

Wspomaganie procesów projektowania
i planowania wytwarzania
w budowie i eksploatacji maszyn
metodami analizy wielokryterialnej

Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska
Wydział Podstaw Techniki
ul. Nadbystrzycka 38
20-618 Lublin

Jerzy Montusiewicz

Wspomaganie procesów projektowania
i planowania wytwarzania
w budowie i eksploatacji maszyn
metodami analizy wielokryterialnej



Politechnika Lubelska
Lublin 2012

Recenzenci:

prof. dr hab. inż. Wojciech Tarnowski, Politechnika Koszalińska

dr hab. inż. Antoni Świć, prof. Politechniki Lubelskiej

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2012

ISBN: 978-83-62596-78-2

Wydawca: Politechnika Lubelska

ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin

Realizacja: Biblioteka Politechniki Lubelskiej

Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej

ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin

tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl

www.biblioteka.pollub.pl

Druk: ESUS Agencja Reklamowo-Wydawnicza Tomasz Przybylak

www.esus.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl

Nakład: 100 egz.

SPIS TREŚCI

Ważniejsze oznaczenia i skróty terminologiczne	9
Wstęp	12
1. Problematyka projektowa i badań empirycznych w budowie i eksploatacji maszyn	15
1.1. Wprowadzenie	15
1.2. Projektowanie techniczne	16
1.3. Opis empirycznych i nieempirycznych metod pozyskiwania informacji o obiekcie technicznym	18
1.4. Wybór i podejmowanie decyzji w projektowaniu technicznymi .	21
1.5. Wybrane problemy z zakresu budowy maszyn wymagające zastosowania metod optymalizacji wielokryterialnej	23
1.5.1. Dobór właściwości materiałów i ich badanie.	23
1.5.2. Projektowanie oraz badanie parametrów technologicznych i eksploatacyjnych obiektów	25
1.5.3. Projektowanie i badanie elementów maszyn	26
1.5.4. Dobór obrabiarek do ESP	28
2. Metody wspomagania wyboru przy wektorowych wskaźnikach jakości	30
2.1. Wybrane pojęcia podstawowe z zakresu optymalizacji i analizy wielokryterialnej	30
2.2. Punkty charakterystyczne w przestrzeni kryterialnej	34
2.3. Przegląd metod analizy wielokryterialnej	38
3. Cel i zakres pracy	45
4. Budowa i działanie <i>Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej</i>	47
4.1. Elementy składowe systemu	47
4.2. Wstępne sortowanie zbioru rozwiązań dopuszczalnych	51

4.2.1. Prezentacja <i>Metody wartości progowej</i>	51
4.2.2. Opis <i>Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego</i>	53
4.2.3. Uwagi końcowe dotyczące <i>Metody wartości progowej</i> oraz <i>Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego</i>	57
4.3. Sortowanie zbioru ocen rozwiązań <i>Metodą przedziału</i> <i>nierozróżnialności</i>	58
4.3.1. Ogólne uwagi dotyczące działania metody.	58
4.3.2. Optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności	59
4.3.3. Wybrane algorytmy realizacji optymalności w sensie przedziału nierozróżnialności	62
4.3.3.1. Algorytm jednofazowy	63
4.3.3.2. Zjawisko wzajemnego wykluczania	66
4.3.3.3. Zjawisko łańcucha eliminacji	73
4.3.4. Przykład ilustrujący działanie metody	78
4.3.5. Testowanie opracowanych algorytmów	81
4.3.6. Uwagi końcowe dotyczące <i>Metody przedziału</i> <i>nierozróżnialności</i>	88
4.4. Wybór rozwiązań <i>Metodą wyznaczania rozwiązań</i> <i>kompromisowych</i>	89
4.4.1. Pojęcia podstawowe	89
4.4.2. Budowa i zasada działania metody	92
4.4.3. Faza I – wyznaczanie pierwszego rozwiązania.	95
4.4.4. Faza II – wyznaczanie kolejnych rozwiązań.	96
4.4.5. Przykład ilustrujący działanie metody.	103
4.4.6. Testowanie <i>Metody wyznaczania rozwiązań</i> <i>kompromisowych</i>	107
4.4.7. Uwagi końcowe dotyczące <i>Metody wyznaczania</i> <i>rozwiązań kompromisowych</i>	111
4.5. Przykład działania <i>Zintegrowanego Systemu Analizy</i> <i>Wielokryterialnej</i>	112
4.5.1. Budowa programu komputerowego	112
4.5.2. Segregacja i wybór rozwiązań z wykorzystaniem ZSAW . . .	113
5. Zastosowanie <i>Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej</i> w budowie i eksploatacji maszyn.	128

5.1. Wprowadzenie	128
5.2. Zastosowanie analizy wielokryterialnej do doboru właściwości materiałów i ich badania	131
5.2.1. Opis stopów eutektycznych układu Fe-Mn-C-B – szczegóły techniczne i rezultaty badań	131
5.2.2. Poszukiwanie optymalnego składu stopów eutektycznych metodą analizy wielokryterialnej	135
5.2.2.1. Sformułowanie zadania optymalizacji wielokryterialnej	135
5.2.2.2. Wielokryterialna analiza wyników otrzymanych z przeciwpróbką ze stali c45	136
5.2.2.3. Wielokryterialna analiza wyników otrzymanych z przeciwpróbką z brązu	138
5.2.2.4. Wielokryterialna analiza wyników otrzymanych z przeciwpróbką z babbitu	139
5.2.3. Podsumowanie uzyskanych wyników	140
5.3. Wykorzystanie analizy wielokryterialnej w technologii obróbki elementów maszyn.	141
5.3.1. Ocena wielokryterialna wpływu implantacji jonowej rozpylacza paliwa na jego trwałość	141
5.3.2. Szczegóły techniczne i wyniki badań eksperymentalnych implantacji jonowej rozpylacza paliwa na jego trwałość	141
5.3.3. Analiza wielokryterialna przy wykorzystaniu <i>Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych</i>	146
5.3.3.1. Sformułowanie zadań optymalizacji wielokryterialnej	146
5.3.3.2. Zadania trzykryterialne	147
5.3.3.3. Zadanie sześciokryterialne	151
5.3.4. Podsumowanie wyników analizy wielokryterialnej	152
5.4. Zastosowanie analizy wielokryterialnej w zakresie projektowania elementów maszyn	154
5.4.1. Wykorzystanie systemu ZSAW do oceny efektów projektowania ślizgowych łożysk wzdłużnych przy zastosowaniu MES	154
5.4.1.1. Opis projektowanego obiektu	154

5.4.1.2. Sformułowanie zadań optymalizacji wielokryterialnej	156
5.4.2. Wybór projektowanych wariantów łożysk ślizgowych z segmentami sztywnymi.	157
5.4.3. Wybór projektowanych wariantów łożysk ślizgowych z segmentami podatnymi	159
5.4.3.1. Analiza wariantów w przestrzeni kryterialnej.	159
5.4.3.2. Analiza wariantów w przestrzeni zmiennych decyzyjnych	165
5.4.4. Wnioski dotyczące polioptymalizacji ślizgowych łożysk wzdłużnych	170
5.5. Zastosowanie analizy wielokryterialnej w doborze obrabiarek w elastycznym systemie produkcyjnym	171
5.5.1. Opis algorytmu doboru podsystemu obrabiarek w ESP dla części klasy korpus	171
5.5.2. Wybór ścieżki technologicznej przy wykorzystaniu analizy wielokryterialnej	176
5.5.2.1. Sformułowanie zadania optymalizacji wielokryterialnej.	176
5.5.2.2. Generowanie ścieżek technologicznych	178
5.5.2.3. Wyznaczenie wartości kryteriów	179
5.5.2.4. Analiza wielokryterialna z wykorzystaniem ZSAW ..	182
5.5.3. Symulacja obróbki wyrobów w podsystemie obrabiarek ESP	185
5.5.4. Wnioski dotyczące doboru obrabiarek w ESP.	187
6. Podsumowanie i wnioski	189
6.1. Podsumowanie	189
6.2. Wnioski dotyczące aspektów poznawczych pracy	190
6.3. Aspekty utylitarne pracy	191
6.4. Główne elementy dorobku pracy	193
6.5. Prognozowane kierunki badań	194
Bibliografia	196
Streszczenie	206
Summary	207

WAŻNIEJSZE OZNACZENIA I SKRÓTY TERMINOLOGICZNE

OZNACZENIA

A_{kj}	– macierz zdolności technologicznych obrabiarek,
B^*	– względna szerokość segmentu ślizgowego łożyska wzdłużnego,
C_0	– stożek dodatni o wierzchołku w punkcie zero,
C_{FS}	– stożek dodatni o wierzchołku w punkcie F^s ,
f^s, f_j^s	– wektor wartości satysfakcjonujących wartość $F(x)$ oraz wartość satysfakcjonująca j -tej funkcji celu $F_j(x)$,
$F(x)$	– wektor funkcji celu, $F(x) = [F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x)]^T$,
F_{jmax}, F_{jmin}	– odpowiednio: największa i najmniejsza wartość j -tej składowej w zbiorze rozwiązań niezdominowanych,
F^1, F^2	– rozwiązania ze zbioru rozwiązań niezdominowanych,
$F^{ai}(x)$	– punkt (wektor) antyidealny, $F^{ai}(x) = [F_1^{ai}(x), F_2^{ai}(x), \dots, F_n^{ai}(x)]^T$,
$F^n(x)$	– punkt (wektor) narożny, $F^n(x) = [F_1^n(x), F_2^n(x), \dots, F_n^n(x)]^T$,
$F^{na}(x)$	– punkt (wektor) nadir, $F^{na}(x) = [F_1^{na}(x), F_2^{na}(x), \dots, F_n^{na}(x)]^T$,
$F^o(x)$	– punkt (wektor) idealny, $F^o(x) = [F_1^o(x), F_2^o(x), \dots, F_n^o(x)]^T$,
$F^{o'}(x)$	– nowy punkt (wektor) idealny, $F^{o'}(x) = [F_1^{o'}(x), F_2^{o'}(x), \dots, F_n^{o'}(x)]^T$
$F^{oi}(x)$	– i -ty naddążny punkt idealny, $F^{oi} = [F_1^{oi}, F_2^{oi}, \dots, F_n^{oi}]^T$,
$F^*(x)$	– rozwiązanie kompromisowe, $F^* = [F_1^*, F_2^*, \dots, F_n^*]^T$,
$F^{*k}(x)$	– k -te rozwiązanie kompromisowe, $F^{*k} = [F_1^{*k}, F_2^{*k}, \dots, F_n^{*k}]^T$,
H	– grubość segmentu ślizgowego łożyska wzdłużnego,
I	– relacja równoważności,
I	– zbiór indeksów rozpatrywanych rozwiązań dopuszczalnych,
J	– zbiór indeksów rozpatrywanych kryteriów,
l	– długość segmentu belki wspornikowej,
L_k	– macierz ilościowego doboru obrabiarek,
M_μ	– <i>ścieżka technologiczna</i> o indeksie μ ,
N	– zbiór indeksów rozwiązań niezdominowanych,
o_i	– wiedza o i -tej obrabiarce
P_j^{ND}	– względna wartość przedziału zmienności j -tej składowej,
PN_j	– przedział nierozróżnialności dla j -tego kryterium,
Q	– siła obciążająca belkę,

W	– zbiór wyrobów klasy korpus,
\mathbf{x}	– wektor zmiennych decyzyjnych, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$,
\mathbf{x}^{id}	– wektor zmiennych decyzyjnych rozwiązania idealnego,
\mathbf{x}^S	– wektor zmiennych decyzyjnych spełniający zadanie satysfakcji,
Y, Y^1, Y^2	– zbiory ocen rozwiązań dopuszczalnych,
Y^{r^*}	– podzbiór ocen dopuszczalnych zadania satysfakcji,
$Y_{\text{ND}}^{r^*}$	– podzbiór ocen rozwiązań niezdominowanych zadania satysfakcji,
Y^{Fo^*}	– podzbiór ocen rozwiązań dopuszczalnych,
$Y_{\text{ND}}^{\text{Fo}^*}$	– podzbiór ocen rozwiązań niezdominowanych,
$Y_{\text{ND}}^1, Y_{\text{ND}}^2$	– podzbiory ocen rozwiązań niezdominowanych,
α	– miara przestrzennego kąta,
η_k	– k -ty współczynnik sumarycznego obciążenia stanowiska roboczego,
ω_j	– j -ta waga preferencji kryterium,

SKRÓTY TERMINOLOGICZNE

ARA	– algorytm rozgrzewania arytmetycznego przedziału nierozróżnialności,
ARG	– algorytm rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności,
JF	– algorytm jednofazowy,
HARG	– hybrydowy algorytm rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności,
KPN	– algorytm z korekcją przedziału nierozróżnialności,
MES	– Metoda elementów skończonych,
MPN	– Metoda przedziałów nierozróżnialności,
MWP	– Metoda wartości progowej,
MWRK	– Metoda wyznaczania rozwiązań kompromisowych,
PN	– przedział nierozróżnialności,
RN	– rozwiązanie niezdominowane,
ROSPN	– rozwiązanie optymalne w sensie przedziału nierozróżnialności,
ROSP	– rozwiązanie optymalne w sensie Pareto,
ZMPR	– Zmodyfikowana metoda punktu referencyjnego,
ZSAW	– Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej,
ZZW	– zjawisko wzajemnego wykluczania.

OZNACZENIA GRAFICZNE

- * – ocena dopuszczalna, zdominowana,
- ⊗ – zdominowana ocena satysfakcji,
- ⊗ – ocena spełniająca zdefiniowany punkt idealny,
- – punkt (wektor) idealny,
- – nowy wektor idealny,
- – nadążny punkt idealny I rzędu,
- – nadążny punkt idealny II rzędu,
- – nadążny punkt idealny,
- – punkt quasi idealny,
- ▲ – punkt nadir,
- ◇ – punkt narożny,
- ◇ – ocena satysfakcjonująca, zadowolająca,
- ◇ – ocena rozwiązania spełniająca ocenę satysfakcjonującą,
- ◆ – rozwiązanie spełniające ocenę satysfakcjonującą i zdefiniowany punkt idealny,
- – wariant po mutacji leżący poza stożkiem dominacji,
- – niezdominowana ocena satysfakcji,
- – ocena rozwiązania kompromisowego,
- – rozwiązanie niezdominowane,
- ◎ – wariant po mutacji należący do stożka dominacji (ocena rozwiązania wyeliminowanego),
- ▼ – punkt antyidealny,
- ▼ – wzorzec negatywny,
- +
- +

WSTĘP

Niniejsza rozprawa jest twórczym rozwinięciem pracy pt. „Ewolucyjna analiza wielokryterialna w zagadnieniach technicznych” wydanej w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk w Warszawie w 2004 r. [82]. Stanowi kontynuację prowadzonych badań naukowych dotyczących tworzenia efektywnych narzędzi wspomagających projektanta / inżyniera i naukowca w rozwiązywaniu różnych zadań polioptymalizacji konstrukcji z wykorzystaniem metod analizy wielokryterialnej.

Zawartość rozprawy zorientowano na zagadnienia inżynierskie w obszarze budowy i eksploatacji maszyn co zostało wyeksponowane w tytule oraz w rozdziale pierwszym. Rozdział ten poświęcono przede wszystkim syntetycznej prezentacji wiedzy z zakresu problematyki projektowania technicznego. Opisano w nim również metody uzyskiwania danych o tworzonych obiektach wyodrębniając metody empiryczne i nieempiryczne. Przedstawiono także zagadnienie dotyczące procesu wyboru i podejmowania decyzji w projektowaniu technicznym. W dalszej części tego rozdziału zaprezentowano, w formie jakościowej, wybrane problemy z budowy maszyn, które przy ich rozwiązywaniu wymagają zastosowania metod polioptymalizacji, a w szczególności metod analizy wielokryterialnej. Wśród opisanych problemów znalazły się takie zagadnienia, jak: dobór właściwości konstruowanych materiałów, badanie parametrów technologicznych i eksploatacyjnych obiektów, projektowanie i badanie elementów maszyn oraz dobór obrabiarek do elastycznego systemu produkcyjnego.

W rozdziale drugim w nowym ujęciu, w skondensowanej postaci, przedstawiono wybrane pojęcia z zakresu optymalizacji, polioptymalizacji i analizy wielokryterialnej, które są konieczne do właściwego zrozumienia budowy i działania opracowanego systemu wspomaganie decyzji przy użyciu autorskich metod analizy wielokryterialnej. Rozdział ten zawiera również prezentację głównych zalet i wad istniejących metod polioptymalizacji stosowanych w procesie wspomaganie wyboru rozwiązań preferowanych przy wektorowych wskaźnikach jakości (ten fragment stanowi syntetyczne uzupełnienie i istotne rozwinięcie rozdziału drugiego pracy z 2004 r.).

W opisie opracowanego autorskiego *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej (ZSAW)* wykorzystano czwarty rozdział tamtej pracy. Tekst został zmieniony nadając mu bardziej syntetyczny charakter (zrezygnowano ze szczegółowej prezentacji tych zagadnień, które zostały już wyczerpująco przedstawione), tworząc nowe rysunki poprawiono przekaz ilustracyjny, częściowo

zmieniono układ podrozdziałów, a także wprowadzono nową terminologię, aby poprawić zrozumiałość zagadnień dotyczących problematyki analizy wielokryterialnej w aspekcie jej zastosowania w obszarze budowy i eksploatacji maszyn. Istotnym rozwinięciem ZSAW jest prezentacja algorytmów realizujących optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności – dotyczy to *Metody przedziałów nierozróżnialności*. Zaprezentowano nowo przygotowane koncepcje sortowania podzbioru rozwiązań niezdominowanych i opracowane nowe algorytmy realizujące tę metodę. Algorytmy te zostały zaimplementowane i przetestowane, a uzyskane wyniki przedstawione w pracy. Ponadto rozdział ten zawiera porównawcze zestawienia uzyskanych wyników z przeprowadzonych testów różnych algorytmów.

Istotnym nowym elementem pracy jest przygotowanie specjalnego przykładu numerycznego, dzięki któremu można prześledzić sortowanie zbioru rozwiązań dopuszczalnych, zbioru rozwiązań niezdominowanych oraz kolejnych podzbiorów rozwiązań niezdominowanych metodami składowymi opracowanego systemu. W celu pokazania pełnego działania opracowanego systemu analizy wielokryterialnej przygotowany przykład był zadaniem dwukryterialnej minimalizacji. Dzięki temu można było na rysunkach (w przestrzeni kryterialnej) zaprezentować efekty działania poszczególnych metod sortowania istniejącego zbioru rozwiązań. Ponadto dla dopełnienia przekazu zamieszczono również zawartości wydruków tworzonych w procesie interaktywnej pracy z programem, a także stosowne komentarze wyjaśniające mechanizmy działania użytych metod.

Rozdział piąty, prezentujący zastosowanie *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej*, został napisany od nowa. Obecnie prezentowane przykłady przedstawiają proces komputerowego wspomaganie wyboru i podejmowania decyzji przy wektorowym wskaźniku jakości w obszarze budowy i eksploatacji maszyn. W rozdziale tym pokazano, że wprowadzenie analizy wielokryterialnej metodami tworzącymi ZSAW pozwala w sposób efektywny sortować istniejące warianty konstrukcyjne w wyniku czego można podejmować racjonalne decyzje. Trzy prezentowane przykłady są zupełnie nowe i nie były zamieszczone w poprzedniej pracy. Przykład czwarty został wzbogacony o dodatkowe analizy i tak zmodyfikowany aby lepiej zaprezentować skuteczność wspomaganie decyzji w procesie wyboru przy wykorzystaniu autorskich metod analizy wielokryterialnej. Każdy z przykładów prezentuje inny obszar działań inżynierskich i naukowych w dyscyplinie budowa i eksploatacja maszyn. Ponadto w przedstawionych przykładach mamy różnie sformułowane zadania polioptymalizacji, a także różny sposób pozyskiwania danych do obliczeń (z użyciem metod empirycznych i nieempirycznych).

Niniejsza praca przedstawia budowę i zasadę działania systemu analizy wielokryterialnej o nazwie *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej* składający się z wielu autorskich metod analizy wielokryterialnej. Opisane

w pracy metody analizy i zaproponowana metodyka postępowania przy komputerowo wspomaganym wyborze są uzupełnieniem bądź alternatywą dla innych metod powiązanych z optymalnym wyborem w zagadnieniach technicznych, w szczególności w budowie i eksploatacji maszyn. Punktem wejścia dla rozważanych w pracy algorytmów jest zbiór wielowymiarowych wektorów rzeczywistych. Przestrzeń, z której pochodzą poszczególne składowe wektorów jest zbiorem skończonym, zaś zbiór rozważanych wariantów konstrukcji jest zbiorem nierewidowanym, tzn. takim, że pierwotny wejściowy zbiór rozważanych rozwiązań dopuszczalnych nie może być zmieniany w procesie przeprowadzanej analizy (sortowania). Ograniczenia, które definiują przestrzeń danych biorą się ze specyfiki badanej konstrukcji technicznej, bądź z oferty obiektów dostępnych na rynku. Opracowane metody zajmują się problemami będącymi modelami takich praktycznych zadań optymalnego wyboru, w których zarówno obiekty oceniane, jak i ich oceny, dadzą się wyrazić liczbowo.

Rozważane metody nie biorą pod uwagę innych zbiorów liczbowych lub struktur, jak np. liczby rozmyte, zbiory przybliżone itp., opisując zagadnienia w sposób możliwie przejrzysty i zgodny z istotą problemu.

W prezentowanym opracowaniu nie ma bezpośredniego wykorzystania metod statystyki, ponieważ większa część danych, którymi posługują się opisane metody analizy wielokryterialnej jest wynikiem pomiarów wspomaganym metodami statystycznymi. W tym sensie więc opisywane podejścia uzupełniają, a w istocie rzeczy często jest kolejnym etapem poprzedzonym wykorzystaniem powszechnie uznanego, tradycyjnego podejścia statystycznego. Zatem zaproponowana autorska analiza wielokryterialna jest nowym narzędziem do przeprowadzenia procesu wyboru i podjęcia decyzji (w świetle przyjętego zbioru kryteriów) przez wykonanie oceny zgromadzonych, często tylko wstępnie przetworzonych, danych.

Narzędzia te są niezwykle przydatne do rozwiązania wielu zagadnień naukowych z zakresu budowy i eksploatacji maszyn, których nie udało się rozwinąć w sposób zadawalający przy zastosowaniu dotychczasowych metod.

W tym miejscu pragnę serdecznie podziękować panu Profesorowi Andrzejowi Osyczce, który pod koniec lat osiemdziesiątych zainteresował mnie problematyką optymalizacji wielokryterialnej i pod którego kierunkiem pisałem z tej tematyki pracę doktorską.

Swoją wdzięczność chciałbym również wyrazić wszystkim tym, którzy tworzyli i współtworzyli od 30 lat środowisko Konferencji „Poliptymalizacja i CAD”, organizatorom oraz uczestnikom reprezentujących większość ośrodków naukowo-badawczych w Polsce. Uczestnictwo w sesjach konferencyjnych, dyskusje i wymiana poglądów były dla mnie i są nadal inspiracją do dalszej pracy naukowej.

1. Problematyka projektowa i badań empirycznych w budowie i eksploatacji maszyn

1.1. Wprowadzenie

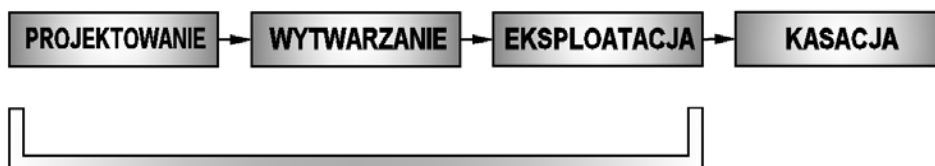
Dyscyplina budowa i eksploatacja maszyn zajmuje się przede wszystkim zagadnieniami dotyczącymi tworzenia nowych konstrukcji mechanicznych oraz poprawiania konstrukcji już istniejących aby uzyskać takie rozwiązania, których eksploatacja będzie przewidywalna w określonym czasie i nie będzie w żaden sposób zagrażała użytkownikom. Ponadto tworzone konstrukcje podczas eksploatacji, a także na etapie ich wytwarzania, powinny być energooszczędne i nie powinny szkodzić środowisku naturalnemu, w którym żyjemy. Tworzenie rozwiązań o lepszych parametrach użytkowych może być realizowane na wiele sposobów, np.:

- zastosowanie ulepszonych klasycznych materiałów konstrukcyjnych,
- zastosowanie materiałów konstrukcyjnych nowej generacji,
- utworzenie nowej postaci konstrukcyjnej wyrobu,
- zastosowanie obrabiarek i narzędzi o lepszych parametrach wytwórczych,
- wprowadzenie lepszych systemów kontroli jakości wytwarzanych części i wyrobów,
- wprowadzenie elektronicznych układów sterowania pracą urządzenia zapewniających lepsze warunki eksploatacji wyrobu.

Podstawowym sposobem działania inżyniera jest projektowanie, które jest intelektualnie uświadomioną odrębną działalnością człowieka, oddzieloną od innych etapów procesu zaspokajania potrzeb [155]. W polskim piśmiennictwie niektórzy autorzy odróżniają projektowanie i konstruowanie. Dietrych przez projektowanie rozumie obmyślanie funkcji i postaci obiektu, zaś przez konstruowanie – wyznaczanie jego konstrukcji [20]. Problematykę dotyczącą projektowania podejmowali w swoich pracach także inni autorzy [21,99,100,120].

Należy przy tym dodać, że w poszukiwaniu nowych konstrukcji i przy udoskonalaniu konstrukcji już istniejących można zastosować dwie zasadniczo różne metody działań naukowych: badania empiryczne oraz działania nieempiryczne. Termin metoda rozumiany jest tu jako sposób naukowego badania rzeczy i zjawisk; tzn. ogół reguł stosowanych przy badaniu rzeczywistości [64,141]. Można również przytoczyć definicję Nowaka przedstawioną w pracy

[97], w której autor podaje, że metoda naukowa to pewien określony sposób postępowania zmierzający świadomie do realizacji pewnego celu, czy pewnej kategorii celów poznawczych w nauce. Natomiast Tarnowski w pracy [154] pisze, że metoda to świadomie i celowo zastosowany sposób działania, zmierzający do rozwiązania danego problemu w skończonej liczbie kroków. Przy czym termin metoda jest terminem węższym niż metodyka, przez który należy rozumieć zbiór zasad dotyczących sposobu wykonywania jakiejś pracy lub trybu postępowania prowadzącego do określonego celu. Na rys. 1.1. pokazano schemat blokowy przedstawiający główne fazy cyklu życia obiektu technicznego.



Rys. 1.1. Cykl życia obiektu technicznego

Niniejsza praca dotyczy zastosowania wspomagania komputerowego w podejmowaniu decyzji przy zastosowaniu autorskiego systemu analizy wielokryterialnej w obszarze projektowania, planowania wytwarzania i eksploatacji.

1.2. Projektowanie techniczne

We współczesnym świecie techniki, charakteryzującym się podziałem na wyspecjalizowane dyscypliny naukowe i specjalności, przy czym wytworzone wyroby łączą w swojej konstrukcji specjalistyczne urządzenia reprezentujące nie tylko różne dyscypliny naukowe, ale nawet dziedziny, termin projektowanie techniczne od dawna nie może być ograniczony do działań nad deską kreślarską i rysowaniem (nawet gdy zastąpiono ją zastosowaniem zestawu komputerowego z odpowiednim oprogramowaniem) połączonym z wykonywaniem stosownych obliczeń. Obecnie, jak pisze Tarnowski [155], projektowanie jest całokształtem działań zmierzających do obmyślenia sposobu zaspokojenia określonych potrzeb. Proces projektowania jest więc elementem większego systemu projektowania, na który składa się podmiot projektowania (system projektujący), przedmiot projektowania i proces projektowania. Końcowym rezultatem projektowania jest zbiór informacji wystarczający do fizycznej realizacji obiektu projektowanego.

Proces projektowania traktowany jako system projektowania łączy w sobie wiele różnorodnych informacji, które wynikają z samego procesu projektowania obiektu, procesu wykonywania obiektu, procesu eksploatacji obiektu, a także

procesu jego kasacji. Wiedza zdobyta w poszczególnych etapach „życia” obiektu umożliwia w kolejnym cyklu projektowym na jej uwzględnienie i w ten sposób uczynić tworzoną konstrukcję bardziej użyteczną dla człowieka.

Gasparski w pracy [120] przedstawia wiele definicji projektowania, które dedykowane są do różnych obszarów aktywności człowieka. Ta, odnosząca się do technicznej działalności ludzi, jest następująca: *„projektowanie to wykorzystanie zasad naukowych, informacji technicznej oraz wyobraźni do sformułowania struktury mechanicznej, maszyny lub systemu spełniającego przepisane funkcje najtaniej i najefektywniej”*.

Można zastanawiać się gdzie w procesie projektowania, a w szczególności procesie projektowania technicznego znajduje się miejsce na zastosowanie wspomaganie decyzji wyboru przy użyciu analizy wielokryterialnej.

Model makrostruktury procesu projektowania [155], który obejmuje cały proces projektowania, składają się z następujących etapów:

- prac studialnych,
- projektowania wstępnego,
- weryfikacji koncepcji (wykonanie i badanie modelu, ocena wyników),
- projektowania szczegółowego,
- weryfikacji dokumentacji.

Zastosowanie wspomaganie wyboru będzie dotyczyło przede wszystkim działań związanych z weryfikacją koncepcji. Weryfikacja koncepcji może być przeprowadzona w oparciu o zastosowanie metod empirycznych lub nieempirycznych o czym napisano szerzej w podrozdziale 1.3. Poruszenie tej tematyki ma związek z faktem, że prezentowane w rozdziale piątym praktyczne zastosowania analizy wielokryterialnej autorskimi metodami dotyczą zarówno przykładów gdy uzyskane informacje otrzymano w wyniku pomiaru obiektów rzeczywistych, jak i bazując na wynikach z modeli matematyczno-fizycznych. Omawiany model makrostruktury ma oczywiście wprowadzone sprzężenia zwrotne, które pozwalają na powrót do początku działań w rozważanym etapie jeśli uzyskiwane efekty nie są zadowalające.

W literaturze można znaleźć modele mikrostruktury procesu projektowania. W pracy [155] autor przez mikrostrukturę lub strukturę poziomą procesu projektowania rozumie sekwencję działań podczas rozwiązywania elementarnych zadań w procesie projektowania. Mikrostruktura dotyczy więc pojedynczego zadania wykonywanego przez jednego projektanta lub mały zespół projektowy, w dość krótkim czasie. Projektowanie techniczne jest niewątpliwie procesem twórczym. Sielicki [131] w procesie twórczym wyodrębnia następujące podstawowe działania: analizę, syntezę, wybór i decyzję (ocenę), które występują cyklicznie i tworzą tzw. podstawową pętlę iteracyjną. Ackoff [1] wyodrębnia następujące fazy: sformułowanie problemu, budowa modelu oraz sprawdzanie

modelu (uzyskanie rozwiązania lub rozwiązań). Asimow [5] proponuje bardziej rozbudowany proces projektowania inżynierskiego. Wyróżnia w nim następujące fazy: analizę potrzeby, zebranie i systematyzację informacji, identyfikację układu zmiennych, budowanie kryteriów, syntezę możliwości rozwiązań, optymalizację, podjęcie decyzji, sprawdzanie i ocenę oraz przewidywanie zachowania się rozwiązania.

Tarnowski [154] uszczegółowił działania twórcze w procesie projektowania i dla problematyki technicznej zaproponował wyodrębnienie następujących etapów:

- jakościowe sformułowanie zadania,
- ilościowy opis zadania (określenie wymagań i ograniczeń),
- poszukiwanie zbioru możliwych rozwiązań,
- wybór (ocena i optymalizacja) rozwiązania.

Etapy te połączone są również poprzez sprzężenia zwrotne, a także uzyskują informacje z wyższego poziomu hierarchii zadań projektowych umożliwiając w ten sposób koordynację podzadań niższego poziomu [90]. Opisywana struktura procesu projektowania umożliwia więc wprowadzenie dekompozycji w projektowaniu [89,91,100,119,154].

1.3. Opis empirycznych i nieempirycznych metod pozyskiwania informacji o obiekcie technicznym

Metody empiryczne

Pozyskiwanie wiedzy o tworzonej konstrukcji przy użyciu metod empirycznych związane jest z następującymi działaniami:

- budowa prototypu konstrukcji i pomiar,
- budowa stanowiska pomiarowego i pomiar,
- budowa konstrukcji ostatecznej i pomiary sprawdzające.

Prototyp konstrukcji w wielu przypadkach jest konstrukcją w zmniejszonej skali, co ma na celu obniżenie kosztów jego przygotowania. Powszechnie przyjmuje się założenie, że uzyskane rezultaty i wynikające stąd wnioski będzie można przenieść na konstrukcje pełnowymiarową (tzw. skalowalność konstrukcji). Budowa stanowiska pomiarowego jest w wielu przypadkach ogromnym i kosztownym przedsięwzięciem, które wymaga zgromadzenia wielu specjalistycznych urządzeń pomiarowych i specjalistów do ich obsługi. Uzyskanie pojedynczych wyników pomiaru na stanowisku badawczym nie pozwala na sformułowanie wniosków ogólnych, a tym bardziej teorii (same wyniki obserwacji nie są więc faktami naukowymi). Otrzymane wyniki muszą

zostać „oczyszczone” od wpływu zjawisk przypadkowych, a także powinny zostać poddane specjalistycznym obróbkom, np. analizie statystycznej, aby potwierdzić istotność różnic uzyskanych wartości przy różnorodnych wielkościach wejściowych. Autorzy Heller [40] i Czarnocka [14] zgodnie stwierdzają (co nie podlega żadnej dyskusji), że każdy wynik pomiaru jest obciążony pewnym błędem. Błąd ten można zmniejszać stosując coraz dokładniejsze techniki pomiarowe (co z reguły znacząco podnosi koszty budowy stanowiska pomiarowego), ale nie można go całkowicie wyeliminować. Naukowiec stosujący empiryczne metody pozyskiwania wiedzy musi rozstrzygnąć jaka dokładność pomiaru jest wystarczająca i w jakich granicach błędu uzyskiwany wynik może się mieścić. Tę decyzję może on jednak podjąć gdy posiada zweryfikowane modele opisujące mechanizmy zjawisk zachodzące w badanej konstrukcji.

W pracy [64] można znaleźć stwierdzenie, że zadaniem badań empirycznych jest stworzenie przesłanek do wnioskowania o *nieznanym* na podstawie odpowiednio udokumentowanych faktów naukowych. To przejście od nieznanego do nowego, np. sformułowanie zasad ogólnych, może odbywać się przez wykorzystanie zbioru faktów. Należy więc przeprowadzić interpretację otrzymanych wyników, aby powiązać je z istniejącymi teoriami opisującymi zachodzące zjawiska i procesy wewnątrz badanej konstrukcji. Te wszystkie przeprowadzone działania pozwalają, po wprowadzeniu różnego rodzaju ulepszeń i korekt do prototypu, na zbudowanie konstrukcji ostatecznej i wykonanie pomiarów sprawdzających. Można wtedy sprawdzić, czy przyjęte założenie skalowalności konstrukcji było poprawne.

Metody nieempiryczne

Otrzymywanie nowej wiedzy o tworzonej konstrukcji, jej zachowaniu lub innym procesie z obszaru budowy i eksploatacji maszyn można zrealizować stosując metody nieempiryczne. W przypadku nauk przyrodniczych i technicznych (inaczej niż w matematyce) metody nieempiryczne w swoim pierwotnym stadium musiały bazować na faktach naukowych uzyskanych w wyniku zastosowania metod empirycznych. Krytyczna ich analiza pozwoliła na sformułowanie praw ogólnych i stworzenie wielu teorii opisujących poszczególne elementy otaczającej nas rzeczywistości. Utworzone modele matematyczno-fizyczne pozwalają na obliczenie i wyznaczenie wartości wielkości opisujących analizowane konstrukcje lub zachodzące procesy na podstawie wprowadzonych wielkości do modelu. Można więc obliczyć, np. ugięcie belki utwierdzonej jednym końcem znając jej przekrój, długość, materiał oraz obciążenie. Nie trzeba więc budować prototypu i dokonywać pomiaru. Współcześnie, gdy istnieje wiele opracowanych modeli opisujących rzeczywistość tworzącą świat techniki, naukowcy z powodzeniem posługują się różnorodnymi technikami obliczeniowymi,

w tym technikami komputerowymi, aby wyznaczyć zachowanie tworzonych przez nich nowych konstrukcji i przekonać się jaki będzie przebieg różnych zjawisk i procesów.

Metody obliczeniowe wspomagające proces projektowania mają różny charakter stąd można wydzielić dwie podstawowe grupy:

- metody bez wbudowanych procedur optymalizacyjnych,
- metody z wbudowanymi procedurami optymalizacyjnymi.

Metody nieempiryczne bez wbudowanych procedur optymalizacyjnych można podzielić na:

- klasyczne metody obliczeniowe, także te wspomagane obecnie przez zastosowanie technik komputerowych;
- komputerowe metody obliczeniowe, które wcześniej nie istniały ze względu na zbyt dużą pracochłonność obliczeń, np. metoda elementów skończonych (MES) [99,127,181], czy metoda elementów brzegowych [10];
- metody stosujące symulację komputerową i inne.

Wśród metod nieempirycznych z wbudowanymi procedurami optymalizacyjnymi można wyodrębnić:

- metody z optymalizacją jednokryterialną (optymalizacja skalarna): metoda przeglądu zupełnego [7,167], programowania celowego [34,104,122], Monte Carlo [47,100,167], metody gradientowe i bezgradientowe [27,28,43,46,48,100,130,140,166,179], metody optymalizacji dyskretnej [36,39,65,94,104,108,170], algorytmy genetyczne [11,16,33,70,105], algorytmy ewolucyjne [6,11,70,105,111];
- metody z optymalizacją wielokryterialną (polioptymalizacja). Każda z wcześniej wymienionych metod do poszukiwania optimum przy optymalizacji jednokryterialnej może zostać użyta do rozwiązywania problemu sformułowanego jako zadanie polioptymalne. Różnica polega na tym, że należy zbudować zamiast jednego kryterium zbiór kryteriów (otrzymuje się wektor składający się z kryteriów składowych). Jako wynik końcowy rozwiązania zadania z optymalizacją wielokryterialną uzyskuje się zbiór rozwiązań, które w sensie matematycznym są równoprawne i nie mogą się wykluczyć [25];
- metody z optymalizacją wielokryterialną z postanalizą jednokryterialną. W tym przypadku wygenerowany zbiór rozwiązań polioptymalnych jest poddany analizie, do której utworzone zostaje jedno kryterium globalne agregujące wartości kryteriów składowych występujących w zadaniu polioptymalizacji [157].

Stosowanie wymienionych metod obliczeniowych w dość krótkim czasie pozwala na wygenerowanie bardzo licznych zbiorów wariantów dla różnych

parametrów i zmiennych wejściowych opisujących projektowany obiekt lub proces.

Wydawałoby się, że stosując metody obliczeniowe uzyskuje się dokładne wartości wielkości opisujących konstrukcję i jej zachowanie, ponieważ nie są stosowane mierniki, których pomiar obarczony jest zawsze błędem. Niestety tak nie jest. Po pierwsze – proces obliczeniowy nie jest dokładny, po drugie – ze względu na zastosowane zaokrąglenia pośrednich wartości obliczeniowych, z powodu użycia metod komputerowych, które w wielu przypadkach są metodami przybliżonymi a nie dokładnymi. Po trzecie – przyjęte do obliczeń modele matematyczno-fizyczne opisujące rzeczywiste obiekty i zachodzące tam procesy z reguły nie są modelami dokładnymi. Zawsze należy przeprowadzić rozważania na ile użyty model teoretyczny jest adekwatny do zjawisk zachodzących w obliczanej konstrukcji. To wszystko prowadzi do stwierdzenia, że uzyskane wyniki tylko w przybliżeniu przedstawiają rzeczywiste wartości opisujące opracowywaną konstrukcję. Jednak w tym przypadku nie można zastosować analizy statystycznej do potwierdzenia wiarygodności uzyskanych wyników. Wiarygodność obliczeń oparta jest na założeniu, że zastosowane modele zostały wcześniej zweryfikowane przez wykonanie badań empirycznych i porównano uzyskane wyniki z pomiaru z tymi otrzymanymi z obliczeń.

Zbudowane modele matematyczno-fizyczne projektowanych wariantów mogą być modelami, w których zmienne decyzyjne (konstrukcyjne) będą wielkościami ciągłymi, dyskretnymi (w niektórych przypadkach wielkościami całkowitoliczbowymi) lub wielkościami ciągło-dyskretnymi.

1.4. Wybór i podejmowanie decyzji w projektowaniu technicznym

Procesowi projektowania technicznego zawsze towarzyszy proces wyboru i podejmowania decyzji. Zagadnienia te poruszało wielu różnych autorów [20,25, 49,51,54,58,82,108,118,125,154,155,156,183]. Stosując metody empiryczne jak i nieempiryczne przy tworzeniu nowych lub poprawianiu istniejących konstrukcji, można uzyskiwać wiele wariantów końcowych rozwiązań w sytuacji gdy poszczególne elementy składowe tej konstrukcji będą różne. To w istocie prowadzi do wyznaczenia skończonego zbioru dopuszczalnych rozwiązań, z których należy wybrać jeden najlepszy wariant. U Gasparskiego [120] wśród różnych definicji procesu projektowania można znaleźć i taką: „... *to proces podejmowania decyzji w warunkach niepewności i przy wysokiej karze za błąd*”. Tarnowski w pracy [155] termin *wybór* definiuje jako proces racjonalnego przygotowania decyzji. W tym kontekście termin ten należy rozumieć, jako zbiór

procedur, które należy wykonać aby można było podjąć decyzję. Kaliszewski zaś w pozycjach [49,51] problem decyzyjny formułuje następująco: „*dla każdego zbioru wariantów wybierz wariant, który w danym kontekście decyzyjnym jest najbardziej preferowany*”. Przy czym proces decyzyjny dzieli na cztery fazy: formułowanie problemu, modelowanie problemu, wybór wariantu oraz przegląd problemu. Decyzja według Tarnowskiego [155] to akt postanowienia w sprawie wyboru, którą podejmuje arbitralnie uczestnik procesu konstrukcyjnego (projektant, zleceniodawca czy ekspert). Mówiąc inaczej sformułowanie w procesie projektowania problemu decyzyjnego pozwala na podjęcie działań, które wcześniej nazwano jako wspomaganie podejmowania decyzji, a obecnie wspomaganie wyboru.

Wybór jest więc procesem zdobywania i gromadzenia informacji, a także przetwarzania informacji co prowadzi do generowania nowych informacji – wcześniej nie znanych. Proces wyboru powinien być tak opisany aby sposób docierania do chwili podjęcia decyzji był możliwy do powtórnego odtworzenia (a więc powtarzalny), ponadto powinien być przejrzysty i sprawdzalny.

Uzyskanie wielu końcowych alternatywnych rozwiązań prowadzi zawsze do sformułowania nowego problemu decyzyjnego. Projektant / twórca musi bowiem odpowiedzieć na wiele nowych pytań: która z tych konstrukcji jest najlepsza, jak dokonać jej wyboru, jakie kryteria oceny przyjąć w procesie wyboru, jaką metodykę i metodę zastosować, czy uzyskany wybór był obiektywny, czy wybór wynikał z odzwierciedlenia preferencji pojedynczego eksperta, czy grupy ekspertów?

Podstawą do podjęcia decyzji przez decydenta jest przyjęcie kryterium oceny rozpatrywanych wariantów konstrukcyjnych. Sprawa oceny, z matematycznego punktu widzenia, jest prosta jeśli rozważany wskaźnik jest skalarny. Wtedy szukany jest taki wariant, który minimalizuje albo maksymalizuje przyjęty wskaźnik – w zależności od sytuacji. Przy wprowadzeniu skalarnego wskaźnika jakości problem polega więc na tym, jaki wskaźnik jakości konstrukcji należy przyjąć w tworzonym procesie wyboru. Może to być wskaźnik ekonomiczny (wyrażony w wartości pieniądza), czy jeden ze wskaźników technicznych, np. sztywność konstrukcji, jej masa, niezawodność. Gasparski [120] zwraca uwagę na dość powszechną skłonność decydentów do nadmiernego upraszczania problemów wyboru stosując nadużywanie zasady dominacji, nadmierne redukcjonowanie atrybutów oceny lub zastępowanie preferencji użytkownika preferencjami własnymi.

Sytuacja wygląda zupełnie inaczej gdy w procesie wyboru przyjmowany jest wektorowy wskaźnik jakości. Wtedy wydzielenie dwóch etapów w procesie podejmowania decyzji jest bardziej oczywiste. Etap pierwszy jest czasem przygotowania, w którym następuje wyznaczenie i obróbka zbioru rozwiązań dopuszczalnych, a następnie zbiorów rozwiązań niedominowanych rozpatrywanej

konstrukcji lub obiektu. W etapie drugim następuje podjęcie decyzji czyli arbitralny akt człowieka / decydenta.

W przypadku tej pracy, gdy przy rozwiązywaniu wszystkich prezentowanych przykładów stosowano wektorowy wskaźnik jakości, mamy oczywiście do czynienia z problematyką optymalizacji wielokryterialnej, a w zasadzie zastosowaniem analizy wielokryterialnej do rozwiązywania sformułowanych zadań. Zatem konstruktor / decydent staje przed problemem podjęcia decyzji: w fazie wstępnej – podzbioru „rozwiązań najlepszych” z określeniem interesującego go podzbioru zmiennych decyzyjnych, a w fazie końcowej – jednego rozwiązania. Należy przy tym dodać, że przeprowadzana analiza wielokryterialna odbywa się na zbiorze nierewidowalnym, tzn. zbiór dostępnych wariantów konstrukcyjnych nie ulega zmianie w trakcie prowadzonego sortowania tych wariantów. Zbiór ten zostaje dostarczony w postaci wygenerowanych wariantów w oparciu o przyjęty model matematyczno-fizyczny lub w postaci wyników przebadanych już zrealizowanych wariantów albo jako warianty dostępne w postaci oferty katalogowej.

Istotne jest również to, że stosowane metody do wspomagania procesu wyboru i oceny nie są w pełni algorytmiczne. Oznacza to, że autorzy stosują pewną intuicję zamkniętą w opracowane reguły heurystyczne. Te zagadnienia zostały częściowo przedstawione w rozdziale drugim, a także w rozdziałach kolejnych. Można to zobaczyć również w rozdziale czwartym, gdzie opisano budowę autorskiego systemu wspomagającego proces wyboru, pokazano sposób przeprowadzenia wspomaganie wyboru oraz podejmowania decyzji.

1.5. Wybrane problemy z zakresu budowy maszyn wymagające zastosowania metod optymalizacji wielokryterialnej

1.5.1. Dobór właściwości materiałów i ich badanie

Jak wspomniano w podrozdziale 1.1 jednym ze sposobów poprawy istniejących konstrukcji jest zastosowanie nowych materiałów konstrukcyjnych, których parametry użytkowe będą lepsze od parametrów materiałów istniejących dotychczas. Opracowanie nowego materiału konstrukcyjnego lub rodziny takich materiałów może być realizowane na wiele sposobów, np. przez zmianę parametrów dotychczas stosowanej obróbki cieplnej lub cieplno-chemicznej co może prowadzić do uzyskania nowych struktur materiału, a także struktur wtórnych powstających dopiero w procesie eksploatacyjnym. Materiał o poprawionych właściwościach można uzyskać także wzbogacając klasyczne stopy w nowe pierwiastki Cr, Ti, B, Mn przechodząc z układów dwuskładnikowych

takich, jak Fe-C, Fe-B, Ti-Cr do układów trójskładnikowych, np. Fe-Mn-C, Fe-C-B, Ti-Cr-Si [38]; czteroskładnikowych Fe-Mn-C-B, Fe-C-Cr-Si [35], czy nawet pięcioskładnikowych Fe-Mn-Si-Cr-Ni [17], Fe-Mn-C-B-Si [114]. Ponadto takie układy mogą być dodatkowo wzbogacane różnymi pierwiastkami, np. Cr, Si czy Ni [112,113], dzięki czemu właściwości uzyskanego materiału będą znacząco się różniły od materiału bazowego tzn. bez wprowadzenia dodatków stopowych.

Opracowanie nowych materiałów i ich wyprodukowanie nie gwarantuje jednak twórcy, że ich właściwości są w pełni przewidywalne. Wynika to z faktu, że bardzo często brakuje jednolitej teorii opisującej wszystkie zjawiska zachodzące w strukturze materiału i nieznanne są mechanizmy, które będą dominujące w czasie jego eksploatacji. Sprawdzenie właściwości podstawowych i eksploatacyjnych nowych materiałów jest realizowane przez wykonanie różnych badań doświadczalnych w tym tribologicznych. Może to być badanie z wykorzystaniem spektroskopii mas wtórnych jonów, badanie twardości, mikrotwardości, próby zużycia w kontakcie z różnymi przeciwpróbkami, przeprowadzone w różnych środowiskach pracy, przy różnej prędkości, różnych obciążeniach, różnych typach kontaktu, a także badanie wzrostu temperatury pary trącej. Dodatkowym wskaźnikiem oceny nowego materiału może być również koszt jego otrzymania. W przypadku zastosowania w konstrukcji maszyn materiałów kompozytowych (rozważane w podrozdziale 5.2) okazuje się, że decydujący wpływ na ich trwałość w warunkach eksploatacyjnych mają struktury wtórne (nanowarstwy) powstające w skutek trybosyntezy na powierzchni tarcia dopiero w procesie zużycia materiału.

Po uzyskaniu wielu niezależnych od siebie wielkości opisujących jakość nowego materiału lub rodziny materiałów należy sprawdzić czy ten materiał (te materiały) jest (są) lepsze od dotychczas stosowanych w budowie maszyn. Należy także określić w jakich warunkach eksploatacyjnych powinny być stosowane. Zdobyte przez wiele lat doświadczenie pokazuje, że zastosowanie jednego kryterium oceny zdecydowanie spłaszcza sposób patrzenia na różnorodność uzyskanych informacji w badaniach tribologicznych nawet gdy kryterium to bazując na zaawansowanych modelach eksploatacyjnych łączy w sobie wiele wyznaczonych wielkości podstawowych.

W takiej sytuacji praktycznym podejściem będzie zastosowanie optymalizacji wielokryterialnej przez zbudowanie zadania polioptymalizacji i użycie właściwej metody do jego rozwiązania. Szczegółowe przeanalizowanie istniejących metod do rozwiązywania zadań optymalizacji wielokryterialnej przedstawionych w pracy [82], a także w rozdziale drugim tej rozprawy, w przeświadczeniu autora, prowadzi do konkluzji, że nie są one właściwymi narzędziami do rozwiązywania tego typu zadań. Przede wszystkim dlatego, że metody te stosują ukrytą postać skalaryzacji, co w kontekście wcześniejszych stwierdzeń będzie znacząco zaburzało końcowy rezultat. Zastosowanie metod z relacją przewyższania może

doprowadzić do sytuacji uzyskania kategorii nieporównywalności co uniemożliwia uzyskania jednoznacznego rozstrzygnięcia. Ponadto, metody te nie mogą redukować rozwiązań, których oceny leżą w bliskim sąsiedztwie, a posiadając wartości kryteriów wyliczone na podstawie pomiaru ta właściwość metod jest istotna, ponieważ pozwala eliminować te rozwiązania, których wartości rozpatrywanych kryteriów różnią się w granicach błędu pomiaru.

W świetle tych uwag przydatnym do rozwiązania tego problemu będzie autorski system do analizy wielokryterialnej zaprezentowany w rozdziale czwartym.

1.5.2. Projektowanie oraz badanie parametrów technologicznych i eksploatacyjnych obiektów

Jednym ze sposobów poprawy właściwości eksploatacyjnych istniejących wyrobów, przy zachowaniu dotychczasowej ich konstrukcji, może być zmiana właściwości warstwy wierzchniej powierzchni współpracujących – dodatkowa obróbka uszlachetniająca lub zmiana parametrów obróbczych w celu uzyskania wyrobu o większej dokładności wymiarowej i kształtu. Uzyskane parametry eksploatacyjne obiektu po wprowadzeniu zmian w procesie technologicznym jego wytwarzania nie są jednak znane do chwili przeprowadzenia stosownych badań eksperymentalnych. Badania takie umożliwiają uzyskanie wartości kilku różnych wielkości opisujących rozpatrywaną konstrukcję czy obiekt. Gdybyśmy oceniali wartość eksploatacyjną obiektu to w wielu przypadkach dążylibyśmy aby jedne z tych wielkości przyjmowały wartości jak najmniejsze, a inne jak największe.

W literaturze można znaleźć przykład zadania z tego obszaru problematyki technicznej, które dotyczyło optymalizacji wielokryterialnej parametrów obróbczych impulsowej obróbki elektrochemicznej [64]. Sformułowane zadanie czterokryterialne zostało rozwiązane przy użyciu metody korelacyjno-wagowej, która pozwoliła utworzyć ranking przebadanych wariantów. Sformułowane zadanie optymalizacji wielokryterialnej było zadaniem klasycznym i mogło zostać rozwiązane przy użyciu wielu różnych metod.

W przypadku rozpatrywania właściwości użytkowych współpracujących par trących w rozpylaczu paliwa można wyznaczyć kilka niezależnych od siebie charakterystyk opisujących efekt końcowy wykonanej próby trwałościowej lub eksploatacyjnej [69,92,93]. Pomiar takich wielkości jak przyrost nieszczelności (układu trzpień-stożkowe gniazdo), przyrost odchylenia od prostoliniowości stożkowego gniazda, czy jakość rozpylania niosą w sobie wiele cennych informacji pod warunkiem, że potrafimy je wykorzystać. Przeprowadzenie standardowej analizy statystycznej pozwala jedynie na określenie istotności różnic dla poszczególnych mierzonych wielkości między wynikami uzyskanymi

dla obiektów poddanych dodatkowej obróbce oraz obiektów wykonanych w technologii tradycyjnej.

Uzyskanie kompleksowej informacji o tym czy wprowadzenie dodatkowej technologii obróbczej konstytuowania warstwy wierzchniej przyczynia się do poprawy analizowanej konstrukcji pod względem właściwości eksploatacyjnej wymaga jednoczesnego rozpatrzenia wszystkich wyznaczonych wielkości. Takie podejście zapewnia zastosowanie metod analizy wielokryterialnej. Postawiony jednak problem nie jest zagadnieniem klasycznym, ponieważ nie interesuje nas jeden obiekt (z pośród wszystkich obiektów przebadanych), który miał najlepsze właściwości eksploatacyjne, lecz sprawdzenie czy zastosowanie implantacji jonami azotu przyczynia się do uzyskania lepszych parametrów użytkowych w stosunku do obiektów pozostałych (wykonanych w technologii klasycznej). W tym więc przypadku metody generujące rankingi ważności rozpatrywanych wariantów nie nadają się (metody skalaryzacji, z relacją przewyższania, leksykograficzne, czy metoda Saat'iego), także klasyczna metoda z funkcją dystansową nie będzie się nadawała, ponieważ wyznacza tylko jedno rozwiązanie kompromisowe.

Właściwym sposobem do rozwiązania zaprezentowanego problemu będzie proponowana przez autora *Metoda Wyznaczania Rozwiązań Kompromisowych* opisana szczegółowo w podrozdziale 4.4, która pozwala wyznaczać podzbiór rozwiązań najlepszych będący reprezentatywną reprezentacją analizowanego zbioru rozwiązań dopuszczalnych i niezdominowanych.

1.5.3. Projektowanie i badanie elementów maszyn

Projektowanie elementów maszyn ma najdłuższą tradycję w działaniach inżynierskich. Wszak z nich składają się urządzenia o coraz to bardziej skomplikowanej konstrukcji, spełniające coraz różnorodniejsze funkcje, a przy tym wszystkim coraz bardziej bezpieczne w użytkowaniu. W podrozdziale 1.2 zarysowano główne zagadnienia dotyczące procesu projektowania technicznego, a w podrozdziale 1.3 zaprezentowano syntetycznie metody wykorzystywane współcześnie w procesie tworzenia konkretnych konstrukcji.

W początkowym okresie rozwoju techniki inżynier dążył do znalezienia rozwiązania spełniającego wszystkie wprowadzone ograniczenia. Wraz z rozwojem wiedzy o projektowanych obiektach (wprowadzenie dokładnych modeli matematyczno-fizycznych) oraz metod obliczeniowych zaczęto stosować metody optymalizacji, najpierw jednokryterialnej, a z czasem wielokryterialnej. Gwałtowny rozwój technik komputerowych umożliwił wprowadzenie zupełnie nowych metod obliczeniowych, np. metody elementów skończonych, metody

elementów brzegowych, sieci neuronowych czy symulacji komputerowej, a także nowych metod optymalizacji, np. algorytmów genetycznych i ewolucyjnych.

Generalnie rzecz ujmując projektant może zastosować dwie koncepcje optymalizowania konstrukcji. Pierwsza – klasyczna, w procesie obliczeniowym konstrukcji wyrobu wprowadzone są procedury optymalizacyjne i uzyskany wynik końcowy jest rozwiązaniem optymalnym z wygenerowanego zbioru rozwiązań dopuszczalnych (projektant działa wtedy na zbiorze rewidowalnym, tzn. takim, który nie jest narzucony [54,125]). Oczywiście gdyby była to optymalizacja jednokryterialna, a zastosowana metoda optymalizacyjna potrafi znaleźć optimum globalne i nie „utknie” w jednym z optimum lokalnych. W przypadku optymalizacji wielokryterialnej projektant zazwyczaj uzyskiwał podzbiór rozwiązań niezdominowanych. Takie podejście można zobaczyć w wielu pracach, np: Montusiewicz [89,90,91] – wrzeciono obrabiarki łożyskowane hydrostatycznie; Ostwald [102,103] – projektowanie trójwarstwowych konstrukcji powłokowych; Osyczka [104] – walek wielostopniowy; Paczkowski [108] – konstrukcja przęsła mostu; Pokojski [119] – samochodowa skrzynka przekładniowa; Tarnowski [155] – płaska sprężyna jednostronnie utwierdzona. Drugie podejście polega na działaniu dwuetapowym. W etapie pierwszym generowane są rozwiązania dopuszczalne (lub od razu rozwiązania niezdominowane), zaś w drugim następuje uruchomienie procesu wyboru i podjęcia decyzji (działania na zbiorze nierewidowalnym). Takie podejście można znaleźć, np. u Montusiewicza [82]; Osyczki [106]; Żaka [183].

Problemem fundamentalnym w drugim przypadku jest przyjęcie koncepcji procesu wyboru. Autorzy prezentują różne metody analizy wielokryterialnej, które zostały przez nich opisane w wielu pracach, np. [49,82,108,125,139,169,184]. Zwięzłe podsumowanie zalet i wad tych metod zamieszczono w rozdziale 2. Zastosowanie jednej z klasycznych metod skalaryzacji powoduje szybkie uporządkowanie uzyskanych rozwiązań w ranking – od najlepszego do najgorszego, ale sposób agregacji wielu wskaźników jakości budzi zawsze wątpliwości (szczególnie gdy wyrażone są w różnych jednostkach). Zastosowanie metod z relacją przewyższania do problematyki projektowania elementów maszyn nie wydaje się właściwe z tego powodu, że w koncepcji tego podejścia istnieje kategoria nieporównywalności analizowanych wariantów. Taka sytuacja może budzić konsternację i całkowite niezrozumienie projektanta. Dlaczego dwa wyznaczone warianty (przy wyznaczonych wartościach wszystkich wskaźników jakości) są nieporównywalne? Jak w takim razie traktować te rozwiązania? Metoda leksykograficzna, w której należy podać hierarchię ważności kryteriów, w odniesieniu do zagadnień technicznych, prowadzi w większości przypadków do optymalizacji jednokryterialnej względem kryterium stojącego najwyżej w hierarchii. Metody hierarchicznego procesu decyzyjnego wymagają zaś zbyt

dużego nakładu pracy oraz wsparcia informacjami od wielu zewnętrznych ekspertów, co przy projektowaniu elementów maszyn może być dość kłopotliwe i nadmiernie przeciągać proces konsultacji i całego procesu wyboru. Zastosowanie klasycznej metody funkcji dystansowej prowadzi w zasadzie do sformułowania nowego zadania optymalizacji, które agreguje istniejące wskaźniki oceny w jedno kryterium.

W kontekście tych rozważań widać wyraźnie, że zasadne jest poszukiwanie nowych narzędzi do wspomagania projektanta/konstruktora w procesie wspomaganie wyboru rozwiązania najlepszego spośród rozwiązań przygotowanych przez niego (czy to w formie rozwiązań wirtualnych, czy rozwiązań rzeczywistych). Rozwiązania wirtualne istnieją w świecie liczb i dzięki modelom matematyczno-fizycznym możemy je badać wyznaczając opisujące je wskaźniki jakości, a także oglądać na monitorach komputerowych. Rozwiązania rzeczywiste są wykonane jako prototypy i dzięki temu również można poddawać je różnym testom i wyznaczać w układach pomiarowych ich charakterystyki.

1.5.4. Dobór obrabiarek do ESP

Projektowanie elastycznego systemu produkcyjnego jest zagadnieniem wieloetapowym, w którym pierwszoplanowym problemem do rozwiązania jest dobór właściwego parku obrabiarek, który zapewni możliwość wytworzenia zaplanowanych obiektów [12,29]. Obecnie stosuje się podejście, które przy projektowaniu ESP zakłada, że system jest dedykowany do obsługi określonej klasy obiektów, np. klasy wałek, tarcza, czy korpus (a tym samym do określonej klasy zleceń). Przyjęte rozwiązanie (wybór zbioru obrabiarek) zapewnia jakość produkcji, poziom jej elastyczności, a także wydajność. W kolejnych etapach projektowania ESP można zająć się projektowaniem pozostałych podsystemów, takich, jak: podsystem transportu i magazynów międzyoperacyjnych (ich lokalizacja i pojemność). Dopiero na koniec, już na etapie użytkowania systemu ESP, następuje proces weryfikacji zleceń produkcyjnych i planowanie produkcji [117,118].

