dla matematyka będą tutaj definiowane z użyciem języka i terminologii z zakresu ekonomii. Większość poruszanych zagadnień zostanie zilustrowana przykładami oraz zadaniami rachunkowymi.

Niech  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  oraz  $x_0 \in A$ . Przyrostem zmiennej niezależnej (argumentu) będziemy nazywać różnicę  $\Delta x = x - x_0$ , zaś przyrostem zmiennej zależnej (funkcji) odpowiadającej przyrostowi  $\Delta x$  będziemy nazywać różnicę  $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ .

**Definicja 1.** Iloraz różnicowy funkcji w punkcie  $x_0$  odpowiadający przyrostowi  $\Delta x$ , czyli stosunek

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x},$$

nazywamy wielkością przeciętną (średnią) funkcji  $f$ .<sup>9</sup>

---

9 S. Kanas, *Podstawy ekonomii matematycznej*, WN PWN, Warszawa 2011, s. 134.



Wielkość  $\frac{\Delta f}{\Delta x}$  określa przeciętny poziom zmiany wartości funkcji  $f$  przy zmianie argumentu w zakresie  $\langle x_0, x_0 + \Delta x \rangle$ . Nie jest to jednak informacja zbyt dokładna, szczególnie w przypadku, gdy zmiany nie zachodzą równomiernie. Bardziej precyzyjną charakterystykę zmian wartości funkcji przy zmianie argumentu podaje tzw. wartość krańcowa funkcji.

**Definicja 2.** Jeżeli istnieje skończona granica

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0),$$

to nazywamy ją *wielkością krańcową funkcji  $f$  w punkcie  $x_0$* . Funkcję  $f'$  określoną na zbiorze  $A$  nazywamy wtedy *funkcją krańcową*<sup>10</sup>.

Warto zauważyć, że dla małych przyrostów  $\Delta x$  prawdziwy jest związek

$$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) \approx f'(x_0) \Delta x,$$

co przy  $\Delta x = 1$  daje

$$\Delta f = f(x_0 + 1) - f(x_0) \approx f'(x_0).$$

Oznacza to, że wielkość krańcowa funkcji określa w przybliżeniu przyrost funkcji przy jednostkowej zmianie argumentu. Jest ona zatem dobrą miarą szybkości zmian wartości funkcji w punkcie  $x_0$ .

**Przykład 1.** Jeżeli  $x$  oznacza liczbę roboczogodzin potrzebnych w pewnym zakładzie produkcyjnym do wytworzenia wyrobów o łącznej wartości  $y = f(x)$ , to dla ustalonego  $x_0$  wielkość  $\frac{\Delta f}{\Delta x}$  określa tzw. przeciętną wydajność pracy, tzn. stosunek

wartości dodatkowej produkcji, wytworzonej w ciągu dodatkowych  $\Delta x$  godzin pracy. Wtedy wartość  $f'(x_0)$  jest *wydajnością krańcową (marginalną) pracy* używaną na poziomie  $x_0$ . Krzywą  $y = f(x)$  nazywamy *krzywą wydajności*<sup>11</sup>.

**Przykład 2.** Niech teraz  $x$  oznacza liczbę jednostek produkcji wytworzonych w pewnym zakładzie produkcyjnym, zaś  $K(x)$  będzie tzw. *kosztem całkowitym*, czyli kosztem wyprodukowania tych jednostek. Dla ustalonej początkowej wielkości produkcji  $x_0$  wielkość  $\Delta K = K(x_0 + \Delta x) - K(x_0)$  oznacza przyrost całkowitego

<sup>10</sup> Ibidem, s. 135.

<sup>11</sup> J. Banaś, *Podstawy matematyki dla ekonomistów*, WNT, Warszawa 2005, s. 201.

kosztu produkcji, zaś  $\frac{\Delta K}{\Delta x}$  przeciętny koszt produkcji. Krańcowy koszt produkcji,

o ile istnieje, wynosi  $K'(x_0)$ . Koszt krańcowy, przy poziomie produkcji  $x_0$ , jest w przybliżeniu równy kosztowi wyprodukowania dodatkowej jednostki produkcji.

Jeżeli przez  $p(x)$  oznaczmy cenę jednostki wyrobu uzyskaną przy sprzedaży  $x$  jednostek produkcji, to wielkość

$$U(x) = xp(x)$$

oznacza *utarg* z ich sprzedaży. Wtedy funkcję

$$Z(x) = U(x) - K(x)$$

nazywamy *zyskiem* na poziomie sprzedaży  $x$  jednostek.

Funkcje  $K'(x)$ ,  $U'(x)$  oraz  $Z'(x)$  nazywamy odpowiednio *kosztem krańcowym* (marginalnym), *utargiem krańcowym* (marginalnym) oraz *zyskiem krańcowym* (marginalnym)<sup>12</sup>.

*Koszt jednostkowy* (przeciętny) wyprodukowania  $x$  jednostek wyrobu wyraża się wzorem

$$K_j(x) = \frac{K(x)}{x}.$$

Analiza kosztu jednostkowego i kosztu krańcowego pozwala wyciągnąć wnioski dotyczące rentowności produkcji. Niech cena za jednostkę wyrobu wynosi  $p_0$ , a koszt produkcji  $x$  jednostek wyrobu wyraża się funkcją  $K(x)$ . Jeżeli produkcja będzie zwiększana od  $x_0$  do  $x_0 + \Delta x$ , to przeciętny koszt dodatkowej produkcji  $\Delta x$  wyniesie  $\frac{\Delta K}{\Delta x}$ . Produkcja będzie opłacalna, o ile spełniony będzie warunek  $\frac{\Delta K}{\Delta x} \leq p_0$ .

Jeżeli  $\Delta x \rightarrow 0$ , to warunek rentowności przyjmuje postać  $K'(x) \leq p_0$ .<sup>13</sup>

Analogicznie interpretuje się pochodną, gdy funkcja opisuje zależność pomiędzy dwiema innymi wielkościami parametrycznymi, np. między popytem i ceną, między zyskiem i wielkością produkcji.

**Zadanie 1.** Przedsiębiorstwo sprzedaje wyprodukowany przez siebie wyrób po 20 zł za sztukę. Całkowity koszt produkcji  $x$  jednostek wyrobu wyraża się wzorem  $K(x) = x^2 - 20x + 200$ . Wyznaczyć wielkość produkcji, przy której zysk przedsiębiorstwa będzie maksymalny. Dla jakiej wartości  $x$  produkcja przestanie być opłacalna?

<sup>12</sup> Ibidem, s. 202.

<sup>13</sup> S. Kanas, *Podstawy ekonomii matematycznej*, op.cit., s. 136.



Rozwiązanie:

$Z(x) = U(x) - K(x)$ , gdzie  $U(x) = 20x$ . Mamy więc  $Z(x) = 20x - x^2 + 20x - 200 = -x^2 + 40x - 200$ , zaś  $Z'(x) = -2x + 40$ .  $Z'(x) = 0$  tylko dla  $x = 20$ . Na podstawie analizy znaków funkcji  $Z'(x)$  wnioskujemy, że dla  $x = 20$  funkcja  $Z(x)$  osiąga wartość maksymalną. Wtedy  $Z(20) = 200$ . Oznacza to, że zysk przedsiębiorstwa będzie maksymalny przy wielkości produkcji  $x = 20$ .

Produkcja przestanie być opłacalna, jeżeli  $K'(x) > p_0$ . W naszym przypadku przy warunku  $2x - 20 > 20$ , czyli gdy  $x > 20$ .

**Zadanie 2.** Funkcja kosztu całkowitego w zależności od wielkości produkcji  $x$  ma postać  $K(x) = -0,01x^3 + 20x^2 + 1000x + 5000$ . Dla jakiej wysokości produkcji koszt krańcowy jest maksymalny? Jaka powinna być cena sprzedaży jednostki wyrobu, aby zwiększenie produkcji powyżej 1000 było opłacalne?<sup>14</sup>

Rozwiązanie:

Funkcja kosztu krańcowego ma postać  $K'(x) = -0,03x^2 + 40x + 1000$ . Wtedy jej pochodna wyraża się wzorem  $K''(x) = -0,06x + 40$ . Stąd  $K''(x) = 0$  dla  $x = 666\frac{2}{3}$ . Analiza znaków funkcji  $K''(x)$  pozwala na wyciągnięcie wniosku, że dla wartości  $x = 666\frac{2}{3}$  funkcja  $K'(x)$  osiąga wartość maksymalną. Zatem koszt krańcowy będzie maksymalny dla  $x = 666\frac{2}{3}$ .

Aby określić cenę sprzedaży jednostki wyrobu przy zwiększeniu produkcji powyżej 1000 i spełnieniu warunku rentowności produkcji, należy rozwiązać nierówność

$$K'(1000) \leq p_0$$

W naszym przypadku  $K'(1000) = 11000$ , zatem cena sprzedaży produktu powinna wynosić co najmniej 11000.

**Definicja 3.** Niech  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x_0 \in A$ ,  $x_0 + \Delta x \in A$  oraz  $f(x_0) \neq 0$ . Jeżeli istnieje skończona granica

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{f(x_0)} : \Delta x,$$

to nazywamy ją *tempem wzrostu funkcji*  $f$  w punkcie  $x_0$  i oznaczamy symbolem  $T_f(x_0)$ .<sup>15</sup>

Zauważmy, że z definicji pochodnej funkcji wynika natychmiast, że

$$T_f(x_0) = \frac{f'(x_0)}{f(x_0)}.$$

<sup>14</sup> Ibidem, s. 144.

<sup>15</sup> J. Banaś, *Podstawy matematyki dla ekonomistów*, op. cit., s. 202.

**Definicja 4.** Niech  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x_0 \in A$ ,  $x_0 + \Delta x \in A$ ,  $x_0 \neq 0$  oraz  $f(x_0) \neq 0$ .  
Stosunek

$$\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{f(x_0)} : \frac{\Delta x}{x_0}$$

nazywamy *elastycznością przeciętną funkcji  $f$  na przedziale  $\langle x_0, x_0 + \Delta x \rangle$* .<sup>16</sup>

Bezpośrednio z definicji wynika, że elastyczność przeciętna funkcji jest miarą przeciętnego procentowego przyrostu wartości funkcji  $f$  odpowiadającego przyrostowi wartości argumentu  $x$  o 1% w odniesieniu do poziomu wyjściowego  $x_0$ .

**Definicja 5.** Jeżeli istnieje skończona granica

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{f(x_0)} : \frac{\Delta x}{x_0},$$

to nazywamy ją *elastycznością funkcji  $f$  w punkcie  $x_0$*  i oznaczamy symbolem  $E_f(x_0)$ .<sup>17</sup>

Bezpośrednio z definicji wynika, że

$$E_f(x_0) = x_0 \cdot T_f(x_0) = x_0 \cdot \frac{f'(x_0)}{f(x_0)}.$$

Znaczenie pojęcia elastyczności funkcji wynika bezpośrednio z następującego twierdzenia.

**Twierdzenie 1.** Niech  $A \subset \mathbb{R}$  oraz  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ . Jeżeli przyrostowi argumentu  $x$  funkcji  $f$  o  $s\%$  (w odniesieniu do poziomu wyjściowego  $x_0$ ) odpowiada przyrost wartości funkcji  $f$  o  $t\%$ , to  $t \approx s \cdot E_f(x_0)$ .<sup>18</sup>

Elastyczność funkcji w punkcie wskazuje zatem, o ile procent w przybliżeniu wzrośnie wartość funkcji, jeśli argument funkcji wzrośnie o 1%. Łatwo zauważyć, że dla funkcji malejącej elastyczność może przyjmować wartości ujemne. Dlatego za miarę elastyczności funkcji w punkcie najczęściej przyjmuje się moduł elastyczności.

16 M. Matłoka, B. Wojcieszyn, *Matematyka z elementami zastosowań w ekonomii*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu, Poznań 2008, s. 97.

17 J. Banaś, *Podstawy matematyki dla ekonomistów*, op. cit., s. 203.

18 Ibidem, s. 203.

**Definicja 6.** Mówimy, że funkcja:

- jest *elastyczna* w punkcie  $x_0$ , jeżeli  $|E_f(x_0)| > 1$ ,
- jest *nieelastyczna* w punkcie  $x_0$ , jeżeli  $|E_f(x_0)| < 1$ ,
- *ma jednostkową elastyczność* w punkcie  $x_0$ , jeżeli  $|E_f(x_0)| = 1$ .<sup>19</sup>

**Przykład 3.** Jeżeli funkcja  $d$  zmiennej  $p$  określa wysokość popytu w zależności od ceny  $p$  towaru, to elastyczność funkcji popytu jest miernikiem zmian popytu na towar, o ile nastąpi zmiana ceny towaru. Wtedy dochód przedsiębiorstwa wyraża się funkcją

$$D(p) = p \cdot d(p).$$

Wtedy, przy założeniu, że dochód jest funkcją malejącą ceny, otrzymujemy

$$D'(p) = d(p) + p \cdot d'(p) = d(p) \left[ 1 + \frac{p \cdot d'(p)}{d(p)} \right] = d(p) \cdot (1 - |E_d(p)|).$$

Pozwala to na sformułowanie reguł ekonomicznych dotyczących dochodu:

- jeżeli funkcja popytu jest nieelastyczna, to dochód wzrasta przy rosnących cenach,
- jeżeli funkcja popytu jest elastyczna, to dochód maleje przy rosnących cenach<sup>20</sup>.

**Zadanie 3.** Niech  $p$  oznacza cenę pewnego towaru. Funkcja popytu  $d(p)$  oraz funkcja podaży  $s(p)$  tego towaru są określone następująco:

$$d(p) = 120 - 2p - \frac{1}{20}p^2, \quad s(p) = 80 - \frac{1}{20}p^2$$

dla  $p \in (0, 40)$ . Wyznaczyć cenę równowagi na ten towar. Określić rynkowy efekt popytu i podaży przy wzroście ceny powyżej ceny równowagi (idea zadania na podstawie<sup>21</sup>).

Rozwiązanie:

Cena równowagi jest rozwiązaniem równania

$$120 - 2p - \frac{1}{20}p^2 = 80 - \frac{1}{20}p^2.$$

---

<sup>19</sup> S. Kanas, *Podstawy ekonomii matematycznej*, op. cit., s. 140.

<sup>20</sup> Ibidem, s. 141.

<sup>21</sup> D. Sokołowska, K. Dębkowska, *Matematyka dla studiujących nauki ekonomiczne*, Wyższa Szkoła Finansów i Zarządzania w Białymstoku, Białystok 2006, s. 130-131.

Otrzymujemy stąd cenę równowagi  $p_0 = 20$ . W celu określenia rynkowego efektu popytu i podaży przy wzroście ceny ponad cenę równowagi należy wyznaczyć elastyczność funkcji popytu i funkcji podaży przy cenie równowagi.

Mamy zatem  $d(20) = 60$ ,  $d'(p) = -2 - \frac{1}{10}p$ ,  $d'(20) = -4$ . Stąd

$$E_d(20) = 20 \cdot \frac{d'(20)}{d(20)} = 20 \cdot \frac{-4}{60} \approx -1,33.$$

Wynik ten można zinterpretować następująco: wzrost ceny towaru o 1% powyżej ceny równowagi spowoduje spadek popytu o około 1,33%.

Analogicznie  $s(20) = 60$ ,  $s'(p) = -\frac{1}{10}p$ ,  $s'(20) = -2$ . Stąd

$$E_s(20) = 20 \cdot \frac{s'(20)}{s(20)} = 20 \cdot \frac{-2}{60} \approx -0,67.$$

Zatem wzrostowi ceny tego towaru o 1% powyżej ceny równowagi powinien towarzyszyć spadek podaży o około 0,67%.

### 3. Przykłady zastosowania pojęcia całki w ekonomii

W teorii ekonomii często spotykamy pojęcia będące funkcjami globalnymi, np. dochód, popyt, zysk, koszt itp., jak również pojęcia będące funkcjami krańcowymi, np. funkcja krańcowego dochodu, funkcja krańcowego popytu, funkcja krańcowego zysku, funkcja krańcowego kosztu itp. Funkcje krańcowe są w matematycznym sensie pochodnymi funkcji globalnych. Ekonomistom najczęściej dużo łatwiej jest wyznaczyć funkcję krańcową niż funkcję globalną, gdyż funkcję krańcową można uzyskać w oparciu o dane empiryczne. Wtedy, dzięki matematyce i wykorzystaniu pojęcia całki, możliwe staje się również uzyskanie funkcji globalnej.

**Zadanie 4.** Krańcowy koszt produkcji jednostek  $x$  pewnego wyrobu, czyli koszt produkcji jednego, dodatkowego wyrobu przy produkcji na poziomie  $x$  jednostek, został oszacowany w przedsiębiorstwie jako

$$K'(x) = 5x^4 - 16x^3 + 12x.$$

Koszty stałe przedsiębiorstwa niezależne od produkcji wynoszą 8000 zł. Obliczyć koszt produkcji 100 jednostek tego wyrobu.

Rozwiązanie:

Najpierw wyznaczmy globalną funkcję kosztu.

$$K(x) = \int K'(x) dx = \int (5x^4 - 16x^3 + 12x) dx = x^5 - 4x^4 + 6x^2 + C.$$

Ze względu na koszty stałe przedsiębiorstwa spełniony jest warunek  $K(0) = 8000$ , a więc  $C = 8000$ . Ostatecznie otrzymujemy  $K(x) = x^5 - 4x^4 + 6x^2 + 8000$ , a w konsekwencji

$$K(100) = 100^5 - 4 \cdot 100^4 + 6 \cdot 100^2 + 8000 = 9\,600\,068\,000.$$

Zatem koszt produkcji 100 jednostek wyrobu wynosi 9 600 068 000 zł.

**Przykład 4.** Jeżeli  $f$  jest funkcją wyrażającą zależność pewnej wielkości ekonomicznej (np. kosztu, dochodu, zysku) od wielkości produkcji  $x$ , natomiast  $f'$  jest funkcją krańcową, to wartość

$$\int_{x_1}^{x_2} f'(x) dx = f(x_2) - f(x_1)$$

oznacza zmianę (wzrost) rozważanej wielkości przy wzroście produkcji z  $x_1$  do  $x_2$ .<sup>22</sup>

Oczywiście podobnie interpretujemy zmianę innych wielkości ekonomicznych zależnych niekoniecznie od wielkości produkcji, ale również od czasu lub ceny.

**Zadanie 5.** Krańcowy koszt produkcji wyrobu  $K'(x)$  oraz krańcowy dochód  $R'(x)$  określone są funkcjami:

$$K'(x) = 30 - 0,004x, R'(x) = 40 - 0,006x,$$

gdzie  $x$  oznacza liczbę wyprodukowanych jednostek wyrobu. Obliczyć wzrost zysku firmy produkcyjnej, gdy sprzedaż wzrośnie z 400 do 800 sztuk.

Rozwiązanie:

Jeśli  $Z(x)$  oznaczać będzie zysk firmy uzyskany na  $x$  jednostkach wyrobu, to oczywiście

$$Z(x) = R(x) - K(x).$$

Stąd również  $Z'(x) = R'(x) - K'(x)$ , a w konsekwencji

$$Z(x) = \int (R'(x) - K'(x)) dx.$$

W naszym przypadku

$$\begin{aligned} Z(x) &= \int (40 - 0,006x - 30 + 0,004x) dx = \int (10 - 0,002x) dx = \\ &= 10x - 0,001x^2 + C. \end{aligned}$$

Stąd otrzymujemy  $Z(800) - Z(400) = 7360 - 3840 = 3520$ .

---

<sup>22</sup> S. Kanas, *Podstawy ekonomii matematycznej*, op.cit., s. 164.

Rachunek całkowy znajduje zastosowanie nie tylko w zakresie wyznaczania i badania funkcji globalnych opisujących różne zjawiska ekonomiczne. Wykorzystanie całki oznaczonej pozwala m.in. na obliczanie średnich wartości różnych wielkości ekonomicznych, wyznaczanie stanu zasobów magazynowych, określanie łącznego zysku osiągniętego w wyniku eksploatacji danego urządzenia w określonym czasie, wyznaczanie nadwyżki lub straty producenta i konsumenta.

**Zadanie 6.** Popyt  $p$  na pewien towar zmienia się w czasie zgodnie z następującą zależnością funkcyjną

$$p(t) = \frac{e^t}{3e^t + 1}.$$

Wyznaczyć średnią wartość popytu w przedziale czasowym  $\langle 2, 5 \rangle$ .

Rozwiązanie:

Wartość średnia funkcji  $f$  na przedziale  $\langle a, b \rangle$  wyraża się wzorem

$$f_{sr} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

Zatem szukana średnia wartość popytu wynosi

$$p_{sr} = \frac{1}{5-2} \int_2^5 \frac{e^t}{3e^t + 1} dt = \frac{1}{9} \left[ \ln(3e^t + 1) \right]_2^5 = \frac{1}{9} \ln \left( \frac{3e^5 + 1}{3e^2 + 1} \right) \approx 0,33.$$

**Przykład 5.** Natężenie dostawy towaru w chwili  $t$  wynosi  $f(t)$  jednostek towaru na jednostkę czasu. Dostawa rozpoczyna się w chwili  $t = 0$ . Jeżeli funkcja  $f(t)$  jest całkowalna na przedziale  $\langle 0, t_0 \rangle$  dla każdego  $t_0 > 0$ , to wielkość towaru, który zostanie dostarczony do magazynu w czasie od  $t_1$  do  $t_2$  wyraża się wzorem

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt.$$

**Zadanie 7.** Do sieci sklepów dostarczany jest towar. Każdego dnia roboczego dostawa rozpoczyna się o godzinie 8:00, kończy o godzinie 15:00, a jej natężenie w chwili  $t$  (zakładamy, że  $t = 0$  o godzinie 8:00) wyraża się wzorem

$$g(t) = \frac{3t+8}{t+2}$$

jednostek towaru na minutę. Wyznaczyć liczbę jednostek towaru, który jest dostarczany każdego dnia roboczego do tej sieci sklepów w ciągu ostatniej godziny dostaw.

Rozwiązanie:

W rozważanym przypadku  $t_1 = 6$  oraz  $t_2 = 7$ , a funkcja wyrażająca natężenie dostaw w chwili  $t$  ma postać

$$f(t) = \frac{3t+8}{t+2} \cdot 60$$

jednostek towaru na godzinę.

$$\begin{aligned} \int_6^7 \frac{3t+8}{t+2} \cdot 60 dt &= \int_6^7 \left( 3 + \frac{2}{t+2} \right) \cdot 60 dt = \left[ 180t + 120 \ln|t+2| \right]_6^7 = \\ &= 180 + 120 \ln \frac{9}{8} \approx 194 \end{aligned}$$

Zatem każdego dnia roboczego pomiędzy godziną 14:00 a 15:00 do sieci sklepów dostarczanych jest około 194 jednostek towaru.

**Przykład 6.** Przedsiębiorstwo dokonuje zakupu pewnego urządzenia, które w czasie  $t$  zapewnia zysk w wysokości  $Z(t)$  jednostek pieniężnych na jednostkę czasu. Działające urządzenie podlega eksploatacji, którego koszt jest na poziomie  $K(t)$  jednostek pieniężnych na jednostkę czasu. Wtedy łączny zysk firmy osiągnięty w okresie eksploatacji urządzenia wyraża się wzorem

$$\int_a^b (Z(t) - K(t)) dt,$$

gdzie  $a$  oraz  $b$  są końcami przedziału czasowego, dla którego spełniony jest warunek  $Z(t) - K(t) \geq 0$  dla  $t \geq 0$ .<sup>24</sup>

**Zadanie 8.** W związku z planowanym zakupem pewnego urządzenia zakład produkcyjny przeprowadza analizę finansową przyszłych kosztów i zysków związanych z pracą tego urządzenia. Zysk z eksploatacji pewnej maszyny produkcyjnej (w tysiącach złotych na rok) określony jest funkcją  $Z(t) = 192 - \frac{1}{3}t^2$ , zaś koszty związane z jej eksploatacją wzrastają z czasem zgodnie z zależnością  $K(t) = t^2$ , gdzie  $t$  oznacza liczbę lat eksploatacji urządzenia. Na jaki maksymalny zysk osiągnięty w wyniku eksploatacji urządzenia może liczyć ten zakład produkcyjny?

<sup>24</sup> M. Matłoka, B. Wojcieszyn, *Matematyka z elementami zastosowań w ekonomii*, op.cit. s.118.

Rozwiązanie:

Maksymalny czas eksploatacji urządzenia można wyznaczyć rozwiązując nierówność  $Z(t) - K(t) \geq 0$  dla  $t \geq 0$ .

Mamy więc  $192 - \frac{1}{3}t^2 - t^2 \geq 0$ , a stąd  $t \in \langle -12, 12 \rangle$ . Uwzględniając założenie  $t \geq 0$  otrzymujemy  $t \in \langle 0, 12 \rangle$ . Zatem łączny zysk osiągnięty z eksploatacji urządzenia wynosi

$$\int_0^{12} (Z(t) - K(t)) dt = \int_0^{12} \left( 192 - \frac{1}{3}t^2 - t^2 \right) dt = \left[ 192t - \frac{4}{9}t^3 \right]_0^{12} = 1536$$

tysięcy złotych.

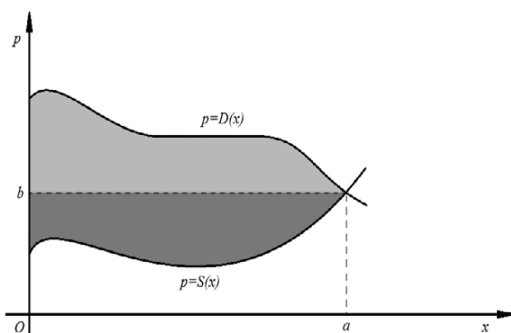
**Przykład 7.** Niech  $x$  oznacza liczbę jednostek towaru,  $p = S(x)$  opisuje podaż, zaś  $p = D(x)$  opisuje popyt, przy czym  $p$  jest ceną za jednostkę towaru. Załóżmy, że krzywe  $p = S(x)$  oraz  $p = D(x)$  narysowane w układzie współrzędnych  $xO_p$  przecinają się w dokładnie jednym punkcie  $(a, b)$ , tzn. popyt jest równy podaży dla  $x = a$  i wtedy  $p = D(a) = S(a) = b$ . Całkę

$$\int_0^a (D(x) - b) dx$$

nazywamy *nadwyżką konsumenta (stratą konsumenta)* w zależności od tego, czy wartość całki jest dodatnia czy ujemna. Analogicznie, całkę

$$\int_0^a (b - S(x)) dx$$

nazywamy *nadwyżką producenta (stratą producenta)*<sup>25</sup>.



**Rys. 1.** Nadwyżka konsumenta i producenta

<sup>25</sup> J. Banaś, Podstawy matematyki dla ekonomistów, op. cit., s. 261-262.



#### 4. Przykłady zastosowania algebry macierzy, układów równań i nierówności liniowych w ekonomii

Wiele zagadnień z zakresu planowania ekonomicznego daje się opisać i rozwiązać przy pomocy narzędzi algebry liniowej, w szczególności za pomocą teorii równań i nierówności liniowych oraz rachunku macierzowego.

Jednym z najbardziej typowych przykładów takich zastosowań jest tzw. *model bilansu międzygałęziowego* (*model przepływów międzygałęziowych*) *Leontiewa*<sup>26</sup>. Zakładamy, że analizowana produkcja podzielona jest na  $n$  gałęzi. Oznaczmy przez  $X_i$  wartość produkcji  $i$ -tej gałęzi w ustalonym okresie, a przez  $x_{ij}$  wartość produkcji gałęzi  $i$ -tej, która jest zużywana na bieżące potrzeby produkcyjne gałęzi  $j$ -tej. Zużycie produkcji  $i$ -tej we wszystkich gałęziach wynosi więc

$$x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} = \sum_{j=1}^n x_{ij}.$$

Wartość produkcji  $i$ -tej gałęzi, która pozostaje po jej zużyciu na bieżące potrzeby produkcyjne nazywamy *produktem końcowym* tej gałęzi i oznaczamy symbolem  $Y_i$ . Produkt ten może być przeznaczony na konsumpcję, eksport lub zasilenie rezerw. Mamy więc następujący *układ równań bilansowych produkcji*

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i.$$

Przypuśćmy teraz, że zużycie produkcji  $i$ -tej gałęzi w gałęzi  $j$ -tej jest proporcjonalne do produkcji gałęzi  $j$ -tej, tzn. że iloraz  $x_{ij}/X_j$  jest stały, a zatem

$$x_{ij} = b_{ij}X_j,$$

gdzie  $b_{ij}$  są współczynnikami proporcjonalności określającymi wartość produkcji gałęzi  $i$ -tej zużywanej do wytworzenia jednostki produkcji gałęzi  $j$ -tej. Nazywamy je *współczynnikami bezpośrednich nakładów materiałowych* lub *współczynnikami kosztów*.

Wykorzystując powyższe zależności otrzymujemy następujący układ równań z  $2n$  niewiadomymi  $X_1, X_2, \dots, X_n$  oraz  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ :

$$X_i = \sum_{j=1}^n b_{ij}X_j + Y_i, \text{ gdzie } i = 1, 2, \dots, n,$$

nazywany *modelem bilansu międzygałęziowego* lub *modelem Leontiewa*. Jeśli przez  $X = [X_i]$  oznaczmy wektor produkcji poszczególnych gałęzi, przez  $Y = [Y_i]$  wektor kolumnowy produktów końcowych poszczególnych gałęzi, zaś przez  $B = [b_{ij}]$

<sup>26</sup> H. Kryński, *Matematyka wyższa z elementami zastosowań w ekonomii*, PWN, Warszawa 1977, s. 281-283.

macierz współczynników kosztów, to układ ten można zapisać w następującej postaci

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix},$$

a równoważnie

$$X = BX + Y.$$

Otrzymujemy stąd  $X - BX = Y$ , a następnie  $(I - B)X = Y$ . Macierz  $L = I - B$  nazywamy *macierzą Leontiewa*. Zatem powyższy układ może być zapisany jako  $LX = Y$ . W rozważanym układzie równań może być dany wektor produkcji poszczególnych gałęzi  $X$  oraz macierz Leontiewa  $L$  (lub macierz współczynników kosztów  $B$ ), a szukany wektor produktów końcowych  $Y$ . Może też zaistnieć sytuacja, w której szukany będzie wektor produkcji  $X$ . W tym ostatnim przypadku wygodnie jest przekształcić układ równań do postaci

$$X = L^{-1}Y,$$

co jest zawsze wykonalne, gdyż każda macierz Leontiewa jest nieosobliwa, tzn.  $\det L \neq 0$ .

**Zadanie 9.** Załóżmy, że produkcja danego zakładu może być podzielona na trzy gałęzie. Tablica przepływów międzygałęziowych dla tej produkcji jest przedstawiona w tabeli 1.

**Tab. 1.** Macierz przepływów międzygałęziowych

Numer gałęzi $i \backslash j$	Przepływ $x_{ij}$ z gałęzi $i$ do gałęzi $j$			Produkt końcowy $Y_i$	Produkcja kolejnych gałęzi $X_i$
	1	2	3		
1	120	30	20	30	200
2	40	50	160	50	300
3	0	40	150	60	250

Znany jest wektor popytu  $Y = [130, 200, 110]^T$  wyrażony w tysiącach złotych. Należy wyznaczyć wartości produkcji poszczególnych gałęzi koniecznych do zaspokojenia popytu.

Rozwiązanie:

Najpierw należy wyznaczyć macierz współczynników kosztów, która w tym przypadku ma postać

$$A = \begin{bmatrix} \frac{120}{200} & \frac{30}{300} & \frac{20}{250} \\ \frac{40}{200} & \frac{50}{300} & \frac{160}{250} \\ \frac{0}{200} & \frac{40}{300} & \frac{150}{250} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{1}{10} & \frac{2}{25} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{16}{25} \\ 0 & \frac{2}{15} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}.$$

Następnie tworzymy macierz Leontiewa

$$L = I - A = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{1}{10} & -\frac{2}{25} \\ -\frac{1}{5} & \frac{5}{6} & -\frac{16}{25} \\ 0 & -\frac{2}{15} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}.$$

Macierz odwrotna do macierzy ma postać

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{465}{167} & \frac{95}{167} & \frac{245}{167} \\ \frac{150}{167} & \frac{300}{167} & \frac{510}{167} \\ \frac{50}{167} & \frac{100}{167} & \frac{1175}{334} \end{bmatrix},$$

zatem

$$X = L^{-1}Y = \begin{bmatrix} \frac{465}{167} & \frac{95}{167} & \frac{245}{167} \\ \frac{150}{167} & \frac{300}{167} & \frac{510}{167} \\ \frac{50}{167} & \frac{100}{167} & \frac{1175}{334} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 130 \\ 200 \\ 110 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{106400}{167} \\ \frac{135600}{167} \\ \frac{91125}{167} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 637,126 \\ 811,976 \\ 545,659 \end{bmatrix}.$$

Oznacza to, że w celu zaspokojenia popytu należy ustalić produkcję dla pierwszej gałęzi produkcji na poziomie 637 126 zł, dla drugiej na poziomie 811 976 zł, a dla trzeciej na poziomie 545 659 zł.

Podjęcie decyzji jest podstawowym elementem każdej działalności gospodarczej. Prawie w każdym przypadku przy podejmowaniu decyzji muszą być

spełnione określone warunki. Na przykład przy planowaniu produkcji samochodów należy brać pod uwagę m.in. dostępną ilość stali. Innymi słowy, w każdym przypadku istnieją pewne warunki określające, jakie decyzje mogą być podjęte, tj. jakie decyzje są dopuszczalne. Na ogół jednak przy danych warunkach istnieje wiele decyzji dopuszczalnych. Zrozumiałe jest wtedy dążenie do podjęcia decyzji najlepszej, czyli optymalnej. Wyboru decyzji optymalnej często można dokonać posługując się metodami matematycznymi. Jest to możliwe w przypadku, gdy problem wyboru decyzji optymalnej da się ująć w języku matematycznym. Decyzja optymalna musi spełniać określone kryterium rozstrzygające. Kryterium takim może być koszt, który należy minimalizować. Może nim być również zysk rozumiany np. jako różnica między wartością wytworzonych produktów a kosztami ich wytworzenia. W tym przypadku decyzją optymalną byłaby decyzja o podjęciu produkcji takich ilości produktów, przy których zysk jest największy. Tak więc na zbiorze decyzji dopuszczalnych musi być określona pewna funkcja, którą należy maksymalizować lub minimalizować w tym zbiorze. Zagadnienie optymalizacji asortymentu produkcji dla maksymalizacji zysku jest jednym z często występujących problemów decyzyjnych, które można rozwiązać przy wykorzystaniu techniki *programowania liniowego*. Wynikiem działania jest maksymalizacja funkcji celu, to znaczy maksymalizacja osiągniętego zysku. Warunkiem koniecznym jest jednak, aby zarówno funkcja celu, jak i warunki ograniczające były liniowe i ciągłe<sup>27</sup>.

Programowanie liniowe jest jedną z metod badań operacyjnych, której stosowanie może w znacznym stopniu ułatwić podejmowanie wielu decyzji ekonomicznych. Budując model matematyczny interesującego nas problemu decyzyjnego, zadajemy sobie pytanie o cel, jaki chcemy osiągnąć, ustalamy, jakimi dysponujemy środkami do osiągnięcia celu oraz jakie występują ograniczenia. Cel zapisujemy w postaci funkcji matematycznej, która różnym wartościom zmiennych decyzyjnych przyporządkowuje liczby mierzące stopień osiągnięcia celu. Ze względu na to, czy chcemy uzyskać jak największą korzyść czy też ponieść jak najmniejszą stratę, będziemy odpowiednio maksymalizować lub minimalizować jej wartość. Zmienne decyzyjne spełniają układ warunków ograniczających, które nazywamy decyzjami dopuszczalnymi. Decyzję dopuszczalną, dla której funkcja celu przyjmuje odpowiednio wartość minimalną lub maksymalną, nazywamy *decyzją optymalną*<sup>28</sup>.

Rozważmy proces, w którym zmiennymi są  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Zmienne te nazywamy *zmiennymi decyzyjnymi*. Z procesem tym związana jest funkcja Z:

---

27 W. Grabowski, *Programowanie matematyczne*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1982, s. 51-58.

28 T. Czechowski, *Wprowadzenie do zastosowań matematyki w ekonomii*, PWN, Warszawa 1979, s. 229-231.

$$Z(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n,$$

gdzie  $c_j$  dla  $j = 1, 2, \dots, n$  są znanymi współczynnikami. Funkcję  $Z$  nazywamy funkcją celu<sup>29</sup>. Proces poddany jest  $m$  ograniczeniom, które zapisujemy w postaci:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m, \end{cases}$$

gdzie  $a_{ij}$  oraz  $b_i$  dla  $i = 1, 2, \dots, m$  oraz  $j = 1, 2, \dots, n$  są znanymi współczynnikami. Dopuszczamy jedynie nieujemne wartości  $x_j$ , czyli  $x_j \geq 0$  dla  $j = 1, 2, \dots, n$ . Zakładamy również, że prawe strony są nieujemne, tzn.  $b_i \geq 0$  dla  $i = 1, 2, \dots, m$ . Zadanie polega na maksymalizacji lub minimalizacji funkcji  $Z$  spełniającej powyższe ograniczenia. Tak sformułowane zagadnienie nazywa się problemem optymalizacji liniowej lub zadaniem programowania liniowego przedstawionym w postaci standardowej. Zauważmy, że taki sposób sformułowania zawiera także problem minimalizacji, gdyż pomnożenie funkcji celu przez  $(-1)$  zmienia maksymalizację na minimalizację<sup>30</sup>.

Zadanie programowania liniowego możemy również przedstawić wektorowo. Klasyczna postać ZPL w zapisie wektorowym wygląda następująco:

$$\begin{aligned} cx &\rightarrow \max, \\ Ax &\leq b, \\ x &\geq 0, \end{aligned}$$

gdzie

•  $c = [c_1, c_2, \dots, c_n]$  jest wektorem wierszowym współczynników funkcji celu,

•  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  jest wektorem kolumnowym zmiennych decyzyjnych,

•  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$  oznacza macierz współczynników ograniczających,

<sup>29</sup> E. Majchrzak (red.), *Badania operacyjne*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2007, s. 7-9.

<sup>30</sup> Ibidem, s. 52.

$$\bullet \ b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \text{ oznacza wektor kolumnowy wyrazów wolnych.}$$

Jeżeli zadanie programowania liniowego polega na wyznaczeniu optymalnego rozwiązania zagadnienia, w którym występują tylko dwie zmienne decyzyjne, tzn. funkcja celu jest funkcją dwóch zmiennych, może być ono rozwiązane metodą graficzną i nie wymaga znajomości teorii równań liniowych. W przypadku większej ilości zmiennych decyzyjnych najczęściej stosuje się metodę sympleks.

Metoda sympleks opracowana przez G. B. Dantziga w 1949 roku jest uniwersalną metodą znajdowania optymalnych rozwiązań zadań programowania liniowego. Metoda ta polega na iteracyjnym rozpatrywaniu ciągu sąsiednich rozwiązań bazowych. Doboru bazy sąsiedniej dokonujemy w taki sposób, aby otrzymane nowe rozwiązanie bazowe nie było gorsze od rozwiązania poprzedniego. Poszukiwań tych dokonuje się poprzez wielokrotne wykorzystanie tablicy sympleksowej, będącej pewną modyfikacją zapisu macierzowego zagadnienia.

Zbiór warunków ograniczających należy przedstawić w formie równań przez dodanie do każdej nierówności zmiennej bilansującej. Nowych zmiennych w zadaniu będzie zatem tyle, ile jest warunków ograniczających. Punkt wyjścia stanowi postać bazowa problemu i związane z nią pierwsze dopuszczalne rozwiązanie bazowe. Na początku sprawdza się, czy jest to rozwiązanie optymalne. Jeśli nie jest, przechodzi się do tzw. bazy sąsiedniej, która różni się tylko jedną zmienną (jednym wektorem) w stosunku do poprzedniej bazy. Takie przejście wymaga określenia zmiennej opuszczającej poprzednią bazę i zmiennej wchodzącej do nowej bazy. Następnie należy utworzyć postać bazową w nowej bazie, znaleźć w niej dopuszczalne rozwiązanie bazowe i ocenić, czy jest ono optymalne. W nowej bazie funkcja celu będzie większa lub równa wartości uzyskanej w bazie poprzedniej (w przypadku maksimum), czyli przejście z rozpatrywanej bazy do następnej jest związane z poprawą rozwiązania. Postępowanie powtarza się do momentu znalezienia optymalnego rozwiązania problemu<sup>31</sup>.

Przy pomocy metod programowania liniowego, dzięki znajomości metod i technik obliczeniowych algebry liniowej możliwe jest więc rozwiązanie wielu decyzyjnych problemów ekonomicznych. Należą do nich m.in.

- zagadnienie diety optymalnej, tzn. dobór takich ilości produktów żywnościowych, aby dostarczyć organizmom (ludziom, zwierzętom hodowlanym, roślinom uprawnym) niezbędnej ilości składników odżywczych; należy przy

---

31 H. Kryński, *Matematyka wyższa z elementami zastosowań w ekonomii*, op. cit., s. 301-302.

tym ustalić, jakie ilości produktów żywnościowych należy zakupić, aby koszt zakupu był możliwie najmniejszy;<sup>32</sup>

- ustalenie optymalnego planu produkcji, tzn. analiza nakładów surowców potrzebnych do wyprodukowania jednostki każdego z typów wyrobów, zasobów surowców oraz zysków jednostkowych, na podstawie której wyznacza się plan produkcji zapewniający maksymalny zysk;<sup>33</sup>
- zagadnienie transportowe, tzn. stworzenie optymalnego planu przewozów; zakłada się, że jednorodny towar w różnych ilościach znajduje się u różnych dostawców, przy czym różni odbiorcy mogą mieć różne zapotrzebowania na ilość towaru; jeżeli ilość towaru u wszystkich dostawców jest nie mniejsza niż łączne zapotrzebowanie wszystkich odbiorców, to możliwe jest opracowanie optymalnego planu przewozów, uwzględniającego różne koszty transportu od dostawców do odbiorców, który zapewni najmniejszy koszt<sup>34</sup>.

## Podsumowanie

Analiza wybranych zagadnień ekonomicznych, w których wykorzystywany jest aparat matematyczny oraz poznanie obecnych kierunków rozwoju myśli ekonomicznej nie pozostawia złudzeń: współczesna ekonomia nie poradzi sobie bez matematyki. Istnieją wprawdzie poważne obawy wśród ekonomistów, że tendencja do „przekładania” wszelkich ekonomicznych koncepcji na język matematyki musi pociągnąć za sobą inną tendencję: postępującą eliminację z obszaru ekonomicznych rozważań tych ważnych, choć „kłopotliwych” zjawisk i pojęć, które nie dają się łatwo „przetłumaczyć” na język matematyki, gdyż bywa on czasami nieporęczny dla ekonomistów. To z kolei oznaczałoby, w perspektywie jej przyszłego rozwoju, nieuchronne oddalanie się ekonomii od rzeczywistości gospodarczej.<sup>35</sup>

Ekonomia upodabnia się coraz bardziej do matematyki pod względem metody rozumowania. Jednak czym innym jest uprawianie ekonomii na wzór matematyki, a czym innym używanie języka matematycznego do opisu zjawisk i wykorzystywanie narzędzi matematycznych do rozwiązywania zagadnień ekonomicznych. Pewnej tendencji nie da się już zatrzymać. We współczesnej ekonomii dominuje formalistyczno-matematyczne podejście teoretyczne. Sformalizowana, abstrakcyjna teoria i matematyczny opis zjawisk służą prestiżowi ekonomii. Wydaje się, że dzięki matematyce i podejściu ilościowemu ekonomia staje się wolna od ideologii, bardziej naukowa, bliższa statusowi nauk przyrodniczych. Równocześnie postę-

---

32 J.Banaś, *Podstawy matematyki dla ekonomistów*, op.cit., s. 120-121.

33 Ibidem, s. 123-125.

34 Z.Czerwiński, *Matematyka na usługach ekonomii*, PWN, Warszawa 1984, s. 61-65.

35 P. Leszek, *Matematyka: język fizyki w dobrej służbie ekonomii?*, „Studia Ekonomiczne, Economic Studies”, Nr 1 (LXXVI) 2013, s.133-146.

pująca matematyzacja ekonomii znacząco wpływa na rozwój nowych działów matematyki, takich jak teoria gier, ekonometria lub matematyka aktuarialna, ale również powoduje ewolucję działów istniejących od dawna. I chociaż matematyczne teorie nie zawsze natychmiast znajdują zastosowania, to ekonomia bez modelowania matematycznego niewiele jest w stanie osiągnąć. Można więc powiedzieć, że matematyka ma komfortową pozycję w relacjach z ekonomią: służy rozwojowi ekonomii, ale nadal, jak przystało na królową nauk, może rozwijać się niezależnie.