Ogromna dostępna na rynku oferta obrabiarek wymaga zastosowania specjalistycznych narzędzi oraz metod do ich przechowywania i przeglądania (bazy danych) oraz dobierania do projektowanych ESP. Takie klasyczne podejście zapewnia jednak uzyskanie wielu alternatywnych rozwiązań, które spełniają wszystkie narzucone ograniczenia dotyczące, np.: możliwości rozmieszczenia obrabiarek w hali produkcyjnej, wymiarów obrabianego przedmiotu, możliwości wykonania wymaganych procesów obróbczych, dokładności wymiarowej i kształtu obrabianego obiektu, czy uniwersalności obrabiarek, co zapewni ich pełne wykorzystanie przy produkcji innych obiektów tej samej klasy.

Bez sformułowania zadania optymalizacji wielokryterialnej projektant w zasadzie nie dysponuje racjonalnymi przesłankami pozwalającymi mu na przeprowadzenie procesu wyboru i podjęcie wstępnej, a w końcowym etapie ostatecznej decyzji, która z wygenerowanych *ścieżek technologicznych* zostanie w praktyce zrealizowana.

Posiadając wyznaczone wartości przyjętego zbioru kryteriów oceny rozważanych wariantów zadanie polioptymalizacji może zostać rozwiązane przy użyciu wielu różnych znanych metod. Trzeba mieć jednak świadomość wad tych metod. Zastosowanie niektórych z ich może spowodować zdeformowanie pierwotnie sformułowanego zadania, inne zaś spowodują, że uzyskane informacje w przeprowadzonym procesie wyboru i podejmowania decyzji „*splaszczą*” wiedzę o rozwiązywanym problemie. Nie ulega żadnej wątpliwości, że wszystkie metody skalaryzujące pierwotne zadanie polioptymalizacji nie powinny być brane pod uwagę. Istniejące metody wyznaczające ranking, w przeważającej większości działają w ten sposób, że nie eliminują wariantów zdominowanych i w tworzonego uporządkowaniu uwzględniają wszystkie warianty dopuszczalne. W tak wyznaczonych rankingach warianty niezdominowane znajdują się pomiędzy wariantami zdominowanymi. Taka sytuacja znacznie zaciemnia rzeczywisty stan wiedzy o analizowanych wariantach (wygenerowanych *ścieżkach technologicznych*) wynikających z przyjętego zbioru ograniczeń i kryteriów.

Rozwiązanie zadania polioptymalizacji przy użyciu opracowanego i opisanego w rozdziale czwartym *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* eliminuje przedstawione w skróconej formie wady innych metod (zobacz podrozdział 2.3). Warianty zdominowane zostaną wyeliminowane, a rozwiązania niezdominowane będą sortowane przez zastosowanie kolejnych metod analizy wielokryterialnej. Tak więc autorski system analizy wielokryterialnej pozwala skutecznie wspomóc działania projektanta w tym zakresie, dzięki czemu może on przeprowadzić proces wyboru stosując różne parametry sortowania zbioru wariantów rozwiązań dopuszczalnych i podjąć właściwą decyzję.

2. Metody wspomagania wyboru przy wektorowych wskaźnikach jakości

2.1. Wybrane pojęcia podstawowe z zakresu optymalizacji i analizy wielokryterialnej

Szczegółowy opis zagadnień związanych z optymalizacją jednokryterialną, optymalizacją wielokryterialną, analizą wielokryterialną, teorią relacji i topologią można znaleźć w bogatej literaturze [7,23,27,28,52,59,111,121,125,155,169,177, 183].

Zadanie optymalizacji wielokryterialnej

Ogólnie problem optymalizacji wielokryterialnej można sformułować następująco: znaleźć wektor zmiennych decyzyjnych

$$\mathbf{x}^* = [x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_m]^T \quad (2.1)$$

taki, który optymalizuje funkcję wektorową

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = [F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), \dots, F_n(\mathbf{x})]^T \quad (2.2)$$

i spełnia narzucone ograniczenia

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \quad (2.3)$$

$$h_l(\mathbf{x}) = 0, \quad l = 1, 2, \dots, s \quad (2.4)$$

$$g_l(\mathbf{x}) \leq 0, \quad l = s + 1, \dots, p$$

gdzie

- $i = 1, 2, \dots, m$ – zbiór indeksów zmiennych decyzyjnych,
- $j = 1, 2, \dots, n$ – zbiór indeksów kryteriów.

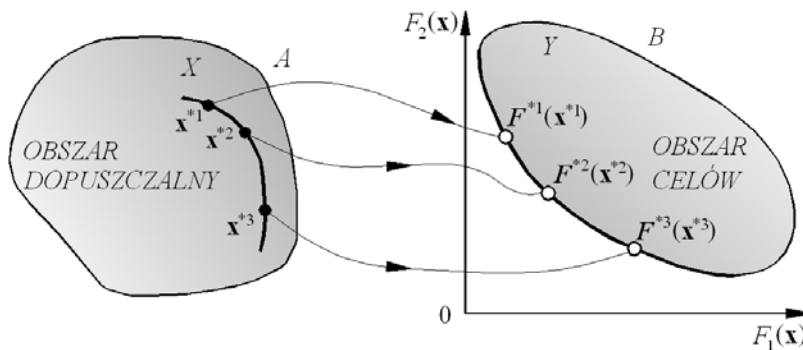
Analizowany obiekt jest opisywany przez zmienne decyzyjne, które podlegają zmianom w procesie optymalizacji, oraz przez parametry – wielkości ustalone wcześniej (przyjęte założenia projektowe) pozostające jako stałe w całym procesie optymalizacyjnym. Zmienne decyzyjne określone są w m -wymiarowej

przestrzeni zmiennych decyzyjnych $A \subset R^m$. Obszar rozwiązań dopuszczalnych X wyznaczają ograniczenia nałożone na zmienne decyzyjne i stanowi część przestrzeni zmiennych decyzyjnych (rys. 2.1).

Ograniczenia występujące w zadaniu optymalizacji wielokryterialnej można podzielić na brzegowe oraz zachowawcze. Ograniczenia brzegowe występują w postaci jawnej i są nakładane na elementy wektora zmiennych decyzyjnych, zależność (2.3). Ograniczenia zachowawcze są zależnościami pomiędzy zmiennymi decyzyjnymi oraz parametrami, i mogą przyjmować postać równości lub nierówności, zależność (2.4).

Nałożone ograniczenia mogą okazać się ograniczeniami istotnymi (ich pominięcie w rozwiązywaniu zadania optymalizacji zmienia zbiór rozwiązań dopuszczalnych X) albo nieistotnymi (eliminacja ich nie przyczynia się do zmiany zbioru X), aktywnymi (dla danego rozwiązania \mathbf{x}^* jest ono spełnione jako równość) albo nieaktywnymi (w tym przypadku mamy do czynienia z nierównościami ostrymi) [108].

Składowa funkcji wektorowej $F_j(\mathbf{x})$, zwana często funkcją celu, wskaźnikiem jakości lub kryterium, jest zazwyczaj wyrażeniem matematycznym opisującym wybraną właściwość optymalizowanego obiektu [46]. Oceny wariantów zmiennych decyzyjnych określone są w n -wymiarowej przestrzeni kryterialnej $B \subset R^n$, zaś obszar ocen rozwiązań dopuszczalnych (inaczej – obszar celów) oznaczono na rys. 2.1 jako Y .



Rys. 2.1. Odwzorowanie obszaru dopuszczalnego X w obszar celów Y , ● – rozwiązanie niezdominowane, ○ – ocena rozwiązania niezdominowanego

Optimum w sensie Pareto (OSP)

Rozwiązanie jest optymalne w sensie Pareto, jeśli wartość żadnego z kryteriów $F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), \dots, F_j(\mathbf{x})$ nie może być poprawiona bez jednoczesnego pogorszenia przynajmniej jednego z nich przy zachowaniu ograniczeń [18,49,50,51,57,109]. Poniżej przedstawiono zapis rozwiązania optymalnego w sensie Pareto dla

przypadku minimalizacji wszystkich składowych wektora kryteriów. Element $\mathbf{x}^* \in X$ jest nazywany rozwiązaniem optymalnym w sensie Pareto wtedy i tylko wtedy, gdy w zbiorze X nie istnieje taki element \mathbf{x}' , że dla każdego $j \in J$

$$F_j(\mathbf{x}') \leq F_j(\mathbf{x}^*) \quad (2.5)$$

oraz istnieje $p \in J$, takie że

$$F_p(\mathbf{x}') > F_p(\mathbf{x}^*) \quad (2.6)$$

W literaturze dotyczącej zagadnień polioptymalizacji autorzy używają wielu nazw, traktując je jako synonimy, do określenia rozwiązań niezdominowanych [108,157] np.: rozwiązania kompromisowe [28,108,155,157,177,180], sprawne [28,108,157,183], preferowane (najbardziej preferowane) [49,51,82,102], efektywne [51,108,155,157], polioptymalne [100,108,157], paretoptymalne (Pareto-optymalne) [28,102,108,157,183], optymalne w sensie Pareto [49,51,58,104,155], reprezentatywne [82], nieulepszalne [58,100,101,155,157], najlepsze [3]. Na potrzeby dobrego wyjaśnienia metodyki działania autorskiego systemu do analizy wielokryterialnej autor zdecydował się na różnienie wybranych terminów i nie traktowanie ich jako synonimów.

Rozwiązania dopuszczalne

Rozwiązania dopuszczalne to takie rozwiązania, które spełniają wszystkie ograniczenia narzucone na zmienne decyzyjne (brzegowe i zachowawcze – zależności (2.3) i (2.4)) a obliczone wartości kryteriów składowych mieszczą się w przyjętych przedziałach zmienności. Rozwiązania dopuszczalne tworzą zbiór rozwiązań dopuszczalnych, zaś obliczone wartości kryteriów tworzą zbiór ocen rozwiązań dopuszczalnych.

Rozwiązania niezdominowane

Rozwiązania optymalne w sensie Pareto (paretoptymalne) często nazywane są również rozwiązaniami niezdominowanymi. Rozwiązania niezdominowane są rozwiązaniami jednoznacznie określonymi matematycznie. Są to takie rozwiązania, dla których żadna funkcja celu nie może być polepszona bez jednoczesnego pogorszenia jednej z pozostałych funkcji celu [108]. Rozwiązania niezdominowane tworzą zbiór rozwiązań niezdominowanych, który jest podzbiorem rozwiązań dopuszczalnych, zaś obliczone wartości kryteriów tworzą zbiór ocen rozwiązań niezdominowanych, który jest podzbiorem ocen rozwiązań dopuszczalnych.

Relacje porządku częściowego

Do wyznaczenia rozwiązań optymalnych w sensie Pareto stosuje się relacje porządku częściowego określone przez stożek. Stożek dodatni o wierzchołku w zerze, należący do n -wymiarowej euklidesowej przestrzeni celów definiuje się następująco [100,176]

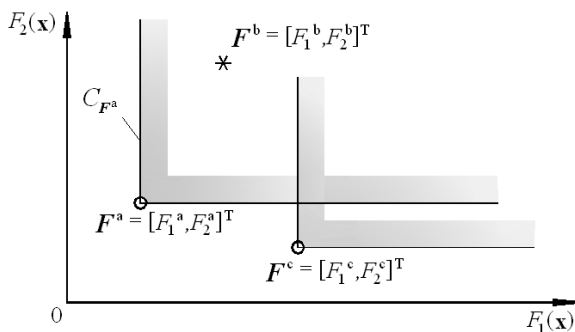
$$C_0 = \{F = [F_1, \dots, F_j]^T : F_j \geq 0 \ (j = 1, \dots, n)\} \quad (2.7)$$

zaś stożek dodatni o wierzchołku w punkcie $F^s = [F^s_1, \dots, F^s_n]^T$

$$C_{F^s} = \{F = [F_1, \dots, F_j]^T : (F_j - F^s_j) \geq 0 \ (j = 1, \dots, n)\} \quad (2.8)$$

Definicja relacji porządku częściowego określona przez stożek dodatni jest następująca: element $F^a = [F^a_1, \dots, F^a_j]^T$ jest mniejszy, według relacji porządku częściowego $^c <$ określonego przez stożek dodatni, od elementu $F^b = [F^b_1, \dots, F^b_j]^T$, jeżeli element F^b należy do stożka dodatniego o wierzchołku w punkcie F^a

$$F^a \ ^c < F^b, \text{ jeżeli } F^b \in C_{F^a} \quad (2.9)$$



Rys. 2.2. Ilustracja relacji mniejszości określona przez stożek dodatni według relacji porządku częściowego w dwuwymiarowej przestrzeni: \circ – oceny niezdominowane, $*$ – ocena zdominowana

Na rys. 2.2 przedstawiono elementy F^a i F^b w przestrzeni dwuwymiarowej. Zaznaczono również element F^c , dla którego element F^a nie jest ani mniejszy, ani większy według relacji porządku częściowego określonego przez stożek dodatni. Elementy F^a i F^c należą do zbioru ocen niezdominowanych.

Zagadnienia rozmieszczenia elementów niezdominowanych w przestrzeni ocen omówiono szczegółowo w pracy [82]. Podsumowując te rozważania można

stwierdzić, że istniejące oceny niezdominowane (będące oczywiście odwzorowaniem rozwiązań niezdominowanych) mogą leżeć na brzegu zbioru, lub być rozproszone, mogą być rozmieszczone równomiernie lub tworzyć grupy. To różne rozmieszczenie ocen niezdominowanych w przestrzeni celów daje przesłanki do wykorzystania wewnętrznych właściwości tych rozwiązań, co zostało wykorzystane przy tworzeniu własnego wielokryterialnego systemu wspomagania decyzji.

Rozwiązanie kompromisowe

Rozwiązanie kompromisowe to rozwiązanie wybrane ze zbioru rozwiązań niezdominowanych. Po przyjęciu postaci funkcji dystansowej (metryki) następuje poszukiwanie ze zbioru ocen rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, takiej oceny rozwiązania, która jest najbliższej przyjętego punktu odniesienia w sensie przyjętej metryki. Przy zastosowaniu różnych funkcji dystansowych uzyskuje się zazwyczaj inne rozwiązania kompromisowe, które tworzą podzbiór rozwiązań kompromisowych będący podzbiorem rozwiązań niezdominowanych oraz podzbiór ocen rozwiązań kompromisowych będący podzbiorem ocen rozwiązań niezdominowanych.

Rozwiązania reprezentatywne

Rozwiązanie reprezentatywne to takie rozwiązanie niezdominowane, które występuje w wielu wygenerowanych podzbiórach rozwiązań kompromisowych. Podzbiór rozwiązań reprezentatywnych jest zazwyczaj mniej liczny niż liczebność elementów poszczególnych podzbiórów rozwiązań kompromisowych. Wyznaczenie rozwiązań reprezentatywnych przebiega w oparciu o analizę zawartości podzbiórów ocen rozwiązań kompromisowych.

Rozwiązanie preferowane

Rozwiązanie preferowane to rozwiązanie wyznaczone ze zbioru rozwiązań niezdominowanych. Rozwiązanie takie może zostać wyznaczone na wiele sposobów, stąd wynika jego niejednoznaczność. Tworzone metody wspomagające proces wyboru w celu wyznaczenia rozwiązań preferowanych konstruowane są na różnych przesłankach metodologicznych. Rozwiązanie preferowane jest również nazywane rozwiązaniem najlepszym, a proces wyszukania takiego rozwiązania przebiega w przestrzeni ocen.

2.2. Punkty charakterystyczne w przestrzeni kryterialnej

Rozważając istniejące warianty (rozwiązania) konstrukcji w przestrzeni kryterialnej (przestrzeni ocen) można zdefiniować kilka charakterystycznych punktów, które są wewnętrznymi właściwościami zbioru analizowanych

rozwiązań (wynikają z wartości ocen tych rozwiązań). Autorzy wielu prac [2,22,74,129,154,155,178] do grupy tych punktów zaliczają: punkt idealny, punkt antyidealny, punkt nadir, punkty narożne. W niniejszej pracy opisano dodatkowe punkty, również powiązane z wewnętrznymi właściwościami analizowanych rozwiązań. Nowe punkty to: punkty quasi nadir, punkty quasi idealne oraz nadążne punkty idealne [78,82,84,156].

Oprócz tego, w przestrzeni kryterialnej można definiować własne punkty, które nie są bezpośrednio związane z analizowanymi rozwiązaniami. Do tych punktów zalicza się oceny zadowolające [107] oraz punkty referencyjne [53,54, 133,171,172,175,180].

Punkty opisujące wartości ocen ze zbioru rozwiązań niezdominowanych i dopuszczalnych

W przestrzeni ocen (obszar celów, rys. 2.1) wykorzystując wartości ocen rozwiązań dopuszczalnych i niezdominowanych można wyznaczyć wiele punktów charakterystycznych, które odzwierciedlają w sposób syntetyczny elementy tworzące te zbiory [74]. Zmiany wartości punktów charakterystycznych mają charakter obiektywny, ponieważ wynikają ze zmian zawartości tych zbiorów. Definicje punktów charakterystycznych podano dla problemu formułowanego jako zadanie minimalizacji.

Punkt idealny (wektor idealny) definiowany jest jako wektor $F^o(\mathbf{x}) = [F^o_1(\mathbf{x}), F^o_2(\mathbf{x}), \dots, F^o_n(\mathbf{x})]^T$ w przestrzeni kryterialnej, składający się z minimalnych wartości rozpatrywanych ocen funkcji celu

$$F_j^o(x) = \min_{k \in N} F_j^k(x) \quad (2.10)$$

gdzie

- $F_j^k(\mathbf{x})$ – j -ta składowa wektora kryteriów wariantu k ,
- $k = 1, 2, \dots, p$ – zbiór indeksów rozpatrywanych wariantów (rozwiązań niezdominowanych).

Rozwiązanie idealne \mathbf{x}^{id} jest zazwyczaj rozwiązaniem fikcyjnym [2]. Istnieje tylko wtedy, gdy $F(\mathbf{x}^{id})$ jest elementem najmniejszym w zbiorze Y , tzn., dominuje wszystkie pozostałe wektory ocen. Funkcje celu osiągające swoje minima przy tych samych wartościach zmiennych decyzyjnych: $\mathbf{x}^{id} = [x_1^{id}, x_2^{id}, \dots, x_i^{id}]^T$ ($i = 1, 2, \dots, m$ – zbiór indeksów zmiennych decyzyjnych), nazywamy funkcjami kooperacyjnymi. Kooperacyjność dwóch funkcji celu możemy określić jako miarę przestrzennego kąta α wyznaczonego przez punkty narożne tych funkcji i początek układu współrzędnych, rys. 2.3. Gdy wartość wyznaczonego kąta jest

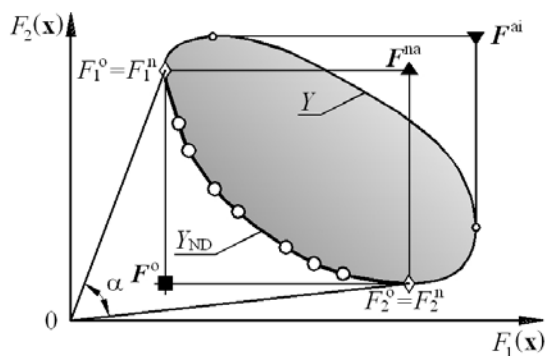
równa zero, funkcje są kooperatywne. Mała wartość kąta oznacza, że analizowane funkcje celu są ze sobą zgodne, gdy kąt osiąga duże wartości, analizowane funkcje są przeciwstawne. Punkt idealny to zazwyczaj fikcyjne rozwiązanie, uzyskujące minimalne wartości wśród wszystkich osiągniętych w zbiorze rozwiązań ocen niezdominowanych, natomiast niemożliwych do osiągnięcia jednocześnie przez wszystkie kryteria. Położenie podstawowych punktów charakterystycznych w przestrzeni kryterialnej przedstawiono na rys. 2.3.

Punktem antyidealnym nazywamy wektor $F^{ai}(\mathbf{x}) = [F^{ai_1}(\mathbf{x}), F^{ai_2}(\mathbf{x}), \dots, F^{ai_n}(\mathbf{x})]^T$ w przestrzeni kryterialnej, przedstawiający najmniej preferowany poziom realizacji wszystkich celów jednocześnie

$$F_j^{ai}(x) = \max_{i \in I} F_j^i(x) \quad (2.11)$$

gdzie

$i = 1, 2, \dots, r$ – zbiór indeksów rozpatrywanych wariantów (rozwiązania dopuszczalne).



Rys. 2.3. Położenie podstawowych punktów charakterystycznych: ■ – punkt idealny, ▲ – punkt nadir, ▼ – punkt antyidealny, ◇ – punkty narożne

Punkt nadir definiowany jest jako wektor $F^{na}(\mathbf{x}) = [F^{na_1}(\mathbf{x}), F^{na_2}(\mathbf{x}), \dots, F^{na_n}(\mathbf{x})]^T$ przedstawiający najmniej preferowany poziom realizacji wszystkich celów jednocześnie z rozwiązań niezdominowanych:

$$F_j^{na}(x) = \max_{k \in N} F_j^k(x) \quad (2.12)$$

gdzie

$F_j^k(\mathbf{x})$ – j -ta składowa wektora kryteriów wariantu k ,
 $k = 1, 2, \dots, p$ – zbiór indeksów rozpatrywanych wariantów (rozwiązania niezdominowane).

Punkty narożne wyznaczone są poprzez minimalizację składowych wektora kryteriów: $F^{n_1}(\mathbf{x}), F^{n_2}(\mathbf{x}), \dots, F^{n_j}(\mathbf{x})$. Punkty te wyznaczają wektor idealny, dlatego też punkt narożny rozpatrywanego kryterium odpowiada właściwej składowej wektora idealnego: $F^{n_1}(\mathbf{x}) = F^{o_1}(\mathbf{x}), F^{n_2}(\mathbf{x}) = F^{o_2}(\mathbf{x}), \dots, F^{n_j}(\mathbf{x}) = F^{o_j}(\mathbf{x})$.

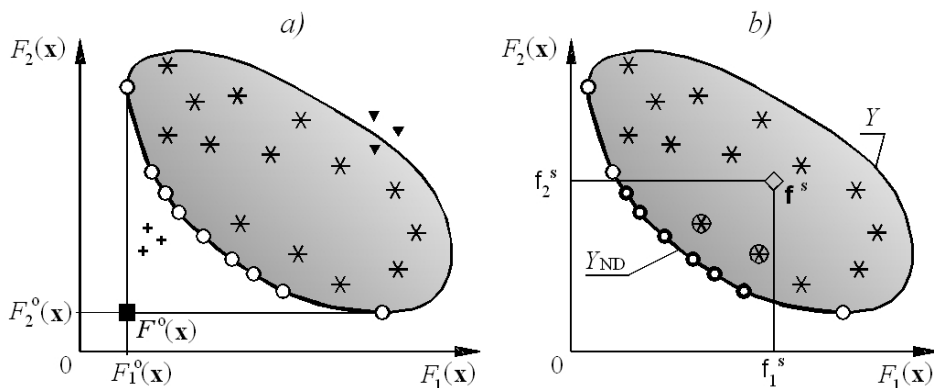
Rozważając podstawowe punkty charakterystyczne należy zwrócić uwagę na fakt, że punkt antyidealny nie jest „*lustrzanym odbiciem*” punktu idealnego (jak niekiedy podają różni autorzy), ponieważ wyznaczany jest w zbiorze ocen dopuszczalnych, podczas gdy punkt idealny – w zbiorze ocen niezdominowanych. Za „*lustrzane odbicie*” można natomiast uznać punkt nadir, który – tak, jak punkt idealny – wyznaczany jest w zbiorze ocen niezdominowanych.

Punkty definiowane w przestrzeni kryterialnej

Punkty referencyjne. Idea punktu referencyjnego i zbioru punktów referencyjnych ma obszerną literaturę przedmiotu [54,133,172]. Koncepcja punktu referencyjnego polega na zastosowaniu pewnego punktu (w wersjach bardziej rozbudowanych zbioru punktów) w przestrzeni kryterialnej, reprezentującego poziom aspiracji lub satysfakcji decydenta, jako punktu odniesienia w procedurze porządkowania jego preferencji względem rozważanego zbioru wariantów decyzyjnych.

W systemach wspomagania decyzji wykorzystujących takie podejście, badane obiekty (warianty decyzyjne) nie są porównywane między sobą, lecz konfrontuje się je ze zbiorem punktów referencyjnych, wykorzystując najczęściej relacje przewyższania lub funkcję dystansową. W tym celu tworzy się zbiór ocen rozwiązań pozytywnych (wzorców realizacji decyzji), bądź zbiór ocen rozwiązań negatywnych (antywzorców trafnej decyzji). W przypadku jednoczesnego stosowania wzorców i antywzorców przyjmuje się, że żaden ze złych obiektów nie dominuje któregośkolwiek z dobrych obiektów. Posługiwanie się zbiorem wzorców realizacji decyzji prowadzi do akceptacji motywu ludzkiego postępowania nastawionego na osiągnięcie sukcesu. W przypadku przyjęcia do rozważań antywzorca realizacji decyzji, akceptujemy chęć uniknięcia niepowodzenia [54]. Na ogół prezentowany jest pogląd, że w zagadnieniach, w których występuje nieporównywalność ocen uzyskiwanych przez poszczególne warianty, a które mają zweryfikowane prototypy rozwiązań (wzorce i antywzorcy), stosowanie punktów referencyjnych oraz analizy w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych daje właściwe rozwiązanie. Na rys. 2.4a pokazano położenie przykładowych punktów referencyjnych, które pełnią odpowiednio funkcję wzorców pozytywnych i negatywnych.

Ocena zadowalająca [107,108] jest zdefiniowanym w przestrzeni kryterialnej punktem \mathbf{f}^s , który zapewnia osiągnięcie przez każdą składową wektora kryterium wartości nie większej, niż składowe tego punktu: $f_1^s, f_2^s, \dots, f_j^s, j = 1, 2, n$ – co pokazano na rys. 2.4b. Ocena zadowalająca \mathbf{f}^s jest wierzchołkiem utworzonego stożka satysfakcji. Po wprowadzeniu tej oceny do procesu wyboru, można otrzymać podzbiór ocen rozwiązań satysfakcji ze zbioru ocen dopuszczalnych Y , albo podzbiór niezdominowanych ocen rozwiązań satysfakcji ze zbioru ocen niezdominowanych Y_{ND} .



Rys. 2.4. Rozmieszczenie w przestrzeni dwuwymiarowej *a)* punktów referencyjnych: $\mathbf{+}$ – wzorce pozytywne, $\mathbf{-}$ – wzorce negatywne, *b)* oceny zadowalającej (\diamond): \otimes – zdominowana ocena satysfakcji, \bullet – niezdominowana ocena satysfakcji

2.3. Przegląd metod analizy wielokryterialnej

Zagadnienia terminologiczne dotyczące analizy wielokryterialnej przedstawiła wyczerpująco Konarzewska-Gubała [54]. Najogólniej można powiedzieć, że współcześnie rozumiana analiza wielokryterialna należy do obszaru nauki o wspomaganiu podejmowania decyzji, która mieści się w szeroko rozumianym terminie – *nauki decyzyjne* obejmujące swoim zakresem zarówno badania operacyjne, jak i teorię decyzji. Współczesne podejście do problemu decyzyjnego zwraca szczególną uwagę na modele, metody i metodykę podejmowania decyzji. Nie dąży się jedynie do automatycznego znajdowania rozwiązań ze zbioru alternatywnych konstrukcji, lecz do wspomagania konstruktora / decydenta w procesie poszukiwania odpowiednich rozwiązań. Mówi się o analizie, która przy posiadanych informacjach, pozwoli na rozpoznanie istniejących rozwiązań i ewentualnym

zaleceniu lub faworyzowaniu niektórych z nich, a wykluczaniu z jądra zainteresowań innych rozwiązań. Zainteresowania współczesnych badań przeniosły się z obszaru optymalizacji decyzji do obszaru analizy i wspomaganie decyzji.

Zgodnie z literaturą przedmiotu [125] celem analizy decyzji może być:

- wspomaganie wyboru „*najlepszego*” wariantu (problematyka wyboru). Prowadzi to do opracowania procedur selekcji istniejących wariantów w celu uzyskania jednego najlepszego wariantu lub podzbioru równoważnych wariantów o możliwie najmniejszej liczebności.
- wspomaganie sortowania wariantów według przyjętych kategorii (problematyka sortowania). Prowadzi do opracowania procedur przydziału analizowanych wariantów do określonych kategorii na podstawie przyjętych norm odnoszących się do uzyskanych przez poszczególne warianty wartości kryteriów. Takie działanie prowadzi do odrzucenia części wariantów i akceptacji pozostałych, które mogą zostać poddane dalszej szczegółowej analizie.
- wspomaganie porządkowania wariantów według przyjętych preferencji (problematyka porządkowania). Prowadzi to do opracowania procedur klasyfikacji wariantów dzięki czemu możliwe staje się częściowe lub zupełne uporządkowanie wariantów [8].
- wspomaganie opisu wariantów (problematyka opisu). Prowadzi to do opracowania procedur poznawczych, które oprócz analizy wartości kryteriów dotyczących konkretnych wariantów będą dotyczyły również znajdowania przedziałów zmienności i przyjmowanych wartości przez poszczególne zmienne konstrukcyjne tworzące te warianty.

W sformułowanym zadaniu polioptymalizacji, problem analizy może dotyczyć jednego z wymienionych celów lub składać się kombinacji obejmującej dwa lub nawet trzy cele [54].

Na pytania postawione w środkowej części podrozdziału 1.4. odpowiedź nie jest łatwa. Dochodzi się bowiem do ostatniego ważkiego etapu w długim procesie tworzenia nowego wariantu konstrukcji – do podjęcia decyzji, który wariant będzie skierowany do realizacji. Zastosowanie właściwej metodyki postępowania w procesie wyboru, użycie odpowiedniej metody wspomagającej podjęcie decyzji spowoduje, że proces wyboru nie będzie deformował pierwotnie zdefiniowanego problemu, nie będzie nadmiernie przekształcał wartości obliczonych w procesie obliczeniowym lub uzyskanych jako pomiar w przeprowadzonym eksperymencie.

Obecnie istnieje wiele pozycji literaturowych, w których można znaleźć opis różnych metod i koncepcji przeprowadzenia sortowania przy wektorowym wskaźniku jakości istniejących wariantów, aby znaleźć tzw. *najlepsze rozwiązanie* lub wspomóc działania konstruktora / decydenta w procesie wyboru i podjęcia

decyzji. Szczegółowy opis różnorodnych metod stosowanych w procesie wspomagania wyboru przedstawiono w pracy [82]. W tej rozprawie zostanie zamieszczone streszczenie tamtych opisów, które podsumowuje prezentację tych metod, dzięki czemu będzie można dotrzeć do sedna mechanizmów ich działania. Ponadto przygotowano i zamieszczono zestawienie tabelaryczne, w którym przedstawiono zalety i wady opisywanych metod. Takie syntetyczne ujęcie tematu pozwala szybciej i lepiej zrozumieć całość prezentowanej tematyki.

Poprawnie zbudowane zadanie optymalizacji wielokryterialnej, z właściwie dobranym zbiorem kryteriów (wektorem ocen), prowadzi zawsze do uzyskania zbioru rozwiązań niezdominowanych. Na przykład dobrze przygotowana oferta katalogowa zapewnia, że występujące tam warianty nie są w stanie wyeliminować wszystkich pozostałych. W procesie projektowania wariantu nowej konstrukcji, przy określeniu wektorowego wskaźnika jakości, mamy również do czynienia z podzbiorem rozwiązań niezdominowanych. W takich przypadkach wybór „rozwiązania najlepszego” możliwy jest zazwyczaj po wprowadzeniu dodatkowego kryterium oceny.

W sytuacji, gdy przestrzeń kryterialna jest dwuwymiarowa, istnieje możliwość graficznego przedstawienia uzyskanych wyników. Należy jednak zdawać sobie sprawę z faktu, że dokonywanie wyboru na podstawie wizualnej interpretacji ocen rozwiązań niezdominowanych może być obciążone błędem wynikającym z przyjętych skal osi reprezentujących poszczególne kryteria. Dotyczy to szczególnie sytuacji gdy rozważane kryteria wyrażone są w różnych jednostkach.

Opisane w literaturze metody wyboru rozwiązania najlepszego w zadaniu wielokryterialnym wykorzystują różne podejścia. Można wyodrębnić metody, które respektują preferencje wyrażone przez decydenta, metody uwzględniające dotychczasowe decyzje decydenta przy rozwiązywaniu innych, ale podobnych zadań (metody te starają się odtworzyć zastosowane preferencje decydenta) oraz metody w pełni zalgorytmizowane, w których istotnym elementem jest zastosowana heurystyka twórcy.

Kaliszewski w pracy [51] pisze, że w zakresie metodyki interaktywnych metod wielokryterialnego podejmowania decyzji można wyróżnić trzy sposoby „manipulacji dla wyrażenia preferencji decydenta”: zmiana wag, zmiana punktu referencyjnego lub zmiana ograniczeń.

Opracowane i używane w praktyce metody stosują często różnorodne przekształcenia pierwotnych wartości kryteriów, wprowadzając np.: pojęcie funkcji użyteczności lub dokonując skalaryzacji składowych wektora kryteriów poprzez tworzenie kryterium globalnego. Dość powszechnym zjawiskiem jest stosowanie ukrytej skalaryzacji (skalaryzacji wewnętrznej) rozumianej jako działanie, które obejmuje, np. wyznaczenie globalnych preferencji grupy ekspertów na podstawie indywidualnych preferencji członków tej grupy, czy łączenie informacji o preferowaniu jednego rozwiązania przez drugie rozwiązanie.

Do najczęściej stosowanych metod wspomagających proces wyboru wariantów przy wielorakości celów, a bardzo często do wyboru jednego rozwiązania preferowanego należą następujące metody:

- metody skalaryzacji,
- metody z relacją przewyższania,
- metody funkcji dystansowej,
- metody leksykograficzne i hierarchiczne,
- metody analizy grupowej.

Metody skalaryzacji są najstarszym sposobem rozwiązywania zadań optymalizacji i wyboru wielokryterialnego [71,139,142,155,173]. Najogólniej mówiąc kryterium skalarne jest sposobem ilościowego określenia jakości za pomocą jednej liczby poprzez przyjęcie wspólnej skali dla wszystkich kryteriów oceny. Metody skalaryzacji stosują prostą ideę sprowadzenia zadania wielokryterialnego do jednokryterialnego. Wyniki końcowe tak przeprowadzonej analizy nie są jednak jednoznaczne, ponieważ zależą istotnie od sposobu przeprowadzania skalaryzacji, kodowania wartości składowych wektora kryteriów oraz wprowadzania wag ważności poszczególnych kryteriów.

Metody z relacją przewyższania są często używane w różnych zastosowaniach ekonomicznych i technicznych. Przy użyciu tych metod można wyodrębnić podzbiór rozwiązań niezdominowanych lub zbudować ranking analizowanych rozwiązań. Do podstawowych metod stosujących relację przewyższania należą metody z rodziny ELECTRE opracowane przez Roy'a i często stosowane przez innych [96,125,126,185], PROMETHEE zaproponowana przez Brans'a i Vince'a [169], MAPPAC stworzona przez Matarazzo [67], ORESTE opracowana przez Roubens'a [124], czy BIPOLAR zaproponowana przez Konarzewską-Gubałę [54].

Należy jednak nadmienić, że we wszystkich metodach z relacją przewyższania występuje wewnętrzna skalaryzacja zadania wielokryterialnego, polegająca najczęściej na sumowaniu otrzymanych wyników cząstkowych. Przez skalaryzację wewnętrzną rozumie się proces ukryty wewnątrz procedury i nie stanowiący fundamentu metody – w tym przypadku jest to relacja przewyższania. Wynik końcowy analizy w dużej mierze zależy od przyjętych arbitralnie wag, oznaczających ważność poszczególnych kryteriów, oraz od kompensacyjnego charakteru przeprowadzonej skalaryzacji wewnętrznej. Metody z relacją przewyższania charakteryzuje konieczność wprowadzania wielu wartości niezbędnych do przeprowadzenia stosownych obliczeń. W zależności od typu metody są to: progi preferencji, progi równoważności, progi veta, progi zgodności oraz wagi ważności kryterium (określane indywidualnie dla każdej składowej wektora kryteriów), co wiąże się z jednej strony – z koniecznością bardzo

dobrego poznania stosowanej metody, z drugiej zaś – wymaga gruntownej wiedzy o analizowanym problemie. Ponadto wielkości obliczane z reguły nie mają interpretacji fizycznej, a w wygenerowanych rankingach występują warianty mające status kategorii rozwiązań nieporównywalnych. To wszystko powoduje, że bywają mało zrozumiałe dla użytkowników tych metod.

Metody z funkcją dystansową pozwalające wyznaczyć rozwiązanie kompromisowe były zaproponowane przez Yu [178] oraz Salukwadze [129]. Podejście to opisywał i stosował między innymi Jendo, Marks i Paczkowski [46] oraz Osyczka [104]. Funkcja dystansowa opisuje odległość z normą $\|r\|$ pomiędzy wybranym punktem w przestrzeni kryterialnej, a poszczególnymi ocenami wariantów należących do zbioru rozwiązań niezdominowanych. Metody funkcji dystansowej w swoim klasycznym podejściu wyznaczają jedną ocenę kompromisową, co zazwyczaj prowadzi do ustalenia jednego rozwiązania kompromisowego. Uzyskany wynik jest jednak zależny od zastosowanej normy oraz preferencji kryteriów określanych przez ekspertów. Po wprowadzeniu wielu zestawów preferencji otrzymuje się podzbiór rozwiązań kompromisowych, co utrudnia ostateczny wybór rozwiązania preferowanego.

W metodzie leksykograficznej opisywanej przez: Ameliańczyka [3], Hwanga [44], oraz Tarnowskiego [156], na podstawie informacji a priori o preferencjach, dokonuje się uporządkowania kryteriów składowych: $F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), \dots, F_j(\mathbf{x})$. Wyznaczenie rozwiązania preferowanego rozpoczyna skalarna optymalizacja względem kryterium najważniejszego ($j = 1$). Analiza przy użyciu metody leksykograficznej lub hierarchicznej dzięki uporządkowaniu kryteriów składowych zamienia zadanie wielokryterialne w zbiór sekwencyjnych zadań jednokryterialnych. Zmiana uporządkowania kryteriów w przeważającej większości przypadków powoduje zmianę uzyskanego rozwiązania preferowanego.

Metoda hierarchicznego procesu decyzyjnego AHP zaproponowana przez Saaty'ego [128] służy do wyznaczania rankingu analizowanych rozwiązań. Saaty wprowadza hierarchiczne uporządkowanie kryteriów, wykorzystując do tego celu wiedzę wielu ekspertów. Łączy więc w pewnym sensie metody hierarchiczne z metodami grupowego podejmowania decyzji. Metody analizy grupowej wymagają uporządkowania ważności kryteriów składowych oraz wprowadzenia ocen kryteriów rozpatrywanego wariantu przy wykorzystaniu wiedzy kilku ekspertów [41]. Agregacja ocen cząstkowych w ocenę końcową wymaga skomplikowanych obliczeń oraz zastosowania skalaryzacji wewnętrznej, a otrzymane wielkości nie mają interpretacji fizycznej.

Zbiorcze zestawienie zalet i wad prezentowanych metod optymalizacji wielokryterialnych zamieszczono w tablicy 2.1.

Tablica 2.1. Porównanie metod analizy wielokryterialnej

Metoda/y	Zalety	Wady	Uwagi
skalaryzacji	- prosta, - wagi odzwierciedlają preferencje decydenta.	- wynik zależny od sposobu skalaryzacji, - wynik zależny od wag przypisanych składowym wektora kryteriów, - operowanie na wielkościach nie posiadających interpretacji fizycznej.	Splaszczanie problemu decyzyjnego.
z relacją przewyższania	- dobrze odzwierciedla preferencje decydenta, - można stosować do zadań „miękkich”.	- skomplikowana, - pracochłonna, - wynik nie zawsze jednoznaczny, - istnienie kategorii nieporównywalności, - operowanie na wielkościach nie posiadających interpretacji fizycznej.	Stosowanie wewnętrznej skalaryzacji.
z funkcją dystansową	- prosta, - wagi częściowo odzwierciedlają preferencje decydenta.	- wynik zależny od zastosowanej funkcji dystansowej, - wynik zależny od wag przypisanych składowym wektora kryteriów.	Stosowanie wewnętrznej skalaryzacji poza użyciem normy Czebyszewa.
leksykograficzna	- prosta, - zrozumiała przez analogię do budowy słowników.	- wynik zależny od uporządkowania kryteriów składowych, - słabo odzwierciedla preferencje decydenta	Splaszczanie problemu decyzyjnego.
hierarchicznego procesu decyzyjnego	- łączy wiedzę wielu ekspertów, - można stosować do zadań „miękkich”.	- skomplikowana, - pracochłonna, - wynik zależny od uporządkowania kryteriów składowych, - operowanie na wielkościach nie posiadających interpretacji fizycznej.	Stosowanie wewnętrznej skalaryzacji.

Podsumowując metody opisane w literaturze należy stwierdzić, że prezentowane są one zazwyczaj jako narzędzia interaktywne, ale ich interaktywność ograniczona jest do wprowadzania przez użytkownika danych żądanych przez program.

Algorytm przelicza analizowane rozwiązania i jako wynik przedstawia listę rankingową lub jedno preferowane rozwiązanie. Autorzy i użytkownicy tych metod unikają wykonania powtórnych analiz przy zmienionych wartościach, np.: wag ważności rozpatrywanych kryteriów lub zbioru preferencji pochodzącego od innego eksperta, ponieważ powoduje to zazwyczaj otrzymanie innego rozwiązania preferowanego lub nowej listy rankingowej, w której rozmieszczenie analizowanych rozwiązań nie pokrywa się z listą uzyskaną poprzednio. Zatem, im dłużej przeprowadzana jest analiza (więcej zbiorów preferencji lub zestawów wag otrzymanych od ekspertów zostało przeliczonych), tym więcej otrzymuje się różnych końcowych wyników. W efekcie użytkownik korzystający z takich metod wspomagających podejmowanie decyzji zamiast uzyskać pomoc, zostaje doprowadzony do trudniejszej sytuacji decyzyjnej. Różne końcowe wyniki uniemożliwiają mu podjęcie decyzji racjonalnej. Pewnym wyjściem z powyższej sytuacji jest podejście, w którym przy korzystaniu z ocen kilku ekspertów następuje agregacja ich preferencji przypisywanych analizowanym kryteriom (skalaryzacja wewnętrzna). W kolejnym kroku następuje wygenerowanie listy rankingowej lub rozwiązania preferowanego.

Drugim poważnym mankamentem istniejących metod i systemów wspomagających decyzje przy wielorakości celów jest wprowadzanie skomplikowanej nomenklatury oraz nowych terminów i pojęć, które dla potencjalnego użytkownika mogą być mało zrozumiałe, np.: funkcja użyteczności, wartość przewyższania, silna preferencja, słaba preferencja, kategoria równoważności, wskaźnik zgodności, poziom niezgodności, macierz ocen. Ponadto korzystający z tych metod jest często zmuszony do wprowadzania wartości wielu różnych parametrów, a niekiedy nawet rozbudowanych macierzy ocen, które powinny być tworzone przez ekspertów.

Trzeci mankament metod opisywanych w literaturze to brak interpretacji fizycznej wielu wielkości obliczanych w procesie stosowania tych metod. Mankament ten dotyczy przede wszystkim metod skalaryzacji, metod z relacją przewyższania oraz metod analizy grupowej.

3. Cel i zakres pracy

Analizując bogatą literaturę dotyczącą komputerowego wspomaganie decyzji wielokryterialnych przy skończonym zbiorze rozwiązań dopuszczalnych oraz opierając się na własnych badaniach i przemyśleniach sformułowano następujący cel pracy.

Celem pracy jest przedstawienie, że autorski *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej* wykorzystujący wiele różnych metod analizy współdziałających ze sobą, generujący podzbiór o niewielkiej liczebności rozwiązań niezdominowanych, przy tym uwzględniający różne preferencje przypisywane analizowanym kryteriom przez ekspertów jest użyteczny przy optymalnych wyborach dokonywanych w zagadnieniach dotyczących szeroko pojętego obszaru budowa i eksploatacja maszyn obejmującego procesy doboru materiałów konstrukcyjnych, projektowania i konstruowania elementów maszyn, oceny parametrów eksploatacyjnych maszyn i urządzeń oraz planowania ich wytwarzania.

Zakres pracy obejmuje:

1. Opracowanie skutecznych algorytmów realizujących optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności. Przygotowana procedura umożliwi w przestrzeni wielokryterialnej eliminację rozwiązań położonych wzajemnie w bliskim sąsiedztwie, prowadząc do trwałej redukcji liczebności rozważanego zbioru rozwiązań niezdominowanych.
2. Opracowanie metody analizy wielokryterialnej wykorzystującej wewnętrzne właściwości ocen rozwiązań niezdominowanych tworzących analizowany zbiór poprzez zmodyfikowaną operację krzyżowania w celu wyznaczenia mało licznej reprezentacji.
3. Zbudowanie autorskiego systemu analizy wielokryterialnej, w którym proces dochodzenia do rozwiązań preferowanych będzie przebiegał w wielu etapach, a wyznaczone rozwiązania będą respektowały różne preferencje przypisywane składowym wektora kryteriów przez ekspertów.
4. Prezentację zastosowania autorskiego systemu analizy wielokryterialnej w rozwiązywaniu zagadnień dotyczących budowy i eksploatacji maszyn.

Zamieszczone przykłady dotyczą:

- doboru właściwości materiałów konstrukcyjnych i ich badanie,
- oceny parametrów eksploatacyjnych obiektów,
- projektowania i badania elementów maszyn,
- doboru obrabiarek w elastycznym systemie produkcyjnym.

Pracę można przedstawić w postaci schematu blokowego, rys. 3.1.



Rys. 3.1. Schematu blokowy prezentujący sposób realizacji celu pracy

4. Budowa i działanie *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej*

4.1. Elementy składowe systemu

Opracowany *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej* (ZSAW) wykorzystuje dwa pojęcia ewolucyjności: zewnętrzną oraz wewnętrzną. Ewolucyjność zewnętrzna rozumiana jest tutaj jako wieloetapowe, interaktywne dochodzenie do końcowego „rozwiązania najlepszego” dzięki generowaniu kolejnych podzbiorów rozwiązań niezdominowanych. Realizowane jest to przez stopniowe zawężanie zawartości analizowanego podzbioru (zmniejszanie jego liczebności) przy zastosowaniu opracowanych metod sortowania.

Ewolucyjność wewnętrzna wynika z faktu, że dwie oryginalne metody analizy wielokryterialnej wykorzystują narzędzia będące podstawą optymalizacyjnych algorytmów genetycznych i ewolucyjnych. W *Metodzie przedziału nierozróżnialności* zastosowano zmodyfikowaną operację mutacji, zaś w *Metodzie wyznaczania rozwiązań kompromisowych* wprowadzono zmodyfikowaną operację krzyżowania.

Dwie główne metody prezentowanego *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* działają w oparciu o informacje zawarte w analizowanych rozwiązaniach oraz wartości względne rozpatrywanych kryteriów. Wartości rozwiązań decydują o położeniu wektora idealnego będącego podstawowym punktem odniesienia *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*. Przedział nierozróżnialności będący wartością względną analizowanego kryterium (wyrażony w procentach) umożliwia przeprowadzanie sortowania *Metodą przedziałów nierozróżnialności*. Końcowy jej efekt zależy od podanej wartości przedziału nierozróżnialności i od wzajemnego rozmieszczenia analizowanych rozwiązań. Należy podkreślić, że dzięki podawaniu wartości parametru w procentach, korzysta się ze sposobu powszechnie znanego w technice, służącego między innymi do wyrażania dokładności pomiaru przyrządu czy dokładności wykonywanych obliczeń.

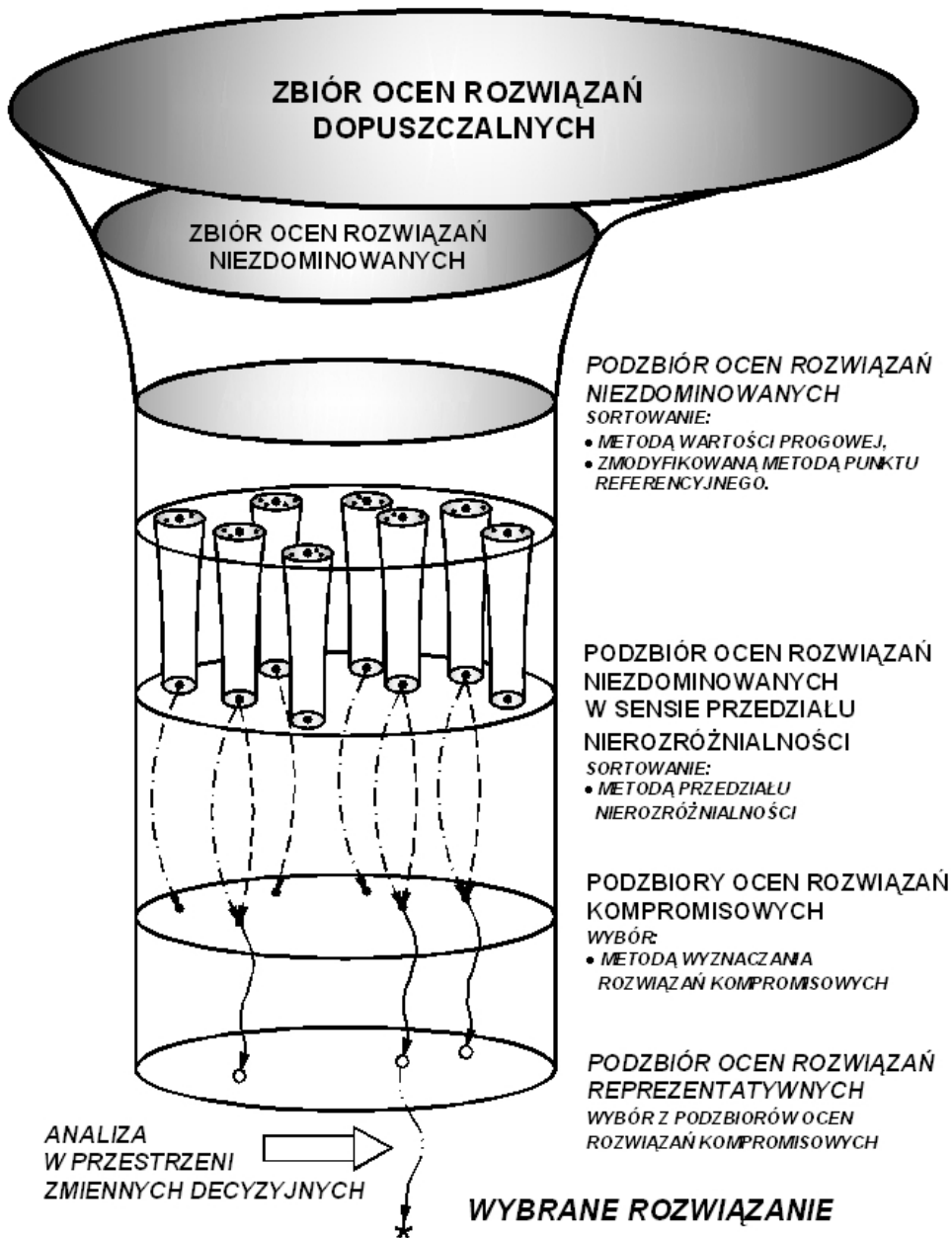
Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej charakteryzuje się również tym, że w celu wyznaczenia końcowego „rozwiązania najlepszego” nie wprowadza się dodatkowego kryterium wyboru, tak jak to ma miejsce w klasycznych

metodach i systemach analizy, np.: opartych na skalaryzacji kryteriów, wprowadzających funkcję użyteczności lub hierarchię kryteriów.

W systemie ZSAW poszukiwanie końcowego „rozwiązania najlepszego” nie następuje w pojedynczym akcie obliczeniowym, lecz we współdziałaniu wielu metod i prowadzi do znalezienia takiego rozwiązania kompromisowego, które jest najmniej wrażliwe na preferencje przypisywane przez ekspertów składowym wektora kryteriów. Graficzną interpretację systemu ZSAW pokazano na rys. 4.1.

Przy zastosowaniu wektorowego wskaźnika jakości, liczebność wyznaczonego podzbioru rozwiązań niezdominowanych bywa często duża (może liczyć od kilkunastu do kilkuset wariantów), co uniemożliwia proste wskazanie „rozwiązania najlepszego”. W wielu pracach takie terminy, jak: rozwiązanie niezdominowane, rozwiązanie kompromisowe, rozwiązanie preferowane, rozwiązanie najlepsze są synonimami. W niniejszej pracy – ze względu na wieloetapowe dochodzenie do kilkuelementowego podzbioru „rozwiązań najlepszych” i do końcowego „rozwiązania najlepszego” – wprowadzono rozróżnienie tych terminów. „Rozwiązania najlepsze” to pojęcie najbardziej ogólne, oznaczające rozwiązania wybrane ze zbioru rozwiązań niezdominowanych. Rozwiązania kompromisowe to rozwiązania wyznaczone przez zastosowanie funkcji dystansowej mierzonej od punktu idealnego i nadążnych punktów idealnych. Rozwiązanie reprezentatywne to takie rozwiązanie kompromisowe, które pojawiało się w wielu podzbiórach rozwiązań kompromisowych przy zastosowaniu różnych preferencji dla analizowanych kryteriów. Rozwiązanie preferowane to końcowe „rozwiązanie najlepsze”, wybrane z podzbioru rozwiązań reprezentatywnych.

Prezentowany *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej* jest systemem, który umożliwia wyznaczanie kilkuelementowego podzbioru rozwiązań reprezentatywnych z bardzo licznego zbioru rozwiązań niezdominowanych, a na koniec – po uwzględnieniu analizy w przestrzeni zmiennych decyzyjnych – wskazanie jednego rozwiązania preferowanego. Dochodzenie do podzbioru rozwiązań reprezentatywnych odbywa się wieloetapowo, przez włączanie nowych jakościowo narzędzi do sortowania kolejno otrzymywanych podzbiorów rozwiązań niezdominowanych. Należy podkreślić, że proces sortowania jest sekwencyjny. Wynikowy podzbiór rozwiązań otrzymany w procesie sortowania przy użyciu jednej metody jest podzbiorem wejściowym do analizy zbioru kolejną metodą.



Rys. 4.1. Graficzna ilustracja działania Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej

Zastosowana metodyka w *Zintegrowanym Systemie Analizy Wielokryterialnej* obejmuje następujące działania:

- 1° Wyznaczanie zbioru rozwiązań niezdominowanych (optymalnych w sensie Pareto) – odrzucenie rozwiązań zdominowanych.
- 2° Wyznaczanie podzbioru rozwiązań niezdominowanych przez zastosowanie *Metody wartości progowych* lub użycie *Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego* – odrzucenie rozwiązań tworzących punkty narożne i rozwiązań leżących w ich bliskim sąsiedztwie.
- 3° Wyznaczanie podzbioru rozwiązań niezdominowanych w sensie przedziału nierozróżnialności poprzez sortowanie *Metodą przedziałów nierozróżnialności* – ortogonalne stożki odrzucają wybrane rozwiązania znajdujące się na całej hiperpowierzchni rozwiązań niezdominowanych (efekt działania tej metody podobny jest do działania sita).
- 4° Wyznaczanie podzbioru rozwiązań kompromisowych przez zastosowanie *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* – wybór nielicznego podzbioru z podzbioru rozwiązań niezdominowanych.
- 5° Wyznaczanie podzbioru rozwiązań reprezentatywnych – wybór rozwiązań następuje poprzez analizę wygenerowanych wcześniej podzbiorów rozwiązań kompromisowych, które powstały przy wprowadzaniu różnych preferencji dla analizowanych kryteriów.
- 6° Analiza w przestrzeni zmiennych decyzyjnych (o ile jest możliwa) – wyznaczanie przedziałów zmiennych decyzyjnych, dla których analizowane rozwiązania należą do podzbioru rozwiązań reprezentatywnych.
- 7° Wyznaczanie rozwiązania preferowanego z podzbioru rozwiązań reprezentatywnych.

Korzystając z *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* można stosować wszystkie tworzące go metody lub tylko metody wybrane, odpowiednie do realizacji aktualnie analizowanego zadania.

Właściwości opisanego powyżej zintegrowanego systemu ZSAW wskazują, że nadaje się on doskonale do przeprowadzania analiz wielokryterialnych nawet przy minimalnym doświadczeniu użytkownika. Użytkownik może nie mieć wystarczającej wprawy w posługiwaniu się systemem, nie posiadać dostatecznej wiedzy do sterowania zastosowanymi metodami sortowania, a nawet niewiele wiedzieć o przedmiocie przeprowadzanej analizy. Z drugiej strony, w przypadku osoby doświadczonej – dzięki elastyczności systemu możliwe jest samodzielne wprowadzanie wielu dodatkowych parametrów (np. wartości progowych, własnego wektora referencyjnego). Wartości przedziału nierozróżnialności mogą być różne dla składowych zbioru kryteriów, można również wprowadzać preferencje uzyskane od ekspertów (lub własne) dla poszczególnych kryteriów,

definiować różne wektory kryterialne lub wybierać sposób zakończenia poszukiwań rozwiązań kompromisowych. Ponadto możliwe jest analizowanie pośrednich wyników przeprowadzonych filtracji.

To wszystko sprawia, że *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej* nadaje się zarówno do wspomagania decyzji dla osób początkujących, jak i doświadczonych.

4.2. Wstępne sortowanie zbioru rozwiązań dopuszczalnych

4.2.1. Prezentacja *Metody wartości progowej*

Metoda wartości progowej (MWP) jest prostym sposobem eliminowania rozwiązań niezdominowanych, których oceny leżą na skraju zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych, wzdłuż ortogonalnych kierunków składowych wektora kryteriów – to znaczy rozwiązań wyznaczających punkty narożne i leżących w ich otoczeniu. Rozwiązania wyznaczające punkty narożne definiują zazwyczaj punkt idealny (wektor idealny), tak więc ich odrzucenie powoduje konieczność wyznaczenia nowego wektora idealnego. *Metoda wartości progowej* jest w dużej mierze podobna do sformułowanego w optymalizacji jednokryterialnej i wielokryterialnej zadania satysfakcji [107,108]. Zadanie satysfakcji w optymalizacji jednokryterialnej jest zapisywane następująco [108]

$$F(\mathbf{x}^S) = \text{sat}_{\mathbf{x} \in X} F(\mathbf{x}) \quad (4.1)$$

$$\text{sat}_{\mathbf{x} \in X} F(\mathbf{x}) \begin{cases} \leq f^S & \text{w zadaniu minimalizacji } F(\mathbf{x}) \\ \geq f^S & \text{w zadaniu maksymalizacji } F(\mathbf{x}) \end{cases}$$

gdzie

- $F(\mathbf{x})$ – funkcja celu,
- \mathbf{x} – wektor zmiennych decyzyjnych,
- f^S – zadowalająca wartość kryterium,
- \mathbf{x}^S – wektor zmiennych decyzyjnych, dla których funkcja celu $F(\mathbf{x})$ przyjmuje wartości lepsze (mniejsze przy minimalizacji $F(\mathbf{x})$, a większe przy maksymalizacji $F(\mathbf{x})$) od wcześniej przyjętej wartości zadowalającej.

W zadaniu optymalizacji wielokryterialnej występuje wektorowa funkcja celu $F(\mathbf{x}) = [F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), \dots, F_n(\mathbf{x})]^T$, dlatego należy określić n wartości zadowalających f_j^S (gdzie $j \in J = \{1, 2, \dots, n\}$ jest numerem funkcji celu).

Zadanie satysfakcji przyjmie postać

$$F(\mathbf{x}_s) = \underset{\mathbf{x} \in X}{\text{sat}} F(\mathbf{x}) \quad (4.2)$$

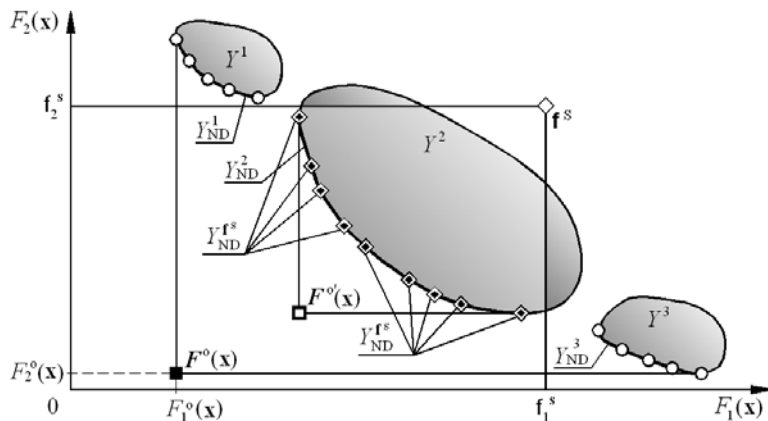
$$\underset{\mathbf{x} \in X}{\text{sat}} F(\mathbf{x}) \begin{cases} F_j(\mathbf{x}) \leq f_j^S & \text{w zadaniu minimalizacji } F_j(\mathbf{x}), j \in J = \overline{1, J} \\ F_j(\mathbf{x}) \geq f_j^S & \text{w zadaniu maksymalizacji } F_j(\mathbf{x}), j \in J = \overline{1, J} \end{cases}$$

W procedurze wielokryterialnego wyboru wg systemu ZSAW decydent dysponuje uzyskanymi wcześniej wariantami dopuszczalnymi lub rozwiązaniami niezdominowanymi. Stąd, po określeniu J wartości zadowalających f_j^S , można dokonać przeglądu (sortowania) istniejącego zbioru ocen. W zależności od wprowadzonych wartości zadowalających otrzymuje się różne jakościowo przypadki (zbiór ocen satysfakcjonujących może być pusty, jest mniejszy od liczby rozwiązań niezdominowanych – uzyskuje się wtedy redukcję liczby rozwiązań niezdominowanych, lub jest równy liczbie rozwiązań niezdominowanych – brak redukcji). Te wszystkie szczegółowe przypadki zostały przedstawiono w pracy [82]. Z punktu widzenia analizy wielokryterialnej interesujące są tylko te przypadki, gdy następuje redukcja liczby rozwiązań niezdominowanych.