## **Bibliografia**

1. Banaś J., *Podstawy matematyki dla ekonomistów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2005.
2. Bogdanowicz B., *Ekonomia behawioralna a klasyczny paradygmat ekonomii*, „Folia Pomeranae Universitatis Technologiae Stetinensis”, *Oeconomica* 2014, 313 (76) 3, 23–32.
3. Czechowski T., *Wprowadzenie do zastosowań matematyki w ekonomii*, PWN, Warszawa 1979.
4. Czerwiński Z., *Matematyka na usługach ekonomii*, PWN, Warszawa 1984.
5. Glapiński A., *Meandry historii ekonomii. Między matematyką a poezją*, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie – Oficyna Wydawnicza, Warszawa 2006.
6. Grabowski W., *Programowanie matematyczne*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1982.
7. Kanas S., *Podstawy ekonomii matematycznej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2011.
8. Kryński H., *Matematyka wyższa z elementami zastosowań w ekonomii*, PWN, Warszawa 1977.
9. Leszek P., *Matematyka: język fizyki w dobrej służbie ekonomii?*, „Studia Ekonomiczne, Economic Studies”, Nr 1 (LXXVI) 2013, 133-146.
10. Majchrzak E.(red.), *Badania operacyjne*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2007.
11. Matłoka M., Wojcieszyn B., *Matematyka z elementami zastosowań w ekonomii*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu, Poznań 2008.
12. Olszewski A., Gorazda M., *Wprowadzenie do filozofii ekonomii*, [www.obopoka.org.pl/olszewski/pdf/WprowadzenieDoFilozofiiEkonomii.ppt](http://www.obopoka.org.pl/olszewski/pdf/WprowadzenieDoFilozofiiEkonomii.ppt) (dostęp 17.11.2016).
13. Samuelson P. A., Nordhaus W. D., *Ekonomia 1*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.



14. Sokołowska D., Dębkowska K., *Matematyka dla studiujących nauki ekonomiczne*, Wyższa Szkoła Finansów i Zarządzania w Białymstoku, Białystok 2006.
15. Portal edukacji ekonomicznej, NBP, [https://www.nbportal.pl/wiedza/artykuly/historia-mysli-ekonomicznej/historia\\_ekonomii\\_w\\_pigulce](https://www.nbportal.pl/wiedza/artykuly/historia-mysli-ekonomicznej/historia_ekonomii_w_pigulce) (dostęp 19.11.2016).
16. Portal edukacji ekonomicznej, NBP, [https://www.nbportal.pl/wiedza/artykuly/historia-mysli-ekonomicznej/historia\\_ekonomii\\_6](https://www.nbportal.pl/wiedza/artykuly/historia-mysli-ekonomicznej/historia_ekonomii_6) (dostęp 20.11.2016).
17. Encyklopedia PWN – wersja elektroniczna, <http://encyklopedia.pwn.pl/haslo/chicagowska-szkola-w-ekonomii;3885189.html> (dostęp 20.11.2016).

### Abstract

The paper attempts to define the role of mathematics in economics. A broad historical context of the development of economic thought and some basic rules for the use of mathematical interpretation of economic phenomena has been described. The most important examples of mathematical modeling in economics has also been presented.

**Keywords:** economics, mathematical modeling, derivative in economics, integral in economics, linear algebra in economics.

*Izolda Gorgol\**, *Ewa Łazuka\*\**

## **Matematyka w naukach społecznych**

### **Streszczenie**

W artykule naświetlimy pokrótce, jak można użyć języka teorii grafów do opisu zależności społecznych, a także jak wykorzystując narzędzia tej teorii można odkrywać ukryte powiązania.

**Słowa kluczowe:** sieci społecznościowe, grafowe modele sieci.

### **Wprowadzenie**

„Matematyka jest drzwiami i kluczem do nauki.” Ta znana myśl średniowiecznego filozofa angielskiego Rogera Bacona wskazuje matematykę jako konieczną do naukowego opisu świata. O ile nikt nie podważa niezbędności matematyki w naukach ścisłych, technicznych lub ekonomicznych, o tyle nie wszyscy zdają sobie sprawę, jak bardzo jest ona wykorzystywana w psychologii, socjologii, demografii, czy choćby lingwistyce. A nawet jeśli wkład matematyki w rozwój tych dziedzin nauki jest uznawany, to na ogół przywołuje się statystykę matematyczną jako główne narzędzie służące do opisu zjawisk. Nie odbierając statystyce należnego jej miejsca, pragniemy zaprezentować inne narzędzie, również częściowo powiązane z rachunkiem prawdopodobieństwa, służące do badań zależności społecznych.

---

\* Katedra Matematyki Stosowanej, Wydział Podstaw Techniki, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 38, 20-618 Lublin, i.gorgol@pollub.pl.

\*\* Katedra Matematyki Stosowanej, Wydział Podstaw Techniki, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 38, 20-618 Lublin, e.lazuka@pollub.pl.

## 1. Sieć społecznościowa a graf

W artykule przedstawimy matematyczne podejście do sieci społecznościowych. Dzisiaj, gdy usłyszymy pojęcie „sieć społecznościowa”, większość myśli o najbardziej znanej obecnie marce, jaką jest Facebook. Należy jednak zwrócić uwagę, że jest to tylko jeden z ogromnego spektrum przykładów sieci społecznościowych. Każdy układ znajomości między ludźmi może być traktowany jako taka sieć. Znajomości między uczniami w szkole, kontakty zawodowe między pracownikami w pewnej instytucji, współautorstwo prac naukowych itp. tworzą zależności, które rozumiemy jako sieci społecznościowe. Należy tu zwrócić uwagę, że własności takiej sieci będą zależać od jej rozmiaru. Rozpatrując na przykład kontakty zawodowe między pracownikami, inaczej będą one wyglądały w małej firmie zatrudniającej niewielu pracowników, a inaczej w międzynarodowej korporacji. Podobnie w małej wiejskiej szkole każdy uczeń zna każdego lub prawie każdego, natomiast w dużym zespole szkół, do którego uczęszcza ponad tysiąc uczniów, osobiste znajomości ograniczają się często do własnej klasy.

Bardzo użytecznym narzędziem służącym do modelowania takich sytuacji rzeczywistych jest graf. Matematycznie graf jest obiektem abstrakcyjnym będącym parą uporządkowaną złożoną z dwóch zbiorów  $G = (V, E)$ , gdzie zbiór  $V$  odpowiada zbiorowi obiektów (w powyższych przykładach uczniów, pracowników, naukowców), zaś zbiór  $E$  obrazuje relacje między nimi (znajomość, kontakt służbowy, wspólnie napisana praca naukowa). Ponieważ relacje międzyludzkie są złożone, to i ich odwzorowanie może być różne. W zależności od tego, z jakimi relacjami mamy do czynienia lub jak dokładnie chcemy je odwzorować, wyróżniamy różne typy grafów. Omówimy tu pokrótce trzy najczęściej występujące w opisie sieci społecznościowych. Najprostszym modelem jest *graf nieskierowany*. Zakładamy tu, że relacja między dwoma obiektami jest symetryczna, to znaczy na przykład, że jeśli osoba  $A$  zna osobę  $B$ , to osoba  $B$  zna osobę  $A$ . W takim przypadku taką relację wyrażamy jako dwuelementowy podzbiór zbioru wierzchołków  $\{A, B\}$ , zaś zbiór  $E$  nazywamy zbiorem krawędzi grafu. Mówimy, że krawędź  $\{A, B\}$  ma końce  $A$  i  $B$  lub że jest *incydentna* z wierzchołkami  $A$  i  $B$ . O wierzchołkach  $A$  i  $B$  mówimy, że są *sąsiednie*. Taki model będzie wystarczający do opisu współautorstwa prac naukowych.

Niestety założenie, że jeśli osoba  $A$  zna osobę  $B$ , to osoba  $B$  zna osobę  $A$  nie zawsze jest prawdziwe. Powołując się na przykład szkolny, w każdej szkole są uczniowie, którzy są bardziej znani i tu przez pojęcie „znani” rozumiemy w taki sposób, że inny członek społeczności uczniowskiej potrafi skojarzyć osobę z jej imieniem i nazwiskiem. Ta cecha ucznia może wynikać z różnych przyczyn. Może on na przykład odnosić sukcesy na polu naukowym lub sportowym i być z tego powodu wyróżnianym, lub wręcz przeciwnie, może sprawiać trudności wychowawcze i być znanym ze swoich wybryków. Dość, że jego znają prawie wszyscy,

a on sam potrafi rozpoznać z imienia i nazwiska znacznie mniejszą liczbę osób. Taki rodzaj znajomości zobrazujemy przy użyciu *krawędzi skierowanej*, inaczej nazywanej *łukiem*, będącej uporządkowaną parą obiektów  $(A,B)$ , gdzie umawiamy się, że osoba  $A$  zna osobę  $B$  ( $A$  jest początkiem, a  $B$  końcem łuku). Gdy znajomość jest obustronna w grafie skierowanym znajdują się dwa łuki:  $(A,B)$  i  $(B,A)$ . Graf, w którym występują krawędzie skierowane, nazywamy *grafem skierowanym*.

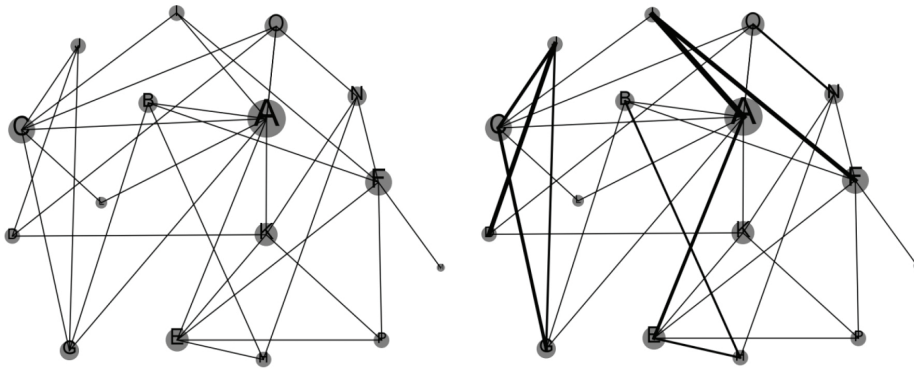
Innym aspektem zastosowania grafów nieskierowanych i skierowanych jest stopień ogólności, na jakim chcemy odwzorować sytuację rzeczywistą. Dla przykładu, aby przekazać informację, że w badanej firmie osoba na stanowisku  $s_1$  utrzymuje kontakty służbowe z osobą na stanowisku  $s_2$ , wystarczy graf nieskierowany. Jeśli natomiast chcemy dodatkowo wiedzieć, która z osób jest częściej inicjatorem tych kontaktów (inicjuje połączenia telefoniczne, bądź wysyła e-maile), koniecznym będzie użycie grafu skierowanego.

Kolejną cechą, którą możemy chcieć uwzględnić w analizie jest siła relacji. Jeżeli z naszego punktu widzenia istotne jest, czy znajomość jest jedynie zdawkowa, a kontakty służbowe okazjonalne, czy wręcz przeciwnie, musimy użyć *grafu ważonego*. W takim grafie (nieskierowanym lub skierowanym) z każdą krawędzią (łukiem) skojarzona jest pewna liczba opisująca siłę znajomości. Może to być liczba spotkań pomiędzy osobami  $A$  i  $B$ , liczba rozmów telefonicznych lub e-maili wymienionych pomiędzy osobami pracującymi na stanowiskach  $s_1$  i  $s_2$  lub jakakolwiek inna, wybrana przez nas miara siły relacji. Liczbę tę nazywamy *wagą krawędzi* (łuku). Mówimy wtedy, że na zbiorze krawędzi  $E$  określona jest funkcja wagowa  $w$ , a trójkę  $(V,E,w)$  nazywamy *grafem ważonym*.

Dodajmy w tym miejscu, że w literaturze, szczególnie niematematycznej, pojęcia *graf* używa się wymiennie z pojęciem *sieć*. Nie wdając się tu w szczegóły terminologiczne, w niniejszym opracowaniu również przyjęto tę konwencję. Ponadto, chociaż kładziemy tu nacisk na zastosowania społeczne grafów, to w istocie służą one do modelowania wielu innych zjawisk z życia codziennego. Sieć połączeń kolejowych, drogowych czy lotniczych, zależności między łańcuchami pokarmowymi w danym środowisku, czy nawet system przekazywania sygnałów pomiędzy neuronami to tylko niektóre z nich. Nie dziwi zatem, że modele te cieszą się tak wielkim zainteresowaniem, nie tylko matematyków.

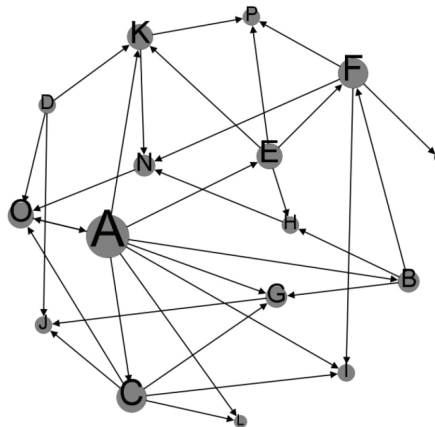
Na wstępie wspomnieliśmy, że w matematyce graf jest pojęciem abstrakcyjnym i z tego punktu widzenia podanie zbioru wierzchołków, krawędzi lub łuków i ewentualnie funkcji wagowej jest wystarczające do określenia grafu. Najczęściej chcemy jednak graf „zobaczyć” i w tym celu wykonujemy rysunek grafu. Na takim rysunku wierzchołkom odpowiadają punkty na płaszczyźnie, zaś krawędziom odcinki (linie) łączące punkty będące wierzchołkami końcowymi krawędzi. W przypadku grafów skierowanych przy końcu łuku znajduje się strzałka wskazująca kierunek obrazowanej relacji. Dodatkowo siłę relacji (wagę krawędzi) można zilustrować grubością linii. Często również, szczególnie w wizualizacji sieci

społecznościowych, obrazuje się również „ważność” danego obiektu w sieci. Ta „ważność” wyraża się najczęściej liczbą relacji, w których dany obiekt uczestniczy (liczba kolegów, współautorów itp.). Jest to liczba krawędzi (łuków) incydentnych z danym wierzchołkiem  $v$ , która nazywamy *stopniem wierzchołka* i oznaczamy  $d(v)$ . W grafach skierowanych mówimy również o stopniu wejściowym i wyjściowym. Na rysunku grafu możemy zwizualizować stopień wierzchołka jego wielkością. Rysunek 1 ilustruje wszystkie wprowadzone dotąd pojęcia.



(a) nieskierowany

(b) nieskierowany ważony

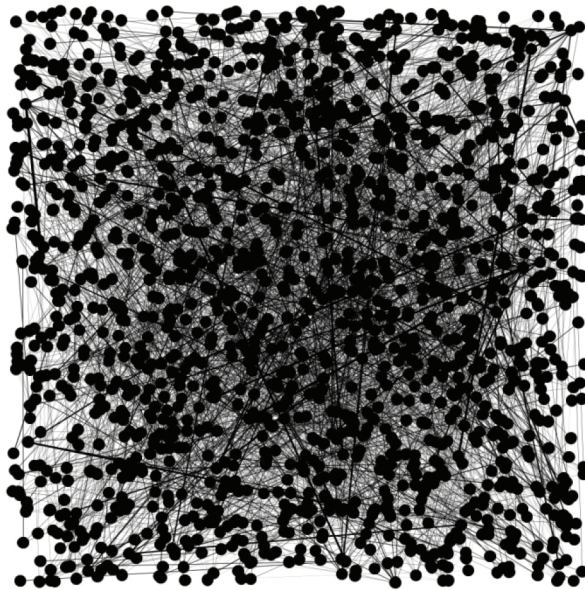


(c) skierowany

Rys. 1. Przykłady grafów

Należy tutaj zauważyć, że rysunek grafu nie zawsze oddaje jego strukturę. W trakcie swoich badań nad sieciami złożonymi Newman<sup>1</sup> zgromadził w 2006 roku informacje o współautorstwie prac dotyczących tego tematu. Informacje te zorganizowane są w formie nieskierowanego grafu ważonego i dostępne na stronie internetowej<sup>2</sup>. Wierzchołkami grafu są naukowcy publikujący artykuły naukowe o sieciach złożonych, krawędź pomiędzy wierzchołkami występuje wtedy i tylko wtedy, gdy dwaj naukowcy są współautorami co najmniej jednego artykułu dotyczącego tej tematyki, a waga krawędzi jest przeskalowaną liczbą wspólnych artykułów. Graf ten oznaczmy przez  $S$ . Zawiera on 1589 wierzchołków i 2742 krawędzi. Jedną z możliwych wizualizacji tego grafu przedstawia rysunek 2.

Nietrudno zatem zrozumieć, że jednym z ważnych zadań stojących przed matematykami i informatykami jest opracowanie takich algorytmów, które z tego gąszczu informacji potrafiłyby wydobyć strukturę dobrze odzwierciedlającą rzeczywistość.



**Rys. 2.** Jeden z rysunków grafu  $S$  opisującego współautorstwo prac naukowych

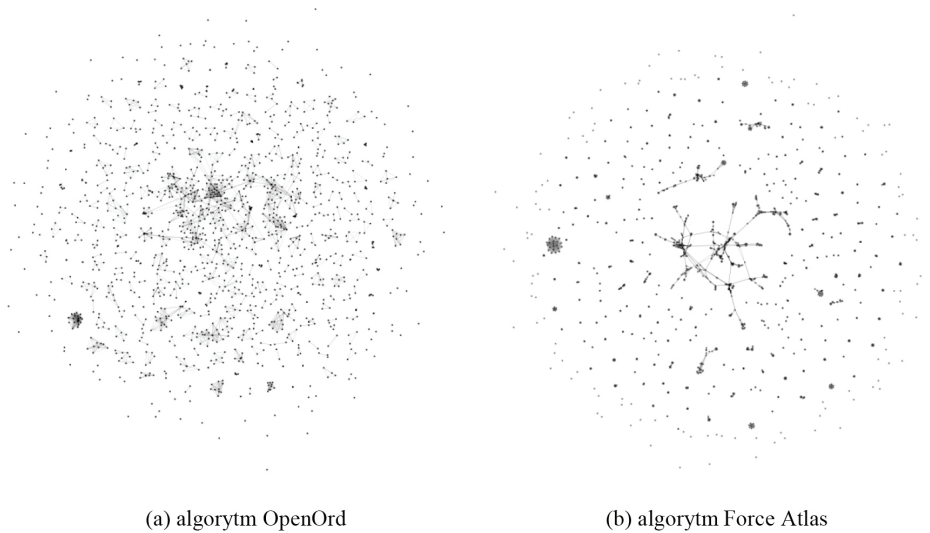
Rysunek 3 pokazuje, że jest to możliwe. Znajdują się na nim dwie inne ilustracje grafu  $S$  opisującego współautorstwo prac naukowych, wykonane przy

---

<sup>1</sup> M. E. J. Newman, *The Structure and Function of Complex Networks*, "SIAM REVIEW", Vol. 45, No. 2, 167-256.

<sup>2</sup> [http://nexus.igraph.org/api/dataset\\_info](http://nexus.igraph.org/api/dataset_info) (Dostęp w dniu 21.11.2016).

użyciu algorytmów OpenOrd i Force Atlas. Oba te algorytmy mają na celu takie opracowanie układu grafu na płaszczyźnie, aby jak najlepiej oddać jego strukturę, a w szczególności wyodrębnić występujące w nim zbiorowości. Na rysunku 3 wyraźnie widać, że większość autorów pracuje samodzielnie lub w bardzo nielicznych zespołach, niektórzy zaś tworzą w większych grupach. Wprowadźmy kolejne pojęcia z teorii grafów opisujące te sytuacje.



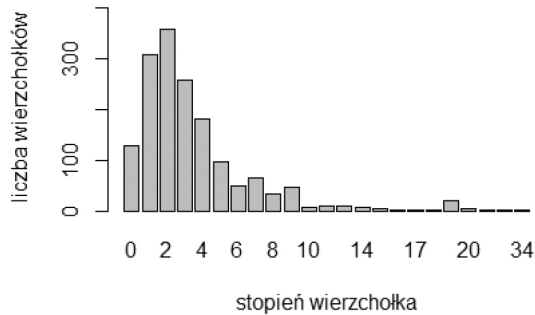
**Rys. 3.** Dwa inne rysunki grafu  $S$  opisującego współautorstwo prac naukowych

Mówimy, że naprzemienny ciąg wierzchołków i krawędzi  $v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, \dots, v_{n-1}, e_{n-1}, v_n$  tworzy *ścieżkę* w grafie, jeśli wierzchołki są parami różne i każde dwa kolejne wierzchołki, dla  $i = 1, 2, \dots, n-1$  są połączone krawędzią, tzn.  $e_i = \{v_i, v_{i+1}\}$ . Jeżeli między dowolnymi dwoma wierzchołkami w grafie możemy poprowadzić ścieżkę, to graf nazywamy *spójnym*. Łatwo zauważyć, że graf  $S$  nie jest spójny. Zawiera jednak mniejsze podgrafy, które wykazują cechy spójności. Maksymalny ze względu na relację zawierania spójny podgraf danego grafu, nazywamy *składową spójności*. Graf  $S$  składa się z 396 składowych spójności. Oznacza to, że wszyscy spośród 1589 naukowców opublikowali artykuły dotyczące sieci złożonych, pracując w 396 niezależnych od siebie grupach.

Analizując dalej, można stwierdzić, że 128 z tych grup były grupami najmniej licznymi – jednoosobowymi, czyli dani autorzy opublikowali artykuły samodzielnie. Wierzchołki o stopniu 0 w grafie nazywamy *wierzchołkami izolowanymi*. Z drugiej strony graf  $S$  posiada składową spójności, która ma 379 wierzchołków i 914 krawędzi. Analizując ponadto rozkład stopni wierzchołków grafu  $S$  na rysunku 4,



widać wyraźnie, że większość naukowców ma jednego lub dwóch współautorów, a rekordzista ma ich trzydziestu czterech (jest to wierzchołek odpowiadający A.-L. Barabásiemu, o którym będzie mowa w dalszej części tekstu). Uwagę zwraca również stosunkowo duża liczba wierzchołków o stopniu 19. Odpowiada ona zwartej grupie wierzchołków widocznej po lewej stronie na rysunkach 3a i 3b. Grupa ta jest zaprezentowana również na rysunku 5a.



Rys. 4. Rozkład stopni wierzchołków grafu S

Kolejną cechą, na którą należy zwrócić uwagę badając sieć społeczną, jest jej gęstość, która mówi, na ile silna jest wzajemna zależność poszczególnych elementów. Wyraża ona stosunek liczby połączeń występujących w sieci do liczby wszystkich potencjalnie możliwych połączeń. Graf, w którym występują wszystkie możliwe połączenia, nazywamy *grafem pełnym*. Mówiąc zatem inaczej, gęstość grafu jest to stosunek liczby krawędzi występujących w grafie do liczby krawędzi grafu pełnego. Łatwo policzyć, że w grafie pełnym o  $n$  wierzchołkach jest  $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$  krawędzi. Jeśli zatem oznaczmy przez  $e(G)$  liczbę krawędzi

w grafie  $G$ , przez  $v(G)$  liczbę jego wierzchołków, zaś przez  $D(G)$  jego gęstość, to możemy formalnie zapisać

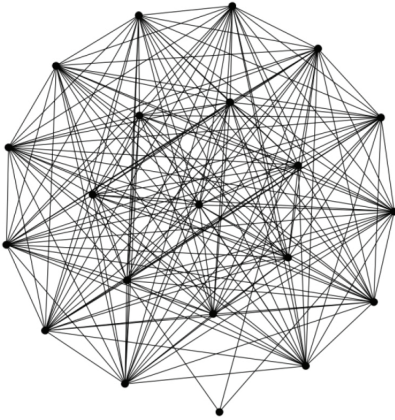
$$D(G) = \frac{e(G)}{\binom{v(G)}{2}}.$$

Już ten parametr pozwala nam odróżnić sieci, w których zależności są raczej luźne, od tych, w których występujące zależności są silne. Rysunek 5 prezentuje dwie składowe grafu S: najgęstszą  $S_1$  i największą  $S_2$ . Wiedząc, że  $D(S_1) = 0.919$ , nawet nie widząc rysunku, wnioskujemy, że graf  $S_1$  jest prawie grafem pełnym, tzn.



ma stosunkowo dużo krawędzi. Natomiast fakt, że  $D(S_2) = 0.002$  świadczy o tym, że graf  $S_2$  nie zawiera zbyt wielu krawędzi. Podobna informacja jak gęstość wyraża również *średni stopień wierzchołka* będący średnią arytmetyczną wszystkich stopni wierzchołków

$$d_s = \frac{\sum_{v \in V(G)} d(v)}{v(G)}.$$

(a) najgęstsza składowa  $S_1$ (b) największa składowa  $S_2$ Rys. 5. Dwie składowe z grafu  $S$ 

## 2. Parametry sieci

Przybliżymy tu kolejne parametry charakteryzujące sieć i występujące w niej wierzchołki. Z konieczności będą to tylko niektóre z nich i dotyczyć będą sieci nieskierowanych.

Dla każdego z omawianych parametrów istnieją też wersje dla grafów skierowanych i ważonych<sup>3</sup>. Mówiliśmy już o ścieżkach łączących dwa wierzchołki w sieci przy okazji definiowania spójności grafu. Liczbę krawędzi w ścieżce nazywamy *długością ścieżki*, a długość najkrótszej ścieżki łączącej wierzchołki  $v$  i  $w$  *odległością*

<sup>3</sup> A. Fronczak, P. Fronczak, *Świat sieci złożonych od fizyki do Internetu*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.

tych wierzchołków oznaczaną przez  $d(v, w)$ . Gdy graf jest niespójny, a wierzchołki  $v$  i  $w$  leżą w różnych składowych, przyjmujemy, że  $d(v, w) = \infty$ . A zatem odległość dwóch wierzchołków to minimalna liczba krawędzi, którą musimy pokonać, aby przemieścić się od jednego wierzchołka do drugiego. To „przemieszczanie” możemy interpretować jako przekazywanie wiadomości pomiędzy członkami badanej społeczności. Z kolei *średnica* grafu spójnego  $l$  to największa spośród wszystkich odległości pomiędzy wierzchołkami, czyli

$$l = \max_{v, w \in V(G)} d(v, w).$$

Świadczy ona o rozległości sieci. Rozważamy również *średnią długość ścieżki*

$$l_s = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{v \neq w} d(v, w),$$

czyli stosunek sumy długości wszystkich ścieżek w grafie do ich liczby. Mówi ona, jaką odległość musi średnio pokonać informacja, aby zostać przekazana między dwoma wierzchołkami. Dla danego wierzchołka  $v$  jego *ekscentrycznością*  $ex(v)$  nazywamy największą odległość, jaką możemy pokonać wyruszając z wierzchołka  $v$ , czyli

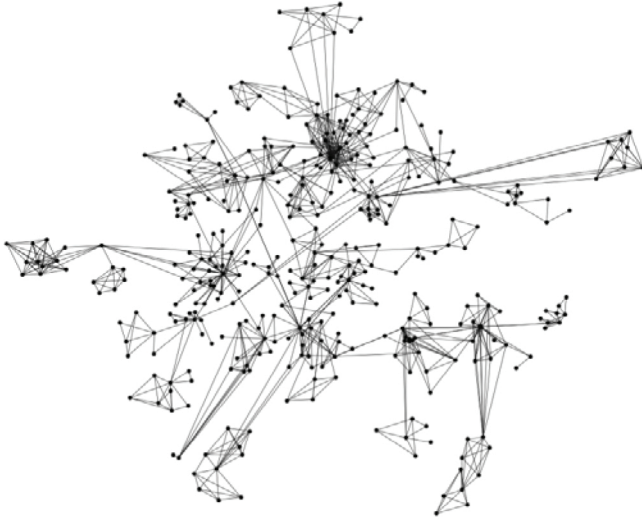
$$ex(v) = \max_{w \in V(G)} d(v, w).$$

Wierzchołki o najmniejszej ekscentryczności nazywamy *centrum* grafu. Już same nazwy wskazują, że wierzchołki będące w centrum grafu są bardzo dobrym wyborem, jeśli chodzi o przekazywanie informacji, gdyż leżą stosunkowo najbliżej pozostałych wierzchołków w grafie. Można na przykład przyjąć, że plotka powstała w jednym z takich wierzchołków rozejdzie się po sieci szybciej niż gdyby jej źródłem był jeden z wierzchołków *peryferyjnych*, czyli o największej ekscentryczności. Szczególnie ważnym parametrem w odniesieniu do sieci społecznościowych jest *współczynnik gronowania* (*grupowania*). Zauważono bowiem, że nawiązywanie kontaktów wśród ludzi często odbywa się za pośrednictwem osób trzecich. Dużo bardziej prawdopodobne jest, że dwie nieznające się osoby  $A$  i  $B$  nawiążą znajomość, gdy obie znają osobę  $C$ , niż gdyby wspólnego znajomego nie miały. Mogą zostać sobie bezpośrednio przedstawione przez  $C$ , ale również wystarczy, aby uczestniczyły w tym samym przyjęciu czy wyjeździe integracyjnym organizowanym przez  $C$ . W ten sposób osoba  $C$  bezpośrednio lub pośrednio przyczynia się do nawiązywania kontaktów pomiędzy swoimi znajomymi. W socjologii znane jest zjawisko upodobania do podobieństwa – znamy przecież powiedzenie „przyjaciół mojego przyjaciela jest moim przyjacielem”. Na ile ten wpływ jest istotny, mówi właśnie współczynnik gronowania. Jest to stosunek liczby krawędzi występujących pomiędzy sąsiadami danego wierzchołka do liczby wszystkich możliwych krawędzi pomiędzy tymi sąsiadami. Formalnie

$$c(v) = \frac{q(v)}{\binom{d(v)}{2}},$$

gdzie  $q(v)$  jest liczbą krawędzi występujących pomiędzy sąsiadami wierzchołka  $v$ . Im wyższy wskaźnik, tym ten wpływ jest większy. Można go również interpretować jako prawdopodobieństwo tego, że sąsiedzi wierzchołka  $v$  są również sąsiadami. Współczynnik gronowania całej sieci jest średnią arytmetyczną współczynników gronowania poszczególnych wierzchołków,

$$C(G) = \frac{1}{v(G)} \sum_{v \in V(G)} c(v).$$



Rys. 6. Graf  $S_2$

Na rysunku 6 łatwo zauważymy, że największa składowa  $S_2$  sieci współpracy naukowców  $S$  składa się ze stosunkowo luźno powiązanych dość gęstych grup, będących często grafami pełnymi. Współczynnik gronowania tej sieci jest równy 0.798 i okazuje się, że wiele przebadanych sieci rzeczywistych ma podobny współczynnik gronowania. Na koniec dodajmy, że istnieją również inne definicje współczynnika gronowania, które nie są równoważne przytoczonej tutaj. Należy zatem zawsze zwrócić uwagę na definicję, gdy mowa jest o współczynniku gronowania (grupowania).

### 3. Modele sieci

Jak już wspomnieliśmy, wiele zależności społecznych można modelować przy użyciu grafu. Oprócz opisu statycznych własności grafu, bardzo interesujący jest też proces jego tworzenia się. Powstało wiele modeli sieci tak statycznych, jak i ewoluujących, tzn. takich, w których zbiór wierzchołków nie jest stały, a zmienia się w czasie. Poniżej przedstawimy krótki przegląd najbardziej znanych modeli tego typu sieci. Bardziej szczegółowe informacje można znaleźć w artykule<sup>4</sup> lub pozycji w języku polskim<sup>5</sup>.

#### 3.1. Model Erdősa-Rényiego

Model ten, choć nie jest stosowany do modelowania sieci społecznych, jest zawsze przytaczany, gdy jest mowa o grafowych modelach sieci. Jest to spowodowane tym, że to właśnie ta dwójka znakomitych matematyków węgierskich zaproponowała w serii prac<sup>6, 7, 8</sup> zupełnie nowatorskie podejście do tego tematu. Ich pomysł polegał na połączeniu dwóch rozwijających się zupełnie niezależnie gałęzi matematyki: teorii grafów i rachunku prawdopodobieństwa. Założyli oni mianowicie, że duże sieci zachowują się w sposób losowy, to znaczy nawiązanie połączenia między wierzchołkami w dużej mierze podlega przypadkowi. Przy takim podejściu opracowali model, który opiszemy poniżej. Model ten jest statyczny w tym rozumieniu, że zbiór wierzchołków jest stały, zmieniać się natomiast może zbiór krawędzi. W uproszczeniu zakładamy, że mamy dany ustalony zbiór  $V$  złożony z  $n$  wierzchołków. Spośród wszystkich grafów o zbiorze wierzchołków  $V$  rozważamy rodzinę grafów  $G_{n,m}$ , które mają dokładnie  $m$  krawędzi. Łatwo zauważyć, że takich grafów jest  $\binom{\binom{n}{2}}{m}$ , gdyż spośród wszystkich możliwych  $\binom{n}{2}$  krawędzi wybieramy

dokładnie  $m$ . Każdemu grafowi  $G \in G_{n,m}$  przypisujemy prawdopodobieństwo  $\left(\frac{\binom{n}{2}}{m}\right)^{-1}$ . Równoważnie możemy sobie wyobrazić, że rozpoczynamy od grafu

4 M. E. J. Newman, *The Structure and Function of Complex Networks*, op.cit., s. 167-256.

5 A. Fronczak, P. Fronczak, *Świat sieci złożonych od fizyki do Internetu*, op.cit.

6 P. Erdős and A. Rényi, *On random graphs*, "Publ. Math. Debrecen", 6 (1959), 290-297.

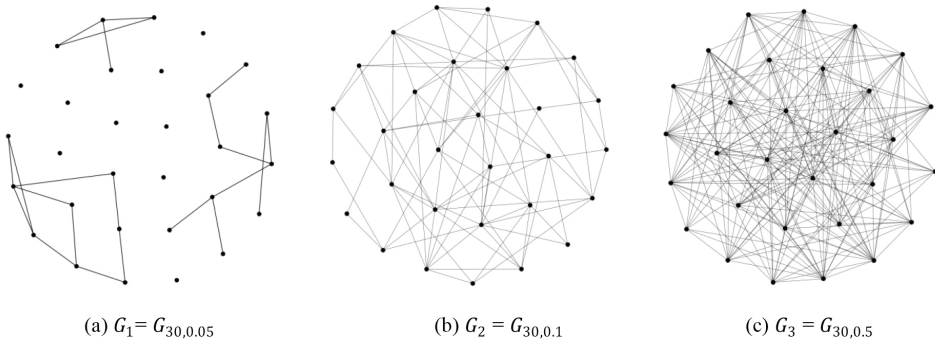
7 P. Erdős and A. Rényi, *On the evolution of random graphs*, "Magyar Tud. Akad. Mat. Kutató Int. Közl.", 5 (1960), 17-61.

8 P. Erdős and A. Rényi, *On the strength of connectedness of a random graph*, "Acta Math. Acad. Sci. Hungar.", 12 (1961), 261-267.

o zbiorze wierzchołków  $V$  niezawierającego żadnej krawędzi i dołączamy dokładnie  $m$  krawędzi w taki sposób, że każdy z możliwych  $\binom{n}{m}$  wyborów jest jednakowo

prawdopodobny. Tak otrzymany graf losowy oznaczamy przez  $G_{n,m}$  i nazywamy *jednostajnym grafem losowym*. Opiszemy teraz inny model grafu losowego, zaproponowany przez Gilberta<sup>9</sup>. Ustalamy  $0 < p < 1$ . Podobnie jak poprzednio rozpoczynamy od grafu o zbiorze wierzchołków  $V$  niezawierającego żadnej krawędzi i dołączamy każdą z możliwych  $\binom{n}{2}$  krawędzi niezależnie z prawdopo-

dobieństwem  $p$ . Tak otrzymany graf losowy oznaczamy przez  $G_{n,p}$  i nazywamy *dwumianowym grafem losowym*, gdyż procedura tworzenia tego grafu odpowiada schematowi Bernoulliego, a prawdopodobieństwo tego, że graf ten ma dokładnie  $m$  krawędzi jest równe prawdopodobieństwu uzyskania dokładnie  $m$  sukcesów w schemacie Bernoulliego.



**Rys. 7.** Realizacje grafu losowego  $G_{30,p}$

Widać, że oba te modele różnią się między sobą, ponieważ w pierwszym z nich znamy dokładną liczbę krawędzi w grafie, zaś w drugim jedynie prawdopodobieństwo wystąpienia pojedynczej krawędzi. Intuicyjnie, znając podstawowe reguły zachodzące w rachunku prawdopodobieństwa, możemy przypuszczać, że oba te modele zachowują się podobnie, jeśli liczba krawędzi  $m$  w  $G_{n,m}$  jest wystarczająco

„blisko” oczekiwanej liczby krawędzi  $Eq = \binom{n}{2}p$  w  $G_{n,p}$ , tzn.

<sup>9</sup> E. N. Gilbert, *Random Graphs*, “Annals of Mathematical Statistics”, 30 (1959), 1141–1144.

$$m = \binom{n}{2} p \approx \frac{n^2 p}{2}$$

lub równoważnie prawdopodobieństwo wystąpienia krawędzi w wynosi

$$p \approx \frac{2m}{n^2}.$$

Szczegóły dotyczące zależności między tymi modelami opisują na przykład A. Frieze i M. Karoński<sup>10</sup>. Tu przyjrzymy się bliżej drugiemu modelowi, gdyż z praktycznego punktu widzenia częściej mamy do czynienia z prawdopodobieństwem nawiązania znajomości niż z sytuacją, w której zakładamy z góry, ile znajomości ma być nawiązanych. Rysunek 7 pokazuje przykładowe realizacje grafów losowych  $G_{30,p}$  dla różnych prawdopodobieństw  $p$ . Z konstrukcji modelu  $G_{n,p}$  dostajemy, że dla grafu nieorientowanego wartość oczekiwana średniego stopnia wierzchołka wynosi

$$Ed_s = \frac{2Eq}{n} = p(n-1) \approx pn,$$

zaś gęstości grafu

$$ED = \frac{2Eq}{n(n-1)} = p.$$

Po przeanalizowaniu procedury konstruowania grafów  $G_{n,p}$  możemy zauważyć, że rozkład stopni wierzchołków jest w tym przypadku rozkładem dwumianowym z parametrami  $n-1$  i  $p$ . Rzeczywiście, prawdopodobieństwo tego, że dowolny wierzchołek ma stopień  $k$  jest równe prawdopodobieństwu uzyskania  $k$  sukcesów w  $n-1$  próbach przy prawdopodobieństwie sukcesu równym  $p$ . Ponieważ spośród  $n$  wierzchołków rozważamy stopień jednego z nich, to zostaje nam  $n-1$  wierzchołków, które możemy połączyć z wybranym wierzchołkiem. Tak więc prawdopodobieństwo to wynosi

$$P(k) = \binom{n-1}{k} p^k (1-p)^{n-1-k}.$$

Jeśli prawdopodobieństwo wystąpienia krawędzi  $p$  w grafie jest małe ( $p \ll 1$ ), to rozkład dwumianowy można przybliżyć rozkładem Poissona

$$P(k) = \frac{e^{-pn} (pn)^k}{k!}.$$

---

10 A. Frieze, M. Karoński, *Introduction to Random Graphs*, Cambridge University Press, Cambridge 2016.

W związku z tym często określa się klasyczne grafy losowe grafami poissonowskimi. Grafy te obecnie nie są stosowane do modelowania rzeczywistych sieci społecznościowych, gdyż posiadają kilka cech, które nie mają odzwierciedlenia w rzeczywistości. Na przykład grafy o bardzo dużej liczbie wierzchołków (a o takich myślimy rozważając sieci rzeczywiste) są w przybliżeniu *regularne*, tzn. stopień każdego wierzchołka jest mniej więcej taki sam. Wynika to z własności rozkładu Bernoulliego, któremu podlegają stopnie wierzchołków. Wariancja wynosi  $\sigma^2 = \frac{p(1-p)}{n-1}$ , a zatem dąży do zera, gdy  $n$  dąży do nieskończoności. Z obserwa-

cji wynika zaś, że w rzeczywistych sieciach społecznościowych nieprawdziwe jest założenie o równym prawdopodobieństwie nawiązania kontaktu dla każdej pary wierzchołków.

### 3.2. Model BA

Wspomnieliśmy w poprzednim podrozdziale, że w rzeczywistości nieprawdziwe jest założenie o równym prawdopodobieństwie nawiązania kontaktu dla każdej pary wierzchołków. Najczęściej bywa tak, że nowe osoby pragną nawiązać kontakt z osobami bardziej znanymi. Widać to wyraźnie na przykład podczas konferencji naukowych, kiedy oblegani są znani profesorowie. To oni wprowadzają nowych członków do swoich zespołów naukowych. Prawdopodobieństwo napisania artykułu z kimś, kto już ma na swoim koncie wiele artykułów na dany temat, jest większe niż z kimś, kto na razie może się pochwalić nielicznym dorobkiem. W sieciach rzeczywistych jest niewielka liczba wierzchołków o dużym stopniu, natomiast duża liczba wierzchołków o niewielkim stopniu. Rozkład stopni wierzchołków o takich właściwościach nazywany jest rozkładem z „tłustym ogonem”. Dla sieci niezorientowanych często ma on postać

$$P(k) = ak^{-\gamma}.$$

Zjawisko to nazywa się bezskalowością sieci, ponieważ rozkład stopni wierzchołków nie zależy od jej wielkości. Sieci bezskalowe zawierają się w sieciach ewoluujących, czyli liczba wierzchołków zwiększa się w czasie, a wzrost sieci odbywa się w sposób losowy.

W 1999 roku A.-L. Barabási i R. Albert przeprowadzili badania struktury sieci stron WWW i sieci Internet. Skonstruowali oni program komputerowy odwiedzający każdą stronę WWW, która była umieszczona w domenie uniwersytetu, w którym pracowali. Następnie program odnajdował wszystkie hiperlinki z tej strony, zliczał je i zapamiętywał, a następnie przechodził na kolejną stronę z hiperlinku i czynność tę powtarzał. Okazało się, że program odwiedził ponad 1.5 miliona połączeń. W ten sposób powstał model grafu zorientowanego, którego rozkład

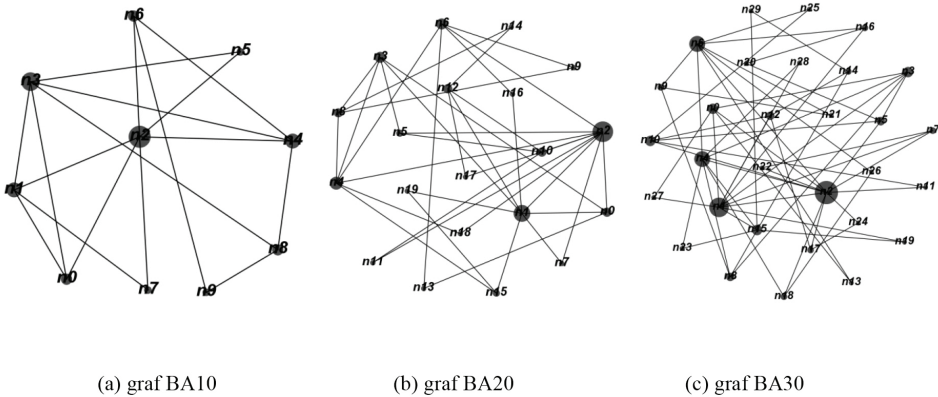


stopni wierzchołków okazał się być potęgowym. Analogiczne badania przeprowadzili na gruncie polskim J. Wojciechowski i K. Pieńkosz z zespołem badając sieć stron WWW Politechniki Warszawskiej i Uniwersytetu Warszawskiego<sup>11, 12</sup>.

A.-L. Barabási i R. Albert zaproponowali w swojej pracy<sup>13</sup> model powstawania takiego grafu, w którym zastosowali *regulę preferencyjnego dołączania wierzchołków*. Polega ona na tym, że startujemy od pewnego ustalonego grafu  $G_0$  o  $n_0$  wierzchołkach i  $e_0$  krawędziach, zwanego *rdzeniem sieci*. Następnie w każdym kroku konstruujemy graf  $G_p$  dodając jeden wierzchołek  $v_j$  i łącząc go z losowo wybranymi  $m$  wierzchołkami ( $m < m_0$ )  $y_1, y_2, \dots, y_m$  z grafu  $G_{j-1}$  w taki sposób, że prawdopodobieństwo tego, że będzie on sąsiadem wierzchołka  $y_p$  o stopniu  $d_p$  wynosi

$$P(\{v_j, y_p\} \in E(G_j)) = \frac{d_p}{\sum_{y \in V(G_{j-1})} d(y)}.$$

Inaczej mówiąc w każdym kroku dołączamy jeden wierzchołek i  $m$  krawędzi, przy czym prawdopodobieństwo dołączenia nowego wierzchołka do wierzchołka o większym stopniu jest większe niż prawdopodobieństwo dołączenia tegoż wierzchołka do wierzchołka o stopniu mniejszym. Szczegółową analizę matematyczną lekko zmodyfikowanego modelu przeprowadzili Bollobás, Riordan, Spencer i Tusnády<sup>14</sup>.