Właściwe zastosowanie *Metody wartości progowej* może przyczynić się do redukcji liczebności rozważanego podzbioru rozwiązań niezdominowanych i w konsekwencji – do zmiany punktu odniesienia wykorzystywanego w *Metodzie wyznaczania rozwiązań kompromisowych* (patrz podrozdział 4.4). Stosowanie *Metody wartości progowej* wymaga od użytkownika szczegółowej wiedzy o analizowanych rozwiązaniach (szczególnie o wartościach ich ocen), aby uniknąć zbytejnej redukcji liczby elementów zbioru i w żadnym razie nie doprowadzić do sytuacji, w której otrzymujemy podzbiór pusty lub jednoelementowy.

Niewłaściwe stosowanie *Metody wartości progowej* może prowadzić również do zubożenia wiedzy o różnorodności analizowanych rozwiązań – poprzez odrzucenie całych podzbiorów ocen rozwiązań dopuszczalnych i ocen niezdominowanych. Pokazano to na rys. 4.2. Zbiór ocen rozwiązań dopuszczalnych składa się z trzech podzbiorów: Y^1 , Y^2 i Y^3 , a stąd wynika, że istnieją trzy podzbiory ocen rozwiązań niezdominowanych: Y_{ND}^1 , Y_{ND}^2 i Y_{ND}^3 . Po wprowadzeniu wektorowej wartości satysfakcjonującej \mathbf{f}^S przeprowadzenie sortowania *Metodą wartości progowej* spowodowało odrzucenie wszystkich wariantów należących do podzbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych Y_{ND}^1 oraz Y_{ND}^3 . Podzbiór

ocen rozwiązań satysfakcjonujących obejmuje tylko elementy (oznaczone jako $Y_{ND}^{f^s}$) należące do podzbioru ocen Y_{ND}^2 . Na rys. 4.2. zaznaczono również nowy wektor idealny $F^o(x)$, który został wygenerowany tylko z podzbioru ocen rozwiązań satysfakcjonujących należących do podzbioru ocen niezdominowanych Y_{ND}^2 .



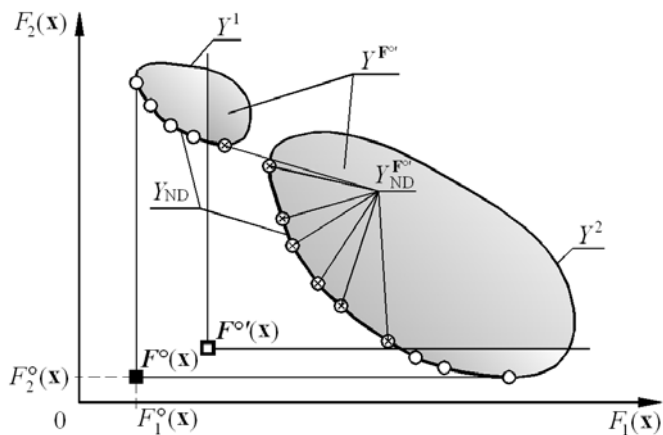
Rys. 4.2. Sortowanie Metodą wartości progowej na przykładzie zadania dwukryterialnej minimalizacji \diamond – rozwiązania należące do zbioru rozwiązań satysfakcjonujących

4.2.2. Opis Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego

Do wyznaczania rozwiązań kompromisowych lub podzbiorów rozwiązań kompromisowych można zastosować ideę punktu referencyjnego [133,171]. Punkty referencyjne były opisywane w podrozdziale 2.2 i prezentowane na rys. 2.4. Koncepcja punktu referencyjnego polega na zastosowaniu pewnego punktu (w wersjach bardziej rozbudowanych zbioru punktów) w przestrzeni kryterialnej, reprezentującego poziom aspiracji decydenta, jako punktu odniesienia w procedurze porządkowania jego preferencji względem rozważanego zbioru wariantów decyzyjnych. W systemach wspomaganie decyzji wykorzystujących powyższą ideę, badane obiekty – warianty decyzyjne – nie są porównywane między sobą, lecz konfrontuje się je ze zbiorem punktów referencyjnych. W tym celu tworzy się zbiór rozwiązań pozytywnych (wzorców realizacji decyzji), bądź zbiór rozwiązań o zdecydowanie negatywnej ocenie (antywzorców trafnej decyzji). Stosując ideę punktów referencyjnych niektórzy autorzy dopuszczają do sytuacji, że w analizie brane są pod uwagę nie tylko oceny rozwiązań niezdominowanych, ale również oceny rozwiązań dopuszczalnych.

W niniejszej pracy w *Zmodyfikowanej metodzie punktu referencyjnego* (ZMPR) zaproponowano, aby punkt referencyjny będący wzorcem pozytywnym potraktować jako nowy punkt idealny (wektor idealny) [82]. Z definicji wektora idealnego (podrozdział 2.2) wynika, że jest on wyznaczany przez rozwiązania niezdominowane uzyskujące najmniejsze wartości poszczególnych kryteriów przy minimalizacji kryteriów, albo przez największe wartości kryteriów w zadaniach maksymalizacji. W *Zmodyfikowanej metodzie punktu referencyjnego* odwrócono sytuację. Tym razem to nie oceny rozwiązań wyznaczają wektor idealny, lecz przyjęty punkt referencyjny czyli przyjęty nowy punkt idealny umożliwia przeprowadzenie wyboru, ze zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych, podzbioru ocen rozwiązań, które będą spełniały warunek, że żadna wartość składowa nie będzie odpowiednio mniejsza (albo większa) od wartości składowej punktu idealnego (w zależności od tego, czy występuje zadanie minimalizacji czy maksymalizacji).

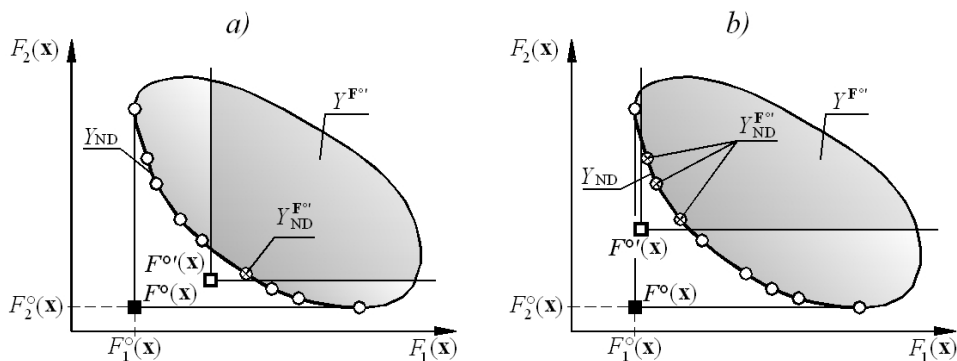
Rys. 4.3 przedstawia selekcję zbioru ocen rozwiązań dopuszczalnych i ocen niezdominowanych po przyjęciu wprowadzonego punktu referencyjnego (jako wzorca pozytywnego) za nowy punkt idealny oznaczony przez F° (x). Na rysunku tym widać, że *Zmodyfikowana metoda punktu referencyjnego* prowadzi do wyznaczenia podzbioru ocen dopuszczalnych $Y^{F^{\circ}}$ oraz podzbioru ocen rozwiązań niezdominowanych $Y_{ND}^{F^{\circ}}$. Stosowanie w analizie wielokryterialnej przeciwstawnych kryteriów powoduje, że eliminowanie ocen rozwiązań, które mają bardzo małe wartości jednych składowych, prowadzi jednocześnie do odrzucania rozwiązań o dużych lub bardzo dużych wartościach pozostałych składowych.



Rys. 4.3. Działanie *Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego* na przykładzie zadania dwukryterialnej minimalizacji, \otimes – ocena spełniająca zdefiniowany punkt idealny

Zatem *Zmodyfikowana metoda punktu referencyjnego* jest w swoim działaniu podobna do omawianej w podrozdziale 4.2.1 *Metody wartości progowej*. Różnica polega na tym, że wartości progowe (wartości zadowalające) ograniczają przestrzeń kryterialną od góry (poprzez duże wartości kryteriów) dla zadania minimalizacji, zaś dla zadania maksymalizacji od dołu – poprzez małe wartości kryteriów. W przypadku *Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego* jest sytuacja odwrotna. Zdefiniowany punkt idealny ogranicza przestrzeń kryterialną od dołu (poprzez małe wartości kryteriów) dla zadania minimalizacji, a od góry (poprzez duże wartości kryteriów) w przypadku zadania maksymalizacji.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że im bliżej brzegu zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych znajduje się przyjęty punkt referencyjny, który będzie potraktowany jako nowy punkt idealny, tym mniejsza liczba ocen rozwiązań niezdominowanych pozostaje po selekcji. W skrajnym przypadku może to być zbiór pusty, może pozostać jedno rozwiązanie (rys. 4.4a) lub tylko kilka rozwiązań (rys. 4.4b).



Rys. 4.4. Selekcja *Zmodyfikowaną metodą punktu referencyjnego* przy różnym położeniu punktu idealnego na przykładzie zadania dwukryterialnej minimalizacji,

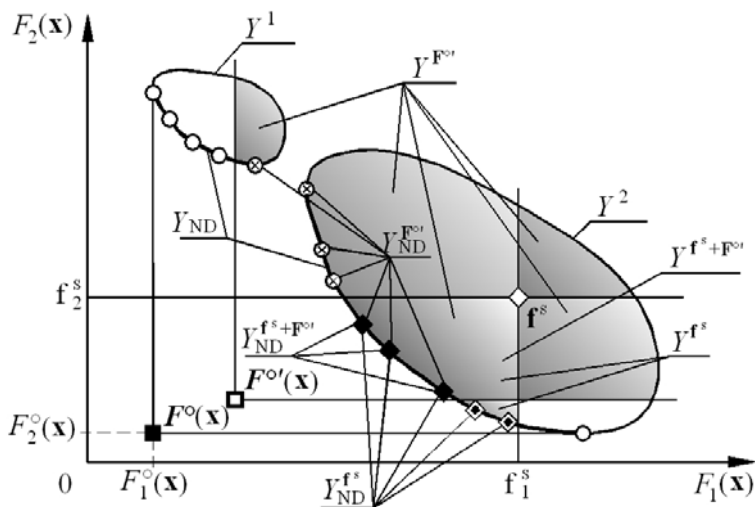
⊗ – ocena spełniająca zdefiniowany punkt idealny

Wynika stąd, że stosowanie *Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego* wymaga pewnej wiedzy o analizowanym obiekcie. Przede wszystkim należy znać punkty referencyjne (leżące między punktem idealnym całego rozważanego zbioru ocen, a brzegiem tego zbioru wyznaczonym przez oceny rozwiązań niezdominowanych), które mogą pełnić funkcję wzorca pozytywnego.

W podrozdziale 4.4 zostanie pokazane między innymi, że istnieje możliwość automatycznego generowania takich punktów idealnych, tzn. leżących między punktem idealnym całego rozważanego zbioru, a brzegiem wyznaczonym przez rozwiązania niezdominowane. Punkty te nazwano nadążnymi punktami idealnymi, ponieważ w kolejnych generacjach zbliżają się do brzegu wyznacza-

nego przez rozwiązania niezdominowane. W ten sposób proces selekcji *Zmodyfikowaną metodą punktu referencyjnego* może zostać zautomatyzowany.

Istnieje możliwość jednoczesnego stosowania obu wymienionych metod selekcji. W takiej sytuacji na zbiór ocen rozwiązań dopuszczalnych; Y^1 , Y^2 oraz zbiór ocen niezdominowanych – Y_{ND} oddziaływanie się jednocześnie od „góry” i od „dołu”, co pokazano na rys. 4.5.



Rys. 4.5. Selekcja zbioru rozwiązań dopuszczalnych i niezdominowanych przy jednoczesnym stosowaniu MWP i ZMPR na przykładzie zadania dwukryterialnej minimalizacji, \blacklozenge – rozwiązanie spełniające ocenę satysfakcjonującą i zdefiniowany punkt idealny

Po sortowaniu *Metodą wartości progowej* uzyskano podzbiór ocen dopuszczalnych – Y^{f^s} oraz podzbiór ocen niezdominowanych – $Y_{ND}^{f^s}$. Sortowanie *Zmodyfikowaną metodą punktu referencyjnego* prowadzi do wyznaczenia podzbioru ocen dopuszczalnych – $Y^{F^{o'}}$ oraz podzbioru ocen niezdominowanych – $Y_{ND}^{F^{o'}}$, zaś zastosowanie obu wyżej wymienionych metod do wyznaczenia podzbioru ocen dopuszczalnych – $Y^{f^s+F^{o'}}$ i podzbioru ocen rozwiązań niezdominowanych – $Y_{ND}^{f^s+F^{o'}}$.

4.2.3. Uwagi końcowe dotyczące *Metody wartości progowej* oraz *Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego*

Przedstawiona *Metoda wartości progowej* (znana w literaturze) w wyniku sortowania zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych eliminuje rozwiązania wyznaczające punkty narożne i rozwiązania, których oceny leżą w ich sąsiedztwie. Metoda ta jest metodą niekompensacyjną, tzn., że odrzucane są rozwiązania uzyskujące niezadawalające wartości przynajmniej jednego kryterium chociaż pozostałe kryteria są bardzo dobre.

Zastosowanie tej metody wymaga jednak od użytkownika szczegółowej wiedzy o uzyskiwanych wartościach poszczególnych kryteriach oceny, aby mógł on określić swój poziom satysfakcji. To może być dość trudne, gdy tworzone są projekty nowych konstrukcji i nie mamy informacji, ani wystarczającej wiedzy o obiektach, które mogłyby być obiektami porównawczymi.

Zaprezentowana *Zmodyfikowana metoda punktu referencyjnego*, opracowana przez autora, również potrafi eliminować rozwiązania narożne i leżące w ich sąsiedztwie, dokonując sortowania w zbiorze ocen rozwiązań niezdominowanych. Metoda ta jest również metodą niekompensacyjną.

W tej metodzie użytkownik określa wartości ocen kryteriów jakie powinny jego zdaniem uzyskiwać rozwiązania, do którego należy dążyć. Podanie tych wartości wymaga od użytkownika dużej wiedzy o tworzonym obiekcie i o dobrym rozumieniu przyjętych kryteriów oceny projektowanej konstrukcji. Może to być szczególnie trudne, gdy zastosowane kryteria nie mają interpretacji fizycznej.

Zmodyfikowana metoda punktu referencyjnego oprócz bezpośredniego sortowania podzbioru rozwiązań niezdominowanych jest również stosowana do podziału podzbioru rozwiązań niezdominowanych przy użyciu nadażnych punktów idealnych w *Metodzie wyznaczania rozwiązań kompromisowych*.

Obie przedstawione metody, przez odrzucenie istniejących rozwiązań narożnych wyznaczających wektor idealny, mają pośredni wpływ na nowo wyznaczony wektor idealny. Wektor ten jest podstawą do poszukiwania rozwiązań kompromisowych w *Metodzie wyznaczania rozwiązań kompromisowych*

4.3. Sortowanie zbioru ocen rozwiązań *Metodą przedziału nierozróżnialności*

4.3.1. Ogólne uwagi dotyczące działania metody

Prezentowane sortowanie ocen niezdominowanych *Metodą przedziału nierozróżnialności* [72,77,87] wykorzystuje pojęcie optymalności w sensie przedziału nierozróżnialności (opisane w podrozdziale 4.3.2) bazując na idei zmodyfikowanej mutacji. Wielkość mutacji podawana jest przez projektanta w procentach wartości analizowanego kryterium i nazywana przedziałem nierozróżnialności. Mutację przyjęto określać poprzez wartość procentową analizowanego rozwiązania, ponieważ jest to sposób znany i często stosowany w technice oraz w życiu codziennym, np.: w procentach określana jest dokładność pomiarowa przyrządu, wzrost wartości obciążenia lub wytrzymałości, zmniejszenie masy urządzenia, oprocentowanie lokat bankowych i kredytów, wielkość podatku, itd. Tak wyrażona mutacja nie wymaga definiowania nowych wielkości, a przy tym jest intuicyjnie zrozumiała dla potencjalnego użytkownika.

Końcowym efektem działania *Metody przedziałów nierozróżnialności* jest wygenerowanie podzbioru rozwiązań o niezdominowanych ocenach, którego liczebność będzie uzależniona od przyjętych wartości przedziałów nierozróżnialności. Przy właściwym doborze wartości przedziałów nierozróżnialności, wygenerowany podzbiór będzie miał znacznie mniej elementów, ale ich rozmieszczenie będzie odzwierciedlało w pełnym zakresie położenie elementów w początkowym zbiorze ocen rozwiązań niezdominowanych.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że przeprowadzone sortowanie dotyczy skończonego zbioru istniejących rozwiązań, a więc zbioru nierewidowalnego (przykładowo oferta katalogowa, zbiór rozwiązań wygenerowanych przy zastosowaniu różnych metod komputerowych [134]), dlatego też zaproponowana tu mutacja różni się zasadniczo od mutacji stosowanej w algorytmach genetycznych i ewolucyjnych. Algorytmy genetyczne i ewolucyjne służą do generowania rozwiązań optymalnych. Stosowanie mutacji ma na celu nieznaczne przekształcenie wektora zmiennych decyzyjnych (często w połączeniu z operacją krzyżowania), po czym – po obliczeniu składowych wektora kryteriów – następuje sprawdzenie (selekcja), czy nowe rozwiązanie jest lepsze od rozwiązań wcześniejszych. W zadaniu wyboru zmodyfikowana mutacja dotyczy wektora kryteriów i jest przeprowadzana tylko na czas operacji sortowania – nie ma bowiem możliwości generowania nowych rozwiązań.

W jednokrotnym przebiegu procesu sortowania przy niezmiennionej wartości mutacji, następuje porównywanie parami ocen rozwiązań niezdominowanych. Odpowiednie składowe ocen obu rozwiązań podlegają mutacji i są porównywane

między sobą. Przeprowadzona mutacja i stosowne porównywanie składowych ocen rozwiązań dla zadania minimalizacji przebiega następująca:

- 1° Określić wartości przedziału nierozróżnialności PN_j dla wszystkich składowych wektora kryteriów (wartości mogą być takie same lub różne, zero – oznacza brak mutacji).
- 2° Porównać składowe wektora kryteriów dwóch rozwiązań niezdominowanych, aby ustalić, które składowe są mniejsze i do którego rozwiązania należą (porównanie bez wprowadzenia mutacji).
- 3° W porównywanej parze rozwiązań składowe o mniejszych wartościach podlegają mutacji – wzór (4.3). Otrzymujemy zmutowane oceny analizowanych rozwiązań.
- 4° Porównać zmutowane oceny dwóch analizowanych rozwiązań dla j składowych wektora kryteriów – wzór (4.3). W tworzonym podzbiore rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności (ROSPN) zapisywać oceny rozwiązań w postaci pierwotnej, a nie zmutowanej.
- 5° Kontynuować porównywanie parami ocen kolejnych rozwiązań ze zbioru rozwiązań niezdominowanych z kolejnymi ocenami rozwiązań z podzioru rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności do wyczerpania elementów tych zbiorów, w tym celu powtarzać wykonanie punktów od 2° do 4°.
- 6° Drukować wyznaczony podzbiór ROSPN.

4.3.2. Optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności

Sortowanie *Metodą przedziałów nierozróżnialności* stosowane jest do zbiorów rozwiązań niezdominowanych. Eliminacja analizowanych rozwiązań wykorzystuje pojęcie optymalności w sensie przedziału nierozróżnialności, bazujące na idei zmodyfikowanej mutacji.

Analiza *Metodą przedziałów nierozróżnialności* rozwiązań niezdominowanych przeprowadzana jest w przestrzeni kryterialnej i dąży do ustalenia, czy rozwiązanie zmutowane (tzn. że jego składowe oceny zostały „pogorszone” przez przyjęty przedział nierozróżnialności PN) pozostaje nadal rozwiązaniem niezdominowanym i będzie dołączane do aktualnie tworzonych podzioru ocen rozwiązań niezdominowanych nazywanego podzbiorem rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności.

Dla przypadku minimalizacji kryteriów, element $\mathbf{x}^* \in \Omega$ będzie optymalny w sensie przedziału nierozróżnialności (niezdominowany w sensie przedziału

nierozróżnialności) wtedy i tylko wtedy, gdy w zbiorze Ω nie ma takiego elementu \mathbf{x}^+ , że dla każdego j

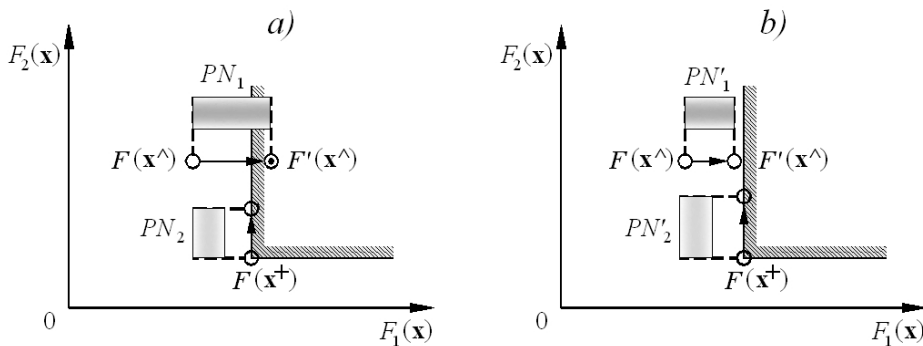
$$\text{gdy } F_j(\mathbf{x}^\wedge) \geq 0 : \text{jeśli } F_j(\mathbf{x}^\wedge) < F_j(\mathbf{x}^+) \text{ to } (1+PN_j) F_j(\mathbf{x}^\wedge) > F_j(\mathbf{x}^+), \quad (4.3)$$

$$\text{gdy } F_j(\mathbf{x}^\wedge) < 0 : \text{jeśli } F_j(\mathbf{x}^\wedge) < F_j(\mathbf{x}^+) \text{ to } (1-PN_j) F_j(\mathbf{x}^\wedge) > F_j(\mathbf{x}^+),$$

gdzie

Ω – niepusty zbiór rozwiązań niezdominowanych,
 $j = 1, 2, \dots, n$ – zbiór indeksów kryteriów.

Na rys. 4.6 przedstawiono graficznie ideę optymalności w sensie przedziału nierozróżnialności opisaną warunkami (4.3) przy minimalizacji dwu kryteriów.



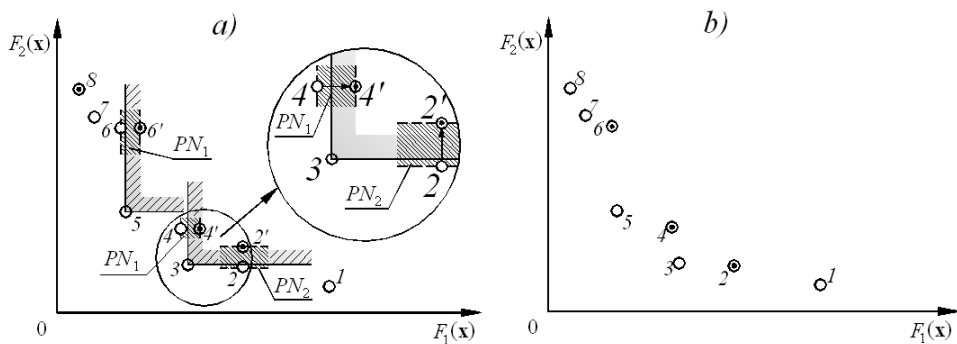
Rys. 4.6. Działanie warunku (4.3) przy dwukryterialnej minimalizacji,
 O – ocena rozwiązania leżąca poza stożkiem dominacji, \odot – ocena rozwiązania należąca do stożka dominacji

Oceny rozwiązań $F(\mathbf{x}^+)$ oraz $F(\mathbf{x}^\wedge)$ są niezdominowane, ponieważ rozwiązanie \mathbf{x}^\wedge ma mniejszą wartość kryterium F_1 i większą wartość kryterium F_2 niż rozwiązanie \mathbf{x}^+ . Wprowadzając zmodyfikowaną mutację „pogarsza się” na chwilę (wirtualnie), o wielkość obliczoną z przyjętego przedziału nierozróżnialności, składowe kryteriów, które miały mniejsze wartości dla porównywanych ocen rozwiązań. Rys. 4.6a prezentuje sytuację gdy warunek (4.3), dla wprowadzonych przedziałów nierozróżnialności PN_1 oraz PN_2 , jest spełniony, tzn., że rozwiązanie \mathbf{x}^\wedge nie jest rozwiązaniem optymalnym w sensie przedziału nierozróżnialności i zostaje wyeliminowane. Na rys. 4.6b przedstawiono przypadek, gdy warunek (4.3), dla nowych wartości PN_1 oraz PN_2 , nie jest spełniony i żadne z rozwiązań

nie jest eliminowane, tzn. oba rozwiązania są optymalne w sensie przedziału nierozróżnialności dla przyjętych wartości przedziału nierozróżnialności.

Należy podkreślić, że opisany warunek (4.3) opisujący *optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności* odnosi się do przestrzeni wielokryterialnej co pokazano między innymi w przykładach zamieszczonych w podrozdziałach 5.1, 5.2 i 5.3.

Na rys. 4.7 przedstawiono wyznaczanie rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności opisanych warunkiem (4.3), według relacji porządku częściowego \leq określonego przez stożek dodatni, z ośmioelementowego zbioru rozwiązań niezdominowanych przy minimalizacji dwóch kryteriów. Rys. 4.7a przedstawia działanie przedziału nierozróżnialności PN_1 – dla kryterium $F_1(\mathbf{x})$, w odniesieniu do ocen rozwiązań o numerach 4 i 6, oraz przedziału nierozróżnialności PN_2 – dla kryterium $F_2(\mathbf{x})$, w odniesieniu do ocen rozwiązania numer 2. Działanie warunku (4.3) spowodowało, że do podzbioru rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności należą rozwiązania o numerach 1, 3, 5, 7 oraz 8 – rys. 4.7b. Wariant nr 5 wyeliminował wariant nr 6, zaś wariant nr 3 wyeliminował warianty o nr 4 oraz nr 2.

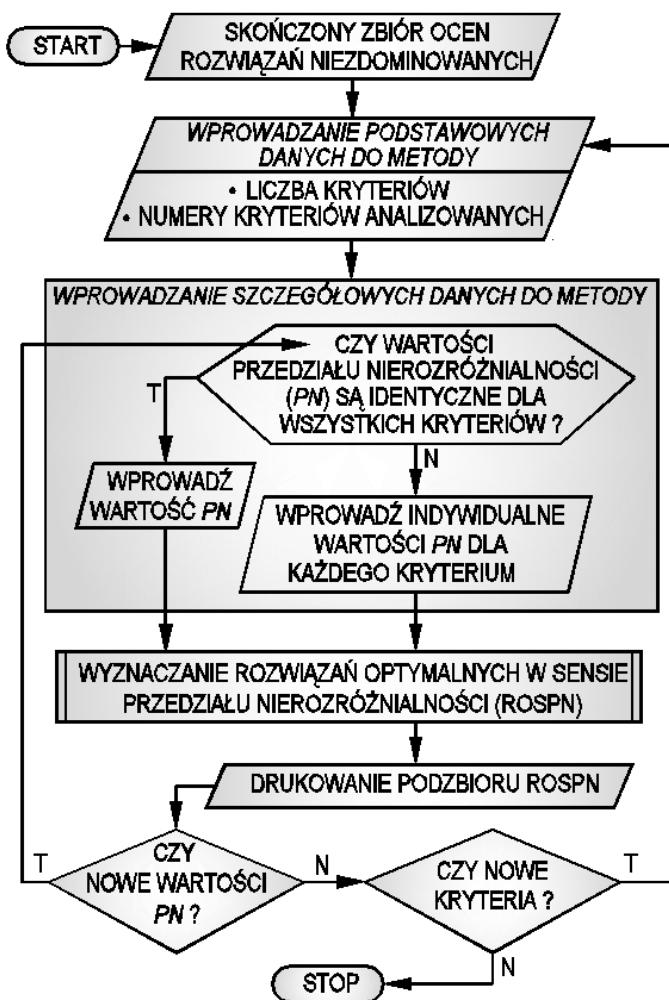


Rys. 4.7. Wyznaczanie rozwiązań optymalnym w sensie przedziału nierozróżnialności przy dwukryterialnej minimalizacji, \circ – rozwiązania leżące poza stożkami dominacji, \odot – rozwiązania należące do stożków dominacji

Metoda przedziału nierozróżnialności jest skutecznym narzędziem eliminacji rozwiązań niezdominowanych, których odległości ocen w sensie miary euklidesowej są duże – porównaj warianty o numerach 5 oraz 6 (opisano to szczegółowo w pracy [82]), dzięki czemu do dalszej analizy przechodzą te warianty, których oceny leżą blisko brzegu zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych.

4.3.3. Wybrane algorytmy realizacji optymalności w sensie przedziału nierozróżnialności

W niniejszej pracy *Metoda przedziałów nierozróżnialności* (MPN) jest zawsze stosowana w odniesieniu do zbioru rozwiązań niezdominowanych. Ogólny schemat blokowy poszukiwania rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności pokazano na rys. 4.8.



Rys. 4.8. Schemat blokowy poszukiwania rozwiązań niezdominowanych *Metodą przedziału nierozróżnialności*

W praktyce można zbudować wiele algorytmów, które będą realizowały optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności i doprowadzą do utworzenia *Metody przedziałów nierozróżnialności*. Nie każdy jednak z opracowanych algorytmów potrafi efektywnie przeciwdziałać różnym zjawiskom jakie pojawiają się w procesie obliczeniowym. Zagadnienia te zostały przedstawione w kilku pracach autora [75,82,87].

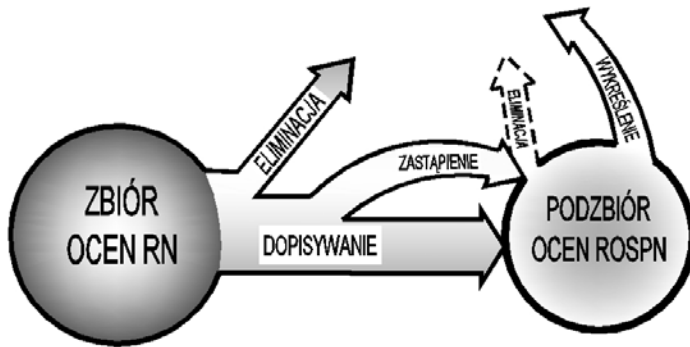
Wprowadzone wartości przedziału nierozróżnialności mogą być identyczne dla wszystkich składowych wektora kryteriów lub mogą się różnić, a niektóre z nich mogą być równe zero. Wartości przedziału nierozróżnialności *PN* nie mogą natomiast być zbyt duże, ze względu na występowanie zjawiska wzajemnego wykluczania i zjawiska łańcucha eliminacji. Zagadnienia te zostaną szerzej opisane w dalszej części tego rozdziału. Należy pamiętać, że *MPN* powinna być używana jedynie do zgrubnego sortowania analizowanego zbioru rozwiązań niezdominowanych i nie należy dopuszczać do nadmiernego eliminowania wariantów należących do zbioru rozwiązań niezdominowanych.

Praktyka stosowania *Metody przedziału nierozróżnialności* wskazuje, że gdy sortowany zbiór składa się z rozwiązań, których oceny uzyskano w wyniku pomiaru określonych wielkości w trakcie wykonywania eksperymentu, wartości przyjętych przedziałów nierozróżnialności *PN* wyrażone w procentach odniesione do zdefiniowanych kryteriów optymalizacji powinny odpowiadać dokładności wykonanego pomiaru. W przypadku projektowania konstrukcji odpowiednie wartości *PN* powinny odpowiadać dokładności zastosowanego modelu obliczeniowego. W zależności od analizowanego zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych (jego liczebności i rozmieszczenia elementów [82]) dobre wyniki sortowania *Metodą przedziałów nierozróżnialności* uzyskuje się już przy wartościach od dziesiętnych części procenta do kilku procent.

Należy w tym miejscu zwrócić uwagę, że wprowadzanie do procesu sortowania *Metodą przedziałów nierozróżnialności* rozwiązań dopuszczalnych może być przeprowadzone w różnej kolejności, co zazwyczaj może mieć wpływ na końcowy podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności – szczególnie przy jednokrotnym uruchomieniu procedury. Zagadnienie to zostało szerzej opisane poniżej w tym rozdziale.

4.3.3.1. Algorytm jednofazowy

Algorytm jednofazowy dokonuje jednokrotnego badania obszaru przestrzeni kryterialnej, ale warunek (4.3) sprawdzany jest w obie strony, zarówno w odniesieniu do oceny rozwiązania pobieranego ze zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych, jak i ocen rozwiązań już znajdujących się w zbiorze rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności, rys. 4.9.

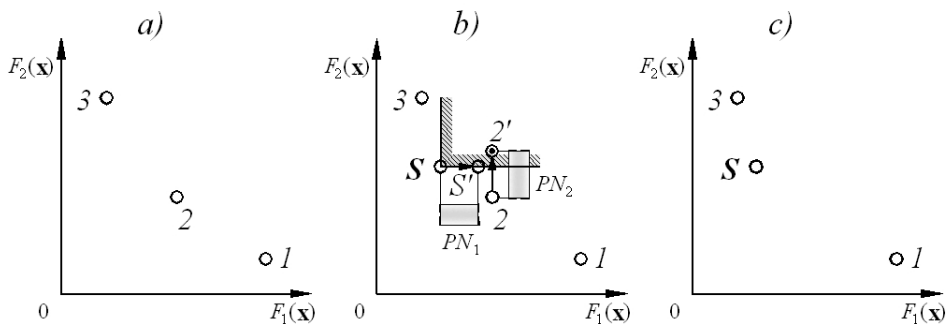


Rys. 4.9. Idea działania algorytmu jednofazowego

W przypadku zastosowania algorytmu jednofazowego następuje wykonanie jednego z czterech działań:

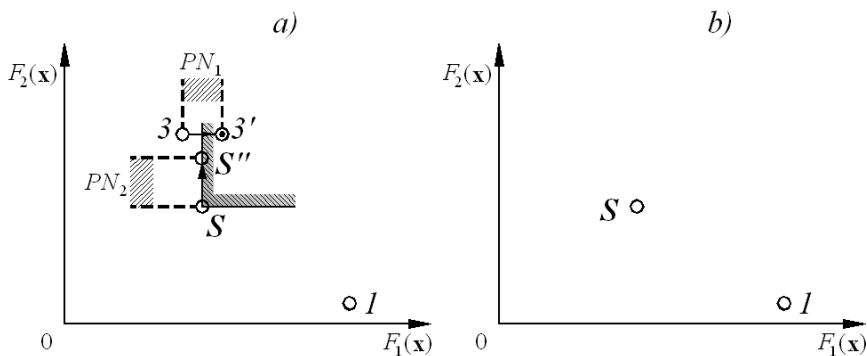
- **dopisanie** aktualnie analizowanej oceny rozwiązania do tworzonego podzbioru ocen rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności (ROSPN) – dopisywanie przyczynia się do zwiększenia liczebności generowanego podzbioru);
- **eliminowanie** aktualnie analizowanej oceny rozwiązania przez ocenę rozwiązania należącą już do podzbioru ocen ROSPN – eliminowanie powoduje, że liczebność generowanego podzbioru pozostaje bez zmian;
- **zastąpienie** istniejącego elementu podzbioru ocen ROSPN analizowanym rozwiązaniem – eliminację tego elementu zaznaczono linią przerywaną (zastąpienie nie zmienia liczebności generowanego podzbioru);
- **wykreślenie** elementów podzbioru ocen ROSPN przez rozwiązaniem, które wcześniej zastąpiło istniejący element podzbioru ROSPN (wykreślenie skutkuje redukcją liczebności generowanego podzbioru).

Na rys. 4.10 pokazano działanie **zastąpienia**. Podzbiór ROSPN składa się z trzech elementów: 1, 2 i 3 (rys. 4.10a). Po wprowadzeniu wariantu S ze zbioru rozwiązań niezdominowanych (rys. 4.10b) okazuje się, że przy przyjętym PN_2 ocena rozwiązania 2 należy do stożka dodatniego o wierzchołku w punkcie S . Wariant S wyklucza wariant 2 poprzez przedział nierozróżnialności PN_2 odniesiony do kryterium $F_2(\mathbf{x})$, co można zapisać jako $S \in (F_2) 2$. Warunek (4.3) jest spełniony i następuje zastąpienie rozwiązania 2 przez rozwiązanie S (rys. 4.10c). Należy dodać, że wariant 2 nie jest w stanie wykluczyć wariantu S . Zatem podzbiór ROSPN będzie nadal liczył trzy elementy.



Rys. 4.10. Zastąpienie rozwiązania w podzbiorze ROSPN przy dwukryterialnej minimalizacji, \bullet – wariant po mutacji należy do stożka dodatniego

Na rys. 4.11 przedstawiono graficznie działanie **wykreślenia**. Z dalszego porównywania oceny rozwiązania S z następnym elementem podzbioru rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności – w tym przypadku z ocenami rozwiązania 3 – wynika, że ocena rozwiązania $3'$ należy do stożka dodatniego o wierzchołku w punkcie S (warunek 4.3 jest spełniony). Rozwiązanie S wyklucza więc wariant nr 3 poprzez przedział nierozróżnialności PN_1 odniesiony do kryterium $F_1(x)$: $S \varepsilon(F_1) 3$. Ostatecznie więc w prezentowanym przykładzie podzbiór ROSPN będzie składał się z dwu elementów (rys. 4.11b). Nastąpiła redukcja liczebności podzbioru ROSPN, ponieważ na początku liczył on trzy elementy, zaś po wprowadzeniu do analizy wariantu S został zredukowany do dwóch elementów.



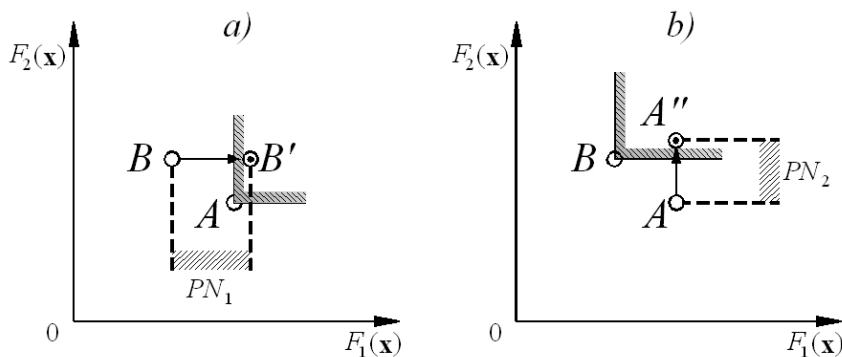
Rys. 4.11. Wykreślenie rozwiązania w podzbiorze ROSPN przy dwukryterialnej minimalizacji, \bullet – wariant po mutacji należy do stożka dodatniego

Więcej rozważań na ten temat można znaleźć w pracy [79,80,82].

4.3.3.2. Zjawisko wzajemnego wykluczania

Stosując algorytm jednofazowy opisany w podrozdziale 4.3.2.1 oraz przedstawiony na rys. 4.9 przy porównywaniu ocen dwóch rozwiązań niezdominowanych mogą wystąpić następujące sytuacje:

- analizowane oceny zmutowane są niezdominowane w sensie przedziału nierozróżnialności (np. rys. 4.11a),
- analizowane oceny zmutowane nie są niezdominowane w sensie przedziału nierozróżnialności (np. rys. 4.11b) – eliminacja jednego rozwiązania,
- analizowane oceny zmutowane dążą do wzajemnego wykluczania (pokazano to graficznie na rys. 4.12) – oba rozwiązania są traktowane jako niezdominowane w sensie przedziału nierozróżnialności.



Rys. 4.12. Zjawisko wzajemnego wykluczania przy dwukryterialnej minimalizacji,
 ⊙ – wariant po mutacji należy do stożka dodatniego

Rozważanie warunku (4.3) odbywa się w obu kierunkach, tzn. sprawdza się czy rozwiązanie A może wykluczyć rozwiązanie B oraz czy B może wykluczyć A . Chwilowe przemieszczenie oceny rozwiązania B do punktu B' (rys. 4.12a) powoduje jego umiejscowienie wewnątrz stożka dominacji umieszczonego w punkcie A . Wynika z tego, że rozwiązanie A wyklucza rozwiązanie B poprzez przedział nierozróżnialności PN_1 odniesiony do kryterium $F_1(\mathbf{x})$: $A \varepsilon(F_1) B$. Natomiast chwilowe przemieszczenie oceny rozwiązania A do punktu A'' (rys. 4.12b) powoduje jego ułożenie wewnątrz stożka dominacji umieszczonego w punkcie B , co wskazuje, że rozwiązanie B wyklucza rozwiązanie A poprzez przedział nierozróżnialności (PN_2) odniesiony do kryterium $F_2(\mathbf{x})$: $B \varepsilon(F_2) A$. W takiej sytuacji nie może wystąpić ani eliminacja ani zastąpienie, stąd oba porównywane rozwiązania są dopisywane do tworzonego podzbioru ROSPN.

Przez *zjawisko wzajemnego wykluczania* (ZWW) należy rozumieć, że oba porównywane rozwiązania eliminują się nawzajem przy mutacji i analizie poszczególnych składowych wektora kryteriów. Elementy $\mathbf{x}^\wedge \in \Omega$ oraz $\mathbf{x}^+ \in \Omega$ będą elementami względem, których będzie występowało *zjawisko wzajemnego wykluczania* wtedy i tylko wtedy, gdy

dla $F_j(\mathbf{x}^\wedge) \geq 0$:

$$\text{gdy } F_j(\mathbf{x}^\wedge) < F_j(\mathbf{x}^+) \text{ to } \bigwedge_{l_1=j} (1+PN_{l_1}) F_{l_1}(\mathbf{x}^\wedge) > F_{l_1}(\mathbf{x}^+)$$

oraz

(4.4)

$$\text{gdy } F_{j_1}(\mathbf{x}^\wedge) > F_{j_1}(\mathbf{x}^+) \text{ to } \bigwedge_{l_2=j_1} (1+PN_{l_2}) F_{l_2}(\mathbf{x}^+) > F_{l_2}(\mathbf{x}^\wedge) ; j \neq j_1$$

gdzie

- $j, j_1 \in J$ – J jest zbiorem rozpatrywanych indeksów wektora kryteriów,
- l_1 – indeksy, dla których zachodzi eliminacja elementu \mathbf{x}^\wedge względem składowych kryteriów F_{l_1} ,
- l_2 – indeksy, dla których zachodzi eliminacja elementu \mathbf{x}^+ względem składowych kryteriów F_{l_2} ,
- l_3 – indeksy, dla których $F_j(\mathbf{x}^\wedge) = F_j(\mathbf{x}^+)$, $\{l_1\} + \{l_2\} + \{l_3\} = n$.

Występowanie zjawiska wzajemnego wykluczania w algorytmie jednofazowym można wyeliminować na kilka sposobów, co zostało częściowo opisane w pracy [82]. Poniżej zaproponowano autorskie algorytmy do poszukiwania takich rozwiązań, które eliminują zjawisko powstawania wzajemnego wykluczania. Opracowane algorytmy to:

- *Algorytm z korekcją przedziału nierozróżnialności,*
- *Algorytmy rozgrzewania wartości przedziału nierozróżnialności,*
- *Algorytm rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności,*
- *Hybrydowy algorytm rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności,*
- *Algorytm rozgrzewania arytmetycznego przedziału nierozróżnialności.*

Algorytmy te zostały wprowadzone do ogólnego algorytmu działania *Metody przedziału nierozróżnialności* oraz przetestowane na przykładach.

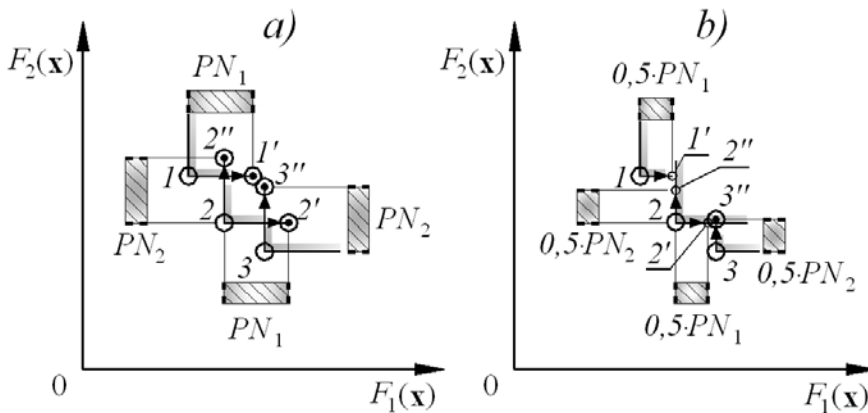
Algorytm z korekcją przedziału nierozróżnialności

Przebadanie algorytmu jednofazowego na przykładach testowych pokazało, że rozmieszczenie elementów niezdominowanych w analizowanym zbiorze ocen może być takie, że często będzie występować *zjawisko wzajemnego wykluczania*. Testy sortowania wykonane przy użyciu algorytmu jednofazowego, dla tego samego analizowanego zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych, pokazały od pewnego momentu wzrost liczebności generowanego podzbioru ROSPN przy wzrastającej wartości przedziału nierozróżnialności. Otrzymane wyniki świadczą więc jednoznacznie o zwiększonej częstości występowania *zjawiska wzajemnego wykluczania*. Przyjęto bowiem, że takie rozwiązania nie są eliminowane i przechodzą do generowanego podzbioru ROSPN.

Szczegółowy opis zachowania rozwiązań w algorytmie z korekcją przedziału nierozróżnialności przedstawiono w pracy [82]. Idea takiego algorytmu polega na tym, że w przypadku porównywania ocen dwóch rozwiązań gdy występuje *zjawisko wzajemnego wykluczania* – zgodnie z warunkiem (4.4) – to analiza, czyli sprawdzenie warunku (4.3), prowadzone jest ponownie, ale przy zmniejszonej wartości przedziału nierozróżnialności. Gdy *zjawisko wzajemnego wykluczania* występuje nadal, zmniejszenie wartości PN należy powtórzyć. Opracowany i przetestowany algorytm z *korekcją przedziału nierozróżnialności* charakteryzuje się tym, że za każdym razem przewiduje się trzykrotne zmniejszenie pierwotnej wartości PN . W wyniku działania tego algorytmu uzyskiwano jedną z następujących sytuacji:

- 1° Po wprowadzeniu korekty PN (lub kolejnych korektach) ZWW już nie występowało i jeden z elementów był eliminowany,
- 2° ZWW po trzech korektach PN występowało nadal – dopisywanie obu elementów do podzbioru ocen ROSPN,
- 3° Wartości PN po korekcji (lub kolejnych korektach) były na tyle małe, że analizowane elementy nie eliminowały się – dopisywanie obu elementów do podzbioru ocen ROSPN.

Rys. 4.13a prezentuje takie położenie elementów podzbioru ROSPN: 1 i 3 oraz wprowadzonego do analizy wariantu ze zbioru rozwiązań niezdominowanych 2, że analiza tych rozwiązań z zastosowaniem *Metody przedziałów nierozróżnialności* przy przyjętych przedziałach nierozróżnialności PN_1 i PN_2 wykazuje występowanie ZWW między ocenami rozwiązań 1 i 2 oraz 2 i 3. Tak więc żadne z tych rozwiązań nie może być wykluczone i wszystkie przechodziłyby do podzbioru ROSPN.

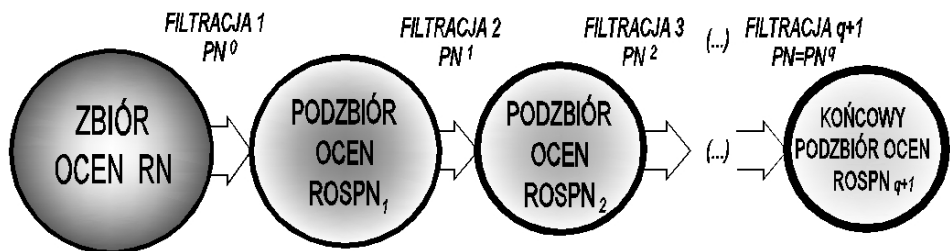


Rys. 4.13. Eliminacja rozwiązania 3 z podzbioru ROSPN przy zastosowaniu korekcji przedziału nierozróżnialności podczas występowania ZWW, \odot – wariant po mutacji należy do stożka dodatniego, \circ – wariant po mutacji leży poza stożkiem dominacji

Zastosowanie algorytmu z korekcją przedziału nierozróżnialności umożliwia powtórna analizę tych samych par rozwiązań przy zmniejszonych wartościach przedziałów nierozróżnialności PN_1' i PN_2' . Na rys. 4.13b pokazano sytuację, gdy nowe przedziały nierozróżnialności PN_1' i PN_2' stanowiły połowę wartości poprzednich. W tym przypadku rozwiązanie 1 nie eliminuje rozwiązania 2, ani rozwiązanie 2 nie eliminuje rozwiązania 1. Mamy więc do czynienia z sytuacją oznaczoną jako 3°. Powtórna analiza rozwiązań 2 i 3 prowadzi do wyeliminowania rozwiązania 3 przez rozwiązanie 2. Mutacja składowej $F_2(\mathbf{x})$ rozwiązania 3 oznaczona na rys. 4.13b przez 3'' znajduje się w stożku dominacji o wierzchołku w punkcie 2. Mamy więc do czynienia z sytuacją oznaczoną jako 1°. Ostatecznie więc wprowadzenie korekcji przedziału nierozróżnialności przyczyniło się do redukcji liczebności generowanego podzbioru ROSPN poprzez wyeliminowanie wariantu 3.

Algorytmy rozgrzewania wartości przedziału nierozróżnialności

Algorytmy rozgrzewania wartości przedziału nierozróżnialności polegają na tym, żeby stopniowo – poprzez mniejsze wartości – dochodzić do pierwotnej wartości PN . W ten sposób występuje wielokrotne porównywanie elementów z kolejno generowanych podzbiorów ocen rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności, rys. 4.14. Dzięki temu, że początkowo analiza przeprowadzana jest przy małych wartościach PN z reguły nie występuje ZWW.



Rys. 4.14. Ogólny schemat sortowania algorytmem rozgrzewania wartości PN

Na podstawie przeprowadzonych testów przyjęto, że wartość będzie uznana za małą, gdy stanowi $1/16$ wartości zadeklarowanego PN i jednocześnie będzie mniejsza niż 0,025%. W przypadku niespełnienia warunku drugiego następuje automatyczne pomniejszenie początkowej wartości PN . Eliminowanie kolejnych elementów wyznaczanego podzbioru ocen ROSPN powoduje, że również dla powiększanych wartości PN zjawisko wzajemnego wykluczenia z reguły nie występuje. Rozwiązania wykluczone lub zastąpione przez inne rozwiązania przy małych wartościach PN , nie uczestniczą bowiem w kolejnych filtracjach. Mimo, że analiza wykonywana jest wielokrotnie to czas realizacji całości algorytmu nie jest iloczynem czasu działania jednej pętli algorytmu i ich liczby. Dzieje się tak, ponieważ w kolejnych pętlach realizacji algorytmu rozgrzewania przedziału nierozróżnialności uczestniczy zazwyczaj mniej elementów, gdyż liczebności wygenerowanych podzbiorów ocen ROSPN są co najwyżej równe lub mniejsze od podzbiorów uzyskanych poprzednio. Analiza jest prowadzona do momentu, gdy aktualny PN osiągnie zadeklarowaną wartość pierwotną. Na rys. 4.14 pokazano to poprzez coraz mniejsze kontury uzyskiwanych podzbiorów.

Algorytm rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności (ARG)

W algorytmie rozgrzewania geometrycznego podział PN realizowany jest według następującego wzoru

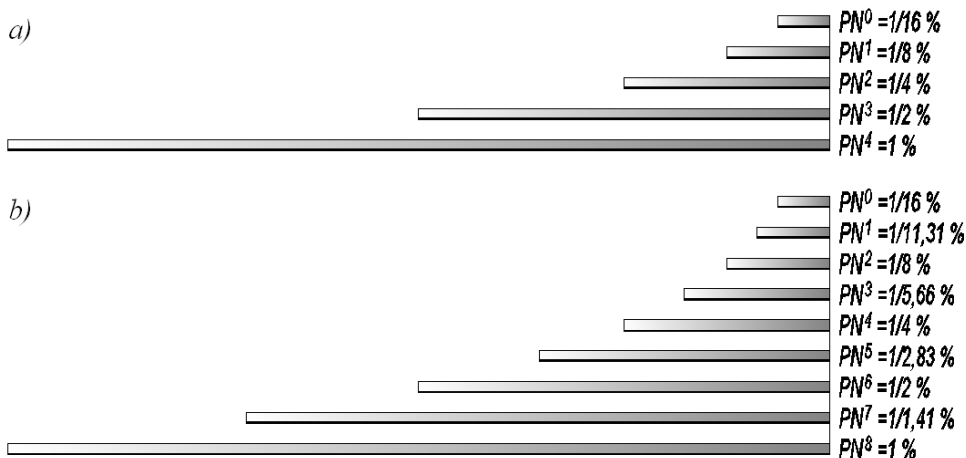
$$PN_j^l = \frac{PN_j}{\alpha^{q-l}} \quad (4.5)$$

gdzie

- q – liczba naturalna,
- PN_j – pierwotny przedział nierozróżnialności dla j -tej składowej wektora kryteriów, $j = 1, 2, \dots, n$,
- PN_j^l – l -ty narastający przedział nierozróżnialności dla j -tej składowej wektora kryteriów, $l = 0, 1, 2, \dots, q$.

Przykładowe ciągi wartości narastających przedziałów nierozróżnialności pobierane do filtracji *Metodą przedziału nierozróżnialności* pokazano na rys. 4.15. Wprowadzenie mniejszej wartości dzielnika α sprawia, że uzyskany podział jest gęściejszy, ale stosowane wartości wykładnika q powinny być znacznie większe, by uzyskać małą wartość początkowego przedziału nierozróżnialności (PN^0) w ciągu narastających przedziałów nierozróżnialności. Powoduje to wydłużenie procesu obliczeniowego, ponieważ liczba przeprowadzonych filtracji wynosi zawsze $q+1$.

Na rys. 4.15a łatwo zauważyć, że uzyskany podział przyjętego pierwotnego przedziału nierozróżnialności jest nierównomierny, dotyczy to szczególnie wartości przedziału nierozróżnialności uzyskanych w ostatnich etapach podziału. W tych przypadkach może pojawić się nawet zjawisko wzajemnego wykluczania. Sposobem na wyeliminowanie ZWW jest dołączenie do algorytmu rozgrzewania geometrycznego procedury powtórnej analizy przez zastosowaniu korekcji przedziału nierozróżnialności.

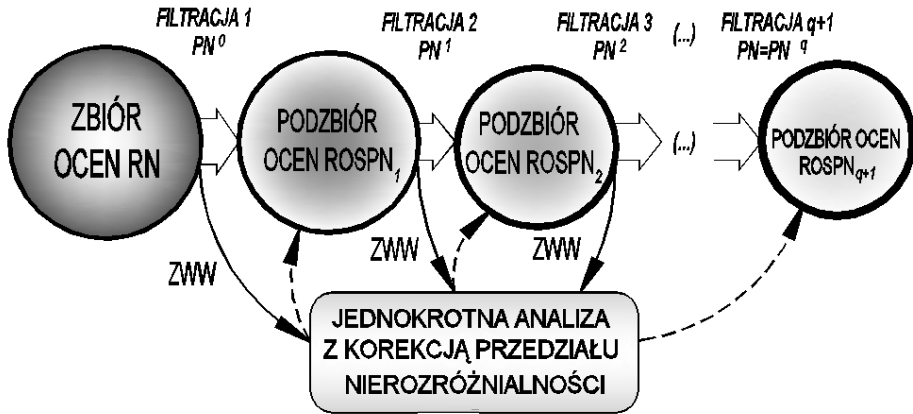


Rys. 4.15. Wartości narastających przedziałów nierozróżnialności:

a) $PN = 1\%$, $\alpha = 2$, $q = 4$; b) $PN = 1\%$, $\alpha = \sqrt{2}$, $q = 8$

Hybrydowy algorytm rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności (HARG)

Podstawą algorytmu hybrydowego jest algorytm rozgrzewania geometrycznego PN z dołączoną procedurą korekcji przedziału nierozróżnialności. W sytuacji, gdy ujawnia się zjawisko ZWW, algorytm hybrydowy uruchamia dodatkową analizę z korygowaną wartością przedziałów nierozróżnialności – rys. 4.16.



Rys. 4.16. Ogólny schemat sortowania *Metodą przedziału nierozróżnialności* z zastosowaniem algorytmu hybrydowego

Dzięki takiemu podejściu nie ma potrzeby dokonywania gęstego podziału pierwotnej wartości przedziału nierozróżnialności, a proces obliczeniowy nie wydłuża się nadmiernie. Należy jednak pamiętać, aby zastosowana korekcja PN umieszczała skorygowany przedział nierozróżnialności – PN^k w odpowiednim miejscu ciągu narastających przedziałów nierozróżnialności. Gdy ZWW ujawni się, np. przy wartości przedziału nierozróżnialności PN^2 , to przyjęta skorygowana wartość PN^k musi być większa od PN^1 , co obrazuje ciąg narastających przedziałów nierozróżnialności pokazany na rys. 4.15a. W przypadku algorytmu hybrydowego przeprowadzano tylko jednokrotną korekcję, co wynikało bezpośrednio ze specyfiki jego działania.

Prostą zależnością umożliwiającą wyznaczenie skorygowanej wartości przedziału nierozróżnialności – PN^k jest zapis wykorzystujący obliczone wcześniej wielkości z ciągu narastających wartości przedziału nierozróżnialności

$$PN_j^k = \frac{PN_j^l + PN_j^{l-1}}{2} \quad (4.6)$$

gdzie

- l – numer filtracji przy której ujawniło się ZWW,
- PN_j^l – wartość przedziału nierozróżnialności dla j -tej składowej wektora kryteriów w l -tej filtracji,
- PN_j^{l-1} – wartość przedziału nierozróżnialności dla j -tej składowej wektora kryteriów w $l-1$ filtracji.

Wprowadzenie korekcji PN przy porównywaniu dwóch rozwiązań w sytuacji pojawienia się ZWW powoduje chwilowe zagęszczenie pierwotnego podziału przedziału nierozróżnialności. W innych przypadkach korekty nie wprowadza się.

Algorytm rozgrzewania arytmetycznego przedziału nierozróżnialności (ARA)

W algorytmie rozgrzewania arytmetycznego przedziału nierozróżnialności wartości mutacji rosną od najmniejszej aż do wprowadzonej przez użytkownika, poprzez stałe wartości przyrostu:

$$PN_j^i = \frac{PN_i}{\beta} + j \frac{PN_i}{\beta} \quad (4.7)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \beta & - \text{liczba naturalna, } \beta \geq 16, \\ j & - j = 0, 1, 2, \dots, \beta - 1. \end{aligned}$$

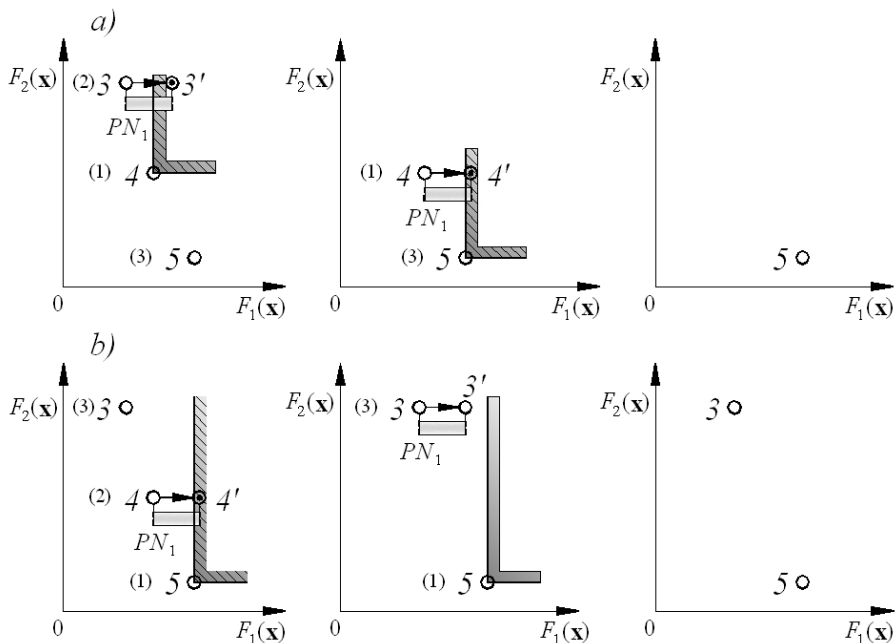
Dzięki zastosowaniu stałych wartości przyrostu uzyskujemy gęściejszy podział zastosowanego PN , szczególnie w końcowym etapie przeprowadzanej analizy. To podejście może przyczynić się do całkowitego wyeliminowania zjawiska wzajemnego wykluczania. Efektem ubocznym jest nieznaczne wydłużenie czasu analizy zbioru.

4.3.3.3. Zjawisko łańcucha eliminacji

Podczas sortowania rozwiązań niezdominowanych z wykorzystaniem metody realizującej optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności może pojawiać się sytuacja, że zmiana porządku wprowadzania danych do analizy prowadzi częściowo do zmiany zawartości wygenerowanego podzbioru ROSPN. Sytuację taką opisano już w pracy [82], a graficznie przedstawiono na rys. 4.17.

Rys. 4.17a pokazuje, że przy przyjętym porządku pobierania danych ze zbioru rozwiązań niezdominowanych: $4-3-5$, rozwiązanie 3 zostało wyeliminowane przez rozwiązanie 4, po czym rozwiązanie 5 wyeliminowało rozwiązanie 4. Zatem końcowy podzbiór ROSPN składał się tylko z jednego elementu – 5. Wystąpiło zjawisko łańcucha eliminacji, polegające na chwilowym wykorzystaniu rozwiązania 4 do eliminacji rozwiązania 3. Przy zmianie porządku pobierania danych, co obrazuje rys. 4.17b, na: $5-4-3$, rozwiązanie 5 w pierwszej kolejności wyeliminowało rozwiązanie 4, ale nie było w stanie wyeliminować rozwiązania 3. Uzyskany podzbiór ROSPN składał się wówczas z rozwiązań 5 i 3.

Zjawisko łańcucha eliminacji staje się bardziej aktywne, gdy rozmieszczenie analizowanych ocen rozwiązań niezdominowanych wzdłuż składowej wektora kryteriów jest zagęszczone.



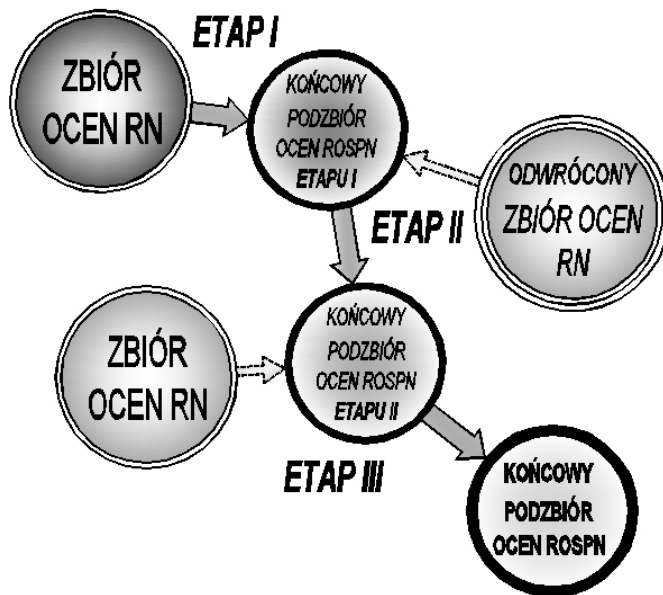
Rys. 4.17. Zjawisko łańcucha eliminacji przy dwukryterialnej minimalizacji powstające przy sortowaniu *Metodą przedziału nierozróżnialności*

Występowanie zjawiska łańcucha eliminacji w algorytmie jednofazowym można wyeliminować. W tym celu zbudowano autorskie algorytmy, których zasada działania najogólniej ujmując polega na tym, że *Metoda przedziału nierozróżnialności* będzie wykonywała powtórne analizy przy zmienionym porządku wprowadzania danych. Opracowano dwa następujące algorytmy:

- *Algorytm z odwróconą analizą,*
- *Algorytm z wielokrotną analizą odwróconą.*

Algorytm z odwróconą analizą

Prezentowany algorytm bada obszar przestrzeni kryterialnej, przy czym warunek (4.3) sprawdzany jest w obie strony, zarówno w odniesieniu do rozwiązania pobieranego ze zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych, jak i rozwiązań już znajdujących się w wyznaczanym podzbiorze ocen ROSPN. Do stworzenia algorytmu z odwróconą analizą wykorzystano ideę algorytmu jednofazowego, opisanego szczegółowo powyżej. Może to być zarówno algorytm z korekcją przedziału nierozróżnialności jak i jeden z algorytmów rozgrzewania wartości przedziału nierozróżnialności. Opracowany algorytm z odwróconą analizą składa się z trzech etapów, co prezentuje rys. 4.18.



Rys. 4.18. Idea działania algorytmu z odwróconą analizą

Etap I wykorzystuje algorytm jednofazowy w postaci opisanej w podrozdziale 4.3.3.1. Efektem jego działania jest uzyskanie podzbioru ocen ROSPN etapu I.

W **etapie II** zastosowano odwróconą kolejność pobierania rozwiązań ze zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych (RN) do dalszej analizy. W etapie tym podzbiór ocen ROSPN nie jest generowany od nowa, lecz w procesie obliczeniowym następuje modyfikacja podzbioru ocen utworzonego w etapie I. W etapie II zastosowano algorytm jednofazowy zmodyfikowany, którego działanie polega na porównywaniu parami oceny rozwiązania pobranego ze zbioru ocen RN kolejno z ocenami rozwiązań należących już do podzbioru ocen ROSPN. To porównywanie może zakończyć się jednym z następujących działań:

- **odrzucaeniem** – gdy rozwiązanie pobrane ze zbioru ocen RN trafia na siebie (tzn. już było w podzbiorze ocen ROSPN z etapu I);
- **dopisaniem** rozwiązania pobranego ze zbioru ocen RN do podzbioru ocen ROSPN etapu II – gdy warunek (4.3) nie jest spełniony (następuje powiększenie liczebności podzbioru);
- **eliminowaniem** rozwiązania pobranego ze zbioru ocen RN przez rozwiązanie należące już do podzbioru ocen ROSPN etapu I i częściowo zmodyfikowanego w etapie II – gdy warunek (4.3) jest spełniony (liczebność podzbioru pozostaje bez zmian);

- **zastąpieniem** istniejącego elementu podzbioru ocen ROSPN etapu I i częściowo zmodyfikowanego w etapie II analizowanym rozwiązaniem pobranym ze zbioru ocen RN – gdy warunek (4.3) jest spełniony (liczebności podzbioru nie zmienia się);
- **wykreśleniem** elementów podzbioru ocen ROSPN etapu I i częściowo zmodyfikowanego w etapie II przez rozwiązanie pobrane ze zbioru ocen RN, które wcześniej zastąpiło istniejący element podzbioru – gdy warunek (4.3) jest spełniony dla kolejnego rozwiązania pobranego z podzbioru ocen ROSPN (następuje redukcja liczebności podzbioru).

Proces porównywania trwa do wyczerpania zawartości zbioru ocen RN.

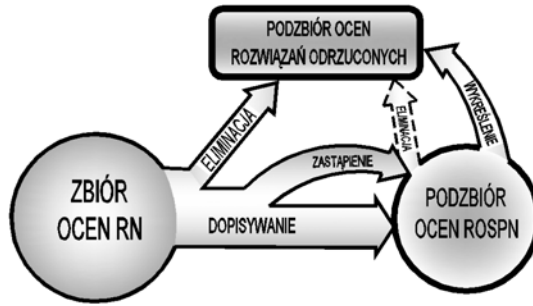
W **etapie III** następowało ponowne odwrócenie kolejności pobierania danych ze zbioru ocen RN, co oznacza, że kolejność pobierania danych jest identyczna, jak w etapie I. W etapie III również zastosowano algorytm jednofazowy zmodyfikowany, ponieważ następuje porównywanie elementów pobranych ze zbioru ocen RN z podzbiorem ocen ROSPN uzyskanym w etapie II.

Efektom działania algorytmu z odwróconą analizą jest otrzymanie końcowego podzbioru ocen rozwiązań niezdominowanych w sensie przedziału nierozróżnialności, którego zawartość jest mniej uzależniona od zjawiska łańcucha eliminacji i zjawiska wzajemnego wykluczania.

Algorytm z wielokrotną analizą odwróconą

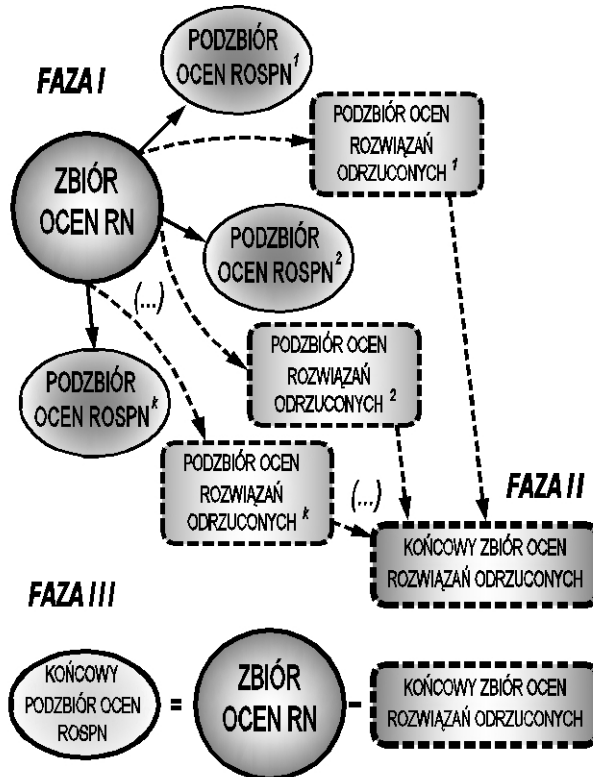
Analizując mechanizm powstawania zjawiska wzajemnego wykluczania oraz zjawiska łańcucha eliminacji widać wyraźnie, że wynik badania warunku optymalności w sensie przedziału nierozróżnialności (4.3) może być uzależniony od utworzonych par do porównywania oraz od czasu, w którym to porównanie następuje. O obu tych czynnikach (para oraz czas porównania) decyduje porządek pobierania rozwiązań do analizy porównawczej. W przypadku pojawienia się zjawiska wzajemnego wykluczania zdecydowano już wcześniej, że żadne z porównywanych rozwiązań nie jest odrzucane, a więc oba porównywane rozwiązania przechodzą do generowanego podzbioru ocen ROSPN. Występowanie zjawiska łańcucha eliminacji we wcześniej prezentowanych algorytmach prowadziło zawsze do odrzucenia jednego z rozwiązań.

W zaproponowanym algorytmie z wielokrotną analizą odwróconą zmieniono sposób patrzenia na to co jest generowane w procesie obliczeniowym. Do tej pory stosując algorytm jednofazowy (z różnymi modyfikacjami) zajmowano się tym, co znajduje się w utworzonym podzbiore ocen ROSPN ignorując informacje o zawartości podzbioru ocen rozwiązań odrzuconych. W nowym algorytmie najistotniejsza jest zawartość podzbioru ocen rozwiązań odrzuconych (aby to podkreślić na rys. 4.19 obramowanie tego zbioru pogrubiono).



Rys. 4.19. Idea działania algorytmu jednofazowego generującego podzbiór ocen rozwiązań odrzuconych

Algorytm z wielokrotną analizą odwróconą składa się z trzech faz, co pokazano na rys. 4.20.



Rys. 4.20. Idea działania algorytmu z wielokrotną analizą odwróconą; 1, 2, ..., k – numery przeprowadzonej analizy przy wykorzystaniu algorytmu z odwróconą analizą

Faza I

Algorytm wykonuje niezależnie od siebie wiele analiz z wykorzystaniem algorytmu z odwróconą analizą, za każdym razem przy innym porządku pobierania danych (generowanym losowo bez zwracania). Z każdej tak przeprowadzonej analizy uzyskuje się dwa podzbiory: podzbiór ocen ROSPN oraz podzbiór ocen rozwiązań odrzuconych.

Faza II

Mając wygenerowane podzbiory ocen rozwiązań odrzuconych można uzyskać zbiór ocen rozwiązań odrzuconych. Następuje przegląd zawartości wszystkich podzbiorów ocen rozwiązań odrzuconych i generowany jest końcowy zbiór ocen rozwiązań odrzuconych, który zawiera tylko rozwiązania występujące we wszystkich wygenerowanych podzbiorach rozwiązań odrzuconych (rozwiązania, których oceny pojawiały się sporadycznie w wygenerowanych podzbiorach ocen rozwiązań odrzuconych są eliminowane z końcowego zbioru ocen rozwiązań odrzuconych).

Faza III

Końcowy podzbiór ocen ROSPN powstaje w wyniku różnicy zbiorów: zbioru ocen ROSP oraz końcowego zbioru ocen rozwiązań odrzuconych. W ten sposób rozwiązania, które były odrzucone na skutek pojawienia się (przy jednym z porządków pobierania danych do analizy) zjawiska łańcucha eliminacji i nie pojawiały się w podzbiorze ocen ROSPN zostają do niego wprowadzone.

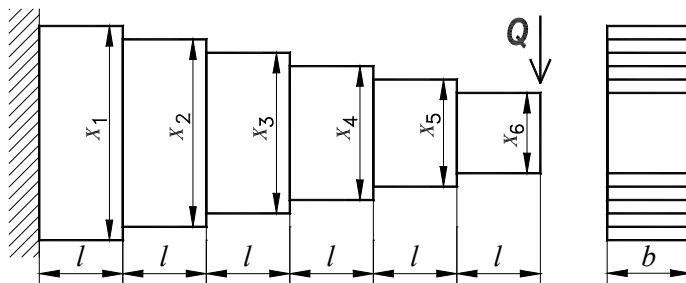
4.3.4. Przykład ilustrujący działanie metody

Działanie i testowanie *Metody przedziałów nierozróżnialności* było przedstawione w pracy [82]. Jeden z przykładów dotyczył porównania wyników sortowania w przestrzeni trójkryterialnej uzyskanych prezentowaną metodą z wynikami otrzymanymi przez autorów, którzy stosowali własną metodę sortowania – metodę kompleksowego łączenia skupień [123]. Otrzymane wyniki sortowania różnymi metodami były niemal identyczne, co świadczy, że opracowana metoda i algorytmy ją realizujące miały dobre podstawy teoretyczne.

Ze względu na fakt, że w tym podrozdziale zaprezentowano kilka nowych algorytmów realizujących optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności poniżej zamieszczono opis projektowanego obiektu, którego wyniki zostały wykorzystane do pokazania działania *Metody przedziałów nierozróżnialności* oraz przeprowadzenia testów autorskich algorytmów. Do tych celów wykorzystano przykład literaturowy, w którym zaprojektowano wielostopniową belkę wspornikową przy zastosowaniu optymalizacji wielokryterialnej [105]. Celem testowania

opracowanych algorytmów było sprawdzenie skuteczności ich działania przez zbadanie wpływu kolejności wprowadzania danych do analizy na końcową zawartość podzbioru rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności. Tym samym starano się ustalić zdolność testowanych algorytmów do pokonywania pojawiającego się zjawiska wzajemnego wykluczania i zjawiska łańcucha eliminacji.

Projektowana przez Osyczkę [105] wielostopniowa belka wspornikowa została przedstawiona na rys. 4.21.



Rys. 4.21. Wielkości charakterystyczne optymalizowanej belki wspornikowej

Problem optymalizacji sformułowany był następująco:

- wektor zmiennych decyzyjnych

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_6]^T$$

gdzie

x_n – jest wysokością n -tej części belki wspornikowej,

- funkcje celu:

– objętość belki wspornikowej [mm³]

$$F_1(\mathbf{x}) = b \cdot l \sum_{n=1}^N x_n \quad (4.8)$$

– przemieszczenie spowodowane działaniem siły Q [mm]

$$F_2(\mathbf{x}) = \frac{Ql^3}{2E} \left(\frac{1}{I_1} + \sum_{n=2}^N \frac{n^3 - (n-1)^3}{I_n} \right) \quad (4.9)$$

gdzie

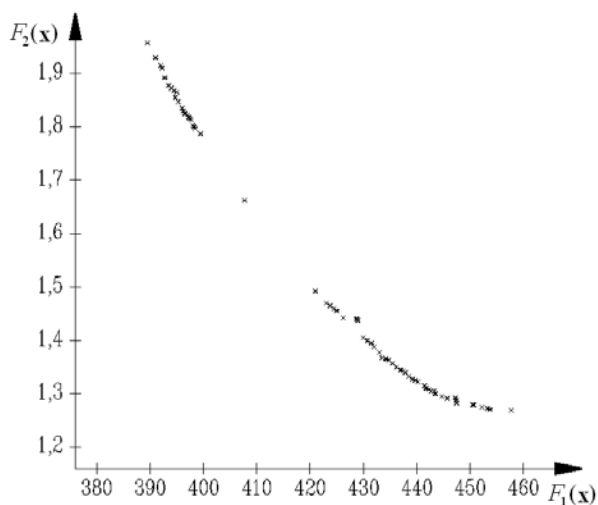
$$I_n = \frac{bx_n^3}{12} \quad \text{dla } n = 1, 2, \dots, N.$$

Ograniczenia dotyczyły dopuszczalnych naprężeń gnących w poszczególnych segmentach belki wspornikowej (sześć ograniczeń nierównościowych) oraz grubości poszczególnych segmentów (również sześć ograniczeń nierównościowych). Zadanie zostało sformułowane jako dwukryterialna minimalizacja przy dyskretnym zbiorze dopuszczalnych zmiennych decyzyjnych

$$x_n = \{12 ; 14 ; 16 ; 18 ; 20 ; 22 ; 24 ; 26 ; 28 ; 30 ; 32\} \text{ [mm]}, \text{ dla } n = 1, 2, \dots, 6.$$

Do rozwiązania tego problemu przyjęto następujące wartości parametrów: $N = 6$, $l = 50$ [mm], $b = 50$ [mm], $Q = 10000$ [N], $E = 2.06 \cdot 10^5$ [N/mm²], $\sigma_g = 360$ [N/mm²].

Proces optymalizacji wielokryterialnej przykładu opisanego powyżej był przeprowadzony przez Osyczkę przy użyciu algorytmu genetycznego, stosującego selekcję turniejową. W efekcie wygenerowanych zostało 85 rozwiązań, z których 66 stanowiły rozwiązania niezdominowane. Na rys. 4.22 pokazano rozmieszczenie tych rozwiązań w przestrzeni kryterialnej.

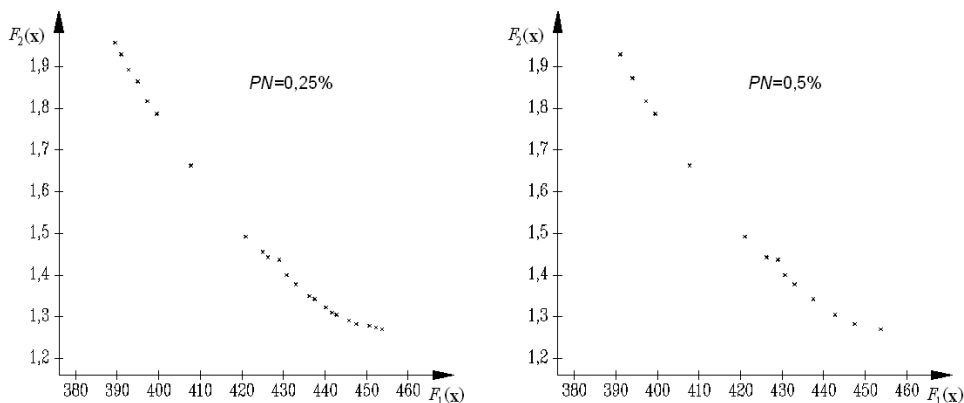


Rys. 4.22. Rozmieszczenie w przestrzeni kryterialnej elementów analizowanego zbioru

Należy zwrócić uwagę na specyfikę uzyskanego zbioru. Składa się on z trzech części: dwóch skupisk rozwiązań na jego końcach oraz pojedynczego rozwiązania w środku. Zgromadzenie tak wielu rozwiązań na obu końcach zbioru powoduje, że są one położone blisko siebie. W takim przypadku, nawet nieznaczne wartości przedziału nierozróżnialności będą powodowały eliminację sąsiednich rozwiązań, przy czym z pewnością wystąpią zjawiska wzajemnego wykluczania oraz łańcucha eliminacji. Prezentowany zbiór stanowi bardzo dobry materiał do

testowania przygotowanych algorytmów sortowania *Metodą przedziałów nierozróżnialności*.

Wstępne wyniki sortowania analizowanego zbioru rozwiązań niezdominowanych pokazano na rys. 4.23.



Rys. 4.23. Rozmieszczenie elementów w przestrzeni kryterialnej analizowanego zbioru po sortowaniu *Metodą przedziału nierozróżnialności* przy użyciu *Hybrydowego algorytmu rozgrzewania geometrycznego*

Wzajemne bliskie położenie ocen rozwiązań niezdominowanych spowodowało, że już małe wartości przedziału nierozróżnialności powodowały znaczną redukcję liczebności podzbiorów rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności. Wartość $PN = 0,25\%$ spowodowała zmniejszenie generowanego podzbioru do 35% jego początkowej liczebności – podzbiór ROSPN liczył tylko 23 elementy, a dla $PN = 0,5\%$ aż do 21% jego początkowej liczebności – podzbiór ROSPN liczył tylko 15 elementów. Na uwagę zasługuje równomierne rozmieszczenie elementów należących do podzbioru ROSPN co widać porównując rys. 4.23 z 4.22.

4.3.5. Testowanie opracowanych algorytmów

Do przeprowadzenia testu algorytmów przygotowano 10 różnych porządków wprowadzania danych. W każdym przypadku kolejność wprowadzania uzyskano w procesie losowania bez zwracania. Testowano przydatność algorytmów: *Algorytmu jednofazowego*, *Algorytmu z korekcją przedziału nierozróżnialności*, *Algorytmu z narastającą wartością przedziału nierozróżnialności* oraz *Algorytmu z odwróconą analizą*.

Algorytm jednofazowy (JF)

Idea działania algorytmu jednofazowego została przedstawiona w podrozdziale 4.3.3.1. i na rys. 4.9. Najogólniej mówiąc rozwiązanie należące do podzbioru ocen ROSPN nie jest uprzywilejowane w trakcie porównywania dwóch rozwiązań i może zostać z niego wyeliminowane. Zbiorcze wyniki analizy zbioru testowego przy 10 różnych porządkach wprowadzania danych z wykorzystaniem algorytmu jednofazowego zamieszczono w tablicy 4.1 (kolumny 1, 3, 5).

Tablica 4.1. Liczby elementów podzbiorów ROSPN wygenerowanych przy użyciu *Algorytmu jednofazowego* oraz z *Algorytmu z korekcją przedziałów* dla różnych wartości *PN*

PN %	Średnia* liczba elementów podzbioru ocen ROSPN		Liczba elementów podzbioru ocen ROSPN			
			minimalna		maksymalna	
	JF	KPN	JF	KPN	JF	KPN
	1	2	3	4	5	6
0,25	33	25	30	24	36	27
0,50	23	15	20	14	26	17
0,75	20	11	17	10	23	14
1,00	20	11	18	10	24	12
1,25	20	10	18	9	24	11
1,50	21	9	17	8	24	10
2,00	22	9	20	8	23	10

* / po zaokrągleniu do liczby naturalnej

Widać, że sortowanie zbioru rozwiązań niezdominowanych przy użyciu tego algorytmu nie spełnia swojego zadania, ponieważ zwiększanie przedziału nierozróżnialności *PN* nie prowadzi do zmniejszenia liczby elementów wchodzących w skład generowanego podzbioru ocen ROSPN. Ta sytuacja spowodowana jest występowaniem zjawiska wzajemnego wykluczania.

Poniżej zamieszczono testowanie skuteczności algorytmów przeciwdziałających występowaniu zjawiska wzajemnego wykluczania.

Algorytm z korekcją przedziału nierozróżnialności (KPN)

Algorytm z korekcją przedziału nierozróżnialności został szczegółowo zaprezentowany w podrozdziale 4.3.3.2. W algorytmie tym, w przypadku pojawienia się zjawiska wzajemnego wykluczania następuje powtórna analiza rozwiązań wzajemnie się wykluczających przy zmniejszonej wartości PN . Zbiorcze wyniki analizy zbioru testowego przy 10 różnych porządkach wprowadzania danych pokazano w tablicy 4.1 (kolumny 2, 4, 6).

Porównanie wyników sortowania zbioru uzyskanych przy zastosowaniu *Algorytmu jednofazowego* oraz *Algorytmu z korekcją przedziału nierozróżnialności* prowadzi do konkluzji, że korekcja przedziału nierozróżnialności przynosi oczekiwany skutek, ponieważ przy zwiększeniu wartości przedziału nierozróżnialności następuje zwiększona redukcja liczebności podzbioru ROSPN.

Zastosowanie trzypoziomowej korekcji przedziału nierozróżnialności nie zawsze pozwala na całkowitą likwidację zjawiska wzajemnego wykluczania (ZWW). Analiza pośrednich wyników sortowania przy $PN=0,5\%$ umożliwiła obliczenie średniego udziału poszczególnych poziomów korekcji w likwidacji zjawiska wzajemnego wykluczania. Poziom I KPN likwidował około 55% ZWW; poziom II KPN – około 22% ZWW; poziom III KPN likwidował około 11% ZWW; a około 12% ZWW nie ulegało likwidacji. Dla wartości $PN=1\%$ uzyskano następujące wyniki: poziom I KPN likwidował około 49% ZWW; poziom II – około 20% ZWW; poziom III – około 8% ZWW; a około 23% ZWW nie ulegało likwidacji. Wzrost wartości przedziału nierozróżnialności PN powodował zwiększone „zazębianie się” analizowanych rozwiązań, w efekcie procent nie zlikwidowanych zjawisk wzajemnego wykluczania w procesie porównywania dwu analizowanych rozwiązań ulegał powiększeniu.

Algorytm rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności (ARG)

Algorytm rozgrzewania geometrycznego został szczegółowo zaprezentowany w podrozdziale 4.3.3.2. W algorytmie tym stopniowo – poprzez mniejsze wartości – dochodzi się do pierwotnej wartości PN , a podział PN wyznaczany jest według wzoru (4.5). Zbiorcze wyniki analizy zbioru testowego przy 10 różnych porządkach wprowadzania danych pokazano w tablicy 4.2 (kolumny 1, 4, 7). Analizując otrzymane wyniki widać, że zwiększenie wartości PN spowodowało eliminację większej liczby analizowanych rozwiązań i wygenerowanie podzbiorów ocen ROSPN o mniejszej liczności. Średnia liczba elementów w podzbiorach ROSPN była mniejsza niż w przypadku zastosowania algorytmu z zastosowaniem *Algorytmu z korekcją przedziału nierozróżnialności* – zobacz tablicę 4.1. Zatem testowany algorytm przyczynił się do większego wyeliminowania pojawiającego się zjawiska wzajemnego wykluczania.

Tablica 4.2. Liczebność elementów podzbiorów ocen ROSPN wygenerowanych przy użyciu: *Algorytmu rozgrzewania geometrycznego (ARG)*, *Hybrydowego algorytmu rozgrzewania geometrycznego (HARG)*, *Algorytmu rozgrzewania arytmetycznego (ARA)*, dla różnych wartości *PN*

PN %	Średnia* liczba elementów podzbioru ocen ROSPN			Liczba elementów podzbioru ocen ROSPN					
				minimalna			maksymalna		
	ARG	HARG	ARA	ARG	HARG	ARA	ARG	HARG	ARA
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,25	26	24	24	24	23	23	27	26	25
0,50	16	14	14	15	14	14	17	16	15
0,75	12	10	10	10	9	10	12	12	11
1,00	11	9	8	10	7	8	12	9	9
1,25	10	8	7	7	7	7	11	8	8
1,50	9	7	6	8	5	6	10	7	7
2,00	7	6	6	6	4	5	8	7	7

*/ po zaokrągleniu do liczby naturalnej

Hybrydowy algorytm rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności (HARG)

Podstawą *Algorytmu hybrydowego* jest *Algorytm rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności* z dołączoną procedurą korekcji przedziału nierozróżnialności w sytuacji, gdy ujawnia się zjawisko wzajemnego wykluczania (rys. 4.16). Zbiorcze wyniki analizy zbioru testowego przy 10 różnych porządkach wprowadzania danych pokazano w tablicy 4.2 (kolumny 2, 5, 8).

Zastosowanie *Hybrydowego algorytmu rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności* przyczyniło się do jeszcze skuteczniejszego wyeliminowania zjawiska wzajemnego wykluczania. Widać to wyraźnie z porównania wyników sortowania różnymi algorytmami. Uzyskano zarówno zmniejszenie liczebności elementów podzbioru ocen ROSPN przy zwiększeniu wartości przedziału nierozróżnialności, a także wygenerowane podzbiory ocen ROSPN są mniej liczne niż zbiory uzyskane po zastosowaniu *Algorytmu rozgrzewania geometrycznego* (porównaj kolumny 1 z 2; 4 z 5 oraz 7 z 8). Można więc stwierdzić, że dodatkowa analiza z wykorzystaniem algorytmu z korekcją przedziału nierozróżnialności dała pożądany skutek.

Algorytm rozgrzewania arytmetycznego przedziału nierozróżnialności (ARA)

W *Algorytmie rozgrzewania arytmetycznego przedziału nierozróżnialności* wartości mutacji rosną od najmniejszej aż do wprowadzonej przez użytkownika, poprzez stałe wartości przyrostu opisane wzorem (4.7). Zbiorcze wyniki analizy zbioru testowego przy 10 różnych porządkach wprowadzania danych pokazano w tablicy 4.2 (kolumny 3, 6, 9).

Analiza porównawcza wyników zamieszczonych w tablicy 4.2 przekonuje, że ten algorytm (ARA) generuje mniejszą średnią liczebność podzbioru ocen ROSPN niż algorytm (ARG) – kolumny 1 i 3 oraz taką samą lub mniejszą średnią liczebność podzbioru ocen ROSPN niż algorytm (HARG) – kolumny 2 i 3. Ponadto rozrzut liczebności podzbioru ocen ROSPN przy różnych porządkach wprowadzania danych jest zdecydowanie mniejszy niż w algorytmach (ARG) i (HARG) – porównaj odpowiednio kolumny 4, 7 i 5, 8 z kolumnami 6, 9.

Z porównania wyników uzyskanych przy zastosowaniu różnych testowanych algorytmów wynika, że przy użyciu *Algorytmu rozgrzewania arytmetycznego przedziału nierozróżnialności* uzyskuje się najmniej liczny podzbiór ocen ROSPN oraz największą liczbę rozwiązań powtarzających się przy różnej kolejności wprowadzania danych do analizy. Zatem algorytm ten, z pośród prezentowanych dotychczas algorytmów, jest najlepszą komputerową implementacją optymalności w sensie przedziału nierozróżnialności, ponieważ potrafi najskuteczniej ograniczyć występowanie zjawiska wzajemnego wykluczania oraz częściowo eliminować zjawisko łańcucha eliminacji.

Poniżej zamieszczono testowanie skuteczności algorytmów przeciwdziałających występowaniu zjawiska łańcucha eliminacji.

Algorytm z odwróconą analizą

Poniżej przedstawiano wyniki przeprowadzonych testów mających za zadanie sprawdzić działanie opracowanych algorytmów do wyznaczania powtarzalnych podzbiorów ocen ROSPN, czyli algorytmów mających na celu wyrugowanie zjawiska łańcucha eliminacji (opisanego w podrozdziale 4.3.3.3). W tym celu przygotowano 10 różnych porządków wprowadzania danych. Przebadano algorytmy z odwróconą analizą zbudowane na bazie: *Algorytmu z korekcją przedziału nierozróżnialności* (KPN), *Algorytmu rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności* (ARG) oraz *Algorytmu rozgrzewania arytmetycznego przedziału nierozróżnialności* (ARA). Wyniki zbiorcze testów porównawczych dla różnych wartości przedziału nierozróżnialności przedstawiono w tablicy 4.3.

Tablica 4.3. Liczebność elementów podzbiorów ocen ROSPN wygenerowanych przy użyciu algorytmu z odwróconą analizą: *Algorytmu z korekcją przedziału nierozróżnialności* (KPN), *Algorytmu rozgrzewania geometrycznego* (ARG), *Algorytmu rozgrzewania arytmetycznego* (ARA), dla różnych wartości *PN*

PN %	Algorytmy z odwróconą analizą								
	KPN			ARG			ARA		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	N _{śr.}	N ₁₀₀	N ₇₀	N _{śr.}	N ₁₀₀	N ₇₀	N _{śr.}	N ₁₀₀	N ₇₀
0,25	25,3	15	3	25,7	19	4	24,2	21	1
0,35	21,9	11	3	20,7	13	4	19,1	15	3
0,50	15,2	7	-	17,2	10	1	14,1	11	3

N_{śr.} – średnia liczba elementów podzbioru ocen ROSPN,

N₁₀₀ – liczba elementów występujących we wszystkich podzbiórach ocen ROSPN,

N₇₀ – liczba elementów występujących przynajmniej w 70% podzbiórów ocen ROSPN.

Analizując wyniki zawarte w tablicy 4.3 można stwierdzić, że algorytmy rozgrzewania przedziału nierozróżnialności dają zdecydowanie lepsze wyniki, niż algorytm z KPN – obejrzyj kolumnę 2 wraz z kolumnami 5 i 8. Porównanie między sobą *Algorytmów rozgrzewania przedziału nierozróżnialności* prowadzi do konkluzji, że algorytm ARA jest zdecydowanie lepszy niż algorytm ARG, ponieważ powtarzalność elementów w podzbiórze ocen dla różnych porządków wprowadzania danych jest zdecydowanie większa (porównaj kolumny 5 i 8 oraz łącznie kolumny 5 i 6 w odniesieniu do kolumny 4 i kolumny 8 i 9 w odniesieniu do kolumny 7).

Algorytmy rozgrzewania przedziału nierozróżnialności do wyznaczania podzbiorów ocen rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności prowadzą do trwałego wyeliminowania wielu rozwiązań niezdominowanych. W rozważanym przykładzie obliczeniowym uzyskano podzbiór ocen ROSPN o wysokiej powtarzalności elementów przy różnych porządkach wprowadzania danych do analizy. Należy jednak zauważyć, że w kolumnach 6 i 9 znajdują się informacje o liczbie rozwiązań, które nie zawsze pojawiają się w podzbiórze ocen ROSPN. Oznacza to, że zjawisko łańcuch eliminacji nie zostało do końca wyeliminowane.

Algorytm z wielokrotną analizą odwróconą

Na koniec przebadano działanie *Algorytmu z wielokrotną analizą odwróconą*, który został zaprezentowany w podrozdziale 4.3.3.3, a jego ideowy schemat działania na rys. 4.20. Algorytm zbudowano na bazie *Algorytmu rozgrzewania*

arytmetycznego przedziału nierozróżnialności, ponieważ z przeprowadzonych wcześniejszych testów wynikało, że najlepiej eliminuje występowanie zjawiska wzajemnego wykluczania. Badany algorytm w fazie I generował i zapamiętywał zawartości podzbiorów ocen rozwiązań odrzuconych (te, które nie znalazły się w podzbiórach ocen ROSPN) dla 10 różnych porządków wprowadzania danych. W fazie II tworzył końcowy podzbiór ocen rozwiązań odrzuconych, a w fazie III wyznaczał podzbiór ocen ROSPN jako różnicę zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych i końcowego podzbioru rozwiązań odrzuconych. Wyniki zbiorcze testów porównawczych dla różnych wartości przedziału nierozróżnialności przedstawiono w tablicy 4.4.

Tablica 4.4. Liczebność elementów podzbiorów ocen ROSPN wygenerowanych przy użyciu algorytmu z wielokrotną analizą odwróconą dla różnych wartości PN

PN %		Porządki pobierania danych do analizy									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,25	Faza										
	I	Liczebność podzbiorów ocen odrzuconych									
		43	42	41	43	42	41	41	42	41	42
	II	40 ocen występowało w każdym podzbiórze									
III	Liczebność podzbioru ocen ROSPN: $66 - 40 = 26$										
0,35	Faza										
	I	Liczebność podzbiorów ocen odrzuconych									
		48	47	45	49	47	48	46	47	46	47
	II	44 oceny występowały w każdym podzbiórze									
III	Liczebność podzbioru ocen ROSPN: $66 - 44 = 22$										
0,50	Faza										
	I	Liczebność podzbiorów ocen odrzuconych									
		53	51	51	54	53	51	51	52	51	53
	II	50 ocen występowało w każdym podzbiórze									
III	Liczebność podzbioru ocen ROSPN: $66 - 50 = 16$										

4.3.6. Uwagi końcowe dotyczące *Metody przedziału nierozróżnialności*

Przedstawiona *Metoda przedziału nierozróżnialności* realizuje wprowadzone pojęcie optymalności w sensie przedziału nierozróżnialności, które ma prostą i zrozumiałą interpretację fizyczną w problematyce technicznej. Dzięki zastosowaniu zmodyfikowanej mutacji metoda ta umożliwia eliminację wariantów, których oceny mieszczą się np. w granicy błędu modeli matematyczno-fizycznych opisujących tworzoną konstrukcję lub w granicy błędu pomiaru miernika służącego do wyznaczenia wartości wielkości konstrukcyjnej. Dzięki przeprowadzonemu sortowaniu uzyskuje się podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności o znacznie mniejszej liczebności.

W celu prawidłowego działania *Metody przedziału nierozróżnialności* zbudowano różne algorytmy do przeprowadzenia sortowania analizowanych rozwiązań, które efektywnie eliminują negatywne zjawiska powstające w procesie obliczeniowym: zjawisko wzajemnego wykluczania oraz zjawisko łańcucha eliminacji. Przeprowadzone testy działania zbudowanych algorytmów potwierdziły skuteczność zastosowanych w nich mechanizmów pokonywania powstających negatywnych zjawisk, dzięki czemu zawartość uzyskiwanego podzbiór ocen rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności nie jest zależna od kolejności pobierania danych do analizy.

Należy również podkreślić, że zastosowanie sortowania *Metodą przedziału nierozróżnialności* generuje podzbiór ocen rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności, którego elementy równomiernie pokrywają cały obszar przestrzeni kryterialnej zajmowanej przez elementy zbioru rozwiązań niezdominowanych.

Metoda przedziałów nierozróżnialności jest trzecią metodą *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* i nie powinna nadmiernie redukować liczby wariantów analizowanego zbioru rozwiązań niezdominowanych, co ma miejsce w przypadku przyjęcia do obliczeń zbyt dużych wartości przedziału nierozróżnialności *PN*.

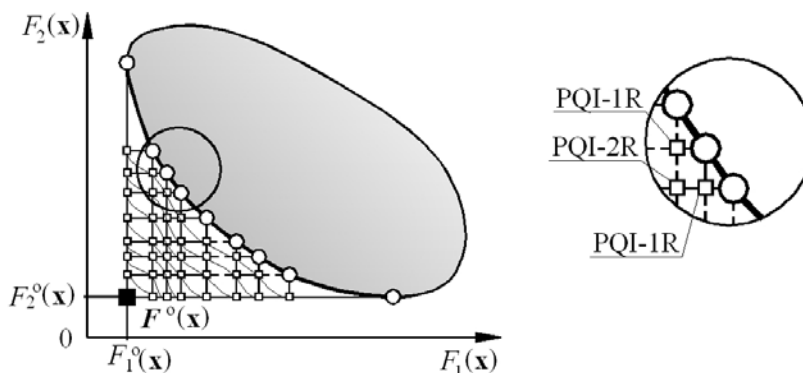
4.4. Wybór rozwiązań Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych

4.4.1. Pojęcia podstawowe

Dodatkowe punkty charakterystyczne

W podrozdziale 2.2 przedstawiono informacje o punktach zdefiniowanych w przestrzeni kryterialnej, które zostały opisane w literaturze przedmiotu. Przy tworzeniu koncepcji działania *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* (MWRK) powstała konieczność zdefiniowania dodatkowych punktów charakterystycznych. Autor przedstawił te zagadnienia w pracy [82]. Poniżej zamieszczono jedynie opis nadeżnych punktów idealnych, które są konieczne do realizacji powyższej metody.

Autor niniejszej pracy proponuje wprowadzenie punktów quasi idealnych. Na rys. 4.24 przedstawiono położenie punktów quasi idealnych dla przypadku dwukrotnej minimalizacji [84]. Punkty te powstają przez skojarzenie składowych ocen ze zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych.



Rys. 4.24. Rozmieszczenie punktów quasi idealnych w przestrzeni dwukryterialnej:

■ – punkt idealny, □ – punkty quasi idealne, ○ – oceny niezdominowane

W zbiorze punktów quasi idealnych można wyodrębnić następujące nowe punkty charakterystyczne:

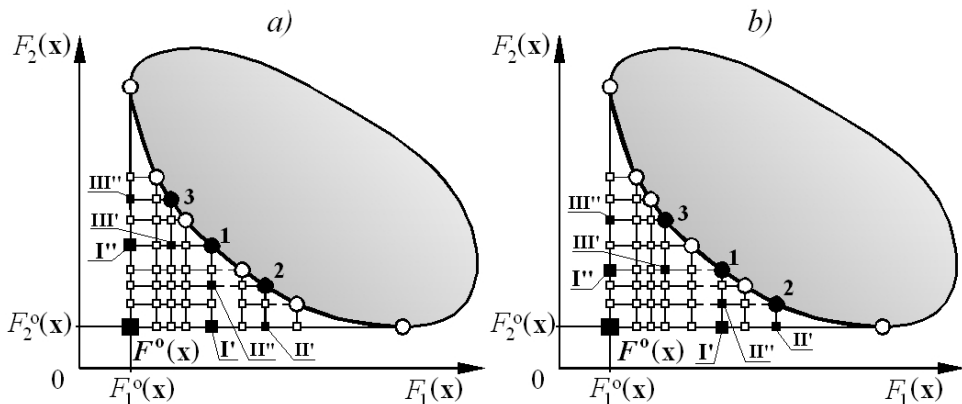
- **lokalne punkty idealne** (punkty quasi idealne 1 rzędu PQI-1R) – definiowane jako punkty idealne dla najbliższych, w sensie stosowanej normy, ocen niezdominowanych,

- **punkty quasi idealne 2 rzędu (PQI-2R)** – definiowane jako punkty idealne dla najbliższych, w sensie stosowanej normy, punktów quasi idealnych 1 rzędu,
- **punkty quasi idealne kolejnych rzędów** – definiowane jako punkty idealne dla najbliższych, w sensie stosowanej normy, punktów quasi idealnych rzędu poprzedniego.

Splajny oraz łuki pokazane na rys. 4.24 łączą punkty quasi idealne należące do tego samego rzędu. Punkty quasi idealne posłużyły do zdefiniowania nadążnych punktów idealnych, wykorzystywanych w *Metodzie wyznaczania rozwiązań kompromisowych*.

Nadążne punkty idealne [78,84] są pewnym podzbiorem punktów quasi idealnych. Najogólniej mówiąc, nadążne punkty idealne powstają w wyniku operacji krzyżowania składowych ocen rozwiązania kompromisowego wyznaczonego ze zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych i składowych odpowiedniego punktu idealnego, który posłużył do wyznaczenia tego rozwiązania. Właściwością tych punktów jest to, że przesuwały się one zawsze do brzegu zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych.

Rys. 4.25 pokazuje położenie nadążnych punktów idealnych w przestrzeni dwuwymiarowej przy różnych ocenach kompromisowych, wyznaczonych ze zbioru ocen niezdominowanych. Ocenę rozwiązania kompromisowego **1** wyznaczają nadążne punkty idealne I' i I'' , zaś oceny rozwiązań kompromisowych **2** i **3** wyznaczają odpowiednio nadążne punkty idealne II' , II'' oraz III' i III'' .



Rys. 4.25. Rozmieszczenie nadążnych punktów idealnych w przestrzeni dwukryterialnej przy różnych ocenach kompromisowych: ● – oceny rozwiązań kompromisowych, □ – punkty quasi idealne, ■ – nadążne punkty idealne

Funkcja dystansowa

Do wyznaczenia rozwiązań kompromisowych w przestrzeni kryterialnej zastosowano funkcję dystansową. Zagadnienia te zostały szerzej przedstawione w poprzedniej pracy autora [82] i w innych pozycjach literaturowych [104,129, 178]. W *Metodzie wyznaczania rozwiązań kompromisowych* użyto funkcji dystansowej z normą Czebyszewa gdy $\mathbf{r} \rightarrow +\infty$, co prowadzi do zadania optymalizacji przedstawionego jako zależność

$$\rho[F(\mathbf{x})] = \min_{k \in N} \max_{j \in J} \left\{ \omega_j \frac{|F_j^o(\mathbf{x}) - F_j^k(\mathbf{x})|}{|F_j^o(\mathbf{x})|} \right\} \quad (4.10)$$

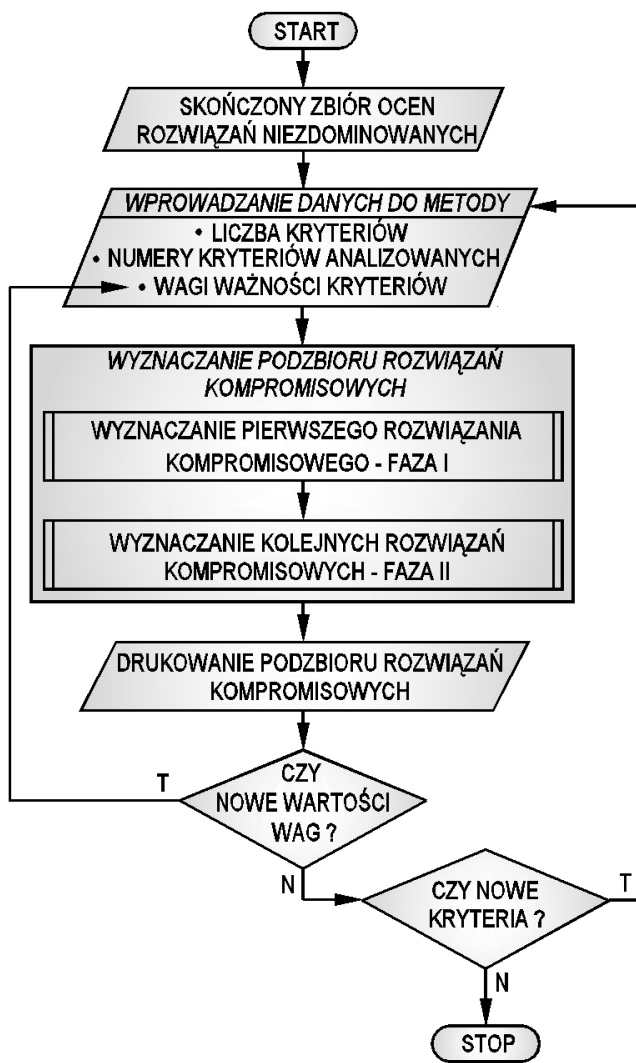
gdzie

- ω_j – „waga” j -tego kryterium oceny, $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$,
- $j = 1, 2, \dots, n$ – zbiór indeksów rozpatrywanych kryteriów,
- $k = 1, 2, \dots, p$ – zbiór indeksów rozpatrywanych wariantów (rozwiązań niezdominowanych),
- $F_j^o(\mathbf{x})$ – j -ta składowa punktu idealnego,
- $F_j^k(\mathbf{x})$ – j -ta składowa wektora kryteriów wariantu k .

Metodę min-max z wagami wielokrotnie stosował w swoich pracach Osyczka [104]. W myśl tej koncepcji najlepsze rozwiązanie kompromisowe to takie, które powoduje, że maksymalne odchylenia od punktu idealnego są możliwie najmniejsze dla wszystkich składowych wektora kryteriów. Metoda min-max reprezentuje więc strategię pesymisty, przyjmując założenie, że konstrukcja jest tak mocna, jak jej najsłabszy element [108]. Tak wyznaczone rozwiązanie kompromisowe \mathbf{x}^* jest niezależne od jednostek wyrażających składowe wektora kryteriów. Należy zwrócić uwagę, że w zależności (4.10) uwzględniono współczynnik ω_j . Projektant może więc wpływać na uzyskane rozwiązanie kompromisowe wprowadzając własne preferencje dla poszczególnych składowych wektora kryteriów. Współczynniki ω_j nie odpowiadają jednak „wagom” stosowanym w metodach skalaryzacji (ważenia poszczególnych składników wektora kryteriów), ponieważ są wprost skolerowane z ważnością składowych wektora kryteriów.

4.4.2. Budowa i zasada działania metody

Metoda wyznaczania rozwiązań kompromisowych dąży do wyznaczenia „rozwiązania najlepszego” lub podzbioru „rozwiązań najlepszych” [72,73], opierając się na analizie relacji dominowania w zbiorze wektorowych wartości wskaźników (funkcji kryteriów). Na rys. 4.26 pokazano ogólny schemat blokowy metody.



Rys. 4.26. Ogólny schemat blokowy Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych

Metoda wyznaczania rozwiązań kompromisowych stosuje tzw. optymalizację docelową stosując funkcję dystansową z normą Czebyszewa (zależność 4.10). Optymalizacja docelowa polega na tym, że dąży się do rozwiązania, które byłoby najlepsze, ale nie spełnia ograniczeń. W tym celu wyznaczany jest wektor idealny $F^o(\mathbf{x}) = [F^o_1(\mathbf{x}), F^o_2(\mathbf{x}), \dots, F^o_n(\mathbf{x})]^T$ w rozpatrywanym skończonym zbiorze rozwiązań niezdominowanych. W przypadku, gdy wszystkie składowe wektora kryteriów $F(\mathbf{x}) = [F_1(\mathbf{x}), F_2(\mathbf{x}), \dots, F_n(\mathbf{x})]^T$ są minimalizowane, wektor idealny $F^o(\mathbf{x}) = [F^o_1(\mathbf{x}), F^o_2(\mathbf{x}), \dots, F^o_n(\mathbf{x})]^T$ tworzony jest poprzez poszukiwanie niezależnego minimum dla każdego kryterium oceny (zależność 2.10 w podrozdziale 2.2). Należy podkreślić, że zdefiniowany w ten sposób wektor idealny odzwierciedla wartości ocen rozwiązań niezdominowanych wchodzących w skład tego podzbioru. Jest więc jedną z wielkości opisujących ten podzbiór.

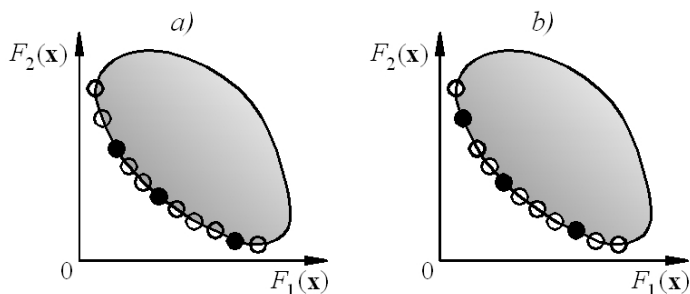
Zastosowanie funkcji dystansowej z normą Czebyszewa do wyznaczania rozwiązania kompromisowego w środowisku osób zajmujących się optymalizacją nosi również nazwę metody min-max lub metody min-max z wagami (w tym przypadku należy wprowadzić wartości wag określające ważność poszczególnych składowych rozpatrywanego wektora kryteriów). Należy zwrócić uwagę, że wagi kryteriów w opisanej metodzie odnoszą się do wielkości bezwymiarowych. Stąd też ich wartości odwzorowują preferencje, nadawane poszczególnym kryteriom oceny. Odróżnia to w zasadniczy sposób przedstawione postępowanie od klasycznej metody skalaryzacji problemu wielokryterialnego, w którym następuje agregacja wielu kryteriów w jedno kryterium globalne.

W prezentowanej *Metodzie wyznaczania rozwiązań kompromisowych* – dzięki wykorzystaniu operacji krzyżowania – istnieje możliwość wyznaczania podzbioru „rozwiązań najlepszych” przy zastosowaniu tej samej funkcji dystansowej (stosując metodę w wersji min-max lub min-max z wagami) i tych samych preferencji dla analizowanych kryteriów (przyjęty zbiór wag ω_j). Możliwość ta w znaczący sposób odróżnia prezentowaną metodę od innych znanych metod analizy wielokryterialnej. Operacja krzyżowania jest narzędziem charakterystycznym dla algorytmów genetycznych i ewolucyjnych. W zadaniach optymalizacji wielokryterialnej krzyżowanie dotyczy części składowych wektora zmiennych decyzyjnych. Dzięki temu powstają nowe rozwiązania, które należy sprawdzić pod kątem przynależności do zbioru rozwiązań dopuszczalnych, a następnie obliczyć wartości kryteriów i porównać je z ocenami rozwiązań ze zbioru ocen niezdominowanych. W zależności od powstałej sytuacji, nowe rozwiązania są dopisywane do istniejącego już zbioru rozwiązań niezdominowanych (przy okazji mogą eliminować z niego inne rozwiązania) albo odrzucane.

W zadaniach wyboru decydent dysponuje skończonym zbiorem rozwiązań dopuszczalnych lub niezdominowanych i nie może generować nowych rozwiązań. Posiadany przez niego zbiór jest zbiorem nierewidowalnym, o czym pisano w rozdziale 1. Dlatego operacja krzyżowania przebiega między składowymi

wyznaczonego rozwiązania kompromisowego i składowymi punktu idealnego, który umożliwił wyznaczenie tego rozwiązania. Wygenerowane w ten sposób nowe punkty idealne zwane dalej nadążnymi punktami idealnymi, mogą pełnić funkcję punktów referencyjnych lub punktów odniesienia w kolejnych obliczeniach. Operacja krzyżowania umożliwia uzyskanie wielu punktów odniesienia, względem których wyznaczane są dalsze rozwiązania kompromisowe.

Przykładowe warianty (●) podzbiorów ocen rozwiązań kompromisowych – gdy oba kryteria są tak samo ważne oraz gdy przyjęte wagi ω_j preferują kryterium F_1 , przedstawiono na rys. 4.27. Przy minimalizacji obu kryteriów w tym drugim przypadku następuje wskazanie takich rozwiązań, których oceny kryterium bardziej preferowanego przyjmują wartości mniejsze niż przy takiej samej ważności obu kryteriów.



Rys. 4.27. Warianty kompromisowe ● przy dwukryterialnej minimalizacji: a) przy równoważności obu kryteriów; b) przy większej ważności kryterium pierwszego, $\omega_1 > \omega_2$

Metoda wyznaczania rozwiązań kompromisowych składa się z dwóch faz:

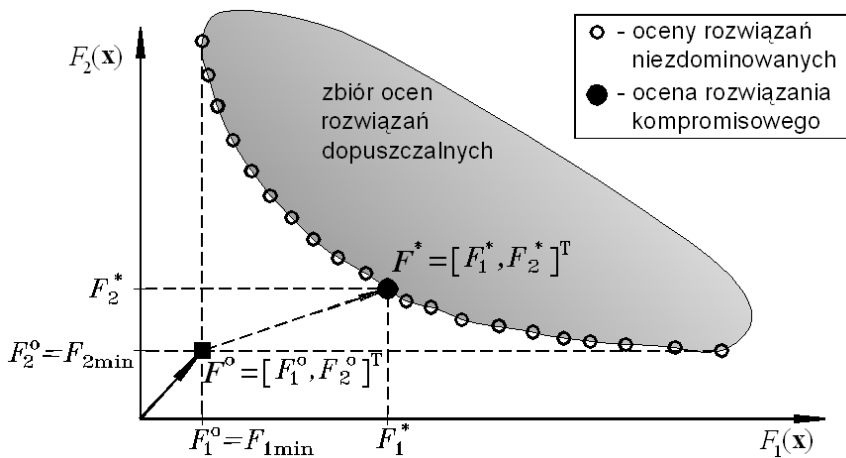
- Faza I obejmuje wyznaczenie pierwszego rozwiązania kompromisowego ze zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych. Program wyznacza najpierw wektor idealny a następnie na jego podstawie rozwiązanie kompromisowe. Na koniec algorytm usuwa wyznaczone rozwiązanie kompromisowe ze zbioru rozwiązań niezdominowanych, a tym samym ze zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych usuwana jest ocena rozwiązania kompromisowego;
- Faza II wyznacza dalsze rozwiązania kompromisowe. W tym celu przeprowadza się najpierw operację krzyżowania i generuje nadążne punkty idealne, następnie wykonywany jest podział podzbioru ocen rozwiązań niezdominowanych na kolejne podzbiory przy użyciu wyznaczonych nadążnych punktów idealnych, a w kolejnym kroku wyznaczane są nowe rozwiązania kompromisowe w poszczególnych podzbiorach. Następnie wykonuje się ich przegląd i sprawdza warunek zakończenia procedury

obliczeniowej metody. Gdy warunek zostaje spełniony drukowane są końcowe rezultaty przeprowadzonych obliczeń, w przeciwnym razie usuwane są wyznaczone rozwiązania kompromisowe z poszczególnych podzbiorów rozwiązań niezdominowanych i faza druga jest kontynuowana poczynając od wykonania nowej operacji krzyżowania.

W dalszej części pracy „rozwiązanie najlepsze” nazywane jest rozwiązaniem kompromisowym, zaś podzbiór „rozwiązań najlepszych” przyjmuje nazwę podzbioru rozwiązań kompromisowych.

4.4.3. Faza I – wyznaczanie pierwszego rozwiązania

W fazie pierwszej wyznaczane jest tylko jedno rozwiązanie kompromisowe, którego ocenę oznaczono przez $F^*(\mathbf{x}) = [F_1^*(\mathbf{x}), F_2^*(\mathbf{x}), \dots, F_n^*(\mathbf{x})]^T$, stosując funkcję dystansową z normą Czebyszewa. Ilustrację graficzną tej fazy przedstawia rys. 4.28 (na rys. zastosowano zapis skrócony, zamiast $F^*(\mathbf{x})$, $F^o(\mathbf{x})$ czy $F_1^*(\mathbf{x})$, użyto odpowiednio: F^* , F^o , F_1^* , itd.).

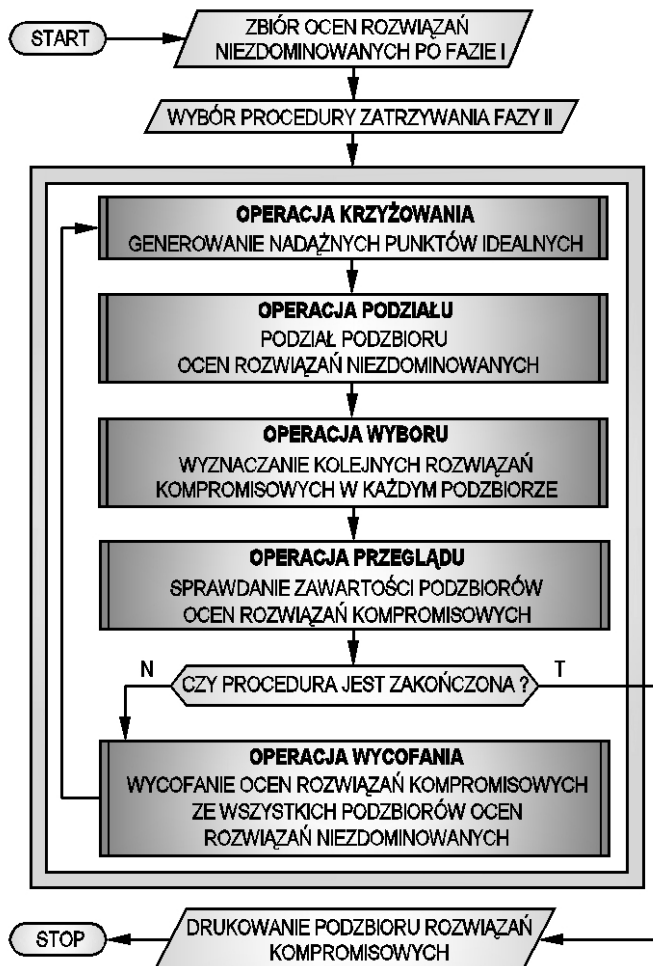


Rys. 4.28. Przykładowa ilustracja działania fazy I *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* dla przypadku dwukryterialnej minimalizacji: wyznaczanie wektora idealnego (F^o); wyznaczanie pierwszego rozwiązania kompromisowego (F^*)

Wyznaczone rozwiązanie kompromisowe zazwyczaj jest zależne od wartości wag przypisanych poszczególnym składowym wektora kryterium oraz od sposobu rozłożenia ocen rozwiązań niezdominowanych w utworzonym zbiorze. Fazę pierwszą kończy usunięcie rozwiązania kompromisowego z analizowanego zbioru rozwiązań niezdominowanych.

4.4.4. Faza II – wyznaczanie kolejnych rozwiązań

W fazie II można uzyskać kolejne rozwiązania kompromisowe: $F^{*1}(\mathbf{x})$, $F^{*2}(\mathbf{x})$, ..., $F^{*k}(\mathbf{x})$, przy zachowaniu wartości wag ω_j z fazy I. Liczba uzyskiwanych rozwiązań zależy od wyboru sposobu zatrzymania procedury obliczeniowej. Poszukiwanie rozwiązań kompromisowych w tej fazie podzielono na operacje, które powtarzane są aż do uruchomienia procedury zakończenia pracy programu, rys. 4.29.



Rys. 4.29. Schemat blokowy działania fazy II *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*

Z analizy schematu widać, że nie zmienia się wielkości wprowadzonych na początku uruchomienia metody. Wszystkie wielkości z fazy pierwszej są zachowane.

Procedury zatrzymania MWRK

W *Metodzie wyznaczania rozwiązań kompromisowych* przewidziano kilka sposobów zakończenia procedury poszukiwawczej. Obejmują one:

- (i) – określenie liczby etapów poszukiwań,
- (ii) – określenie liczby elementów wyznaczanego podzbioru rozwiązań kompromisowych,
- (iii) – określenie liczby elementów w podzbiore, w którym wyznaczone jest rozwiązanie kompromisowe,
- (iv) – automatyczne zakończenie programu.

Automatyczne zakończenie programu łączy w sobie trzy pierwsze sposoby zatrzymania procedury MWRK. Na podstawie liczebności zbioru rozwiązań niezdominowanych oraz wymiaru wektora kryteriów obliczane są:

- maksymalna liczba etapów poszukiwania (tak, aby nie nastąpiło przekroczenie zadeklarowanych rozmiarów macierzy do przechowywania obliczanych wielkości),
- maksymalna liczba elementów podzbioru rozwiązań kompromisowych,
- minimalna liczba elementów podzbioru, w którym wyznaczone jest rozwiązanie kompromisowe (gdy analizowany podzbiór zawiera mniej elementów niż zadeklarowana/obliczona wartość, to podzbiór taki jest pomijany i rozwiązanie kompromisowe nie jest wyznaczone).

Automatyczne zatrzymanie procedury następuje po przekroczeniu jednego z obliczanych parametrów.

W każdym etapie fazy II wykonywane są następujące działania:

- operacja krzyżowania – generowanie nadażnych punktów idealnych,
- operacja podziału – podział podzbioru ocen rozwiązań niezdominowanych,
- operacja wyboru – wyznaczanie rozwiązań kompromisowych w każdym z utworzonych podzbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych,
- operacja przeglądu – sprawdzenie zawartości podzbiorów rozwiązań kompromisowych,
- operacja wycofania – wycofanie ocen rozwiązań kompromisowych ze wszystkich podzbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych.