**Rys. 8.** Grafy powstałe zgodnie z modelem BA; rdzeń grafu – wierzchołek,  $m = 2$

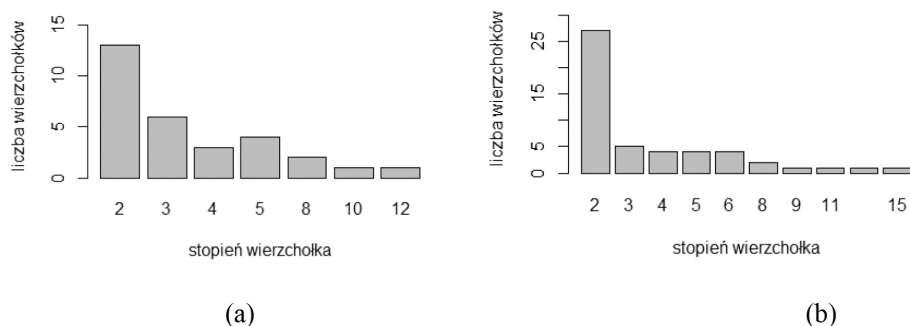
11 S. Bednarczyk, T. Ciosek, *Analiza struktury sieci bezskalowej na podstawie sieci WWW*, Praca dyplomowa, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.

12 J. Wojciechowski, K. Pieńkosz, *Grafy i sieci*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013.

13 A.-L. Barabási, R. Albert, *Emergence of scaling in random networks*, "Science", 286 (1999), 509-512.

14 B. Bollobás, O. Riordan, J. Spencer, G. Tusnády, *The degree sequence of a scale-free random process*, "Random, Structures and Algorithms", 18 (2001), 279-290.





Rys. 9. Rozkłady stopni grafów BA30 i BA50

Na rysunku 8 widać trzy etapy konstrukcji sieci według modelu Barabásiego i Albert. Rozpoczęto od pojedynczego wierzchołka i w każdym kroku dołączano jeden wierzchołek i dwie krawędzie łączące ten wierzchołek z istniejącymi już w sieci, stosując zasadę preferencyjnego dołączania. Wierzchołki najstarsze w sieci mają najniższe numery. Wyraźnie widać, że wysokie stopnie mają wierzchołki z niskimi numerami. Rozkład stopni wierzchołków grafu BA30 z rysunku 8c przedstawiono na rysunku 9a, zaś na rysunku 9b umieszczono rozkład stopni wierzchołków grafu BA50 o 50 wierzchołkach, powstałego w wyniku dalszej ewolucji grafu BA30 zgodnie z algorytmem Barabásiego i Albert. Rozkłady te ilustrują wspomnianą wcześniej cechę bezskalowości – kształt rozkładu pozostaje niezmienny w trakcie wzrostu sieci.

Dodajmy tutaj, że wspomniane wcześniej wierzchołki o wysokim stopniu nazywane są *hubami* i pełnią ważną funkcję integrującą sieć. W odniesieniu do sieci społecznościowych mogą to być na przykład uznane autorytety w swojej dziedzinie.

### 3.3. Sieci małych światów

Ciekawy eksperyment przeprowadził w 1967 roku Stanley Milgram<sup>15</sup>. Wysłał on do kilkuset losowo wybranych w Nebrasce i Kalifornii osób listy z prośbą, aby przekazali je bezpośrednio do osoby w nich wymienionej (tą był przyjaciel Milgrama) lub przekazali je komuś, kto tę osobę może znać, aby on/ona to uczynił/ła. W ten oto sposób Milgram zauważył, że większość listów dotarła do jego przyjaciela po przekazaniu jej średnio przez sześć osób.

W związku z wynikiem eksperymentu zaproponował on wprowadzenie pojęcia „sieci małych światów”, skoro tylko sześć osób dzieli każdego z nas od innej osoby żyjącej aktualnie gdzieś na globie ziemskim. Utało się również w związku z tym eksperymentem określenie „sześć stopni separacji” lub „sześć uścisków dłoni”.

15 S. Milgram, The small world problem, *Psych. Today*, 2 (1967), 60-67.

Powyższą obserwację wykorzystali naukowcy z Microsoftu, którzy powtórzyli eksperyment Milgrama na sieci internetowej. Przeanalizowali oni wirtualne trasy 30 miliardów wiadomości, które zostały wysłane w przeciągu miesiąca z 240 milionów komputerów na całym świecie. Okazało się, że w tym przypadku na tak wielkim zbiorze wynik jest podobny do tego, który otrzymał Stanley Milgram. Przeciętnie pomiędzy dwoma losowymi użytkownikami sieci znajduje się 6.6 osób pośredniczących.

Idea sześciu uścisków dłoni ma również związek ze znaną w świecie matematycznym liczbą Erdősa. Wspominany już Paul Erdős był twórcą i współtwórcą licznych publikacji naukowych. Sieć naukowców publikujących swoje prace można scharakteryzować odległością od Erdősa. Sam Paul Erdős ma liczbę Erdősa równą zero, natomiast osoba  $X$ , która pisała z nim pracę ma liczbę 1, następnie kolejna osoba, która publikacje tworzyła wraz z  $X$  otrzymywała liczbę Erdősa równą 2. Większość naukowców ma liczbę Erdősa mniejszą niż 8, zaś średnia droga w takiej sieci jest krótsza niż 5. Stopień wierzchołka odpowiadający za Erdősa wynosi aż 509. Swoją liczbę Erdősa można sprawdzić w bazie Amerykańskiego Towarzystwa Matematycznego MathSciNet<sup>16</sup>. Można tam również wyznaczyć odległość pomiędzy dowolnymi dwoma matematykami występującymi w tej bazie.

Ponieważ jednak w ogólności aktorzy są bardziej popularni niż naukowcy, w celu przybliżenia badań szerszej publiczności zaproponowano liczbę Bacona. Kevin Bacon to popularny amerykański aktor, który gra w filmach od 1978 roku. Z uwagi na to, że liczba produkcji, w których wystąpił jest duża, łatwo znaleźć analogie pomiędzy liczbą Erdősa a liczbą Bacona. Jeżeli aktorzy będą wierzchołkami grafu, a krawędź pomiędzy dwoma aktorami występuje wtedy i tylko wtedy, gdy grali oni w tym samym filmie, to liczba Bacona aktora  $X$  jest długość najkrótszej ścieżki pomiędzy  $X$  a Kevinem Baconem. Liczbę Bacona dla aktora ujętego w bazie Internet Movie Database można wyznaczyć na stronie internetowej<sup>17</sup>.

Okazuje się, że wiele sieci rzeczywistych (nie tylko społecznych) wykazuje cechy sieci małego świata, tzn. mają one małą średnią długość ścieżki. Opracowano również algorytmy konstrukcji sieci mających cechy małego świata<sup>18</sup>. Dla przykładu H. Ebel, L.-I. Mielsch i S. Bornholdt<sup>19</sup> przeprowadzili badania dotyczące sieci e-maili wymienianych przez studentów Uniwersytetu w Kiel w przeciągu 112 dni. Autorzy dokonali różnorodnych analiz tej sieci, zarówno w modelu grafu skierowanego i nieskierowanego, uwzględniając tylko wierzchołki wewnętrzne (tzn. adresy e-mail w domenę uniwersytetu), jak i zewnętrzne. Okazało się, że wszystkie one wykazały zarówno cechy bezskalowości (potęgowy rozkład stopni wierzchołków), jak i „małego świata”.

16 <http://www.ams.org/mathscinet/freeTools.html?version=2> (Dostęp w dniu 07.12.2016).

17 <http://oracleofbacon.org/> (Dostęp w dniu 07.12.2016).

18 D. J. Watts and S. H. Strogatz, *Collective dynamics of small-world networks*, "Nature", 393 (1998), 440-442.

19 H. Ebel, L.-I. Mielsch, and S. Bornholdt, *Scale-free topology of e-mail networks*, "Phys. Rev." E 66, 035103 (2002).

### 3.4. Uwagi

Podkreślić należy, że oprócz tu omówionych, opracowano wiele innych modeli sieci, które mają odwzorować sytuację rzeczywistą. W rzeczywistości mogą się przecież równocześnie pojawiać nowe wierzchołki w sieci, jak i nowe krawędzie pomiędzy wierzchołkami już istniejącymi. Pewne wierzchołki mogą również z sieci znikać, np. na skutek śmierci danej osoby, zmiany zawodu lub przeprowadzki do odległego miasta. Istnieją modele uwzględniające zarówno te, jak i inne sytuacje. Pamiętać wszakże należy, że konstruując model, musimy zachować swojego rodzaju równowagę pomiędzy dokładnością odwzorowania rzeczywistości a stopniem skomplikowania modelu. Zbyt złożony model jest po prostu zbyt trudny w użyciu. Dodatkowo zwrócimy tu jeszcze uwagę na trudność w konstruowaniu rzeczywistej sieci kontaktów społecznych. Wiele takich kontaktów ma charakter subiektywny. Na przykład pojęcie przyjaźni jest różnie rozumiane przez różne osoby, a nawet społeczeństwa. Amerykanie mają wielu przyjaciół, podczas gdy Skandynawowie tylko kilku, a wynika to z faktu, że różne są kryteria, które muszą być spełnione, aby zostać nazwanym „przyjacielem” przez przedstawicieli obu wymienionych grup. Dlatego też konstrukcje modeli oraz ich weryfikacje przeprowadzano dla sieci „obiektywnych”, tzn. takich, w których nie ma wątpliwości co do występowania bądź nie krawędzi. Nie bez powodu sieć współpracy naukowej została wybrana jako przykład w niniejszym opracowaniu. Fakt bycia współautorem artykułu naukowego nie podlega dyskusji i można go stwierdzić nawet bez udziału zainteresowanego.

## 4. Wyodrębnianie podgrup

W każdej zbiorowości w pewien naturalny sposób wyodrębniają się podgrupy. Nawet w tak niewielkiej zbiorowości, jaką jest klasa szkolna, na początku dzieci poznają się wzajemnie, następuje etap roszad i dobierania sobie bliższych znajomych i w końcu stabilizuje się pewien podział na mniejsze podgrupy. Po prostu z jednymi lepiej się dogadujemy niż z innymi, łączą nas wspólne zainteresowania, mamy podobny typ humoru lub czy wyznajemy podobne wartości. Dobry wychowawca po pewnym czasie wie, jak przedstawia się rozkład grup w jego klasie i nie potrzebuje do tego teoretycznych modeli. Jednakże w dużych sieciach sprawa nie przedstawia się już tak prosto. Dlatego też opracowano wiele algorytmów, które pozwalają takie grupy wyodrębnić i, jak na razie, nie ma zgody co do tego, który z algorytmów i związanych z nimi parametrów jest najlepszy. Szczegółowy opis tych technik stanowiłby materiał na oddzielne opracowanie. Z grubsza rzecz ujmując, celem jest podzielenie zbioru wierzchołków na rozłączne podzbiory  $V(G) = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_s$  w taki sposób, aby większość krawędzi grafu  $G$  znajdowała się

pomiędzy wierzchołkami będącymi w zbiorach  $v_i$ , a mniejszość pomiędzy grupami. Inaczej mówiąc, każdy graf o zbiorze wierzchołków  $V_i$  ma być możliwie gęsty, zaś pozostałe krawędzie tworzą graf rzadki. Na tym polega najprostsze wyodrębnianie grup, inaczej nazywanych klastrami, zbiorowościami lub społecznościami lokalnymi (ang. *communities*). Dodatkowo bierze się również pod uwagę porównanie takiej struktury ze strukturą grafu otrzymanego całkiem losowo, aby sprawdzić, na ile wyodrębnione grupy wynikają rzeczywiście ze związków społecznych, a na ile są wynikiem zwykłych przypadków. Szczegółowy opis przedstawiają na przykład A. Fronczak i P. Fronczak<sup>20</sup>. W statystyce takie wyodrębnianie grup elementów leżących blisko siebie nazywa się analizą skupień. W następnym podrozdziale opiszemy pokrótce przykłady wniosków dotyczących zachowań społecznych wynikających z takiego grupowania.



Rys. 10. Graf blogosfery polityków amerykańskich

#### 4.1. Przykłady

L. A. Adamic i N. Glance zgromadzili dane dotyczące blogów prowadzonych przez amerykańskich polityków w czasie wyborów prezydenckich w 2004 roku<sup>21</sup>. Powiązania między blogami zostały automatycznie pobrane z odnośników na głównych stronach blogów. Otrzymany graf jest dostępny na wspomianej już stronie internetowej<sup>22</sup>. Składa się on z 1490 wierzchołków i 19090 łuków. Główna składowa ma 1222 wierzchołki i jest przedstawiona na rysunku 10. Szare wierzchołki odpowiadają politykom o nastawieniu lewicowym lub liberalnym, zaś czarne politykom o nastawieniu prawicowym lub konserwatywnym. Na rysunku widać wyraźnie ten podział oraz fakt, że politycy umieszczali więcej odnośników do blogów osób o tej samej orientacji politycznej.

20 A. Fronczak, P. Fronczak, *Świat sieci złożonych od fizyki do Internetu*, op.cit.

21 L. A. Adamic and N. Glance, *The political blogosphere and the 2004 US Election*, [w:] *Proceedings of the WWW-2005 Workshop on the Weblogging Ecosystem* (2005).

22 [http://nexus.igraph.org/api/dataset\\_info](http://nexus.igraph.org/api/dataset_info) (Dostęp w dniu 21.11.2016).

J. Moody badał strukturę przyjaźni pomiędzy uczniami w Stanach Zjednoczonych.<sup>23</sup> Dzieci były pytane o swoich przyjaciół, a graf odzwierciedlający zebrane informacje był grafem skierowanym. Techniki grupowania pozwoliły sformułować następujące wnioski. Dzieci rasy białej nie przyjaźnią się z dziećmi rasy czarnej i odwrotnie. Wyodrębniono wyraźnie dwie zbiorowości, które były jednorodne pod tym względem. Ciekawe było natomiast to, że dzieci pozostałych ras nie stanowiły oddzielnej grupy (grup), a były równomiernie rozmieszczone w obu tych zbiorowościach. Drugą natomiast linią podziału był wiek. Dzieci młodsze przyjaźniły się z młodszymi, a starsze ze starszymi, bez względu na rasę.

## Podsumowanie

W artykule pokazaliśmy, jak można użyć języka teorii grafów do opisu zależności społecznych, a także jak można odkrywać ukryte powiązania wykorzystując narzędzia tej teorii. Użyte pojęcia zilustrowaliśmy przykładami, a także przytoczyliśmy konkretne badania, w których zastosowano grafy i ich własności. Opisane modele mogą służyć zarówno do opisu istniejącej sytuacji, jak i predykcji pewnych zjawisk, np. rozprzestrzeniania się plotki czy epidemii.

Wszystkie zamieszczone tu rysunki grafów zostały wykonane w dostępnym na otwartej licencji programie GEPHI<sup>24</sup>, zaś pozostałe rysunki przy użyciu środowiska R<sup>25</sup>. Również parametry opisywanych grafów zostały wyznaczone przy użyciu tych programów.

## Literatura

1. L. A. Adamic and N. Glance, *The political blogosphere and the 2004 US Election*, [w:] *Proceedings of the WWW-2005 Workshop on the Weblogging Ecosystem* (2005).
2. A.-L. Barabási, R. Albert, *Emergence of scaling in random networks*, "Science", 286 (1999), 509-512.
3. S. Bednarczyk, T. Ciosek, *Analiza struktury sieci bezskalowej na podstawie sieci WWW*, Praca dyplomowa, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
4. B. Bollobás, O. Riordan, J. Spencer, G. Tusnády, *The degree sequence of a scale-free random process*, "Random, Structures and Algorithms", 18 (2001), 279-290.

---

23 J. Moody, *Race, school integration, and friendship segregation in America*, "Amer. J. Sociol.", 107 (2001), 679-716.

24 <https://gephi.org/> (Dostęp w dniu 23.11.2016).

25 <https://www.r-project.org/> (Dostęp w dniu 30.11.2016).

5. H. Ebel, L.-I. Mielsch, and S. Bornholdt, *Scale-free topology of e-mail networks*, "Phys. Rev." E 66, 035103 (2002).
6. P. Erdős and A. Rényi, *On random graphs*, "Publ. Math. Debrecen", 6 (1959), 290-297.
7. P. Erdős and A. Rényi, *On the evolution of random graphs*, "Magyar Tud. Akad. Mat. Kutató Int. K"ozl.", 5 (1960), 17-61.
8. P. Erdős and A. Rényi, *On the strength of connectedness of a random graph*, "Acta Math. Acad. Sci. Hungar.", 12 (1961), 261-267.
9. A. Frieze, M. Karoński, *Introduction to Random Graphs*, Cambridge University Press, Cambridge 2016.
10. A. Fronczak, P. Fronczak, *Świat sieci złożonych od fizyki do Internetu*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
11. E. N. Gilbert, *Random Graphs*, "Annals of Mathematical Statistics", 30 (1959), 1141-1144.
12. S. Milgram, *The small world problem*, "Psych. Today", 2 (1967), 60-67.
13. J. Moody, *Race, school integration, and friendship segregation in America*, "Amer. J. Sociol.", 107 (2001), 679-716.
14. M. E. J. Newman, *The Structure and Function of Complex Networks*, "SIAM REVIEW", Vol. 45, No. 2, 167-256.
15. M. E. J. Newman, *Finding community structure in networks using the eigenvectors of matrices*, "Phys. Rev." E 74, 036104 (2006).
16. D. J. Watts and S. H. Strogatz, *Collective dynamics of small-world networks*, "Nature", 393 (1998), 440-442.
17. J. Wojciechowski, K. Pieńkosz, *Grafy i sieci*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013.
18. <https://gephi.org/> (Dostęp w dniu 23.11.2016).
19. <http://www.ams.org/mathscinet/freeTools.html?version=2> (Dostęp w dniu 07.12.2016).
20. [http://nexus.igraph.org/api/dataset\\_info](http://nexus.igraph.org/api/dataset_info) (Dostęp w dniu 21.11.2016).
21. <http://oracleofbacon.org/> (Dostęp w dniu 07.12.2016).
22. <https://www.r-project.org/> (Dostęp w dniu 30.11.2016).

## Abstract

We will present how to use graph theory language to describe social connections. Moreover we will show how to use graph theory tools to discover some new relationships.

**Keywords:** social networks, graphical network models.



*Yaroslav Chabanyuk\*, Uliana Khimka\*\**

## **Stochastyczny model oceny eksperckiej projektów społecznych w programach Unii Europejskiej**

### **Streszczenie:**

W niniejszym artykule rozważamy stochastyczny model oceny eksperckiej projektów społecznych w programach Unii Europejskiej pod kątem zarządzania projektami. Po raz pierwszy proponujemy model stochastyczny do oceny możliwości skutecznej oceny projektów społecznych podczas międzynarodowych konkursów.

**Słowa kluczowe:** ocena ekspercka, projekty społeczne, model stochastyczny

### **Wstęp**

W wyniku złożonych przemian gospodarczych zachodzących w Polsce i Wspólnocie Europejskiej, powstają nowe i wprowadzane są istniejące już modele i mechanizmy budowania nowoczesnych stosunków społecznych i gospodarczych, zarówno w państwie, jak i w przedsiębiorstwach. W związku z tym każdy kierownik/menedżer sfery społecznej rozumie, że dla dalszej działalności przede wszystkim konieczne jest doskonałe zarządzanie aktywnością społeczną i gospodarczą. Ważne miejsce przy tym zajmuje zarządzanie projektami. Istnieją projekty o charakterze naukowym, technicznym, handlowym, produkcyjnym czy finansowym. Z tego powodu wiedza o specyfice projektów i czynności zarządzania nimi jest jak najbardziej wiedzą interdyscyplinarną, łączącą nauki humanistyczne z naukami ścisłymi.

---

\* Dr hab. Jarosław Chabaniuk, Katedra Matematyki, Politechnika Lubelska, Polska.

\*\* Dr Uliana Chimka, Uniwersytet Państwowy Politechnika Lwowska, Ukraina.



## 1. Projekt i specyfika działalności projektowej

Samo **zarządzanie projektem** to inaczej potrzeba rozwiązywania następujących problemów:

- jak zaplanować i koordynować realizację projektu;
- jak pozyskać środki z zewnętrznych źródeł finansowania na realizację projektu;
- jak lepiej zarządzać własnymi funduszami;
- jak osiągnąć maksymalne zwroty przy minimalnym koszcie;
- jak stworzyć zespół pracowników do realizacji projektu;
- jak motywować pracowników do efektywnej pracy;
- jak uniknąć konfliktu w zespole projektowym.

Rozwiązując wszystkie wymienione problemy, mamy do czynienia z problemem zarządzania projektem, czyli ze specjalną sztuką, którą można wyodrębnić i badać.

Pod pojęciem *projekt* rozumie się tutaj kompleks naukowo-badawczych, projektowo-konstruktorskich, społeczno-ekonomicznych, organizacyjno-gospodarczych i innych podejść, związanych z zasobami, wykonawcami i terminami, odpowiednio ukształtowanymi i nakierowanymi na zmianę obiektu zarządzania, co zapewnia skuteczność rozwiązywania podstawowych zadań i osiągnięcia odpowiednich celów w określonym czasie. Ostatecznym celem projektów jest stworzenie i przyswojenie nowej technologii, techniki i materiałów, co sprzyja osiągnięciu przez rodzimą produkcję światowego poziomu.

**Projekt** – to plan (zadanie, problem) i niezbędne środki jego realizacji, wraz z celem osiągnięcia pożądanego efektu ekonomicznego, technicznego, technologicznego lub organizacyjnego.

Termin „projekt” (z j. łacińskiego „rzucony do przodu”) do niedawna specjaliści interpretowali jako rysunek, opis go objaśniający i kosztorysy, na podstawie których można zbudować samolot, budynek czy przedsiębiorstwo; albo jest to tekst poprzedzający dokumenty – plany, umowy, porozumienia. Oto kilka opcji definiowania pojęcia „projekt”, które można znaleźć w literaturze:

- Projekt- to szczególne przedsięwzięcie o określonych celach, które często łączą się z wymaganiami dotyczącymi czasu, kosztów i jakości osiągniętych wyników (*English Association of Project Managers*);
- Projekt – to specyficzne zadanie z określonymi danymi wyjściowymi i ustalonymi wynikami (celami), które określają sposób jego rozwiązania (*Słownik Zarządzania Projektami*).

Te definicje są uniwersalne, metodologicznie wyważone i szeroko stosowane w zagranicznych praktykach w zakresie Zarządzania Projektami.

Zgodnie z wymaganiami teoretycznymi i metodologicznymi konieczne jest rozróżnienie między koncepcjami projektu, biznesplanu i techniczno-ekonomicznego uzasadnienia wykonalności inwestycji:

- 1) **projekt inwestycyjny** – to zbiór dokumentów, które charakteryzują projekt od jego zamyśłu po osiągnięcie pożądaných wskaźników efektywności i zasięgu, które zawierają przed-inwestycyjne, inwestycyjne, eksploatacyjne i likwidacyjne stadia jego realizacji; jest to dowolny kompleks środków zabezpieczonych przez inwestycje. Wszystkie projekty są inwestycjami, ponieważ bez zabezpieczenia kosztów nie da się zrealizować projektu;
- 2) **biznesplan** – jest to szczegółowy opis celów i sposobów osiągania produkcji, który został stworzony w celu uzasadnienia inwestycji. Biznesplan projektu (przedsięwzięcia) może wchodzić do projektu jako jego część składowa, zastępować projekt inwestycyjny lub obejmować kilka projektów inwestycyjnych (w zakresie rozbudowy, modernizacji, przebudowy i restrukturyzacji przedsiębiorstwa);
- 3) **techniczno-ekonomiczne uzasadnienie wykonalności inwestycji** – obejmuje wstępne opracowanie projektu rozwiązań inżyniersko-konstrukcyjnych, technologicznych i budowlanych ustaleń, porównanie alternatyw i uzasadnienie wyboru określonej metody realizacji projektu. Techniczno-ekonomiczne uzasadnienie wykonalności projektu obejmuje pogłębioną i szczegółową analizę, a także kompleksową ocenę wybranej metody realizacji projektu.

Istnieją projekty o charakterze naukowym, technicznym, handlowym, produkcyjnym, finansowym itp. Ale każdy projekt zależy od takich czynników, jak: złożoność, termin realizacji, skala, wymagania jakościowe itp.

W ten sposób możemy poczynić wniosek tej natury, że projekt ma wiele cech tylko jemu właściwych, których obecność pomoże urzeczywistnić efektywną jego realizację. *Głównymi cechami projektu są:*

- miana stanu projektu w celu osiągnięcia jego celu;
- ograniczony czas;
- ograniczone zasoby;
- wyjątkowość.

Do głównych właściwości projektu, jakie wynikają z jego cech i poprzez które projekty mogą być klasyfikowane na typy to: zakres projektu, wielkość, liczby uczestników oraz stopień oddziaływania na otaczające środowisko.

Do **małych projektów** należą – naukowo-badawcze i badawczo-konstruktorskie analizy przedsiębiorstw przemysłowych, zawierające konstruktorskie, technologiczne i organizacyjno-ekonomiczne podstawy produkcji, przygotowania próbek pilotażowych produkcji nowych produktów, przebudowy i technicznej modernizacji maszyn i modernizacji produkcji. W praktyce amerykańskiej takie projekty obejmują innowacje z kosztami kapitału do 10-15 milionów dolarów i kosztami robocizny do 40-50 tysięcy roboczo-godzin. Takie projekty z zasady są

realizowane przez same przedsiębiorstwa. Termin opracowania takich projektów nie przekracza jednego roku lub dwóch lat.

**Średnie projekty** – zawierające prace dotyczące projektowania i budowy przedsiębiorstw, serwisowanie niewielkich złóż mineralnych (ropa, gaz, węgiel), jeśli ich projektowanie opiera się na typowych rozwiązaniach projektowych a budowa jest realizowana metodą kompleksową.

**Duże projekty** są wykonywane zgodnie z całościowymi programami gospodarki narodowej i zawierają wiele multi-projektów, w tym włącznie z elementami społecznymi i humanistycznymi, połączonymi wspólnym celem, wykorzystywanymi zasobami i jednym planem – grafiką zadań i realizacji. Takie programy mogą mieć charakter krajowy, międzynarodowy, regionalny, sektorowy, międzysektorowy itp.

Są one tworzone i koordynowane na makro-poziomie, zazwyczaj z udziałem państwa.

Duże projekty charakteryzują się wysokimi kosztami, na przykład, w amerykańskiej praktyce – ponad 1 mld US, różnymi źródłami finansowania, dużą złożonością w analizie projektu (ponad 2 mln roboczo-godzin) i budownictwa (15-20 mln roboczo-godzin). Okres realizacji dużego projektu przekracza 5-7 lat.

Duże projekty, na przykład, obejmują projekty budowy głównych rurociągów, budowę elektrowni jądrowych, kompleksowe zagospodarowanie dużych złóż mineralnych itp.

Ze względu na stopień złożoności można wyróżnić projekty proste, złożone i bardzo złożone.

Zgodnie z klasą projektu (składem i strukturą samego projektu i jego obszaru tematycznego) istnieją następujące projekty:

- mono-projekty to odrębne projekty różnych typów, rodzajów i skal;
- multi-projekty – złożone projekty, które składają się z wielu pojedynczych projektów i wymagają wieloprojektowego zarządzania;
- mega-projekty – całościowe programy rozwoju regionów, gałęzi i innych podmiotów, które obejmują szereg projektów jedno i wielomodułowych.

Z reguły mega i multi-projekty są złożonymi lub bardzo złożonymi projektami.

## **2. System zarządzania projektem**

Zgodnie z prawem Lermana, każdy problem techniczny może być rozwiązany, gdy dysponuje się czasem i pieniędzmi. Jednak dodatek uzupełniający to prawo jest następujący: „Nigdy nie będziesz mieć wystarczająco dużo czasu lub pieniędzy”. Właśnie z takiego powodu opracowano metodologię zarządzania projektami.

Jeśli zapytasz menedżera/kierownika, jakie jest jego główne zadanie dotyczące wykonania projektu, on odpowie: „Zapewnić jego wdrożenie”. Możliwa jest również następująca odpowiedź: zapewnić wykonanie prac w określonym

czasie i w granicach przyznaných środków odpowiednio do technicznego zadania. Menedżer projektu pilnie monitoruje trzy czynniki: czas, budżet i jakość pracy. Czynniki te są uważane za główne ograniczenia dla projektu.

**Zarządzanie projektem** jest dyscypliną syntetyczną łączącą wiedzę specjalistyczną i ponadprofesyjną, ogólną. Nauki szczegółowe wydobywają specyfikę tej sfery działalności, która obejmuje projekty (budownictwo, innowacje, ekologia, metodologia badań naukowych, także zarządzanie itp.). Wynika to z następujących cech działalności projektowej: znaczny okres czasu od rozpoczęcia projektu do jego zakończenia; duża liczba uczestników; złożony charakter działalności projektowej, która jest całokształtem prostszych, „elementarnych” form (technicznych, naukowych, handlowych, przemysłowych, budowlanych, finansowych itp.).

Specjaliści z Instytutu Zarządzania Projektami (USA) zaproponowali następującą interpretację pojęcia „zarządzanie projektami”: to sztuka zarządzania i koordynowania zasobów ludzkich i materialnych w całym cyklu funkcjonowania projektu, stosowania systemu nowoczesnych metod i technologii zarządzania i minimalizacji ryzyka dla osiągnięcia wyznaczonych do osiągnięcia rezultatów projektu z wykazem i zasięgiem prac, jakości czasu, jakości i zadowolenia uczestników<sup>1</sup>.

Do chwili obecnej *zarządzanie projektami* jest uznaną na całym świecie metodologią rozwiązywania problemów organizacyjnych i technicznych, filozofią zarządzania projektami. Warunki rynkowe stają się coraz bardziej wymagające, podwyższają ryzyko zachodzących zmian.

*Zarządzanie projektami* – to proces zarządzania zespołem, zasobami projektu przy pomocy specjalnych metod i technik, w celu pozytywnego osiągnięcia celu.

Ważnym elementem zarządzania projektami jest terminowe i dokładne przygotowanie materiałów projektowych.

*Materiały projektowe* – to zbiór dokumentów zawierających opis i uzasadnienie projektu.

Istnieje wiele innych elementów i cech, które odgrywają ważną rolę w zarządzaniu projektami, a mianowicie: warunki początkowe, ograniczenia i wymagania dotyczące projektu, rodzaje zabezpieczenia projektu, także metody i techniki zarządzania projektami.

### **3. Analiza projektu na podstawie kompleksowej ekspertyzy. Kryteria oceny skuteczności projektu**

Zagadnienia ekonomicznej opłacalności w planowaniu projektów są rozpatrywane w różnej skali i na różnych etapach planowania. W związku z tym rozróżnia się również metody stosowane w niektórych etapach planowania i oceny:

---

<sup>1</sup> T. M. Green, *Cultural Resource Management Plan* for Brookhaven National Laboratory 2013.

- na etapie przeprowadzania analizy technicznej i planowania finansowania projektu, gdy nie wszystkie warunki biznesowe są znane, wybór odbywa się w praktyce za pomocą uproszczonej *analizy częściowej*;
- kluczowy etap oceny powinien koniecznie rozważyć projekt jako całość, biorąc pod uwagę wyniki częściowej analizy, a następnie podjąć pozytywne lub odrzucające projekt decyzje.

Odbywa się to za pomocą *modeli globalnych*. Są nazywane globalnymi dlatego, że pozwalają wziąć pod uwagę wszystkie warunki sfery finansowej.

Skuteczność projektu charakteryzowana jest poprzez system wskaźników, które wyrażają stosunek korzyści i kosztów projektu z punktu widzenia jego uczestników.

Wyróżnia się następujące wskaźniki efektywności projektu:

- **wskaźniki efektywności handlowej**, które uwzględniają finansowe skutki realizacji projektu dla jego bezpośrednich uczestników;
- **wskaźniki efektywności ekonomicznej (opłacalności)** uwzględniające korzyści ekonomiczne i koszty projektu w skali gospodarki narodowej, w tym ocenę skutków ekologicznych i społecznych, oraz umożliwiające pomiar pieniężny;
- **wskaźniki efektywności budżetowej**, które odzwierciedlają finansowe skutki wdrożenia projektu dla budżetu państwa i budżetu lokalnego.

Do obliczenia tych wskaźników można stosować te same formuły, ale wartości wskaźników nakładów będą się znacznie różnić od wskaźników zysków.

W zależności od czasu trwania cyklu projektu ocena wskaźników efektywności może być różna. Wskaźniki efektywności komercyjnej można obliczać nie tylko dla całego cyklu projektu, ale także na miesiąc, kwartał, rok.

Istnieją trzy podstawowe sposoby określania skuteczności projektów w *początkowych etapach analizy technicznej*, które nie biorą pod uwagę czynnika czasu lub uznają go tylko częściowo:

- porównanie kosztów;
- porównanie zysków;
- porównanie rentowności, która obejmuje, w szczególnym przypadku, metodę statystycznego zwrotu inwestycji (pay-back).

Najprostszymi wskaźnikami skuteczności projektów wykorzystywanymi podczas analizy technicznej są:

- efektywność kapitałowa (roczna sprzedaż podzielona przez koszty kapitałowe);
- obrót zapasów towarowych (roczna sprzedaż podzielona przez średnią roczną ilość zapasów);
- wydajność pracy (roczna sprzedaż, podzielona przez średnią roczną liczbę zatrudnionych pracowników i urzędników).

Jednak te wskaźniki są jednymi ze wskaźników chwilowych szeregów statycznych i nie uwzględniają dynamicznych procesów w ich wzajemnych relacjach.

Do oceny skuteczności projektów lepiej jest wykorzystywać wskaźniki, które umożliwiają analizę znaczenia kryteriów wydajności projektów, z uwzględnieniem kompleksowej oceny zysków i kosztów, zmiany wartości pieniądza w danym czasie oraz innych czynników. Prawidłowe określenie wysokości początkowych kosztów projektu jest gwarancją jakości obliczenia opłacalności projektu.

W analizie efektywności projektu stosuje się następujące wskaźniki:

1. *Suma inwestycji* – to koszt początkowych inwestycji gotówkowych w projekt, bez których nie można go zrealizować. Koszty te mają charakter długoterminowy. Podczas funkcjonowania projektu w trakcie jego „cyklu życiowego” kapitał zainwestowany w te aktywa, powraca w postaci wyliczeń amortyzacji jako część przepływów pieniężnych i kapitału zainwestowanego w aktywa trwałe, w tym środków pieniężnych, na koniec „cyklu życia” projektu ma pozostać u inwestorów w tej samej formie i wielkości. Wysokość inwestycji w aktywa finansowe stanowi nominalną kwotę kosztów utworzenia tych aktywów;

2. *Przepływy pieniężne* – zdyskontowany lub niezdykontowany dochód z realizacji projektu, który obejmuje zysk netto i odpisy amortyzacyjne, które są otrzymywane w ramach wpływów ze sprzedaży produktów. Jeśli w końcowym okresie „cyklu życia” projektu przedsiębiorstwo inwestor otrzymuje środki w postaci niezamortyzowanej wartości środków trwałych oraz wartości niematerialnych i inwestuje w aktywa trwałe, to są one ujmowane jako przepływy pieniężne w ostatnim okresie;

3. *Wartość bieżąca netto projektu – Net Present Value (NPV)*. Jest to najbardziej znane i najczęściej używane kryterium. W literaturze istnieją inne jego nazwy: wartość bieżąca netto, jakość bieżąca netto, zdyskontowane korzyści netto. NPV oznacza zdyskontowaną wartość projektu (aktualna wartość dochodu lub korzyści z dokonanych inwestycji). Wartość bieżąca netto projektu jest różnicą między wartością przepływów pieniężnych zdyskontowanych przy akceptowalnej stopie zwrotu i wartością inwestycji. Aby obliczyć NPV projektu, konieczne jest określenie stopy dyskontowej, wykorzystanie jej do zdyskontowania przepływu kosztów i korzyści oraz zsumowanie zdyskontowanych świadczeń i kosztów (wydatki ze znakiem minus). Podczas przeprowadzania analizy finansowej stopa dyskontowa jest oczywiście kosztem kapitału dla firmy. W analizie ekonomicznej stopa dyskontowa jest wewnętrzną wartością kapitału, czyli zyskiem, który można uzyskać, inwestując w najbardziej dochodowe projekty alternatywne.

Jeśli NPV jest dodatnia, projekt można polecić do finansowania. Jeśli NPV wynosi zero, to wpływy z projektu wystarczą na przywrócenie zainwestowanego kapitału. Jeśli wartość NPV jest mniejsza od zera – projekt nie jest akceptowany.

Obliczenia NPV są dokonywane przy użyciu następujących formuł:



$$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{B_t}{(1+i)^t} - \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+i)^t},$$

gdzie:

$B_t$  – korzyści projektu w roku  $t$ ;

$C_t$  – koszt projektu w roku  $t$ ;

$i$  – stopa dyskontowa;

$n$  – czas trwania (długość życia) projektu.

Główną zaletą NPV jest to, że wszystkie obliczenia są dokonywane na podstawie przepływów pieniężnych; zamiast dochodu netto. Ponadto, skuteczność głównego projektu można oszacować poprzez zsumowanie NPV poszczególnych podprojektów. Jest to bardzo ważna właściwość, która umożliwia wykorzystanie NPV jako głównego kryterium analizy projektu.

Główną wadą NPV jest to, że jej obliczenia wymagają szczegółowej prognozy przepływów pieniężnych w całym okresie realizacji projektu. Często dokonywane są założenia dotyczące trwałości stopy dyskontowej.

4. *Okres zwrotu inwestycji* – czas, w którym przepływ środków pieniężnych otrzymany przez inwestora z realizacji projektu osiąga wielkość zasobów finansowych zainwestowanych w projekt. W praktyce gospodarczej można ją określić bez uwzględnienia potrzeby przepływu środków pieniężnych w czasie lub z uwzględnieniem takiej konieczności. Termin zwrotu z inwestycji – Payback Period (PBP) jest stosowany głównie w przemyśle. Jest to jeden z najczęściej używanych wskaźników oceny efektywności inwestycji kapitałowych.

W odróżnieniu od wskaźników stosowanych w praktyce krajowej, wskaźnik „okres zwrotu inwestycji kapitałowych” opiera się nie na zysku, lecz na przepływie pieniężnym wraz z wniesieniem środków zainwestowanych w innowacje i przepływów pieniężnych do ich aktualnej wartości. Kryterium to jest bezpośrednio związane ze zwrotem wydatków kapitałowych w jak najkrótszym czasie i nie sprzyja projektom, które przynoszą wielkie korzyści dopiero później. Nie może ono służyć jako miara rentowności, ponieważ przepływy pieniężne po okresie zwrotu nie są uwzględniane.

5. *Wewnętrzna stopa zwrotu – Internal Rate of Return (IRR)*: w literaturze istnieją też inne nazwy: wewnętrzna stopa rentowności, wewnętrzna stopa dochodu, wewnętrzna stopa przychodu. Jest to poziom stopy dyskontowej, przy którym wartość bieżąca netto projektu dla jego cyklu życia wynosi zero. IRR projektu dorównuje stopie dyskontowej, przy której suma zdyskontowanych korzyści równa jest sumie zdyskontowanych kosztów, czyli IRR ze stopą dyskontową, przy której NVP projektu równa się zero. IRR równa się maksymalnym odsetkom od pożyczek, które można wypłacić za korzystanie z niezbędnych zasobów, pozosta-

jąc na poziomie progu rentowności. Kalkulacja IRR odbywa się metodą kolejnych przybliżeń wielkości NPV do zera przy różnych stopach dyskontowych.

Obliczenia przeprowadza się według wzoru:

$$\sum_{i=1}^n \frac{B_i - C_i}{(1+i)^i} = 0.$$

W praktyce definicja IRR jest dokonywana za pomocą następującego wzoru:

$$IRR = A = \frac{a(B-A)}{a-b},$$

gdzie:

A – jest wielkością stopy dyskontowej, przy której NPV jest dodatnia;

B – jest wielkością wartości stopy dyskontowej, przy której NPV jest ujemna;

a – jest wielkością dodatniej NPV, przy wartości stopy dyskontowej A;

b – wartość NPV, przy wielkości stopy dyskontowej B.

Podczas stosowania IRR występują następujące trudności:

- niemożliwe jest jednoznaczne oszacowanie IPR projektów, w których zmiana znaku NPV występuje więcej niż jeden raz;
- przy analizie projektów o różnej skali, IRR nie zawsze jest zgodna z NPV;
- zastosowanie IRR nie jest możliwe przy wyborze alternatywnych projektów o różnej wielkości, różnym czasie trwania i tych samych odstępach czasu.

6. *Wskaźnik rozchodów / kosztów – Benefit/Cost Ratio (BCR)*. BCR jest to stosunek zdyskontowanych świadczeń do kosztów zdyskontowanych.

Podstawowa formuła obliczania jest następująca:

$$BCR = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{B_i}{(1+i)^i}}{\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+i)^i}}.$$

Wskaźnik RI jest ściśle powiązany z NPV. Jeśli NPV jest dodatnie, to  $RI > 1$  i odpowiednio, jeśli  $RI > 1$ , projekt jest skuteczny, jeśli  $RI < 1$ , jest nieefektywny.

Kryterium wyboru projektów polega na tym, aby wybrać wszystkie niezależne projekty o współczynnikach BCR, większe lub równe jeden. Przy stosowaniu tego kryterium należy pamiętać, że współczynnik BCR ma następujące wady:

- może podać nieprawidłowy ranking na korzyść nawet niezależnych projektów;
- nie nadaje się do użytku przy wyborze wzajemnie wykluczających się projektów;
- nie pokazuje rzeczywistej wartości świadczeń netto. BCR ma kilka opcji obliczeniowych:



1. Przy surowych ograniczeniach dotyczących kapitału, w przeciwieństwie do ograniczeń dotyczących zarówno kapitału, jak i wydatków bieżących:

$$BCR = (B - PW) / KB,$$

gdzie:

PW – wydatki bieżące;

KW – nakłady inwestycyjne.

2. Przy rzadkich lub unikatowych zasobach:

$$BCR = (B - C) / R,$$

gdzie R to koszt rzadkich zasobów.

Przykładem ograniczonych zasobów może być obca waluta.

Głównym potencjalnym problemem przy stosowaniu tych odmian kryterium stanowi podwójny obrachunek, którego należy unikać.

Kryterium BCR można wykorzystać do wykazania tego, na ile jest możliwe zwiększenie rozchodów/kosztów bez przekształcenia projektu w ekonomicznie nieatrakcyjny. Główną zaletą tego kryterium jest możliwość szybkiego poznania jego wartości w celu oceny wpływu na rezultaty projektu o równym poziomie ryzyka i niepewności.

6. Wskaźnik rentowności – *Profitability Index (PI)* – to stosunek sumy wymienionych efektów (różnicy świadczeń i kosztów bieżących) do wartości inwestycji:

$$PI = \frac{I}{K} \sum_{i=1}^m \frac{B_i - C_i^n}{(i+1)^i}.$$

#### 4. Stochastyczny model oceny pracy ekspertów w projektach międzynarodowych

Problem zmniejszania ryzyka podejmowania fałszywych decyzji podczas oceny ważnych projektów międzynarodowych w socjologii wymaga umiejętności oceny ryzyka związanego z ekspertyzą i prognozowania rozwoju stosunków międzynarodowych w celu szybkiego przyjęcia decyzji zarządczych. Zastosowanie stochastycznych<sup>2</sup> metod zarządzania projektami pozwala systematycznie oceniać

---

2 Przypis od tłumacza: termin *stochastyczny* jest stosowany „w wielu różnych dziedzinach, w szczególności tam, gdzie stosowane są procesy stochastyczne lub losowe w celu przedstawienia systemów lub zjawisk, które wydają się zmieniać w sposób losowy. Przykłady takich dziedzin obejmują nauki fizyczne, takie jak biologia, chemia, ekologia, neuronauka, i fizyka, a także dziedziny

i ograniczać liczbę alternatywnych rozwiązań menedżerskich na etapie symulacji procesu.

Rozważa się zadanie masowych usług<sup>3</sup> pod kątem prawdopodobieństwa  $P_k(t)$  tego, że w momencie  $t$  mamy  $k$  projektów, które znajdują się w biurze eksperta w celu ustanowienia możliwych alternatyw podjęcia pozytywnej decyzji. W przypadku dwóch ekspertów i dwóch projektów model ten ma postać układu równań różniczkowych:

$$\begin{aligned}dP_0(t) / dt &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\dP_1(t) / dt &= -(\lambda + \mu) P_1(t) + \lambda P_0(t) + 2\mu P_2(t), \\dP_2(t) / dt &= -(\lambda + 2\mu) P_2(t) + \lambda P_1(t)\end{aligned}$$

gdzie

$\lambda$  – średnia liczba nowych projektów w jednostce czasu, a  $\mu$  – średni czas pracy eksperta nad jednym projektem.

Po pojawieniu się kolejnego projektu pojawia się odmowa ekspertyzy z możliwymi negatywnymi konsekwencjami dla personelu biurowego.

Otrzymany model ma następujące rozwiązanie<sup>4</sup>

$$P_0 = \left( \sum_{k=0}^2 (1/k!) \theta^k \right)^{-1}, \theta = \lambda / \mu, P_k = (1/k!) \theta^k P_0.$$

Przy  $k=2$  mamy prawdopodobieństwo ryzyka odmowy.

## **Zakończenie**

W tym artykule po raz pierwszy zaproponowano stochastyczny model oceny możliwości skutecznej oceny projektów społecznych w międzynarodowych konkursach<sup>5</sup>. Można mieć nadzieję, że stanie się z czasem użyteczny także na mniejszą skalę, czyli we wszystkich tych przypadkach, kiedy trzeba podejmować decyzje dotyczące zmiennych losowych.

---

technologii i inżynierii, takie jak przetwarzanie obrazu, przetwarzanie sygnałów, teoria informacji, informatyka, kryptografia i telekomunikacja. Jest również wykorzystywany w finansach ze względu na pozornie przypadkowe zmiany na rynkach finansowych”. Zob. <https://en.wikipedia.org/wiki/Stochastic> [dostęp: 19.12.2017].

<sup>3</sup> W.Z. Załuski, *Sklonnościowa interpretacja prawdopodobieństwa*, Ośrodek Badań Interdyscyplinarnych przy Wydziale Filozoficznym Papieskiej Akademii Teologicznej, Warszawa 2008.

<sup>4</sup> Tamże.

<sup>5</sup> T.M. Green, *Cultural Resource Management Plan* for Brookhaven National Laboratory 2013.

## Bibliografia

1. Załuski, Wojciech Zbigniew, *Skłonnościowa interpretacja prawdopodobieństwa*, Ośrodek Badań Interdyscyplinarnych przy Wydziale Filozoficznym Papieskiej Akademii Teologicznej, Warszawa 2008.
2. M.T. Green, *Cultural Resource Management Plan* for Brookhaven National Laboratory 2013.

## Abstract:

In this paper we consider stochastic model of expert assessment of social projects in the programs of the European Union in terms of project management. For the first time, a stochastic model for assessing the possibility of an effective evaluation of social projects during international competitions is proposed.

**Keywords:** expert assessment, social projects, stochastic model

*Przekład z języka ukraińskiego – Halina Rarot*

Renata Rososzczuk\*

## Logika matematyczna w prawie

### Streszczenie

W artykule omawia się rolę logiki matematycznej w naukach prawnych. Przedstawia się najpierw teorię logiki matematycznej, jej krótką historię oraz podaje się przykłady jej zastosowań w pracy prawnika.

**Słowa kluczowe:** logika matematyczna, przykłady zastosowania logiki matematycznej w prawie

### Wstęp

Zastanówmy się najpierw, czym właściwie jest logika? Logika w przeciwieństwie do nauk empirycznych, do których możemy zaliczyć nauki społeczne, biologię, chemię i medycynę, jest nauką analityczną. S. Lewandowski, H. Machińska, A. Malinowski, J. Petzel stwierdzają, że w najprostszy i najkrótszy sposób logikę możemy określić jako naukę o poprawnym rozumowaniu<sup>1</sup>. Ma więc ona zastosowanie nie tylko w naukach ścisłych, lecz również w naukach humanistycznych, m.in. takich jak etyka, filozofia, prawo.

Z kolei F. Gołoba, P. Piękoś, P. Turkowski definiują logikę (gr. *logos* – rozum, nauka) jako naukę zajmującą się „analizą języka i czynności badawczych w celu ustalenia reguł ich skuteczności, czyli skutecznego posługiwania się językiem oraz skutecznego przeprowadzania czynności badawczych”, które jest narzędziem pomocniczym względem filozofii<sup>2</sup>.

---

\* Dr Renata Rososzczuk, Katedra Matematyki Stosowanej, Wydział Podstaw Techniki, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 38, 20-618 Lublin, r.rososzczuk@pollub.pl

1 S. Lewandowski, H. Machińska, A. Malinowski, J. Petzel, *Logika dla prawników*, Wydawnictwo Prawnicze LexisNexis, Warszawa 2003.

2 F. Gołoba, P. Piękoś, P. Turkowski, *Logika dla prawników*, Wydawnictwo C. H. Beck, Warszawa 2012.

Dokonują oni podziału logiki na:

1. logikę formalną,
2. semiotykę logiczną,
3. metodologię nauk.

Logikę formalną, wyżej wspomniani autorzy określają jako naukę, która zajmuje się problematyką wnioskowań niezależnych. Z kolei logikę formalną dzielą oni na:

1. logikę tradycyjną,
2. logikę współczesną.

W skład logiki formalnej zaliczają:

1. logikę klasyczną, która jest logiką klasycznego rachunku zdań oraz logiką kwantyfikatorów, jest to więc logika stricte matematyczna;
2. logikę nieklasyczną, czyli taką, którą możemy scharakteryzować przy pomocy co najmniej jednego z następujących warunków:
  - a) zajmuje się nie tylko zdaniem (w sensie matematycznym);
  - b) przyjmowane są co najmniej 3 wartości logiczne (w logice klasycznej przyjmowane są dwie wartości logiczne: albo prawda albo fałsz);
  - c) nie są uznawane pewne podstawowe prawa myślenia występujące w logice matematycznej.

Mówiąc w skrócie, współczesna logika formalna składa się z logiki matematycznej i takiej która nią nie jest.

Poglądy na to, która z logik jest najważniejsza dla prawników są podzielone<sup>3</sup>. Wydaje się jednak, że znajomość logiki matematycznej ma istotne znaczenie w nauce prawa oraz praktyce prawniczej. Jest ona bowiem pomocna w poprawnym zrozumieniu przepisów prawa oraz przeprowadzaniu błyskotliwego wnioskowania, m.in. na sali sądowej. Zastosowanie logiki matematycznej w pracy prawnika jest również dostrzegane w środowisku akademickim przez wielu pracowników naukowych i dydaktycznych, ponieważ nie bez powodu osoby studiujące prawo uczą się logiki matematycznej.

Niemniej jednak w pracy prawnika niezbędna jest również umiejętność interpretowania zdań, które z punktu widzenia logiki matematycznej nie są zdaniami w sensie logicznym, gdyż zarówno w codziennych sytuacjach, jak też podczas rozprawy sądowej nie możemy się spodziewać, że będziemy się spotykać tylko ze zdaniami w sensie logicznym (takimi, którym możemy przypisać wartość logiczną). Wtedy pomocna może okazać się raczej wiedza psychologiczna, zwłaszcza z zakresu psychologii społecznej czy psychologii komunikacji.

Podsumowując dotychczasowy wstępny opis znaczenia logiki matematycznej w prawie należy podkreślić fakt, że logikę, podobnie jak psychologię należy trakto-

---

3 Szerzej zob. B. Brożek, J. Stelmach, *Metody prawnicze*, Wolters Kluwer Polska, Kraków 2006, s. 35-97.

wać jako jedno z narzędzi pomocnych w rozwiązywaniu problemów prawnych. Są to bowiem nauki pomocnicze w naukach prawnych. W pracy prawnika niezbędna jest przede wszystkim rozległa wiedza dotycząca przepisów prawa zawarta w konstytucji, ustawach, orzeczeniach oraz umiejętności ich poprawnego interpretowania poprzez dokładne analizowanie niejednokrotnie wielu przepisów prawnych, jak również wnikliwe wgłębianie się w komentarze prawnicze oraz zapoznawanie się z wyrokami sądów.

W poniższym artykule została przedstawiona rola logiki matematycznej i przykłady jej zastosowania w naukach prawnych. W tym celu przybliżamy przedmiot logiki i omawiamy istotne zagadnienia logiki matematycznej, takie jak: klasyczny rachunek zdań, kwantyfikatory i forma zdaniowa, sylogistyka oraz teoria relacji. Dodatkowym zamierzeniem autorki było przedstawienie wybranych zagadnień logiki matematycznej w sposób przystępny dla prawników czy studentów prawa. Aby ułatwić zrozumienie wybranych zagadnień z logiki matematycznej, autorka podaje różne przykłady z codziennego życia. Opisane sytuacje w artykule są jednak wymyślone, mają one na celu jedynie uzmysłowienie znaczenia klasycznej logiki formalnej oraz tego, w jaki sposób mogłaby być ona wykorzystana do rozumowań przez prawnika, bądź też innych obywateli Rzeczypospolitej Polskiej.

## **1. Rys historyczny rozwoju logiki**

Opiszemy niektóre z najważniejszych etapów i form rozwoju logiki. Skoncentrujemy się przy tym na tych jej osiągnięciach, które mają znaczenie dla stosowania jej przez prawników.

W rozwoju logiki możemy wyróżnić trzy etapy:

1. starożytność,
2. średniowiecze,
3. nowożytność <sup>4</sup>.

W pierwszym z wymienionych etapów, czyli w starożytności, w rozwoju logiki odegrał ważną rolę Zenon z Elei (490-430 p.n.e.). Interesował się zwłaszcza spekulacjami językowymi. W celu poszukiwania prawdy wykorzystywał on argument słowne. Stworzył on dialektykę, która w tamtych czasach była rozumiana jako umiejętność posługiwania się słowem. Niestety jego dzieła w zapisanej formie nie zachowały się.

Sokrates (469-399 p.n.e.) był prekursorem definicji, które znajdował poprzez znajdowanie kolejnych przybliżeń. W celu stworzenia poprawnej definicji najpierw wypisywał na jednej tablicy cechy obiektu który on posiada, a na drugiej te cechy których dany obiekt nie ma. Następnie formułował wstępną definicję. Jeśli

---

<sup>4</sup> W. Suchoń, *Wykłady o dziejach logiki dawniejszej*, Kraków 2001, s. 9.

okazała się ona za wąska, to usuwał z niej pewną cechę z pierwszej tablicy; jeśli zaś była zbyt szeroka to dodawał do niej nową cechę z drugiej tablicy.

Największy wpływ na rozwój logiki aż po czasy nowożytne miał Arystoteles<sup>5</sup> (384-322 p.n.e.). Wiele idei zawartych w pracach Arystotelesa przetrwały do dzisiaj, co świadczy o wysokiej randze jego prac.

Warto podkreślić, że Arystoteles traktował logikę jak narzędzie, a nie naukę. Rozwinął on podstawy teorii definicji oraz rozumowanie indukcyjne. Problemem definiowania oraz indukcją zajmowali się wcześniej również Sokrates oraz Platon (427-47 p.n.e.). Arystoteles, poprzez stworzenie podstaw teorii definicji oraz logiki formalnej uczynił logikę dyscypliną teoretyczną.

Kolejnym osiągnięciem Arystotelesa było stworzenie przez niego pojęcia sylogizmu. Według niego sylogizm to „wypowiedź, w której gdy się coś założy, coś innego niż się założyło musi wynikać, dlatego, że się założyło”<sup>6</sup>. Ponadto sformułował on podstawowe prawa myślenia, takie jak zasada wyłączonego środka oraz zasada sprzeczności. Pierwsze z tych praw sformułował on w następujący sposób: „z dwóch zdań sprzecznych jedno musi być prawdziwe i nie mogą być oba fałszywe”<sup>7</sup>. Zasada sprzeczności dotyczyła zarówno twierdzeń, jak również rzeczy i przekonań. Według Arystotelesa „to samo nie może zarazem przysługiwać i nie przysługiwać temu samemu i pod tym samym względem”. Logiczną zasadę sprzeczności ujął on w następujący sposób: „dwa twierdzenia względem siebie sprzeczne nie mogą być równocześnie prawdziwe”<sup>8</sup>. Natomiast w ujęciu psychologicznym głosi on, że „niepodobna jest by ktokolwiek był jednocześnie przekonany o tym samym, że jest i że nie jest”<sup>9</sup>.

W kolejnym etapie rozwoju logiki ważną rolę odegrali stoicy, a wśród nich tacy myśliciele jak Chryzyp z Soloi (280-208 p.n.e.), Sykstus Empiryk (ok. 150 p.n.e.). Logikę uważano w tamtych czasach za naukę, która należała do filozofii, podobnie jak fizyka i etyka. Stoicy stworzyli logikę zdań. Zajmowali się oni analizowaniem spójników międzyzdaniowych alternatywy, koniunkcji, negacji.

Na rozwój logiki duży wpływ miała również szkoła mówców z Megary. Zarówno megarejczycy, jak również stoicy zastanawiali się kiedy zdania warunkowe są prawdziwe, a kiedy są fałszywe. Ciekawe jest to, że już Filon z Megary rozumiał implikację w taki sam sposób w jaki interpretujemy ją współcześnie, tzn. twierdził on, że z prawdy nie może nigdy wynikać fałsz.

Ponadto megarejczycy zajmowali się analizowaniem słynnych paradoksów, m.in. „antynomią kłamcy”. Ktoś stwierdza: „Kłamię” Czy ta osoba mówi prawdę czy kłamię? Możliwe są następujące przypadki:

---

5 Tamże.

6 Arystoteles, *Topiki*, ks. I 101 b 11, [w:] W. Suchoń, *Wykłady o dziejach logiki dawniejszej*, Kraków 2001, s. 52.

7 T. Kotarbiński, *Wykłady z dziejów logiki*, Warszawa 1985, s. 25.

8 Arystoteles, *Metafizyka*, [w:] W. Suchoń, op.cit., s. 43.

9 T. Kotarbiński, op. cit., s.23.

1. osoba kłamie i mówi, że kłamie, więc mówi prawdę;
2. jeśli prawdą jest to co dana osoba mówi oraz stwierdza że kłamie, więc kłamie (bo stan faktyczny jest inny niż to co mówi).

Otrzymujemy sprzeczność, bo dostaliśmy, że osoba mówi prawdę jedynie wtedy gdy kłamie.

Powyższy przykład uzmysławia nam, że aby wnioskowania były poprawne muszą one podlegać pewnym ograniczeniom i prawom.

W kolejnym etapie rozwoju logiki, jakim było średniowiecze, najważniejszy wpływ na jej rozwój jest przypisywany Dunsowi Szkotowi (XIV w.) oraz Wilhelmowi Ockhamowi (XIV w.). Duns Szkot przedstawił własności implikacji. Natomiast Wilhelm Ockham badał problemy twierdzeń związanych z rachunkiem zdań oraz problemami logicznego wynikania<sup>10</sup>.

W połowie XVII w. logice nastąpił rozwój nurtu psychologicznego. Jednym z jego najważniejszych przedstawicieli był Kartezjusz (René Descartes 1596-1650). W swoim wykładzie zatytułowanym „Rozprawa o metodzie” podał on najważniejsze wskazówki związane z poznaniem, które to uznał za warunek wstępny do oceny fałszywości albo prawdziwości.

Na pracach Kartezjusza wzorował przedstawiciel logiki formalnej – Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Do jego najważniejszych osiągnięć zaliczamy m.in. stworzenie podstaw rachunku zdań oraz podanie definicji relacji tożsamości.

Nieoceniony wkład w rozwój logiki mieli również Leonard Euler (1707-1783) oraz John Venn, (1834-1923). L. Euler był jest pomysłodawcą wykresów, które obecnie nazywamy od jego nazwiska kołami Eulera. Natomiast w celu zbadania poprawności niektórych rodzajów wnioskowań korzystamy z wykresów Venna .

Ważny wpływ na rozwój logiki miał również August de Morgan (1806 – 1878), którego nazwisko jest zwykle kojarzone z prawami logicznymi. Ponadto sformułował on zasady dotyczące relacji oraz zbudował schematy sylogistyczne.

W wieku XIX nastąpiło zbliżenie logiki oraz matematyki. „Wyprowadzenie matematyki z logiki” zaproponował Gottlob Frege (1848-1925)<sup>11</sup>. Zawdzięczamy mu m.in. aksjomatyczny system rachunku zdań oraz teorię kwantyfikatorów.

Logika matematyczna była kontynuowana i rozwijana przez Bertranda Russela (1872-1970). Zajmował się on teorią zdań, relacji, logiką orzeczników.

Nie sposób nie wspomnieć, że na rozwój współczesnej logiki ogromny wpływ mieli również wybitni polscy logicy, m.in.: Tadeusz Kotarbiński (1886-1981), Stanisław Leśniewski (1886-1939), Jan Łukasiewicz (1878-1956), Kazimierz Ajdukiewicz (1890-1963), Alfred Tarski (1901-1983)<sup>12</sup>.

---

<sup>10</sup> T. Kotarbiński, op.cit., s.59.

<sup>11</sup> *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*, pod red. W. Marciszewskiego, Warszawa 1987, s.422.

<sup>12</sup> T. Kotarbiński, op. cit.; *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*, op.cit.; K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*, Warszawa 1965; S. Lewandowski, H. Machińska, A. Malinowski, J. Petzel, op. cit.



## 2. Klasyczny rachunek zdań i przykłady jego zastosowania w prawie

### 2.1. Zdanie w logice

W logice **zdaniem** nazywamy wyrażenie któremu można przypisać (tylko) jedną z dwóch wartości: prawdę lub fałsz. Ogólnie przyjęta zasada w matematyce mówi, że zdania oznaczamy małymi literami, np.  $p, q, r, \dots$ , prawdę natomiast 1, a fałsz 0. Przykładem zdania jest sformułowanie: „Słońce krąży wokół Ziemi”. Natomiast wypowiedź „Żona oskarżonego odmówiła składania zeznań” bez kontekstu nie jest ani fałszywa, ani prawdziwa, więc w sensie logicznym nie jest zdaniem.

Wyobraźmy sobie następującą sytuację: chwilę po rozprawie w której uczestniczyła żona oskarżonego ktoś powie do osób, które były podczas całej rozprawy na sali sądowej: „Żona oskarżonego odmówiła składania zeznań.” Wówczas z punktu widzenia tych osób, ta wypowiedź jest zadaniem (w sensie logicznym). Osoby które były na rozprawie mogą bowiem przypisać jej konkretną wartość logiczną. Dotychczasowe przykłady zdań przedstawiają zdania proste.

Jeśli połączymy zadania proste spójnikami np.: i, lub, jeżeli..., to..., wtedy i tylko wtedy gdy, to otrzymamy zdanie złożone. Przykładem zdania złożonego jest: Jeżeli oskarżonemu Bartoszowi K. zarzucono popełnienie zbrodni w dniu 19 kwietnia 2016, to musi mieć obrońcę przed sądem okręgowym jako sądem pierwszej instancji. (Zakładamy, że takiemu zdaniu przypisujemy wartość logiczną prawdę lub fałsz zgodnie z obowiązującymi przepisami w Polsce)<sup>13</sup>.

Zastanowimy się obecnie, kiedy zdanie złożone jest prawdziwe. W tym celu wprowadzimy symbole logiczne oraz nazwy zdań złożonych.

Nazwa zdania logicznego	Spójnik/spójniki (również te używane w mowie potocznej)	Symbol logiczny
koniunkcja	i, oraz, a także	$\wedge$
alternatywa (zwykła)	lub	$\vee$
alternatywa rozłączna	albo	$\perp$
negacja	nieprawda, że	$\sim$
implikacja	jeżeli ..., to; skoro..., to... jeśli..., to ...wobec tego... ...zatem...	$\Rightarrow$
równoważność	wtedy i tylko wtedy, gdy	$\Leftrightarrow$

<sup>13</sup> Zgodnie z art. 80 KPK oskarżony musi mieć obrońcę w postępowaniu okręgowym, jeżeli zarzucono mu zbrodnię.

Koniunkcja dwóch zdań jest prawdziwa jedynie wtedy jeśli oba zdania są prawdziwe, co możemy zapisać w następującej tabelce:

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

W przypadku gdy w zdaniu występuje więcej zdań połączonych takimi spójnikami jak: i, oraz, a także (często również przecinkami) aby koniunkcja była prawdziwa wszystkie zdania muszą być prawdziwe.

Alternatywa (zwykła) dwóch zdań jest prawdziwa jeżeli co najmniej jedno ze zdań jest prawdziwe. Zatem tabelka dla alternatywy jest następująca:

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Alternatywa rozłączna dwóch zdań jest prawdziwa jeżeli dokładnie jedno z nich jest prawdziwe. W przeciwieństwie do alternatywy zwykłej, jeżeli p i q mają wartość logiczną 1, to alternatywa rozłączna nie jest prawdziwa.

p	q	$p \perp q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Zdanie p oraz zaprzeczenie zdania p mają różne (przeciwnie) wartości logiczne, co ilustruje poniższa tabelka:

p	$\sim p$
1	0
0	1

Implikacja jest fałszywa jedynie wtedy gdy z prawdziwego zdania wynika fałszywy wniosek. Zatem tabelka dla implikacji jest następująca:

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Równoważność jest prawdziwa (tylko) wtedy gdy dwa zdania które w niej występują mają taką samą wartość logiczną, czyli oba są fałszywe albo oba są prawdziwe:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Przykład zastosowań w prawie:

Założmy, że Agata P. w dniu 20 maja 2017 r. wyraziła zgodę na przeprowadzenie eksperymentu medycznego polegającego na systematycznym podawaniu pewnego „innowacyjnego” leku. Wcześniej została ona poinformowana (tylko) o celach, sposobach i warunkach przeprowadzania eksperymentu, spodziewanych korzyściach leczniczych lub poznawczych oraz o ryzyku. Czy nastąpiło naruszenie prawa?

Zgodnie z art. 24 ust. 1 ustawy o zawodach lekarza<sup>14</sup> osoba uczestnicząca w eksperymencie musi być jeszcze dodatkowo poinformowana o możliwości odstąpienia od udziału w nim na każdym jego etapie. Przeanalizujemy teraz dokładnie ten przykład stosując logikę matematyczną. Wprowadźmy następujące oznaczenia:

- p – Agata P. została poinformowana o celach eksperymentu;
- q – Agata P. została poinformowana o sposobach przeprowadzania eksperymentu;
- r – Agata P. została poinformowana o warunkach przeprowadzania eksperymentu;
- s – Agata P. została poinformowana o spodziewanych korzyściach leczniczych;
- t – Agata P. została poinformowana o spodziewanych korzyściach poznawczych;
- u – Agata P. została poinformowana o ryzyku

<sup>14</sup> Ustawa z dnia 5 grudnia 1996 r. *O zawodach lekarza i lekarza dentysty*, tekst jedn. Dz. U. z 2017 r., poz. 125 ze zm.

w – Agata P. została poinformowana o możliwości odstąpienia od udziału w eksperymencie w każdym jego stadium.

W sytuacji gdy Agata P. (tylko) wyraziła zgodę i została poinformowana o celach, sposobach i warunkach przeprowadzania eksperymentu, spodziewanych korzyściach leczniczych lub poznawczych oraz o ryzyku zachodzi  $p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee t) \wedge u \wedge (\sim w)$ , bowiem nie została ona poinformowana o możliwości odstąpienia od udziału w eksperymencie w każdym jego stadium (czyli zaszło zdarzenie  $\sim w$ ). Sytuacja, która byłaby zgodna z obowiązującymi przepisami w Rzeczypospolitej Polskiej może być zapisana:  $p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee t) \wedge u \wedge w$

Zastanówmy się czy  $p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee t) \wedge u \wedge (\sim w) \Leftrightarrow p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee t) \wedge u \wedge w$ ? Zweryfikujmy prawdziwość tego zdania poprzez użycie metody zero-jedynkowej.

p	q	r	s	t	s ∨ t	u	w	~w	$p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee t) \wedge u \wedge (\sim w)$	$p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee t) \wedge u \wedge w$
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1

$p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee t) \wedge u \wedge (\sim w)$	$p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee t) \wedge u \wedge w$	$p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee t) \wedge u \wedge (\sim w) \Leftrightarrow p \wedge q \wedge r \wedge (s \vee t) \wedge u \wedge w$
0	1	0

Rzeczywiście więc doszło do naruszenia przepisów prawa. Albowiem sytuacja, która miała miejsce, może być opisana zdaniem (w sensie logicznym), które zgodnie z logiką matematyczną nie jest równoważne ze zdaniem określającym aktualne przepisy prawne.

## 2.2. Prawa logiczne i ich obecność w praktyce prawniczej

Aby w sposób poprawny formułować zdania równoważne ze zdaniem występującymi w przepisach prawnych oraz dokonywać poprawnego wnioskowania z pomocą przychodzą nam znane prawa logiczne.

**Prawem logicznym (prawem rachunku zdań)** nazywamy zdanie złożone, które jest zawsze prawdziwe, niezależnie od wartości logicznych zdań je tworzących. Przedstawmy teraz pewne elementarne prawa logiczne:

$p \vee \sim p$  – prawo wyłączonego środka

$\sim(p \wedge \sim p)$  – prawo sprzeczności

$\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$  – prawo podwójnego zaprzeczenia

$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$

$(p \vee p) \Leftrightarrow p$ .

Aby udowodnić prawa logiczne można posługiwać się metodą zero-jedynkową. Polega ona na rozpatrzeniu wszystkich możliwych wartości logicznych zdań składowych i ocenieniu wartości logicznej całego zdania złożonego.

Udowodnimy teraz pierwsze prawo. W tym celu posłużymy się tabelką:

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
0	1	1
1	0	1

Wykażmy teraz drugie prawo:

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$
0	1	0	1
1	0	0	1

Zauważmy, że zdanie  $p \wedge \sim p$  ma wartość logiczną 0, również zdanie  $\sim[\sim(p \wedge \sim p)]$  ma wartość logiczną 0. Dowody pozostałych praw pozostawiamy czytelnikowi.

**Podamy teraz przykład zastosowania prawa sprzeczności w pracy prawnika:** jeśli prokurator stwierdzi, że: „*Oskarżony kradnąc te pieniądze popełnił ogromną zbrodnię i powinien zostać pozbawiony wolności na rok*, to adwokat będzie mógł zwrócić uwagę, że jest to zdanie fałszywe, ponieważ na mocy użytych w nim wyrazów jest ono wewnętrznie sprzeczne. Bowiem zbrodnią w polskim prawie karnym jest czyn zabroniony zagrożony karą pozbawienia wolności na czas nie krótszy od lat 3.”<sup>15</sup>

Przejdziemy teraz do omówienia praw De Morgana, których znajomość jest niezbędna do prawidłowego tworzenia zaprzeczeń zdań. Rozpatrzmy dwa zdania:

p – osoba została poinformowana o celu przeszukania mieszkania

q – osoba została wezwana do wydania poszukiwanych przedmiotów.

Utwórzmy zdanie  $p \wedge q$ . Będzie ono prawdziwe, gdy zarówno osoba została poinformowana o celu przeszukania mieszkania, jak również została wezwana do wydania poszukiwanych przedmiotów (zaszły obie sytuacje). Spróbujmy teraz zbudować przeczenie tego zdania, czyli zdanie  $\sim(p \wedge q)$ . Będzie on prawdziwe w następujących trzech przypadkach:

1. osoba została poinformowana o celu przeszukania mieszkania i nie została wezwana do wydania poszukiwanych przedmiotów;
2. osoba nie została poinformowana o celu przeszukania mieszkania i została wezwana do wydania poszukiwanych przedmiotów;
3. osoba nie została poinformowana o celu przeszukania mieszkania i nie została wezwana do wydania poszukiwanych przedmiotów.

15 F. Gołoba, P. Piękoś, P. Turkowski, op.cit, s. 36-37.

Zatem przypuszczamy, że  $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p) \vee (\sim q)$ . Zweryfikujemy tą hipotezę przy pomocy metody zero-jedynkowej

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p) \vee (\sim q)$	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p) \vee (\sim q)$
1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1

Pokazaliśmy więc, że zdanie logiczne:

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p) \vee (\sim q)$$

jest prawem logicznym. Podobnie można wykazać, że zdanie

$$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$$

jest prawem logicznym. Powyższe dwa prawa są zwane **prawami De Morgana**.

Możemy je wypowiedzieć w sposób następujący:

Zaprzeczeniem koniunkcji dwóch zdań jest alternatywa zaprzeczeń tych zdań.

Zaprzeczeniem alternatywy dwóch zdań jest koniunkcja zaprzeczeń tych zdań.

Podajmy teraz przykłady innych praw logicznych:

$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$  – przemienność alternatywy

$((p \vee q) \vee r) \Leftrightarrow (p \vee (q \vee r))$  – łączność alternatywy

$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$  – przemienność koniunkcji

$((p \wedge q) \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r))$  – łączność koniunkcji

$(p \wedge (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$  – rozdzielność koniunkcji względem alternatywy

$(p \vee (q \wedge r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$  – rozdzielność względem koniunkcji

$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$  – prawo przechodniości implikacji

$[\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)]$  – prawo zaprzeczenia implikacji

Zanim podamy kolejne prawa wprowadzimy nazwy pewnych implikacji: Jeśli implikację  $p \Rightarrow q$  nazywamy **implikacją prostą**, to implikacja  $q \Rightarrow p$  jest **implikacją odwrotną**,

$\sim p \Rightarrow \sim q$  jest **implikacją przeciwną**, zaś  $\sim q \Rightarrow \sim p$  jest **implikacją przeciwną**.

Możemy więc podać kolejne prawa:

$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$  – równoważność implikacji prostej i przeciwną

$(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$  – równoważność implikacji odwrotnej i przeciwną

$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$  – zamiana równoważności na koniunkcję implikacji prostej i odwrotnej.

Podamy teraz przykład, który ma na celu uświadomienie, że znajomość praw logicznych oraz umiejętność ich stosowania pozwala na wyciąganie nieoczywistych wniosków. Naszym celem jest przedstawienie pewnej idei, sposobu rozumowania, którego zrozumienie może skutkować spojrzeniem przez prawników na pewne sytuacje z szerszej perspektywy.

### Przykład korzystania z praw logicznych

Dokonano włamania do mieszkania na parterze. Trzech świadków widziało złodzieja, który wyskoczył przez okno. Wiemy, że na pewno złodziej był mężczyzną. Pierwszy świadek powiedział: „Złodziej miał rude kolor włosów i granatową kurtkę”. Drugi świadek zeznał na przesłuchaniu: „Złodziej był blondynem, który był ubrany w zieloną kurtkę”. Natomiast trzeci świadek powiedział: „Złodziej miał na sobie fioletową kurtkę i na pewno nie miał rudych włosów”. Chwilę po włamaniu na miejsce przestępstwa przyjechał komisarz Julian W. Z doświadczenia komisarza Julian W. wynika, że często jedynie połowa zeznań każdego ze świadka jest prawdziwa. Chwilę później komisarz Julian W. stwierdził: „Przestępca najprawdopodobniej jest ubrany w ... kurtkę i ma ... włosy.”

Przedstawimy teraz rozwiązanie zadania komisarza Aleksandra W. w których skorzystał z praw logicznych. (Zakładamy dodatkowo, że złodziej miał jednokolorową kurtkę i miał włosy w jednym kolorze). Przyjmijmy następujące oznaczenia:

p – złodziej miał rude kolor włosów

q – złodziej miał granatową kurtkę

r – złodziej był blondynem

s – złodziej miał zieloną kurtkę

t – złodziej miał fioletową kurtkę.

Wówczas prawdziwe są (przy założeniu jakie przyjął komisarz wynikające z jego doświadczenia) trzy następujące zdania złożone:  $p \vee q$ ,  $r \vee s$ ,  $t \vee \sim p$ . Zatem koniunkcja tych zdań jest również prawdziwa, tzn. prawdziwe jest zdanie

$$(p \vee q) \wedge (r \vee s) \wedge (t \vee \sim p).$$

Stosując prawo przemienności koniunkcji otrzymujemy

$$(p \vee q) \wedge (r \vee s) \wedge (t \vee \sim p) \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (r \vee s)] \wedge (t \vee \sim p).$$

Korzystając z praw logicznych przekształcimy wyrażenie występujące po prawej stronie równoważności. Zajmiemy się najpierw wyrażeniem występującym w nawiasie kwadratowym. Korzystając z prawa rozdzielności koniunkcji względem alternatywy otrzymujemy

$$(p \vee q) \wedge (r \vee s) \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge r] \vee [(p \vee q) \wedge s].$$

Stosując prawo łączności koniunkcji dostajemy

$$[(p \vee q) \wedge r] \vee [(p \vee q) \wedge s] \Leftrightarrow [r \wedge (p \vee q)] \vee [s \wedge (p \vee q)].$$

Stosując najpierw prawo rozdzielności koniunkcji względem alternatywy, a następnie łączność alternatywy uzyskujemy

$$[r \wedge (p \vee q)] \vee [s \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow [(r \wedge p) \vee (r \wedge q)] \vee [(s \wedge p) \vee (s \wedge q)] \Leftrightarrow (r \wedge p) \vee (r \wedge q) \vee (s \wedge p) \vee (s \wedge q).$$

Uzyskaliśmy więc

$$(p \vee q) \wedge (r \vee s) \Leftrightarrow (r \wedge p) \vee (r \wedge q) \vee (s \wedge p) \vee (s \wedge q).$$

Stąd otrzymujemy

$$[(p \vee q) \wedge (r \vee s)] \wedge (t \vee \sim p) \Leftrightarrow [(r \wedge p) \vee (r \wedge q) \vee (s \wedge p) \vee (s \wedge q)] \wedge (t \vee \sim p) \\ \Leftrightarrow (t \vee \sim p) \wedge [(r \wedge p) \vee (r \wedge q) \vee (s \wedge p) \vee (s \wedge q)]$$

$$\Leftrightarrow \{t \wedge [(r \wedge p) \vee (r \wedge q) \vee (s \wedge p) \vee (s \wedge q)]\} \vee \{(\sim p) \wedge [(r \wedge p) \vee (r \wedge q) \vee (s \wedge p) \vee (s \wedge q)]\}$$

$$\Leftrightarrow (t \wedge r \wedge p) \vee (t \wedge r \wedge q) \vee (t \wedge s \wedge p) \vee (t \wedge s \wedge q) \vee (\sim p \wedge r \wedge p) \vee (\sim p \wedge r \wedge q) \vee (\sim p \wedge s \wedge p) \vee (\sim p \wedge s \wedge q).$$

Podsumowując, uzyskaliśmy, że zdanie

$$(p \vee q) \wedge (r \vee s) \wedge (t \vee \sim p),$$

które ma wartość logiczną 1, jest równoważne zdaniu

$$(t \wedge r \wedge p) \vee (t \wedge r \wedge q) \vee (t \wedge s \wedge p) \vee (t \wedge s \wedge q) \vee (\sim p \wedge r \wedge p) \vee (\sim p \wedge r \wedge q) \vee (\sim p \wedge s \wedge p) \vee (\sim p \wedge s \wedge q).$$

Zatem otrzymane przez nas zdanie, które składa się z alternatywy ośmiu zdań, ma wartość logiczną 1. Przeanalizujmy teraz wartości logiczne zdań występujące w tej alternatywie:

$t \wedge r \wedge p$  – zdanie to ma wartość logiczną 0, ponieważ osoba nie może być jednocześnie blondynem i mieć rudego koloru włosów

$t \wedge r \wedge q$  zdanie to ma wartość logiczną 0, bo złodziej nie mógł mieć jednocześnie fioletowej i granatowej kurtki. Przeprowadzając analogiczne wnioskowania otrzymujemy również, że zdania:  $t \wedge s \wedge p$ ,  $t \wedge s \wedge q$ ,  $\sim p \wedge r \wedge p$ ,  $\sim p \wedge s \wedge p$ ,  $\sim p \wedge s \wedge q$  mają wartość logiczną 0. W zdaniu składającym się z alternatywy ośmiu zdań występuje jeszcze zdanie  $\sim p \wedge r \wedge q$ . Ponieważ cała wypowiedź jest zdaniem prawdziwym, więc zdanie  $\sim p \wedge r \wedge q$  musi być zdaniem prawdziwym.

Zatem komisarz Julian W. stwierdził: „Przestępca najprawdopodobniej jest ubrany w granatową kurtkę i ma blond włosy”<sup>16</sup>.

### 3. Kwantyfikatory oraz forma zdaniowa i ich zastosowanie w praktyce prawnika

Wyrażenie, które zawiera zmienną albo zmienne nazywamy **formą zdaniową**, jeżeli po wstawieniu w miejsce zmiennej (albo zmiennych) nazw konkretnych rzeczy/elementów otrzymamy zdanie logiczne. Będziemy stosowali następujące oznaczenie:

$p(x)$  – forma zdaniowa zmiennej  $x$ ;

$p(x,y)$  – forma zdaniowa dwóch zmiennych  $x$  i  $y$ ;

$p(x,y,z)$  – forma zdaniowa trzech zmiennych:  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Przykład:

W dniu 20 kwietnia 2017 r. w miejscu w którym był sprawnie działający monitoring, osoba posiadająca broń palną i mająca na nią pozwolenie przekazał/przekazała broń palną osobie nie mającej pozwolenia na jej posiadanie.

16 Opisana sytuacja nigdy nie miała miejsca, analogiczny przykład zastosowania praw logicznych można znaleźć w literaturze: K. Kłaczko, M. Kurczab, E. Świda, *Matematyka 1: podręcznik do liceów i techników*, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2002, s. 12-15.



Zdanie może być potraktowane jako forma zdaniowa dwóch zmiennych:

x – osoba posiadająca broń palną i mająca na nią pozwolenie

y – osoba nie mającej pozwolenia na jej posiadanie

Jeśli

zamiast słów: „osoba posiadająca broń palną i mająca na nią pozwolenie” wstawimy imię i nazwisko konkretnej osoby, która ma pozwolenie na posiadanie broni palnej;

natomiast w miejsce słów: „osobie nie mającej pozwolenia na jej posiadanie” wpisemy imię i nazwisko konkretnej osoby, która spełnia ten warunek, to otrzymamy zdanie logiczne. Załóżmy na przykład, że Kamil E. ma pozwolenie na broń i ją posiada, Barbara W. nie ma pozwolenia na broń. Wstawiając do zdania otrzymujemy:

W dniu 20 kwietnia 2017 r. w miejscu w którym był sprawnie działający monitoring, Kamil E. przekazał/przekazała broń palną Barbarze W. Jest to zdanie logiczne, któremu możemy przypisać jedną z dwóch wartości logicznych: prawda lub fałsz (zakładamy oczywiście że nagranie z monitoringu jest wyraźne, osoby nie miały zasłoniętych twarzy itd.; bowiem w przeciwnym razie nie byłoby to zdanie logiczne.)

**Dziedzina formy zdaniowej** nazywamy zbiór wszystkich przedmiotów/elementów, które po wstawieniu do formy zdaniowej dadzą nam zdanie logiczne.

Dziedzina formy zdaniowej są pary postaci (x,y). We wspomnianym przykładzie jest to m.in. para (Kamil E., Barbara W.)

**Zbiorem elementów spełniających formę zdaniową** nazywamy wszystkie te elementy należące do dziedziny, które po wstawieniu do formy zdaniowej dadzą nam zdanie logiczne o wartości logicznej 1 (czyli w skrócie zdanie prawdziwe). Zbiór takich elementów będziemy oznaczać: {x: p(x)}, {(x,y): p(x,y)}, itd..

Jeśli więc Kamil E. jest na nagraniu z monitoringu z dnia 20 kwietnia 2017 i przekazał on broń Barbarze W., to oznacza to że para (Kamil E., Barbara W.) należy do zbioru elementów spełniających formę zdaniową.

Dodajmy jeszcze że zgodnie z art. 263 § 3 kodeksu karnego: „Kto, mając zezwolenie na posiadanie broni palnej lub amunicji, udostępnia lub przekazuje ją osobie nieuprawnionej, podlega grzywnie, karze ograniczenia wolności albo pozbawienia wolności do lat 2”.

Założmy o zbiorze A, że jest niepusty oraz oznaczmy przez p(x) funkcję zdaniową zmiennej x. Wyróżniamy dwa kwantyfikatory:

$\wedge x \in A p(x)$  - kwantyfikator ogólny (duży)

$\vee x \in A p(x)$  – kwantyfikator szczegółowy, zwany też kwantyfikatorem małym lub egzystencjonalnym

Zapis  $\wedge x \in A p(x)$  oznacza, że dla każdego x należącego do zbioru A zachodzi funkcja p(x). Natomiast zapis  $\vee x \in A p(x)$  oznacza, że istnieje element x należący do zbioru A taki że zachodzi p(x). Zatem kwantyfikatory to zdania logiczne.

Przyjmuje się, że kwantyfikatory wiążą mocniej niż spójniki występujące w zdaniu logicznym, tzn.

$$\wedge x \in A p(x) \vee q(x) \Leftrightarrow (\wedge x \in A p(x)) \vee q(x).$$

W przypadku gdy zbiór  $A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  składa się ze  $n$  elementów ( $n$  jest skończoną liczbą), mamy:

$$\wedge x \in A p(x) \Leftrightarrow (p(x_1) \wedge p(x_2) \wedge \dots \wedge p(x_n))$$

$$\vee x \in A p(x) \Leftrightarrow (p(x_1) \vee p(x_2) \vee \dots \vee p(x_n))$$

Podamy teraz kilka przykładów podstawowych praw rachunku kwantyfikatorów:

$$\sim(\wedge x \in A p(x)) \Leftrightarrow \vee x \in A (\sim p(x))$$

Zgodnie z tym prawem: Nieprawda, że wszyscy świadkowie uciekli z miejsca wypadku wtedy i tylko wtedy gdy istnieje świadek, który nie uciekł z miejsca wypadku.

$$\sim(\vee x \in A p(x)) \Leftrightarrow \wedge x \in A (\sim p(x))$$

Zgodnie z tym prawem: Nie prawda, że istnieje osoba, która przyznała się do popełnienia wykroczenia wtedy i tylko wtedy gdy każda osoba nie przyznała się do popełnienia wykroczenia.

$$\vee x \in A (p(x) \vee q(x)) \Leftrightarrow \vee x \in A p(x) \vee \vee x \in A q(x)$$

Zgodnie z tym prawem: Istnieje osoba, która udzieliła pierwszej pomocy poszkodowanemu na miejscu wypadku lub wezwała pomoc wtedy i tylko wtedy gdy istnieje osoba, która udzieliła pierwszej pomocy poszkodowanemu na miejscu wypadku lub istnieje osoba, która wezwała pomoc.

$$\wedge x \in A (p(x) \wedge q(x)) \Leftrightarrow \wedge x \in A p(x) \wedge \wedge x \in A q(x)$$

Zgodnie z tym prawem: Każdy kierowca który spowodował wypadek w ubiegłą sobotę był nietrzeźwy i przekroczył prędkość wtedy i tylko wtedy gdy każdy kierowca, który spowodował wypadek w ubiegłą sobotę był nietrzeźwy i każdy kierowca który spowodował wypadek w ubiegłą sobotę przekroczył prędkość.

Osoby zainteresowanym poznaniem większej ilości praw kwantyfikatorów oraz przykładów ich zastosowania w kontekście nauk prawnych mogą je znaleźć w podręczniku do logiki dla prawników<sup>17</sup>.

#### 4. Sylogistyka w logice i prawie

Niestety, omówiony klasyczny rachunek zdań w rozdziale trzecim nie jest narzędziem nadającym do analizy wszystkich rozumowań. Żeby się o tym przekonać, przeanalizujmy następujące rozumowanie. Każdy ragdoll jest kotem<sup>18</sup>. Każdy kot jest ssakiem. Zatem każdy ragdoll jest ssakiem. Oczywiście takie rozumowanie jest poprawne. Przypomnijmy, że implikacja ma taką własność, że z przesłanek

17 S. Lewandowski, H. Machińska, A. Malinowski, J. Petzel, op. cit.

18 Ragdoll jest rasą kota.

prawdziwych nie może wynikać fałszywy wniosek. Zatem wydaje się, że wniosek wynika z przesłanek. Oznaczmy zdania występujące w naszym wnioskowaniu:

p – Każdy ragdoll jest kotem;

q – Każdy kot jest ssakiem;

r – Zatem każdy ragdoll jest ssakiem.