Operacja krzyżowania – generowanie nadążnych punktów idealnych

Nadążne punkty idealne generowane są dzięki zastosowaniu operacji krzyżowania. Punktem wyjścia w proponowanym podejściu jest wyznaczenie punktu idealnego oraz wygenerowanie rozwiązania kompromisowego $\mathbf{F}^*(\mathbf{x}) = [F_1^*(\mathbf{x}), F_2^*(\mathbf{x}), \dots, F_n^*(\mathbf{x})]^T$ wg zależności (4.10). W fazie I, krzyżując składowe punktu idealnego – $\mathbf{F}^o(\mathbf{x})$ i składowe ocen pierwszego rozwiązania kompromisowego – $\mathbf{F}^*(\mathbf{x})$, generuje się \mathbf{n} nadążnych punktów idealnych rzędu I, zgodnie z zależnością (4.11)

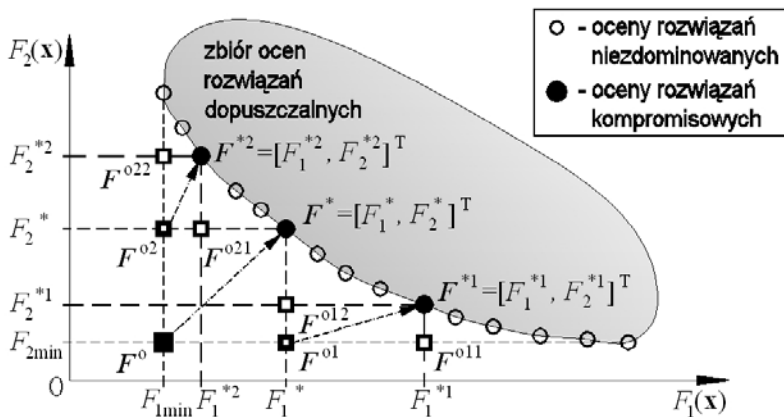
$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{o1}(\mathbf{x}) &= [F_1^*(\mathbf{x}), F_2^o(\mathbf{x}), \dots, F_n^o(\mathbf{x})]^T \\ \mathbf{F}^{o2}(\mathbf{x}) &= [F_1^o(\mathbf{x}), F_2^*(\mathbf{x}), \dots, F_n^o(\mathbf{x})]^T \\ &(\dots) \\ \mathbf{F}^{on}(\mathbf{x}) &= [F_1^o(\mathbf{x}), F_2^o(\mathbf{x}), \dots, F_n^*(\mathbf{x})]^T \end{aligned} \quad (4.11)$$

Nadążne punkty idealne rzędu II wyznaczane są w pierwszej operacji krzyżowania fazy II przez krzyżowanie składowych odpowiedniego nadążnego punktu idealnego rzędu I i odpowiadające mu składowe ocen rozwiązania kompromisowego. W przypadku, gdy każdy nadążny punkt idealny przyczynia się do wyznaczenia rozwiązania kompromisowego, całkowita liczba nadążnych punktów idealnych rzędu II będzie równa $\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}$, co przedstawia zależność (4.12)

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{o11}(\mathbf{x}) &= [F_1^{*1}(\mathbf{x}), F_2^{o1}(\mathbf{x}), \dots, F_n^{o1}(\mathbf{x})]^T \\ \mathbf{F}^{o12}(\mathbf{x}) &= [F_1^{o1}(\mathbf{x}), F_2^{*1}(\mathbf{x}), \dots, F_n^{o1}(\mathbf{x})]^T \\ &(\dots) \\ \mathbf{F}^{o1n}(\mathbf{x}) &= [F_1^{o1}(\mathbf{x}), F_2^{o1}(\mathbf{x}), \dots, F_n^{*1}(\mathbf{x})]^T \\ \\ \mathbf{F}^{o21}(\mathbf{x}) &= [F_1^{*2}(\mathbf{x}), F_2^{o2}(\mathbf{x}), \dots, F_n^{o2}(\mathbf{x})]^T \\ \mathbf{F}^{o22}(\mathbf{x}) &= [F_1^{o2}(\mathbf{x}), F_2^{*2}(\mathbf{x}), \dots, F_n^{o2}(\mathbf{x})]^T \\ &(\dots) \\ \mathbf{F}^{o2n}(\mathbf{x}) &= [F_1^{o2}(\mathbf{x}), F_2^{o2}(\mathbf{x}), \dots, F_n^{*2}(\mathbf{x})]^T \\ \\ \mathbf{F}^{on1}(\mathbf{x}) &= [F_1^{*n}(\mathbf{x}), F_2^{on}(\mathbf{x}), \dots, F_n^{on}(\mathbf{x})]^T \\ \mathbf{F}^{on2}(\mathbf{x}) &= [F_1^{on}(\mathbf{x}), F_2^{*n}(\mathbf{x}), \dots, F_n^{on}(\mathbf{x})]^T \\ &(\dots) \\ \mathbf{F}^{onn}(\mathbf{x}) &= [F_1^{on}(\mathbf{x}), F_2^{on}(\mathbf{x}), \dots, F_n^{*n}(\mathbf{x})]^T \end{aligned} \quad (4.12)$$

W analogiczny sposób w kolejnych etapach fazy II, przez operację krzyżowania odpowiednich składowych nadążnych punktów idealnych wcześniejszego rzędu i odpowiadających im składowych ocen rozwiązań kompromisowych, wyznaczane są nadążne punkty idealne kolejnych rzędów.

Rozmieszczenie nadążnych punktów idealnych rzędu I i II względem ocen rozwiązań niezdominowanych oraz ocen rozwiązań kompromisowych, przedstawiono na rys. 4.30 (na tym i kolejnych rysunkach zastosowano zapis skrócony, zamiast $F^*(\mathbf{x})$, $F_1^*(\mathbf{x})$, $F^0(\mathbf{x})$ czy $F^{01}(\mathbf{x})$, użyto odpowiednio: F^* , F_1^* , F^0 , F^{01} , itd.).



Rys. 4.30. Ilustracja działania fazy II Metody Wyznaczania Rozwiązań Kompromisowych dla przypadku dwukryterialnej minimalizacji – operacja krzyżowania: \blacksquare – nadążne punkty idealne rzędu I (F^{01} , F^{02}), \blacksquare – nadążne punkty idealne rzędu II (F^{011} , F^{012} , F^{021} , F^{022})

Na rys. 4.30 można prześledzić poszczególne etapy działania operacji krzyżowania. Po obliczeniu punktu idealnego przy zastosowaniu funkcji dystansowej (zależność 4.10) wyznaczano rozwiązanie kompromisowe (co pokazano ideowo strzałką), jego ocena została oznaczona jako $F^* = [F_1^*, F_2^*]^T$. Zastosowanie operacji krzyżowania (zależność 4.11) prowadzi do wygenerowania dwóch nadążnych punktów idealnych rzędu I: F^{01} oraz F^{02} . Ponowne zastosowanie funkcji dystansowej powoduje, że każdy z tych punktów umożliwia nam wyznaczenie kolejnych rozwiązań kompromisowych (odpowiednie strzałki pokazują to na rysunku). Nadążny punkt idealny F^{01} wyznacza rozwiązanie kompromisowe, którego ocenę oznaczono przez $F^{*1} = [F_1^{*1}, F_2^{*1}]^T$, zaś nadążny punkt idealny F^{02} wyznacza rozwiązanie kompromisowe, którego ocenę oznaczono przez $F^{*2} = [F_1^{*2}, F_2^{*2}]^T$. Kolejne zastosowanie operacji krzyżowania

(zależność 4.12) prowadzi do wygenerowania dalszych nadążnych punktów idealnych. Skojarzenie oceny rozwiązania kompromisowego F^{*1} oraz nadążnego punktu idealnego F^{01} prowadzi do wygenerowania nowych nadążnych punktów idealnych rzędu II: F^{011} oraz F^{012} . Skojarzenie zaś F^{*2} oraz F^{02} prowadzi do wygenerowania nowych nadążnych punktów idealnych rzędu II: F^{021} oraz F^{022} .

Należy zwrócić uwagę na fakt, że wygenerowane nadążne punkty idealne wszystkich rzędów nigdy nie są zdominowane przez istniejące (rozpatrywane) oceny rozwiązań niezdominowanych. Poza tym, położenie tych punktów jest w miarę równomierne w odniesieniu do brzegu zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych. Nadążne punkty idealne wyższych rzędów leżą bliżej wspomnianego brzegu niż nadążne punkty idealne niższych rzędów, przez co oddziałują na mniejszą liczbę rozwiązań niezdominowanych.

Operacja podziału – podział podzbioru rozwiązań niezdominowanych

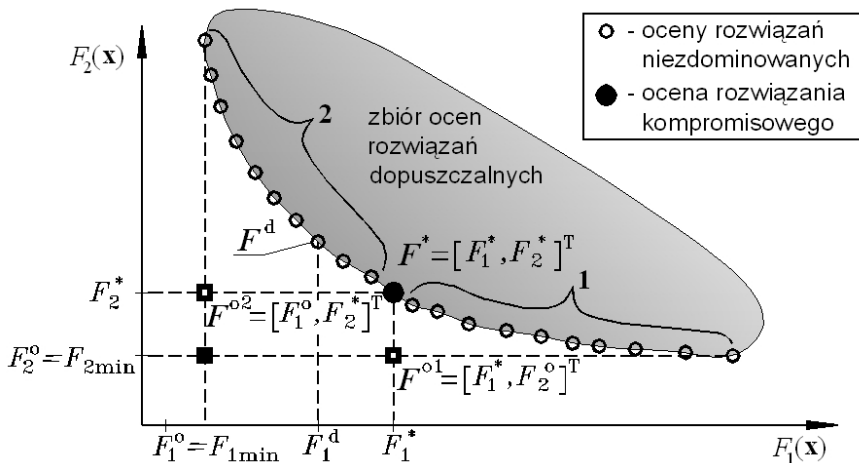
Nadążne punkty idealne, powstające w sposób zautomatyzowany w operacji krzyżowania, dzięki opisanym powyżej właściwościom są wykorzystywane do przeprowadzenia selekcji zbioru (podzbioru) rozwiązań niezdominowanych z wykorzystaniem *Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego* (ZMPR opisano w podrozdziale 4.2.2).

Dla każdego nowego nadążnego punktu idealnego F^{oj} , wyszukuje się ze zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych te rozwiązania, dla których dany wektor F^{oj} jest wektorem idealnym. W ten sposób otrzymuje się j podzbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych. W dwuwymiarowej przestrzeni kryterialnej ($J=2$) powstają podzbiory rozłączne, tzn. żaden element jednego podzbioru nie należy do drugiego, co obrazuje rys. 4.31. Gdy $J > 2$, w większości przypadków, nie można uzyskać podzbiorów rozłącznych i niektóre rozwiązania będą występowały w kilku, maksymalnie w $J-1$ podzbiórach.

Przykładowo, rozważmy oceny rozwiązania $F^d(\mathbf{x}) = [F_1^d(\mathbf{x}), F_2^d(\mathbf{x}), \dots, F_n^d(\mathbf{x})]^T$ oraz nadążny punkt idealny $F^{0l}(\mathbf{x}) = [F_1^{0l}(\mathbf{x}), F_2^{0l}(\mathbf{x}), \dots, F_n^{0l}(\mathbf{x})]^T$. Wariant opisany ocenami $F^d(\mathbf{x})$ nie należy do podzbioru ocen rozwiązań niezdominowanych gdzie nadążny punkt idealny wyrażony jest przez wektor $F^{0l}(\mathbf{x})$, gdy dla pewnego $l = 1, 2, \dots, n$ spełniona jest nierówność

$$F_l^d(\mathbf{x}) < F_l^{0l}(\mathbf{x}) \quad (4.13)$$

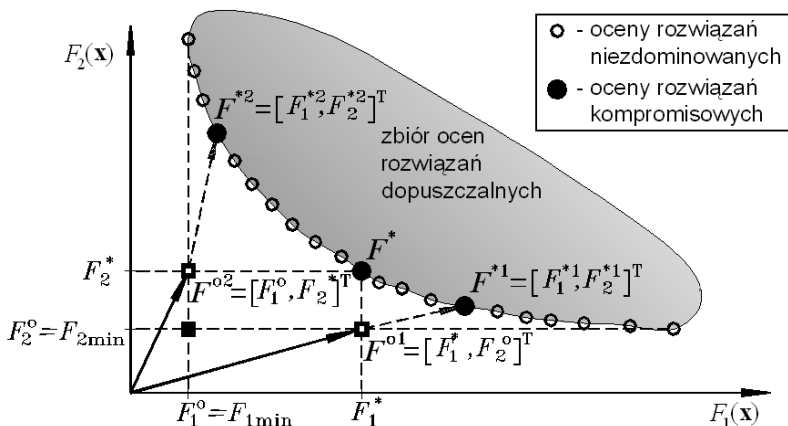
Na rys. 4.31 nie trudno zauważyć, że składowa F_1^d oceny wariantu F^d spełnia nierówność (4.13) w odniesieniu do składowej F_1^{01} nadążnego punktu idealnego F^{01} , dlatego wariant ten nie należy po podziale do podzbioru ocen rozwiązań niezdominowanych oznaczonych jako 1.



Rys. 4.31. Ilustracja działania fazy II Metody Wyznaczania Rozwiązań Kompromisowych dla przypadku dwukryterialnej minimalizacji – operacja podziału zbioru ocen rozwiązań niezdominowanych na podzbiory nr 1 i nr 2 przy użyciu ZMPR

Operacja wyboru – wyznaczenie rozwiązań kompromisowych w każdym z utworzonych podzbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych

W każdym z podzbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych, które powstały po podziale zbioru (podzbiorów) ocen rozwiązań niezdominowanych wyznaczone jest jedno rozwiązanie kompromisowe przy użyciu tej samej funkcji dystansowej, którą zastosowano w fazie I, co ilustruje rys. 4.32. Nadążny wektor idealny F^{o1} po zastosowaniu funkcji dystansowej (zależność 4.10) umożliwia wyznaczenie rozwiązania kompromisowego, którego ocenę oznaczono przez F^{*1} . Także nadążny wektor idealny F^{o2} po zastosowaniu funkcji dystansowej wyznacza rozwiązania kompromisowe o ocenie oznaczonej przez F^{*2} . Teoretycznie generowanych jest tyle rozwiązań kompromisowych, ile podzbiorów powstało po podziale (w etapie pierwszym będzie to J rozwiązań, zaś w etapie drugim – J·J). W praktyce może ich być znacznie mniej. Dzieje się tak na przykład wtedy, gdy zadziała procedura zatrzymania, która analizuje liczebność elementów w rozpatrywanym podzbiore. Zbyt mała liczba elementów powoduje, że rozwiązanie kompromisowe nie jest wyznaczone. W sytuacji, gdy liczba analizowanych kryteriów jest większa od 2, rozwiązania należące do podzbiorów powstałych po podziale, mogą się powtarzać. Wynika stąd, że wyznaczone rozwiązania kompromisowe mogą być tymi samymi wariantami.



Rys. 4.32. Ilustracja działania fazy II Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych dla przypadku dwukryterialnej minimalizacji: operacja wyboru, wyznaczanie kolejnych rozwiązań kompromisowych (F^{*1} , F^{*2})

Operacja przeglądu – sprawdzenie zawartości podzbiorów rozwiązań kompromisowych

Analiza w przestrzeniach kryterialnych większych od 2 może prowadzić do sytuacji, w której pewne rozwiązania kompromisowe wyznaczone z poszczególnych podzbiorów mogą być tymi samymi wariantami. Przegląd rozwiązań kompromisowych prowadzi do wycofania rozwiązań powtarzających się, z jednoczesnym zliczaniem powtórzeń (wyznaczanie tych samych rozwiązań kompromisowych ma miejsce zazwyczaj od etapu 2). Przyjęto, że im większa liczba powtórzeń konkretnego rozwiązania kompromisowego, tym to rozwiązanie jest ważniejsze w danym etapie poszukiwań. W sytuacji, gdy liczby powtórzeń dwóch rozwiązań kompromisowych są jednakowe, o ważności jednego z rozwiązań mogą decydować liczebności podzbiorów, z których dane rozwiązanie wyznaczono.

Operacja wycofania – wycofanie ocen rozwiązań kompromisowych ze wszystkich podzbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych

W sytuacji, gdy procedury zatrzymania działania programu nie kończą przeprowadzanej analizy, następuje wycofanie wyznaczonych rozwiązań kompromisowych ze wszystkich podzbiorów rozwiązań niezdominowanych, a tym samym wycofanie ocen rozwiązań kompromisowych ze wszystkich podzbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych. W ten sposób w dalszych

obliczeniach udział biorą tylko te oceny rozwiązań niezdominowanych, które nie zostały rozwiązaniami kompromisowymi we wcześniejszych etapach obliczeniowych. Program przechodzi do kolejnego etapu fazy II.

4.4.5. Przykład ilustrujący działanie metody

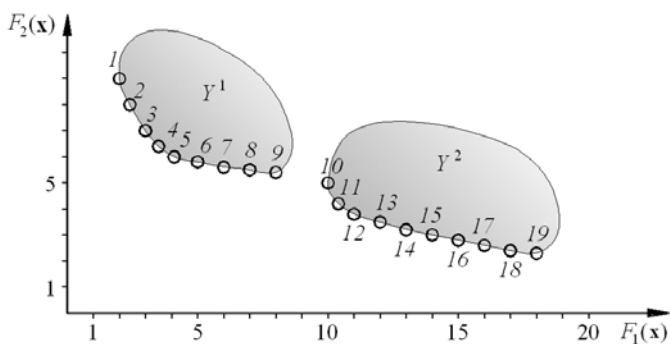
W celu lepszego zobrazowania działania *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* wykonano obliczenia dla zadania wyboru „rozwiązań najlepszych” przy dwukryterialnej minimalizacji. Dane do obliczeń zawarto w tabelicy 4.5.

Tabela 4.5. Wartości składowych wektora kryteriów

Nr rozwiązania	$F_1(\mathbf{x})$	$F_2(\mathbf{x})$	Nr rozwiązania	$F_1(\mathbf{x})$	$F_2(\mathbf{x})$
1	2	9	11	10,3	4
2	2,5	8	12	10,8	3,8
3	3	7	13	12	3,5
4	3,5	6,5	14	13	3,2
5	4	6	15	14	3
6	5	5,8	16	15	2,8
7	6	5,6	17	16	2,6
8	7	5,5	18	17	2,4
9	8	5,4	19	18	2,2
10	10	5			

Pierwsza przeprowadzona analiza wykazała, że wszystkie warianty zamieszczone w tabelicy 4.5 są rozwiązaniami niezdominowanymi, ponieważ oceny tych wariantów nie są w stanie wykluczyć się nawzajem, rys. 4.33.

Analizowany zbiór ocen dopuszczalnych jest zbiorem składającym się z dwóch odseparowanych podzbiorów Y^1 i Y^2 . Konsekwencją tej sytuacji jest fakt, że zbiór rozwiązań niezdominowanych również składa się z dwóch podzbiorów: $Y_{ND}^1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ oraz $Y_{ND}^2 = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$. Obliczenia *Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych* wykonano dla różnych liczebności zbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych. W kolejnych analizach, z podzbioru Y_{ND}^1 usuwano elementy leżące najbliżej podzbioru Y_{ND}^2 , zaś z podzbioru Y_{ND}^2 elementy leżące najbliżej podzbioru Y_{ND}^1 . W ten sposób powiększano obszar separacji między podzbiórami i sprawdzano, czy mimo to w wyznaczanym podzbiórze rozwiązań kompromisowych znajdują się elementy należące do obu podzbiorów.

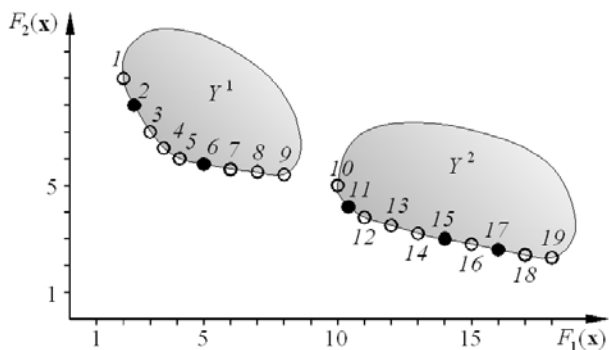


Rys. 4.33. Rozmieszczenie ocen rozwiązań niezdominowanych z tabelicy 4.5, Y^{D1} oraz Y^{D2} – podzbiory rozwiązań dopuszczalnych

Przeprowadzona analiza wielokryterialna *Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych* wykazuje, że wyznaczony podzbiór rozwiązań kompromisowych składał się z elementów należących do obu podzbiorów składowych: Y_{ND}^1 oraz Y_{ND}^2 . Wyniki zamieszczono w tabelicy 4.6 oraz pokazano na rysunkach 4.34 oraz 4.35.

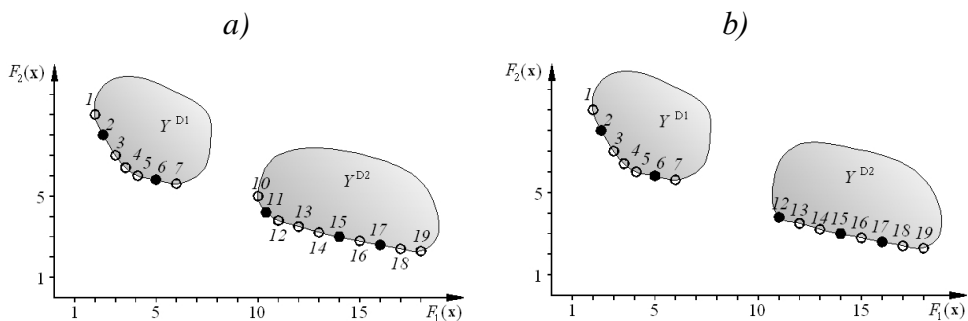
Tabela 4.6. Wyniki analizy wielokryterialnej *Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych*

Lp.	Liczba ocen rozwiązań niezdominowanych	Elementy wykreślone ze zbiorów	Typ analizy	Rozwiązania kompromisowe
1	19	-	min-max	6, 11, 2, 15, 17
2	17	8, 9	min-max	6, 11, 2, 15, 17
3	15	8, 9, 10, 11	min-max	6, 12, 2, 15, 17



Rys. 4.34. Rozmieszczenie ocen rozwiązań kompromisowych dla analizy nr 1 z tabelicy 4.6

Przeprowadzona analiza dowiodła, że wykreślanie kolejnych rozwiązań sąsiadujących ze sobą, a należących do obu podzbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych, nie wpływało na końcową zawartość podzbioru rozwiązań kompromisowych (porównaj wiersze 1, 2 oraz 3 z tablicy 4.6).



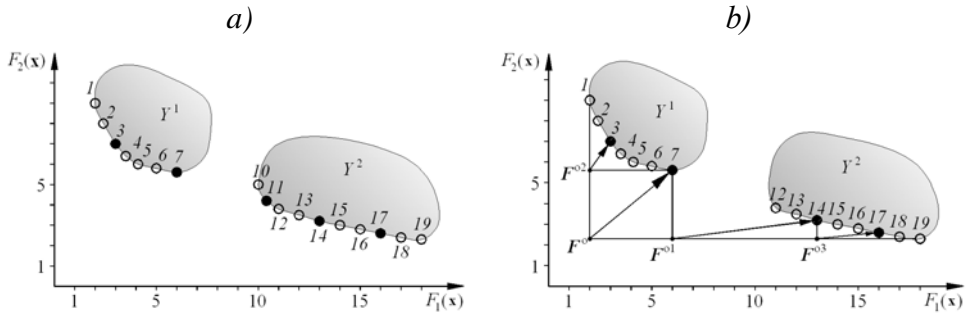
Rys. 4.35. Rozmieszczenie ocen rozwiązań kompromisowych dla analiz z tablicy 4.6:
a) wiersz nr 2; b) wiersz nr 3

Następnie przeprowadzono obliczenia, w których zastosowano funkcję dystansową min-max z wagami dzięki czemu można było dokonywać zmian preferencji analizowanych kryteriów. Wyniki obliczeń zamieszczono w tablicy 4.7.

Tablica 4.7. Wyniki analizy wielokryterialnej *Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych*

Lp.	Liczba ocen rozwiązań niezdominowanych	Elementy wykreślone ze zbioru	Typ analizy	Rozwiązania kompromisowe
min-max z wagami				
1	17	8, 9	$\omega_1 = 0,6; \omega_2 = 0,4$	5, 7, 2, 11, 14, 16
2	17	8, 9	$\omega_1 = 0,3; \omega_2 = 0,7$	7, 14, 3, 17, 11
3	15	8, 9, 10, 11	$\omega_1 = 0,6; \omega_2 = 0,4$	5, 7, 2, 12, 14, 16
4	15	8, 9, 10, 11	$\omega_1 = 0,3; \omega_2 = 0,7$	7, 14, 3, 17

Również w tym przypadku zawartość podzbiorów rozwiązań kompromisowych pokazuje, że występują tam rozwiązania, których oceny należą do obu podzbiorów: Y_{ND}^1 oraz Y_{ND}^2 , co widać na rysunkach 4.36 a i b.



Rys. 4.36. Rozmieszczenie ocen rozwiązań kompromisowych dla analiz min-max z wagami: $\omega_1 = 0,3$ i $\omega_2 = 0,7$ z tablicy 4.7: a) wiersz nr 3; b) wiersz nr 4

Na rys. 4.36b pokazano ponadto kolejność wybierania wariantów ze zbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych Y_{ND}^1 oraz Y_{ND}^2 do podzbioru ocen rozwiązań kompromisowych. Procedura obliczeniowa była następująca:

- wyznaczenie punktu idealnego F^0 ,
- wyznaczenie wariantu nr 7 – po zastosowaniu funkcji dystansowej z metryką min-max z wagami,
- operacja krzyżowania – wygenerowanie dwu nadążnych punktów idealnych rzędu I: F^{01} i F^{02} ,
- wyznaczenie wariantu nr 14 – użycie nadążnego punktu idealnego F^{01} oraz wariantu nr 3 – użycie nadążnego punktu idealnego F^{02} ,
- operacja krzyżowania – wygenerowanie nadążnego punktu idealnego rzędu II: F^{03} ,
inne nadążne punkty nie zostały wygenerowane, ponieważ liczebności podzbiorów po operacji podziału były zbyt małe,
- wyznaczenie wariantu nr 17 – użycie nadążnego punktu idealnego F^{03} ,
- zatrzymanie procedury obliczeniowej ze względu na zbyt małą liczebność podzbiorów po podziale.

Zaprezentowany przykład pokazuje, że podzbiory ocen rozwiązań kompromisowych wygenerowane *Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych* zawierają elementy, które reprezentują całą różnorodność wariantów tworzących zbiór ocen rozwiązań niezdominowanych, nawet w przypadku, gdy składa się on z podzbiorów odseparowanych od siebie. Zaproponowana operacja krzyżowania służąca do generowania nadążnych punktów idealnych pozwala na przekaskiwanie „pustych przestrzeni” oddzielających podzbiory ocen rozwiązań niezdominowanych.

Zastosowanie *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* przez generowanie podzbiorów rozwiązań kompromisowych przy różnych preferencjach przypisanych składowym wektora kryterium pozwala na wydzielenie tych rozwiązań, które nie występują w tych podzbiórach, na występujące tylko jeden raz oraz na rozwiązania powtarzające się wielokrotnie. Z punktu widzenia zaproponowanej metodologii poszukiwania „rozwiązania najlepszego” rozwiązania najczęściej powtarzające się są najbardziej cenne, ponieważ są najmniej wrażliwe na zmianę preferencji. Są także rozwiązaniami, które odzwierciedlają wiedzę grupową zespołu ekspertów.

W przypadku prezentowanego przykładu (tablica 4.6, wiersz 2 oraz tablica 4.7, wiersz 1 i 2), gdy analizowany podzbiór liczył 17 elementów (warianty o numerach 8 i 9 zostały usunięte, rys. 4.35) w wygenerowanych podzbiórach rozwiązań kompromisowych nie znalazło się osiem wariantów ich numery to: 1, 4, 10, 12, 13, 15, 18 i 19. Wariant nr 11 powtarzał się we wszystkich podzbiórach, zaś warianty o numerach: 2, 7, 14 i 17 nie występowały tylko w jednym podzbiórze.

W analizie zbioru 15 elementowego (po usunięciu wariantów o numerach 8, 9, 10 i 11, tablica 4.6, wiersz 3 i tablica 4.7, wiersz 3 i 4 oraz rys. 4.36b) w wygenerowanych podzbiórach rozwiązań kompromisowych nie znalazło się pięć wariantów, ich numery to: 1, 4, 13, 18 i 19. Warianty o numerach: 2, 7, 12, 14 i 17 nie występowały tylko w jednym podzbiórze. Tym razem nie było wariantu występującego we wszystkich wygenerowanych podzbiórach.

4.4.6. Testowanie *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*

Testowanie *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* przeprowadzono w oparciu o przykład dotyczący wielokryterialnej oceny wariantów systemu dystrybucyjnego paliw zamieszczony w literaturze [185]. Wykorzystując opracowaną metodę wygenerowano podzbiory rozwiązań kompromisowych, a ich wyniki porównano z rezultatami otrzymanymi przy użyciu takich metod, jak: ELECTRE III, ORESTE i MAPPAC.

W pracy Żaka, Włodarczyka i Kicińskiego [185] przedstawiono zadanie przebudowy wybranego systemu dystrybucji paliw. Opierając się na diagnozowanym systemie dystrybucji paliw w fazie tworzenia nowych wariantów tego systemu, próbowano wyeliminować jego słabe strony. Na etapie diagnozy poddano ocenie następujące wielkości: potencjał materialny infrastruktury magazynowej i środków transportu, kadre pracowniczą oraz system organizacyjny. Na podstawie przeprowadzonej diagnozy zaproponowano 9 nowych wariantów systemu dystrybucyjnego paliw. Zbiór dziesięciu wariantów, w których pod

numerem 1 umieszczono rozwiązanie istniejące, oceniony został przy pomocy sześciu kryteriów:

- F_1 – średni czas potrzebny na pokonanie drogi od magazynu do odbiorcy paliwa [h],
- F_2 – współczynnik gotowości technicznej pojazdu [-],
- F_3 – liczba osób zatrudnionych [-],
- F_4 – koszty inwestycji [zł],
- F_5 – koszty deinvestycji [zł],
- F_6 – koszty dystrybucji [zł].

Wartości kryteriów dla przyjętych wariantów rozwiązań systemu dystrybucyjnego zamieszczono w tabeli 4.8. Kryteria o numerach 1, 3, 4, 6 były minimalizowane, zaś pozostałe maksymalizowane.

Tablica 4.8. Wartości ocen wariantów systemu dystrybucyjnego

Nr wariantu	F_1 [h]	F_2 [-]	F_3 [-]	F_4 [mln zł]	F_5 [tys. zł]	F_6 [mln zł]
1	1,99	0,88	160	0	0	2,62
2	1,99	0,98	160	0,51	45	2,83
3	1,37	0,98	163	5	0	3,52
4	1,37	0,98	163	5,51	45	3,73
5	1,37	0,98	167	5,51	45	3,73
6	1,24	0,88	166	10	0	4,42
7	1,24	0,98	166	10,51	45	4,63
8	1,24	0,98	174	10,51	45	4,63
9	0,95	0,98	172	20,51	45	6,43
10	0,95	0,98	188	20,51	45	6,43

Analiza metodą ELECTRE III, ORESTE oraz MAPPAC

W pracy Żaka, Włodarczyka i Kicińskiego do oceny przedstawionych wariantów użyto trzech różnych metod wspomaganie decyzji. Metody ELECTRE III [26,125,169] oraz ORESTE [26,124] wykorzystują relacje przewyższania, zaś metoda MAPPAC [26,67] stanowi „kompromis” pomiędzy podejściem opartym o relację przewyższania i podejściem wykorzystującym wieloattributową teorię użyteczności. Wszystkie te metody dokonują analizy wielokryterialnej na zbiorze wariantów dopuszczalnych a nie niezdominowanych.

Analiza przy użyciu metody ELECTRE III wymagała wprowadzenia progów preferencji, równoważności i weta oraz wagi ważności każdego rozważanego kryterium. Wartości wag były odpowiednio równe: 9, 6, 4, 7, 7, 10 (w kolejności

od kryterium pierwszego do kryterium szóstego). Wyniki przeprowadzonej analizy pokazały, że najlepszymi rozwiązaniami są systemy dystrybucji oznaczone numerami: 4 i 5, a następnie 2 oraz 7 i 8.

Wykonując analizę przy użyciu metody MAPPAC wprowadzono takie same wartości wag, jak przy analizie metodą ELECTRE III. Wyniki analizy wykazały, że najlepszymi rozwiązaniami są systemy dystrybucji oznaczone kolejno numerami: 2, następnie 3 i 4, a później 5 oraz 7.

Metoda ORESTE umożliwia wskazanie najlepszych wariantów bazując na zbudowanym wcześniej preporządku zupełnym w odniesieniu do zbioru kryteriów. Przyjęty przez autorów preporządek wyglądał następująco: $F_6 \mathbf{P} F_1 \mathbf{P} F_4 \mathbf{I} F_5 \mathbf{P} F_2 \mathbf{P} F_3$. Oznacza to, że najbardziej ważne było kryterium nr 6, zaś najmniej istotne kryterium nr 3. Analiza z wykorzystaniem metody ORESTE wykazała, że najlepszymi rozwiązaniami były systemy dystrybucji oznaczone numerami: 1 i 2, a następnie 3 i 4 oraz 7 i 5.

Wyniki eksperymentu obliczeniowego dowiodły, że pomimo zastosowania różnych metod obliczeniowych, końcowe uporządkowania wariantów były do siebie zbliżone, choć nie identyczne. Spośród rozwiązań, które występowały na dwóch górnych poziomach wszystkich rankingów, najczęściej powtarzały się warianty oznaczone numerami 2 oraz 4.

Analiza wielokryterialna Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych

W celu oceny przydatności *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* do analizy problemu przedstawionego przez Żaka, Włodarczyka i Kicińskiego oraz porównania skuteczności własnej metody z metodami powszechnie stosowanymi, przeprowadzono sortowanie zbioru wariantów zaczerpniętego z powyższej pracy.

Analiza wielokryterialna *Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych* przeprowadzana jest w zbiorze rozwiązań niezdominowanych dlatego w pierwszym etapie wyznaczono zawartość tego zbioru [81]. W rozpatrywanym przypadku zbiór ten liczył siedem elementów i zawierał następujące warianty: 1, 2, 3, 4, 6, 7 oraz 9. Wariant 5 został wyeliminowany przez wariant 4, wariant 8 przez 7, zaś wariant 10 wyeliminowany przez 9.

Na początku analizy wyznaczono rozwiązania kompromisowe stosując metodę min-max, a następnie min-max z wagami. Ze względu na fakt, że w *Metodzie wyznaczania rozwiązań kompromisowych* suma wag przypisywanych analizowanym kryteriom wynosi jeden, istniała konieczność przeliczenia wag preferencji przyjętych przez autorów w pracy i zastosowanych w metodach ELEKTRE III oraz MAPPAC. Obliczone wartości wag były następujące: $\omega_1 = 0,21$; $\omega_2 = 0,14$; $\omega_3 = 0,09$; $\omega_4 = 0,165$; $\omega_5 = 0,165$; $\omega_6 = 0,23$ i zostały wykorzystane w analizie, którą zamieszczono w tabelicy 4.9 (wiersz 2).

Tablica 4.9. Wyniki analizy *Metodą* wyznaczania rozwiązań kompromisowych

Lp.	Typ analizy	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Kolejne rozwiązania kompromisowe
	1	2	3
1	min-max: $\omega_1 \div \omega_6 = 0,167$	4	7, 2, 6
	min-max z wagami		
2	$\omega_1 = 0,21; \omega_2 = 0,14; \omega_3 = 0,09;$ $\omega_4 = 0,165; \omega_5 = 0,165; \omega_6 = 0,23$	4	6, 2, 7
3	$\omega_1 = 0,21; \omega_2 = 0,125; \omega_3 = 0,083;$ $\omega_4 = 0,166; \omega_5 = 0,166; \omega_6 = 0,25$	4	3, 2, 7, 6
4	$\omega_1 = 0,22; \omega_2 = 0,11; \omega_3 = 0,056;$ $\omega_4 = 0,167; \omega_5 = 0,167; \omega_6 = 0,28$	4	3, 2, 7, 6
5	$\omega_1 = 0,3; \omega_2 = 0,1; \omega_3 = 0,1;$ $\omega_4 = 0,1; \omega_5 = 0,1; \omega_6 = 0,3$	4	3, 6, 7, 2

Użycie metody ORESTE wymagało utworzenia przez autorów preporządku. Przy zastosowaniu *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* istniała konieczność nadania stosownych wag, które odzwierciedlałyby ustalony preporządek. Stosując dwa różne podejścia uzyskano dwa zestawy wartości wag. Zestaw 1: $\omega_1 = 0,21; \omega_2 = 0,125; \omega_3 = 0,083; \omega_4 = 0,166; \omega_5 = 0,166; \omega_6 = 0,25$ został wykorzystany w analizie, a jej wyniki zamieszczono w tablicy 4.9 (wiersz 3) oraz zestaw 2: $\omega_1 = 0,22; \omega_2 = 0,11; \omega_3 = 0,056; \omega_4 = 0,167; \omega_5 = 0,167; \omega_6 = 0,28$, który zastosowano w kolejnej analizie (tablica 4.9, wiersz 4).

W ostatnim zestawie wag wartości dobrano tak aby preferować kryteria o numerach 1 oraz 6, zaś preferencje pozostałych kryteriów są sobie równoważne. Wyniki tej analizy zamieszczono w wierszu nr 5.

Z porównania wyników uzyskanych we wszystkich przeprowadzonych analizach wynika, że dla różnych zestawów wag wartości zbioru rozwiązań kompromisowych tylko nieznacznie się różnią od siebie. We wszystkich analizach powtarzały się rozwiązania o numerach 4, 2, 7 i 6. Wyniki analiz otrzymanych przy zastosowaniu metod ELEKTRE III, ORESTE oraz MAPPAC oraz rezultaty uzyskane w *Metodzie wyznaczania rozwiązań kompromisowych* wykazały duże podobieństwo. Warianty o numerach 2 i 4 powtarzały się we wszystkich przeprowadzonych analizach. Rozwiązanie numer 7, także należące do podzbioru rozwiązań kompromisowych, występowało dość wysoko w rankingach uzyskanych przy użyciu metod ELEKTRE III, ORESTE oraz MAPPAC. Należy zaznaczyć, że w rankingach pojawiały się warianty 5 i 8, które

– jako rozwiązania zdominowane – nie mogły wystąpić w podzbiorach rozwiązań kompromisowych wyznaczonych przy użyciu *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*.

4.4.7. Uwagi końcowe dotyczące *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*

Opracowana *Metoda wyznaczania rozwiązań kompromisowych* dzięki zastosowaniu operacji krzyżowania pozwala na wyznaczenie podzbioru rozwiązań kompromisowych przy zastosowaniu jednej funkcji dystansowej.

Metoda wyznaczania rozwiązań kompromisowych jest metodą umożliwiającą wygenerowanie takich podzbiorów rozwiązań kompromisowych, które zawierają elementy reprezentujące całą różnorodność wariantów tworzących zbiór ocen rozwiązań niezdominowanych, nawet w przypadku, gdy jest on zbiorem niespójnym..

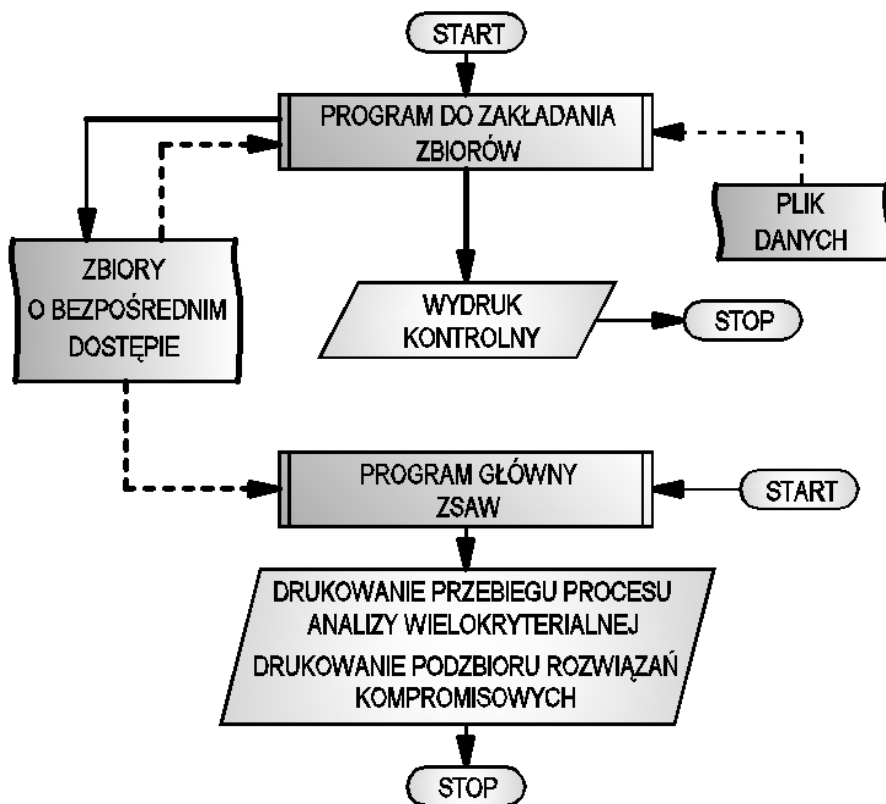
Zmieniając preferencje przypisane poszczególnym składowym wektora kryteriów metoda ta umożliwia wygenerowanie kilku kolejnych podzbiorów rozwiązań kompromisowych. Wprowadzenie nowych wartości preferencji przypisanych składowym wektora kryterium może wynikać ze zmiany eksperta powołanego do wyrażenia opinii o przedmiocie analizy lub chęci znalezienia takich wariantów, które są najmniej wrażliwe na zmiany preferencji.

Metoda wyznaczania rozwiązań kompromisowych jest ostatnią metodą opracowanego *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej*, co nie oznacza, że proces wspomaganego wyboru „rozwiązania najlepszego” kończy się po wygenerowaniu kilku podzbiorów rozwiązań kompromisowych. Zaproponowana metodyka bazuje bowiem na szczegółowej analizie zawartości wygenerowanych podzbiorów rozwiązań kompromisowych i poszukiwaniu takich wariantów, które znalazły się najczęściej w tych podzbiórach mimo wprowadzonych zmian preferencji składowych wektora kryteriów.

4.5. Przykład działania *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej*

4.5.1. Budowa programu komputerowego

Przedstawiony *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej* został zaimplementowany przy wykorzystaniu języka FORTRAN w program komputerowy dzięki czemu stał się narzędziem wspomagającym podejmowanie decyzji z wykorzystaniem metod analizy wielokryterialnej. Schemat blokowy przedstawiający pracę z wykorzystaniem ZSAW przedstawiono na rys. 4.37.



Rys. 4.37. Schemat blokowy działania pakietu do analizy wielokryterialnej

Cały pakiet składa się z następujących elementów składowych:

- **Plik danych**

W nim umieszczono wartości wielkości obiektu, który był testowany lub projektowany (wartości osiągow, parametrów, zmiennych decyzyjnych, ograniczeń);

- **Program służący do zakładania zbiorów o bezpośrednim dostępie**

W programie tym znajdują się wzory do zdefiniowania rozważanych kryteriów (wzory te wynikają ze zbudowanego zadania do analizy wielokryterialnej). Zadaniem tego programu jest pobranie wielkości z pliku danych, wyliczenie wartości kryteriów i zapisanie ich w rekordach o określonych numerach identyfikacyjnych i ściśle zdefiniowanej strukturze. Program ten umożliwia również odczytanie zawartości tych plików, pozwala na ich wydruk aby można było sprawdzić, czy nie doszło do popełnienia błędów przy wprowadzaniu danych i definiowaniu składowych wektora kryteriów.

- **Program główny**

Przy użyciu tego programu przeprowadzana jest analiza z wykorzystaniem *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej*. Program ten pobiera ze zbiorów o bezpośrednim dostępie wielkości konieczne do analizy – operator podaje numery rekordów. Numery można podawać z klawiatury (kłopotliwe przy dużej liczbie rozpatrywanych wariantów) lub podając nazwę pliku, w którym znajduje się przygotowana wcześniej lista numerów. Program główny zapisuje przebieg dialogu operatora z programem oraz wyniki przeprowadzonych obliczeń w nowo tworzonym pliku wynikowym. Część dialogowa programu pozwala operatorowi na wybór metod zastosowanych w analizie wielokryterialnej, kryteriów uwzględnionych w procesie sortowania i wyboru, a także na wprowadzanie szczegółowych wartości wielkości przy zastosowaniu konkretnych metod tworzących opracowany system.

4.5.2. Segregacja i wybór rozwiązań z wykorzystaniem ZSAW

Poniżej zaprezentowano praktyczne działanie *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* wykorzystując do tego celu przygotowane zadanie dwukryterialnej minimalizacji, którego wartości liczbowe zamieszczono w tablicy 4.10. Zdecydowano się na przykład dwuwymiarowy, ponieważ rozważania na

liczbach można dobrze zilustrować na rysunkach, co znacznie ułatwia percepcję przeprowadzonych obliczeń.

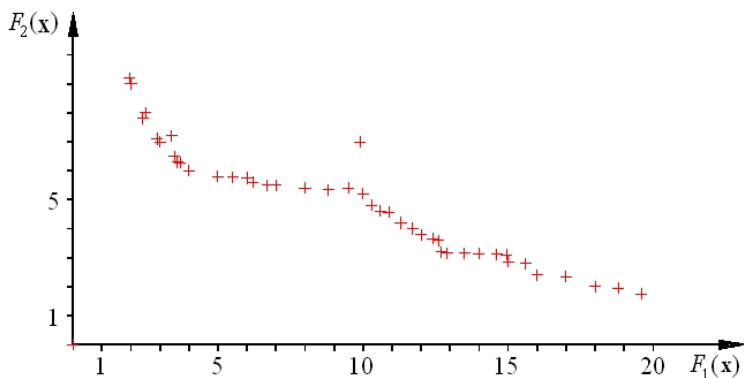
Tablica 4.10. Dane do przykładu obliczeniowego

Nr rozwiązania	$F_1(\mathbf{x})$	$F_2(\mathbf{x})$	Nr rozwiązania	$F_1(\mathbf{x})$	$F_2(\mathbf{x})$
1	2	9	23	10,3	4,8
2	1,95	9,2	24	10,6	4,6
3	2,5	8	25	10,9	4,57
4	2,4	7,8	26	11,3	4,2
5	3	7	27	12	3,8
6	3,4	7,2	28	12,4	3,65
7	2,9	7,1	29	12	3,9
8	3,5	6,5	30	12,7	3,2
9	3,6	6,3	31	12,6	3,6
10	3,7	6,28	32	13,5	3,15
11	4	6	33	14	3,14
12	5	5,8	34	15	2,85
13	5,5	5,77	35	15,6	2,8
14	6,2	5,6	36	14,6	3,12
15	6	5,75	37	14,95	3,1
16	6,7	5,5	38	16	2,4
17	7	5,5	39	17	2,35
18	8	5,4	40	18	2,0
19	8,8	5,35	41	18,8	1,94
20	9,5	5,4	42	19,6	1,75
21	10	5,2	43	12,9	3,15
22	9,9	7	44	11,7	4,0

W przykładzie ilustrującym działania *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* użyto wszystkich czterech metod składowych: *Metody wartości progowej*, *Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego*, *Metody przedziału nierozróżnialności* oraz *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*.

W prezentacji działania *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* oprócz wyjaśniającego opisu zastosowano również wizualizację graficzną, a także zamieszczono wybrane fragmenty wydruków z przeprowadzonego procesu obliczeniowego.

Przygotowany przykład zawierał 44 rozwiązania dopuszczalne. Położenie ich ocen w przestrzeni kryterialnej pokazano na rys. 4.38.



Rys. 4.38. Zbiór ocen rozwiązań dopuszczalnych, tablica 4.10

Wyznaczenie zbioru rozwiązań niezdominowanych

Uzyskany zbiór rozwiązań niezdominowanych liczył 37 elementów. Na rys. 4.39 zaznaczono elipsami numery rozwiązań wykluczających się, i tak: rozwiązanie 4 wyklucza rozwiązanie 3; rozwiązanie 5 wyklucza 6; 16 wyklucza 17; 18 wyklucza 20, 5 wyklucza 22; 29 wyklucza 27, zaś rozwiązanie 43 wyklucza 32. Na rys. 4.40 pokazano tylko rozwiązania niezdominowane.

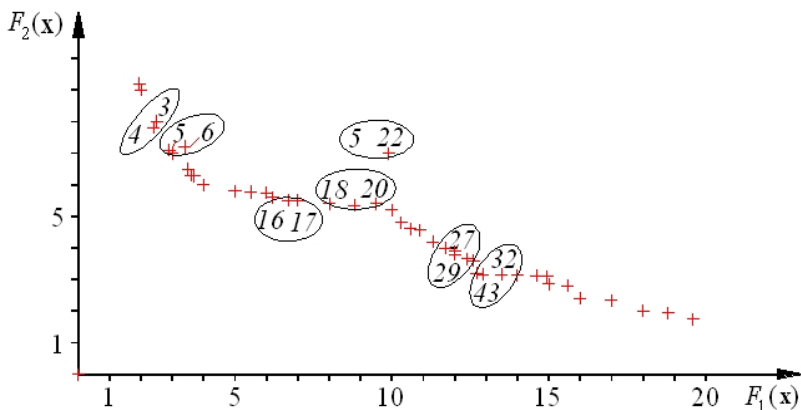
Wydruk z przebiegu obliczeń (program nie obsługuje polskich znaków).

```

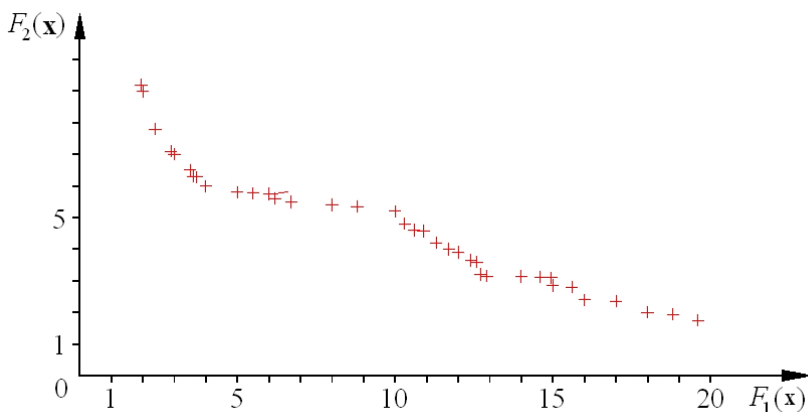
*****
ZINTEGROWANY SYSTEM ANALIZY WIELOKRYTERIALNEJ
-----
AUTOR: DR INZ. JERZY MONTUSIEWICZ
-----
POLITECHNIKA LUBELSKA
WYDZIAŁ PODSTAW TECHNIKI
KATEDRA PODSTAW TECHNIKI
UL. NADBYSTRZYCKA 38
20-618 LUBLIN, POLSKA
*****
*** ROZPATRUJEMY: KRYTERIA      2
*** WPROWADZILES NASTĘPUJACE NUMERY KRYTERIOW:      1, 2,
*** WPROWADZILES 44 ROZWIĄZANIA
--- Czy numery rozwiązań są ciągłe? (1/0)
*** NUMER PIERWSZEGO ELEMENTU  1
*** WEKTOR IDEALNY:  0.19500E+01  0.17500E+01
***** ZBIÓR ROZWIĄZAŃ PARETO *****
*** LICZBA ELEMENTÓW ZBIÓRU PARETO = 37
NUMERY ROZWIĄZAŃ ZBIÓRU PARETO:

```

1	2	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	21
23	24	25	26	27	28	30	31	43	33	34	35	36	37	38	39	
40	41	42	44													



Rys. 4.39. Zbiór ocen rozwiązań dopuszczalnych

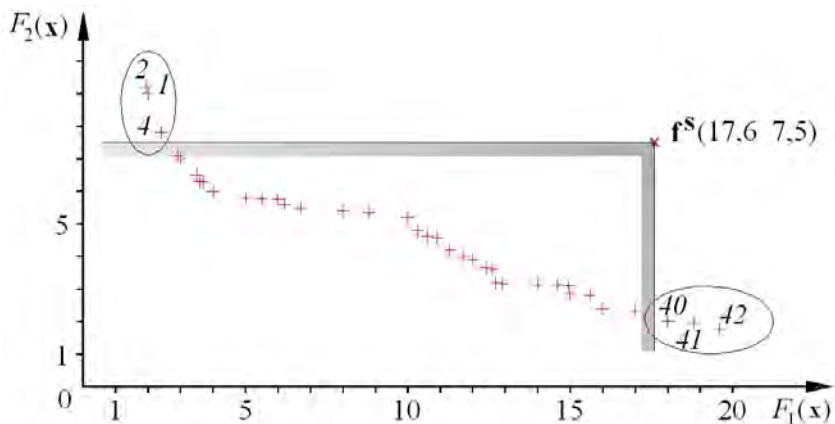


Rys. 4.40. Zbiór ocen rozwiązań niezdominowanych

Wyznaczenie podzbioru rozwiązań niezdominowanych - MWP

W kolejnym kroku wyznaczono podzbiór rozwiązań niezdominowanych stosując sortowanie zbioru rozwiązań niezdominowanych *Metodą wartości progowej*. Po wprowadzeniu wektorowej wartości satysfakcjonującej $\mathbf{f}^S = (17,6 \ 7,5)$ uzyskano 31. elementowy podzbiór rozwiązań niezdominowanych. Na rys. 4.41 zaznaczono elipsami numery rozwiązań, które zostały wykluczone – znalazły się

poza obszarem rozwiązań satysfakcjonujących, zaś na rys. 4.42 uzyskany podzbiór rozwiązań niezdominowanych (Pareto).



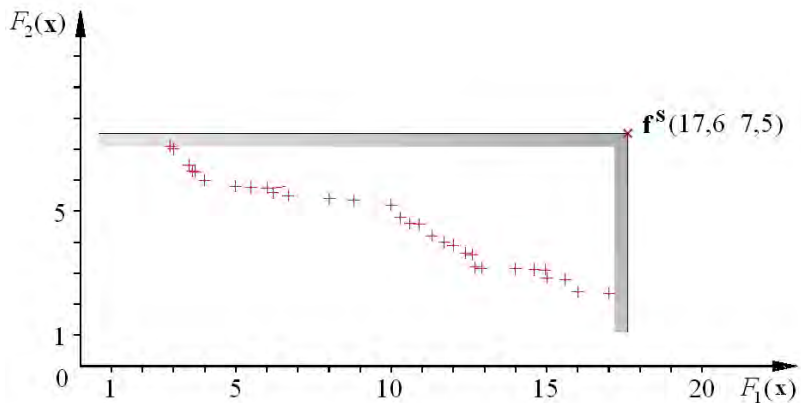
Rys. 4.41. Podzbiór ocen rozwiązań niezdominowanych

Wydruk z przebiegu obliczeń.

```

*** DOPUSZCZALNA WARTOSC 1 KRYTERIUM = 0.1760D+02
*** DOPUSZCZALNA WARTOSC 2 KRYTERIUM = 0.7500D+01
*** WEKTOR IDEALNY: 0.29000E+01 0.23500E+01
***** PODZBIOR ROZWIAZAN PARETO *****
*** LICZBA ELEMENTOW PODZBIORU PARETO = 31
NUMERY ROZWIAZAN PODZBIORU PARETO:
5 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 18 19 21 23 24 25
26 27 28 30 31 43 33 34 35 36 37 38 39 44

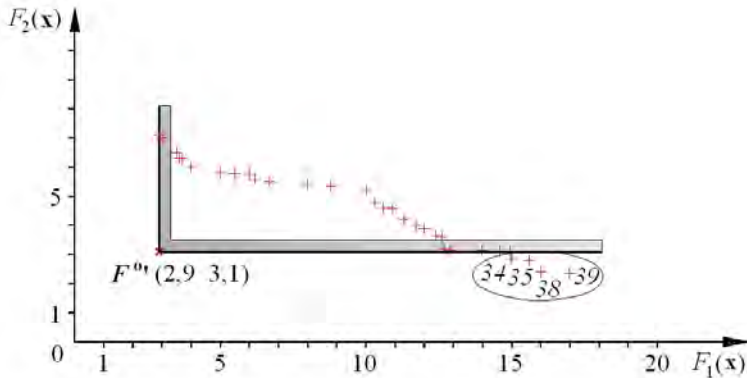
```



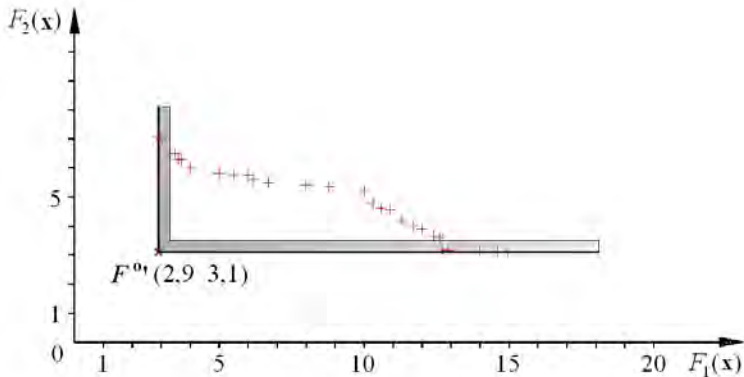
Rys. 4.42. Podzbiór ocen rozwiązań niezdominowanych – satysfakcjonujących

Wyznaczenie podzbioru rozwiązań niezdominowanych - ZMPR

W następnym kroku wyznaczono podzbiór rozwiązań niezdominowanych wykonując sortowanie *Zmodyfikowaną metodą punktu referencyjnego*. Działania zostały wykonane na podzbiorze rozwiązań niezdominowanych uzyskanym w poprzednim kroku. Po wprowadzeniu punktu referencyjnego $F^{0*} = (2,9 \ 3,1)$ i zgodnie z ideą metody potraktowano go jako nowy wektor idealny uzyskano 27. elementowy podzbiór rozwiązań niezdominowanych. Na rys. 4.43 zaznaczono elipsami numery rozwiązań, które zostały wykluczone, ponieważ znalazły się poza obszarem dodatniego stożka dominacji umieszczonym w punkcie referencyjnym. Na rys. 4.44 przedstawiono uzyskany podzbiór rozwiązań niezdominowanych (Pareto).



Rys. 4.43. Wejściowy podzbiór ocen rozwiązań niezdominowanych po sortowaniu *Metodą wartości progowej*



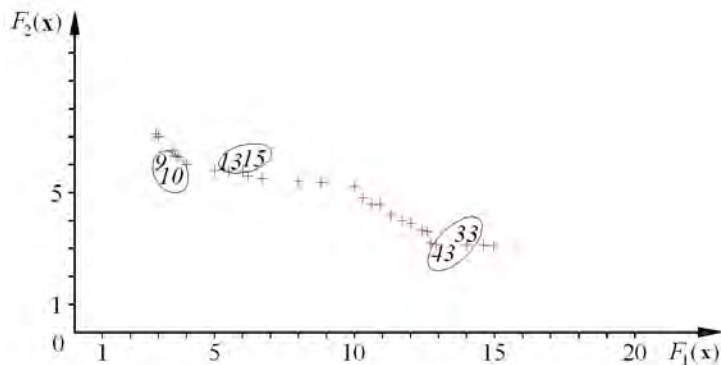
Rys. 4.44. Podzbiór ocen rozwiązań niezdominowanych po sortowaniu *Zmodyfikowaną metodą punktu referencyjnego*

Wydruk z przebiegu obliczeń.

```
*** WPROWADZILES NASTĘPUJACY WEKTOR IDEALNY:  0.29000E+01
0.31000E+01
***** PODZBIOR ROZWIĄZAN PARETO *****
*** LICZBA ELEMENTOW PODZBIORU PARETO = 27
NUMERY ROZWIĄZAN PODZBIORU PARETO:
 5  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 18 19 21 23 24 25
26 27 28 30 31 43 33 36 37 44
```

Wyznaczenie podzbioru rozwiązań niezdominowanych - MPN

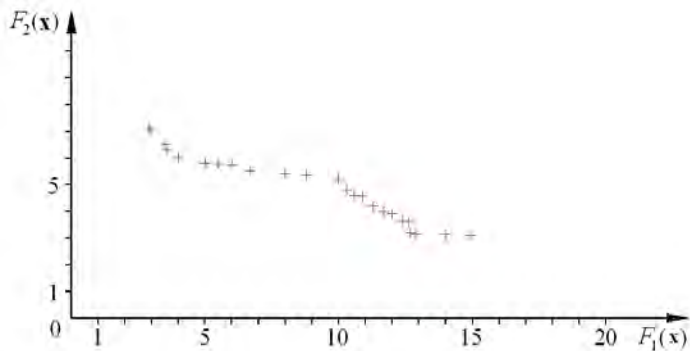
W kolejnym kroku wyznaczono podzbiór rozwiązań niezdominowanych w sensie przedziału nierozróżnialności wykonując sortowanie *Metodą przedziału nierozróżnialności*. Działania zostały wykonane na poprzednio uzyskanym podziorze rozwiązań niezdominowanych. W pierwszym sortowaniu wprowadzono wartość przedziału nierozróżnialności $PN = 0,5\%$. Do obliczeń zastosowano algorytm ARG (Algorytm rozgrzewania geometrycznego przedziału nierozróżnialności) opisany w podrozdziale 4.3.3.2. W wyniku obliczeń otrzymano 24 elementowy podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności. Na rys. 4.45 zaznaczono elipsami numery rozwiązań, które brały udział w procesie wykluczania, i tak: rozwiązanie 9 wyeliminowało rozwiązanie 10, rozwiązanie 13 wyeliminowało rozwiązanie 14, zaś rozwiązanie 43 wyeliminowało rozwiązanie 33 (zależność optymalności w sensie przedziału nierozróżnialności 4.3). Na rys. 4.46 przedstawiono uzyskany podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności.