Ponieważ pomiędzy zdaniami nie ma spójników, więc nic nie stoi na przeszkodzie aby zdania p, q miały wartość logiczną 1, natomiast zdanie r miało wartość logiczną 0. Z powyższego przykładu wydawać by się mogło, że logika matematyczna jest sprzeczna z logicznym myśleniem. Jednak nic bardziej mylnego. W tym przypadku bowiem nie należy korzystać z klasycznego rachunku zdań, lecz z systemu zwanego **sylogizmem**.

#### 4.1. Schematy zdań

W sylogistyce rolę stałych logicznych, zamiast spójników zdaniowych, pełnią następujące cztery zwroty:

każde... jest...;

żadne... nie jest;

niektóre... są...;

niektóre..., nie są....

Aby sporządzić schemat tych zdań należy wyszukać te zwroty i zastąpić je odpowiednimi symbolami. Zwykle zwrot *każde... jest...* oznaczamy symbolem litery „a”, *żadne... nie jest* – literą „e”; *niektóre... są...* – literą „i”, *niektóre..., nie są....* – literą „o”.

**Desygnatem nazwy** nazywamy przedmiot który jest oznaczany przez daną nazwę. Każdej nazwie możemy przyporządkować zbiór przedmiotów, które dana nazwa oznacza. Zbiór ten określamy jako **zbiór desygnatów nazwy**. Zmienne, które odpowiadają nazwom w schematach sylogistycznych oznaczamy dużymi literami S oraz P.

S a P oznacza zdanie *każde S jest P*.

S e P oznacza zdanie *żadne S nie jest P*.

S i P oznacza zdanie *niektóre S są P*.

S o P oznacza zdanie *niektóre S nie są P*.

Uwaga:

Nazwami są nie tylko takie wyrażenia jak: kot, pies, ssak itd. Nazwa nie musi składać się tylko z jednego rzeczownika – nazwami mogą być również takie wyrażenia jak mały pies, groźny przestępca. Nazwy mogą też być bardziej abstrakcyjne (np. uczucia), mogą oznaczać procesy zachodzące w czasie np. szczęście, lęk wysokości, wycieczka do lasu, zapalenie mięśnia sercowego.

Przykłady schematów zdań:

Każdy kot jest ssakiem, to oczywiście  $S \rightarrow P$ , gdzie  $S$  – kot,  $P$  – ssak.

Żaden pies nie jest ptakiem, to  $S \rightarrow \neg P$ , gdzie  $S$  – pies,  $P$  – ptak

Niektóre psy są malutkie, to  $S \rightarrow P$ , gdzie  $S$  – pies,  $P$  – malutki pies.

Niektórzy studenci nie są pilni, to  $S \rightarrow \neg P$ , gdzie  $S$  – student,  $P$  – osoba pilna (nie może być pilny bo to nie jest nazwa).

W sylogistyce istnieje możliwość zapisania jedynie czterech typów schematów.

Zadania tych czterech rodzajów nazywamy **zadaniami kategorycznymi**. Jeśli zdanie logiczne nie zawiera jednego z czterech zwrotów: każde jest, żaden nie jest, niektóre są, niektóre nie są (lub zwrotu równoważnego), to nie jest możliwe aby napisać taki schemat.

#### 4.2. Sprawdzanie poprawności sylogizmu metodą diagramów Venna

Wyjaśnijmy najpierw pojęcie sylogizmu. **Sylogizm** jest pewnym, ściśle określonym rodzajem wnioskowania. Zawsze musi się składać z trzech zdań kategorycznych: dwóch przesłanek oraz wniosku. Dodatkowo, w każdym sylogizmie muszą występować trzy nazwy.

**Przykład sylogizmu:**

Każdy adwokat jest absolwentem studiów prawnych ( $P \rightarrow M$ ,  $P$  – adwokat,  $M$  – absolwent studiów prawnych). Niektórzy rzecznicy patentowi nie są absolwentami studiów prawnych ( $S \rightarrow \neg M$ ,  $S$  – rzecznik patentowy). Zatem niektórzy rzecznicy patentowi nie są adwokatami ( $S \rightarrow \neg P$ ). Schemat powyższych zdań będziemy zapisywać w następujący sposób (nad kreską zapisujemy dwie przesłanki, pod kreską piszemy wniosek):

$P \rightarrow M$

$S \rightarrow \neg M$

---

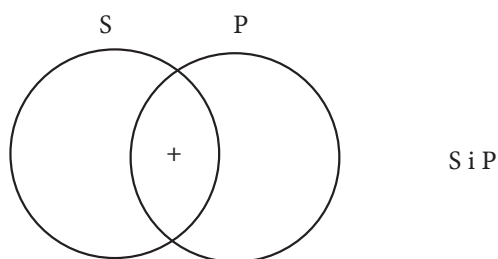
$S \rightarrow \neg P$

Sprawdzenie poprawności sylogizmu jest niczym innym jak sprawdzenie poprawności wnioskowania. Mówimy, że **reguła jest niezawodna**, jeśli nie jest możliwa sytuacja w której przesłanki są prawdziwe, a wniosek jest fałszywy.

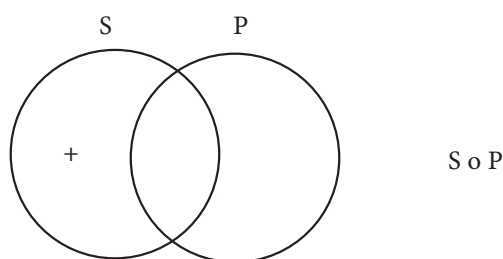
#### Diagramy Venna

Najpopularniejszym sposobem sprawdzania poprawności sylogizmów jest metoda diagramów Venna. W diagramach Venna zakresy nazw są symbolizowane przez koła. Znak „+” symbolizuje, że w danym obszarze na pewno coś się znajduje, znak „-” symbolizuje, że na pewno nie ma nic w tym obszarze.

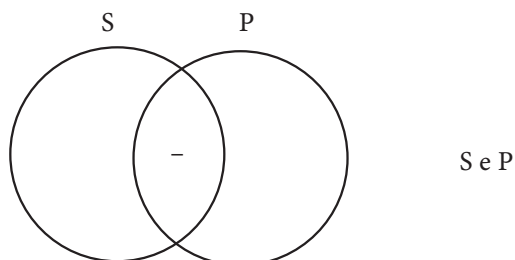
Zaprezentujemy teraz, jak na diagramach Venna można przedstawić poszczególne zdania



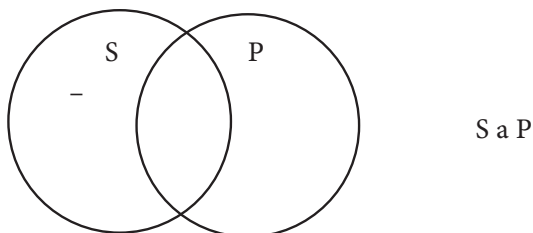
Zdanie *niektóre S są P* informuje, że na pewno istnieją obiekty w części wspólnej oraz P, co symbolizuje znak „+”. Zdanie S i P nie musi nam nic mówić o pozostałych częściach obszaru, więc nie wpisujemy do nich nic.



Ze zdania *niektóre S nie są P* wnioskujemy, że muszą istnieć obiekty należące do zbioru S i nie należące do P, więc należy wstawić znak „+” w części S znajdującej się poza zbiorem P. O pozostałych częściach obszaru nic nie wiemy, więc pozostawiamy je puste.



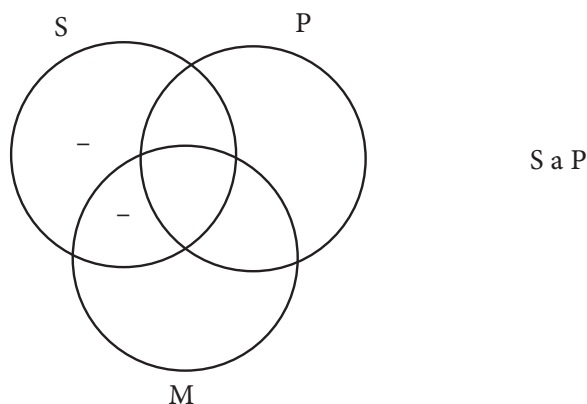
W przypadku zdania *żadne S nie są P* należy wstawić „–” w części wspólnej zbiorów. Zdanie *S e P* stwierdza bowiem, że na pewno nie istnieją obiekty należące jednocześnie do zbiorów S i P (o innych częściach obszaru nic nie wiemy).

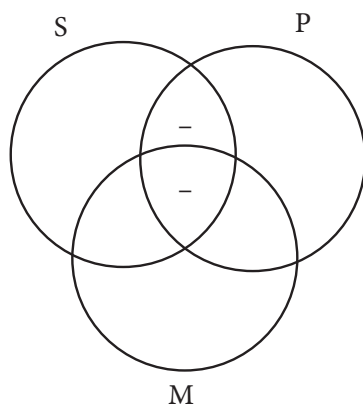


Zdanie *każde S jest P* stwierdza, że jeżeli coś jest S, to także jest P, stąd umieszczamy „–” po lewej stronie diagramu i nie umieszczamy więcej znaków.

W każdym sylogizmie występują trzy nazwy. W związku z tym potrzebna jest umiejętność zaznaczania poszczególnych zdań kategorycznych na diagramach składających się z trzech kół. Będzie ona niezbędna przy sprawdzaniu poprawności sylogizmów (wnioskowania).

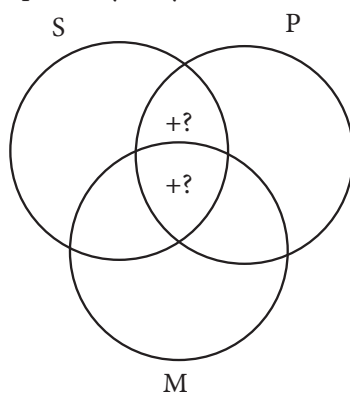
W przypadku zdań *S a P* oraz *S e P* rysunki są rozszerzeniem diagramów dla dwóch nazw. Przeprowadzając więc analogiczne rozumowania jak dla diagramów Venna dla dwóch terminów otrzymujemy:



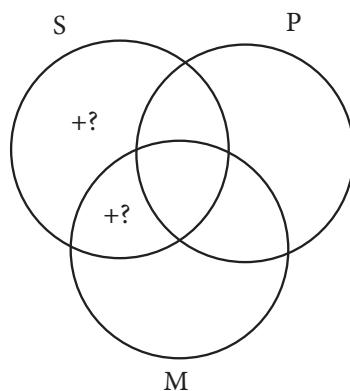


S e P

Inaczej jest w przypadku zdań S i P oraz S o P. Wówczas musimy dodatkowo zapisać znaki zapytania przy symbolach „+”, gdyż wiemy, że w danym obszarze na pewno znajdują się jakieś elementy, ale nie wiadomo w której jego części, co przedstawiono na poniższych rysunkach:



S i P



S o P

Aby sprawdzić poprawność sylogizmu przy pomocy diagramów Venna, musimy najpierw wpisać do diagramu wszystkie informacje jakie niosą ze sobą przesłanki. Następnie sprawdzamy czy tak wypełniony diagram Venna gwarantuje nam prawdziwość wniosku. Jednak zadania będącego wnioskiem nie wpisujemy do diagramu – musimy sobie wyobrazić co by się znajdowało w diagramie gdyby był on prawdziwy, a następnie sprawdzamy czy diagram spełnia te warunki.

Sylogizm jest poprawny jedynie w przypadku, jeśli jest zagwarantowana prawdziwość konkluzji. W przeciwnym razie możemy podać kontrprzykład, czyli możemy utworzyć diagram, ilustrujący sytuację w której przesłanki są prawdziwe, a wniosek jest fałszywy (sylogizm jest więc niepoprawny).

Zbadajmy poprawność sylogizmu w odniesieniu do dziedziny prawniczej: *Każde zabójstwo jest zbrodnią. Każda zbrodnia jest przestępstwem. Zatem każde zabójstwo jest przestępstwem.* Oznaczmy zmienne: S – zabójstwo, P – przestępstwo, M – zbrodnia. Badany sylogizm opiera się na następującej regule:

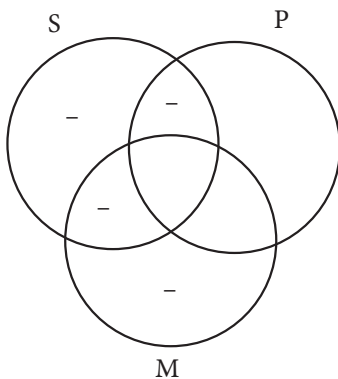
S a M

M a P

---

S a P

Narysujmy teraz diagram. Zauważmy, że pierwsza przesłanka mówi, że obszar zbioru S leżący poza M na pewno jest pusty, natomiast druga, że obszar zbioru M leżący poza P na pewno jest pusty. Otrzymujemy więc następujący diagram.



Konkluzja ma postać S a P, zatem jeśli jest prawdziwa, to pusty musi być obszar zbioru S leżący poza P. Ponieważ w obu częściach tego obszaru są minusy, więc wniosek wynika z przesłanek. Otrzymaliśmy więc, że badany sylogizm jest poprawny.



## 5. Elementy teorii relacji w prawie

S. Lewandowski, H. Machińska, A. Malinowski, J. Petzel zwracają uwagę na to, że rozumienie pojęcia relacji jest niezwykle istotne w nauce prawa, gdyż nauka ta zajmuje się regulowaniem określonych relacji, stosunków jakie zachodzą pomiędzy ludźmi, jednostkami organizacyjnymi, bądź też pomiędzy ludźmi i jednostkami organizacyjnymi. Podają oni m.in. następujące przykłady stosunków mających charakter prawny:

- a) stosunki zachodzące między wierzycielem, a dłużnikiem – są one regulowane przez prawo cywilne;

- b) stosunki pomiędzy rodzicami, a dziećmi – reguluje je prawo rodzinne;

- c) stosunki pomiędzy współnikami – reguluje je prawo handlowe.

Zwracają oni również uwagę na to, że pojęcie relacji w logice jest używane w szerszym znaczeniu niż w prawie. Logika matematyczna zajmuje się szeroko pojętymi relacjami, a więc nie tylko relacjami pomiędzy ludźmi czy jednostkami organizacyjnymi, lecz również relacjami pomiędzy zdaniem, nazwami. Relacja w matematyce jest pojęciem rozumianym w sposób abstrakcyjny, a nie konkretny. „Aparat pojęciowy stworzony na gruncie logicznej teorii relacji pozwala jednak na precyzyjny opis stosunków, jakie mają miejsce w rzeczywistości”<sup>19</sup>.

Wyjaśnimy teraz czym jest relacja. Mówiąc o relacji będziemy mieć na myśli pewien związek łączącym dwa obiekty. Relacją może być na przykład bycie młodszym – pewna osoba  $x$  jest młodszą od osoby  $y$ , bycie wujkiem – pewna osoba  $x$  jest wujkiem dla osoby  $y$ , itp. Relacje mogą mieć dowolną ilość członów. Jednakże my będziemy zajmować się jedynie relacjami dwuczłonowymi.

Znak  $R$  będzie oznaczać relacje pomiędzy elementami oznaczanymi za pomocą liter  $x, y, z$ . Symbol

$xRy$

czytamy:  $x$  pozostaje/jest w relacji  $z$ /do  $y$ . Używany też jest zapis

$(x,y) \in R$ ,

który oznacza, że: para  $x, y$  należy do relacji  $R$ .

Aby lepiej zrozumieć pojęcie relacji wprowadzimy pojęcie pary uporządkowanej i iloczynu kartezjańskiego dwóch zbiorów.

### Para uporządkowana

Jeśli rozpatrujemy zwykłe zbiory, to nie jest istotna kolejność w jakiej wypisujemy elementy, np. zbiory  $A=\{1,2\}$  oraz  $B=\{2,1\}$  są sobie równe. Inaczej jest w przypadku gdy rozpatrujemy pary uporządkowane. Elementy par uporządkowanych będziemy pisać w nawiasach okrągłych np.  $(1,2)$ ,  $(2,1)$ . Para  $(1,2)$  nie jest równa parze  $(2,1)$ , bo w przypadku par uporządkowanych ważna jest kolejność występujących w niej elementów.

---

<sup>19</sup> Tamże, s. 67.

## Iloczyn kartezjański

Iloczyn kartezjański zbiorów  $A$  i  $B$  (który zapisujemy  $A \times B$ ), to zbiór wszystkich par uporządkowanych  $(a, b)$ , takich że pierwszy element (czyli w naszym przypadku  $a$ ) należy do zbioru  $A$ , a drugi element (tutaj  $b$ ) należy do zbioru  $B$ . Na przykład, jeśli  $A = \{a, b\}$  oraz  $B = \{1, 2, 3\}$ , to iloczyn kartezjański

$$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}.$$

**Relacja** to zbiór składający się z niektórych pary, należących do iloczynu kartezjańskiego  $A \times B$ , czyli np. relacją może być zbiór

$$R = \{(a, 1), (a, 2)\}.$$

W każdej relacji możemy określić dziedzinę oraz przeciwdziedzinę.

Niech  $A, B$  będą niepustymi zbiorami oraz niech  $R$  będzie relacją będącą podzbiorem  $A \times B$ . **Dziedziną relacji  $R$  (dziedziną lewostronną relacji  $R$ )** nazywamy zbiór tych wszystkich elementów  $x$  należących do zbioru  $A$ , które pozostają w relacji  $R$  do co najmniej jednego przedmiotu  $y$  należącego do zbioru  $B$ . Dziedzinę relacji oznaczamy  $D_L(R)$ . Mamy więc

$$D_L(R) = \{x \in A : \exists y \in B \ x R y\}.$$

W naszym przypadku  $D_L(R)$  składa się z jednego elementu  $a$ , tzn.

$$D_L(R) = \{a\}.$$

Dziedziną relacji jest więc zbiór wszystkich elementów ze zbioru  $A$ , które znalazły się co najmniej raz na pierwszym miejscu w jakiejś parze relacji  $R$ .

**Przeciwdziedziną relacji  $R$  (dziedziną prawostronną relacji  $R$ )** nazywamy zbiór tych wszystkich elementów  $y$  należących do zbioru  $B$ , takich że co najmniej jeden element ze zbioru  $A$  pozostaje w relacji  $R$  z elementem  $y$ . Przeciwdziedzinę relacji będziemy oznaczać  $D_P(R)$ . Zatem

$$D_P(R) = \{y \in B : \exists x \in A \ x R y\}.$$

W naszym przykładzie  $D_P(R) = \{1, 2\}$ . Przeciwdziedzinę relacji stanowi więc zbiór tych wszystkich elementów należących do zbioru  $B$ , które występują co najmniej raz na drugim miejscu w relacji  $R$ .

**Pole relacji  $R$** , to suma dziedziny i przeciwdziedziny relacji. Pole relacji będziemy oznaczać  $P(R)$ . W naszym przypadku mamy więc

$$P(R) = \{a, 1, 2\}.$$

### Przykład:

Niech  $A = B = \{\text{zbiór wszystkich żyjących kiedykolwiek ludzi}\}$ . Określimy dziedzinę lewostronną, prawostronną oraz pole relacji bycia ojcem ( $x R y = x$  jest ojcem  $y$ ).

Jeślibyśmy chcieli przedstawić tę relację w postaci zbioru par uporządkowanych, to za każdym razem na pierwszym miejscu wypisywalibyśmy mężczyznę, który został co najmniej raz ojcem, a na drugim miejscu osobę będącą dzieckiem tego mężczyzny. Dziedziną lewostronną to zbiór wszystkich mężczyzn, którzy mieli lub mają dzieci. Dziedziną prawostronną są wszyscy ludzie, bo każdy ma lub miał kiedyś ojca. Zatem polem relacji jest zbiór wszystkich żyjących kiedykolwiek ludzi.

Od tej pory będziemy zakładać, że  $R$  jest podzbiorem  $A \times A$ . Omówimy teraz własności jakie może mieć relacja  $R$ .

### Zwrotność

Mówimy, że relacja  $R$  jest zwrotna, jeśli każdy element należący do zbioru  $A$  jest w relacji do siebie samego, czyli

$$\bigwedge x \in A \ xRx.$$

#### Przykład:

Niech  $A = \{\text{zbiór ludzi}\}$ . Wówczas relacja  $R$  – bycie w tym samym wieku jest relacją zwrotną.

### Symetryczność

Weźmy dwa dowolne elementy  $x$  i  $y$  ze zbioru  $A$ . Relacja jest symetryczna w sytuacji gdy jest tak, że jeśli relacja zachodzi pomiędzy  $x$  i  $y$  ( $xRy$ ), to zachodzi również pomiędzy  $y$  i  $x$  ( $yRx$ ). Warunek ten możemy zapisać w następujący sposób:

$$\bigwedge x, y \in A \ xRy \Rightarrow yRx.$$

#### Przykład:

Niech  $A = \{\text{zbiór ludzi}\}$  oraz niech  $R$  oznacza relację bycia rodzeństwem. Jeśli osoba  $x$  jest rodzeństwem dla  $y$ , to  $y$  jest rodzeństwem dla  $x$ . Jest więc to relacja symetryczna.

### Przechodniość

Niech  $x, y, z$  będą dowolnymi elementami ze zbioru  $A$ . Mówimy, że relacja jest przechodnia, jeśli z warunków, że  $x$  jest w relacji z  $y$  ( $xRy$ ) i  $y$  jest w relacji z  $z$  ( $yRz$ ), wynika, że  $x$  jest w relacji z  $z$ . Symbolicznie:

$$\bigwedge x, y, z \in A \ (xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz$$

#### Przykład:

Oczywista jest prawdziwość zdania: Jeśli Jan jest starszy od Kamila i Kamil jest starszy od Oli, to Jan jest starszy od Oli. Przykładem relacji  $R$ , która jest przechodnia jest więc relacja bycia starszym; również tym razem za  $A$  możemy przyjąć zbiór wszystkich ludzi.

Istotną rolę w prawie odgrywa umiejętność dokonywania logicznego podziału. W podręcznikach prawnych spotykamy się bowiem z szeregiem podziałów, np. prawo możemy podzielić na publiczne i prywatne, sądy powszechne możemy podzielić na rejonowe, okręgowe, apelacyjne, spółki handlowe dzielimy na osobowe i kapitałowe, umowy na odpłatne i nieodpłatne. Ważne jest aby prawnika posiadać wiedzę o występujących w prawie podziałach oraz umiejętności poprawnego przeprowadzania podziałów. Do tego celu niezbędna jest wiedza o podziale logicznym oraz zasadach jego poprawności. „Wiedza ta pozwala mu na tworzenie opartych na właściwej systematyce wewnętrznej aktów normatyw-

nych i umów. Znajomość zasad podziału logicznego pomaga także prawnikowi w porządkowaniu repetytorium prowadzonych przez niego spraw, porządkowania akt i organizacji pracy”<sup>20</sup>.

Logiczne pojmowanie podziału jest związane z problematyką relacji, a w szczególności z relacjami równoważności oraz klasami abstrakcji. Relację  $R$  nazywamy **relacją równoważności**, gdy jest jednocześnie: zwrotna, symetryczna i przechodnia.

Przykładem relacji równoważności jest równość wobec prawa: „Wszyscy są wobec prawa równi. Wszyscy mają prawo do równego traktowania przez władze publiczne.”<sup>21</sup>

Dla relacji  $R$  będącej relacją równoważności możemy określić klasę abstrakcji. Przypomnijmy że zakładamy, że  $R$  jest podzbiorem  $A \times A$ . Ponadto, niech  $x$  będzie elementem należącym do  $A$ . Wówczas **klasą abstrakcji elementu  $x$**  jest zbiór określony następująco:

$$[x]_R = \{y \in A : xRy\},$$

Jest więc to zbiór tych wszystkich elementów  $y$  należących do zbioru  $A$ , które do  $x$  pozostają w relacji  $R$ .

#### Przykład:

Niech  $A = \{\text{zbiór wszystkich studentów studiów licencjackich}\}$ ,  $R$  – bycie studentem tego samego roku studiów. Łatwo można sprawdzić, że jest to relacja równoważności. W tym przypadku są trzy klasy abstrakcji: bycie studentem I roku, bycie studentem II roku oraz bycie studentem III roku. Nazwy student I roku, student II roku oraz student III roku są tzw. członami podziału.

Podział logiczny musi być zupełny, tzn. każdy desygnat nazwy dzielonej musi należeć do zakresu pewnego wyodrębnionego członu podziału. Jeśli podzielimy wszystkich ludzi ze względu na wykształcenie na: osoby posiadające wykształcenie wyższe, średnie, podstawowe, to otrzymamy podział który nie jest zupełny. W podziale tym bowiem nie uwzględniliśmy osób które nie posiadają żadnego wykształcenia. Ponadto podział musi być rozłączny, czyli członki muszą wzajemnie się wykluczać. Podział społeczeństwa na osoby bez wykształcenia i na osoby z wykształceniem jest zupełny i rozłączny. Ważne jest również aby podział logiczny zachował jedną podstawę podziału. Na przykład jeśli książki w bibliotece podzielimy na książki przygodowe dla dzieci, literaturę w językach obcych, literaturę naukową, to nie będzie wiadomo w którym dziale należy szukać literatury z matematyki w języku angielskim. Dodatkowo jeszcze podział logiczny musi być użyteczny pod względem celu na jaki został dokonany, np. jeśli obuwie w sklepie obuwniczym powinny zostać podzielone względem rodzaju, to podział ze względu na kolor nie będzie użyteczny.

---

20 S. Lewandowski, H. Machińska, A. Malinowski, J. Petzel, op. cit., s. 83.

21 Artykuł 32 Konstytucji RP.

Wielostopniowy podział logiczny jest nazywany **klasyfikacją**. Jest ona jedną z podstawowych metod porządkowania dokumentów prawnych oraz pojęć prawniczych. Tworzenie poprawnej metody wymaga spełnienia dużej ilości dość skomplikowanych warunków<sup>22</sup>.

## Podsumowanie

W artykule zostały przedstawione podstawy klasycznej logiki formalnej i jej znaczenie w pracy prawnika. Rola logiki matematycznej wynika z faktu, że rozumowania interpretacyjne prawa przebiegają według omówionych w niniejszym artykule matematycznych reguł wnioskowania, takich jak klasyczny rachunek zdań oraz reguły sylogistyczne będące najczęściej stosowanymi regułami logicznymi w interpretacji prawa<sup>23</sup>.

Jak można było zauważyć na różnych przytaczanych przykładach, logika matematyczna pełni doniosłą rolę w praktyce prawniczej, pozwala bowiem rozwinąć umiejętności posługiwania się wspomnianymi logicznymi regułami rozumowania, zwłaszcza opartymi na tzw. logice zdań normatywnych (praktycznych), co ma na celu przeprowadzanie poprawnego rozumowania oraz bezbłędnych wnioskowań. Ponadto znajomość teorii relacji pozwala na precyzyjny opis stosunków, które mają miejsce w rzeczywistości oraz ich analizę i interpretację.

Logikę matematyczną należy traktować jako niezwykle istotne narzędzie pomocnicze w pracy prawnika. Należy zdawać sobie sprawę z faktu, że normy prawne, zarówno zwyczajowe, jak również pisane „stanowione przez różnych ludzi w różnym czasie nie tylko nie przewidują wszystkich możliwych wypadków uregulowania, lecz nawet do tych, które przewidują, często są niejasne, a nawet wprost sprzeczne”<sup>24</sup>. Zatem sprawiedliwe sędziowskie orzeczenia, decydujące o jakości ludzkiego życia, wpływające na los całych rodzin, nieraz całego społeczeństwa, a nie tylko pojedynczego człowieka, mogą być jedynie wydawane w przypadku wnikliwego zagłębienia się w przepisy prawa wspartego znajomością nauk pomocniczych w naukach prawnych, do których zaliczamy logikę matematyczną oraz psychologię.

---

22 T. Stawecki, P. Winczorek, *Wstęp do prawoznawstwa*, Warszawa, 1998, s. 48.; S. Lewandowski, H. Machińska, A. Malinowski, J. Petzel, op. cit., s. 87.

23 J. Kalinowski, „Roczniki Filozoficzne”, Vol. 5, No. 2, *Prace z zakresu logiki (1955-1957)*, s. 151-169.

24 J. Kalinowski, *Prace z zakresu logiki (1955 – 1957)*, „Roczniki Filozoficzne”, Vol. 5, No. 2, s. 151-169.

## Literatura

1. K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1965.
2. Arystoteles, *Topiki*, ks. I 101 b 11, [w:] W. Suchoń, *Wykłady o dziejach logiki dawniejszej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2001.
3. Arystoteles, *Metafizyka*, [w:] W. Suchoń, *Wykłady o dziejach logiki dawniejszej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2001.
4. B. Brożek, J. Stelmach, *Metody prawnicze*, Wolters Kluwer Polska, Kraków 2006.
5. F. Gołoba, P. Piękoś, P. Turkowski, *Logika dla prawników*, Wydawnictwo C. H. Beck, Warszawa, 2012.
6. J. Kalinowski, *Prace z zakresu logiki (1955-1957)* „Roczniki Filozoficzne”, Vol. 5, No. 2, s. 151-169.
7. K. Kłaczko, M. Kurczab, E. Świda, *Matematyka 1: podręcznik do liceów i techników*, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2002.
8. T. Kotarbiński, *Wykłady z dziejów logiki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1985.
9. S. Lewandowski, H. Machińska, A. Malinowski, J. Petzel, *Logika dla prawników*, Wydawnictwo Prawnicze LexisNexis, Warszawa, 2003.
10. *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*, pod red. W. Marciszewskiego, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1987, s.422.
11. W. Suchoń, *Wykłady o dziejach logiki dawniejszej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2001.
12. T. Stawecki, P. Winczorek, *Wstęp do prawoznawstwa*, Wydaw. C. H. Beck, Warszawa, 1998.
13. K.A. Wiczorek, *Wprowadzenie do logiki*, Wydawnictwo Skrypt, Warszawa, 2005.

## Akty prawne:

1. Konstytucja Rzeczypospolitej Polskiej, Dz. U. z 1997 r., Nr 78, poz. 483 ze zm.
2. Ustawa z dnia 5 grudnia 1996 r. o zawodach lekarza i lekarza dentysty, tekst jedn. Dz. U. z 2017 r., poz. 125 ze zm.
3. Ustawa z dnia 6 czerwca 1997 r. – Kodeks postępowania karnego, tekst jedn. Dz. U. z 2017 r., poz. 1904.

## Abstract

The article discusses the role of mathematical logic in legal sciences. The first is the theory of mathematical logic, its brief history and examples of its applications in the work of a lawyer.

**Keywords:** mathematical logic, examples of application of mathematical logic in law.



*Marek Jakubowski\*, Michał Charlak\*\*, Katarzyna R. Baran\*\*\**

## **Problematyka globalnej etyki informatycznej w kształceniu inżynierów**

### **Streszczenie**

Opracowanie omawia rolę globalnej etyki informatycznej jako jednego z istotnych czynników kształcenia współczesnych inżynierów. Rolą inżynierów jest upowszechnianie w społeczeństwie rezultatów nauki i techniki oraz ich następstw. W artykule przedstawiono zagadnienie etyki komputerowej oraz wpływu rewolucji informatycznej na wartości społeczne. Omówiono wybrane, nowe paradygmaty systemu kształcenia społeczeństwa cyfrowej rzeczywistości. Przedstawiono podstawy etyki informatycznej i zadania edukacji akademickiej związane z kształtowaniem nowych wartości społeczeństwa informacyjnego oraz wpływ globalizacji etyki informatycznej na kształcenie inżynierów. Etyka informatyczna inżyniera przejawia się w świadomości roli społecznej absolwenta uczelni technicznej, a zwłaszcza realizacji potrzeby formułowania i przekazywania społeczeństwu informacji i opinii dotyczących osiągnięć techniki, przez co inżynier ma również wpływ na zapobieganie skutkom niepożądanych społecznie zachowań informatycznych.

**Słowa kluczowe:** globalna etyka informatyczna, etyka zawodu inżyniera, kształcenie inżyniera

### **Wstęp**

W dzisiejszych czasach globalizacja obejmuje niemal każdą dziedzinę życia. Wpływa nie tylko na ludzkie wartości, ale też na tworzenie się powszechnie akceptowanych standardów zachowań w skali globalnej. Globalne sieci internetowe łączą ludzi na całym ziemskim globie. W dobie wszechobecnej cyfryzacji i kom-

---

\* Dr hab. inż. Marek Jakubowski, prof. PL, Wydział Zarządzania, Politechnika Lubelska.

\*\* Dr inż. Michał Charlak, Wydział Podstaw Techniki, Politechnika Lubelska.

\*\*\* Mgr inż. Katarzyna R. Baran, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, Politechnika Lubelska.



puteryzacji społeczeństwa, zauważalne są wielokrotne próby wprowadzania globalnych zasad etycznych odnoszących się do informatyki. Kwestia ta nabiera dużego znaczenia w zakresie kształcenia inżynierów, ponieważ ze względu na status zawodowy inżynierowie mogą:

- wpływać na kształtowanie się globalnej etyki informatycznej – od organizacji zawodowych w obszarze informatyki po zwykłych użytkowników komputerowych,
- być prekursorami etycznego postępowania informatycznego w skali globalnej,
- niwelować niepożądane zachowania informatyczne i unikać narażania na utratę, np. danych prywatnych użytkowników komputerowych,
- modelować środowisko ludzkich wartości,
- usprawniać procesy komunikacji, nauczania i uczenia się.

## 1. Rewolucja informatyczna a ludzkie wartości

Rewolucję informatyczną powinniśmy rozpatrywać nie tylko w wymiarze technologicznym, ale również społecznym i etycznym. Nie da się ukryć, że mocno wpłynęła ona na dziedziny życia społecznego, przykładowo: narzędzia pracy, sposób spędzania wolnego czasu, rozrywka, przekaz danych. James Moor podkreślając potęgę informatyzacji wskazał, że „istota rewolucji komputerowej (...) tkwi w samej naturze komputera (...) Komputery są plastyczne logicznie w tym sensie, że można je przystosować do wykonania każdej czynności dającej się scharakteryzować w kategoriach wejścia, wyjścia i łączących je operacjach logicznych”<sup>1</sup>. Krystyna Górniak-Kocikowska słusznie zauważyła, że: „komputery nie znają granic. Sieci komputerowe, w odróżnieniu od innych środków masowego przekazu, mają rzeczywiście globalny charakter”<sup>2</sup>. Rewolucja informatyczna kształtuje społeczeństwo, a w nim komunikację między ludźmi, relacje, proces kształcenia, wartości. Z drugiej strony, zmusza programistów, grafików, badaczy informatyki czy też zwykłych użytkowników komputera do zastanowienia się nad etycznym oddziaływaniem informatyki w kontekście globalizacji. Krystyna Górniak – Kocikowska wskazuje też, że „po raz pierwszy w dziejach podejmowane są próby ustanowienia w prawdziwie globalnym kontekście powszechnie akceptowalnych standardów zachowań oraz doskonalenia i obrony ludzkich wartości. Po raz pierwszy w dziejach etyka i wartości jako takie będą dyskutowane i przekształcane w kontekście, który nie będzie limitowany do określonego regionu geograficznego lub ograniczony określoną religią czy kulturą. Może to stanowić jeden z najważniejszych

---

1 J. Moor, *Czym jest etyka komputerowa?*, [w:] *Wprowadzenie do etyki informatycznej*, Poznań 2001, ss. 51-62.

2 K. Górniak-Kocikowska, *The Computer Revolution and the Problem of Global Ethics*. [w:] W. Bynum Terrell, S. Rogerson (red.), *Global Information Ethics*, Opragen Publications 1996, s. 186.

momentów rozwoju społecznego w dziejach”<sup>3</sup>. Etyka komputerowa w wymiarze globalnym skupia się na następujących zagadnieniach:

- ochrona komputerów – fizyczna (kradzież, pożar) i przede wszystkim logiczna (poufność danych, kontrola);
- komputeryzacja miejsc pracy;
- oprogramowanie i jego własność;
- odpowiedzialność zawodowa<sup>4</sup>.

## 2. Stanowiska antropologii filozoficznej adekwatne dla obecnych czasów

Wśród wielu koncepcji antropologii filozoficznej adekwatnych do współczesnego świata, warto odwołać się do myśli Mieczysława Gogacza, polskiego przedstawiciela personalizmu. W pracy *Podstawy wychowania* pisze on następująco: „opieram najpierw ascetykę na realistycznie ujętej teorii człowieka jako osoby. Zarysowując tę teorię ukazuję, że istnienie, współstanowiące człowieka jako osobę, przejawia się w postaci takich własności, jak realność, prawda, dobro, jedność, odrębność, piękno. Nawiązuję też do ujęć, według których realność wyznacza osobową relację miłości, prawda jest podstawą relacji wiary, dobro wyzwala relację nadziei jako zabiegania o trwanie w powiązaniach z osobami przez miłość i wiarę(...). Wiązanie pedagogiki z naukami przyrodniczymi i aktualnie dominującą kulturą filozoficzną niepokoi, gdyż niektóre wersje pedagogiki są oparte właśnie na błędnej lub niedokładnie sformułowanej teorii człowieka. Te wersje pedagogiki ujawniają, że wciąż jeszcze w aktualnej kulturze filozoficznej dominuje tradycja kartezjańska, w której utożsamia się teorię struktury człowieka z teorią poznania człowieka, a z kolei te teorie z psychologią. I ta kartezjanizująca psychologia stała się podstawą wielu wersji pedagogiki. W tej psychologii głosi się, że człowiek jest wyłącznie świadomością”<sup>5</sup>.

Z kolei Martin Buber, inspirujący filozof dialogu, jeszcze z początku XX wieku, w pracy *Problem człowieka* analizuje czynniki socjologiczne i psychologiczne wpływające na rozwój antropologii filozoficznej. W dziejach rozwoju ludzkiego ducha wyróżnia on dwa główne etapy- epokę zdomowienia i epokę bezdomności<sup>6</sup>. W epoce zdomowienia człowiek znajdował oparcie w aktualnej wiedzy, która stosunkowo precyzyjnie określała jego miejsce i sens w świecie. Natomiast współcześnie w epoce bezdomności, ogólnie człowiek (a w szczególności młodzież)

---

3 Tamże.

4 T.W. Bynum, *Etyka a rewolucja informatyczna, Wprowadzenie do etyki informatycznej*, Poznań 2001, ss. 25-36.

5 M. Gogacz, *Podstawy wychowania*, Wydawnictwo Ojców Franciszkanów, Niepokalanów 1993.

6 M. Buber, *Problem człowieka*, tłum. J. Doktor, Warszawa 1993.

traci wiarę w ustalony porządek (ewentualnie ów porządek ulega dekonstrukcji). W związku z powyższym skazany jest on na nieuniknioną samotność.

Martin Buber pisze tutaj następująco: „myśl antropologiczna sięgała głębi swego doświadczenia w tych epokach dziejów ducha, w których człowieka brało w posiadanie uczucie dojmującej, nieuniknionej samotności, a jej owoce dane były tym, którzy byli najbardziej samotni. W przenikliwym chłódzie samotności człowiek staje się pytaniem dla siebie w sposób najbardziej nieustępliwy i właśnie dlatego, że pytanie to bezlitośnie wzywa i wciąga do gry jego największe tajemnice, sam dla siebie staje się doświadczeniem”<sup>7</sup>.

Filozof wymienia przy tym następujące wspomniane czynniki socjologiczne i psychologiczne, składające się na tragiczne poczucie ludzkiej bezdomności, rozumiane jako psychologiczna utrata poczucia bezpieczeństwa :

- czynniki socjologiczne – rozkład dawnych form organizacyjnych bezpośredniego współżycia ludzi (zaliczamy do nich: tradycyjną rodzinę, cech rzemieślniczy, gminę wiejską i miejską itp.). Wspomniany rozkład jest skutkiem politycznego wyzwolenia człowieka przez Rewolucję Francuską.
- czynniki psychologiczne – nienadążanie człowieka za własnym dziełem. Konsekwencje tego stanu można zauważyć w różnych dziedzinach ludzkiej działalności: w dziedzinie techniki: człowiek staje się niewolnikiem maszyny (współcześnie sieci komputerowych itp.), – w dziedzinie gospodarki – mówi on, że machina wytwarzania i zużywania dóbr wyrwała się spod władzy człowieka,
- w dziedzinie polityki – człowiek staje się ofiarą niepojętych mocy, takich jak konflikty i wojny.

W konkluzji można stwierdzić za M. Buberem, że człowiek nie potrafi już zapanować nad stworzonym przez siebie światem!

### 3. Stanowisko praktyki nauczania i wychowania (ujęcie systemowe)

Warto przyrzeć się teraz współczesnej teorii oraz praktyce nauczania i wychowania. Pod pojęciem *zasoby nauczania* w ujęciu systemowym („resources for teaching and learning” w piśmiennictwie anglosaskim) będziemy rozumieli wszystkie materiały pomocnicze, techniczne środki nauczania, środki dydaktyczne, a także tzw. zasoby ludzkie (ang. human resource) czyli kadrę nauczającą oraz pracowników administracji i obsługi szkoły. Zasoby nauczania spełniają rolę służebną i pomocniczą w systemie nauczania- „zabezpieczają” nauczanie. Pojęcie „zabezpieczenie nauczania” może tu być rozumiane w sensie, jaki mu nadał pedagog Józef Konieczny<sup>8</sup>.

---

<sup>7</sup> Tamże.

<sup>8</sup> J. Konieczny, *Sterowanie eksploatacją urządzeń*, PWN, Warszawa 1975.

Należy też podkreślić duży dorobek inżynierii systemów działania i prakseologii formalnej (tzw. łańcuchy działania) w budowie modeli formalnych tzw. mikro-sytuacji dydaktycznych. Powszechnie wiadomo, że „zasoby nauczania powinny być: – dobrze zorganizowane, – dobrze eksploatowane (używając słownictwa technicznego) oraz łatwo dostępne. Ambicją każdej szkoły (uczelni wyższej, placówki oświatowej) jest np. posiadanie wysokiej klasy sprzętu komputerowego, nowoczesnych systemów audiowizualnych i niekwestionowany dostęp do Internetu. W danej szkole lub uczelni wyższej modelowa sytuacja wykorzystania zasobów to taka, gdzie są one razem zebrane, uporządkowane, każdy nauczyciel wie o ich istnieniu i używa ich regularnie bez większych problemów organizacyjnych.

Przedstawiona sytuacja idealna praktycznie występuje bardzo rzadko w polskich szkołach. W praktyce wyżej określone zasoby nauczania są często mało znane nauczycielom (w sensie wyposażenia własnej szkoły) a przez to wykorzystywane rzadko, nieregularnie i nieefektywnie! Istniejący rozdzźwięk pomiędzy stanem pożądanym a faktycznym to zasadniczy problem polskiej szkoły. Przed podjęciem środków zaradczych należy najpierw postawić diagnozę, oddzielnie dla każdej szkoły. Dochodzimy tutaj do problematyki prawidłowego, efektywnego wykorzystania zasobów nauczania szkoły. Wspomniana problematyka może i powinna wchodzić w zakres nauk o eksploatacji. Można wykorzystać bogaty dorobek polskiej szkoły eksploatyki, a także myśli zagranicznej<sup>9</sup>.

Za J. Koniecznym można uwzględnić następujące tezy ujęcia systemowego:

- 1) „Zasoby materialne nauczania powinny być w ramach pojedynczej szkoły centralnie magazynowane i uporządkowane z wykorzystaniem dostępnych technologii komputerowych baz danych i systemów podejmowania decyzji. W małych szkołach rolę taką może spełniać biblioteka szkolna jako centrum zasobów materialnych nauczania.
- 2) Zasoby nauczania są ściśle związane z polityką szkoły oraz tzw. klimatem szkoły. Mamy tu na myśli politykę kadrową (ang. human resource management), tzw. misję szkoły, ogólnie planowanie i zarządzanie strategiczne oraz metodykę nauczania danej grupy przedmiotów.
- 3) Efektywne wykorzystanie zasobów nauczania wymaga dobrej współpracy wszystkich nauczycieli, czyli często podejmowania decyzji grupowych, współpracy z władzami szkolnymi i protektorami szkoły. Można tu wykorzystać technologie systemów rozmytych w zakresie tzw. GDSS (systemy podejmowania decyzji grupowych), konsensusu, wielokryterialnych decyzji kompromisowych itp.
- 4) Efektywne wykorzystanie zasobów nauczania powinno być zgodne z zasadami DO-RO, prakseologii Tadeusza Kotarbińskiego. Przede wszystkim jednak z najprostszą zasadą – mierzenia środków na zamiary. Można łatwo wymienić liczne przykłady łamania tej podstawowej zasady zdroworozsądkowej.

---

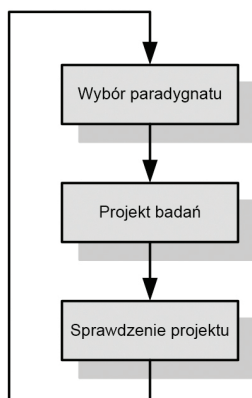
<sup>9</sup> Tamże.

- 5) Efektywne wykorzystanie zasobów nauczania stanowi jedno z głównych ogniw systemu zarządzania jakością szkoły TQM<sup>10</sup>.

#### 4. Paradygmaty badawcze nauk społecznych i ich zastosowanie w procesie edukacyjnym

Aby można było mówić o zastosowaniu takich czy innych paradygmatów w procesie edukacji, należy wyjaśnić samo znaczenie tego słowa. Paradygmat, według E.Hallebone i J. Priest (2009) jest to model nauki, który stara się wyjaśnić istotę bytu oraz tworzy fundamenty programów badań. Paradygmat zawiera tradycyjne formy badań oraz kombinacje ontologii i epistemologii, ich perspektywy oraz sposoby poznania form wiedzy<sup>11</sup>. Paradygmat jest zobowiązaniem do kultury praktyki, świadczy o zmyśle rzeczywistości i wiedzy. Wiele założeń, konwencji i praktyk panujących w danej kulturze przyjmuje za oczywiste, choć czasem nie są one zrozumiałe dla innych kultur. Ponadto jest połączeniem filozofii nauki oraz logiki badań. Jednym z pierwszych, który nadał temu słowu współczesne znaczenie był Thomas Kuhn, który definiuje je jako opis tego, co ma być badane i obserwowane oraz w jaki sposób należy stawiać pytania, by uzyskać odpowiedzi.

Jeśli pragnie się zastosować odpowiedni nowy paradygmat w polskiej edukacji należy najpierw wybrać odpowiedni program badań. Przykładowy sposób wybierania paradygmatów przedstawiony został w pracy E. Hallebone'a i J. Priesta *Business and Management Research: Paradigms and Practices (Paperback)*:



Rys. 1. Kolejne kroki doboru odpowiednich programów badawczych<sup>12</sup>

10 J. Konieczny, *Inżynieria systemów działania*, WNT, Warszawa 1983.

11 E. Hallebone, J. Priest, *Business and Management Research: Paradigms and Practices (Paperback)*, Published by Palgrave USA, United States 2009.

12 Tamże.

Przy czym krok 1 jest to opis problemu badawczego, jego kontekst, cele oraz prawdopodobny wynik. Na tej podstawie wybrany jest wstępnie paradygmat badawczy, w drugim kroku określone są kroki dla zapytania zgodnego z kontekstem badań, jego celami i wymogi najodpowiedniejszego paradygmatu. W ostatnim kroku sprawdzane są szczegóły zaproponowanej teorii badawczej, czy zgadzają się one z kontekstem i celami badawczymi wybieranego paradygmatu. Cele badawcze będą różne dla różnych poziomów edukacyjnych. Zakładając system edukacyjny jako wielopoziomowy na każdym z nich należy wprowadzić nowy paradygmat z poziomem trudności zgodnym z poziomem edukacji<sup>13</sup>.

Zanim wprowadzony zostanie nowy paradygmat do procesu edukacji można najpierw wprowadzić model realizacji tego procesu. Uogólniony proces realizacji wprowadził Henri Louis Le Châtelier, dzieląc go na pięć etapów<sup>14</sup>:

1. Określenie celów.
2. Określenie środków i warunków umożliwiających osiągnięcie celów.
3. Przygotowanie środków i warunków umożliwiających osiągnięcie celów.
4. Realizacja zamierzeń osiągnięcia celów.
5. Kontrola wyników realizacji i wyciągnięcia wniosków.

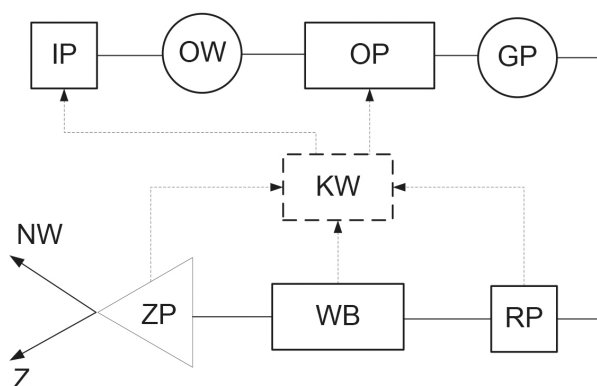
Z uogólnionego procesu realizacji możemy przejść do szczegółowego, który może posłużyć jako model realizacji nowego paradygmatu. Bazując na modelu przemysłowego procesu realizacji (Kiliński 1976) budujemy model przedstawiony na rysunku 2. Etap 1 i 2 według Le Châtelier jest to ustalenie potrzeby wprowadzenia robotyki w polskiej edukacji. Potrzeba ta wynika z ciągłego rozwoju metod nauczania oraz dostosowania procesów edukacyjnych w szkolnictwie polskim do standardów światowych. Etap 3 to opracowanie paradygmatu OP, gotowy paradygmat GP oraz rozpowszechnienie paradygmatu RP. Realizacja zamierzeń osiągnięcia celów jest odpowiednikiem okresu wykonywania badań paradygmatu. Ostatnim etapem jest kontrola wyników i doskonalenie procesu. W procesie tym obecne jest KW występujące w sprzężeniu zwrotnym, co pozwala na ciągłe doskonalenie procesu<sup>15</sup>.

---

13 T. Mooij, *Optimising ICT Effectiveness in instruction and learning: multilevel transformation theory and a pilot. Project in secondary education*, „Computers& Education”, 42 (2004), s. 25 – 44.

14 A. K. Koźmiński, *Polish Management in Times of Change*, „Nowy Sącz Academic Review”, No. 1, 2004, s.6-9.

15 Tamże.



**Rys. 2.** Model paradygmatu badawczego w procesie edukacji-proces realizacji; IP – identyfikacja procesu, OW – określenie wymagań, OP – opracowanie paradygmatu, GP – gotowy paradygmat, R – rozpowszechnianie programu badań, U – wykonywanie badań, Z – zakończenie programu, KW – kontrola wyników i doskonalenie programu, NW – opracowanie nowej wersji programu, Z – zarzucenie programu<sup>16</sup>

System edukacyjny powinien poradzić sobie z wprowadzeniem nowych paradygmatów, ponieważ znane są już w polskiej historii przypadki wprowadzana różnorodnych systemów.

## 5. Paradygmaty w obrębie najnowszej pedagogiki

Żyjąc w epoce cyfrowej nietrudno zauważyć, że rozwój technologii informacyjnych czy narzędzi informatycznych jest jednym z czynników zachodzących przemian technologicznych, kulturowych, społecznych. Internet i media cyfrowe są powszechne w niemal każdej aktywności ludzkiej. W edukacji powszechność ta spowodowała dostęp do źródeł informacji w sposób nieograniczony. Jesteśmy nie tylko odbiorcami i użytkownikami treści zawartych w Internecie, ale także ich autorami. Z związku z tym, w nowych modelach edukacji ważne są następujące wybrane filary:

- samouczenie,
- edukacja open source,
- usieciowione uczenie się,
- life long learning<sup>17</sup>.

<sup>16</sup> A. K. Koźmiński, *Polish Management in Times of Change*, "Nowy Sącz Academic Review", No. 1, 2004, s. 6-9.

<sup>17</sup> M. Wieczorek-Tomaszewska (red. nauk.), *Dydaktyka cyfrowa epoki smartfona, Raport ekspercki*, Stowarzyszenie „Miasta w Internecie”, 2013.



System kształcenia rzeczywistości cyfrowej wprowadził zmiany. Zmieniła się rola i miejsce szkoły, zmieniły się środki i metody nauczania. Technologie informacyjno – komunikacyjne wprowadziły swobodny dostęp do źródeł informacji oraz cyfrową interakcję. W związku z kształtowaniem się nowych modeli kształcenia, za słuszne uważa się przeanalizowanie paradygmatów w zakresie pedagogiki, która skupia cele, treści, metody, środki, formy organizacji procesów wychowawczych<sup>18</sup>. Tabela 1 zawiera zestawienie paradygmatów opatrzone komentarzem autorów.

**Tab. 1.** Zestawienie paradygmatów nauczania

Paradygmat	Pajdocentryzm – humanizm (radikalna zmiana)	Pajdocentryzm – interpretatywistyczny (regulacja)	Didaskaliocentryzm – strukturalizm	Didaskaliocentryzm – funkcjonalizm (stopniowa regulacja)
Treść paradygmatu	Wychowanie to świadome działanie edukacyjne nastawione na:			
	wzmacnianie swobodnego rozwoju dziecka i usuwanie blokad społecznych tego rozwoju.	wzmacnianie u dziecka umiejętności konstruowania subiektywnych znaczeń, które nadawane są widzialnemu otoczeniu.	kształtowanie osobowości zdolnej do działania w warunkach konfliktów strukturalnych (podstawą kształcenia są konflikty i struktura).	kształtowanie osobowości w oparciu o obowiązujący w danej kulturze standard psychologiczno-społeczny.
Komentarz	System edukacyjny powinien zmienić się wraz z przemianami, np. cywilizacyjnymi. Edukacja powinna opierać się na aktywizacji zwrotnej (nauczyciel – uczeń), wspomaganie doboru zadań poznawczych, korzystaniu z dostępnych źródeł informacji, odchodzeniu od sztywnej standaryzacji.	Pedagogika z związku z globalizacją dziedzin życia, nie nadąża analizować i regulować praktyki edukacyjne. Tym samym pojawia się problem w rozwijaniu uczniów, wspomaganie ich w odkrywaniu zdolności i potencjału własnego.	Obecna edukacja stawia sobie jako cel profilowanie osobowości, jednak niedostatecznie kształtuje samodzielność jednostek odpowiedzialnych za swój rozwój i uczenie się przez całe życie.	Obecna edukacja w czasach dynamicznych i nagłych przemian cywilizacyjnych nie potrafi wspierać ucznia tak, by w oparciu o procesy edukacyjne, uczeń zbudował obraz świata zgodny z rzeczywistością.

Źródło: opracowanie własne na podstawie (Rubacha 2006, s. 59-68, Wieczorek – Tomaszewska 2013, s. 7-10).

Współczesna edukacja powinna analizować i zaspokajać potrzeby społeczeństwa. Najważniejsza powinna być zdobywana wiedza i umiejętność jej wykorzystania, np. w przyszłej pracy. Niestety w ostatnich latach można zauważyć zjawisko

18 Por. B. Petrozolin-Skowrońska, *Pedagogika*, [w:] *Nowa encyklopedia powszechna*, tom IV, PWN, Warszawa 1996, s. 812; R. Rubacha, *Budowanie teorii pedagogicznych*, [w:] Z. Kwieciński, B. Śliwerski (red.), *Pedagogika, Podręcznik akademicki*, t. 1, rozdz. 3, WN PWN, Warszawa 2006, s. 59-68.



stawiania wyżej dyplomów, certyfikatów, świadectw nad rzeczywistą wiedzę i umiejętności, co sprawia, że nie zawsze mogą się one obiektywnie pokrywać z wynikami studiowania.

## 6. Modele kształcenia globalnego

W świecie dydaktyki cyfrowej pojawiły się też różne modele kształcenia. Opierają się one najczęściej na bezpośrednim przekazywaniu wiedzy, wykorzystaniu narzędzi technologii informacyjnej, wprowadzaniu w naukę elementów rozrywki itp. Dominika Hofman- Kozłowska wskazuje na sześć modeli kształcenia podnoszących skuteczność i atrakcyjność procesu nauczania, bazującego na narzędziach IT i zasobach Internetu<sup>19</sup>. Tabela 2 przedstawia modele kształcenia, które autorzy uznają za słuszne i efektywne w kształceniu globalnym.

**Tab. 2.** Zestawienie nowych modeli kształcenia

Model kształcenia	Opis
Nauczanie podające z wykorzystaniem technologii informacyjno – komunikacyjnych	Przekazywanie wiedzy uczniom w sposób bezpośredni za pomocą narzędzi technologii informacyjno – komunikacyjnej.
Kształcenie wyprzedzające	Tzw. flipped classroom. Następuje zamiana ról – nauczyciel zamienia się z uczniem. Uczniowie przed przejściem do nowego materiału szukają samodzielnie wiadomości korzystając z własnej wiedzy i ze źródeł zewnętrznych. Następnie dokonują syntezy i przy pomocy nauczyciela uzupełniają ew. braki.
Nauczanie problemowe	Uczniowie rozwiązują autentyczne problemy podane wcześniej przez nauczyciela – tworzą hipotezy, weryfikują je kształcąc operacje umysłowe i praktyczne.
Metoda projektowa	Uczniowie tworzą projekty edukacyjne, czyli zadania długoterminowe, które wymagają od ucznia samodzielnego i dogłębnego zbadania problemu.
Gamifikacja	Połączenie edukacji z rozrywką, tzw. edutainment.
Kształcenie hybrydowe	Łączy formy kształcenia tradycyjnego (spotkanie uczniów z nauczycielem) z e – nauczaniem (e – learning).

Źródło: opracowanie własne na podstawie (Hofman – Kozłowska 2013, s. 52-76).

Warto zauważyć, że przedstawione w tabeli nr 2 modele kształcenia stawiają na naukę poprzez doświadczenie i interdyscyplinarne budowanie wiedzy.

19 D. Hofman – Kozłowska, *Modele edukacyjne w cyfrowych czasach*, [w:] M. Wieczorek – Tomaszewska (red. nauk.), *Dydaktyka cyfrowa epoki smartfona*, Stowarzyszenie „Miasta w Internecie”, 2013, s. 53-76.

## 7. Etyka informatyczna w edukacji akademickiej

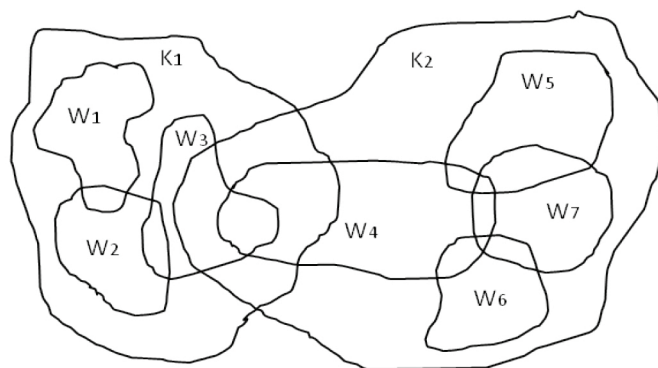
Oprócz nowych paradygmatów w pedagogice i nowych modeli kształcenia uczniów czy dorosłych, adekwatnych dla cywilizacji informacyjnej, ważne staje się zagadnienie etyki korzystania z nowych, cyfrowych źródeł informacji. W Stanach Zjednoczonych od ponad trzydziestu lat rozwijana jest nowa dziedzina akademicka, zwana etyką komputerową. Na wielu amerykańskich i brytyjskich uczelniach stanowi ona wykładany przedmiot. Etyką komputerową zaczęło zajmować się wiele organizacji zawodowych, center badawczych czy też stowarzyszeń na całym świecie. Przykładowo: Global Consortium on Computing and Social Values, Zakład Etyki Biznesu w Instytucie Kulturoznawstwa Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu. Coraz więcej przedstawicieli uczelni, zwłaszcza technicznych, zauważa konieczność kształcenia przyszłych inżynierów w oparciu o etyczność informatyczną. Zaczyna się ono od pokazywania wpływu technologii informatycznej na ludzkie wartości, np. wiedzę, zdrowie, relacje między ludźmi. Następnie obejmuje wskazanie przestępstw komputerowych, np. plagiatów, kradzieży danych prywatnych, uzależnień od technologii, pozytywnych i negatywnych stron informatyzacji społeczeństwa itp.

Etyka informatyczna na poziomie uniwersyteckim rozwinęła się głównie dzięki Walterowi Mannerowi, który w 1980 r. przygotował i rozpowszechnił *Starter Kit in Computer Ethics*, zawierający materiały dla nauczycieli akademickich dotyczące etyki komputerowej. James Moor, Deborah Johnson, Sherry Turkle czy Terrell Ward Bynum – to jedni z najbardziej zaangażowanych badaczy w/w zagadnienia. Co ważne, zagadnienie to połączyło świat nauk humanistycznych i technicznych, gdyż zajmują się nim filozofowie, informatycy, socjologowie, biznesmeni itp.

W polskich uczelniach technicznych coraz częściej zwraca się uwagę na etyczność postępowania przyszłych inżynierów w zakresie informatyki. Legalność oprogramowania, ochrona danych, nieszkodliwość nowych technologii czy też ułatwienie życia codziennego poprzez urządzenia techniczne – to tylko część zagadnień, które przekazuje się inżynierom w ramach etyki informatycznej. Ważną kwestią jest pokazanie tej etyki w skali globalnej. Inżynier jako techniczny intelektualista pełni tutaj kilka ról – może być zarówno twórcą, użytkownikiem czy też strażnikiem globalnej etyki informatycznej, która normuje wzorce zachowań, np. sieciowych na całym świecie. Odnosząc się do rozdziału I niniejszego artykułu, zakładamy, że w kształceniu inżynierów to właśnie odpowiedzialność zawodowa jest najważniejsza. Inżynier informatyk posiada wyspecjalizowaną wiedzę informatyczną, dzięki czemu może stanowić niejako autorytet i wpływać na wartości ludzi. Wraz z tym, pojawia się obowiązek odpowiedzialnego i profesjonalnego działania opartego o zgodność interesów i ich nieszkodliwość. Odpowiedzialność etyczna inżyniera jest określana przez kodeksy etyczne, wytyczne programowe czy wymagania akredytacyjne różnych organizacji, np. Association for Computing Machinery (ACM), Institute of Electrical and Electronic Engineers (IEEE).

## 8. Etyka zawodu inżyniera

Warto teraz przyjrzeć się bliżej szerszemu zagadnieniu, czyli problematyce etyki inżynierskiej. Jak twierdzi na przykład Jan Tymowski „zadaniem inżynierów jest rozwiązywanie problemów jakie wyłania ciągle rozwijające się społeczeństwo a które mogą być rozwiązane przez zastosowanie techniki. Dla inżynierów najczęściej spotykanymi są tworzenie nowych lub ulepszanie istniejących systemów, metod pracy, procesów, wyrobów i ich eksploatacja. Zadania te są coraz bardziej złożone i wymagają kompleksowego ujęcia z uwzględnieniem czynników ekonomicznych, ekologicznych, społecznych, ludzkich, niekiedy nawet politycznych. Praca inżyniera ma charakter twórczy, wymaga szerokiego horyzontu, gruntownych podstaw nauk ścisłych i umiejętności ich stosowania dla rozwiązywania problemów praktycznych, jednocześnie dobrej znajomości metod wytwarzania i umiejętności kierowania pracą zespołów ludzkich. Rekapitułując inżynier musi posiadać odpowiednie kwalifikacje. Należy przy tym rozróżniać kwalifikacje wymagane dla pracy na określonym stanowisku/ wymogi stanowiska/ i kwalifikacje poszczególnych inżynierów / kwalifikacje inżyniera/, jakkolwiek jedno i drugie składają się na te same elementy. Jako reguła kwalifikacje inżyniera są znacznie szersze i umożliwiają mu pracę na szeregu stanowisk. Zależność między wymogami stanowisk a kwalifikacjami inżynierów obrazuje rys. 3.

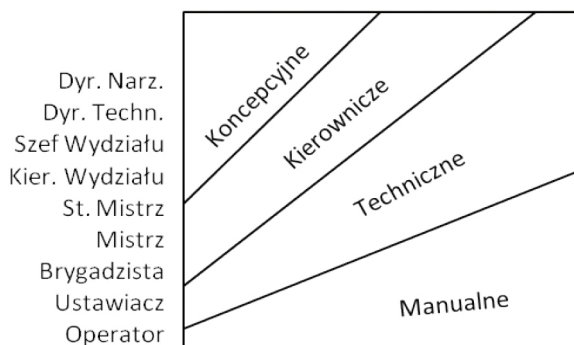


**Rys. 3.** Zależności pomiędzy profilem kwalifikacyjnym *K* inżyniera a profilem wymagań stanowiska pracy<sup>20</sup>

Poszczególne kierunki inżynierskie będą się różniły u absolwentów potrzebnym zakresem wiedzy podstawowej technicznej i oczywiście specjalistycznej.

<sup>20</sup> J. Tymowski, *Sylwetka inżyniera mechanika*, [w:] *II Konferencja Dydaktyczna: Doskonalenie procesu dydaktyczno-wychowawczego*, Politechnika Lubelska, Wydawnictwo Uczelniane, Lublin 1983, s. 64-70.

Waga doświadczenia rośnie w miarę pracy zawodowej, przy czym zasadnicze znaczenie ma charakter wykonywanych prac. Pozostałe grupy cech będą występowały u wszystkich inżynierów, ale waga poszczególnych cech może być różna zależnie od charakteru pracy. Tak np. wiedza i umiejętności organizacji mają zasadnicze znaczenie dla inżyniera pracującego w zarządzaniu, a raczej drugorzędne dla badacza. Znaczenie poszczególnych elementów będzie również ulegało zmianom w miarę przesuwania się w hierarchii zawodowej- dotyczy to szczególnie wiedzy i kształcenia osobowości, tę zależność ilustruje rys. 4<sup>21</sup>.



**Rys. 4.** Rozkład kwalifikacji inżyniera w zależności od charakteru pracy<sup>22</sup>

## **9. Zagadnienie modelowania działalności zawodowej nauczycieli (DZN) w świetle ewangelicznego i nieewangelicznego modelu człowieka Leszka Nowaka**

Polski filozof i metodolog nauk, Leszek Nowak pisząc o relacjach pomiędzy teorią metodologiczną a jej badawczą praktyką stwierdza sceptycznie, że „rozbieżność między tym, co się mówi, a tym co się robi, nie jest w żadnej mierze osobliwością pedagogiki. Rzecz zdaje się tutaj mieć całkiem podobnie, jak w wypadku stosunku między metodologią nauk a praktyką badawczą. Całkiem podobna zagadka metodologów polega na tym, że kiedy metodolog zabiera się do uprawiania jakiejś nauki, wówczas nie słucha się bynajmniej formułowanych przez siebie formalnych reguł, lecz postępuje na sposób całkowicie intuicyjny. Poddaje się zatem działaniu tego samego czynnika, który steruje postępowaniem badawczym zwykłych

21 J. Tymowski, *Sylwetka inżyniera mechanika*, [w:] *II Konferencja Dydaktyczna: Doskonalenie procesu dydaktyczno-wychowawczego*, Politechnika Lubelska, Wydawnictwo Uczelniane, Lublin, 1983, s. 64-70.

22 Tamże.

badaczy. Aby czynnik ten określić, przyjrzyjmy się mu na jednym bodaj terenie humanistycznym, na którym został on wyraźnie skonceptualizowany. Idzie o językoznawstwo. Wedle teorii Chomsky'ego podstawą języka jest nasza kompetencja lingwistyczna- zdolność do twórczego budowania zdań, tj. konstrukcji także takich zdań, których nigdy wcześniej nie słyszeliśmy. Kompetencję tę wyraża się jako znajomość reguł konstrukcyjnych języka. Otóż lingwistyka nie stanowi bynajmniej reguł językowych, lecz je odtwarza. Zadaniem jej jest *rekonstrukcja kompetencji językowej* zwykłych użytkowników języka, która pozwala zrozumieć, skąd się bierze poczucie poprawności językowej. Dlatego to nie ma jakiegokolwiek zagadki lingwisty: lingwista nie mówi inaczej niż zwykli ludzie. Dlatego też nie będąc w stanie stanowić reguł praktyki językowej, jest w stanie korygować tę praktykę tropiąc niekonsekwencje czy luki w stosowaniu reguł konstrukcyjnych danego języka. Ustawiając swe zadanie skromniej, jest w stanie wywierać wpływ mało spektakularny, ale rzeczywisty, na stan badanej przez siebie dziedziny praktyki kulturowej.

Wydaje się, że całkiem podobnie rzeczy się mają w praktyce wychowawczej. I tu postępowanie nasze rządzone jest przez pewne intuicyjne reguły oczywiste dla wszystkich – przynajmniej tak długo, jak długo wychowują, a nie teoretyzują na temat wychowania. Czyż nie jest oczywiste, iż na dziecku należy wymusić, że musi się podzielić łakociami z rodzeństwem – choćby laniem? I rodzice czynią to całkiem spontanicznie: zadają gwałt wolności rozkapryszonego dzieciaka, jeśli trzeba, za pomocą siły. Nie wszyscy, co prawda, tak czynią, ale ci, co powstrzymują się od tej spontanicznej metody, uważani są przez ogół za złych rodziców. Jedynie ci, co naczytali się literatury pedagogicznej, mogą uznać ich za 'rodziców nowoczesnych'. Całkiem więc spontanicznie rodzice stosują się do reguły zalecającej uspołecznienie wychowanków, a więc umiejętność zrzeczenia się własnych chęci na rzecz innych. Całkiem też spontanicznie rodzice stosują się do reguły zakazującej iść w tym kierunku za daleko. Uznają bowiem za oczywiste, że naganne jest, jeśli młody człowiek nie umie zdobyć się na swoje zdanie i występować w jego obronie, szczytuje natomiast życzenia z ust przełożonych dostosowując się do tych życzeń na wyprzódki. Za niewłaściwą uznaje się więc socjalizację totalną, w której zanika własna osobowość wychowanka i kiedy groźba taka staje się realna, podejmują działania mające tę osobowość ukształtować. Otóż wszystko to rodzice wiedzą, niezależnie od jakichkolwiek teorii pedagogicznych. Wszystko to należy bowiem, jak się zdaje, do powszechnej kompetencji wychowawczej, której teoretycy pedagogiki stają się również powolni, kiedy sami występują jako wychowawcy. A jeśli nie respektują tego rodzaju reguł, wówczas stają się w opinii ogółu po prostu złymi wychowawcami.

Otóż pedagogika winna pozostawać do kompetencji wychowawczej w takim samym stosunku, jak lingwistyka do kompetencji językowej. Winna – jeśli wolno się wypowiadać na takie tematy niefachowcowi – rekonstruować powszechną kompetencję wychowawczą, a więc rejestrować faktycznie stosowane metody i wyjaśniać, dlaczego były one i są stosowane. Winna więc przyjąć w stosunku do praktyki

badawczej postawę pewnej pokory. W rzeczy samej, jeśli przez tysiące lat setki milionów rodziców postępując z grubsza podobnie zdołało wychować swoje dzieci z nienajgorszymi ostatecznie rezultatami, to podstawowym problemem, przed jakim stoi pedagog, winno być pytanie Kantowskie: wyjaśnić, jak było to możliwe. Dopiero na tym tle możliwe się staje postawienie pytań normatywnych zmierzających do korekty tego zasadniczo tak efektywnego procesu wychowawczego, jaki dzieje się całkowicie spontanicznie, kierując się jakimiś nieznanymi nam zasadami<sup>23</sup>.

Według L. Nowaka zasadniczy problem pedagogiki polega na wyważeniu w procesie wychowania dwóch podstawowych wymiarów: socjalizacyjnego i indywidualizacyjnego. Można zatem powiedzieć, że wspomniane wymiary stanowią zarazem podstawowe składowe modelu działalności pedagogicznej ( a zatem DZN również ). Pierwszy wymiar zakłada, że człowiek jak swego rodzaju „urządzenie” przekształca bodźce środowiska w określone reakcje.

Proces wychowawczy miałby polegać w tym przypadku na nauczaniu wychowanka tego, ażeby na odpowiednie bodźce umiał on odpowiedzieć zgodnie np. z normami współżycia społecznego. Według drugiego wymiaru każdy wychowanek realizuje pewien program w swojej strukturze osobowościowej (nieco podobnie jak kod DNA w roślinach). Zadanie wychowania w tym przypadku miałoby polegać wyłącznie na pomocy w korekcie wspomnianego programu, tak, ażeby był on „właściwy” dla każdej jednostki<sup>24</sup>.

L. Nowak pisze o wyborze jednego z dwóch wymiarów jako podstawy modelowania. Autor niniejszego opracowania sądzi natomiast, że oba wymiary powinny wchodzić w skład modelu. Problem polega jedynie na wyważeniu odpowiednich proporcji ( można wspomniane zagadnienie rozwiązać budując model rozmyty np. typu pro-con fuzzy logic<sup>25</sup>). Niniejszym przedstawimy szkic modelu człowieka według tego filozofa i metodologa.

### 9.1. Ewangeliczny model człowieka w koncepcji Leszka Nowaka<sup>26</sup>

L. Nowak przedstawia swój model człowieka w dwóch formach: ewangelicznej i nieewangelicznej, a każdą z nich jeszcze wyraża w postaci opisowej i normatywnej. Zaczniemy tę rekonstrukcję jego myśli od modelu ewangelicznego w postaci opisowej.

---

23 L. Nowak, *O składowych procesach wychowania w świetle nie-ewangelicznego modelu człowieka*, Socjologia Wychowania, „Acta Universitatis Nicolai Copernici”, Zeszyt 258, Toruń, 1993, s.31- 33.

24 Por. M.A. Jakubowski, *Matematyczne modelowanie profesjonalnej działalności uczuciowej*, Euroswit, Lwów 2003, s. 318; M.A. Jakubowski, *New paradigms of university teaching. Collection of reference texts*, Wydawnictwo Liber Duo, Lublin 2011.

25 M. Sobolewski, *Pro-con fuzzy reasoning*, ICS PAS Report, 664, Warsaw 1989.

26 Por. M.A. Jakubowski, *Innovative research towards teacher professional activity modelling and cognitive pedagogics. Collection of reference texts. Monograph*, Wydawnictwo Liber Duo, Lublin 2011.

### Model opisowy

„Dana niech będzie relacja preferencji osoby X porządkująca (liniowo, co zakładamy) pewien zbiór stanów rzeczy (wartości):

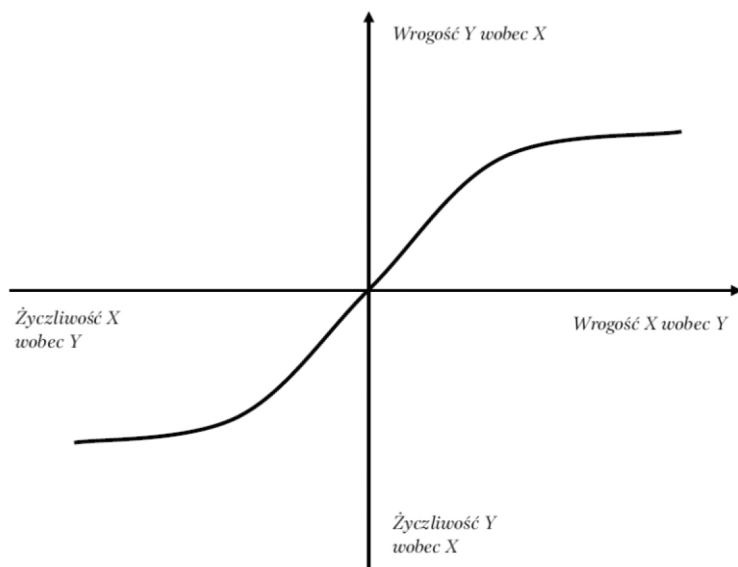
$p_n, \dots, p_1, p_0, p_{-1}, p_{-2}, \dots, p_m$ ,

gdzie  $p_0$  to „neutralny stan” rzeczy (równocenny z tautologicznym), zaś powyżej znajdują się „dobra” a poniżej „zła” osoby X. Rozważmy teraz osobę Y i załóżmy to samo o jej z kolei porządku wartości. X będzie nazywany „aktorem” a Y „odbiorcą” interakcji.

Przyjmijmy pewne definicje. X jest życzliwy dla Y, gdy X realizuje „dobra” Y. X jest wrogi wobec Y, gdy X realizuje „zła” Y. Otóż model interakcji, jaki nazywam „Ewangelicznym modelem człowieka”, utrzymuje, iż dwie typowe jednostki znajdują się w następującym związku ze sobą :

- im bardziej jednostka jest życzliwa dla partnera, tym bardziej odwzajemnia on tę życzliwość,
- im bardziej jednostka jest wroga wobec partnera, tym bardziej odpłaca jej wrogością,
- nikt nie jest nieograniczenie życzliwy dla innych,
- nikt nie jest nieograniczenie wrogi dla innych.

Przy wielkich uproszczeniach graficznie „ewangeliczny model człowieka” można przedstawić jak na rysunku 5.



Rys. 5. Ewangeliczny model człowieka<sup>27</sup>

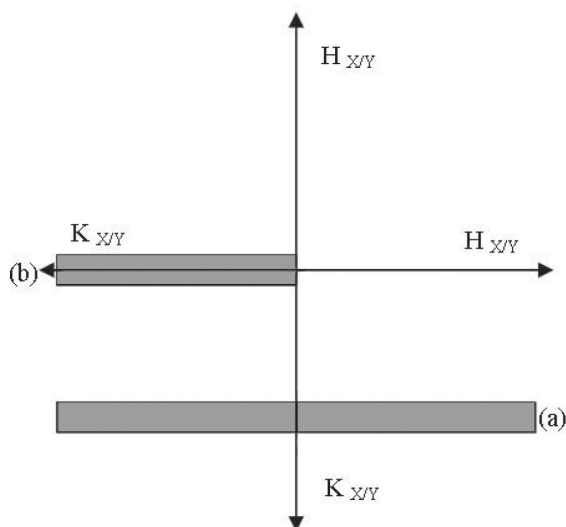
<sup>27</sup> L. Nowak, *O składowych procesach wychowania...* op. cit., s.35.



Poprzestanę na jednym tylko argumencie poświadczającym, iż naszkicowany w wielkim skrócie model stanowi dopuszczalną interpretację chrześcijańskiej koncepcji człowieka. Oto pozwala on zrozumieć najbardziej bodaj zagadkową stronę etyki chrześcijańskiej – to dlaczego mamy obowiązek miłować nieprzyjaciół swoje. Oto normalnie ludzie odpłacają złem za zło, co wywołuje jeszcze większą agresję ze strony pierwszego partnera, i tak dalej bez końca. Jeden jest tylko sposób na rozwikłanie tej spirali nienawiści: skrzywdzony wybaczy krzywdzicielowi i odpłaci dobrem za zło. W ten sposób ten ostatni odpowie mu życzliwością i spirala nienawiści zostanie przerwana.

### Model normatywny

Tak więc mamy obowiązek zło dobrem zwyciężać, bo to jedyny sposób na wykończenie zła w ludziach. Dlatego to ideałem moralnym jest w chrześcijaństwie święty – ktoś kto zachowuje się zawsze wobec bliźnich z nieodmienną życzliwością; odpłaca dobrem tak za dobro, jak i za zło. Ideał ten przełamuje się wszakże nieco inaczej wobec obu postaci interakcji międzyludzkiej – aktora i odbiorcy. Obrazem postępowania idealnego odbiorcy interakcji jest prosta równoległa do osi rzędnych. Postępowanie aktora interakcji natomiast wymaga tego, iżby nie realizował stanów rzeczy skłaniających odbiorcy do wrogości, wykonywał natomiast takie tylko stany rzeczy, które skłaniać go będą do odpowiedzi życzliwościowych. Daje się to przedstawić jak na rysunku 6.



**Rys. 6.** Ideał moralny interakcji odbiorcy a) i aktora b) wedle przyjętej interpretacji etyki chrześcijańskiej<sup>28</sup>

28 L. Nowak, *Składowe procesu wychowania*, op. cit., s.36.



## 9.2. Nie-ewangeliczny model człowieka

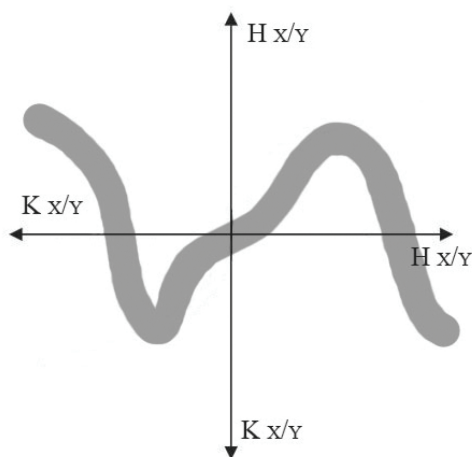
### Model opisowy

Ewangeliczny model człowieka jako opis interakcji międzyludzkich jest dalece niewystarczający. Najpierw ignoruje zjawisko zniewolenia polegające na tym, że w warunkach ekstremalnego zła zanika w nas zdolność do odpowiedzi złem na zło i pojawia się 'patologiczna życzliwość'. Zniewolony przyjmuje więc preferencje swojego ciemieźcy, skoro skłonny jest, wobec skrajnego zła, czynić to, co ten uważa za dobro.

Ewangeliczny model człowieka ignoruje też zjawisko 'zbieszenia'. Polega ono na tym, że w warunkach ekstremalnego dobra zanika w nas zdolność do odpowiedzi dobrem na dobro i pojawia się 'patologiczna wrogość'. Zbieszony przejmuje więc kontrpreferencje swojego dobroczyńcy, skoro skłonny jest, wobec ekstremalnego dobra, czynić to, co ten uważa za zło.

Tak więc założony tu opisowy model interakcji międzyjednostkowych w wielkim skrócie przedstawić można następująco:

- w warunkach normalnych, im bardziej X jest życzliwy (resp. wrogi) dla Yka, tym bardziej Y jest życzliwy (resp. wrogi) dla Xa;
- na ekstremalne zło wyrządzone przez Xa, Y odpowiada właśnie dobrem, skrajna wrogość wywołuje (patologiczną) życzliwość (zniewolenie Yka przez Xa);
- na ekstremalne dobro sprawiane przez Xa, Y odpowiada właśnie złem; skrajna życzliwość wywołuje (patologiczną) wrogość (zbieszenie Yka przez Xa). Graficznie ilustruje to rysunek 7.



**Rys. 7.** Model interakcji międzyjednostkowych. Zn – sytuacja zniewolenia osoby Y przez X, gdy wrogość osoby X przyjmuje skrajnie wysoki poziom; Zb – sytuacja zbieszenia osoby Y, gdy życzliwość osoby X wobec Y przyjmuje skrajnie wysoki poziom; N – sytuacja normalna, gdy wrogość i życzliwość osoby X wobec Y przyjmuje średnie wartości<sup>29</sup>

<sup>29</sup> L. Nowak, *Składowe procesu wychowania*, op. cit. s.37.

Oczywiście, przyjmuje się tu rozliczne założenia idealizujące: o omnipotencji  $X_a$  – że jest on w stanie zrealizować każdy stan rzeczy z porządku wartości  $Y_k$ ; o porządku liniowym wartości; o wzajemnej znajomości porządku wartości partnera, itd.”<sup>30</sup>.

### **Model normatywny**

„Powstaje pytanie o to, jakiego rodzaju model postępowania uznać należałoby za trafny moralnie. Jako punkt wyjścia weźmiemy chrześcijański model normatywny. Model ten rekonstruuje bowiem bardzo wiele z naszych intuicji moralnych. Przede wszystkim tę zasadniczą, iż mamy obowiązek życzliwości wobec bliźnich i uprzedzania swoją życzliwością ich postawy wobec nas. Nie sądzę jednak, by nasze intuicje moralne wyrażały zgodę na uczynienie z tego uniwersalnej reguły postępowania. Zasada ‘zło dobrem zwycięża’ obowiązuje tylko na tym obszarze stosunków międzyludzkich, na którym prawdziwy jest ewangeliczny model człowieka. Rozważmy najpierw postawę odbiorcy interakcji. Rozważmy sytuację zniewolenia. Ktoś doprowadzony jest do stanu, w którym na krańcową krzywdę odpowiada czyniąc to, co krzywdziciel sądzi, iż powinien on czynić, przekształcony więc został w istotę niezdolną do podejmowania decyzji opartej na własnym poczuciu słuszności. Powiedzenie komuś takiemu ‘miłuj nieprzyjaciół swoje’ jest tylko utwierdzeniem go w zniewoleniu.

Nakaz miłości nieprzyjaciół traci sens moralny, kiedy nieprzyjaciół nas zniewala, albowiem traci wówczas walor ewangeliczny model człowieka.

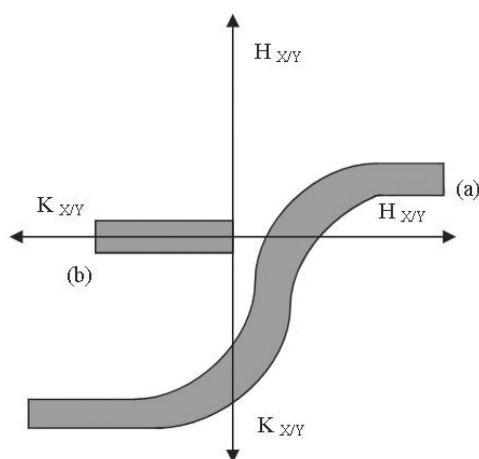
A zatem nie-ewangeliczny normatywny model człowieka- w wariacie odbiorcy – w miejsce linii równoległej do osi rzędnych linię buntu.

W sumie normatywny nie- ewangeliczny model – można byłoby streścić- dla wariantu odbiorcy – powiedzeniem, że zakłada on ‘regułę jednego policzka’: każdy ma obowiązek przyjąć założenie o dobrej woli partnera interakcji, ale tylko do odwołania – kiedy się przekona, że tamten grozi mu zniewoleniem, winien zdobyć się na uczynienie mu zła (pogląd L. Nowaka z którym autor niniejszego opracowania się nie utożsamia); nadstawianie drugiego policzka do uderzenia jest tylko zachętą dla złoczyńcy.

Rozważmy teraz linię zachowania aktora. Wedle normatywnego modelu ewangelicznego winien on powstrzymać się od działań wrogich wobec partnera, a wykonywać jedynie działania motywowane życzliwością wobec niego (patrz rysunek 8).

---

<sup>30</sup> Tamże, op. cit. s. 36- 37.



Rys. 8. Normatywny nie- ewangeliczny model człowieka: a) wariant odbiorcy, b) wariant aktora<sup>31</sup>

Różnica z deskryptywnym ewangelicznym modelem człowieka polega na tym, iż linia postępowania odbiorcy pozostaje przy obojętności partnera stale w obszarze życzliwościowym, wkracza zaś w obszar wrogi dopiero dla tego natężenia wrogości partnera, przy którym wrogość odbiorcy zaczyna opadać. Wówczas ma on nie prawo, ale zgoła obowiązek moralny do samoobrony. Różnica z normatywnym ewangelicznym modelem człowieka polega na tym, że obszar powinnej życzliwości jest zawężony<sup>32</sup>. Ewangeliczny model człowieka różni się od nie-Ewangelicznego tym, że ten pierwszy jest w całości racjonalistyczny, a drugi – racjonalistyczny tylko w pewnych obszarach.

Rozważmy jednak stan zbieszenia. Oto ktoś popadł w stan, w którym na największą życzliwość odpowiada wrogością. W tego rodzaju sytuacji jedynym sposobem wyprowadzenia go ze złocznienia jest wyrządzenie mu zła. I na to, by w tego rodzaju warunkach wyrządzać zło, nasze intuicje moralne wyrażają pełną zgodę. Wedle określenia prawniczego chuligan jest to ktoś taki, kto dokonuje czynu przestępnego nie dla uzyskania jakiegokolwiek innego celu, jak tylko, aby zmanifestować lekceważenie dla porządku publicznego. Nie jest to określenie zbyt dalekie od powiedzenia, iż czyn chuligański, podobnie jak czyn terrorysty, wyrasta z postawy zbieszenia, ewentualnie zaś racje podawane przez autorów tego rodzaju czynów są niczym więcej, jak ideologiczną maską. I otóż nie mamy najmniejszych wątpliwości co do tego, że praworządne sądy mają moralny tytuł do tego, aby karać chuliganów i terrorystów, a więc wyrządzać zło (pogląd L. Nowaka). Zawieszamy

<sup>31</sup> Tamże, s.38.

<sup>32</sup> Tamże, s.40.

zatem zasadę ‘zło dobrem zwyciężaj’ dla warunków zbieszenia rozumiejąc, iż ład publiczny opiera się na pewnej surowości stosunków międzyludzkich. Jeśli więc idzie o normatywny obraz aktora, to nie-ewangeliczny model człowieka postuluje ograniczenie postawy życzliwości do obszaru, w którym oczekiwać od odbiorcy wolno altruizmu lub egotyzmu. W sumie normatywny nie- ewangeliczny model człowieka przybiera kształt jak na rysunku powyżej (patrz rysunek 8)<sup>33</sup>.

## **10. Osobowość pełna i osobowości dewiacyjne w ujęciu Leszka Nowaka**

„O jednostce, – jak pisze L. Nowak – która ma względnie trwały sposób reakcji na zachowania innych ludzi powiemy, że posiada osobowość. Nie posiada tedy osobowości ktoś, kto nie wykazuje żadnych regularności w odpowiedziach na zachowania innych ludzi. Na przykład na powodowanie zła ekstremalnego raz odpowiada życzliwością, innym razem buntem, a kiedy indziej obojętnością.