Rys. 4.45. Podzbiór wejściowy ocen rozwiązań niezdominowanych do sortowania *Metodą przedziału nierozróżnialności*, $PN=0,5\%$

Wydruk z przebiegu obliczeń.

```
*** PROG NIEROZROZNIALNOSCI DLA WSZYSTKICH FUNKCJI = 0.500 [%]
*** WPROWADZILES NASTEUJACY WEKTOR IDEALNY: 0.29000E+01
0.31000E+01
***** PODZBIOR ROZWIAZAN PARETO *****
*** LICZBA ELEMENTOW PODZBIORU PARETO = 27
NUMERY ROZWIAZAN ZBIORU PARETO:
5 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 18 19 21 23 24 25
26 27 28 30 31 43 33 36 37 44
***** PODZBIOR ROZWIAZAN PARETO *****
*** PROG NIEROZROZNIALNOSCI DLA WSZYSTKICH FUNKCJI = 0.500 [%]
*** LICZBA ELEMENTOW PODZBIORU PARETO = 24
NUMERY ROZWIAZAN PODZBIORU PARETO:
5 7 8 9 11 12 13 14 16 18 19 21 23 24 25 26 27
28 30 31 43 36 37 44
```



Rys. 4.46. Podzbiór ocen rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności, $PN=0,5\%$

W kolejnym działaniu powtórnie wykonano sortowanie *Metodą przedziału nierozróżnialności*, ale tym razem wprowadzono wartość przedziału nierozróżnialności $PN = 1,5\%$. Do obliczeń zastosowano ten sam algorytm ARG. W wyniku obliczeń otrzymano 17 elementów podzbioru rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności.

Wydruk z przebiegu obliczeń.

```
*** PROG NIEROZROZNIALNOSCI DLA WSZYSTKICH FUNKCJI = 1.500 [%]
*** DOPUSZCZALNA WARTOSC 1 KRYTERIUM = 0.1760D+02
*** DOPUSZCZALNA WARTOSC 2 KRYTERIUM = 0.7500D+01
*** WPROWADZILES NASTEUJACY WEKTOR IDEALNY: 0.29000E+01
0.31000E+01
***** PODZBIOR ROZWIAZAN PARETO *****
*** LICZBA ELEMENTOW PODZBIORU PARETO = 27
```

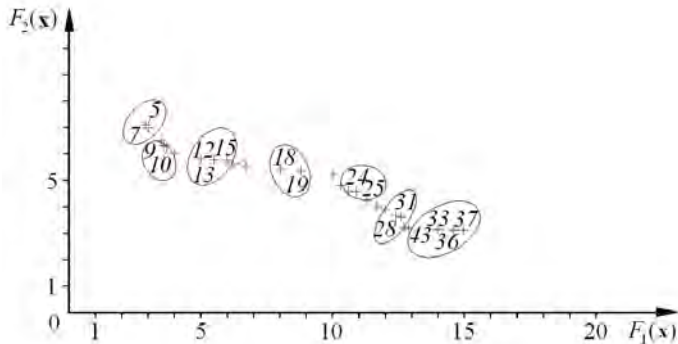


```

NUMERY ROZWIĄZAN ZBIORU PARETO:  5  7  8  9 10 11 12
13 14 15 16 18 19 21 23 24 25 26 27 28 30 31 43
33 36 37 44
***** ZASTOSOWANO ALGORYTM ROZGRZEWANIA GEOMETRYCZNEGO
(ARG)
+++ KOREKCJA WSKAZNIKA NARASTANIA, PRK(9) =  2.0
wpr1 = 32.0000
%%% NUMERY TYMCZASOWEGO PODZBIORU PARETO: ( 27)
wpr1 = 16.0000
%%% NUMERY TYMCZASOWEGO PODZBIORU PARETO: ( 27)
wpr1 =  8.0000
%%% NUMERY TYMCZASOWEGO PODZBIORU PARETO: ( 27)
wpr1 =  4.0000
%%% NUMERY TYMCZASOWEGO PODZBIORU PARETO: ( 24)
wpr1 =  2.0000
%%% NUMERY TYMCZASOWEGO PODZBIORU PARETO: ( 21)
wpr1 =  1.0000
%%% NUMERY TYMCZASOWEGO PODZBIORU PARETO: ( 17)
***** PODZBIOR ROZWIĄZAN PARETO *****
*** PROG NIEROZROZNIALNOSCI DLA WSZYSTKICH FUNKCJI = 1.500 [%]
*** LICZBA ELEMENTOW PODZBIORU PARETO = 17
NUMERY ROZWIĄZAN PODZBIORU PARETO:
  7  8  9 11 12 14 16 18 21 23 24 26 27 28 30 43 44

```

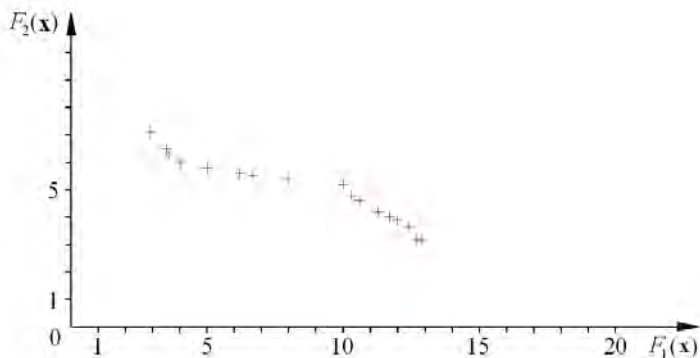
Na rys. 4.47 zaznaczono elipsami numery rozwiązań, które brały udział w procesie wykluczania.



Rys. 4.47. Podzbiór wejściowy ocen rozwiązań niezdominowanych do sortowania *Metodą przedziału nierozróżnialności*, $PN=1,5\%$

Na zamieszczonych wydrukach pośrednich widać wyraźnie przy jakiej wartości przedziału nierozróżnialności metoda realizująca optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności zaczęła eliminować warianty z analizowanego podzbioru rozwiązań niezdominowanych. Wskaźnik *wpr1* jest dzielnikiem

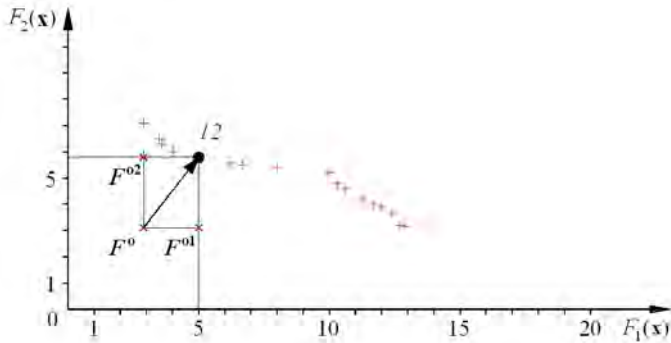
wprowadzonej do analizy wartości przedziału nierozróżnialności. Wartość $wprl=4$ oznacza, że $PN=0,375\%$, przy tej wartości zostały wyeliminowane 3 warianty (rozwiązanie 9 wyeliminowało rozwiązanie 10, 13 wyeliminowało 15, zaś 43 wyeliminowało 33), przy $wprl=2$ wartość $PN=0,75\%$ – nastąpiło wyeliminowanie kolejnych 3. wariantów (rozwiązanie 12 wyeliminowało rozwiązanie 13, 24 wyeliminowało 25, zaś 36 wyeliminowało 37). Na koniec po wprowadzeniu do obliczeń $PN=1,5\%$ ($wprl=1$) metoda wyeliminowała następne 4. warianty (rozwiązanie 7 wyeliminowało rozwiązanie 5, 18 wyeliminowało 19, 28 wyeliminowało 31, zaś 43 wyeliminowało 36). W ten sposób końcowy podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności liczył 17 elementów. Na rys. 4.48 przedstawiono uzyskany podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności.



Rys. 4.48. Podzbiór ocen rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności, $PN=1,5\%$

Wyznaczenie podzbioru rozwiązań kompromisowych - MWRK

W kolejnym kroku wyznaczono podzbiór rozwiązań kompromisowych stosując *Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych*. Na potrzeby tego przykładu zastosowano funkcję dystansową min-max (zależność 4.4). Działania zostały wykonane na poprzednio uzyskanym podzbiórze rozwiązań niezdominowanych czyli podzbiórze rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności ($PN=1,5\%$) liczącym 17 elementów. W fazie pierwszej wyznaczono jedno rozwiązanie kompromisowe co pokazano na rys. 4.49. Rozwiązaniem tym był wariant nr 12 o wartościach składowych wynoszących $F_1(x)=5$ i $F_2(x)=5,8$. Na rys. 4.49 oprócz pokazania położenia ocen rozwiązania 12, pokazano także położenie dwóch nadążnych wektorów idealnych: F^{o1} oraz F^{o2} .



Rys. 4.49. Wyznaczenie rozwiązania kompromisowego nr 12 i wygenerowanie nadążnych wektorów idealnych: F^{01} oraz F^{02}

Następnie przystąpiono do wyznaczania kolejnych rozwiązań kompromisowych – faza II. Spośród różnych sposobów zakończenia procedury obliczeniowej wybrano wariant indywidualnego określenia liczebności podzbioru po podziale, z którego będzie wyznaczane rozwiązanie kompromisowe – wprowadzono wartość wynoszącą 4. W etapie pierwszym uzyskano dwa rozwiązania kompromisowe: wariant nr 18 ($F_1(x) = 8$ i $F_2(x) = 5,4$) oraz wariant nr 8 ($F_1(x) = 3,5$ i $F_2(x) = 6,5$). Na zamieszczonym wydruku można prześledzić kolejność wykonywanych działań i uzyskiwane wartości nadążnych wektorów idealnych i liczebności podzbiorów po podziale.

Wydruk z przebiegu obliczeń.

```

**** POSZUKIWANIE ROZWIĄZANIA W SENSIE MINMAX ****
DETAL - NUMER 12
F(1) = 0.50000E+01  F(2) = 0.58000E+01

--- Czy bedziesz poszukiwal rozwiazan reprezentatywnych ? (1/0)
--- Wybierz sposob zakonczenia dzialania programu:
    1 - okreslenie liczby etapow poszukiwan,
    2 - okreslenie liczby elementow podzbioru reprezentatywnego,
    3 - okreslenie liczby elementow w podzbiorze, w ktorym poszukiwane
        jest rozwiązanie reprezentatywne (standardowo 6),
    4 - automatyczne zakonczenie programu.
--- Wprowadz liczbe elementow, ktora ma miec najmniej rozpatrywany
    podzbior ( 4-12)
*** MINIMALNA LICZBA ELEMENTOW W PODZBIORZE = 4

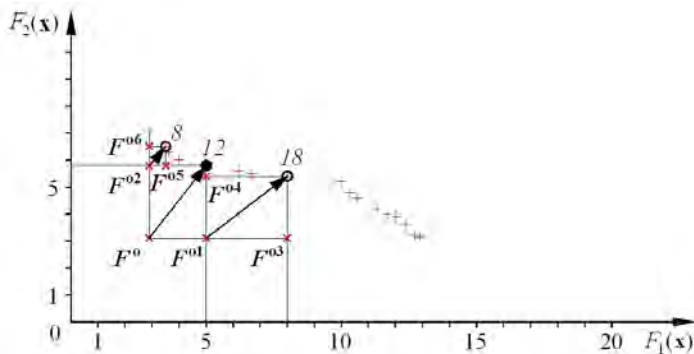
##### WYDRUKI KONTROLNE NOWYCH WEKTOROW IDEALNYCH
*** WEKTOR NR 1 0.50000E+01 0.31000E+01
*** WEKTOR NR 2 0.29000E+01 0.58000E+01

```

```
##### WYDRUKI KONTROLNE PO PODZIALE
  PODZBIOR NR 1 LICZBA ELEMENTOW = 12
  NUMERY ROZWIAZAN: 14 16 18 21 23 24 26 27 28
 30 43 44
  PODZBIOR NR 2 LICZBA ELEMENTOW = 4
  NUMERY ROZWIAZAN: 7 8 9 11
```

```
##### DRUKOWANIE KONTROLNE ROZWIAZAN MINMAX
*** ROZWIAZANIE NR 2 DETAL NR 18 12e
*** ROZWIAZANIE NR 3 DETAL NR 8 4e
***** ROZWIAZANIA REPREZENTATYWNE OTRZYMANE W ETAPIE NR 1
*** ROZWIAZANIE NR 2 DETAL NR 18 1x
  F(1)= 0.80000E+01 F(2)= 0.54000E+01
*** ROZWIAZANIE NR 3 DETAL NR 8 1x
  F(1)= 0.35000E+01 F(2)= 0.65000E+01
```

Rys. 4.50. przedstawia położenie ocen nowych wariantów kompromisowych oraz położenie wygenerowanych kolejnych nadążnych punktów idealnych.



Rys. 4.50. Wyznaczenie kolejnych rozwiązań kompromisowych, faza II, etap 1: nr 18 i 8 oraz wygenerowanie nadążnych wektorów idealnych: F^{03} , F^{04} , F^{05} , F^{06}

W etapie drugim uzyskano jedno rozwiązanie kompromisowe: wariant nr 26 ($F_1(x)=11,3$ i $F_2(x)=4,2$). Drugie rozwiązanie nie zostało wyznaczone, ponieważ liczebność podzbioru wynosiła tylko 3 elementy. Na zamieszczonym wydruku można prześledzić kolejność wykonywanych działań i uzyskiwane wartości nadążnych wektorów idealnych i liczebności podzbiorów po podziale.

Wydruk z przebiegu obliczeń.

```
##### WYDRUKI KONTROLNE PODZBIOROW PO WYCOFANIU ROZWIAZAN
MINMAX
  PODZBIOR NR 1 LICZBA ELEMENTOW = 11
  NUMERY ROZWIAZAN: 14 16 21 23 24 26 27 28 30
 43 44
```

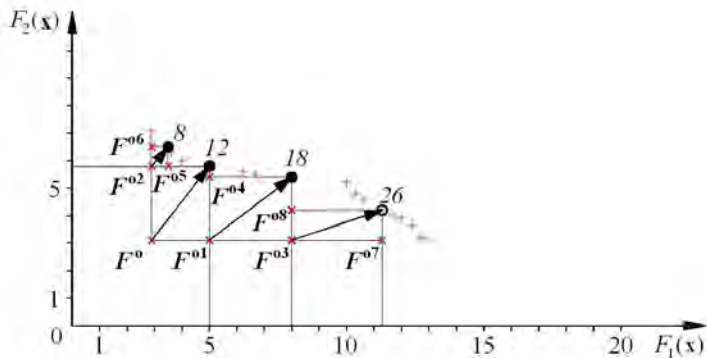
```

PODZBIOR NR 2 LICZBA ELEMENTOW = 3
NUMERY ROZWIAZAN: 7 9 11
##### WYDRUKI KONTROLNE NOWYCH WEKTOROW IDEALNYCH
*** WEKTOR NR 3 0.8000E+01 0.3100E+01
*** WEKTOR NR 4 0.5000E+01 0.5400E+01
*** WEKTOR NR 5 0.3500E+01 0.5800E+01
*** WEKTOR NR 6 0.2900E+01 0.6500E+01
##### WYDRUKI KONTROLNE PO PODZIALE
PODZBIOR NR 3 LICZBA ELEMENTOW = 9
NUMERY ROZWIAZAN: 21 23 24 26 27 28 30 43 44
PODZBIOR NR 4 LICZBA ELEMENTOW = 2
NUMERY ROZWIAZAN: 14 16

##### DRUKOWANIE KONTROLNE ROZWIAZAN MINMAX
*** ROZWIAZANIE NR 4 DETAL NR 26 9e
***** ROZWIAZANIA REPREZENTATYWNE OTRZYMANE W ETAPIE NR 2
*** ROZWIAZANIE NR 4 DETAL NR 26 1x
F(1)= 0.11300E+02 F(2)= 0.42000E+01

```

Rys. 4.51. przedstawia położenie oceny nowego wariantu kompromisowego – rozwiązanie 26 oraz położenie wygenerowanych kolejnych nadążnych punktów idealnych (ze względu na istotę procesu obliczeniowego pokazano położenie punktów: F^{07} oraz F^{08}).



Rys. 4.51. Wyznaczenie kolejnego rozwiązania kompromisowego, faza II, etap 2: nr 26 oraz wygenerowanie nadążnych wektorów idealnych: F^{07} , F^{08}

W etapie trzecim uzyskano również 1 rozwiązanie kompromisowe: wariant nr 30 ($F_1(x)=12,7$ i $F_2(x)=3,2$). Pozostałe rozwiązania nie zostały wyznaczone, ponieważ liczebności podzbiorów były mniejsze od zadeklarowanej wartości wynoszącej 4. Na zamieszczonym wydruku można prześledzić kolejność wykonywanych działań i uzyskiwane wartości nadążnych wektorów idealnych i liczebności podzbiorów po podziale.

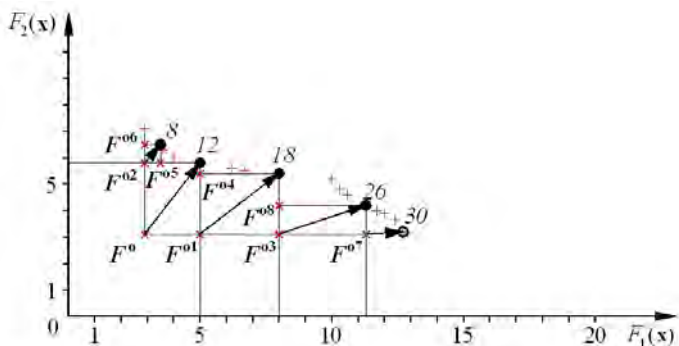
Wydruk z przebiegu obliczeń.

```

##### WYDRUKI KONTROLNE PODZBIOROW PO WYCOFANIU ROZWIĄZAN
MINMAX
  PODZBIOR NR 3 LICZBA ELEMENTOW = 8
  NUMERY ROZWIĄZAN: 21 23 24 27 28 30 43 44
  PODZBIOR NR 4 LICZBA ELEMENTOW = 2
  NUMERY ROZWIĄZAN: 14 16
##### WYDRUKI KONTROLNE NOWYCH WEKTOROW IDEALNYCH
*** WEKTOR NR 7 0.11300E+02 0.31000E+01
*** WEKTOR NR 8 0.80000E+01 0.42000E+01
+++ WEKTORY IDEALNE O NUMERACH OD 9 DO 10 NIE BEDA
TWORZONE, PODZBIOR PO PODZIALE MIAL ZBYT MALO ELEMENTOW
+++ WEKTORY IDEALNE O NUMERACH OD 11 DO 12 NIE BEDA
TWORZONE, PODZBIOR PO PODZIALE MIAL ZBYT MALO ELEMENTOW
+++ WEKTORY IDEALNE O NUMERACH OD 13 DO 14 NIE BEDA
TWORZONE, PODZBIOR PO PODZIALE MIAL ZBYT MALO ELEMENTOW
##### WYDRUKI KONTROLNE PO PODZIALE
  PODZBIOR NR 7 LICZBA ELEMENTOW = 5
  NUMERY ROZWIĄZAN: 27 28 30 43 44
  PODZBIOR NR 8 LICZBA ELEMENTOW = 3
  NUMERY ROZWIĄZAN: 21 23 24
##### DRUKOWANIE KONTROLNE ROZWIĄZAN MINMAX
*** ROZWIĄZANIE NR 8 DETAL NR 30 5e
***** ROZWIĄZANIA REPREZENTATYWNE OTRZYMANE W ETAPIE NR 3
*** ROZWIĄZANIE NR 5 DETAL NR 30 1x
  F(1)= 0.12700E+02 F(2)= 0.32000E+01

```

Rys. 4.52. przedstawia położenie oceny nowego wariantu kompromisowego – rozwiązanie 30. Zaprezentowana zawartość wydruku informuje, że wszystkie uzyskane podzbiory po podziale mają mniejszą liczebność od przyjętej (czyli 4) i proces obliczeniowy jest zatrzymany. Ostatnia część wydruku zawiera wszystkie wyznaczone rozwiązania kompromisowe.



Rys. 4.52. Wyznaczenie kolejnego rozwiązania kompromisowego nr 30

Wydruk z przebiegu obliczeń.

WYDRUKI KONTROLNE PODZBIOROW PO WYCOFANIU ROZWIAZAN
MINMAX

PODZBIOR NR 7 LICZBA ELEMENTOW = 4

NUMERY ROZWIAZAN: 27 28 43 44

PODZBIOR NR 8 LICZBA ELEMENTOW = 3

NUMERY ROZWIAZAN: 21 23 24

WYDRUKI KONTROLNE NOWYCH WEKTOROW IDEALNYCH

*** WEKTOR NR 15 0.12700E+02 0.31000E+01

*** WEKTOR NR 16 0.11300E+02 0.32000E+01

+++ WEKTORY IDEALNE O NUMERACH OD 17 DO 18 NIE BEDA
TWORZONE, PODZBIOR PO PODZIALE MIAL ZBYT MALO ELEMENTOW

+++ WEKTORY IDEALNE O NUMERACH OD 19 DO 20 NIE BEDA
TWORZONE, PODZBIOR PO PODZIALE MIAL ZBYT MALO ELEMENTOW

+++ WEKTORY IDEALNE O NUMERACH OD 21 DO 22 NIE BEDA
TWORZONE, PODZBIOR PO PODZIALE MIAL ZBYT MALO ELEMENTOW

+++ WEKTORY IDEALNE O NUMERACH OD 23 DO 24 NIE BEDA
TWORZONE, PODZBIOR PO PODZIALE MIAL ZBYT MALO ELEMENTOW

+++ WEKTORY IDEALNE O NUMERACH OD 25 DO 26 NIE BEDA
TWORZONE, PODZBIOR PO PODZIALE MIAL ZBYT MALO ELEMENTOW

+++ WEKTORY IDEALNE O NUMERACH OD 27 DO 28 NIE BEDA
TWORZONE, PODZBIOR PO PODZIALE MIAL ZBYT MALO ELEMENTOW

+++ WEKTORY IDEALNE O NUMERACH OD 29 DO 30 NIE BEDA
TWORZONE, PODZBIOR PO PODZIALE MIAL ZBYT MALO ELEMENTOW

+++ LICZEBNOSC WSZYSTKICH PODZBIOROW PO PODZIALE JEST
MNIEJSZA OD ZALOZONEJ W PROGRAMIE

**** PODZBIOR ROZWIAZAN KOMPROMISOWYCH ****

***** ROZWIAZANIE NUMER 1

DETAL - NUMER 12

$F(1) = 0.50000E+01$ $F(2) = 0.58000E+01$

***** ROZWIAZANIE NUMER 2

DETAL - NUMER 18

$F(1) = 0.80000E+01$ $F(2) = 0.54000E+01$

***** ROZWIAZANIE NUMER 3

DETAL - NUMER 8

$F(1) = 0.35000E+01$ $F(2) = 0.65000E+01$

***** ROZWIAZANIE NUMER 4

DETAL - NUMER 26

$F(1) = 0.11300E+02$ $F(2) = 0.42000E+01$

***** ROZWIAZANIE NUMER 5

DETAL - NUMER 30

$F(1) = 0.12700E+02$ $F(2) = 0.32000E+01$

--- Czy chcesz wydrukowac zmienne rozwiazan Pareto ? (1/0)

*** KONIEC PROGRAMU, DZIEKUJE ***

5. Zastosowanie *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* w budowie i eksploatacji maszyn

5.1. Wprowadzenie

W podrozdziałach 1.5.1 ÷ 1.5.4 omówiono wybrane zagadnienia z zakresu budowy maszyn, których realizacja wymaga zastosowania metod optymalizacji wielokryterialnej, a w zasadzie analizy wielokryterialnej omówionej dla tych celów w rozdziałach 2 ÷ 4. Rozwinięcie tych zagadnień posłużyło autorowi do zbudowania *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* (ZSAW).

W niniejszym rozdziale przedstawiono tylko wybrane przykłady zastosowań ZSAW w rozwiązywaniu różnorodnych problemów technicznych. Zaprezentowane przykłady zostały podzielone ze względu na problematykę, którą zajmują się naukowcy i inżynierowie w obszarze budowy i eksploatacji maszyn. Wydzielono cztery główne obszary:

- dobór właściwości materiałów i ich badanie,
- badanie parametrów technologii obróbki,
- projektowanie i badanie elementów maszyn,
- projektowanie doboru obrabiarek do ESP.

Ponadto prezentowane przykłady umożliwiają prześledzenie jakościowo różnych zastosowań systemu ZSAW:

- analizę wielokryterialną rezultatów uzyskanych przy zastosowaniu metod obliczeniowych z wykorzystaniem MES,
- analizę wielokryterialną wyników badań różnych rozwiązań konstrukcyjnych, technologicznych lub eksploatacyjnych.

Zastosowanie analizy wielokryterialnej przy użyciu *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* oraz *Metody przedziału nierozróżnialności* do tworzenia nowych materiałów konstrukcyjnych pokazano na przykładzie oceny wielokryterialnej zużycia warstw eutektycznych układu Fe-Mn-C-B stopowanych Si, Ni oraz Cr – rozdział 5.2.

Badanie skutków zastosowania technologii obróbki dotyczącej wpływu implantacji jonowej przyłgni stożkowej w gnieździe korpusu rozpylacza paliwa na jej trwałość przedstawiono w rozdziale 5.3. W tym przypadku, ze względu na specyfikę rozwiązywanego problemu do sortowania – istniejących wariantów doświadczalnych, użyto tylko *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*.

Rozdział 5.4 zawiera przykład dotyczący zastosowania analizy wielokryterialnej w obszarze projektowania i badania elementów maszyn. Przedstawiony przykład dotyczy oceny wielokryterialnej efektów projektowania ślizgowych łożysk wzdłużnych o segmentach sztywnych oraz podatnych przy zastosowaniu metody elementów skończonych [137]. W przykładzie tym do rozwiązania sformułowanego zadania polioptymalizacji wykorzystano *Metodę przedziałów nierozróżnialności* oraz *Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych*.

Dobór zestawu obrabiarek sterowanych numerycznie do obróbki elementów klasy korpus w elastycznym systemie produkcyjnym przy zastosowaniu analizy wielokryterialnej zamieszczono w podrozdziale 5.5. Zastosowanie *Metody przedziału nierozróżnialności* oraz *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* pozwoliła wygenerować rozwiązania kompromisowe, reprezentatywne, a następnie wyznaczyć dwa rozwiązania preferowane.

Poza zaprezentowanymi w pracy przykładami opracowane metody analizy wielokryterialnej wchodzące w skład ZSAW były wielokrotnie z powodzeniem zastosowane przez autora do wspomagania procesu wyboru w rozwiązywaniu wielu różnych zagadnień technicznych z obszaru budowy i eksploatacji maszyn. Przykłady te dotyczyły między innymi:

- wielokryterialnej analizy wariantów impulsowej obróbki elektrochemicznej [82], przy okazji otrzymane wyniki porównano z rezultatami analizy wielokryterialnej uzyskanymi przy zastosowaniu innej metody [66];
- analizy wygenerowanych rozwiązań jednostopniowej przekładni zębatej o zębach prostych przy zastosowaniu systemu optymalizacji wielokryterialnej „CAMOS” [104], prezentowany przykład należy do tak zwanej wielokryterialnej analizy postoptymalnej (reanalizy) [82,106];
- zastosowania analizy wielokryterialnej w badaniu złożonych obiektów technicznych na przykładzie oceny skuteczności posadowienia frezarki FWD-32J na wibroizolatorach różnych konstrukcji oraz przy posadowieniu bezpośrednim [76,82], otrzymane wyniki zostały porównane z rezultatami uzyskanymi metodą podwójnej skalaryzacji [173];
- ocena wpływu użycia paliwa ekologicznego na zużycie rozpylaczy paliwa [82,92,94,152];
- ocen wpływu konstrukcji czopikowych rozpylaczy paliwa na toksyczność spalin [45,82,85];
- oceny wielokryterialnej w badaniach poeksploatacyjnych rozpylaczy paliwa [69].

Ponadto autor stosował analizę wielokryterialną przy ocenie i wyborze projektów kształtu dozwojenia elektromagnesu nadprzewodnikowego o uzwojeniu cylindrycznym pełniącego funkcję wysokogradientowego separatora cząstek ferromagnetycznych [82,135,136].

Autorskie metody analizy wielokryterialnej zostały również z powodzeniem zastosowane do rozwiązania zadania polioptymalizacji polegającego na doborze parametrów pracy oczyszczalni ścieków z zakładu garbarskiego, co w połączeniu z nową koncepcją ich oczyszczania – system dwustrumieniowy, zostało docenione przez przyznanie zespołowej nagrodą I stopnia Ministra Ochrony Środowiska, Zasobów Naturalnych i Leśnictwa w 1995 r.

5.2. Zastosowanie analizy wielokryterialnej do dobru właściwości materiałów i ich badania

5.2.1. Opis stopów eutektycznych układu Fe-Mn-C-B – szczegóły techniczne i rezultaty badań

Jednym z głównych kierunków badań związanych z doбором materiałów na elementy podlegające procesom zużycia są dalsze prace nad nowymi materiałami. Zagadnienia te mogą dotyczyć całego materiału lub też uszlachetniania warstw powierzchniowych [9,19,174]. W dotychczas stosowanych materiałach par trących pracujących w warunkach szczególnie podatnych na zużycie tribologiczne (głównie ścierne) w małym stopniu wykorzystywane są techniki otrzymywania specjalnych warstw powierzchniowych elementów węzłów tarcia.

W Katedrze Podstaw Techniki Politechniki Lubelskiej prowadzone są prace badawcze nad otrzymaniem stopów eutektycznych na bazie układu poczwórnego Fe-Mn-C-B [19,114]. Układ taki daje możliwość doboru stopu z racjonalną zawartością wybranych pierwiastków, np.: Si, Ni, Cr jako składników zapewniających uzyskanie określonych właściwości wymaganych dla projektowanych par trących.

Opracowanie i przebadanie zaprojektowanych materiałów musi zakończyć się procesem wyboru materiału, który będzie charakteryzował się najlepszymi właściwościami eksploatacyjnymi w określonych warunkach pracy. W niniejszym podrozdziale przeprowadzono ocenę wielokryterialną zużycia warstw eutektycznych układu Fe-Mn-C-B stopowanych Si, Ni i Cr wykorzystując do tego celu wybrane metody wchodzące w skład *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* zaprezentowanego w rozdziale 4.

Opracowanie stopów eutektycznych

Przedstawiony zarys badań prowadzonych pod kierunkiem Pashechki [112, 114] doprowadził do opracowania nowej rodziny stopów eutektycznych na bazie układu poczwórnego Fe-Mn-C-B. Struktura stopów eutektycznych tego układu składa się ze stopowanego perlitu (fazy miękkiej – osnowa), wzmocnionej $Fe_{0,4}Mn_{3,6}C$ (karkas) i dyspersyjnymi cząsteczkami Cr_7C_3 oraz Fe_2B . W stopie tym istnieje możliwość sterowania ilością i stosunkiem składników fazowych, co prowadzi do otrzymywania stopów eutektycznych dyspersyjnie wzmocnionych z gradientem strukturalnym układów Fe-Mn-C i Fe-B-C stopowanych Si oraz dodatkowo Ni albo Cr lub Ni i Cr. Dodatki Cr powodują zwiększenie twardości roztworu stałego na bazie Fe_α , a Ni plastyczność roztworu stałego na bazie Fe_γ .

Uzyskiwany gradient strukturalny otrzymano wskutek zmian fazowych i segregacji atomów C, B, Si w procesie tarcia.

Ostatecznie uzyskano materiały eutektyczne układu Fe-Mn-C-B, typu roztwór stały węgla w żelazie (α -, γ -) – perlit stopowy – węgiel manganowy żelaza $Fe_{0,4}Mn_{3,6}C$. Zmiana właściwości na głębokości stopu na poziomie fazowym daje możliwość uzyskania gradientu właściwości na poziomie mikrostrukturalnym. Dodatkowa różnica układu poczwórnego Fe-Mn-C-B w stosunku do znanych układów: Fe-B, Fe-Mn-C, Ni-Cr-B-Si polega na wykorzystaniu manganu jako pierwiastka dającego możliwości uzyskania fazy $Fe_{0,4}Mn_{3,6}C$. Takie rozwiązanie pozwala analogicznie, jak w stali Hadfielda, otrzymać efekt umocnienia deformacyjnego stopu poprzez przemianę martenzytową [19,112].

W tabelicy 5.1 podano skład chemiczny stopów w postaci proszku, które wyprodukowano w zakładzie metalurgii proszków NPZ „Tułaczormet” (Rosja).

Tablica 5.1. Skład chemiczny badanych stopów eutektycznych w postaci proszku (% mas.)

Nazwa proszku	Fe	Mn	Si	Ni	Cr	S	P
PMI-9	Reszta	3,4	2,4	-	-	0,005	0,04
PMI-12	Reszta	11,37	2,48	-	18,22	0,09	0,028
PMI-13	Reszta	9,82	3,36	-	10,0	0,09	0,022
PMI-14	Reszta	12,0	4,4	11,63	11,96	0,01	0,03
PMI-15	Reszta	8,7	4,1	19,58	-	0,09	0,028

Zakres zawartości żelaza, manganu, węgla i boru określono z uwzględnieniem możliwości otrzymania stopów eutektycznych zgodnie z układem Fe-Mn-C-B. Ilość pierwiastków dodatkowych Si, Ni, Cr, ograniczona jest możliwością otrzymania stopów ze strukturą eutektyczną i podwyższeniem fizyko-mechanicznych oraz eksploatacyjnych właściwości warstw wierzchnich. Stopowanie bazowego układu przy użyciu niklu i chromu przeprowadzono w celu otrzymania stopów odpornych na zużycie i korozje.

Badania na zużycie opracowanych stopów eutektycznych

Opracowane i wyprodukowane stopy eutektyczne poddano badaniom na zużycie wykorzystując zmodernizowane stanowisko do badań procesów tarcia na bazie maszyny Amslera. Stanowisko to pozwalało, przy wprowadzeniu komputerowego monitoringu procesu tarcia, na zastosowanie w szerokim zakresie obciążeń, różnych warunków tarcia (tarcie suche, graniczne lub inne) oraz analizę

procesu tarcia ślizgowego. Przeprowadzono badania dotyczące zużycia [PN-82/H-04332] opracowanych materiałów lub ich warstw dyfuzyjnych o nazwach roboczych: PMI-9, PMI-12, PMI-13, PMI-14, PMI-15, a także proszki układu Ni-Cr-B-Si: PG-SR3 oraz PG-10N-01 – analog proszku 10009 *Borotac* szwajcarskiej firmy *Castolin*.

Próbki zostały przebadane przy prędkości względnej wynoszącej $v = 0,4$ [m/s] i naciskach jednostkowych p wynoszących odpowiednio: 4; 7; 10 i 13 [MPa]. Eksperyment wykonano tworząc pary tarcie materiałów badanych z przeciwpróbkami, którymi były: stal c45 po hartowaniu i niskim odpuszczaniu; babbitt B83 oraz brąz CuSn19Pb10. Badania przeprowadzono przy tarcu w oleju oraz w oleju z piaskiem (0,1% mas., piasek SiO₂ o średnicy ziaren 40 [μm]). Wykonany pomiar dotyczył schematu badawczego trzpień – tarcza.

Wyniki przeprowadzonych badań doświadczalnych stopów eutektycznych układu Fe-Mn-C-B w warunkach tarcia ściernego w środowisku oleju wykazały, że do opisu kinetyki ich zużycia należy stosować model tribokinetyczny [19], którego podstawowe równanie ma postać

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{dI_k}{dt} = \Phi_k^{-j}(\tau) \quad (5.1)$$

gdzie

$\Phi(\tau)$ – charakterystyczna funkcja odporności na zużycie, wyznaczona została na podstawie badań – doświadczalnie, wg wzoru użytkowego

$$\Phi_k^j(\tau) = \frac{L}{I_j} \quad (5.2)$$

gdzie

L – długość drogi tarcia,

I_j – intensywność zużycia liniowego,

j – dyskretne wartości jednostkowej siły tarcia τ ,

k – numer próbki albo przeciwpróbki.

Do aproksymacji wartości doświadczalnych funkcji $\Phi_k^{(j)}(\tau)$ materiałów zaproponowano następującą zależność

$$\Phi_K(\tau) = \frac{B_k [\tau_k^{(0)}]^{m_k}}{[\tau - \tau_k^{(0)}]^{m_k}} \quad (5.3)$$

gdzie

$B_k, m_k, \tau_k^{(0)}$ – wskaźniki odporności na zużycie,
 $\tau_k^{(0)}$ – wartość τ przy której materiał nie ulega zużyciu.

Ostatecznie zastosowanie modelu opisanego zależnościami 5.1 ÷ 5.3 umożliwiło wyznaczenie dwu charakterystyk odporności na zużycie oznaczone przez B oraz m . Te wielkości stały się następnie kryteriami oceny odporności na zużycie badanych materiałów w sformułowanym w podrozdziale 5.2.2. zadaniach polioptymalizacji. Wyznaczone wartości B oraz m zawarte są w tablicy 5.2.

Tablica 5.2. Zbiorcze zestawienie wyników badań na zużycie wraz z kryteriami oceny

środowisko	olej						olej z piaskiem			
	stal c45		brąz		babbitt		stal c45		brąz	
przeciw- próbka	B·10 ⁸	m	B·10 ⁸	m	B·10 ⁸	m	B·10 ⁸	m	B·10 ⁸	m
kryteria materiał	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10
PMI-9	-----	-----	27,9	1,2	-----	-----	-----	-----	24,6	0,87
PMI-12	3,32	0,85	19,0	1,16	8,9	0,9	2,52	0,63	14,7	0,8
PMI-13	14,2	0,9	4,8	0,9	8,9	0,9	4,48	0,6	3,55	0,7
PMI-14	26,7	1,17	12,6	1,05	6,3	0,9	6,17	0,57	7,9	0,81
PMI-15	2,32	0,8	12,6	1,05	13,5	0,9	1,7	0,65	3,55	0,7
PG-SR3	3,32	0,85	2,1	0,66	36,9	1,15	2,52	0,63	7,9	0,81
PG-10N-01	6,5	0,82	-----	-----	6,3	0,91	3,36	0,68	-----	-----
stal c45	29,9	1,2	-----	-----	-----	-----	31,7	0,52	-----	-----
brąz	-----	-----	6,82	1,35	-----	-----	-----	-----	2,51	1,38
babbitt	-----	-----	-----	-----	20,0	0,9	-----	-----	-----	-----

5.2.2. Poszukiwanie optymalnego składu stopów eutektycznych metodą analizy wielokryterialnej

5.2.2.1. Sformułowanie zadania optymalizacji wielokryterialnej

W wyniku przeprowadzonych badań na zużycie [112,114] oraz po zastosowaniu zależności (5.1 ÷ 5.3) opisujących sposób zużycia analizowanych próbek w przyjętym modelu tribokinetycznym [19] uzyskano dwa niezależne wskaźniki odporności na zużycie testowanych materiałów eutektycznych oraz materiałów porównawczych znanych już na rynku. Każdorazowo wskaźniki te opisują zachowanie badanych materiałów po współpracy z jedną z przeciwpróbek (stal c45, brąz albo babbitt) w jednym z przygotowanych środowisk pracy (olej albo olej z piaskiem). W budowanym zadaniu optymalizacji wielokryterialnej jako kryteria oceny jakości badanego materiału przyjęto wyznaczone wskaźniki odporności na zużycie B oraz m , gdy rozpatrywany materiał współpracował z określonym rodzajem przeciwpróbki w przyjętym środowisku pracy. Zatem po przeprowadzeniu badań materiałów z jedną przeciwpróbką, w jednym środowisku pracy dysponuje się dwoma kryteriami oceny. Na przykład po badaniach z przeciwpróbką z brązu w środowisku oleju z piaskiem uzyskuje się wartości dwóch kryteriów – K9 i K10 (tablica 5.2). Wynika więc stąd, że przy przeprowadzonych badaniach z trzema różnymi przeciwpróbkami w dwóch środowiskach pracy dysponuje się łącznie dziesięcioma kryteriami, co pokazano w tablicy 5.2.

Wielokryterialnej analizie poddawano jednocześnie materiały opracowane – przedstawione w tablicy 5.1 (PMI-9, PMI-12, PMI-13, PMI-14 i PMI-15), materiały porównawcze (PG-SR3 i PG-10N-01) oraz przeciwpróbki zamieszczone w tablicy 5.2. Zatem dysponowaliśmy potencjalnie dziesięcioma wariantami materiałów konstrukcyjnych, z tym, że nie w każdym rozpatrywanym przypadku (środowisko pracy i zastosowana przeciwpróbka) wszystkimi na raz. W sformułowanym zadaniu optymalizacyjnym zmiennymi decyzyjnymi był skład chemiczny materiałów, który w przypadku materiałów porównawczych (PG-SR3 i PG-10N-01) nie był znany.

Bazując na wyznaczonych wartościach kryteriów (tablica 5.2) można było zbudować wiele zadań optymalizacji wielokryterialnej. Podstawowe sformułowane zadanie optymalizacji dwukryterialnej było następujące: znaleźć materiał konstrukcyjny, który będzie minimalizował kryteria opisujące jego zużycie B oraz m , przy współpracy z jednym rodzajem przeciwpróbki w jednym środowisku pracy, np. z przeciwpróbką z babbitu w oleju (w tym przypadku rozpatrywane kryteria to K5 i K6, tablica 5.2). Zadanie optymalizacji czterokryterialnej brzmi następująco: znaleźć materiał, który będzie minimalizował kryteria opisujące jego

zużycie B oraz m , przy współpracy z jednym rodzajem przeciwpróbki w obu środowiskach pracy, np. z przeciwpróbką ze stali c45 pracującą w oleju oraz w środowisku oleju z piaskiem (w tym przypadku będą to kryteria K1, K2, K7 i K8).

Zbudowanie wielu różnych zadań optymalizacji wielokryterialnej umożliwia uzyskanie informacji, które z materiałów są najbardziej odporne na zużycie pracując w określonym środowisku roboczym i z określoną przeciwpróbką, a także które z materiałów charakteryzują się największą odpornością na zużycie pracując z różnymi przeciwpróbkami w różnych środowiskach.

Do wykonania analiz spośród metod wchodzących w skład *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* wykorzystano *Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych* oraz współdziałanie *Metody przedziału nierozróżnialności* (MPN) i *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* (MWRK). Zastosowane metody analizy wielokryterialnej nie wymagały sformułowania nadrzędnego kryterium wyboru. Wszystkie analizowane kryteria zarówno w analizie czterokryterialnej jak i dwukryterialnej były traktowane równoprawnie.

Prezentowane w kolejnych podrozdziałach przykłady sortowania wyników zużycia materiałów z rodziny (PMI-9, ..., PMI-15) i materiałów porównawczych są analizami, które są rozszerzeniem tego co zaprezentowano w publikacji [115].

5.2.2.2. Wielokryterialna analiza wyników otrzymanych z przeciwpróbką ze stali c45

Wyniki zużycia badanych materiałów z rodziny (PMI-12, ..., PMI-15) z przeciwpróbką wykonaną ze stali c45 zamieszczone są w tablicy 5.2. Badania zostały przeprowadzone w oleju – uwzględniono kryteria K1, K2 i w oleju z piaskiem – uwzględniono kryteria K7, K8. Wszystkie analizowane kryteria były minimalizowane. Zbiór wariantów dopuszczalnych składał się z siedmiu elementów (4 materiały z rodziny PMI..., 2 materiały obecne na rynku: PG-SR3 i PG-10N-01 oraz przeciwpróbki – stal c45).

Analiza z zastosowaniem MWRK

Praca w środowisku w oleju, kryteria: K1 i K2

W przypadku pracy w środowisku oleju najlepszym materiałem okazał się proszek eutektyczny PMI-15. Materiał ten był jedynym materiałem niezdominowanym.

Praca w środowisku w oleju z piaskiem, kryteria: K7 i K8

Spośród 7 elementów dopuszczalnych 5 z nich należało do podzbioru elementów niezdominowanych. Były to proszki eutektyczne: PMI-12, PMI-13, PMI-14, PMI-15 oraz stal c45. Widać więc, że materiały porównawcze, które są dostępne na rynku zostały wyeliminowane, jako materiały o gorszych parametrach użytkowych.

Analiza metodą MWRK w fazie I wyznaczyła jako rozwiązanie kompromisowe materiał – PMI-15, zaś w fazie II materiał PMI-12. Zatem w środowisku oleju z piaskiem najlepszymi materiałami okazały się proszki eutektyczne: PMI-15 oraz MPI-12.

Praca w środowisku w oleju oraz w oleju z piaskiem, kryteria: K1, K2, K7 i K8

Przy rozpatrywaniu wszystkich czterech kryteriów podzbiorów ocen niezdominowanych również składał się z 5 elementów (materiały: PMI-12, PMI-13, PMI-14, PMI-15, stal c45). Wyznaczenie rozwiązań kompromisowych metodą MWRK wskazało materiały PMI-15 i MPI-12. Tak więc w świetle przyjętych kryteriów oceny materiały PMI-15 i MPI-12 są najbardziej odporne na zużycie.

Analiza z zastosowaniem MPN oraz MWRK, kryteria: K1, K2, K7 i K8

Przeprowadzenie analizy z wykorzystaniem *Metody przedziałów nierozróżnialności* pozwala określić przy jakim progu nierozróżnialności *PN* występuje redukcja liczebności zbioru ocen niezdominowanych. Oznacza to, że gdyby wartość całkowitego błędu pomiarowego była równa przyjętemu przedziałowi *PN* to różnice wartości analizowanych kryteriów badanych materiałów mieściłyby się w błędzie pomiarowym. Podzbiór rozwiązań niezdominowanych liczył 5 elementów (zobacz powyżej).

Analiza przy wartości $PN=3,5\%$

Wprowadzając $PN=3,5\%$ uzyskano czteroelementowy podzbiór rozwiązań niezdominowanych w sensie przedziału nierozróżnialności. W skład tego podzbioru wchodziły następujące materiały: PMI-13, PMI-14, PMI-15, stal c45.

Analiza przy wartości $PN=5\%$

Przy wprowadzeniu wartości $PN=5\%$ wygenerowany podzbiór liczył 3 elementy, materiały: PMI-14, PMI-15 oraz stal c45.

Posiadając wygenerowane podzbiory rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności zastosowano *Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych*. Ze względu na fakt, że analizowane podzbiory liczyły tylko cztery elementy (dla $PN=3,5\%$) oraz trzy elementy (dla $PN=5\%$) zastosowana metoda mogła wyznaczyć tylko jedno rozwiązanie kompromisowe.

Z tak wygenerowanych podzbiorów ocen niezdominowanych (zarówno dla wartości $PN=3,5\%$ oraz $PN=5\%$) wyznaczonym materiałem najbardziej odpornym na zużycie został materiał PMI-15.

Analiza wielokryterialna przy zastosowaniu MWRK pokazała, przy tarcii stali c45 z badanymi materiałami w oleju największą odpornością na zużycie charakteryzuje się materiał PMI-15, który zawiera Ni. Przy tarcii w środowisku oleju z piaskiem największą odpornością na zużycie charakteryzuje się PMI-15 i PMI-12. To bardzo dobrze koreluje ze składem chemicznym tych materiałów i zarazem strukturą uzyskanych stopów. Uzyskujemy więc bezpośrednie informacje o pożądanach wartościach zmiennych decyzyjnych. Piasek zwiększa zużycie ściernie. W celu zwiększenia odporności na zużycie do stopu bazowego na osnowie Fe-Mn-C-B dodane zostało 18,22% mas. Cr (materiał PMI-12). Chrom zwiększa twardość roztworu stałego różnowęzłowego na osnowie Fe_a. Wskutek większego podobieństwa do C daje możliwość uzyskania dyspersyjnego wzmocnienia stopu przez Cr₇C₃ (twardość HV 1600).

5.2.2.3. Wielokryterialna analiza wyników otrzymanych z przeciwpróbką z brązu

Tak jak w podrozdziale 5.2.2.2 wykonano analizę wielokryterialną w odniesieniu do badań przeprowadzonych w środowisku czystego oleju – analizowano kryteria K3, K4 oraz w oleju z piaskiem – uwzględniono kryteria K9, K10. Wielokryterialnej analizie poddano jednocześnie 5 proszków eutektycznych (PMI-9, PMI-12, PMI-13, PMI-14, PMI-15), materiał obecny na rynku – PG-SR3 oraz przeciwpróbkę – brąz. Zatem zbiór wariantów dopuszczalnych liczył 7 elementów.

Praca w środowisku w oleju, kryteria: K3 i K4

W przypadku pracy w środowisku oleju najlepszym materiałem okazał się materiał istniejący na rynku – PG-SR3, był on jedynym materiałem niezdominowanym – ten materiał podlegał najmniejszemu zużyciu podczas pracy w oleju.

Praca w środowisku w oleju z piaskiem, kryteria: K9 i K10

Do podzbioru rozwiązań niezdominowanych należały dwa materiały: kompozyt eutektyczny PMI-13 oraz materiał PG-SR3. Rozwiązanie kompromisowe wyznaczone metodą MWRK to materiał eutektyczny PMI-13. Ten materiał w pracy w oleju z piaskiem podlegał najmniejszemu zużyciu.

Praca w środowisku w oleju oraz w oleju z piaskiem, kryteria: K3, K4, K9 i K10

Przeprowadzając analizę czterokryterialną (uwzględniono kryteria K3, K4 oraz K9 i K10) uzyskano 3 elementowy podzbiór rozwiązań niezdominowanych składający się z następujących materiałów: PMI-13, PG-SR3 oraz brązu. Analiza metodą MWRK jako rozwiązanie kompromisowe wskazała kompozyt eutektyczny PMI-13. W świetle przyjętego zbioru kryteriów to ten materiał jest najbardziej odporny na zużycie pracując z przeciwpróbką z brązu.

Przeprowadzona analiza wielokryterialna MWRK wskazała, że przy tarcu brązu (przeciw próbka ta charakteryzuje się mniejszą twardością w porównaniu do stali c45) z badanymi materiałami w oleju największą odpornością na zużycie charakteryzuje się materiał PG-SR3, który zbudowany jest na układzie Ni-Cr-B-Si. Przy tarcu w środowisku oleju z piaskiem największą odpornością na zużycie charakteryzuje się materiał PMI-13 stopowany 10,0 % mas. Cr. W środowisku oleju oraz oleju z piaskiem największą odpornością na zużycie charakteryzuje się też PMI-13. Z porównania składów materiałów (zmiennie decyzyjne) otrzymanych w procesie analizy wielokryterialnej widać, że w celu zwiększenia odporności na zużycie przy tarcu z brązem trzeba zmniejszyć twardość stopu PMI-12 poprzez zmniejszenie zawartości Cr z 18,22 % mas. do 10,0 % (zobacz skład proszku PMI-13 w tablicy 5.1).

5.2.2.4. Wielokryterialna analiza wyników otrzymanych z przeciwpróbką z babbitu

W tym przypadku dysponowano tylko wynikami badań przeprowadzonymi w oleju – kryteria K5, K6 (tablica 5.2). Wielokryterialnej analizie poddano jednocześnie 4 proszki eutektyczne (PMI-12, PMI-13, PMI-14, PMI-15), 2 materiały obecne na rynku: PG-SR3 i PG-10N-01 oraz przeciwpróbkę – babbitt. Zbiór wariantów dopuszczalnych liczył 7 elementów.

Praca w środowisku w oleju, kryteria: K5 i K6

Wyznaczony podzbiór ocen niezdominowanych składał się tylko z dwu materiałów – PMI-14 i PMI-12. W tej sytuacji wyznaczonym rozwiązaniem kompromisowym przy zastosowaniu metody MWRK był stop PMI-14.

Babbitt charakteryzuje się najniższą twardością z pośród badanych przeciwpróbek (twardość HB wynosi 30). Na podstawie wykonanej analizy wielokryterialnej można stwierdzić, że w celu zwiększenia odporności na zużycie pary trącej trzeba zmniejszyć twardość stopu eutektycznego poprzez stopowanie Ni (zobacz zawartość pierwiastków w proszku PMI-14 w tablicy 5.1).

5.2.3. Podsumowanie uzyskanych wyników

Dzięki zastosowaniu analizy wielokryterialnej z użyciem autorskich metod można było stwierdzić, że otrzymane w badaniach laboratoryjnych wyniki odporności na zużycie opracowanych kompozytowych materiałów eutektycznych serii (PMI...) wykazują przewagę w porównaniu do znanych materiałów proszkowych dostępnych na rynku.

Analiza wielokryterialna właściwości badanych materiałów daje możliwość przeprowadzenia oceny składu chemicznego warstw eutektycznych układu Fe–Mn–C–B stopowanych Si, Ni i Cr w celu zwiększenia ich odporności na zużycie, a także właściwego doboru par trących.

Analiza porównawcza, w zbiorze zmiennych decyzyjnych, wyników polioptymalizacji uzyskanych dla przypadków badania materiałów z przeciwpróbkami o dużej twardości (stal lub brąz) pokazała, że dobre właściwości nowych kompozytowych stopów eutektycznych uzyskiwano, gdy były one wzbogacane chromem albo niklem, materiały: PMI-15, PMI-12 i PMI-13 (tablica 5.1). Gdy przeciwpróbka była materiałem miękkim (babbitt), najlepsze właściwości wykazywał stop zawierający identyczne ilości Cr i Ni (materiał PMI-14). Kompozyt eutektyczny, który nie był stopowany chromem ani niklem nie wykazywał dobrych właściwości eksploatacyjnych i został wyeliminowany w procesie sortowania – materiał PMI-9.

Zastosowanie Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych prowadzi do wyboru takich materiałów z spośród materiałów analizowanych, które bardzo dobrze korespondują ze składem chemicznym i strukturą stopów tych materiałów. Metoda ta może być z powodzeniem stosowana w dalszych pracach dotyczących wspomaganego doboru materiałów do tworzonych par trących oraz w procesie opracowywania nowych materiałów proszkowych.

5.3. Wykorzystanie analizy wielokryterialnej w technologii obróbki elementów maszyn

5.3.1. Ocena wielokryterialna wpływu implantacji jonowej rozpylacza paliwa na jego trwałość

Projektanci dążąc do nieustannego poprawiania opracowywanych wyrobów wprowadzają zmiany konstrukcyjne, nowe materiały lub sposób konstytuowania warstwy wierzchniej elementów tworzących współpracujące pary. Jednym ze sposobów poprawy właściwości powierzchni współpracujących jest zastosowanie implantacji jonowej [55,150]. W prezentowanym przykładzie implantacji jonowej jonami azotu poddano jedną grupę rozpylaczy paliwa, zaś druga grupa była wykonana w technologii tradycyjnej i użyto jej jako grupy porównawczej.

W celu przewyższenia powstających kłopotów interpretacyjnych uzyskanych wyników eksperymentu w prezentowanym przykładzie do rozwiązywania sformułowanych zadań polioptymalizacji zastosowano analizę wielokryterialną wykorzystując opracowaną i opisaną w podrozdziale 4.4 *Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych*. Po wyznaczeniu podzbiorów rozwiązań kompromisowych dla różnych preferencji przyporządkowanych poszczególnym kryteriom można było prześledzić ich zawartość i sprawdzić do której grupy rozpylaczy należą (rozpylacze implantowane, rozpylacze bez implantacji) znajdujące się tam warianty konstrukcyjne. To pozwoliło na wyciągnięcie dalszych wniosków i porównanie uzyskanych wyników z rezultatami otrzymanymi przy zastosowaniu innych metod oceny.

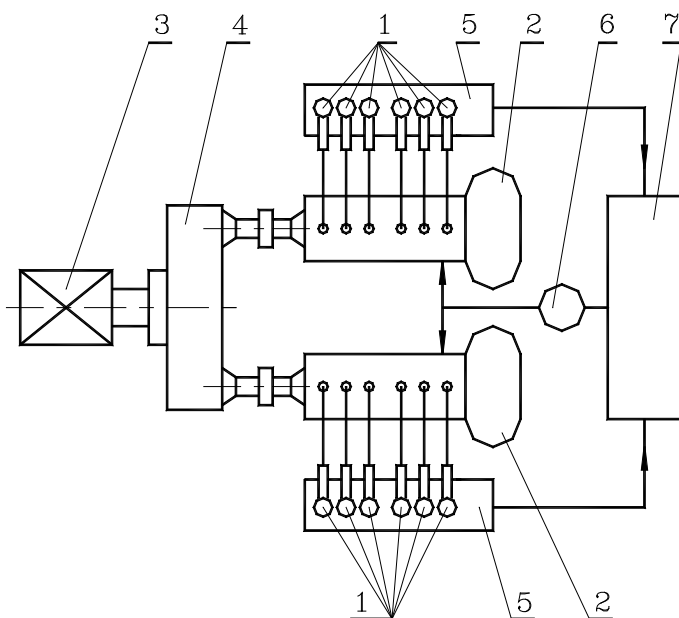
5.3.2. Szczegóły techniczne i wyniki badań eksperymentalnych implantacji jonowej rozpylacza paliwa na jego trwałość

W celu modyfikacji właściwości tribologicznych rozpylaczy paliwa poddano implantacji jonowej stożkowe gniazda ich korpusów. Badaniom trwałościowym poddano rozpylacze paliwa typu D1LMK140/2 produkcji WSK Mielec, których korpusy wykonano ze stali 15HGM. Rozpylacze tego typu stanowią wyposażenie silników Leyland SW680. Na podstawie analizy literatury dotyczącej zastosowań metody implantacji jonowej, przyjęto następujące parametry implantacji azotem N_2^+ [55,153]:

- energia przyspieszająca 120 [keV],
- dawka jonów $2 \cdot 10^{21}$ [m^{-2}].

Zabiegu implantacji dokonano po zakończeniu pełnego cyklu obróbki cieplnej i cieplno-chemicznej stosowanej przez producenta rozpylaczy paliwa.

Opracowując program stanowiskowej próby rozpylaczy zastosowano zasady do przeprowadzania tego typu prób opracowanych przez producentów aparatury paliwowej. W przeprowadzonych badaniach rozpylacze implantowane i w wykonaniu standardowym reprezentowane były przez 6 elementowe próbki wybrane losowo z posiadanej partii rozpylaczy paliwa. Podczas badań dwie 6-sekcyjne pompy wtryskowe podawały przy stałej prędkości obrotowej (której wartość odpowiadała mocy znamionowej silnika spalinowego) stałą dawkę paliwa, realizując cykle wtrysku we wszystkich badanych rozpylaczach. Na rys. 5.1. przedstawiono schemat wykorzystanego stanowiska badawczego.



Rys. 5.1. Schemat stanowiska do przeprowadzenia próby trwałościowej rozpylaczy
 1 – badane rozpylacze, 2 – pompa wtryskowa, 3 – silnik elektryczny (źródło napędu),
 4 – przekładnia mechaniczna, 5 – zbiorczy pojemnik odprowadzający paliwo,
 6 – filtr paliwa, 7 – główny zbiornik paliwa, [92]

Podczas realizacji badań wykorzystano stanowisko badawcze opracowane w Katedrze Pojazdów Samochodowych Politechniki Lubelskiej [149,151]. Całkowity czas trwania próby wynosił 718 godzin i został podzielony na dwa

etapy, z których pierwszy obejmował 450, a drugi 268 godzin. Przed rozpoczęciem badań oraz po zrealizowaniu każdego z etapów określano przy użyciu ręcznego próbnika wtryskiwaczy parametry funkcjonalne rozpylaczy: szczelność gniazda i jakość rozpylania – parametry ściśle związane ze stanem gniazd w korpusach rozpylaczy paliwa, a także szczelność części prowadzącej. Dla sformułowania ilościowych wniosków dotyczących zmian szczelności gniazd – parametru ściśle związanego z geometrycznymi zmianami powierzchni w zmodyfikowanej implantacją strefie, przeprowadzono badania metodą rurki szklanej [92]. W przypadku stwierdzenia dużych nieszczelności określano czas wypływu 100 jednostek na skali przyrządu pomiarowego. Badanie każdego z rozpylaczy powtarzano sześciokrotnie wykorzystując sześć egzemplarzy opraw wtryskiwaczy W1B01.

Następnie wykonano pomiary odchyień od prostoliniowości tworzących stożków gniazd w korpusach rozpylaczy nieniszczącą metodą profilometryczną stosując powiększenie pionowe wynoszące 4700 razy. Pomiary przeprowadzano w trzech przekrojach rozmieszczonych co 120°, przyjmując do dalszych analiz obliczone wartości średnie.

Na podstawie rezultatów przeprowadzonych pomiarów obliczono względne i bezwzględne przyrosty nieszczelności gniazd (ΔV i δV) oraz odchyień od prostoliniowości tworzących stożków gniazd (Δh i δh) w korpusach rozpylaczy paliwa zgodnie z zależnościami (5.4) ÷ (5.7)

$$\Delta V_{TiTj} = V_{Tj} - V_{Ti}, \quad [\text{mm}^3/\text{s}] \quad (5.4)$$

$$\delta V_{TiTj} = \frac{\Delta V_{TiTj}}{V_{Ti}}, \quad [-] \quad (5.5)$$

$$\Delta h_{TiTj} = h_{Tj} - h_{Ti}, \quad [\mu\text{m}] \quad (5.6)$$

$$\delta h_{TiTj} = \frac{\Delta h_{TiTj}}{h_{Ti}}, \quad [-] \quad (5.7)$$

gdzie

V_{Ti}, V_{Tj} – średnia wartość objętości nieszczelności gniazd w korpusach rozpylaczy – odpowiednio: na początku próby trwałościowej i po zakończeniu etapu,

h_{Ti}, h_{Tj} – wartości średniego odchylenia od prostoliniowości tworzących stożków gniazd w korpusach rozpylaczy paliwa – odpowiednio: na początku próby trwałościowej i po zakończeniu etapu.

Wyniki obliczeń zamieszczono w tabelicy 5.3. Ostatni wiersz tabelicy zawiera ocenę istotności różnic występujących między średnimi względnymi przyrostami objętości płynu wyciekającego w poszczególnych okresach badań i średnimi względnymi przyrostami odchyień od prostoliniowości tworzących stożków w korpusach dla obu wersji rozpylaczy paliwa.

Tabela 5.3. Wyniki oceny rozpylaczy paliwa po badaniach trwałościowych

Lp.	Nr rozpylacza	Przyrost nieszczelności			Przyrost odchylenia od prostoliniowości			Jakość rozpylania	
		δV_{AB}	δV_{BC}	δV_{AC}	δh_{AB}	δh_{BC}	δh_{AC}	B	C
		K1	K4	K7	K2	K5	K8	K3	K6, K9
1	1 i	0,649	2,475	4,730	0,570	1,291	2,597	1	1
2	2 i	2,637	7,463	29,78	0,430	1,099	2,000	-5	1
3	3 i	2,466	0,490	4,044	0,228	3,681	4,750	1	1
4	4 i	1,216	1,141	3,743	0,848	1,794	4,163	-5	-5
5	5 i	1,083	1,830	4,896	0,164	1,758	2,211	-5	1
6	6 i	0,844	0,342	1,475	0,690	0,631	1,755	-5	-5
7	8 n	0,498	0,669	1,544	0,771	0,542	1,729	-2	-4
8	11 n	2,840	6,588	28,14	0,854	2,990	6,553	4	2
9	12 n	5,565	0,927	11,65	1,000	1,859	4,718	4	2
10	13 n	3,437	10,61	50,50	0,780	1,394	3,261	4	2
11	16 n	5,167	2,547	20,87	1,391	1,418	4,783	4	2
12	19 n	6,263	9,536	75,84	1,203	1,677	4,875	4	2
Ocena istotności różnic		(+)	(-)	(-)	(+)	(-)	(-)		

i – wersja rozpylaczy paliwa modyfikowanych implantacją jonową,

n – wersja rozpylaczy paliwa wykonanych technologią tradycyjną,

B – stan po 450 godz.,

C – stan po 718 godz.

Podczas sprawdzania istotności różnic wykorzystano test istotności t-Studenta. Przed dokonaniem oceny sprawdzano jednorodność wariancji za pomocą testu F-Snedecora. Symbol „+” w ostatnim wierszu tabelicy oznacza stwierdzenie istotnych różnic między porównywanymi średnimi względnymi przyrostami, natomiast znak „-” oznacza brak takiej różnicy między obiema wersjami rozpylaczy.

Tablica 5.3. zawiera również rezultaty oceny jakości rozpylania poszczególnych rozpylaczy paliwa w wymienionych okresach badań. Jako kryterium przyjęto w tym przypadku, że strugi płynu kontrolnego wypływające z otworów rozpylających w czasie sprawdzania przy użyciu ręcznego próbnika wtryskiwaczy, powinny mieć postać mgły bez pojedynczych kropli widocznych nieuzbrojonym okiem [92]. Porównywano każdy rozpylacz implantowany z każdym rozpylaczem nieimplantowanym, przypisując wartość „+1” gdy jakość rozpylania rozpylacza implantowanego była lepsza od jakości rozpylania rozpylacza nieimplantowanego, „-1” w sytuacji odwrotnej i „0” gdy jakość rozpylania w obu porównywanych rozpylaczach była podobna. Ocenę danego rozpylacza stanowi suma wyników otrzymanych w poszczególnych porównaniach. Badania wykonywało niezależnie od siebie trzech ekspertów posiadających duże doświadczenie w zakresie oceny jakości rozpylania. Uzyskano zgodność rezultatów we wszystkich badanych przypadkach.

Ponadto stosując punktową metodę oceny wykonano zbiorczą ocenę wpływu zastosowanej technologii na zmianę parametrów rozpylaczy zależnych od stanu ich gniazd uszczelniających. Zastosowana metoda polegała więc na porównaniu każdego rozpylacza implantowanego z każdym z rozpylaczy wykonanych technologią tradycyjną. W przypadku stwierdzenia, że stan danego parametru jest lepszy po zastosowaniu implantacji azotem, przyznawano „+1”, zaś w przypadku przeciwnym „-1” („0” punktów przy jednakowych stanach parametrów w obu wersjach rozpylaczy). Wynikiem każdego z dokonanych porównań były trzy liczby, z których pierwsza odnosiła się do jakości rozpylania, druga – względnego przyrostu nieszczelności, a trzecia do względnego przyrostu odchylenia od prostoliniowości tworzącej stożka. Tablica 5.4 zawiera wyniki oceny przeprowadzonej opisaną metodą w poszczególnych etapach badań trwałościowych.

Tablica 5.4. Wyniki oceny rozpylaczy paliwa po badaniach trwałościowych przy wykorzystaniu metody oceny punktowej

Lp.	Okres badań	Liczba ocen		
		-1	0	+1
1.	AB	10	14	84
2.	BC	31	22	55
3.	AC	21	22	65

Zastosowana punktowa metoda oceny jest oczywiście metodą skalaryzującą, która rozważane zadanie badawcze sprowadza do jednej wartości liczbowej. W metodzie tej zakłada się addytywność ocen cząstkowych podczas uzyskiwania

oceny końcowej, a także przyjmuje się równoważność wszystkich kryteriów oceny, co w wielu przypadkach może budzić zastrzeżenia. Ponadto metoda ta powoduje „splaszczanie” różnic występujących między poszczególnymi parametrami przez dyskretyzację oceny do jednej z trzech wartości: „+1”, „0”, „-1”.

Uzyskane, punktową metodą oceny, wyniki badań porównawczych wskazują, że po wykonaniu implantacji gniazd rozpylaczy paliwa, następuje wyraźna poprawa ich odporności na zużycie. Korzystne zmiany właściwości powierzchni gniazd implantowanych jonowo wpływają na stabilność parametrów funkcjonalnych rozpylaczy obrabianych tą metodą. Tak sformułowane wnioski dotyczą przede wszystkim pierwszego etapu próby trwałościowej – okres AB (wiersz 1 w tabelicy 5.4). W tym czasie korzystny wpływ implantacji jest szczególnie widoczny, 84 oceny pozytywne wobec 10 negatywnych. Gorsze wyniki uzyskano dla drugiego etapu próby trwałościowej – okres BC, choć i w tym przypadku liczba uzyskanych ocen pozytywnych jest zadawalająca (55 wobec 31 negatywnych).

5.3.3. Analiza wielokryterialna przy wykorzystaniu *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*

5.3.3.1. Sformułowanie zadań optymalizacji wielokryterialnej

Po przeprowadzeniu badań trwałościowych na stanowisku, którego schemat przedstawiono na rys. 5.1. uzyskano wartości liczbowe, dzięki którym po zastosowaniu wzorów (5.4) ÷ (5.7) możliwe było wyliczenie wielkości umieszczonych w tabelicy 5.3. Wyznaczono trzy wskaźniki oceny: przyrost nieszczelności (układu trzpień - stożkowe gniazdo), przyrost odchylenia od prostoliniowości stożkowego gniazda oraz jakość rozpylania wtryskiwacza. Ze względu na fakt, że badania przeprowadzono w dwóch okresach dysponowano więc dziewięcioma wielkościami. Wartości wskaźników po okresie AB – 450 godz., BC – 268 godz. oraz AC – 718 godz. Te wyznaczone wielkości zostały przyjęte jako kryteria optymalizacji. Zatem wskaźniki odnoszące się do okresu AB oznaczono jako kryteria o numerach od 1 do 3, wskaźniki odnoszące się do okresu BC to kryteria o numerach od 4 do 6, a wskaźniki odnoszące się do okresu AC opisano jako kryteria o numerach od 7 do 9. Oznaczenia tych kryteriów w postaci K1 ÷ K9 wprowadzono do tabelicy 5.3. Kryteria o numerach 1, 2, 4, 5, 7, 8 (przyrost nieszczelności i przyrost odchylenia od prostoliniowości) były minimalizowane, zaś kryteria o numerach 3, 6, 9 (jakość rozpylania) – maksymalizowane.

Wykorzystując zdefiniowanie dziewięciu kryteriów można było sformułować kilka zadań polioptymalizacji: trzy różne zadania trzykryterialne oraz zadanie sześciokryterialne. Postawiony problem optymalizacji wielokryterialnej nie jest

zagadnieniem klasycznym, ponieważ nie interesuje nas jeden obiekt (z pośród wszystkich obiektów przebadanych), który miał najlepsze właściwości eksploatacyjne. W tym przypadku chodziło o sprawdzenie czy zastosowanie nowej technologii obróbki – implantacja jonami azotu stożkowych gniazd korpusów rozpylaczy – przyczynia się do uzyskania lepszych parametrów użytkowych w stosunku do obiektów pozostałych (wykonanych w technologii klasycznej – bez zastosowania implantacji jonowej). Tak więc w tym zadaniu występują kryteria oceny, rozważane rozwiązania (identyfikowane przez swój numer), ale nie ma zmiennych decyzyjnych. Przyjęto, że wszystkie dopuszczone do eksploatacji rozpylacze paliwa spełniały wysokie wymagania kontroli jakości, a więc z punktu widzenia użytkownika były identyczne.

Dla tak sformułowanych zadań optymalizacji wielokryterialnej właściwą metodą ich rozwiązywania jest *Metoda wyznaczania rozwiązań kompromisowych*, ponieważ metoda ta pozwala wygenerować podzbiory rozwiązań niezdominowanych nazywane podzbiórami rozwiązań kompromisowych. Dalsza analiza zawartości tych podzbiorów pozwala określić, do której grupy badane rozpylacze paliwa należą (czy do grupy rozpylaczy po implantacji jonowej, czy do grupy porównawczej). Prezentowane analizy są zmienioną i częściową uzupełnioną wersją obliczeń zamieszczonych w pozycji [92].

5.3.3.2. Zadania trzykryterialne

Analiza trzykryterialna – okres próby AC

W tym zadaniu polioptymalizacji analizie wielokryterialnej poddano wartości ocen, które otrzymano po sumarycznym okresie badań trwałościowych. Przebieg AC=718 godz. odpowiada łącznemu przebiegowi AB i BC. W ten sposób analiza dotyczy końcowego stanu badanych rozpylaczy po próbie trwałościowej.

Przyjęto następujące kryteria oceny:

- kryterium 1 (**K7**) – względny przyrost nieszczelności gniazd rozpylaczy paliwa dla przebiegu AC,
- kryterium 2 (**K8**) – względny przyrost odchyień od prostoliniowości stożka w korpusie dla przebiegu AC,
- kryterium 3 (**K9**) – jakość rozpylania określona przez ekspertów po skończeniu próby trwałościowej.

Kryteria K7 i K8 są minimalizowane, zaś kryterium K9 jest maksymalizowane. Należy zwrócić uwagę na fakt, że wartości kryteriów oceny K7 i K8 – tablica 5.3, nie są sumą odpowiadających im kryteriom odnoszących się do

przebiegów cząstkowych, tzn. AB i BC, ponieważ inne są wartości wielkości odniesienia przy wyliczaniu końcowych wartości wskaźników, wzory (5.4) ÷ (5.7).

Wyznaczony podzbiór rozpylaczy o wartościach kryteriów oceny niezdominowanych liczył 8 elementów (są to rozpylacze o numerach: 1, 2, 3, 5, 6, 8, 12, 13). Ważnym podkreśleniem jest fakt dominacji w tej grupie rozpylaczy implantowanych (5 sztuk) nad rozpylaczami nieimplantowanymi (3 sztuki). Wektor idealny dla tego podzbioru rozwiązań jest następujący

$$F^o = [1,475 \ 1,729 \ 2]^T.$$

Wyniki poszukiwania podzbioru rozwiązań kompromisowych w sensie min-max oraz min-max z wagami przy zastosowaniu *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* pokazano w tabelicy 5.5.

Analiza wielokryterialna metodą MWRK pokazała, że przy różnych przyjętych preferencjach dla poszczególnych kryteriów oceny rozpylacze wykonane w technologii z implantacją jonami azotu mają liczniejszą reprezentację w podzbiorze rozwiązań kompromisowych od rozpylaczy wykonanych w technologii tradycyjnej. W czteroelementowym podzbiorze występowało od 3 do 4 rozpylaczy wykonanych w technologii z implantacją jonową. Należy tutaj wyraźnie podkreślić fakt, że w świetle testu t-Studenta rozważane kryteria nie wykazywały istotności różnic.

Tablica 5.5. Wyniki analizy wielokryterialnej oceny rozpylaczy paliwa po badaniach trwałościowych: okres próby AC

Lp.	Wagi preferencji, $\sum \omega_i = 1$	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Podzbiór rozwiązań kompromisowych
1.	$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0,333$	5*	5, 12, 1, 2
2.	$\omega_1 = 0,6; \omega_2 = 0,3; \omega_3 = 0,1$	8	8, 3, 6, 2
3.	$\omega_1 = 0,7; \omega_2 = 0,2; \omega_3 = 0,1$	8	8, 3, 6, 1
4.	$\omega_1 = 0,3; \omega_2 = 0,6; \omega_3 = 0,1$	8	8, 1, 6, 5
5.	$\omega_1 = 0,2; \omega_2 = 0,7; \omega_3 = 0,1$	8	8, 1, 6, 5
6.	$\omega_1 = 0,1; \omega_2 = 0,8; \omega_3 = 0,1$	5	5, 2, 1, 3

* / pogrubienie numeru oznacza rozpylacz implantowany

Analiza trzykryterialna – okres próby AB

Mając na uwadze rzetelność przeprowadzonych analiz wielokryterialnych i wyciąganych z nich wniosków rozwiązano dodatkowo dwa inne zadania

optymalizacji trzykryterialnej. Pierwsze z nich dotyczyło wyników uzyskanych tylko w próbie AB – przebieg po 450 godzinach. W zadaniu tym rozważano więc trzy kryteria: K1, K2, K3 (tablica 5.3). Zbiór rozwiązań niezdominowanych liczył 6 elementów (rozwiązania: 1, 3, 5, 8, 11, 13). W zbiorze tym istnieje równowaga pomiędzy rozpylaczami implantowanymi i wykonanymi w technologii tradycyjnej.

Następnie w podzbiorze rozwiązań niezdominowanych przeprowadzono poszukiwanie rozwiązań kompromisowych stosując *Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych*. Uzyskane wyniki analizy zawarto w tablicy 5.6. Niezależnie od przyjętych preferencji dla poszczególnych kryteriów oceny w podzbiorze rozwiązań kompromisowych rozpylacz wykonany w technologii z implantacją jonami azotu mają licznieszą reprezentację od rozpylaczy wykonanych w technologii tradycyjnej. Stosunek ilościowy rozpylaczy po implantacji do tych bez implantacji wynosi w różnych przypadkach od 3:1 do 2:1. W jednym przypadku występują tylko rozwiązania implantowane (wiersz 5 w tablicy 5.6)

Tablica 5.6. Wyniki analizy trójkryterialnej oceny rozpylaczy paliwa po badaniach trwałościowych: okres próby AB

Lp.	Wagi preferencji, $\sum \omega_i = 1$	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Podzbiór rozwiązań kompromisowych
1.	$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0,333$	5*	5, 3, 1, 8
2.	$\omega_1 = 0,7; \omega_2 = 0,2; \omega_3 = 0,1$	1	1, 5, 8, 3
3.	$\omega_1 = 0,6; \omega_2 = 0,3; \omega_3 = 0,1$	5	5, 3, 1, 8
4.	$\omega_1 = 0,5; \omega_2 = 0,4; \omega_3 = 0,1$	5	5, 3, 1, 8
5.	$\omega_1 = 0,3; \omega_2 = 0,6; \omega_3 = 0,1$	5	5, 3, 1
6.	$\omega_1 = 0,3; \omega_2 = 0,3; \omega_3 = 0,4$	1	1, 3, 8
7.	$\omega_1 = 0,2; \omega_2 = 0,3; \omega_3 = 0,5$	1	1, 3, 8
8.	$\omega_1 = 0,2; \omega_2 = 0,2; \omega_3 = 0,6$	1	1, 3, 8

* / pogrubienie numeru oznacza rozpylacz implantowany

Wyników dominacji rozpylaczy jednej grupy nad rozpylaczami z drugiej grupy można było się spodziewać, ponieważ wykonane obliczenia wg testów t-Studenta pokazywały istotność różnic. Wykonana analiza wielokryterialna z użyciem metody MWRK w świetle przyjętych kryteriów pokazała dominację rozpylaczy implantowanych nad nieimplantowanymi.

Analiza trzykryterialna – okres próby BC

Kolejne zadanie polioptymalizacji trzykryterialnej dotyczyło sytuacji, w której wzięto pod uwagę wartości uzyskane w okresie BC – przebieg po dalszych 268 godzinach. Rozważano kryteria K4, K5, K6 (patrz tablica 5.3). Zbiór rozwiązań niezdominowanych liczył 9 elementów (rozwiązania: 1, 2, 3, 5, 6, 8, 12, 13, 16). Wylimitowane zostały rozwiązania o numerach 4, 11 i 19. W podzbiorze tym istnieje nieznaczna przewaga rozpylaczy implantowanych (5 sztuk) nad rozpylaczami nieimplantowanymi (4 sztuki).

Uzyskane wyniki sortowania metodą MWRK zamieszczono w tablicy 5.7. W tym zadaniu polioptymalizacji porównywano wielkości, które wg testu t-Studenta nie wykazywały istotności różnic. Po mimo tego wyniki przeprowadzonej analizy pokazały, że niezależnie od przyjętych preferencji dla rozważanych kryteriów w wyznaczanym podzbiorze rozwiązań kompromisowych liczba rozpylaczy implantowanych była większa od liczby rozpylaczy wykonanych w technologii tradycyjnej (np. 4 implantowane wobec 2 nieimplantowanych, wiersz 5 tablicy 5.7) lub równa (wiersz 2 tablicy 5.7). Z uwagi na wprowadzone wagi poszczególnym kryteriom oceny wygenerowane podzbiory rozwiązań kompromisowych zawierały w części różne numery rozpylaczy.

Tablica 5.7. Wyniki analizy trójkryterialnej oceny rozpylaczy paliwa po badaniach trwałościowych: przebieg BC

Lp.	Wagi preferencji, $\sum \omega_i = 1$	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Podzbiór rozwiązań kompromisowych
1.	$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0,333$	12	12, 1 , 8, 5, 6
2.	$\omega_1 = 0,3$; $\omega_2 = \mathbf{0,5}$; $\omega_3 = 0,2$	8	8, 1 , 6 , 12
3.	$\omega_1 = 0,35$; $\omega_2 = \mathbf{0,6}$; $\omega_3 = 0,05$	6 *	6 , 8, 12, 1 , 5
4.	$\omega_1 = \mathbf{0,5}$; $\omega_2 = 0,25$; $\omega_3 = 0,25$	6	6 , 8, 12, 5, 3 , 2
5.	$\omega_1 = \mathbf{0,7}$; $\omega_2 = 0,25$; $\omega_3 = 0,05$	6	6 , 8, 12, 5, 3 , 1

* / pogrubienie numeru oznacza rozpylacz implantowany

5.3.3.3. Zadanie sześciokryterialne

W tym zadaniu analizie wielokryterialnej poddano ocenie wartości, które otrzymano w dwóch okresach badań: AB – przebieg po 450 godzinach i BC – przebieg po dalszych 268 godzinach (patrz tablica 5.3). Tak więc analiza ta łączyła w sobie opisane już dwie analizy trzykryterialne.

Przyjęto następujące kryteria oceny:

- kryterium 1 (**K1**) – względny przyrost nieszczelności gniazd rozpylaczy paliwa dla przebiegu AB,
- kryterium 2 (**K2**) – względny przyrost odchyień od prostoliniowości stożka w korpusie dla przebiegu AB,
- kryterium 3 (**K3**) – jakość rozpylania określona przez ekspertów po okresie próby trwałościowej AB,
- kryterium 4 (**K4**) – względny przyrost nieszczelności gniazd rozpylaczy paliwa dla przebiegu BC,
- kryterium 5 (**K5**) – względny przyrost odchyień od prostoliniowości stożka w korpusie dla przebiegu BC,
- kryterium 6 (**K6**) – jakość rozpylania określona przez ekspertów po okresie próby trwałościowej BC.

Kryteria K1, K2, K4 i K5 są minimalizowane, a kryteria K3 i K6 maksymalizowane.

Wyznaczony podzbiór rozpylaczy o wartościach kryteriów oceny niezdominowanych liczył 11 elementów (rozpylacze o numerach: 1, 2, 3, 5, 6, 8, 11, 12, 13, 16, 19). W tej analizie został wyeliminowany rozpylacz nr 4, który miał wszystkie kryteria gorsze od rozpylaczy o numerach 6 i 8.

Wektor idealny dla tego podzbioru jest następujący

$$\mathbf{F}^0 = [0,498 \ 0,164 \ 4 \ 0,342 \ 0,542 \ 2]^T.$$

Wyniki sortowania *Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych* dla różnych zestawów przyjętych preferencji zamieszczono w tablicy 5.8. Wprowadzone wartości wag zróżnicowano, a ich wartości wynikają z ważności rozpatrywanych kryteriów oraz wiarygodności przyjętej oceny. Przyjęto bowiem, że wyniki oceny jakości rozpylania wtryskiwacza, które stanowią ocenę jakościową (K3 i K6) odbiegają swoją wiarygodnością od wartości wielkości mierzonych i obliczonych według wzorów (5.4) ÷ (5.7).

Tablica 5.8. Wyniki analizy wielokryterialnej oceny rozpylaczy paliwa po badaniach trwałościowych: okresy prób AB i BC

Lp.	Wagi preferencji, $\sum \omega_i = 1$	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Podzbiór rozwiązań kompromisowych
1.	$\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_6 = 0,167$	6*	6, 5, 8
2.	$\omega_1 = 0,1; \omega_2 = \mathbf{0,35}; \omega_3 = 0,05$ $\omega_4 = 0,1; \omega_5 = \mathbf{0,35}; \omega_6 = 0,05$	5	5, 12, 1, 2
3.	$\omega_1 = \mathbf{0,3}; \omega_2 = 0,15; \omega_3 = 0,05$ $\omega_4 = \mathbf{0,3}; \omega_5 = 0,15; \omega_6 = 0,05$	6	6, 2, 8
4.	$\omega_1 = \mathbf{0,35}; \omega_2 = 0,1; \omega_3 = 0,05$ $\omega_4 = \mathbf{0,35}; \omega_5 = 0,1; \omega_6 = 0,05$	6	6, 3, 8
5.	$\omega_1 = \mathbf{0,25}; \omega_2 = 0,2; \omega_3 = 0,05$ $\omega_4 = \mathbf{0,25}; \omega_5 = 0,2; \omega_6 = 0,05$	6	6, 5, 8, 3
6.	$\omega_1 = \mathbf{0,2}; \omega_2 = 0,15; \omega_3 = 0,1$ $\omega_4 = \mathbf{0,2}; \omega_5 = 0,15; \omega_6 = 0,1$	6	6, 5, 8, 3
7.	$\omega_1 = 0,05; \omega_2 = \mathbf{0,4}; \omega_3 = 0,05$ $\omega_4 = 0,05; \omega_5 = \mathbf{0,4}; \omega_6 = 0,05$	5	5, 2, 1

*/ pogrubienie numeru oznacza rozpylacz implantowany

Po wykonaniu analizy min-max (tablica 5.8, wiersz 1) oraz kolejnych analiz min-max z wagami (tablica 5.8, wiersze od 2 do 7) okazało się ponownie, że niezależnie od przyjętych preferencji dla poszczególnych kryteriów oceny, rozpylacze wykonane w technologii z implantacją jonami azotu mają liczniejszą reprezentację w podzbiórze rozwiązań kompromisowych od rozpylaczy wykonanych w technologii tradycyjnej. Z uwagi na wprowadzone różne wagi poszczególnym kryteriom oceny wygenerowane podzbiory rozwiązań kompromisowych zawierały w części różne numery rozpylaczy. Należy zwrócić również uwagę na fakt, że wartości przyjętych do analizy kryteriów K2 i K4 nie wykazywały istotności różnic wg testu t-Studenta.

5.3.4. Podsumowanie wyników analizy wielokryterialnej

Zastosowanie autorskiej metody analizy wielokryterialnej polegającej na wyznaczaniu podzbiórów rozwiązań kompromisowych używając *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* wykazało, że rozpylacze poddane procesowi implantacji miały zawsze liczniejsze reprezentacje w tych podzbiórach

niż rozpylacze wykonane w technologii standardowej. Takie rezultaty uzyskano dla różnych preferencji przypisywanych poszczególnym kryteriom optymalizacji oraz dla różnych sformułowanych zadań polioptymalizacji (optymalizacje trzykryterialne oraz optymalizacja sześciokryterialna).

Wyniki przeprowadzonych analiz wielokryterialnych zaprezentowane w tablicach 5.5 ÷ 5.8 pokazują, że zmiany preferencji przypisane poszczególnym kryteriom, które dość często wywołują zmianę wyznaczanego pierwszego rozwiązania kompromisowego w niewielkim tylko stopniu wpływają na końcową zawartość podzbioru rozwiązań kompromisowych.

Prezentowana *Metoda wyznaczania rozwiązań kompromisowych* umożliwia prowadzenie analizy wielokryterialnej w sytuacji gdy rozważane wielkości nie wykazywały wg testu t-Studenta istotności różnic dając przy tym konkretne informacje o analizowanych obiektach. Zakres informacji uzyskiwany tą metodą ulega w związku z tym znacznemu rozszerzeniu, co zwiększa możliwości interpretacji uzyskiwanych wyników w praktyce badań tribologicznych i w praktyce eksploatacyjnej.

W prezentowanym przykładzie do analizy wyników badań trwałościowych dotyczących wpływu implantacji jonowej na modyfikacje właściwości przeciwzużyciowych gniazd rozpylaczy paliwa, użyto metody statystycznej, metody oceny punktowej i analizę wielokryterialną stosując *Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych.* Zastosowanie autorskiej metody oceny MWRK, potwierdziło wyniki uzyskane innymi wymienionymi metodami. Ostatecznie stwierdzono, że zastosowanie implantacji jonowej jonami azotu N_2^+ spowodowało poprawę odporności gniazd rozpylaczy na zużycie.

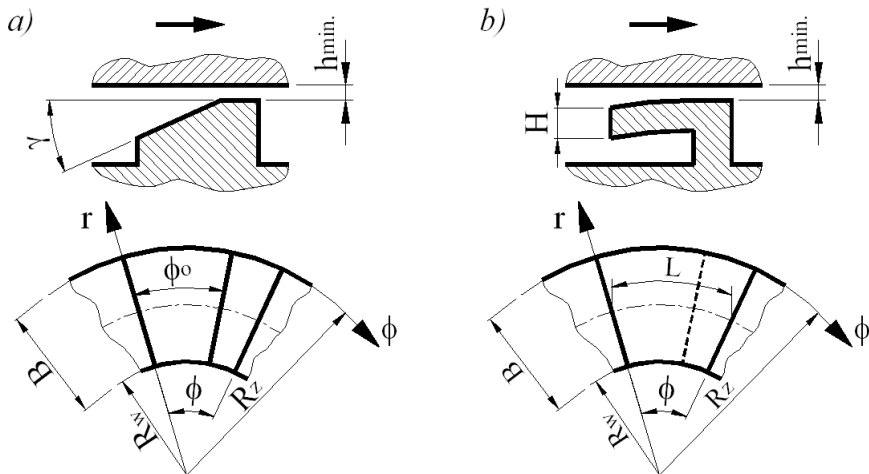
5.4. Zastosowanie analizy wielokryterialnej w zakresie projektowania elementów maszyn

5.4.1. Wykorzystanie systemu ZSAW do oceny efektów projektowania ślizgowych łożysk wzdłużnych przy zastosowaniu MES

5.4.1.1. Opis projektowanego obiektu

Łożyska wzdłużne pracujące w warunkach tarcia hydrodynamicznego stanowią bardzo istotny podzespół w układzie łożyskowania wałów, toteż prowadzone są wielokierunkowe badania teoretyczne tego rodzaju węzłów tribologicznych. Wyniki tych badań są niekiedy weryfikowane eksperymentalnie [24,62,166]. W pracy [60] przedstawiono komputerowo wspomaganą metodę obliczeń numerycznych ślizgowego łożyska wzdłużnego, opartą na nieizotermicznym modelu przepływu czynnika smarującego przez szczelinę olejową. Zastosowana metoda umożliwiła badania symulacyjne łożyska i wyznaczenie przy użyciu MES jego podstawowych charakterystyk. Zastosowane narzędzie nie ma jednak wbudowanych procedur optymalizacyjnych, które pozwoliłyby na projektowanie rozwiązań już zoptymalizowanych. Do oceny efektów tak przeprowadzonego projektowania segmentów łożyska wzdłużnego, o elementach sztywnych jak i podatnych, postanowiono zastosować metodykę przyjętą przy budowaniu autorskiego *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* oraz wybrane metody analizy wielokryterialnej znajdujące się w tym systemie.

Matematyczny model łożyska wzdłużnego smarowanego hydrodynamicznie zbudowany jest z równań opisujących przepływ oleju w szczelinie smarnej, procesów wymiany ciepła w filmie olejowym oraz między nim a otoczeniem, zmian lepkości oleju wynikających z procesów wymiany ciepła w rozpatrywanym układzie tribologicznym oraz zjawiska ugięcia sprężystego i termosprężystego łożyska. Szczegółowe założenia do modelu znaleźć można w pracy [61,62]. Rozważono dwie odmiany konstrukcji łożyska ze stałymi segmentami: niepodatnymi, z klinowo uformowaną płaską powierzchnią tarcia – rys. 5.2a oraz sprężyste odkształcalnymi pod działaniem pola ciśnienia hydrodynamicznego – rys. 5.2b. Do rozwiązania równań rozkładu ciśnienia oraz temperatury w szczelinie olejowej łożyska zastosowano metodę różnic skończonych. Obszar filmu olejowego zastąpiono siatką współrzędnych o składowych: promieniowej r i obwodowej φ , rys. 5.2.



Rys. 5.2. Geometria segmentów stałych łożyska wzdłużnego: a) niepodatnego, b) sprężyste odkształcalnego [62]

Równania różniczkowe opracowanego modelu były rozwiązywane metodą iteracji do czasu uzyskania założonej dokładności wyników. Do obliczeń numerycznych łożysk wykorzystano metodę elementów skończonych realizowaną przez system „ALGOR” [137]. W efekcie wykonanych obliczeń wyznaczono następujące wielkości opisujące projektowane łożyska:

- rozkład ciśnienia w szczelinie smarnej [Pa],
- rozkład temperatury panującej w szczelinie smarnej [K],
- rozkład grubości filmu olejowego [mm],
- moment tarcia w łożysku [Nm],
- wydatek oleju wpływającego do szczeliny [m^3/s].

W przypadku łożyska wzdłużnego z segmentami sztywnymi do obliczeń przyjęto warianty konstrukcyjne, w których występuje jedna zmienna decyzyjna B^* . Zmienna ta jest wielkością bezwymiarową oznaczającą stosunek szerokości segmentu do jego długości ($B^* = B/L$ – rys. 5.2). Obliczenia wykonano przyjmując cztery wartości nośności projektowanego łożyska: 160, 200, 240 oraz 280 [kN] oraz, że zmienna B^* przyjmuje jedną z pięciu możliwych wartości: 1,2; 1,4; 1,6; 1,8 i 2,0.

W procesie obliczeniowym segmentów podatnych łożyska wzdłużnego, przeprowadzonym przy użyciu MES rozważano warianty konstrukcyjne opisane

dwoma zmiennymi decyzyjnymi: B^* – względna szerokość segmentu i H – grubość segmentu. Obie wielkości można zobaczyć na rys. 5.2. Do obliczeń przyjęto następującą siatkę zmienności zmiennych decyzyjnych [61,88]:

- $B^* = \{1,2 ; 1,4 ; 1,6 ; 1,8 ; 2,0\}$,
- $H = \{15 ; 17,5 ; 20 ; 22,5 ; 25\}$.

Tak więc wyznaczono charakterystyki łożysk dla 25 różnych wariantów konstrukcyjnych projektowanego łożyska ślizgowego. Obliczenia zostały przeprowadzone dla czterech wartości nośności łożyska: 160, 200, 240 oraz 280 [kN].

5.4.1.2. Sformułowanie zadań optymalizacji wielokryterialnej

Po wykonaniu obliczeń komputerowych i wyznaczeniu różnych charakterystyk opisujących projektowane wzdłużne łożyska ślizgowe powstał problem wyboru rozwiązania najlepszego. W przypadku łożysk z segmentami sztywnymi dysponowano pięcioma wariantami łożysk dla każdej przyjętej do obliczeń wartości nośności (160, 200, 240 i 280 kN). Po procesie projektowania łożysk z segmentami podatnymi dla każdej założonej nośności (wartości takie jak poprzednio) powstało 25 dopuszczalnych wariantów konstrukcji łożyska.

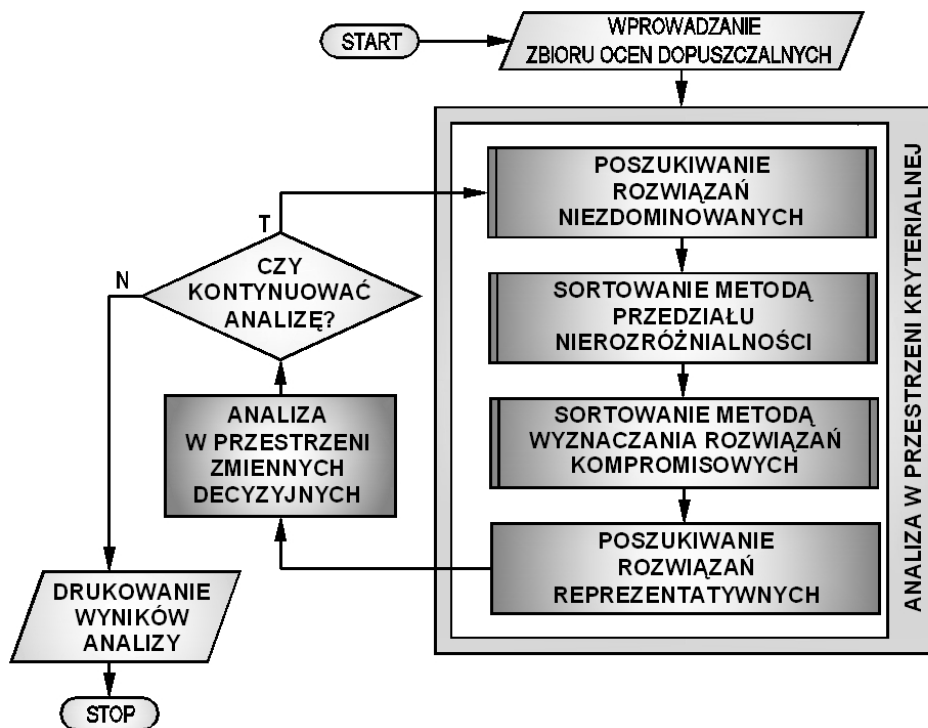
Dla umożliwienia wykonania wyboru rozwiązań najlepszych zbudowano następujące zadania optymalizacji wielokryterialnej. Na podstawie charakterystyk projektowanych łożysk wzdłużnych (wyrażonych w różnych jednostkach), wyznaczonych przy zastosowaniu MES, określono pięć kryteriów [61]:

- K1: F_1 – ciśnienie maksymalne w szczelinie smarnej [Pa],
- K2: F_2 – minimalna grubość filmu olejowego [mm],
- K3: F_3 – moment tarcia w łożysku [Nm],
- K4: F_4 – wydatek oleju wpływającego do szczeliny [m^3/s],
- K5: F_5 – przyrost temperatury w szczelinie smarnej [K].

Kryteria K1, K3, K4, K5 były minimalizowane, a kryterium K2 – maksymalizowane.

W obu przypadkach dysponowano nierewidowalnym zbiorem dopuszczalnych wariantów konstrukcyjnych wyznaczonych dzięki MES. Sformułowane zadanie polioptymalizacji było następujące. Znaleźć optymalną konstrukcję z zaprojektowanych łożysk, tzn. takie wartości zmiennych decyzyjnych opisujące rozmiary łożyska, które optymalizują przyjęty zbiór kryteriów. W celu wyboru optymalnego rozwiązania konstrukcyjnego projektowanego wzdłużnego łożyska ślizgowego zastosowano metody wchodzące w skład *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej: Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych* oraz

Metodę przedziałów nierozróżnialności. Analizę przeprowadzono zgodnie ze schematem pokazanym na rys. 5.3.



Rys. 5.3. Schemat blokowy przeprowadzonej analizy wielokryterialnej

Przeprowadzone w kolejnych podrozdziałach obliczenia dotyczące rozwiązywania sformułowanych zadań polioptymalizacji są uzupełnieniem dotychczasowych analiz i stanowią istotne rozszerzenie wyników, które były do tej pory publikowane w pracach [61,88].

5.4.2. Wybór projektowanych wariantów łożysk ślizgowych z segmentami sztywnymi

Obliczenia łożyska wzdłużnego z segmentami sztywnymi wykonano przyjmując cztery wartości nośności tego łożyska: 160, 200, 240 oraz 280 [kN]. Wartości obliczonych kryteriów dla nośności 200 oraz 240 [kN] przedstawiono w tabelicy 5.9. Obliczenia komputerowe segmentów sztywnych wykonano przy

zastosowaniu MES przyjmując, że zmienna B^* , która jest wielkością dyskretną, może przyjąć następujące wartości: 1,2; 1,4; 1,6, 1,8 i 2,0.

Tablica 5.9. Wartości kryteriów łożysk z segmentami sztywnymi dla nośności 200 i 240 [kN]

Lp.	Kryteria					Zmienna
	K1 F_1 [Pa]	K2 F_2 [μm]	K3 F_3 [Nm]	K4 F_4 [m^3/s]	K5 F_5 [K]	B^* [-]
200 [kN]						
1	$0,5523 \cdot 10^7$	27,3	99,86	$0,429 \cdot 10^{-4}$	21,3	1,2
2	$0,5466 \cdot 10^7$	26,8	91,89	$0,397 \cdot 10^{-4}$	20,4	1,4
3	$0,5424 \cdot 10^7$	26,4	86,64	$0,376 \cdot 10^{-4}$	19,6	1,6
4	$0,5372 \cdot 10^7$	26,1	83,06	$0,361 \cdot 10^{-4}$	18,9	1,8
5	$0,5389 \cdot 10^7$	25,7	80,23	$0,347 \cdot 10^{-4}$	18,5	2,0
240 [kN]						
6	$0,6677 \cdot 10^7$	24,0	105,97	$0,4679 \cdot 10^{-4}$	23,6	1,2
7	$0,6611 \cdot 10^7$	23,7	97,80	$0,376 \cdot 10^{-4}$	22,6	1,4
8	$0,6564 \cdot 10^7$	23,7	92,42	$0,356 \cdot 10^{-4}$	21,7	1,6
9	$0,6506 \cdot 10^7$	23,1	88,78	$0,341 \cdot 10^{-4}$	21,0	1,8
10	$0,6521 \cdot 10^7$	22,8	85,84	$0,328 \cdot 10^{-4}$	20,5	2,0

Przebieg procesu poszukiwania konstrukcji łożysk *najlepszych* dla kolejnych nośności był następujący.

Wyznaczenie rozwiązań niezdominowanych

Wykonana analiza pokazała, że wygenerowane przy pomocy metody elementów skończonych warianty konstrukcyjne łożysk są rozwiązaniami niezdominowanymi. To stwierdzenie było prawdziwe dla wszystkich przyjętych wartości nośności projektowanego łożyska, tablica 5.10.

Sortowanie Metodą wyznaczenia rozwiązań kompromisowych

Do wyszukania rozwiązań kompromisowych zastosowano MWRK opisaną w podrozdziale 4.4. Wyniki analizy w przestrzeni pięciokryterialnej przeprowadzonej dla przyjętych wartości nośności projektowanego łożyska przedstawiono w tablicy 5.10.

Tablica 5.10. Wyniki analizy zaprojektowanych wariantów łożysk z segmentami sztywnymi metodą MWRK

Lp.	Nośność łożyska [kN]	Liczba rozwiązań niezdominowanych	Liczba rozwiązań kompromisowych	Wartości B*[-] dla rozwiązań kompromisowych
1	160	5	3	1,6; 1,8; 2,0
2	200	5	3	1,6; 1,8; 2,0
3	240	5	3	1,6; 1,8; 2,0
4	280	5	3	1,6; 1,8; 2,0

Z przeprowadzonej analizy wielokryterialnej wynika, że dla wszystkich przyjętych do obliczeń numerycznych wartości zmiennej decyzyjnej B* uzyskano rozwiązania niezdominowane. Po wyznaczeniu trzelementowego zbioru rozwiązań kompromisowych i przejściu do analizy w przestrzeni zmiennych decyzyjnych okazało się, że konstrukcje segmentów o wartościach B* równych: 1,6; 1,8 albo 2,0 są lepsze, w świetle przyjętego zbioru wskaźników jakości, od pozostałych rozwiązań (a więc dla zmiennej równej 1,2 i 1,4). Wynika to z faktu, że w wygenerowanym podzbiore rozwiązań kompromisowych nie było tych wariantów, dla których wartość B* wynosiła 1,2 lub 1,4. W celu poszukiwania wariantów łożysk, które uzyskałyby lepsze wartości kryteriów od dotychczasowych wariantów należałoby wykonać dalsze obliczenia numeryczne przy wprowadzeniu nowych wartości zmiennej B* z zakresu od 1,6 do 2,0 albo wartości większych od 2.

Wyniki wykonanych poszukiwań najlepszych wariantów łożysk z segmentami sztywnymi zaprojektowanymi dla pozostałych wartości nośności, tzn.: 160 i 280 [kN] zamieszczono również w tablicy 5.10. Uzyskane podzbiory dla tych nośności potwierdziły wcześniejsze ustalenia i wnioski odnoszące się dla analizy przy nośnościach 200 i 240 [kN].

5.4.3. Wybór projektowanych wariantów łożysk ślizgowych z segmentami podatnymi

5.4.3.1. Analiza wariantów w przestrzeni kryterialnej

W procesie obliczeniowym segmentów podatnych łożyska wzdłużnego, przeprowadzonym przy użyciu MES, zmienne decyzyjne B* i H mogą przyjmując następujące wartości [61,88]:

- $B^* \in \{1,2 ; 1,4 ; 1,6 ; 1,8 ; 2,0\}$ – względna szerokość segmentu,
- $H \in \{15 ; 17,5 ; 20 ; 22,5 ; 25\}$ – grubość segmentu.

Uzyskana liczba rozwiązań dla każdej z czterech przyjętych nośności projektowanego łożyska (160, 200, 240 oraz 280 [kN]) wynosiła 25. Przykładowe wartości analizowanych kryteriów dla nośności 160 [kN] zamieszczono w tablicy 5.11. Przebieg procesu poszukiwania konstrukcji łożysk *najlepszych* dla nośności wynoszącej 160 [kN] był następujący.

Wyznaczenie rozwiązań niezdominowanych

W kroku pierwszym ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych wyznaczono podzbiór rozwiązań niezdominowanych. Zbiór ten liczył 14 elementów i składał się z rozwiązań o numerach: 113, 133, 137, 153, 157, 165, 169, 173, 177, 181, 185, 189, 193, 197. Wyznaczony wektor idealny przedstawiał się następująco

$$F^o = [0,3895 \cdot 10^7 \quad -29,3 \quad 103,39 \quad 0,160 \cdot 10^{-4} \quad 11,4]^T.$$

Pierwsza i czwarta składowa wektora idealnego pochodziła od rozwiązania numer 197, druga – od rozwiązania 113 (minus poprzedzający wartość składowej wektora oznacza, że kryterium to było maksymalizowane), trzecia i piąta od rozwiązania o numerze 181.

Sortowanie Metodą przedziału nierozróżnialności

W kroku drugim przeprowadzono sortowanie rozwiązań niezdominowanych *Metodą przedziałów nierozróżnialności*, przyjmując do analizy wartość przedziału nierozróżnialności $PN=1\%$. Wyznaczony podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności liczył 9 elementów i składał się z rozwiązań o numerach: 137, 157, 173, 177, 181, 185, 189, 193, 197. Ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych zostały wyeliminowane warianty łożysk o numerach: 113, 133, 153, 165 i 169. Ponieważ zostało wyeliminowane rozwiązanie nr 113 więc uległ zmianie wektor idealny. Nowy wektor idealny był następujący

$$F^{o'} = [0,3895 \cdot 10^7 \quad -29,1 \quad 103,39 \quad 0,160 \cdot 10^{-4} \quad 11,4]^T.$$

Na skutek wyeliminowania rozwiązania numer 113, uległa zmianie druga składowa wektora, która tym razem pochodziła od rozwiązania 137.

Tablica 5.11. Wartości kryteriów łożyska z segmentami podatnymi przy nośności 160 [kN]

Rozwiązanie	Kryteria					Zmienne	
	K1 [Pa]	K2 [μm]	K3 [Nm]	K4 [m ³ /s]	K5 [K]	B* [-]	H [mm]
101	0,4242·10 ⁷	27,9	130,78	0,326·10 ⁻⁴	12,8	1,2	15,0
105	0,4153·10 ⁷	26,3	136,88	0,267·10 ⁻⁴	13,1	1,2	17,5
109	0,4095·10 ⁷	29,0	141,59	0,231·10 ⁻⁴	13,3	1,2	20,0
113	0,4050·10 ⁷	29,3	145,32	0,209·10 ⁻⁴	13,5	1,2	22,5
117	0,4095·10 ⁷	29,0	141,59	0,231·10 ⁻⁴	13,3	1,2	25,0
121	0,4135·10 ⁷	27,7	119,82	0,284·10 ⁻⁴	12,4	1,4	15,0
125	0,4064·10 ⁷	28,3	124,83	0,237·10 ⁻⁴	12,7	1,4	17,5
129	0,3996·10 ⁷	28,7	128,64	0,209·10 ⁻⁴	12,8	1,4	20,0
133	0,3962·10 ⁷	28,9	131,55	0,191·10 ⁻⁴	12,9	1,4	22,5
137	0,3945·10 ⁷	29,1	133,82	0,179·10 ⁻⁴	13,1	1,4	25,0
141	0,4077·10 ⁷	27,5	112,50	0,258·10 ⁻⁴	12,0	1,6	15,0
145	0,3999·10 ⁷	27,9	116,86	0,219·10 ⁻⁴	12,2	1,6	17,5
149	0,3960·10 ⁷	28,4	120,02	0,195·10 ⁻⁴	12,4	1,6	20,0
153	0,3929·10 ⁷	28,6	122,50	0,180·10 ⁻⁴	12,5	1,6	22,5
157	0,3914·10 ⁷	28,7	124,38	0,171·10 ⁻⁴	12,6	1,6	25,0
161	0,4003·10 ⁷	27,3	107,37	0,241·10 ⁻⁴	11,6	1,8	15,0
165	0,3963·10 ⁷	27,7	111,22	0,207·10 ⁻⁴	11,9	1,8	17,5
169	0,3928·10 ⁷	28,0	114,20	0,187·10 ⁻⁴	12,0	1,8	20,0
173	0,3909·10 ⁷	28,2	116,31	0,174·10 ⁻⁴	12,1	1,8	22,5
177	0,3860·10 ⁷	28,4	117,82	0,165·10 ⁻⁴	12,2	1,8	25,0
181	0,3987·10 ⁷	26,9	103,39	0,228·10 ⁻⁴	11,4	2,0	15,0
185	0,3945·10 ⁷	27,3	107,05	0,197·10 ⁻⁴	11,6	2,0	17,5
189	0,3921·10 ⁷	27,6	109,62	0,179·10 ⁻⁴	11,8	2,0	20,0
193	0,3905·10 ⁷	27,8	111,56	0,168·10 ⁻⁴	11,9	2,0	22,5
197	0,3895·10 ⁷	27,9	113,03	0,160·10 ⁻⁴	11,9	2,0	25,0

Sortowanie Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych

W kroku trzecim zastosowano sortowanie metodą MWRK stosując początkowo analizę min-max, a następnie min-max z wagami przypisując indywidualne preferencje kryteriom. Wartości wag dobrano w ten sposób, aby jednocześnie preferować te składowe, które w nowym wektorze idealnym pochodziły od tego samego rozwiązania. Wybrane kryteria miały wagę ponad dwa i pół razy większą, niż pozostałe składowe wektora kryteriów. Wyniki analiz zamieszczono w tablicy 5.12.

Tablica 5.12. Wyniki analiz łożysk z segmentami podatnymi przy nośności 160 [kN] wykonane MWRK, $PN = 1\%$

Lp.	Typ analizy	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Kolejne rozwiązania kompromisowe
1	min-max: $\omega_1 \div \omega_5 = 0,2$	193*	197, 189, 173
min-max z wagami:			
2	$\omega_1 = 0,32; \omega_2 = 0,32;$ $\omega_3 \div \omega_5 = 0,12$	197	193, 173
3	$\omega_1 = 0,32; \omega_2 = 0,12;$ $\omega_3 = 0,12; \omega_4 = 0,32; \omega_5 = 0,12$	197	193, 173
4	$\omega_1 = 0,12; \omega_2 = 0,12;$ $\omega_3 = 0,32; \omega_4 = 0,12; \omega_5 = 0,32$	189	193, 197
5	$\omega_1 = 0,15; \omega_2 = 0,4;$ $\omega_3 = 0,15; \omega_4 = \omega_5 = 0,15$	197	193, 173

* / pogrubione numery oznaczają, że występują one we wszystkich podzbiorach

Rezultaty wykonanych analiz pokazały, że wprowadzenie dużych preferencji dla wybranych kryteriów powodowały czasami zmianę pierwszego rozwiązania kompromisowego, ale zawartość podzbioru w zasadzie nie ulegała zmianie.

Poszukiwanie podzbioru rozwiązań reprezentatywnych

W czwartym kroku dokonano przeglądu zawartości wyznaczonych podzbiorów rozwiązań kompromisowych w celu wyznaczenia podzbiorów rozwiązań reprezentatywnych. Okazało się, że w wygenerowanych podzbiorach rozwiązań kompromisowych występowały tylko 4 rozwiązania: 173, 189, 193, 197. Zgodnie z stosowaną metodyką poszukiwania rozwiązań najlepszych, opisaną w rozdziale 4, do podzbioru rozwiązań reprezentatywnych można zaliczyć te rozwiązania, które występują we wszystkich wyznaczonych podzbiorach rozwiązań kompromisowych. W tym konkretnym przypadku są to rozwiązania o numerach 193 oraz 197 (zobacz tablica 5.12). Rozwiązanie 173 powtarza się czterokrotnie (nie występuje w jednym podzbiorze – wiersz 4 w tablicy 5.12) i może być zakwalifikowanym do tzw. rozszerzonego podzbioru rozwiązań reprezentatywnych.

W dalszej części przeprowadzono analizę wielokryterialną łożyska projektowanego dla nośności wynoszącej 280 [kN]. Wartości wyznaczonych kryteriów zamieszczono w tablicy 5.13.

Tablica 5.13. Wartości kryteriów łożyska z segmentami podatnymi przy nośności 280 [kN]

Rozwią- zanie	Kryteria					Zmienne	
	K1 [Pa]	K2 [μm]	K3 [Nm]	K4 [m ³ /s]	K5 [K]	B* [-]	H [mm]
104	0,7439·10 ⁷	19,91	145,41	0,373·10 ⁻⁴	18,0	1,2	15,0
108	0,7328·10 ⁷	19,9	156,33	0,288·10 ⁻⁴	17,6	1,2	17,5
112	0,7237·10 ⁷	19,9	165,37	0,235·10 ⁻⁴	17,8	1,2	20,0
116	0,7206·10 ⁷	19,91	165,20	0,449·10 ⁻⁴	17,9	1,2	22,5
120	0,7237·10 ⁷	19,9	165,37	0,235·10 ⁻⁴	17,8	1,2	25,0
124	0,7240·10 ⁷	18,7	136,01	0,316·10 ⁻⁴	16,6	1,4	15,0
128	0,7114·10 ⁷	19,3	144,71	0,247·10 ⁻⁴	16,9	1,4	17,5
132	0,7014·10 ⁷	19,7	152,01	0,204·10 ⁻⁴	17,1	1,4	20,0
136	0,7093·10 ⁷	19,76	159,17	0,176·10 ⁻⁴	17,3	1,4	22,5
140	0,7049·10 ⁷	19,95	164,49	0,157·10 ⁻⁴	17,5	1,4	25,0
144	0,7125·10 ⁷	18,8	129,42	0,279·10 ⁻⁴	16,1	1,6	15,0
148	0,6999·10 ⁷	19,41	136,09	0,222·10 ⁻⁴	16,4	1,6	17,5
152	0,6930·10 ⁷	19,69	91,43	0,390·10 ⁻⁴	16,6	1,6	20,0
156	0,7009·10 ⁷	19,7	149,76	0,162·10 ⁻⁴	16,7	1,6	22,5
160	0,6955·10 ⁷	19,86	154,35	0,146·10 ⁻⁴	16,9	1,6	25,0
164	0,7010·10 ⁷	19,75	123,98	0,256·10 ⁻⁴	15,6	1,8	15,0
168	0,6920·10 ⁷	19,4	131,05	0,206·10 ⁻⁴	15,9	1,8	17,5
172	0,6851·10 ⁷	19,64	137,23	0,173·10 ⁻⁴	16,1	1,8	20,0
176	0,6839·10 ⁷	19,75	87,49	0,360·10 ⁻⁴	16,3	1,8	22,5
180	0,6892·10 ⁷	19,75	147,39	0,139·10 ⁻⁴	16,4	1,8	25,0
184	0,6965·10 ⁷	19,73	120,27	0,239·10 ⁻⁴	15,2	2,0	15,0
188	0,6879·10 ⁷	19,15	127,21	0,193·10 ⁻⁴	15,5	2,0	17,5
192	0,6816·10 ⁷	19,41	132,86	0,164·10 ⁻⁴	15,7	2,0	20,0
196	0,6771·10 ⁷	19,58	137,46	0,146·10 ⁻⁴	15,9	2,0	22,5
200	0,6732·10 ⁷	19,69	141,20	0,130·10 ⁻⁴	16,0	2,0	25,0

Wyznaczenie rozwiązań niezdominowanych

Krok pierwszy – wyznaczenie podzbioru rozwiązań niezdominowanych.

Zbiór ten liczył 15 elementów: 104, 108, 116, 140, 160, 164, 168, 172, 176, 180, 184, 188, 192, 196, 200. Wyznaczony wektor idealny przedstawiał się następująco

$$F^o = [0,6732 \cdot 10^7 \quad -19,95 \quad 87,49 \quad 0,130 \cdot 10^{-4} \quad 15,25]^T.$$

Pierwsza składowa wektora idealnego pochodziła od rozwiązania numer 200, druga – od rozwiązania 140 (minus oznacza maksymalizowanie kryterium),

trzecia – od rozwiązania 176, czwarta od rozwiązania 200 i piąta od rozwiązania o numerze 184.

Sortowanie Metodą przedziału nierozróżnialności

Krok drugi – sortowanie rozwiązań niezdominowanych *MPN*, $PN = 0,5\%$.

Wyznaczony podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności liczył 10 elementów i składał się z następujących rozwiązań: 104, 116, 160, 168, 176, 184, 188, 192, 196, 200 (wyeliminowane warianty to: 108, 140, 164, 172 i 180). Nowy wektor idealny był następujący

$$F^{o'} = [0,6732 \cdot 10^7 \quad -19,91 \quad 87,49 \quad 0,130 \cdot 10^{-4} \quad 15,25]^T.$$

Obecnie druga składowa wektora pochodziła od rozwiązania 116.

Sortowanie Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych

Krok trzeci – zastosowanie sortowania metodą MWRK.

Wyniki obliczeń zamieszczono w tablicy 5.14.

Tablica 5.14. Wyniki analiz łożysk z segmentami podatnymi przy nośności 280 [kN] wykonane metodą MWRK, $PN = 0,5\%$

Lp.	Typ analizy	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Kolejne rozwiązania kompromisowe
1	min-max: $\omega_1 \div \omega_5 = 0,2$	188*	168,200,184,192,196
min-max z wagami:			
2	$\omega_1 = \omega_2 = 0,32; \omega_3 \div \omega_5 = 0,12$	188	168,200,184,192,196
3	$\omega_1 = 0,32; \omega_2 = \omega_3 = 0,12;$ $\omega_4 = 0,32; \omega_5 = 0,12$	196	192,200,160,188,168
4	$\omega_1 = \omega_2 = 0,12;$ $\omega_3 = 0,32; \omega_4 = 0,12; \omega_5 = 0,32$	184	188,192,196,168
5	$\omega_1 = 0,3; \omega_2 = 0,1;$ $\omega_3 = 0,1; \omega_4 = 0,4; \omega_5 = 0,1$	200	196,160,192,188
6	$\omega_1 = \omega_2 = 0,1; \omega_3 = 0,2;$ $\omega_4 = \omega_5 = 0,3$	192	188,196,160,184,168, 200
7	$\omega_1 = 0,2; \omega_2 = 0,1; \omega_3 = 0,4;$ $\omega_4 = 0,1; \omega_5 = 0,2$	184	188,192,176,196,168

*/ pogrubienie oznacza rozwiązania występujące we wszystkich podzbiórach

Wprowadzenie zmian preferencji dla poszczególnych kryteriów powodowało, w niektórych przypadkach, zmianę pierwszego rozwiązania kompromisowego. Zawartość podzbioru rozwiązań kompromisowych ulegała zmianie tylko nieznacznie.

Poszukiwanie podzbioru rozwiązań reprezentatywnych

Krok czwarty – poszukiwanie rozwiązań reprezentatywnych.

W wygenerowanych podzbiórach rozwiązań kompromisowych występowało 8 wariantów: *160, 168, 176, 184, 188, 192, 196* i *200*. Dwa rozwiązania *104* i *116* nie wystąpiły ani razu. Przegląd zawartości wyznaczonych podzbiorów rozwiązań kompromisowych pokazał, że rozwiązania o numerach *188, 192* oraz *196* (tablica 5.14) występowały we wszystkich podzbiórach, zaś wariant *168* powtarza się sześciokrotnie (nie występuje tylko jeden raz – wiersz 5 w tablicy 5.14) i może być zakwalifikowany do tzw. rozszerzonego podzbioru rozwiązań reprezentatywnych.

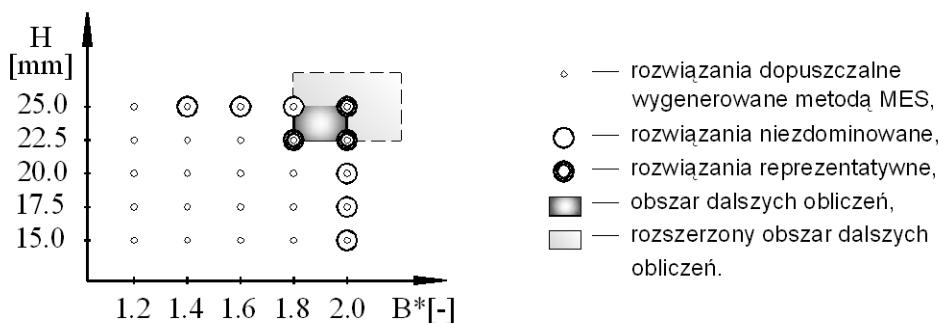
Wygenerowanie podzbiorów rozwiązań reprezentatywnych pozwala na szczegółowe przyjrzenie się zaprojektowanym łożyskom z punktu widzenia wartości zmiennych decyzyjnych jakie przyjmują wybrane warianty.

5.4.3.2. Analiza wariantów w przestrzeni zmiennych decyzyjnych

Przyjęta do projektowania łożysk siatka dostępnych wartości zmiennych decyzyjnych była określona na podstawie dotychczasowej wiedzy i doświadczenia projektowego. Wyznaczenie podzbioru rozwiązań kompromisowych i reprezentatywnych pozwala określić jakie wartości zmiennych decyzyjnych prowadzą do uzyskania najlepszej konstrukcji łożysk, w świetle przyjętych wskaźników oceny. Te informacje będą mogły być wykorzystane do zweryfikowania przyjętej siatki zmienności zmiennych decyzyjnych. Dla analizy przeprowadzonej w podrozdziale 5.4.3.1. przy nośności projektowanego łożyska wynoszącej 160 [kN] sytuacja wygląda następująco: rozwiązanie *193* to konstrukcja, dla której $B^*=2,0$; $H=22,5$; rozwiązanie *197*: $B^*=2,0$; $H=25,0$; a rozwiązanie *173*: $B^*=1,8$; $H=22,5$ (dane z tablicy 5.11). Rozmieszczenie rozwiązań niezdominowanych, kompromisowych oraz reprezentatywnych w przestrzeni zmiennych decyzyjnych przedstawiono na rys. 5.4.

Rozwiązania, które wygenerowano przy małych wartościach zmiennych decyzyjnych H oraz B^* , nie znalazły się w zbiorze rozwiązań niezdominowanych. Rozwiązania należące do zbioru rozwiązań reprezentatywnych przyjmowały duże wartości zmiennych i grupowały się w prawym górnym obszarze zmiennych decyzyjnych. Na rysunku zaznaczono obszary, które powinny być sprawdzone

przy poszukiwaniu optymalnych konstrukcji segmentów podatnych projektowanego łożyska wzdłużnego. We wskazanych obszarach należałoby zagęścić siatkę zmiennych decyzyjnych do obliczeń metodą elementów skończonych wykonanych przy zastosowaniu programu ALGOR.



Rys. 5.4. Rozmieszczenie rozwiązań w przestrzeni zmiennych decyzyjnych przy nośności 160 [kN]

Dodatkowe analizy wielokryterialne

W celu sprawdzenia tendencji pojawiających się w przestrzeni zmiennych decyzyjnych wykonano dodatkowe analizy aby je potwierdzić. Przeprowadzono więc dodatkowe obliczenia prowadzące do wygenerowanie podzbiorów rozwiązań kompromisowych i reprezentatywnych dla nowych wartości przedziału nierozróżnialności.