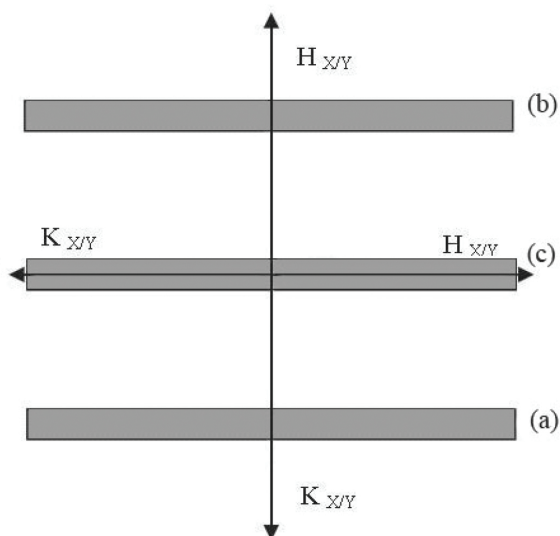
Osobowość mają więc, inaczej mówiąc jednostki, które na dany typ zachowania ze strony innych reagują w określony, jednakowy sposób. Linia ich zachowania jest zależnością funkcyjną, której argumentem są zachowania otoczenia, a wartościami własne zachowania jednostki. Jednostkę respektującą nie- ewangeliczny model normatywny nazwijmy ‘osobowością pełną’. Rozpatrzmy teraz pewne rodzaje odchyień od osobowości pełnej.

I tak ‘święty (doskonały dobroczyńca)’ odpowiada jednakowym poziomem maksymalnej życzliwości i na życzliwość i na wrogość ze strony innych ludzi; wyraża to ideał etyki chrześcijańskiej. Natomiast ‘doskonały złoczyńca’ odpowiada jednakowym poziomem maksymalnej wrogości i na wrogość, i na życzliwość. Wreszcie ‘doskonały apatyk’ odpowiada i na życzliwość, i na wrogość neutralnością; tj. realizacją tautologicznego stanu rzeczy; torturują go czy obdarowują fortuną, jemu wszystko jedno – odpowiada tautologiami.

Graficznie te trzy typy osobowości przedstawia rys. 9.

---

33 Tamże, s.38-40.



Rys. 9. Schemat osobowości świętego a), złoczyńcy b) i apatyka c)<sup>34</sup>

Z dalszymi typami osobowości już się zetknęliśmy. Człowiek ‘totalnie zniewolony’ to ktoś, kto w obszarze życzliwości zachowuje się normalnie, a w szczególności posiada normalny obszar solidaryzmu, natomiast w obszarze wrogości niezdolny jest do buntu i wykazuje życzliwość dla ciemieńczy. Człowiek ‘totalnie zbieszony’ to ktoś, kto w obszarze wrogości zachowuje się normalnie, a w szczególności posiada normalny obszar buntu, natomiast w obszarze życzliwości niezdolny jest do altruizmu i wykazuje wrogość dla darczyńcy. ‘Doskonały egoista’ to z kolei ktoś, kto odpłaca złem za zło, obojętnością za obojętność i dobrem za dobro; jak była już o tym mowa, jego linia postępowania odpowiada opisowemu ewangelicznemu modelowi człowieka. Wreszcie ‘idealny buntownik’ to ktoś, kto w obszarze życzliwości zachowuje się normalnie, natomiast na każdą wrogość reaguje wrogością, nie daje się więc w szczególności zniewolić.

Porównajmy teraz osobowość pełną z wyróżnionymi wyżej dziewięciami od niej, z punktu widzenia naszych intuicji moralnych. Osobowość doskonałego złoczyńcy a także osobowości zniewolona i zbieszona z oczywistych względów nie nadają się do akceptacji moralnej. Osobowość świętego wykazuje pod tym względem istotne ograniczenie: człowiek respektujący zasadę ‘zło dobrem zwycięża’ nie jest zdolny do karania zbieszonych. Stosunkowo najmniej zastrzeżeń nasuwa postawa doskonałego egoisty: nie daje się ani zniewolić ani zbiesić. Niemniej właściwa mu całkowita interesowność wyklucza życzliwość ze strony innych ludzi. Istotnie

<sup>34</sup> Tamże, s. 44.

zatem, osobowość pełna jest optymalna: nie dopuszcza ekstremów, jak osobowość doskonale egoistyczna, a zarazem umożliwia kształtowanie postaw życzliwości międzyludzkiej<sup>35</sup>.

## 11. Człowiek nieokreślony i niedojrzały według Leszka Nowaka

Osobowość- jak stwierdza L.Nowak – polega zatem na jednolitości w odpowiadaniu własnymi postawami na postawy innych ludzi. Od ludzi o określonej osobowości odróżnić trzeba ludzi niedojrzałych. Jednostką niedojrzałą jest jednostka, której reakcje na jedną i tę samą akcję partnera nie są jednoznaczne. Jednostka niedojrzała reaguje na zachowanie partnera w jakiś z ograniczonej ilości sposobów, ale nie w sposób jednoznaczny – tym różni się od jednostki dojrzałej. Dojrzałością wykazuje się więc jednostka, która reaguje w ustalony sposób na dane zachowanie partnera, która zatem posiada określony typ osobowości. Powstaje pytanie, co jest źródłem tego, iż obok ludzi dojrzałych są i niedojrzali. Jeśli zasadnicza idea nie-ewangelicznego modelu człowieka jest trafna, to przyczyna może być tylko jedna – oto różne kategorie ludzi napotykają na swej drodze życiowej zbyt ubogi repertuar postaw ludzkich. Załóżmy, iż osoba Y napotyka postawę ekstremalnej wrogości „Ew” – i reaguje na nią – stosownie do nie- ewangelicznego modelu człowieka- życzliwością „z”. Wówczas zniewolenie mieści się już w ramach jej doświadczeń życiowych, tym łatwiej więc przybiera postawę życzliwości, kiedy następnym razem napotyka na postawę ekstremalnej wrogości, tym łatwiej staje się zniewolona.

Rozważmy teraz sytuację, kiedy jednostka ma lukę w swoich doświadczeniach życiowych. Niech nie napotyka ona na przykład na postawę życzliwości „z”. Wówczas nie ma okazji do podjęcia postawy życzliwości sama- ta nie mieści się w repertuarze jej reakcji. W tabeli reakcji danej osoby powstaje luka:

Tabela 3<sup>36</sup>

Akcje X	Ew	w	ob	XXX	Ez
Reakcje Y	z	w	ob	XXX	W

Nie znaczy to, że osoba ta może zareagować jakkolwiek. Jeśli założyć mechanizm reakcji ‘per analogiam’, a więc polegający na przeniesieniu reakcji najbliższej, to w grę wchodzi dwie reakcje na życzliwość ze strony X: obojętność „ob.” (analogia reakcji lewostronnej) i wrogość „w” (analogia reakcji prawostronnej). W rezultacie osoba Y może zachować się dwojako:

<sup>35</sup> Tamże, s.43-44.

<sup>36</sup> Tamże, s. 45.

Tabela 4<sup>37</sup>

Akcje X	Ew	w	ob	z	Ez
Reakcje Y	z	w	ob	ob	W W

Osoba Y wykazuje więc osobowość niedojrzałą- wskutek braku doświadczeń życiowych w kontaktach z innymi.

Założmy teraz, że osoba Y nie napotkała w swych doświadczeniach życiowych nie tylko życzliwości, ale i obojętności ze strony partnerów. Całe otoczenie było dla niej tedy albo ekstremalnie życzliwe- zbieszając ją, albo wrogie – pobudzając w niej wrogość, albo ekstremalnie wrogie – doprowadzając do jej zniewolenia; tego typu sytuacje nie są bynajmniej wydumane, można przyjąć, iż kształtowali się w nich następcy wielu tronów.

Ten sam mechanizm generowania reakcji poprzez analogię z akcjami już napotkanymi w doświadczeniu życiowym doprowadza do następującego obrazu jeszcze bardziej zwichrowanej osobowości:

Tabela 5<sup>38</sup>

Akcje X	Ew	w	ob	z	Ez
Reakcje Y	z	w	ob	Ob W	W W

Graniczny wypadek jednostek niedojrzałych to jednostki nienormalne, gdzie każda reakcja na daną akcję jest możliwa. Wyjaśnienie, zgodnie z duchem szkicowanej koncepcji może być tylko jedno: są to osoby, które w swym doświadczeniu życiowym nie napotkały na ludzkie kontakty jakiegokolwiek rodzaju. A ściślej, które nie zinterpretowały – czy nie potrafiły zinterpretować – tych akcji jako ekstremalnej wrogości, obojętności itd., np. wskutek zapóźnienia umysłowego.

Osobowość nieokreślona to zatem ktoś, kto przy danej postawie innego jest w stanie przybrać postawę dowolną. Być może tzw. jednostki nienormalne, przynajmniej pewnego rodzaju, dałyby się skonceptualizować jako jednostki nieokreślone<sup>39</sup>.

## 12. Globalna etyka

Palącym problemem naszych czasów jest odnowa moralna zarówno pojedynczego człowieka, jak i w skali poszczególnych narodów. Albowiem, co można było już zauważyć w latach 80. XX wieku i o czym pisał filozof i prawnik Zachariasz

37 Tamże, s. 46.

38 Tamże.

39 L. Nowak, *O składowych procesach wychowania*, op. cit., s. 44- 46.

Łyko „na oczach naszych dokonują się gwałtowne przeobrażenia we wszystkich dziedzinach życia. Dynamika i wielość zachodzących procesów społecznych i cywilizacyjnych jest imponująca. Niosą one ludzkości najwspanialsze nadzieje i perspektywy, ale także rodzą uzasadnione obawy. Wszystko to stwarza wzmożone zapotrzebowanie na problematykę moralną, postuluje konieczność uświadczenia i wyczulenia moralnego ludzi, określony postęp moralny, postęp, który by odpowiadał ogólnemu rozwojowi współczesnego świata (...). Szczególnie ważnym aspektem postępu moralnego jest umocnienie i rozwój poprawnych stosunków międzyludzkich, zasad współżycia społecznego, pojednania i porozumienia narodowego, dialogu światopoglądowego, wzajemnego szacunku i poszanowania współpracy ludzi wierzących i niewierzących, w końcu jedności narodu, jego pomyślności oraz ideałów godności człowieka (...)

W dziedzinie praktyki wychowawczej i rozwoju świadomości moralnej człowieka ważna jest zarówno znajomość określonego systemu etycznego będącego główną kanwą inspiracji moralnej i źródłem szczegółowych norm postępowania, jak i znajomość określonej metody propagowania tych norm w praktyce życia. Bezwzględnie zrezygnować trzeba z metody tzw. moralizatorstwa, czyli jałowego i natrętnego upominania i wypominania, wyrzekania na ludzi i ich rzeczywiste czy urojone przywary. Uprawiać natomiast należy właściwie pojętą moralistykę (...) I tylko taka zintegrowana – moralistyka, stanowiąca jedność napomnienia i zachęty, ma swoje doniosłe znaczenie w zakresie oddziaływań wychowawczych tak wobec jednostki, jak całej zbiorowości ludzkiej. Ona tylko może służyć skutecznie rozwojowi moralności, kultury i społeczeństwa. Jest to niezwykle ważny postulat metodologiczno-pedagogiczny pod adresem etyków, rodziców, wychowawców (...)<sup>40</sup>.

### **13. Globalizacja etyki informatycznej a kształcenie inżynierów**

Rozwój nauki i techniki, nowych technologii można postrzegać nie tylko optymistycznie, ale również można zauważać różne ciemne strony tego zjawiska. Przytoczmy tutaj jako pewien wzór takiego realistycznego myślenia cenne stanowisko znanego polskiego myśliciela i uczonego Juliana Aleksandrowicza. Już w latach 70. XX wieku stwierdzał on, że „współcześnie więc poszukiwać będziemy odpowiedzi na pytanie, dlaczego osiągnięcia nauki w opanowaniu przyrody przy pomocy maszyn nie są wyłącznie sukcesem człowieka, lecz jego klęską, oraz co może nauka ofiarować człowiekowi, aby jego aktywność technologiczna nie zagrażała mu cierpieniem i przedwczesnym zgonem?

---

40 Z. Łyko, *Moralność na co dzień*, Wydawnictwo „Znaki Czasu”, Warszawa 1983.



Narastają rozliczne problemy demograficzne, moralno-prawne, urbanistyczne, rysuje się coraz ostrzej problem zapewnienia żywności itp. Rozwiązanie ich wymaga podjęcia natychmiastowych decyzji oraz współdziałania ludzi różnych specjalności, jeśli mamy nadal istnieć na ziemi (...). Szeroki zakres zadań, jakie sobie postawiliśmy, zmierza do ochrony człowieka, lecz nie przed techniką, ale przed jej szkodliwymi skutkami, które zmieniają niekiedy naturalny biologiczny rytm człowieka i biosfery.

Jest rzeczą oczywistą, że człowiek, aby umiał korzystnie sterować techniką, a przy tym chronić innych ludzi przed jej szkodliwościami, musi być odpowiednio wychowany (Eutyfronika J. Bańki). Kultura uwarunkowana przez rewolucję naukowo-techniczną przekształciła współcześnie człowieka niejako w 'towar' (jak mówi Fromm). Jego energia życiowa to „inwestycja”, która powinna przynieść człowiekowi maksymalny zysk, stosownie do jego pozycji na „ludzkim rynku”. Głównym celem człowieka żyjącego dziś w naszej przestrzeni geograficznej stała się możliwie jak najkorzystniejsza wymiana zdolności, wiedzy i samego siebie z innymi, którzy nastawieni są na tę wymianę (...).

Z niepokojem dostrzegamy, jak obniża się wzajemne zaufanie człowieka do człowieka, ulegają spłyceniu uczuciowe doznania i stosunki interpersonalne, a narastają wzajemne niechęci- aż po nienawiść(...). Aktualna forma rewolucji naukowych modeluje dziś osobowości ludzi, którzy pragną przede wszystkim mieć, posiadać jak najwięcej dóbr konsumpcyjnych. Można by powiedzieć, że taka sytuacja stwarzać musi warunki, w których stosunki międzyludzkie nie mogą zapewnić pełni zdrowia, czyli subiektywnego poczucia sprawności psychicznej, fizycznej czy społecznej, a więc i szczęścia.

Proces przywracania tak szybko dziś zanikającej sprawności psychicznej, fizycznej i społecznej jest w swej istocie czymś innym niż proces leczenia chorób i zapobiegania im. Gdy ten ostatni wymaga doskonalszych metod diagnostycznych i terapeutycznych, mieszczących się w kręgu medycyny, to przywracanie zdrowia społecznego jest już zadaniem innych specjalistów. Skuteczność tego procesu jest uwarunkowana stopniem nasycania świadomości ludzi osiągnięciami nauk humanistycznych, zwłaszcza z kręgu etyki, estetyki i stosunków międzynarodowych. W oparciu o aktualne dane dotyczące zanieczyszczania środowiska dostrzegliśmy, że zagraża nam katastrofa jeszcze zanim osiągniemy rok 2000-czny. Żeby te przewidywania nie spełniły się, musimy się spieszyć. Musimy nadrobić niedobory ubiegłych pokoleń działaniem rewolucyjnym. Wydaje się nam, że jedynie *rewolucja naukowo-humanistyczna* dorównując osiągnięciami rewolucji naukowo-technicznej, wskaże człowiekowi drogę do doskonalenia swej osobowości przez „uczelowiczanie”. Ten proces hominizacji przez socjalizację określa, czym człowiek może być tak dla swojej, jak i międzynarodowej społeczności, a tym samym i dla siebie samego (...). Nie chcemy rezygnować z postępu technicznego, ale pragniemy uczulić społeczeństwa na istniejący już ogromny zasób wiedzy

na temat – stosunków interpersonalnych i etyki. Humanistyczna wiedza i nauka może „bezdusznemu światu maszyn” nadać taki nurt, by te protezy naszych mięśni i zmysłów – maszyny służyły wyłącznie działaniu, które uznajemy za dobre. A dobre jest to, co zmniejsza cierpienia zarówno pojedynczego człowieka, jak i całych społeczeństw, bo ułatwia ludziom zdrowe życie. Bez ochrony środowiska psychospołecznego i przywrócenia zakłóconej w nim równowagi przez humanitaryzm, z szeroko pojętym humanizmem, małe są szanse, by przywrócić równowagę w biocenozie i ochronić tym samym ludzkość przed samounicestwieniem”<sup>41</sup>.

#### 14. Koncepcja rozwoju moralnego człowieka Lawrence’a Kohlberga

Jak pokazuje niejednokrotnie praktyka życiowa, odwoływanie się do szlachetnych humanistycznych idei i postulatów, także do idei J. Aleksandrowicza wszczynania *rewolucji naukowo-humanistycznej* nie jest wystarczającym posunięciem teoretycznym i praktycznym. Albowiem większość ludzi sama z siebie, bez sankcji ze strony prawa i różnych instytucji jest w stanie myśleć i wartościować swe działania jedynie w kategoriach małej grupy społecznej (dobro rodziny oraz kręgu przyjaciół i sprawdzonych znajomych), gdyż znajduje się na konwencjonalnym poziomie rozwoju moralnego. Pokazują to badania amerykańskiego psychologa Lawrence’a Kohlberga. Odwołamy się tutaj do badań T. Buksika dotyczących tej koncepcji. Jak pisze autor pracy *Wybrane psychologiczne teorie rozwoju moralnego człowieka*, Kohlberg sformułował nowatorską koncepcję ludzkiego rozwoju moralnego, opierającą się na sokratesowskim jeszcze przekonaniu, że „doskonalenie rozumowania moralnego zależy od postępów rozumowania logicznego. Rozwój logiczny jest warunkiem koniecznym rozwoju moralnego, choć nie jest warunkiem wystarczającym, bowiem jak to ukazują badania, jest wiele takich osób, które znajdują się na wyższym poziomie logicznym niż odpowiadającym mu stadium moralnym. Nie ma jednak takich, u których stadium moralne byłoby wyższe od logicznego.

Według Kohlberga rozwój moralny odbywa się na drodze przechodzenia z jednego do drugiego etapu, w kierunku osiągnięcia najwyższej formy, jaką jest autonomia moralna. Osiągnięcie określonego etapu z pominięciem etapów wcześniejszych jest raczej niemożliwe.

Ważnymi czynnikami pozwalającymi określić poziomy rozwoju moralnego danej jednostki są: jej poziom logicznego rozumowania, społeczna perspektywa oraz kryterium, według którego przedstawia on swoje sądy moralne.

---

41 J. Aleksandrowicz (red.), *Rewolucja naukowo-humanistyczna*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1974.

Kohlberg wyróżnia zasadniczo trzy poziomy moralne: I. przedkonwencjonalny lub inaczej nazywany pre-moralny, II. moralności konwencjonalnej lub konformistyczny i III. moralności postkonwencjonalnej lub moralności zaakceptowanej opartej na pryncypiach. W każdym z tych poziomów wyodrębnia po dwa stadia rozwoju. Poziomy moralne i obecne w nich stadia rozwoju przedstawiają się następująco:

#### **I. Poziom przedkonwencjonalny (stadium 1 i 2)**

Na tym poziomie moralnemu rozumowaniu odpowiada intuicyjne stadium rozumowania logicznego. Otoczenie społeczne widziane jest przez pryzmat własnego „ja”. W osądzie moralnym występuje brak wrażliwości na zasady ustanowione przez kulturę, na określenie dobra i zła, słuszności i niesłuszności. Określenia te są interpretowane przez jednostkę w terminach fizycznych lub w hedonistycznych konsekwencjach działania (kara, nagroda), albo w terminach fizycznej mocy tego, kto głosi zasady i określenia.

##### **Stadium 1: Orientacja moralna oparta na karze i posłuszeństwie**

Jest to przede wszystkim faza egocentryzmu, gdzie podporządkowanie się wymaganiom innych wypływa z lęku przed karą. Ten posiada rację, kto dysponuje siłą. Nie ma na tym etapie znamion zobowiązania, czy respektu dla autorytetu. Perspektywę społeczną cechuje branie pod uwagę tylko własnego punktu widzenia.

##### **Stadium 2: Indywidualizm i instrumentalny relatywizm**

Na tym etapie za słuszny i moralny czyn uznaje się taki, który daje możliwość zaspokojenia potrzeb. Jednostka jest świadoma względności wartości oraz swoich i innych możliwości. Występuje naiwny egalitaryzm i nastawienie na wzajemne świadczenie usług. Racja i prawo jest po stronie tego, kto posiada. Posłuszeństwo wymaganiom innych jest następstwem oczekiwania pochwały, nagrody i zaspokojenia potrzeb. Każdy ma prawo robić, co chce i nie zważać na innych.

#### **II. Poziom konwencjonalny (stadium 3 i 4)**

W rozwoju logicznym osoba osiąga poziom operacji konkretnych. Jest zdolna do logicznego wnioskowania, klasyfikowania rzeczy i ujmowania ilościowych relacji na konkretnym materiale. Następuje identyfikacja „ja” z grupą społeczną i przyjętymi przez nią zasadami moralnymi. Osądy moralne charakteryzuje się uznaniem przez daną osobę za słuszne i wartościowe oczekiwania własnej rodziny, grupy czy narodu, bez względu na konsekwencje postępowania zgodnego z tymi oczekiwaniami.

##### **Stadium 3: Moralność „dobrego chłopca” i „grzecznej dziewczynki”**

Pojawiają się na tym etapie zaczątki myślenia i działania moralnego. W postępowaniu zauważa się kierowanie głównie motywem zwrócenia na siebie uwagi w celu uzyskania aprobaty. Działanie uznane jest za dobre, jeśli sprawia przyjemność drugim i spotyka się z ich pochwałą. Zasadniczym celem postępowania jest

utrzymanie dobrej opinii w otoczeniu. Istnieje tendencja do upodabniania swoich ocen i poglądów do innych.

#### Stadium 4: Orientacja na ład i porządek społeczny

Moralność czwartego etapu opiera się na respektowaniu autorytetu władzy. Pojawia się poczucie zobowiązania moralnego wypływające z przekonania, że władza ma prawo utrzymywać ład i porządek. Moralnie dobre jest to, co uznane jest przez istniejące autorytety. W postępowaniu jednostka kieruje się sumienną pracą i szacunkiem wobec autorytetów, gdyż to zapewnia zgodne relacje i dobro społeczne. Podstawą moralnego zachowania staje się unikanie krytyki ze strony władzy i wynikającego z tego poczucia winy.

#### III. Poziom postkonwencjonalny (stadium 5 i 6)

Na tym poziomie występuje autonomia zasad i wartości moralnych. Dzięki temu następuje uniezależnienie postępowania jednostki od autorytetu osób znaczących i od grup odniesienia, a nawet od jej identyfikacji z tymi osobami czy grupami.

#### Stadium 5: Perspektywa społeczna

Podstawą dla tego etapu staje się uznanie, że wszyscy ludzie mają takie same prawa, niezależnie od pełnienia ról, statusu i prestiżu. Zachowanie moralne postrzegane jest jako swoiste zobowiązanie, wynikające z poszanowania każdego człowieka i jego praw. Moralnymi są takie zachowania, które przyjmują wolę i dobro większości. Niemoralne zaś są te zachowania, które naruszają prawa innych. Prawa człowieka ujmowane są w sposób uniwersalny.

#### Stadium 6: Uniwersalne zasady moralne

Zachowania dobre i słuszne to takie, które polegają na przestrzeganiu zaakceptowanych przez siebie uniwersalnych zasad sprawiedliwości, poszanowania życia i wolności oraz respektowaniu godności każdego człowieka. Prawo moralne określone jest za pomocą decyzji sumienia, zgodnych z wybranymi przez daną osobę zasadami etycznymi. Zasady te, będąc uniwersalne, nie są konkretnymi regułami moralnymi, określającymi co należy czynić, a czego nie, lecz mają charakter „złotej reguły”. Poszczególne prawa i normy oceniane są zawsze jako dobre lub złe w zależności od tego, czy są zgodne, czy sprzeczne z uniwersalnymi zasadami moralnymi<sup>42</sup>.

---

42 D. Buksik, *Wybrane psychologiczne teorie rozwoju moralnego człowieka*, „Seminare. Poszukiwania naukowe”, 1997, t. 13, s. 147-166.

## 15. Etyka informatyczna jako gałąź etyki biznesu

Jak już było powiedziane, większość ludzi znajduje się na konwencjonalnym poziomie rozwoju moralnego i dlatego humanistyczne postulaty troski o dobro zupełnie obcych ludzi, z innej części globu czy dobro przyszłych pokoleń są po prostu dla nich niezrozumiałe i bezużyteczne. W realistycznie ujętej globalnej etyce informatycznej, za którą się tutaj opowiadamy, niezbędne są zatem kodeksy i instytucje przymuszające tę konwencjonalnie myślącą większość ludzi do szerszego spojrzenia na ludzkie dobro, egzekwujące moralnie pozytywne działania pod groźbą takiej czy innej kary. Potrzeba więc odwołania się doświadczeń etyków biznesu, którzy już od lat 80. XX wieku tworzą takie kodeksy i regulacje prawne do przestrzegania zasad etyki w globalnym świecie biznesu. Etycy biznesu tworząc te kodeksy odwołują się albo do etyki utylitarystycznej albo do etyki deontologicznej Kanta. Jak pisze przy tym polski teoretyk etyki biznesu Wojciech Gasparski „kodeksy postępowania mające ważną funkcję do spełnienia nie powinny być jednocześnie swego rodzaju „legalizacją etyki”, wręcz przeciwnie, chodzi o to, by normy prawne – w tym kodeksy postępowania – były zakorzenione w systemach wartości danej społeczności.

Zagadnienie związku etyki biznesu z wartościami absolutnymi sytuuje ją w sąsiedztwie aksjologii zwracającej uwagę na różnorodność wartości absolutnych uznawanych za takie w różnych kulturach bądź przez różne społeczności czy osoby lub orientacje filozoficzne. Autorytety moralne uznawane przez społeczności podzielające te same wartości absolutne wskazują, czy wręcz nakazują pewne rodzaje zachowań, zakazując innych. Rodzi to dwa typy etyki biznesu: etykę wewnętrzną, tj. uprawianą wewnątrz danej kultury oraz etykę biznesu międzykulturowego związaną przede wszystkim z międzynarodową działalnością gospodarczą... W związku z różnicami międzykulturowymi związanymi z odmiennością wartości absolutnych konieczne jest poszukiwanie niezmienników międzykulturowych, które stałyby się podstawą do współpracy”<sup>43</sup>.

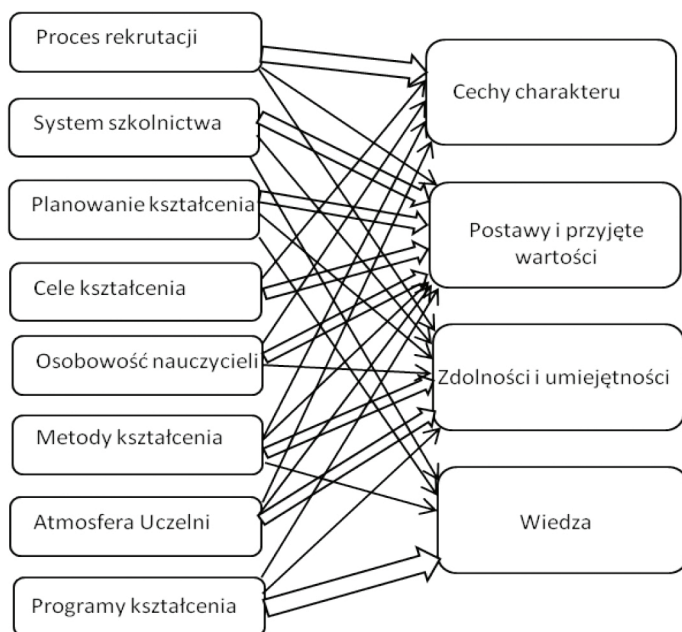
Warto tutaj odwołać się także do wypowiedzi metodologa nauk i teoretyka idei liberalizmu Karla Poppera, według którego „wśród różnych tradycji do najważniejszych musimy zaliczyć te, które tworzą ‘moralne ramy’ [...] społeczeństwa i które ucieleśniają to przekazywane przez społeczeństwo pojmowanie sprawiedliwości i uczciwości, jak również osiągnięty stopień społecznej moralnej wrażliwości. Te moralne ramy służą jako podstawa, na której jest możliwe osiągnięcie sprawiedliwego i słusznego kompromisu między sprzecznymi interesami, tam gdzie jest to konieczne. Te moralne ramy nie są naturalnie niezmiennicze, ale zmieniają się stosunkowo wolno”<sup>44</sup>.

43 W. Gasparski, *Etyka biznesu – szkice do portretu*, [w:] *Etyka biznesu*, red. J. Dietl, W. Gasparski, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999.

44 K.R. Popper, *Opinia publiczna w świetle zasad liberalizmu*, „Studia Polityczne” 1994, vol. 3.

## Zakończenie

„Ważnym wnioskiem dla uczelni- wynikającym z badań J. Tymowskiego- jest konieczność zwrócenia większej uwagi na rozwijanie umiejętności i kształcenia osobowości. Dotychczasowe dyskusje nad podniesieniem poziomu przygotowania absolwentów zajmują się planami i programami studiów, od nich zależy jedynie tylko zasób wiedzy przyswajanej przez absolwentów. Na rozwój zdolności i umiejętności wpływają przede wszystkim metody kształcenia i atmosfera uczelni, na postawy – osobowość nauczycieli”<sup>45</sup>. Powiązania te ilustruje rys. 10.



Rys. 10. Powiązanie elementów procesu kształcenia i profilu kwalifikacji<sup>46</sup>

Drugi postulat płynący z refleksji cytowanego J. Tymowskiego brzmi następująco: „rozszerzanie zakresu i skali zadań jakie stoją przed inżynierami stawia szkołom nowe zadania wyrobienia poczucia odpowiedzialności inżynierów w stosunku do społeczeństwa z tytułu swej działalności”<sup>47</sup>. Tym zadaniem mogliby zająć się etycy, ponieważ etyka wiąże się z upowszechnianiem w nauce i technice postaw oraz zachowań odwołujących się do odpowiednich wartości.

45 Tymowski J., *Sylwetka inżyniera mechanika*, [w:] *II Konferencja Dydaktyczna: Doskonalenie procesu dydaktyczno-wychowawczego*, Politechnika Lubelska, Wydawnictwo Uczelniane, Lublin, 1983, s. 64-70.

46 Tamże.

47 Tamże.



3. Trzeci, własny już wniosek brzmi: etyka wykonywania zawodu inżyniera wymaga również analizy wpływu zastosowania danych rozwiązań technicznych na inne obszary (np. społeczne, gospodarcze, kulturowe) oraz określenia skutków i oceny (wagi i znaczenia) następstw rozwoju i upowszechniania odpowiednich technik w celu eliminowania ich negatywnych następstw.

4. Czwarty wniosek: etyka zawodu inżyniera staje się naczelnym imperatywem: a)w koncepcji rozwijającego się systemu kwalifikacji zawodowych, b)w modelu operacjonalizacji celów kształcenia inżynierów.

5. Piąty i ostatni wniosek jest następujący: jedynym realnym projektem etyki informatycznej jest ujęcie jej jako poddanej kodeksualizacji gałęzi etyki biznesu. Sama „etyka biznesu jest na pewno nauką praktyczną... Stanowi zatem rodzaj etyki normatywnej, chociaż jednocześnie jest dyscypliną badawczą, akademicką, i posiada zdolność ujawniania faktycznych problemów kryjących się w sporach wokół kwestii moralnych w biznesie, umiejętność poddawania surowej analizie proponowanych norm i zasad, czy też sposobu ich uzasadniania”<sup>48</sup>. Teoria ekonomiczna „radikalnie upraszcza rzeczywistość, by uchwycić podstawowe zależności ekonomiczne, formułuje właściwie tylko model. A model – aby był czytelny – pomija niektóre czynniki, chociażby czynnik ludzki, czyli spontaniczność i nieprzewidywalność działania jednostek. Najważniejsze jest jednak to, że ekonomia swoje zależności ujmuje ilościowo, a etyka jest ujęciem jakościowym, nie mówi o rzeczach, lecz o człowieku i jego wartościach”<sup>49</sup>.

## Bibliografia

- Aleksandrowicz J. (red.), *Rewolucja-Naukowo-Humanistyczna*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1974.
- Buber M., *Problem człowieka*, Tłum. J. Doktor, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993.
- Bynum T.W., *Etyka a rewolucja informatyczna*, [w:] A. Kocikowski, K. Górniak-Kocikowska, T.W. Bynum (red.), *Wprowadzenie do etyki informatycznej*, Uniwersytet Adama Mickiewicza w Poznaniu, Poznań 2001.
- Gogacz M., *Podstawy wychowania*, Wydawnictwo Ojców Franciszkanów, Niepokalanów 1993.
- Górniak-Kocikowska K., *The Computer Revolution and the Problem of Global Ethics*, [w:] T.W. Bynum, S. Rogerson (red.), *Global Information Ethics*, Opragen Publications 1996.

48 H. Rarot, *Powściąganie przemocy a współdziałanie w życiu gospodarczym*, [w:] *Przemoc i filozofia*, pod red. J. Mizińskiej, M. Kociuby, Lubelskie Odczyty Filozoficzne, Wydawnictwo UMCS, Lublin, 2004, s. 327-337.

49 Tamże.

- Hofman-Kozłowska D., *Modele edukacyjne w cyfrowych czasach*, [w:] M. Wieczorek-Tomaszewska (red. nauk.), *Dydaktyka cyfrowa epoki smartfona*, Stowarzyszenie „Miasta w Internecie”, 2013.
- Jakubowski M.A., *Innovative research towards teacher professional activity modelling and cognitive pedagogics. Collection of reference texts. Monograph*, Wydawnictwo Liber Duo, Lublin 2011.
- Jakubowski M.A., *Matematiczeskoje modelirovanije profiesionalnoj diejatielnosti ucziela*, Euroswit, Lwów 2003.
- Jakubowski M.A., *New paradigms of university teaching. Collection of reference texts*, Wydawnictwo Liber Duo, Lublin 2011.
- Konieczny J., *Inżynieria systemów działania*, WNT, Warszawa 1983.
- Konieczny J., *Sterowanie eksploatacją urządzeń*, PWN, Warszawa 1975.
- Koźmiński A. K., *Polish Management in Times of Change*, “Nowy Sącz Academic Review”, No. 1, 2004.
- Łyko Z., *Moralność na co dzień*, Wydawnictwo „Znaki Czasu”, Warszawa 1983.
- Manner W., *Starter Kit in Computer Ethics*, Helvetia Press, New York 1980.
- Mooij T., *Optimising ICT Effectiveness in instruction and learning: multilevel transformation theory and a pilot*, Project in secondary education, „Computers& Education”, 42 (2004).
- Moor J., *Czym jest etyka komputerowa?*, [w:] A. Kocikowski, K. Górniak-Kocikowska, T.W. Bynum (red.), *Wprowadzenie do etyki informatycznej*, Uniwersytet Adama Mickiewicza w Poznaniu, Poznań 2001.
- Petrozolin-Skowrońska B., *Pedagogika*, [w:] *Nowa encyklopedia powszechna*, tom IV, PWN, Warszawa 1996.
- Rarot H., *Powściąganie przemocy a współdziałanie w życiu gospodarczym*, [w:] *Przemoc i filozofia*, pod red. J. Mizińskiej, M. Kociuby, Lubelskie Odczyty Filozoficzne, Wydawnictwo UMCS, Lublin 2004.
- Rubacha R., *Budowanie teorii pedagogicznych*, [w:] Z. Kwieciński, B. Śliwerski (red.), *Pedagogika, Podręcznik akademicki*, t. 1, rozdz. 3, WN PWN, Warszawa 2006.
- Tymowski J., *Sylwetka inżyniera mechanika*, [w:] *II Konferencja Dydaktyczna: Doskonalenie procesu dydaktyczno-wychowawczego*, Politechnika Lubelska, Wydawnictwo Uczelniane, Lublin 1983.
- Wieczorek – Tomaszewska M. (red. nauk.), *Dydaktyka cyfrowa epoki smartfona, Raport ekspercki*, Stowarzyszenie „Miasta w Internecie”, 2013.



## **The issue of global ethics of information technology in the education of engineers**

### **Abstract:**

The study discusses the role of a global ethic of information as one of the important factors of modern education of engineers. The role of engineers in society is to disseminate the results of science and technology and their consequences. The article presents the problem of information technology ethics and the impact of the information revolution on social values. Some selected, new paradigms of digital society education system. Presents the basics of ethics of information and tasks of academic education related to the shaping of the new information society and the impact of globalization of information ethics education of engineers. Ethics information technology engineer manifests itself in the consciousness of the social role of technical college graduate, and especially the realization of the need to formulate and providing the public with information and views on technological developments, thus engineer also has implications for the prevention of adverse effects of social behavior information.

**Key words:** global ethics of information technology, ethics of engineers, engineers education

## Estetyzacja życia – blichtr czy wzorzec zachowań?

### Streszczenie

Estetyka pełni różne funkcje w życiu społecznym i stanowi znaczącą kategorię naszej współczesności. Coraz więcej elementów rzeczywistości jest przekształcanych estetycznie, a sama rzeczywistość w rosnącym stopniu uchodzi za konstrukt estetyczny. Estetyzacja staje się dominującym aspektem kształtowania ludzkiego życia, wywołując u odbiorcy swoiste przeżycia, zachowania i wybory. Zjawisko to kojarzone jest z wkraczaniem piękna jako kategorii wizualnej i hedonistycznej w różne dziedziny życia, także te, które tradycyjnie kojarzone były z techniką i technologią, z myśleniem ścisłym. W artykule dokonuje się obrony obyczajów kształtowanych przez klasycznie pojęte wychowanie estetyczne mające swój udział w przezwyciężaniu ambiwalencji doświadczeń związanych z egzystencją ludzką.

**Słowa kluczowe:** estetyzacja, estetyka, sztuka, wychowanie estetyczne do wartości

### Wprowadzenie

We współczesnej codzienności estetyzacja rozumiana jako inwazja zewnętrznego piękna jest wysoko cenioną przez niektórych ludzi wartością wpływającą na styl ich życia. Wciąż zmieniające się przy tym trendy mody i jej dyktat stanowią jedną z cech postmodernistycznej rzeczywistości. *Design* jako sztuka użytkowa wpływa na wygląd osób oraz ich domów, noszonej odzieży i używanych przedmiotów, od telefonów komórkowych po nowoczesne samochody. Moda na upiększanie obejmuje również formy rozrywki, a nawet sztukę kulinarną i turystykę. Dotyczy całej tworzonej przez człowieka kultury ponowoczesnej. Z tego powodu człowiek nazwany został ponownie *homo aestheticus*<sup>1</sup>. Estetyka w innym, starym

---

\* Dr Alicja Szubartowska, ZS Nr 2 w Kraśniku.

\*\* Dr hab. Mariusz Śniadkowski, prof.PL, Wydział Podstaw Techniki, Politechnika Lubelska.

1 Zob. E. Dissanayake, *Homo aestheticus*, Waszyngton 1995.

rozumieniu platońskim łączyła ideę piękna z dobrem (gr. *to kalon* – dobry, piękny, ideał piękna fizycznego i moralnego). Platon uważał, że nie tylko piękno człowieka i świata, ale również harmonijne życie, a zwłaszcza wewnętrzne predyspozycje moralne, zależą od estetyki, tj. od pocucia rytmu i harmonii. „Przecież spotyka się te rzeczy na każdym kroku w malarstwie i we wszelkiej takiej robocie; pełno tego w tkactwie, w zdobnictwie, w architekturze i we wszelkim sprzętarstwie, a oprócz tego w urodzie ciał ludzkich i innych żywych istot. Przecież w tym wszystkim bywa wygląd piękny i brzydki. Brzydki wygląd i brak rytmu, i brak harmonii to zjawiska bliźniaczo spokrewnione ze złym wysłowieniem i ze złym charakterem, a ich przeciwieństwo z tłem przeciwnym, z charakterem rozważnym i dobrym”<sup>2</sup>. Platon podkreśla również, że estetyczny punkt widzenia musi być uwzględniony w wymaganiach rozumu, bo tylko wtedy człowiek dostrzega „pokrewieństwo” między dobrem i pięknem, które jest kluczem do prawdy.

Obecnie mamy do czynienia z radykalnym podziałem na etykę i estetykę. Ta ostatnia wpisana jest w konsumpcyjny styl życia. Człowiek współczesny stale poszukuje nowości i coraz większego komfortu. Brak umiaru pojawia się nie tylko na poziomie rzeczy materialnych, ale dotyczy również nadmiaru informacji i przeżyć. Modernistyczny sposób patrzenia uosobiony został przez postać *flâneura*, czyli spacerującego uczestnika nowoczesnego życia miejskiego. Ten przemierzający się konsument – obserwator nieprzerwanie następujących po sobie zdarzeń, iluzorycznych, oferowanych jak towary obrazów przerzuca swoją uwagę z jednej rzeczy na drugą – od jednego wydarzenia, atrakcji, widowiska czy produktu do następnego. Te doznania, których doświadcza są intensywne, ale powierzchowne. Natłok bodźców sprawia, że na niektóre z nich nie zwraca już uwagi. Otaczający świat staje się fantasmagorią ludzi i przedmiotów.

## Estetyzacja a system zachowań

Postmodernistyczna kultura tworzy zatem ujednoliconą formę zachowań o określonym systemie aksjologicznym. Schematy te buduje obyczaj, oparty na zespole wyselekcjonowanych prawd oraz etyce obojętności. Jego wyrazem są: etykieta pustych gestów i życzliwość oparta na wyuczonych zasadach dobrego wychowania. Chociaż zachowanie to w różnym stopniu jest uświadamiane, tworzy formy komunikacji, kształtuje odniesienia przedmiotowe oraz granice postępowania, buduje kod kulturowy. Obyczajowość wyznacza standardy myśli, postępowania i postaw człowieka, wpływa na to kim jest, jak żyje i traktuje innych. Obyczaje pełnią funkcje inicjacyjne i formacyjne wobec ludzi młodych. Wprowadzają w rozumienie rzeczywistości, kształtują hierarchię wartości, styl działania i odniesienie do społeczeństwa. Wobec ludzi dorosłych mają funkcje samowychow-

---

2 Platon, *Państwo*, tłum. W. Witwicki, Warszawa 1958, t. 1, ks.3, ust. 401.

wawczą i wspierającą. Natomiast wobec jednych i drugich są szansą doświadczania i internalizacji znaczeń, wartości i stylów życia składających się na kulturę<sup>3</sup>. Przystrojenie systemu zachowań jest związane z naśladowaniem przekazów werbalnych i niewerbalnych, obserwacją kontekstów i sytuacji, odkrywaniem i poszukiwaniem znaczeń oraz autorefleksją. Wartościowy wychowawczo obyczaj jest drogowskazem w relacjach między osobami i stanowi ważny element właściwej komunikacji, może być hamulcem dla zachowań niemoralnych. Budując tożsamość osoby ludzkiej chroni przed demoralizującymi wpływami z zewnątrz, tworzy harmonię w życiu człowieka i jego otoczenia. Kształtowany w ten sposób system zachowań buduje strukturę związaną z przeszłością, a zarazem zmienia się pod wpływem nowych zjawisk i procesów cywilizacyjnych. Dobry obyczaj odróżnia wartości istotne i drugorzędne, zwracając szczególną uwagę na pierwsze<sup>4</sup>. Opiera się na prawdzie (wartości logiczne), dobru (wartości etyczne), oraz pięknu (wartości estetyczne). Z prawdą łączą się na przykład prawdomówność, szczerość, krytycyzm. Dobro zawiera w sobie: sprawiedliwość, szlachetność, życzliwość. Piękno to wdzięk, wrażliwość, kreatywność.

W wyniku estetyzacji współczesnego życia dochodzi do zniekształcenia prawdy o rzeczywistości. Przykładem jest sposób funkcjonowania ciała w kulturze. Razem z kultem pięknego wyglądu dochodzi do odrzucenia obrazów starości, niepełnosprawności i niedołęstwa jako brzydkich atrybutów życia człowieka. Choroby i cierpienie ukrywa się za zamkniętymi drzwiami domów, szpitali i zakładów opieki. Istnieje problem estetycznej anestezji, wynikający z nadmiernej estetyzacji. Mamy również do czynienia z manipulacjami rynku w kierunku kreowania określonych postaw estetycznych i wykorzystywania estetyki jako towaru. Z jednej strony występuje w kulturze powszechna estetyzacja, z drugiej bezrefleksyjność i powierzchowność doświadczania zjawisk. Nie ma miejsca na „piękne człowieczeństwo”<sup>5</sup>. Prawdziwe piękno zastępowane jest zewnętrzną ładnością.

## **Dialog sztuki z życiem**

Historia sztuki podkreśla znaczenie piękna i brzydoty w przekazywaniu prawdy o świecie. Przykładowo Giogione (ok. 1475-1510) – wybitny przedstawiciel szkoły weneckiej – ukazywał człowieka na tle przyjaznej przyrody w świetlistej głębokiej przestrzeni. Malarz ten, jak każdy kolorysta, unikał silnych kontrastów i budował płaszczyznę barwą, która jest zależna od światła. W Galerii Obrazów w Dreźnie znajduje się jego płótno zatytułowane „Śpiąca Wenus” (108 x 175 cm). Podobnie

3 T. Ożóg, *Obyczajowość*, w: Encyklopedia katolicka, t. 14, Lublin 2010, kol. 264-265.

4 A. Szubartowska, *Dobry obyczaj*, w: K. Chałas, A. Maj (red.), *Encyklopedia aksjologii pedagogicznej*, Radom 2016, s. 265 – 271.

5 K. Pankowska, *Kultura – sztuka – edukacja w procesie zmian*, Warszawa 2013, s. 189.

jak w innych dziełach powiązał przedstawianą postać z pejzażem. Wenus zajmuje całą szerokość płótna. Mimo to piękne ciało śpiącej bogini łączy się harmonijnie z wiejskim krajobrazem. Żaden z wcześniejszych malarzy nie odważyłby się na podobne rozwiązanie, które później często naśladowano (np. Tycjan, Cranach). Jednak wśród jego obrazów znajduje się również płótno pt. „Staruszka” (68x59 cm) z Galerii w Wenecji. Malowidło przedstawia starą, bezzębną, dziwnie uśmiechającą się kobietę, z kosmykiem włosów wystających spod czepka. Dzieło zaskoczyło historyków sztuki do tego stopnia, że przez pewien czas nikt nie sądził, że jego autorem jest Giorgione. Co prawda w renesansie zdarzały się przedstawienia osób starych, nawet brzydkich, ale zawsze byli to mężczyźni. Na przykład Domenico Ghirlandaio namalował „Portret starego mężczyzny z wnukiem” (1488), w którym z drobiazgową dokładnością i okrutnym realizmem odtworzył oszepecony chorobą nos starego człowieka. Nie zakłóciło to jednak nastroju wzajemnej miłości obu spokrewnionych. W interpretacji dzieła Giorgione pomaga banderola, którą kobieta trzyma w ręku. Napisano na niej „Con Tempo” („Z czasem”). Zamalowane tło oraz wysunięcie staruszki ku przodowi uwypukla postać, a dodanie napisu świadczy o tym, że nie jest to portret. Prawdopodobnie obraz stanowił *coperti*, czyli rodzaj skrzydła zamykającego inne dzieło. Obraz namalowany został w niezwykle dla Giorgione sposób. Najczęściej wykorzystywał on farbę olejną z bardzo kosztownych pigmentów dostępnych w Wenecji. Tymczasem „Staruszkę” namalował temperą z dodatkiem olejów, z użyciem najwyżej pięciu kolorach. Mamy więc do czynienia z wąską gamą barw (dominują odcienie oliwkowe, szarość i brąz). Czarne tło kontrastuje z bielą czepka oraz chusty zarzuconej na plecy kobiety. „Staruszka” to alegoria upływającego życia. Artysta akcentuje realizm przedstawienia i świadomie zawęży gamę złamanych barw, dzięki czemu złożona symbolika obrazu staje się czytelniejsza. Malowidło tchnie smutkiem i zadumą, wprowadza nastrój niepokoju. Temat przedstawienia znakomicie podkreślają zastosowane środki. Dzieło zwraca na siebie uwagę formą (jest jakby lustrem, w którym odbija się rzeczywistość), a obecnie coraz częściej treścią (prowokuje).

Zarówno sposób malowania, jak i treść są szczególne. Zaskakuje realizm postaci. Nawet najmniejsze zmarszczki zwiędłej cery odtworzone zostały tutaj z niezwykłą drobiazgowością. Otwarte usta kobiety pozwalają domyślać się fatalnego stanu uzębienia. Przesłanie obrazu wydaje się jasne. Piękno jest w równym stopniu kruche i ulotne, jak i samo życie. Nic nie jest w stanie oprzeć się destrukcyjnej mocy czasu. Zapewne chodzi tu o rodzaj *memento senescere* („pamiętaj, że się zestarzejesz” lub „pamiętaj, co czas robi z tobą”). Jednocześnie ze starością można przecież posiąść cenną wiedzę, że życie jest darem Stwórcy, dlatego należy cieszyć się z istnienia. Mądrością jednak jest umiarkowane korzystanie z doczesności, która szybko przemija<sup>6</sup>.

6 Giorgione, Śpiąca Wenus, w: „Wielcy malarze. Ich życie, inspiracje, dzieła”, nr 47, Warszawa 2002, s. 22.

Dzieło sztuki chce więc prowadzić z widzem dialog. Z jednej strony świat kreuje sztukę, wpływa na poruszane tematy i tworzy nowe formy komunikacji, ale z drugiej chce skłaniać do refleksji, poruszać, a czasem bulwersować. Ta rozmowa sztuki z człowiekiem ma charakter wychowawczy. Odbyna się na poziomie myśli, emocji, a przenosi na wolę działania. Jest możliwa, jeśli artysta posługuje się adekwatnymi środkami wizualnymi. Żyjemy jednak w czasach, w których, jak powiedział Jean Baudrillard, dochodzi do transestetyzacji banalności<sup>7</sup>. Pluralizm rzeczy doprowadził do aksjologicznego zrównania różnych mniej lub bardziej wartościowych jakości. Zjawisko to jest wysoce niepokojące jeśli chodzi o wychowanie. Jeżeli bowiem nie ma stałej hierarchii wartości, ściśle określonych treści i zasad, to nie ma do czego się odwoływać, a wychowanie jest trudniejsze, o ile w ogóle możliwe. Angielski estetyk Herbert Read stworzył system wychowania przez sztukę. Miałoby ono prowadzić do integralnego rozwoju człowieka na poziomie jego funkcji intelektualnych, emocjonalnych i motywacyjno-wolitywnych jako odbicie idei prawdy, piękna i dobra w dziele sztuki. „Celem wychowania przez sztukę, jest spowodowanie, że wszystko nabierze ruchu i zacznie się rozwijać, a postawa konformizmu i bezmyślnej uległości zostanie u każdego człowieka zastąpiona twórczą aktywnością wyobraźni, tej wyobraźni, która się stanie swobodnym wyrazem jego własnej osobowości”<sup>8</sup>. Sztuka staje się więc narzędziem kształtowania człowieka o twórczej postawie wobec świata i samego siebie (kreacja i autokreacja). Kontakt ze sztuką (ekspresja i percepcja) ma być środkiem do realizacji tego celu.

Irena Wojnar zalicza wychowanie przez sztukę do wychowania estetycznego. Z jednej strony kształtuje ono estetyczną wrażliwość konieczną do przeżywania i poznania wartości sztuki, z drugiej strony pełną osobowość człowieka w sferze intelektualnej (wzbogaca wiedzę, uczy samodzielnego myślenia), moralno-społecznej (kształtują empatię, wrażliwość, otwartość na świat drugiego człowieka, przypomina zasady moralne) oraz emocjonalnej<sup>9</sup>.

## **Ponowoczesna karnawalizacja codzienności**

W dobie gwałtownych przemian cywilizacyjnych oraz informatycznej globalizacji następuje szybka reorganizacja czasoprzestrzeni życia codziennego. Dochodzi do zjawiska kompresji czasu, a w efekcie do niwelowania dystansu dzielącego pragnienie przyjemności od jego spełnienia. Człowiek współczesny utracił cierpliwość oczekiwania. Codziennością rządzi jednorodny, zhomogenizowany czas, w którym elementy zabawy i odpoczynku odgrywają zasadniczą rolę. Dochodzi do karnawalizacji, to znaczy przenoszenia cech karnawału na rzeczywistość tra-

---

7 K. Pankowska, *Kultura ...*, dz. cyt., s. 178.

8 H. Read, *Wychowanie przez sztukę*, Wrocław 1976, s. 296-297.

9 I. Wojnar, *Teoria wychowania estetycznego*, Warszawa 1984, s. 160.

dyscyplinie pozakarnawałową. Natomiast post, który dawniej miał przygotowywać do świąt ma obecnie znaczenie medyczne lub estetyczne. Kojarzony jest z dietami, których wspólną cechą stanowi rezygnacja z niektórych potraw, np. mięsa, pieczywa, słodczy, alkoholu. Dotyczy walki z nadwagą czy cholesterolem, rzadziej funkcjonuje w kontekście religijnym.

Tradycyjnie zabawa pełniła ważną funkcję w wymiarze społecznym. Przywoływana była, gdy rodzina, miejscowość lub państwo chciało coś uczcić, integrując się i pokazać swój system wartości. Zabawa wyrażała najgłębsze uczucia związane z danym wydarzeniem, które zmienia egzystencję człowieka od narodzin po śmierć (stypa). Obecnie rozrywka utożsamia się ze sztuką popularną lub wręcz kiczem adresowanym zarówno do dzieci, jak i dorosłych. W procesie tzw. karnawalizacji dominują konsumpcja, obfitości i nadmiar oraz towarzysząca im liberalizacja. Powstaje nowa obyczajowość dotycząca erotyki i związków międzysobowych, czasu wolnego i pracy, narodzin i śmierci<sup>10</sup>. Człowiek usytuowany jest w nowej strukturze czasu, ekspansji rynkowej, w której karnawał staje się towarem. Modyfikują się ludzkie potrzeby w kierunku natychmiastowości<sup>11</sup>. Karnawał jako zjawisko estetyczno- kulturowe zakorzeniony był w tradycji. Jego źródłami są kultowe uroczystości sprzed czasów rzymskich oraz chrześcijański rok obrzędowy, z jego segmentacją zgodną ze świętami religijnymi. W tym ostatnim przypadku karnawał stanowił opozycję do postu, a jego głównymi elementami były widowiska, zabawa, wspólnotowość, wolna ekspresja emocji i zachowań.

Życie zmanierowanych i zdemoralizowanych ludzi, znudzonych luksusem oraz zabawą pokazuje film Paolo Sorrentino z 2013 r. pt. „Wielkie piękno”. Ten wielokrotnie nagradzany obraz uznany został za najlepszy film 2013 roku. Opowiada historię starzejącego się włoskiego pisarza i dziennikarza Jepa, który prowadzi bogate życie towarzyskie w swoim rzymskim apartamencie z widokiem na Koloseum. W pięknym mieście, modnym mieszkaniu, w otoczeniu dzieł sztuki i luksusowych przedmiotów spędza czas na wystawnych przyjęciach prowadząc pustą i nudną egzystencję. Funkcjonuje według przyjętych norm, które ściśle określają sposoby zachowań w sytuacjach takich jak zabawa, ślub, a nawet pogrzeb. Nieautentyczne gesty i treść prowadzonych rozmów świadczą o zakłamaniu form towarzyskich. Gdy główny bohater poucza swoją przyjaciółkę jak należy ubrać się i jak zachować w czasie pogrzebu mówi: „Masz pełne prawo usiąść z boku. Miejsce musi być jednak starannie dobrane. Jednocześnie na uboczu i na widoku. Wszystkim rządzi zasada: nie należy przesadzać. Po pierwsze na pogrzebie nie płacemy. Nigdy. To przywilej rodziny. Odwracanie od niej uwagi jest surowo zabronione. Niezgodne z etyką”.

---

10 Zob. B. Łaciak, *Obrzędowość polska w czasach transformacji, czyli wojna postu z karnawałem*, Warszawa 2005.

11 K. Pankowska, *Kultura...*, dz. cyt., s. 100.



W obyczajowości bardzo silnie dochodzi do głosu symboliczny sposób wyrażania swojej świadomości otaczającego świata i własnych postaw. Dotyczy to zarówno codziennych, jak i świątecznych zwyczajów. Symbolikę podstawowych doświadczeń metafizycznych, takich jak rodzenie i umieranie, zaczynanie i kończenie zawierają obyczaje związane z obchodami uroczystości. Świątowanie dawniej miało głębszy sens, obecnie wydaje się sprowadzać do odpoczynku, wspólnej zabawy oraz sztuki kulinarnej. Świąta ukazują syntezę wartości, którymi społeczność kieruje się w codziennym działaniu, ujawniają cel życia i jego sens. Jednak bardziej niż w obyczaju codziennym grozi mu spłylenie i przesunięcie na margines istotnego sensu święta. Obyczaje świąteczne są bowiem szczególnie mocno nasycone treściami emocjonalnymi i estetycznymi. Te ostatnie mogą wysunąć się na pierwsze miejsce w przeżywaniu uroczystości lub wręcz stać się jego jedyną treścią. Spłycony sposób przeżywania świąt zarówno religijnych, jak i patriotycznych czy rodzinnych staje się powszechny. W rozbudowanych obyczajach podstawowy sens symbolicznych zachowań może ustąpić miejsca wtórnym znaczeniom, np. prestiżowym lub estetycznym. W miarę jak wtórne znaczenie wypiera podstawowy sens symbolu, następuje degradacja dobrego obyczaju. Jest on zagrożony przejściem w konwenans lub zakłamanie. Na przykład wspólny posiłek przestaje wyrażać wspólnotę, chęć i radość dzielenia się, występują natomiast inne względy nieistotne dla symbolu bądź mu przeciwne, np. podkreślanie swojego wysokiego statusu materialnego i społecznego, zdobycie dobrej opinii czy też pragnienie samych tylko doznań estetycznych.

Karnawalizacja rzeczywistości z naczelną w niej zasadą przyjemności kształtuje nowe postawy ludzi wobec świata. Powszechnym dążeniem jest zaspokojenie zachcianek, które znajdują się w natychmiastowości, w upraszczaniu wykonywanych działań oraz w mocnych wrażeniach i przeżyciach. Wiąże się to z percepcją nastawioną na euforyczność, pobieżność i efemeryczność odbioru, a nie poznawanie i deszyfrację trudnych, wymagających wysiłku i koncentracji znaczeń<sup>12</sup>. Sztuką, która prowadziła dialog z kulturą masową stał się po raz pierwszy pop-art. Jednym z najwybitniejszych przedstawicieli tego kierunku w sztuce był Andy Warhol (1928 – 1987) – artysta prowokator, który stylizował świat reklamy. Jego obrazy pop kultury (dolary, puszki zupy, czy Coca coli) zostały zrównane z twarzami osób, tak jakby wizerunki znanych postaci były już obiektem konsumpcji. Stosując jaskrawe kolory sprawiał, że elementy kultury masowej stały się bardziej prowokacyjne i wyzywające w sensie artystycznym. Warhol często tworzył całe serie tego samego przedmiotu czy zdjęcia osoby. Powtarzanie było wynikiem naśladowania produkcji przemysłowej przedstawionych rzeczy. Efekt tej imitacji nabiera szczególnie na sile, gdy motyw zostaje multiplikowany na jednym płótnie. Słynny dyptyk Marilyn Monroe z 1962 roku (205,44 x 289,56 cm, Tate Gallery, Londyn) przedstawia na jednym skrzydle zmultiplikowaną kolorową fotografię twarzy słynnej aktorki, a po

---

12 Tamże, s. 115.



drugim to samo zdjęcie, ale czarno-białe. Wydawałoby się, że barwne przedstawienia to znak afirmacji życia, ale z radością nie mają one nic wspólnego, gdyż powstały w tragicznych okolicznościach. Marilyn to personifikacja amerykańskiego snu o sukcesie, ale również o awansie społecznym zabarwionym tragicznie. Warhol zaczął zwielokrotniać wizerunek twarzy artystki bezpośrednio po jej samobójczej śmierci. Wykorzystane zostały dwie wersje fotosu do filmu „Niagara” – kolorowa i czarno-biała. Warhol przetworzył zdjęcia ograniczając je do twarzy. Wartości światła i cienia zostały spłaszczone i zastąpione kolorami, relacje przestrzenne zamienił w relacje chromatyczne. Do multiplikacji fotografii zastosował technikę sitodruku. Przy czym wprowadził pewne wariacje. Ta sama twarz w wielu wersjach wygląda inaczej. Różnice dotyczą deformacji. Pięćdziesiąt poruszonych w ten sposób wizerunków nieżyjącej już osoby dało całe spektrum emocji. Zdjęciom Marilyn nadano ekspresję jakiej nigdy nie uchwycił film.

Pop-art pokazywał amerykański sen zarówno jako obietnicę, klątwę czy też oczekiwanie niemożliwe do spełnienia. Artyści pop prezentując to marzenie w swoich pracach dawali do zrozumienia, że amerykański sen jest mitem. Ich estetyka inspirowana była wzornictwem przemysłowym i reklamą. Motywy grafik przejęte zostały z kultury masowej, gdyż była ona najpotężniejszym i najbardziej natrętnym czynnikiem kształtującym wrażliwość ludzi. Dlatego Warhol malował puszki zupy Campbella, butelki Coca-Coli, a także Marilyn Monroe i Elvisa Presleya – dowodząc tym, że podlegają oni takim samym prawom jak artykuły przemysłowe, które można kupić w dowolnym sklepie.

Ogromna ilość i różnorodność produktów powszechnej estetyzacji prowadzi do zubożenia i stępienia wrażliwości estetycznej. Kultura wizualna wynika ze współczesnej mody na obrazowanie i utrwalanie w obrazach aktualnych zdarzeń. Dla uczestników wydarzeń kulturalnych, publicznych, artystycznych czy rodzinnych, sam fakt uczestnictwa ma mniejszy walor niż umiejętne jego obrazowanie za pomocą technologii cyfrowej i natychmiastowy przekaz obrazów za pośrednictwem telefonu lub Internetu. Ten styl dotyczy również turystyki. W przeszłości podróż była źródłem inspiracji, a nieraz tematem twórczości (Marco Polo, Goethe, Twain), czymś więcej niż przemieszczanie się z miejsca na miejsce. Właśnie rozwój turystyki, jak umasowienie każdej wartości, zbanalizował *sacrum* podróży. Dzisiaj mówi się o turystmie, który związany jest z przemysłem turystycznym. Popularne jest zwiedzanie w pigułce („po japońsku” – 5 stolic w 2 dni). Turyzm zrodził się z połączenia dwóch zjawisk: powstało społeczeństwo masowe, ruchliwe i żądające rozrywki oraz rozwinęła się tania, czarterowe komunikacja. Każdy może znaleźć się wszędzie i przesłać stamtąd zdjęcia lub wykonany przez siebie film. Dawniej pojęcie drogi miało w sobie pewną tajemnicę. Dzisiaj to miejsce zajęła kalkulacja finansowa<sup>13</sup>.

---

13 R. Kapuściński, *Lapidarium*, Warszawa 1997, s. 141.

## **Oddzielenie etyki od estetyki**

Dobry obyczaj kształtowany przez estetykę ma charakter wychowawczy, jeśli jego podstawą są wartości etyczne. Tymczasem cechą postmodernizmu jest myślenie w kategoriach relatywizmu moralnego. Każdy rości sobie wyłączne prawo do określania dobra, słuszności i wartości. Nie ma norm ogólnie uznanych, dobra wspólnego i wspólnych celów. Życie społeczne to istnienie obok siebie, a czasem przeciwko sobie suwerennych monad. Nie ma etyki kategorycznej i bezwzględnej, jej miejsce zajmują okazjonalizm, sytuacjonizm i permissywizm. Wartości etyczne dotyczą również kultury materialnej. W swoim bogactwie współczesne społeczeństwa zachodnie nie dążą już do uzyskania takiej ilości rzeczy, która może sprostać potrzebom (jest to cecha społeczeństw ubogich). Chodzi raczej o realizację zachcianek, aby stworzyć nowe możliwości popytu.

Miasto konsumpcyjnej kultury „bierze się ze sklepów pełnych towarów, z chodzenia od wystawy do wystawy, z patrzenia, z oglądania, z dotykania, z pytań o cenę; ze wspólnego siedzenia przy barze, przy stoliku w restauracji, na tarasie kawiarni; z rozmowy, z wymiany, z dyskusji, ze sporu, z szukania czegoś nowego, z szukania czegoś ważnego; ze światła, z blasku, z pulsowania neonów, migotania kolorów, z ruchu, z tłoku, z pędu, z wiru, z wrzawy, z łoskotu, z oszołomienia; z ulic, które cię kuszą, nawołują, osaczają wystawami, reklamami, nowościami, pomysłami, cudami; które kipią, iskrzą się, pachną, huczą”<sup>14</sup>. Elity tego świata są zatem zainteresowane jednym – żeby utrzymać dla swoich społeczeństw stan spokojnej konsumpcji. Jest to w zasadzie jedyne kryterium, które rządzi ich zachowaniem. Religią świata konsumpcji są zakupy. To, co skłania ludzi do wydajnej pracy, do wysiłku, do udziału w wyścigu, aby zarobić więcej jest widok towaru. Nie obietnica towaru, ale właśnie jego widok, jego materialna, namacalna obecność, jego kształt i kolor, jego obfitość, erupcja, lawina. Zakupy to forma życia towarzyskiego, rodzaj rozrywki i odprężenia, to gra<sup>15</sup>. Umiar, równowaga i stabilność przestały być zaletą. Cnotą jest wzrost ilościowy i gromadzenie. Tryumf konsumpcjonizmu nieskrępowanego wymiarami potrzeb służy produkcji, wzmacnia reklamę, modę i snobizm, ale narusza dobry obyczaj. Ten zaś służy dobru człowieka, jego integralnemu i harmonijnemu rozwojowi. Obyczajowość powinna więc liczyć się z krytyczną oceną, która pozwala porównać swoje zamierzenia ze stanem faktycznym, konfrontować własny subiektywizm z obiektywizmem otoczenia. Dobry obyczaj, kształtowany przez estetyczne wychowanie jest wartością moralną, gdyż wskazuje idee, wyzwalające zachowania korzystne zarówno dla tych, którzy je praktykują, jak i dla tych osób, wobec których są skierowane. Wyznacza normy, które nie podlegają sankcji prawa ludzkiego, na przykład odmowa udzielenia pomocy, drobne kłamstwa, niewierność, niestaranne wykonywanie pracy, lekceważenie innych. Takie zacho-

---

<sup>14</sup> Tamże, s. 80.

<sup>15</sup> Tamże, s. 79.

wania są niemoralne, ale prawo nie zajmuje się nimi. W tym zakresie obyczaje stają się strażnikami moralności.

Obraz Davida Hockneya z 1971 r. „Państwo Clark i Percy” (213x305 cm, Tate Gallery, Londyn) namalowany został na podstawie fotografii wykonanej dwa lata wcześniej w mieszkaniu tytułowego małżeństwa. Nawiązując do tradycyjnego w historii sztuki podwójnego portretu, zwłaszcza do obrazu Jana van Eycka „Małżeństwo Arnolfinich” (1434 r.), pokazuje nowoczesne życie pięknych, młodych, bogatych i utalentowanych ludzi: projektantów mody- Ossiego Clarka i Celię Birtwell-Clark, a także ich kota. Malarz jest nowoczesny w sposobie malowania oraz pokazania małżonków<sup>16</sup>. Jednak nic nie jest w tym obrazie takim jakim się wydaje. Artysta wprowadza tajemniczy nastrój teatralizując wnętrze przez wyizolowanie przedmiotów oraz kontrastujące ze sobą postacie: stojącej kobiety oraz swobodnie siedzącego mężczyzny. Celia jest wyprostowana, elegancka, prezentuje się jak modelka, natomiast jej mąż przyjmuje swobodną postawę zgodną z zasadą *sprezzatura*, znajdującą swój wyraz w noszeniu pozornie niedbałej odzieży i nonszalanckim starannie wyuczonego zachowania. Chociaż portret powstał niedługo po ślubie, to przedstawione osoby nie są sobie bliskie, ani sobą zainteresowane. Małżonkowie nie patrzą na siebie. Otacza ich nowoczesne wnętrze. Całe wyposażenie mieszkania jest modne: piękny puchaty jednobarwny dywan, stojący na podłodze telefon, plastikowa lampa, obraz wiszący na ścianie. Jeśli przedmioty stanowią atrybuty małżonków, to przedstawiony po stronie mężczyzny telefon jest znakiem świata zewnętrznego, ale także zdrady i zazdrości, podobnie jak wyprężony biały kot siedzący na kolanach mężczyzny. Symbole te nawiązują do pozamałżeńskiego życia Ossiego. Przy oknie – po stronie kobiety wisi obraz Hockneya „Żywot rozpustnika”, a na stole stoi, kontrastujący z nim w swojej symbolice, wazon z białymi liliami – znak czystości. Przedstawione postacie to ludzie sukcesu: on wzięty projektant odzieży, ona projektantka tkanin (do dziś aktywna zawodowo). Artysta pokazuje młodych ludzi nie razem, ale obok siebie. Każde z nich patrzy poza obraz, na widza. Brak tu kontaktu wzrokowego, nawet gestu, który mogliby oni wobec siebie wykonać. Ich twarze świadczą o wewnętrznym napięciu. Wzrok męża pozbawiony jest czułości, miłości i spokoju, a postawa obojętna. Obraz Hockneya zapowiada rozwód tego małżeństwa, który jak wiadomo z historii rzeczywiście wkrótce nastąpi. Malarz był wnikliwym obserwatorem ludzi. W tym dziele udało mu się uchwycić nie tylko podobieństwo zewnętrzne postaci, ale również ich charaktery i relacje między nimi. Kluczowym symbolem obrazu jest wisząca na ścianie rycina „Żywot rozpustnika”, nawiązująca do cyklu Hogartha (1735 r.). Opowiada ona o człowieku, który roztrwonił odziedziczony majątek żyjąc rozrzutnie i niemoralnie, a pod koniec życia znalazł się w przytułku dla obłąkanych. Artysta w ten sposób komentuje życie ukazanej pary. Obraz ma

---

16 W. Włodarczyk (red.), *Sztuka świata*, t. 10, Warszawa 1999, s. 180.

nowoczesną formę dzięki użyciu akrylowych farb. Artysta w ciekawy sposób ukazuje światło, które pada do pokoju przez otwarte okno. Konwencja malowania pod światło i relacje pomiędzy jego silnym zewnętrznym blaskiem a zacienionym wnętrzem daje interesujący efekt artystyczny. W 2005 r. BBC stworzyło ranking 10 najwybitniejszych obrazów w brytyjskich zbiorach. Opisane dzieło jako jedyne współczesne płótno znalazło się na tej liście.

Znakomitą odtrutką na infantylizujące, zhomogenizowane lub kiczowate twory dzisiejszej kultury masowej jest wprowadzenie współczynnika trudności, obecnego we współczesnym dziele sztuki. Przeżycie estetyczne z jednej strony kształtuje wrażliwość konieczną do poznania wartości sztuki, z drugiej strony buduje osobowość człowieka w sferze intelektualnej (wzbogaca wiedzę, uczy samodzielnego myślenia), moralno-społecznej (formują empatię, wrażliwość, otwartość na świat drugiego człowieka, przypomina zasady moralne) oraz emocjonalnej<sup>17</sup>.

Odpowiedzią na powierzchowność i banał estetyzacji codzienności jest właśnie street-art. To nurt niezależnych działań artystycznych, w których akt kreacji odbywa się w przestrzeni publicznej, wykorzystując takie środki jak: graffiti, szablony, plakaty czy wlepki. W przestrzeni miejskiej, odznaczającej się przez lata neutralnością, stopniowo zawłaszczanej przez reklamę, nagle pojawiły się znaki zostawiane przez artystów ulicy. Najbardziej zaskakujące dla przypadkowych obserwatorów jest ich umiejscowienie. Street-art to działanie związane z naruszeniem przestrzeni miejskiej, którego celem jest tworzenie nowego obszaru znaczeń, konkurencyjnego dla oficjalnego przekazu informacji. To wcielenie sztuki wolnej, egalitarnej i nieskrępowanej<sup>18</sup>. W tych działaniach artystycznych istnieją elementy łączące z bliską nam ideą wychowania przez sztukę Herberta Reada. Pierwszym z nich jest związek sztuki z życiem. Kultura nie może być jedynie dodatkiem do życia, ale ma kształtować się w spontanicznych procesach przeżywania, w toku autentycznego, osobistego uczestnictwa. Kolejnym elementem jest potrzeba nowego dialogu. Spontaniczny język sztuki ulicy pojawia się jako forma komunikacji. Realizacje czasem bawią, cieszą, czasem dotykają drażliwych kwestii, prowokują – stają się częścią codziennego doświadczenia, wywołują spontaniczne reakcje lub dłuższe refleksje przypadkowego przechodnia. Street-art to wyraz buntu przeciwko ujednoliceniu doświadczenia. Prowokuje widza do myślenia, krytycznego spojrzenia na otoczenie. Artyści ulicy uważają, że ucieczka od zgiełku i pośpiechu współczesnego życia jest możliwa przez nagłe umieszczenie artystycznego znaku w znanej mieszkańcom przestrzeni miejskiej. Trzecim aspektem łączącym street-art z ideą wychowania przez sztukę jest wyrażanie uczuć. Sztuka ulicy ożywia przestrzeń czasem z niej ironizując. Wskazują na problemy współczesności, nie

17 Zob. H. Read, *Wychowanie ...*, dz. cyt.; I. Wojnar, *Teoria wychowania...*, dz. cyt.

18 B. Kwiatkowska, *Idea wolnej ekspresji – street – art w perspektywie pedagogicznej*, w: K. Pankowska (red.), *Sztuka i wychowanie. Współczesne problemy edukacji estetycznej*, Warszawa 2010, s. 353.

pozostawiając odbiorcy obojętnym<sup>19</sup>. Wybitny przedstawiciel tego kierunku sztuki – Banksy zwraca uwagę na tymczasowy charakter swoich dzieł. Artysta zostawia znak, który najczęściej zostaje zamalowany. Jak twierdzi Banksy: „chodzi o to, aby obraz dobrze wyglądał z jadącego samochodu”. Sztuka ulicy zaczęła od kontestacji i przeszła do dialogu z miastem.

Street-art zmusza do refleksji, czasem prowokuje, ale zawsze zaprasza do rozmowy. W 2008 r. na ścianie jednego z londyńskich budynków w ciągu jednej nocy powstało graffiti pt. „One nation under CCTV”. Napis „Jeden naród pod kamerami CCTV” powstał pod okiem miejskiej kamery. Dzieło przedstawia chłopca, który stając na cienkiej, niestabilnej drabince maluje wielkie litery tytułowego tekstu. Na jego działanie patrzy, ale nie interweniuje policjant z psem. Poczucie humoru artysty i paradoks jego graffiti polega na tym, że powstało ono pod prawdziwą kamerą monitoringu. W ten sposób stanowi ono element dialogu społecznego. „Jeśli mieszkasz w mieście wszędzie napotykasz znaki, które mówią, co masz robić i billboardy, które próbują ci coś sprzedać”. Banksy rozmawia z miastem pokazując jego paradoksy. Z jednej strony obsesyjną potrzebę bezpieczeństwa ludzi, a z drugiej fikcyjność nadzoru, który umożliwił bezkarność. Można wnioskować, że kamera była niesprawna, albo że działanie malarza na granicy wandalizmu zostało zaakceptowane przez odpowiedzialnych za monitoring. W obu przypadkach artysta dyskredytuje służby odpowiedzialne za bezpieczeństwo. Na odpowiedź ze strony miasta nie trzeba było długo czekać. Rada Miejska Londynu postanowiła zamalować graffiti.

Obrazy Banksy'ego wykonane są z niezwykłym kunsztem. Znakomicie dopracowane dzieła zawsze pozostają w dialogu z miejscem, w którym się znajdują. Są przemyślane i precyzyjnie opracowane. Również inne jego przedstawienia stanowią ironiczną krytykę konsumpcyjnego społeczeństwa. Przykładem może być szympanś pchający wózek z supermarketu lub dwoje fotografujących się europejskich turystów siedzących w rikszy z trudem ciągniętej przez małego, wątłego chłopca. Sztuka jest zwierciadłem rzeczywistości. Dzięki niej człowiek dochodzi do wyższego stopnia samowiedzy co jest ważne w procesie kształtowania siebie w oparciu o wartości. Nie tyle chodzi tutaj o przedkładanie gotowych wzorców do naśladowania, ale o oddziaływanie przez ukazywanie funkcjonowania wartości w świecie i w człowieku. Dzieła sztuki mają skłonić do zastanowienia się i poruszyć ludzi o stereotypowym sposobie myślenia, bezkrytycznych wobec otaczającego świata, karmiących się kulturą masową. Proces ten jest pozytywny, gdyż skłania do refleksji i wyboru wartości. Wartości bowiem, które nie są konfrontowane z życiem i wciąż na nowo weryfikowane, dla których nie szuka się wciąż nowych argumentów, przestają funkcjonować jako siły pobudzające do rozwoju.

---

<sup>19</sup> Tamże, s. 356-357.

## Poszukiwanie możliwości ponownego kształtowania obyczaju przez wychowanie estetyczne

Diagnoza pedagogiczna mówi dziś o kryzysie wartości i autorytetów. Jego wyrazem jest hołdowanie banalnym, płytkim wzorcom postępowania skutkującym bezrefleksyjnym, konsumpcyjnym stylem życia oraz brak empatii i altruizmu. Współczesna estetyka szybko ujawnia te przemiany odsłaniając problemy, cele i zadania edukacyjne. Sztuka elitarna, zwłaszcza dzisiaj, gdy kultura masowa fałszuje obraz świata pokazując jedynie jej fragment (obraz idealnego piękna, wiecznej witalności oraz luksusu i bez troskiej zabawy) może mieć charakter wychowawczy. Wtedy prawda o rzeczywistości jest świadomie ukazywana przez dzieła najwybitniejszych artystów, w których obecne są cierpienie, okrucieństwo, przemijanie i śmierć. Pokazuje, że z upływem czasu człowiek starzeje się, a jego marzenia o nieśmiertelności są mitem. Ludzie chcąc oddalić od siebie przemijanie, bo narusza ono narcystyczne poczucie wszechmocy i nieprzemijającej atrakcyjności, w dialogu ze sztuką mogą skonfrontować się z nieuniknionymi stratami. Ma to pozytywne skutki, gdyż prowadzi do umiejętności cenięcia życia, ustalenie właściwych priorytetów, skierowania swojej energii na cele warte zaangażowania, a w rezultacie wiodące do wewnętrznego rozwoju. Prawda o cierpieniu, kalectwie, niedołężności oraz starości innych uczy wrażliwości, wyrozumiałości, altruizmu, ale również dostrzegania piękna w najprostszycich sprawach.

Obrazem estetyzacji akcentującym wewnętrzne piękno człowieka oraz prawdy o nim jest japońska sztuka klejenia porcelany *kintsugi*. Wiąże się ona z historią pewnego szoguna, który stłukł swoją ulubioną filiżankę do herbaty. Pierwszy sposób naprawy nie zadowolili właściciela. Zebrał więc artystów, aby znaleźli piękniejszy metodę połączenia fragmentów. Był bowiem esteta. Wymyślono wtedy *kintsugi*, czyli klejenie żywicą pomieszaną ze złotem. Filiżanka otrzymała nowe życie. Była cenniejsza niż wcześniej i piękna mimo braku regularności oraz perfekcyjnego kształtu, gdyż nie „ukrywała” prawdy o sobie.

Dobrze pojęte przeżycia estetyczne są poznaniem szczególnego rodzaju, gdyż dotyczą tajemnic życia i odkrywania rzeczywistości ukrytych, przynoszą rozumienie dla rzeczy zwyczajnych i niezwykłych, dla zdarzeń przewidywalnych i nieprzewidywalnych. Angażują w działania wykraczające poza doraźne potrzeby życiowe, skłaniają do urzeczywistnienia wartości, które czynią świat piękniejszym i doskonalszym, a podmiot tych działań kimś wyjątkowym<sup>20</sup>. Obyczaje człowieka formowane przez klasyczne wychowanie estetyczne prowadzą osobę ludzką do dojrzałości, gdyż pomagają kształtować szczególnie ważne cechy: samodzielność myślenia, samoświadomość działania, afirmację siebie oraz innych. Cechy wartościowego wychowawczo systemu zachowań to: zintegrowanie (ma wspierać

---

20 J. Lach-Rosocha, *Pedagogia przeżycia estetycznego w wychowaniu człowieka jako osoby*, Kraków 2013, s. 376.



w odnalezieniu swojej tożsamości i jednoczyć ze społecznością), krytycyzm (powinien odrzucać różne formy kłamstwa i manipulacji, poszukiwać nowych wzorców postępowania w zmieniającym się, pluralistycznym świecie), otwartość (ma ułatwiać dialog, kształtować postawę tolerancji wobec innych, przy zachowaniu swojej odrębności). W ich centrum powinien stać człowiek. Dobry obyczaj nieustannie oczyszcza się, koryguje to, co w kulturze społecznej, materialnej, artystycznej, umysłowej czy symbolicznej jest niezgodne z dobrem osoby ludzkiej.

W ramach obecnej kultury obyczaje ukształtowane przez klasyczne wychowanie estetyczne mogą mieć swój udział w przezwyciężaniu ambiwalencji doświadczeń związanych z ponowoczesną egzystencją ludzką: dobra i zła, prawdy i fałszu, piękna i brzydoty, słowem wartości i antywartości. Obyczajowość formuje człowieka i grupę osób, jest ważnym systemem semantycznym, aksjologicznym, normatywnym, czynnikiem współokreślającym tożsamość i odrębność osobową, społeczną i narodową, wpływa na zachowanie, decyzje i działanie. Istnieją systemy zachowań, które ulegają semantycznej i aksjologicznej erozji stając się pustym znaczeniowo rytuałem, który może być na nowo ożywiony przez rekonstrukcję jednostkowej i zbiorowej świadomości oraz nawiązanie do tradycji. W ramach ewolucji może mieć miejsce konstituowanie się nowego lub modyfikacja istniejącego stylu życia. Formowana jest wtedy inna świadomość i tworzona nowa hierarchia wartości.

Teoria wychowania estetycznego opracowana pół wieku temu przez Herberta Reada, związana jest z programem wzbogacania i wewnętrznego sublimowania człowieka, w tym również, w kontekście jego estetyczności. Powstawała w przestrzeni kulturowej i wychowawczej z wyraźnie wytyczonymi granicami estetycznymi i etycznymi. Dziś w sytuacji ciągłej zmienności, różnorodności i heterogeniczności, w postmodernistycznym chaosie wraca pytanie o wychowanie w kontekście etyki. W teorii wychowania estetycznego związek estetyki z etyką jest podstawowy. W klimacie prawdy człowiek zachowuje swoją osobową integralność, bez prawdy degeneruje się. Pełni więc ona szereg istotnych funkcji osobowych i społecznych. Pytanie o prawdę jest pytaniem o sens życia ludzkiego. Ona jest podstawą innych wartości: etycznych i estetycznych.

## **Podsumowanie**

Jednym z głównych symptomów obecnej rzeczywistości jest powszechna estetyzacja. Przede wszystkim zjawisko to jest kojarzone z wkraczaniem piękna jako kategorii wizualnej i hedonistycznej w różne dziedziny życia. Nastąpiły „rządy piękna”. Imperatyw piękna obowiązuje dziś we wszystkich dziedzinach życia, od pięknej sztuki po piękne otoczenie, od pięknego ciała po piękny pochówek. Zyg-

munt Bauman wskazuje na fakt, iż ostatnią dzisiejszą instancją, do której w kwestii „wyznaczników piękna” odwołuje się człowiek, jest statystyka, ilość wyborów. Piękno tkwi w bestsellerowych nakładach, w rekordach kasowych, platynowych płytach, czy wskaźnikach oglądalności<sup>21</sup>. Owo bezwarunkowe hołdowanie pięknu, jego nowe „kanony chwili” wzorowane przez świat popkultury i rynek reklamy stanowi problem pedagogiczny. Wolfgang Welsch twierdzi, że bezwarunkowa estetyzacja prowadzi do anestetyzacji (w wyniku estetyzacji wszystko staje się dowolne i jałowe)<sup>22</sup>. Tradycyjna obyczajowość spotyka się obecnie z postmodernistycznym przekonaniem o wielości prawd, często całkowicie ze sobą sprzecznych, ale wszystkich tak samo poprawnych, w których każdy styl życia jest akceptowany. Oznacza to odrzucenie kategorii jedności, całościowości oraz uniwersalności.

Istnieje wzajemna zależność między uznaniem wartości a wyrażającym je systemem zachowań. Z jednej strony obyczaj podtrzymuje zrozumienie wartości, którą przekłada w praktyce (jeśli ta praktyka jest przekonywająca, tzn. autentyczna i odpowiada potrzebom, to stanowi niejako dowód prawdziwości głoszonych wartości). Z drugiej jednak strony uznanie wartości sprawia, że praktykowane są obyczaje. Dawniej wydawało się, że formy zachowań stanowią element statyczny, z natury swojej niezdolny do nadążania za szybkim tempem przemian. Tymczasem obyczaje należy traktować elastycznie: biorąc pod uwagę możliwości, a nawet konieczność zmian. Zanik pewnych ich form może świadczyć nie tyle o porzuceniu wartości, ile o zmianie sytuacji, o nowych potrzebach, które prowadzą do wykrystalizowania się nowych obyczajów. Dzięki wartościom estetycznym człowiek rozszerza zakres wiedzy o sobie samym. Dzieło sztuki ukazuje rzeczywistość i działających w niej ludzi uwikłanych w różne sploty zdarzeń, konflikty, przeżycia. Jego zwierciadłem jest życie osoby istniejącej w konkretnych warunkach społeczno-kulturowych. Odbiorca może w dziele odnaleźć siebie i swoje problemy, które nieujrzane, nie dotarłyby do jego świadomości. Może pomóc zrozumieć, że „jest inny” niż o nim ludzie myślą lub myślał sam o sobie. Dzięki sztuce człowiek ma szansę odkrywać prawdę o sobie.

W czasach dynamicznych przemian cywilizacyjno-kulturowych naruszających zasady moralne i odbierających sens podmiotowym dążeniom dobry obyczaj może wspierać człowieka w procesie stawania się wartościową, zachowującą swoją tożsamość osobową. Taka obyczajowość służy rozjaśnianiu aksjologicznego zamętu i pomaga w tworzeniu humanistycznego etosu, który przeciwstawia się procesom depersonalizacji. Chroni człowieka i społeczność przed bezsenssem, anomią moralną i niemocą twórczą.

---

21 K. Pankowska, *Kultura ...*, dz. cyt., s. 187.

22 W. Welsch, *Estetyka poza estetyką*, Kraków 2005, s. 20.



## Bibliografia

- Dissanayake E., *Homo aestheticus*, Waszyngton 1995.
- Giorgione, Śpiąca Wenus, [w:] *Wielcy malarze. Ich życie, inspiracje, dzieła*, nr 47, Warszawa 2002.
- Kapuściński R., *Lapidarium*, Warszawa 1997.
- Kwiatkowska B., *Idea wolnej ekspresji – street-art w perspektywie pedagogicznej*, [w:] K. Pankowska (red.), *Sztuka i wychowanie. Współczesne problemy edukacji estetycznej*, Warszawa 2010.
- Lach – Rosocha J., *Pedagogia przeżycia estetycznego w wychowaniu człowieka jako osoby*, Kraków 2013.
- Łaciak B., *Obrzędowość polska w czasach transformacji, czyli wojna postu z karnawalem*, Warszawa 2005.
- Ożóg T., *Obyczajowość*, [w:] *Encyklopedia katolicka*, t. 14, Lublin 2010.
- Pankowska K., *Kultura – sztuka – edukacja w procesie zmian*, Warszawa 2013.
- Platon, *Państwo*, tłum. W. Witwicki, Warszawa 1958, t. 1, ks.3.
- Read H., *Wychowanie przez sztukę*, Wrocław 1976.
- Szubartowska A., *Dobry obyczaj*, [w:] K. Chałas, A. Maj (red.), *Encyklopedia aksjologii pedagogicznej*, Radom 2016.
- Welsch W., *Estetyka poza estetyką*, Kraków 2005.
- Włodarczyk W. (red.), *Sztuka świata*, t. 10, Warszawa 1999.
- Wojnar I., *Teoria wychowania estetycznego*, Warszawa 1984.

## Abstract

### **Aestheticization of life; tinsel or pattern of behavior?**

Aesthetics has various functions in social life and is a significant category of our times. More and more elements of reality is aesthetically transformed, and reality itself to a growing level is considered as an aesthetic construct. Aestheticization becomes dominant aspect which shape human life and evoke specific recipient experiences, behavior and choices. This phenomenon is associated with entering beauty as a visual and hedonistic category for various areas of life. Customs shaped by aesthetic education have their share in overcoming the ambivalence of experiences related to human existence.

**Keywords:** aestheticization, aesthetics, art, aesthetic up to value education