W pierwszy przypadku wykonano sortowanie *Metodą przedziału nierozróżnialności* gdy wartość $PN = 0,5\%$. Po tym sortowaniu podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności liczył 12 elementów. Z początkowego zbioru rozwiązań niezdominowanych liczącego 14 elementów 2 warianty zostały wyeliminowane (rozwiązanie nr 165 i 169). Następnie wygenerowano podzbiory rozwiązań kompromisowych stosując *Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych*. Uzyskane wyniki zamieszczono w tablicy 5.15. Rozszerzony podzbiór rozwiązań reprezentatywnych liczył 4 elementy: 173, 193, a ponadto 177 i 189.

W drugim przypadku zrezygnowano z sortowania MPN (jest to równoważne sytuacji gdy $PN = 0\%$) i ze zbioru rozwiązań niezdominowanych stosując metodę MWRK wyznaczono podzbiory rozwiązań kompromisowych dla różnych preferencji przypisanych składowym wektora kryteriów. Otrzymane wyniki można zobaczyć w tablicy 5.16.

Tablica 5.15. Wyniki analiz MWRK łożysk przy nośności 160 [kN], $PN = 0,5\%$

Lp.	Typ analizy	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Kolejne rozwiązania kompromisowe
1	min-max: $\omega_1 \div \omega_5 = 0,2$	193*	<i>197, 189, 173, 177</i>
min-max z wagami:			
2	$\omega_1 = \omega_2 = 0,32; \omega_3 \div \omega_5 = 0,12$	173	193, 177, 189
3	$\omega_1 = 0,32; \omega_2 = \omega_3 = 0,12;$ $\omega_4 = 0,32; \omega_5 = 0,12$	<i>197</i>	193, 173, 157, 177
4	$\omega_1 = \omega_2 = 0,12; \omega_3 = 0,32;$ $\omega_4 = 0,12; \omega_5 = 0,32$	<i>189</i>	193, 185, 197, 173
5	$\omega_1 = 0,15; \omega_2 = 0,4;$ $\omega_3 = 0,15; \omega_4 = \omega_5 = 0,15$	173	193, 177, 189

*/ pogrubienie oznacza rozwiązania występujące we wszystkich podzbiorach

Tablica 5.16. Wyniki analiz MWRK łożysk przy nośności 160 [kN], $PN = 0\%$

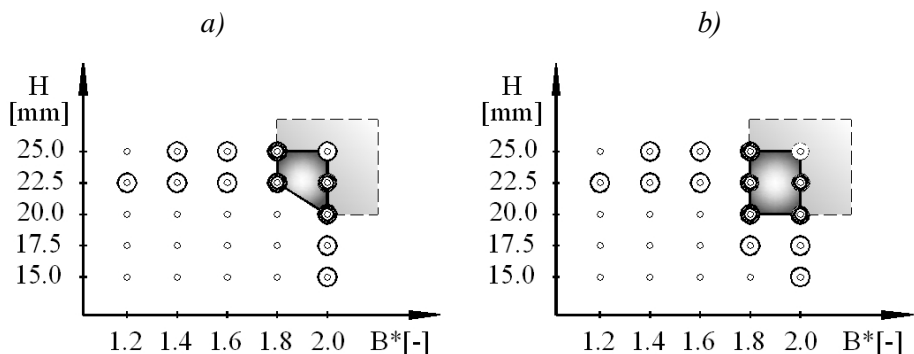
Lp.	Typ analizy	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Kolejne rozwiązania kompromisowe
1	min-max: $\omega_1 \div \omega_5 = 0,2$	193*	<i>197, 189, 173, 177</i>
min-max z wagami:			
2	$\omega_1 = \omega_2 = 0,32; \omega_3 \div \omega_5 = 0,12$	173	<i>177, 169, 189, 193</i>
3	$\omega_1 = 0,32; \omega_2 = \omega_3 = 0,12;$ $\omega_4 = 0,32; \omega_5 = 0,12$	<i>197</i>	193, 173, 157, 177
4	$\omega_1 = \omega_2 = 0,12; \omega_3 = 0,32;$ $\omega_4 = 0,12; \omega_5 = 0,32$	<i>197</i>	193, 173, 157, 177
5	$\omega_1 = 0,15; \omega_2 = 0,4;$ $\omega_3 \div \omega_5 = 0,15$	<i>189</i>	193, 185, 197, 169, 165, 173

*/ pogrubienie oznacza rozwiązania występujące we wszystkich podzbiorach

W tym przypadku przyjęto, że rozszerzony podzbiór rozwiązań reprezentatywnych liczył 5 elementów: 173, 193, a ponadto 177, 189 i 197. Taki stan rzeczy wynikał z faktu, że pominięcie sortowania metodą MPN ($PN = 0\%$) nie redukuje liczności podzbioru rozwiązań niezdominowanych.

Dla obu uzyskanych końcowych podzbiorów rozwiązań reprezentatywnych otrzymane wyniki przeniesiono do przestrzeni zmiennych decyzyjnych, co pokazano na rys. 5.5. Okazało się ponownie (tak jak w przypadku pierwszej

analizy – rys. 5.4), że zmienne decyzyjne wariantów należących do podzbiorów rozwiązań reprezentatywnych przyjmowały duże wartości obu zmiennych decyzyjnych: $B^* = 1,8$ i $2,0$; zaś $H = 20,0$; $22,5$ i $25,0$.



Rys. 5.5. Rozmieszczenie rozwiązań w przestrzeni zmiennych decyzyjnych przy nośności 160 [kN]: a) $PN = 0,5\%$, b) $PN = 0,0\%$, oznaczenia jak na rys. 5.4

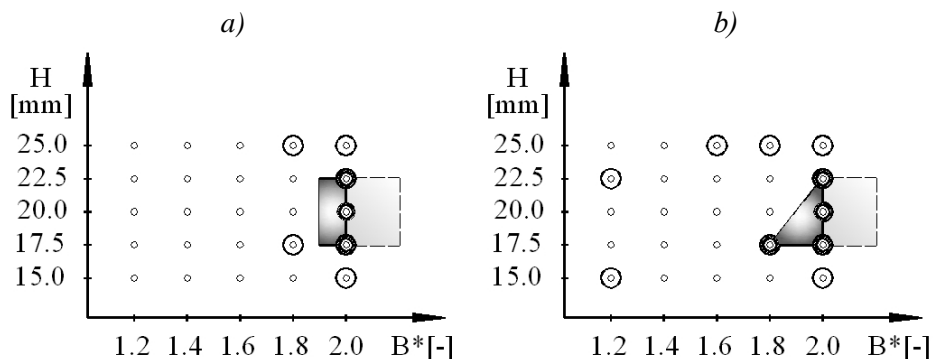
Przeprowadzono również poszukiwanie najlepszych wariantów łożysk z segmentami podatnymi zaprojektowanymi dla pozostałych przyjętych wartości nośności, tzn.: 200, 240 oraz 280 [kN]. Uzyskane wyniki dla nośności wynoszącej 280 [kN] zamieszczono w tabelicy 5.17 oraz na rys. 5.6.

Tabela 5.17. Wyniki analiz przy nośności 280 [kN] wykonane MWRK, $PN = 1\%$

Lp.	Typ analizy	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Kolejne rozwiązania kompromisowe
1	min-max: $\omega_1 \div \omega_5 = 0,2$	188*	200,184,192,196
min-max z wagami:			
2	$\omega_1 = \omega_2 = 0,32$; $\omega_3 \div \omega_5 = 0,12$	188	200,184,192,196
3	$\omega_1 = 0,32$; $\omega_2 = \omega_3 = 0,12$; $\omega_4 = 0,32$; $\omega_5 = 0,12$	196	192,200,188,168
4	$\omega_1 = \omega_2 = 0,12$; $\omega_3 = 0,32$; $\omega_4 = 0,12$; $\omega_5 = 0,32$	184	188,192,196,168
5	$\omega_1 = 0,3$; $\omega_2 = \omega_3 = 0,1$; $\omega_4 = 0,4$; $\omega_5 = 0,1$	200	196,192,188
6	$\omega_1 = \omega_2 = 0,1$; $\omega_3 = 0,2$; $\omega_4 = \omega_5 = 0,3$	192	188,196,184,200
7	$\omega_1 = 0,2$; $\omega_2 = 0,1$; $\omega_3 = 0,4$; $\omega_4 = 0,1$; $\omega_5 = 0,2$	184	188,192,176,196

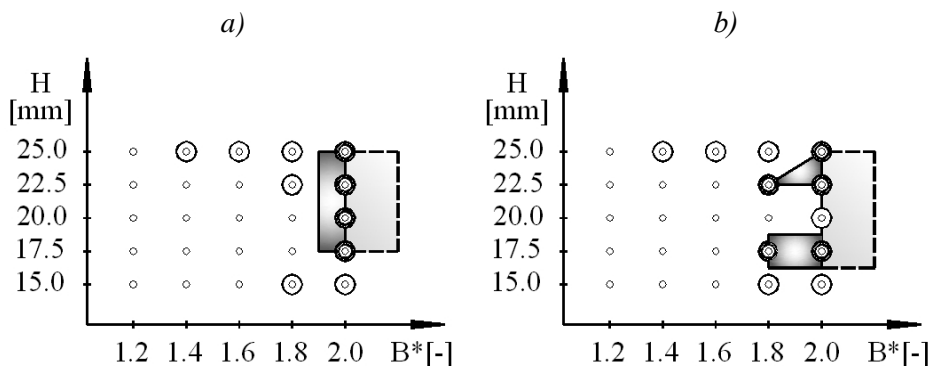
*/ pogrubienie oznacza rozwiązania występujące we wszystkich podzbiorach

Zbiór rozwiązań niezdominowanych liczył 15 elementów. Przy wartości $PN = 1\%$ podzbiór rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności liczył 7 elementów: 168, 176, 184, 188, 192, 196, 200 (zostały wyeliminowane następujące warianty: 104, 108, 116, 140, 160, 164, 172 i 180). Podzbiór rozwiązań reprezentatywnych liczył 3 warianty i były to rozwiązania: 188, 192, 196. Warianty 184 i 200 występowały po 5 razy (rys. 5.6a). Dla porównania na rys. 5.6b pokazano wyniki analizy gdy $PN = 0,5\%$.



Rys. 5.6. Rozmieszczenie rozwiązań w przestrzeni zmiennych decyzyjnych przy nośności łożyska 280 [kN]: a) $PN = 1\%$; b) $PN = 0,5\%$, oznaczenia jak na rys. 5.4

Na zakończenie rozważań dotyczących analizy wielokryterialnej rezultatów projektowania ślizgowych łożysk wzdłużnych zamieszczono końcowe wyniki (rys. 5.7), jakie uzyskano dla łożysk o nośnościach wynoszących 200 [kN] oraz 240 [kN].



Rys. 5.7. Rozmieszczenie rozwiązań w przestrzeni zmiennych decyzyjnych przy $PN = 0,5\%$ dla nośności łożysk: a) 200 [kN]; b) 240 [kN], oznaczenia jak na rys. 5.4

5.4.4. Wnioski dotyczące polioptymalizacji ślizgowych łożysk wzdłużnych

Przedstawiony przykład rozwiązywania zadań optymalizacji pięciokryterialnej konstrukcji ślizgowych łożysk wzdłużnych z segmentami sztywnymi i podatnymi prezentuje przydatność metod tworzących *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej* do wspomagania konstruktora w procesie wyboru i podejmowania decyzji. Proponowany system może wydatnie zmniejszyć koszty obliczeniowe, gdy model obiektu jest złożony matematycznie i do wyznaczenia jego wartości używamy specjalistycznych metod obliczeniowych.

Rozwiązywanie sformułowanych zadań polioptymalizacji wykorzystujących analizę wielokryterialną metodami tworzącymi autorski systemem ZSAW okazało się przydatne i skuteczne do wyników uzyskanych przy użyciu MES. Zastosowanie *Metody przedziałów nierozróżnialności* i *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* umożliwiło znalezienie optymalnych wymiarów projektowanych segmentów łożysk wzdłużnych smarowanych hydrodynamicznie. Okazało się, że dla wszystkich wykonanych analiz wielokryterialnych zaprojektowanych łożysk z segmentami podatnymi, przy różnych wartościach nośności wynoszących odpowiednio 160, 200, 240, 280 [kN], rozwiązania reprezentatywne osiągały następujące wartości zmiennych decyzyjnych: względna szerokość segmentu B^* równa była 1,8 lub 2,0, a grubość segmentu wynosiła 17,5; 20; 22,5 lub 25 [mm].

Przy wyborze wariantów łożysk z segmentami sztywnymi wykonana analiza wielokryterialna pokazała, że rozwiązania przyjmujące wartość zmiennej decyzyjnej B^* równą 1,6; 1,8 lub 2,0 są lepsze od rozwiązań pozostałych. Ta uwaga odnosi się do konstrukcji łożysk zaprojektowanych dla różnych wartości nośności: 160, 200, 240 i 280 [kN].

Przykład ten również dobrze ilustruje sposób potencjalnego współdziałania *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* z MES. Przeprowadzone sortowania (przy użyciu różnych metod ZSAW) pozwalają na wygenerowanie mało liczego podzbioru rozwiązań reprezentatywnych, co z kolei prowadzi do wykonania analizy w przestrzeni zmiennych decyzyjnych – zobacz rys. 5.4 ÷ 5.7. Ta analiza pozwala na wyznaczenie nowego obszaru ich zmienności. Informacje te umożliwiają wykonanie kolejnych obliczeń metodą MES, w których należy przyjąć nowe wartości zmiennych decyzyjnych należące do tego obszaru (zagęszczenie siatki zmiennych decyzyjnych), w celu poszukiwania nowych wariantów konstrukcyjnych, które mogą okazać się lepsze od znalezionych dotychczas. Sprawdzenie tego faktu wymaga powtórnego zastosowania sortowania metodami *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej*.

5.5. Zastosowanie analizy wielokryterialnej w doborze obrabiarek w elastycznych systemach produkcyjnych

5.5.1. Opis algorytmu doboru podsystemu obrabiarek w ESP dla części klasy korpus

Dobór obrabiarek projektowanego elastycznego systemu produkcyjnego (ESP) jest zwykle kluczowym problemem do rozwiązania, gdyż to właśnie zgromadzony park maszynowy bezpośrednio wpływa na wydajność, automatyzację i poziom elastyczności procesu produkcyjnego i jest punktem wyjścia do projektowania pozostałych podsystemów ESP, tzn. podsystemu transportowego i magazynów międzyoperacyjnych. Optymalny dobór podsystemu obrabiarek pozwala na łatwiejszą weryfikację zleceń produkcyjnych i planowanie produkcji, znaczącą obniżkę prognozowanych kosztów inwestycyjnych oraz eksploatacyjnych oraz na zwiększenie stopnia ich wykorzystania. Zagadnienia te w różnych aspektach podejmowane są przez wielu autorów [12,15,116,117, 132,138,147].

Generalnie doborowi parku maszynowego do ESP powinna przyświecać następująca zasada – zakupione obrabiarki będą dawać pewność, że są w stanie obrabiać rodzinę przedmiotów o wymaganej jakości, z zadaną wydajnością i przy przyjętej opłacalności. Najogólniej można powiedzieć, że dobór podsystemu obrabiarek w ESP sprowadza się do określenia rodzaju i liczby obrabiarek, czyli znalezienia rozwiązania, które będzie optymalne z punktu widzenia przyjętych założeń projektowanego systemu [4,12,29,146].

Zaproponowany przez Gołę i Świcia [31] algorytm doboru podsystemu obrabiarek ESP jest trzyetapową sekwencją działań wykorzystującą opracowane lub zaadoptowane metody gromadzenia danych i ich eliminacji:

- ETAP I: Gromadzenie i przetwarzanie danych o obrabiarkach, reprezentacja i zapis wiedzy konstrukcyjnej, opracowanie założeń technologicznych wyrobów przeznaczonych do obróbki w ESP,
- ETAP II: Eliminacja obrabiarek nie spełniających krytycznych warunków o charakterze technicznym i organizacyjnym,
- ETAP III: Opracowanie możliwych wariantów obróbki wyrobu syntetycznego; ilościowy dobór obrabiarek do poszczególnych wariantów.

Opisane podejście zostało uzupełnione przez Montusiewicza [29] wprowadzeniem etapu IV:

- ETAP IV: Wielokryterialna analiza poszczególnych wariantów rozwiązań; dobór obrabiarek wg przyjętych kryteriów optymalizacyjnych.

W związku z ogólnie przyjętymi zasadami projektowania ESP w opracowanej metodyce zostały przyjęte następujące założenia projektowe:

- 1°. Dobór obrabiarek jest realizowany z założeniem konieczności obróbki zbioru części klasy korpus o określonych cechach konstrukcyjnych i technologicznych, zakwalifikowanych w oparciu o służące do tego metody do obróbki w elastycznym systemie produkcyjnym.
- 2°. Obróbka wyrobu „na gotowo” powinna być wykonana w jednym zamocowaniu wyrobu na palecie obróbkowej.
- 3°. Preferowane są rozwiązania oparte na zasadzie koncentracji operacji obróbkowych na obrabiarce.

ETAP I obejmuje trzy kroki postępowania.

Krok 1. Zapis wiedzy o obrabiarkach

W przypadku obrabiarek wiedza zebrana o nich pozwala na jednoznaczne zidentyfikowanie i określenie charakterystyki obiektu w postaci funkcji informacji o charakterze informacyjnym, technicznym i ekonomicznym.

$$o_i = f(i_i; t_i; e_i) \quad (5.8)$$

gdzie

o_i – wiedza o i -tej obrabiarce;

i_i – dane o charakterze informacyjnym w przypadku i -tej obrabiarki (np. typ obrabiarki, nazwa producenta, adres strony www producenta lub dystrybutora obrabiarki, dane kontaktowe producenta oraz dealera obrabiarki itp.);

t_i – dane o charakterze technicznym (parametry techniczne) i -tej obrabiarki,

e_i – dane o charakterze ekonomicznym i -tej obrabiarki (cena zakupu obrabiarki, cena wyposażenia dodatkowego, średni roczny koszt serwisu obrabiarki, itp.).

Krok 2. Reprezentacja wiedzy konstrukcyjnej o przedmiotach przeznaczonych do obróbki w ESP

W tym przypadku danymi wejściowymi jest zbiór wyrobów klasy korpus przeznaczonych do obróbki w ESP:

$$W = \{w_1, w_2, \dots, w_t\} = \{w_\alpha\} \quad (5.9)$$

gdzie

$\alpha = 1, 2, \dots, t$, to określony uprzednio zbiór części do obróbki w ESP.

Krok 3. Opracowanie i zapis procesu technologicznego wyrobu syntetycznego

Do dalszych rozważań przyjęto koncepcję technologii grupowej, opartą o założenia tzw. wyrobu syntetycznego (WS) [42]. Wyrób syntetyczny to wyrób stanowiący reprezentację całego spektrum przedmiotów należących do zbioru $\{w_\alpha\}$. Przy projektowaniu procesu doboru obrabiarek do ESP zapis procesu technologicznego WS został ograniczony do sekwencji zabiegów $\Delta = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_z\} = \{\delta_j\}$, gdzie $j = 1, 2, \dots, z$, wykonywanych kolejno na poszczególnych obiektach poddawanych obróbce.

ETAP II dotyczy eliminacji obrabiarek w oparciu o tzw. ograniczenia krytyczne.

Ta eliminacja obrabiarek stanowi pierwszy zasadniczy krok w procesie doboru obrabiarek. Jego celem jest usunięcie ze zbioru obrabiarek maszyn:

- których parametry techniczne uniemożliwiają obróbkę wyrobów ze zbioru W ,
- nie spełniających ograniczeń narzuconych przez projektanta systemu,
- nie posiadających zdolności technologicznej realizacji żadnego z zabiegów w procesie technologicznym wyrobu syntetycznego.

Obrabiarki spełniające ograniczenia krytyczne zapisywane są w zbiorze obrabiarek

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\} = \{x_k\} \quad (5.10)$$

gdzie

$k = 1, 2, \dots, m$ – numer porządkowy obrabiarki.

ETAP III obejmuje trzy kroki działania.

Krok 1. Generowanie macierzy zdolności technologicznych obrabiarek

Nie wszystkie z obrabiarek tworzących zbiór X mają możliwość realizacji wszystkich zabiegów występujących w procesie technologicznym wyrobu syntetycznego. Do wygenerowania mapy zdolności technologicznych obrabiarek opracowano algorytm sprawdzający zdolność obrabiarki do realizacji określonego zabiegu [29]. Mapa zdolności technologicznych obrabiarek ze zbioru X do wykonania zabiegów w procesie technologicznym wyrobu syntetycznego (zbiór Δ) reprezentowana jest w postaci macierzy zdolności technologicznych obrabiarek A_{kj} . Przykładową taką macierz (zero-jedynkowa) pokazano na rys. 5.8.

$$A_{kj} = \begin{array}{c} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ (\dots) \\ \delta_z \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{x}_3 \ \mathbf{x}_4 \ \mathbf{x}_5 \ \dots \ \mathbf{x}_m \\ \left[\begin{array}{cccccc|c} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & & 1 \end{array} \right] \end{array}$$

Rys. 5.8. Przykład macierzy zdolności technologicznych obrabiarek A_{kj}

Wiersze reprezentują kolejne zabiegi w procesie technologicznym wyrobu syntetycznego; kolumny – obrabiarki ze zbioru X , zależność 5.10. Wartość pola macierzy $a_{kj} = 1$ oznacza, że obrabiarka x_k posiada zdolność technologiczną realizacji zabiegu δ_j ; wartość $a_{kj} = 0$ – że takiej zdolności nie posiada.

Krok 2. Opracowanie ścieżek technologicznych procesu obróbki wyrobu syntetycznego

Ścieżka technologiczna (lub ścieżki przepływu wyrobu przez system) rozumiana jest jako ciąg numerów obrabiarek realizujących kolejne zabiegi technologiczne w procesie produkcyjnym wyrobu syntetycznego, mamy więc w tym przypadku do czynienia z jakościowym doбором obrabiarek. Generowanie *ścieżek technologicznych* jest realizowane w oparciu o macierz zdolności technologicznych obrabiarek A_{kj} i respektowało zasadę koncentracji organizacyjnej polegającej na preferowaniu rozwiązań, w których kolejne zabiegi w procesie technologicznym wyrobu syntetycznego są realizowane na tej samej obrabiarence. Należy

zwrócić uwagę na gwałtowny wzrost liczby możliwych rozwiązań, wraz ze wzrostem rozmiarów macierzy zdolności technologicznej obrabiarek A_{kj} .

Krok 3. Ilościowy dobór obrabiarek w odniesieniu do poszczególnych ścieżek technologicznych

Do ilościowego doboru obrabiarek projektowanego ESP przyjęto metodykę, wykorzystującą współczynnik sumarycznego obciążenia stanowisk roboczych η_k w oparciu o warunek:

$$\eta_k = \sum_{j=1}^z \eta_{kj} \leq 1 \quad , \quad (5.11)$$

gdzie

- η_k – sumaryczny współczynnik obciążenia k -tego stanowiska roboczego (obrabiarki),
- η_{kj} – współczynnik obciążenia k -tego stanowiska roboczego (obrabiarki) j -tym zabiegiem,
- z – liczba zabiegów w procesie technologicznym wyrobu syntetycznego.

Procedura ilościowego doboru obrabiarek jest realizowana indywidualnie dla każdej ze ścieżek technologicznych $M_1, M_2, \dots M_y$, wygenerowanych w kroku 1 etapu III metodyki. Zbiór ilościowego doboru obrabiarek $L_k(M_\mu)$ w odniesieniu do wygenerowanych ścieżek technologicznych przyjmuje postać macierzy, której przykład został zaprezentowany na rys. 5.9.

$$L_k(M_\mu) = \begin{matrix} & \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_3 & \mathbf{x}_4 & \dots & \mathbf{x}_m \\ \mathbf{M}_1 & \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & 4 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right. \end{matrix}$$

Rys. 5.9. Przykład macierz ilościowego doboru obrabiarek w ESP

5.5.2. Wybór ścieżki technologicznej przy wykorzystaniu analizy wielokryterialnej

5.5.2.1. Sformułowanie zadania optymalizacji wielokryterialnej

Zastosowanie trzech pierwszych etapów metodyki doboru obrabiarek do projektowanego ESP prowadzi zazwyczaj do wygenerowanie wielu *ścieżek technologicznych* pozwalających zrealizować zadanie produkcyjne. Każda ze ścieżek jest rozwiązaniem zawierającym informacje o rodzaju obrabiarki oraz ich liczbie i ponadto spełnia wszystkie wymagania narzucone przez projektanta systemu (uwzględnia przyjęte ograniczenia). Wprowadzenie etapu IV doboru obrabiarek w projektowanym ESP (który w pierwszej części podrozdziału 5.5.1 był tylko wymieniony, ale nie omawiany) przez zastosowanie analizy wielokryterialnej pozwala na przeprowadzenie optymalizacji całego procesu z punktu widzenia przyjętego zbioru kryteriów [29,146].

Zatem w procesie poszukiwania najlepszej *ścieżki technologicznej*, do wykonania obiektu klasy korpus, w projektowanym podsystemie obrabiarek ESP sformułowano następujące zadanie polioptymalizacji. Znaleźć taką konfigurację obrabiarek spośród wygenerowanych możliwych wariantów realizacji zadanego procesu produkcyjnego (czyli ścieżkę technologiczną), która minimalizuje przyjęte kryteria oceny jakości zaprojektowanego podsystemu. Zmiennymi decyzyjnymi w tym zadaniu są obrabiarki wchodzące w skład wyznaczonych *ścieżek technologicznych*, ograniczeniami zaś zdolności technologiczne obrabiarek i ich parametry techniczne.

Zdefiniowanie kryteriów

Pierwszym działaniem jest ustalenie zbioru kryteriów optymalizacji do rozpoczęcia procesu analizy wielokryterialnej. W pracy do dalszych rozważań przyjęto, że uzyskane rozwiązanie powinno charakteryzować się:

- a) minimalną długością cyklu produkcyjnego części wytwarzanych w ESP (bez uwzględnienia czasu transportu i magazynowania międzyoperacyjnego),
- b) minimalnym kosztem zakupu i serwisu obrabiarek (w ujęciu rocznym) przy jednoczesnej minimalizacji.

Funkcje celu w zadaniu optymalizacji zostały sformułowane w sposób następujący:

a) **Kryterium 1.** Długość cyklu produkcyjnego wyrobu syntetycznego

$$F_1(M_\mu) = [\max(t_{wnk}; t_{wpk}) + t_{1k}] + \sum_{j=2}^z \{ \lambda * \max(t_{wnk}; t_{wpk}) + [(1 - \lambda) * t_{wnk}] + t_{jk} \} \quad (5.12)$$

gdzie

M_μ – ścieżka technologiczna o indeksie μ ,

λ przyjmuje wartości:

$$\lambda = \begin{cases} 0, & \text{gdy zabieg } \delta_j \text{ jest realizowany na tej samej obrabiarce co zabieg } \delta_{j-1} \\ 1, & \text{gdy zabieg } \delta_j \text{ jest realizowany na innej obrabiarce niż zabieg } \delta_{j-1} \end{cases}$$

t_{wnk} – czas zmiany narzędzia „od wióra do wióra” na obrabiarce o numerze k ,

t_{wpk} – czas zmiany palety technologicznej na obrabiarce o numerze k ,

t_{1k} – czas jednostkowy realizacji pierwszego zabiegu w procesie technologicznym wyrobu syntetycznego na obrabiarce o numerze k ,

t_{jk} – czas jednostkowy realizacji zabiegu j na obrabiarce o numerze k .

b) **Kryterium 2.** Koszt zakupu i serwisu obrabiarek.

$$F_2(M_\mu) = \sum_{k=1}^m \{ L_k [(C_k * a_{ok}) + k_{sk}] \} \quad (5.13)$$

gdzie

L_k – liczba k -tych obrabiarek,

C_k – całkowita cena zakupu obrabiarki o numerze k ,

a_{ok} – roczna stopa amortyzacji obrabiarki o numerze k ,

k_{sk} – średni roczny koszt serwisu obrabiarki o numerze k .

Sformułowany model optymalizacji, jest klasycznym modelem deterministycznym, w którym wszystkie parametry są zdeterminowane (tj. znane i stałe).

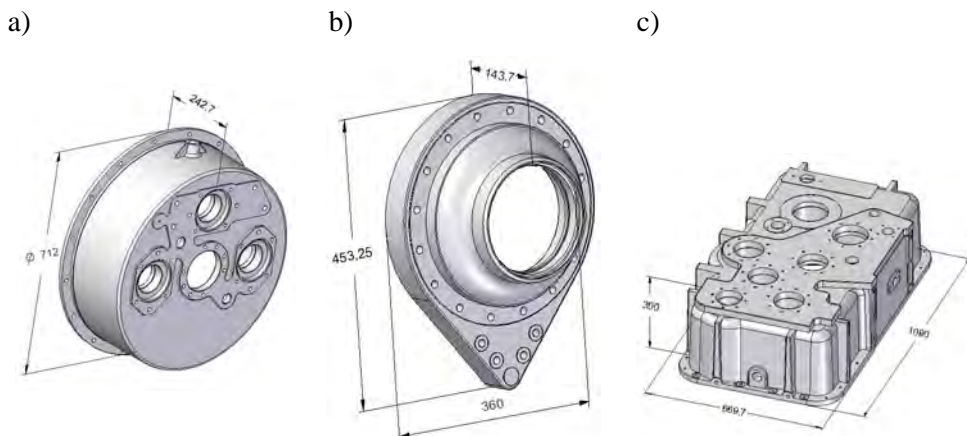
5.5.2.2. Generowanie ścieżek technologicznych

Proces optymalizacji doboru *ścieżek technologicznych* określonych wyrobów przez zastosowanie analizy wielokryterialnej jest możliwy wtedy gdy dysponujemy zestawem określonych obrabiarek do wykonania tych wyrobów.

Wykonanie analizy wielokryterialnej wymaga konkretnych wartości liczbowych przyjętego zbioru kryteriów. W celu sprawdzenia poprawności realizacji procesu doboru obrabiarek przy zastosowaniu opracowanej metodyki Goła i Świć przeprowadzili eksperyment doboru obrabiarek..

Do doboru obrabiarek w ESP części klasy korpus wykorzystano program OPTSELECT [32]. Do bazy danych wprowadzono dane o 68 losowo wybranych obrabiarkach (zbiór $O = \{o_1, o_2, \dots, o_{68}\}$) reprezentujące 19 różnych producentów. Obrabiarki te charakteryzowały się zróżnicowanymi parametrami technicznymi i technologicznymi. Wśród obrabiarek znalazły się: centra obróbkowe pięcioosiowe (17 sztuk), centra obróbkowe pionowe (20 sztuk), centra obróbkowe poziome (19 sztuk), frezarki konwencjonalne (3 sztuki), wytaczarko-szlifierki CNC (2 sztuki), szlifierki CNC (1 sztuka), tokarki pionowe CNC (2 sztuki), wiertarki CNC (4 sztuki), [146].

Do systemu wprowadzono dane o trzech przedmiotach klasy korpus (Korpus_1, rys. 5.10a); Korpus_2, rys. 5.10b); Korpus_3, rys. 5.10c) o wspólnych cechach technologicznych i zróżnicowanych cechach konstrukcyjnych.



Rys. 5.10. Modele części przeznaczonych do obróbki w ESP

Proces generowania macierzy zdolności technologicznej obrabiarek (ETAP II) pozwolił na wyodrębnienie 17 (spośród 68) obrabiarek posiadających zdolność

technologiczną realizacji zabiegów obróbkowych wyszczególnionych w procesie technologicznym. Tylko ten wyłoniony podzbiór obrabiarek $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{17}\}$ będzie uczestniczył w kolejnych etapach procesu doboru maszyn technologicznych ESP.

Następnie wygenerowano macierz zdolności technologicznej obrabiarek A_{kj} , uzyskując macierz o wymiarach 17 x 402 (17 obrabiarek, 402 dostępne zabiegi procesu technologicznego), która stanowiła bazę do wygenerowania możliwych dróg przejścia wyrobu przez system (czyli *ścieżek technologicznych*). W analizowanym przykładzie, wykorzystując program OPTSELECT, zostało wygenerowanych 36 różnych *ścieżek technologicznych* tworzących zbiór rozwiązań $M = \{M_1, M_2, \dots, M_{36}\}$. Na uwagę zasługuje fakt, że tylko 6 obrabiarek ($x_2, x_3, x_4, x_8, x_{11}, x_{14}$) znalazło się w wygenerowanych *ścieżkach technologicznych*. Następnie przeprowadzono procedurę ilościowego doboru obrabiarek. Szczegółowa analiza uzyskanych *ścieżek technologicznych* pokazała duże zróżnicowanie ich zawartości. Rozwiązanie M_{17} zawierało tylko dwa rodzaje obrabiarek, zaś wariant M_{22} wszystkie sześć. Sumaryczna liczba obrabiarek dedykowanych do projektowanego podsystemu wytwarzania ESP wynosiła od 7 do 9.

5.5.2.3. Wyznaczenie wartości kryteriów

Stosując wzory wyliczono wartości przyjętych do analizy wielokryterialnej kryteriów optymalizacji:

- kryterium 1 – długość cyklu produkcyjnego wyrobu syntetycznego (bez uwzględnienia czasu transportu i magazynowania międzyoperacyjnego), wzór (5.12),
- kryterium 2 – koszt zakupu i serwisu obrabiarek (w ujęciu rocznym), wzór (5.13).

Obliczono stosowne wartości dla wszystkich wygenerowanych *ścieżek technologicznych*. Uzyskane wyniki zawarto w tablicy 5.18, [29].

Tablica 5.18. Wartości funkcji celu w przeprowadzonym eksperymencie doboru

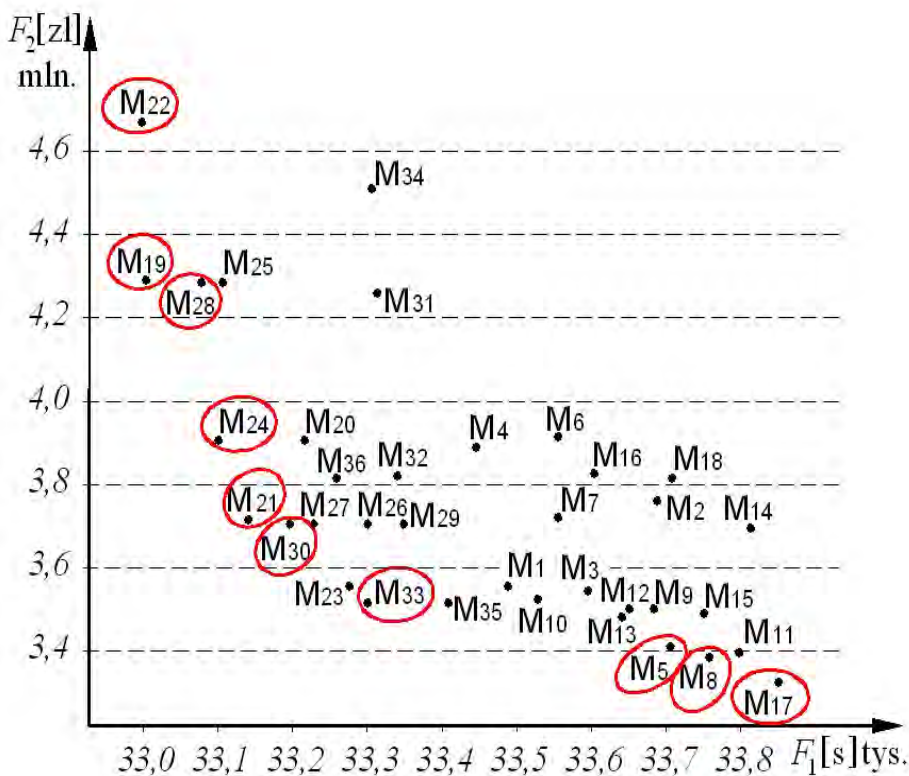
Symbol rozwiązania	Wartości kryteriów	
	Kryterium 1, $F_1(M_\mu)$ [s]	Kryterium 2, $F_2(M_\mu)$ [zł]
1	2	3
M_1	33 482	3 553 054
M_2	33 675	3 765 964
M_3	33 597	3 548 251

cd. tablicy 5.18

M₄	33 445	3 905 830
M₅	33 712	3 413 189
M₆	33 560	3 901 027
M₇	33 565	3 535 561
M₈	33 758	3 395 696
M₉	33 680	3 530 758
M₁₀	33 528	3 535 561
M₁₁	33 795	3 395 696
M₁₂	33 643	3 530 758
M₁₃	33 638	3 468 319
M₁₄	33 831	3 681 229
M₁₅	33 753	3 463 516
M₁₆	33 601	3 821 094
M₁₇	33 868	3 328 454
M₁₈	33 716	3 816 291
M₁₉	33 029	4 306 080
M₂₀	33 222	3 901 027
M₂₁	33 144	3 548 251
M₂₂	32 992	4 658 855
M₂₃	33 259	3 548 251
M₂₄	33 107	3 901 027
M₂₅	33 112	4 288 587
M₂₆	33 305	3 530 758
M₂₇	33 227	3 530 758
M₂₈	33 075	4 288 587
M₂₉	33 342	3 530 758
M₃₀	33 190	3 530 758
M₃₁	33 185	4 221 345
M₃₂	33 378	3 816 291
M₃₃	33 300	3 463 516
M₃₄	33 148	4 574 120
M₃₅	33 415	3 463 516
M₃₆	33 263	3 816 291

Analiza uzyskanych wyników pokazuje, że wartość kryterium 1 waha się od 32 992 sek. (M_{22}) do 33 868 sek. (M_{17}), zaś kryterium 2 od 3 328 454 zł (M_{17}) do 4 658 855 zł (M_{22}). Widać wyraźnie, że rozwiązanie M_{22} uzyskało najmniejszą wartość kryterium pierwszego i jednocześnie największą wartość kryterium drugiego. Maksymalne skrócenie czasu obróbki pociągnęło za sobą największe koszty realizacji takiego doboru maszyn. W przypadku rozwiązania M_{17} uzyskano najniższe koszty zakupu obrabiarek, ale jednocześnie największe wydłużenie czasu wykonania części.

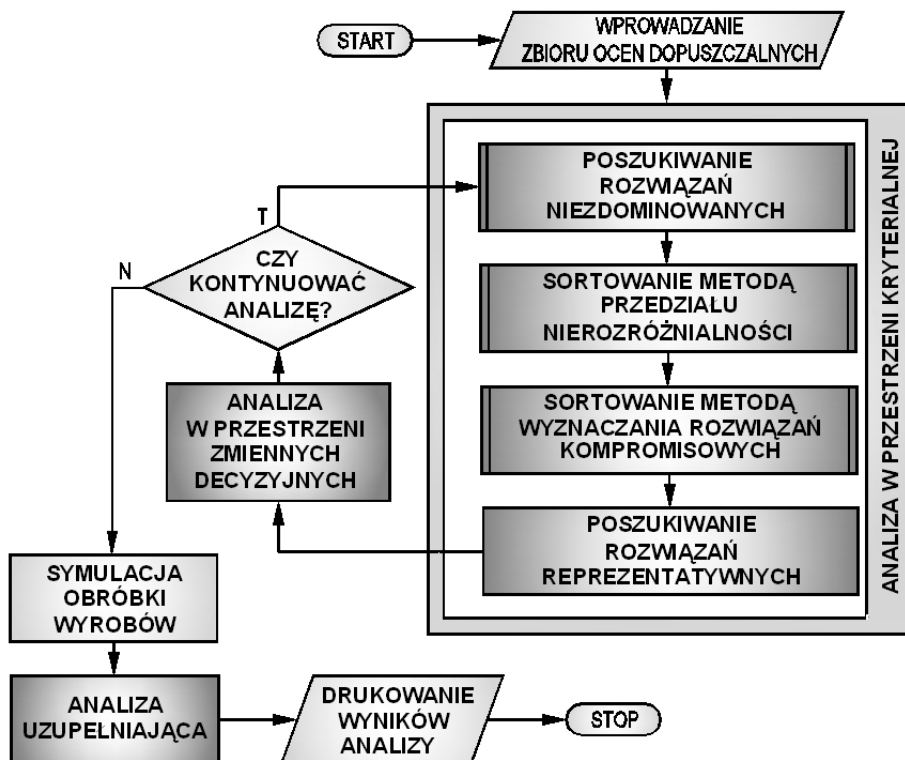
Położenie otrzymanych rozwiązań M_1, M_2, \dots, M_{36} w przestrzeni kryterialnej pokazano na rys. 5.11.



Rys. 5.11. Rozmieszczenie rozwiązań dopuszczalnych w przestrzeni kryterialnej, elipsami zaznaczono rozwiązania niezdominowane

5.5.2.4. Analiza wielokryterialna z wykorzystaniem ZSAW

Wyznaczenie zbioru dopuszczalnych *ścieżek technologicznych* do wykonania wybranych części klasy korpus pozwala na przeprowadzenie wielokryterialnej optymalizacji przez wykonanie sortowania tego zbioru wykorzystując do tego celu *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej*. Wygenerowany w podrozdziale 5.5.2.2. zbiór wariantów *ścieżek technologicznych*, których wartości wyznaczono w podrozdziale 5.5.2.3 stanowi zbiór wejściowy do zastosowanego ZSAW. Analizę przeprowadzono zgodnie ze schematem pokazanym na rys. 5.12.



Rys. 5.12. Schemat blokowy przeprowadzonej analizy wielokryterialnej

Prezentowana analiza wielokryterialna została uzupełniona o wykonaną symulację procesu produkcyjnego wybranych *ścieżek technologicznych* – rozwiązania preferowane, co pozwoliło w nowym świetle spojrzeć na wyselekcjonowane wcześniej warianty i podjęcie racjonalnej decyzji wyboru. Ta dodatkowa analiza stanowi rozszerzenie w stosunku do pozycji [29].

Wyznaczenie rozwiązań niezdominowanych

W pierwszym kroku wyznaczono podzbiór rozwiązań niezdominowanych. Zbiór ten zawierał 10 elementów. W jego skład wchodziły następujące warianty: M_5 , M_8 , M_{17} , M_{19} , M_{21} , M_{22} , M_{24} , M_{28} , M_{30} , M_{33} . Na rys. 5.11 pierścieniami zaznaczono właśnie te rozwiązania. Zatem już pierwsze działanie ZSAW umożliwiło, ze zbioru możliwych 36 *ścieżek technologicznych* (wariantów dopuszczalnych), wyeliminować aż 26 rozwiązań.

Wyznaczony wektor idealny przedstawia się następująco

$$F^o = [32\ 992 \quad 3\ 328\ 454]^T.$$

Sortowanie Metodą przedziałów nierozróżnialności

W kroku drugim zastosowano selekcję *Metodą przedziału nierozróżnialności* wprowadzając wartość $PN = 0\%$ w przypadku kryterium $F_1 (M_{\mu})$ oraz $PN = 1,0\%$ w przypadku kryterium $F_2 (M_{\mu})$. Niezerowa wartość przedziału nierozróżnialności w przypadku kryterium 2 została przyjęta w związku z możliwymi niedokładnościami obliczonych wartości tego kryterium, wynikającymi z zaokrąglen i różnic kursowych występujących przy kalkulacji cen zakupu obrabiarek. W wyniku wykonanej analizy tą metodą otrzymany podzbiór został ograniczony do 7 elementów. Były to warianty o numerach M_5 , M_{17} , M_{19} , M_{21} , M_{22} , M_{24} , M_{33} . Zostały wyeliminowane trzy rozwiązania: wariant M_8 , został wyeliminowany przez wariant M_5 , wariant M_{28} przez wariant M_{19} , zaś wariant M_{30} , został wyeliminowany przez wariant M_{21} . Wyeliminowanie tych wariantów nie spowodowało zmiany wektora idealnego.

Sortowanie Metodą wyznaczania rozwiązań kompromisowych

W kroku trzecim przeprowadzono sortowanie przy użyciu *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*. Zastosowano funkcje dystansową min-max oraz min-max z wagami przy różnych zestawach preferencji analizowanych kryteriów. Wyniki analiz przedstawiono w tablicy 5.19. Należy zwrócić uwagę, iż w celu określenia ważności poszczególnych rozwiązań, przyjęto wagi z zakresu od 0,2 do 0,8 w przypadku każdego z kryteriów, co w skrajnych przypadkach oznaczało, że preferencja jednego kryterium była czterokrotnie większa niż kryterium drugiego (wiersz 4 i 7 w tablicy 5.19). Z uzyskanych rezultatów wynika, że w wygenerowanych podzbiórach nie ma rozwiązań o numerach M_{19} i M_{22} . Zatem metoda ta zredukowała liczbę analizowanych wariantów z siedmiu do pięciu.

Tablica 5.19. Wygenerowane podzbiory *Metodą Wyznaczania Rozwiązań Kompromisowych*

Lp.	Wagi preferencji $\sum \omega_i = 1$	Pierwsze rozwiązanie kompromisowe	Podzbiór rozwiązań kompromisowych
	1	2	3
1	$\omega_1 = \omega_2 = 0,5$	M_5^*	$M_5, M_{33}, M_{21},$
2	$\omega_1 = 0,6; \omega_2 = 0,4$	M_5	$M_5, M_{33}, M_{21},$
3	$\omega_1 = 0,7; \omega_2 = 0,3$	M_{33}	M_{33}, M_5, M_{21}
4	$\omega_1 = 0,8; \omega_2 = 0,2$	M_{33}	M_{33}, M_5, M_{24}
5	$\omega_1 = 0,4; \omega_2 = 0,6$	M_{17}	M_{17}, M_5, M_{33}
6	$\omega_1 = 0,3; \omega_2 = 0,7$	M_{17}	M_{17}, M_5, M_{33}
7	$\omega_1 = 0,2; \omega_2 = 0,8$	M_{17}	M_{17}, M_5, M_{33}

* / pogrubienie oznacza rozwiązania występujące we wszystkich podzbiorach

Poszukiwanie podzbioru rozwiązań reprezentatywnych

W kroku czwartym poszukiwano podzbioru rozwiązań reprezentatywnych. Z wykonanej analizy wyników zamieszczonych w tablicy 5.19 – kolumna 2 wynika, że tylko trzy rozwiązania: M_5 , M_{33} i M_{17} są wybierane jako pierwsze rozwiązanie kompromisowe. Przeprowadzenie dalszej analizy polegającej na przejrzaniu zawartości wygenerowanych podzbiorów rozwiązań kompromisowych prowadzi do spostrzeżenia, że w trzelementowych podzbiorach – kolumna 3, znajdują się ponadto rozwiązania o numerach: M_{21} i M_{24} .

Dokładne przejrzanie zawartości uzyskanych podzbiorów rozwiązań kompromisowych – kolumna 3 prowadzi do zauważenia faktu, że z pięciu rozwiązań tam występujących tylko rozwiązania o numerach: M_5 i M_{33} występują we wszystkich podzbiorach, tak więc te rozwiązania uznane zostały jako rozwiązania preferowane. Analiza przeprowadzona w przestrzeni kryterialnej pokazała, że otrzymane warianty M_5 i M_{33} charakteryzują się najmniejszą wrażliwością na zmiany wag poszczególnych kryteriów i w świetle przyjętej metodyki w *Zintegrowanym Systemie Analizy Wielokryterialnej*, są rozwiązaniami preferowanymi.

Analiza w przestrzeni zmiennych decyzyjnych

Pomocne informacje może też przynieść analiza w przestrzeni zmiennych decyzyjnych (konstrukcyjnych). Szczegóły rozwiązań preferowanych, w postaci typów i ilości obrabiarek wchodzących w skład projektowanego ESP zostały przedstawione w tablicy 5.20.

Tablica 5.20. Opis obrabiarek rozwiązań preferowanych

Nr rozwiązania	Typ obrabiarki	Liczba obrabiarek w podsystemie
M ₅	Pionowe centrum obróbkowe YBM8120	1
	Pionowe centrum obróbkowe MCFV168 TAJMAC-ZPS	2
	Centrum poziome wytaczarsko-frezarskie TOStec PRIMA	4
M ₃₃	Centrum frezarskie poziome MCX900	1
	Pionowe centrum obróbkowe MCFV168 TAJMAC-ZPS	3
	Centrum poziome wytaczarsko-frezarskie TOStec PRIMA	3

Prezentowane rozwiązania zawierają po trzy typy obrabiarek, z których dwa występują w obu przypadkach, ale przy różnej liczbie egzemplarzy. Widać więc, że wybrane rozwiązania z punktu wybranych obrabiarek są sobie bliskie.

O ostatecznym wyborze rozwiązania decyduje projektant w oparciu o szczegółową analizę wartości kryteriów, na podstawie indywidualnych preferencji w odniesieniu do rozważanych funkcji celu oraz na podstawie informacji uzyskanych w przestrzeni zmiennych decyzyjnych.

5.5.3. Symulacja obróbki wyrobów w podsystemie obrabiarek ESP

Dzięki zastosowaniu analizy wielokryterialnej wykonanej przy użyciu ZSAW udało się z 36 dopuszczalnych *ścieżek technologicznych* wybrać dwa rozwiązania preferowane. Aby upewnić się, że wybrane rozwiązania można nazwać „rozwiązaniami najlepszymi” zdecydowano się przeprowadzić weryfikację uzyskanych rezultatów.

W tym celu wykonano symulację obróbki wyrobów opisanych w podrozdziale 5.5.2.2 w podsystemie obrabiarek ESP, która miała na celu sprawdzenie czy:

- wygenerowane *ścieżki technologiczne* są w stanie zrealizować obróbkę wszystkich wyrobów w określonych ilościach, w przyjętym okresie;
- występuje zjawisko „zatykania” systemu w wyniku przeciążenia obrabiarek lub zbyt wysokich poziomów zapasów międzyoperacyjnych;
- system jest wystarczająco „odporny” na zmienność wielkości i kolejności partii produkcyjnych poszczególnych części obrabianych w systemie?

Symulacja została wykonana w programie Enerprise Dynamics [30]. Przeprowadzono dwie analizy, których celem było porównanie efektywności rozwiązań preferowanych M_5 i M_{33} oraz porównanie ich efektywności z rozwiązaniem odrzuconym – rozwiązaniem M_4 (nie należało do podzbioru rozwiązań niezdominowanych). Rozwiązanie M_4 charakteryzuje się tym, że ma zbliżone wartości obu kryteriów do średniej wartości wyliczonej ze wszystkich rozwiązań. W każdym z przypadków symulację wykonano dla kolejnych 25 lat funkcjonowania systemu.

Zestawienie ważniejszych wartości dotyczących struktury podsystemów obrabiarek oraz przebiegu procesów wytwarzania opartych na otrzymanych w procesie doboru rozwiązaniach preferowanych M_5 i M_{33} oraz rozwiązaniu M_4 przedstawiono w tablicy 5.21.

Tablica 5.21. Porównanie parametrów rozwiązań M_5 , M_{33} i M_4

Lp.	Kryterium porównawcze	Numer rozwiązania		
		M_{33}	M_5	M_4
1	Liczba obrabiarek	7	7	8
2	Liczba typów obrabiarek	3	3	5
3	Wartość funkcji celu F_1 [sek.]	33 300	33 712	33 455
4	Wartość funkcji celu F_2 [zł]	3 463516	3 413189	3 905830
5	Średni rzeczywisty czas obróbki wyrobu syntetycznego [sek.]	41 810	51 756	45 635
6	Maksymalny stan magazynu międzyoperacyjnego (średnia z symulacji) [szt.]	22	30	26
7	Średni stan w magazynie [szt.]	1,21	2,51	1,76
8	Średni czas oczekiwania wyrobu na obróbkę [sek.]	4212	8491	7253

Biorąc pod uwagę stabilność i płynność realizacji procesu produkcyjnego najlepsze wartości spośród analizowanych rozwiązań ma rozwiązanie M_{33} . Charakteryzuje się ono zarówno najkrótszą rzeczywistą długością cyklu obróbki wyrobów (wiersz 5), najmniejszym średnim stanem wyrobów w magazynie (wiersz 7), najkrótszym średnim czasem oczekiwania wyrobów na obróbkę (wiersz 8), jak również najmniejszym maksymalnym obciążeniem magazynu międzyoperacyjnego (wiersz 6).

Analiza porównawcza wskazuje, iż rozwiązanie M_{33} pod wszystkimi względami jest lepsze w stosunku do rozwiązania M_4 . Rozwiązanie M_4 leży w dodatnim stożku dominacji umieszczonym w punkcie gdzie znajduje się rozwiązanie M_{33} – obejrzyj rys. 5.11). Jest to widoczne zarówno w zakresie uzyskanych wartości funkcji celu, płynności realizacji procesu produkcyjnego oraz struktury otrzymanego podsystemu obrabiarek ESP. W przypadku rozwiązania preferowanego M_5 ma ono nieco gorsze wskaźniki określające stabilność i płynność realizacji procesu w stosunku do rozwiązań M_4 . Fakt ten wynika z tego, że rozwiązania M_5 i M_4 są wzajemnie niezdominowane, tzn. że nie są w stanie się wyeliminować. Wariant M_5 posiada jednak znaczną przewagę na rozwiązaniem M_4 biorąc pod uwagę kryterium kosztów i zakupu eksploatowanych obrabiarek.

5.5.4. Wnioski dotyczące doboru obrabiarek w ESP

Prezentowany przykład doboru obrabiarek do projektowanego ESP części klasy korpus pokazuje, że proces znalezienia właściwego zestawu obrabiarek jest wieloetapowym działaniem i w klasycznym ujęciu, bez wprowadzenia procesu optymalizacji, prowadzi do uzyskania bardzo wielu rozwiązań. Uwzględnienie jedynie ograniczeń dotyczących aspektów technologicznych doprowadziło do wygenerowania aż 36 dopuszczalnych rozwiązań (tzw. ścieżek przejścia produktu przez system produkcyjny).

W zaistniałej sytuacji konieczne było wprowadzenie metod optymalizacji, które pozwoliłyby na znalezienie rozwiązań optymalnych. Do przeprowadzenia analizy zdefiniowano dwa kryteria optymalizacji (oba minimalizowane): długość cyklu produkcyjnego *wyrobów syntetycznego* (bez uwzględnienia czasu transportu i magazynowania międzyoperacyjnego) oraz koszt zakupu i serwisu obrabiarek (w horyzoncie rocznym).

Zastosowany *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej* umożliwił poprzez wykonanie kolejnych operacji sortowania, przy użyciu różnych metod wchodzących w skład systemu, wygenerować podzbiory rozwiązań najlepszych. W efekcie tych działań wyznaczenie rozwiązań niezdominowanych ograniczyło 36-cio elementowy zbiór rozwiązań dopuszczalnych do podzbioru o liczebności

równej 10 elementom. Analiza *Metodą przedziału nierozróżnialności* przy przedziale nierozróżnialności dla kryterium drugiego (koszt zakupu i serwisu obrabiarek) równym 1% zredukowało podzbiór rozwiązań niezdominowanych do 7 elementów. Zastosowanie *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* przy różnych wartościach wag, oznaczających ważność poszczególnych składowych wektora kryteriów, umożliwiło ograniczenie podzbioru do 5 elementów. Analiza zawartości tych podzbiorów pozwoliła na wybranie dwu rozwiązań preferowanych: M_{33} oraz M_5 . Rozwiązania te występowały we wszystkich podziorach rozwiązań kompromisowych.

Włączenie do procesu projektowania doboru obrabiarek do ESP *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* pozwoliło więc na efektywne działania prowadzące w końcowym etapie do wskazania dwu rozwiązań preferowanych, dzięki czemu można było wykonać symulację działania ESP tylko dla tych dwóch ścieżek technologicznych (trudno sobie wyobrazić wykonanie 36 symulacji dla wszystkich początkowo wygenerowanych rozwiązań dopuszczalnych). Dzięki przeprowadzonej symulacji uzyskano wartości wielu nowych wielkości opisujących rozważane warianty doboru obrabiarek do ESP. W ten sposób można było zastosować postulat Tarnowskiego [154], który wskazuje, że jeśli istnieje możliwość, to należy poszerzyć zbiór kryteriów, i w ten sposób ułatwić wybór spośród wariantów podobnych.

Szczegółowa analiza uzyskanych wyników doprowadziła do przekonania, że rozwiązanie M_{33} jest rozwiązaniem najlepszym, ponieważ charakteryzuje się zarówno najkrótszą długością cyklu obróbki wyrobów, najmniejszym średnim stanem wyrobów w magazynie, najkrótszym średnim czasem oczekiwania wyrobów na obróbkę, jak również najmniejszym maksymalnym obciążeniem magazynu międzyoperacyjnego.

6. Podsumowanie i wnioski

6.1. Podsumowanie

W pracy pokazano budowę, działanie oraz praktyczne zastosowanie autorskiego systemu komputerowego wspomagania procesu wyboru i podejmowania decyzji przy wektorowych wskaźnikach jakości, który nazwano jako *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej*. Stworzony system obejmuje cztery jakościowo różne metody analizy wielokryterialnej: *Metodę wartości progowej*, *Zmodyfikowaną metodę punktu referencyjnego*, *Metodę przedziału nierozróżnialności* oraz *Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych*, z których trzy ostatnie są autorskimi propozycjami.

Przedstawiony system analizy wielokryterialnej realizuje nową ideę poszukiwania „rozwiązań najlepszych” polegającą na tym aby wyznaczone rozwiązania mogły uwzględniać jednocześnie różne preferencje przypisywane poszczególnym kryteriom przez ekspertów i decydentów, maksymalnie wykorzystując informacje zawarte w wartościach ocen analizowanych rozwiązań. Zaproponowane podejście opiera się na wielokrotnym procesie sortowania skończonego zbioru rozwiązań niezdominowanych przy użyciu czterech jakościowo różnych metod analizy wielokryterialnej, przy czym wynikowy podzbiór otrzymany przy sortowaniu jedną z metod stanowi podzbiór wejściowy do kolejno zastosowanej metody. Pierwsze trzy metody odrzucają część analizowanych rozwiązań i w ten sposób generują podzbiory ocen rozwiązań niezdominowanych o coraz mniejszej liczebności, zaś ostatnia z użytych metod wyznacza z podzbioru ocen rozwiązań niezdominowanych mało liczne reprezentacje rozwiązań kompromisowych. Na ich podstawie wyznaczane są rozwiązania reprezentatywne, a w końcowym etapie procesu wyboru – rozwiązania preferowane.

Racjonalność zaproponowanego podejścia polega na tym, że przy rozwiązywaniu sformułowanego zadania polioptymalizacji:

- nie następuje jego spłaszczenie przez utworzenie jednego nadrzędnego kryterium optymalizacji,
- dobór użytych metod analizy wielokryterialnej jest dostosowany do specyfiki rozpatrywanego problemu,
- zmiany preferencji przypisywanych poszczególnym składowym wektora kryterium i generowanie kolejnych podzbiorów rozwiązań kompromisowych zwiększa ilość informacji o analizowanym problemie,

- stopniowe sortowanie analizowanych podzbiorów pozwala na rzetelną ocenę uzyskiwanych wyników w przestrzeni kryterialnej, a następnie w przestrzeni zmiennych decyzyjnych.

Zaproponowane przez autora podejście stanowi spójny metodologicznie system komputerowego wspomaganie procesu wyboru i podejmowania decyzji przy wykorzystaniu metod analizy wielokryterialnej.

Działanie *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* zostało pozytywnie zweryfikowane na czterech przykładach dotyczących różnych zadań z obszaru budowy i eksploatacji maszyn, szczegóły przedstawiono w podrozdziale 6.3.

6.2. Wnioski dotyczące aspektów poznawczych pracy

Zbudowanie *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej*, opracowanie algorytmów realizujących jego metody składowe, uruchomienie, przeprowadzenie analiz testowych oraz porównawczych pozwala sformułować następujące wnioski:

1. W *Zintegrowanym Systemie Analizy Wielokryterialnej* można przeprowadzić analizę wielokryterialną gdy nie ma zewnętrznych ekspertów, którzy mogliby wprowadzić swoje preferencje. W takiej sytuacji operator systemu pełni rolę eksperta i sam wprowadza wagi, oznaczające ważność poszczególnych składowych wektora kryteriów, opierając się między innymi na pochodzeniu składowych wygenerowanego wektora idealnego. Poszukuje się bowiem rozwiązań uwzględniających jednocześnie różne preferencje przypisane poszczególnym kryteriom składowym.
2. *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej* umożliwia wyznaczenie mało licznego podzbioru ocen rozwiązań niezdominowanych przy użyciu jednej funkcji dystansowej (zastosowanie *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*). Jest to możliwe dzięki wprowadzeniu ewolucyjnej strategii generowania kolejnych rozwiązań reprezentatywnych dzięki zastosowaniu zmodyfikowanej operacji krzyżowania, w wyniku której uzyskuje się wiele punktów odniesienia (nadażne punkty idealne) w procesie obliczeniowym.
3. Przeprowadzone testy i badania porównawcze wykazały, że zastosowanie *Algorytmu z wielokrotną analizą odwróconą* zbudowanego na bazie *Algorytmu rozgrzewania arytmetycznego przedziału nierozróżnialności* zapewnia generowanie podzbiorów ocen rozwiązań optymalnych w sensie przedziału nierozróżnialności, które zawierają mniejszą liczbę elementów, niż podzbiory uzyskane przy zastosowaniu innych algorytmów oraz ich końcowy wynik nie jest zależny od zastosowanego porządku wprowadzania danych do analizy.

4. Badania porównawcze *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* z metodami uznanymi w literaturze (ELECTRE III, ORESTE, MAPPAC) pokazały, że wyznaczone podzbiory rozwiązań kompromisowych są identyczne lub bardzo zbliżone, a występujące różnice wynikają po części ze specyfiki zastosowanych metod.
5. *Zintegrowany System Analizy Wielokryterialnej* jest systemem elastycznym, a wynika to z faktu, że pomimo występowania w nim czterech jakościowo różnych metod operator systemu nie musi przy rozwiązywaniu konkretnych przykładów korzystać ze wszystkich metod składowych.
6. W *Zintegrowanym Systemie Analizy Wielokryterialnej* proces wyznaczania rozwiązań reprezentatywnych odbywa się automatycznie, a wprowadzone algorytmy zatrzymania procedury obliczeniowej same kończą obliczenia. Zautomatyzowanie procesu obliczeniowego pozwala na korzystanie z systemu osób, które nie są specjalistami z zakresu optymalizacji i analizy wielokryterialnej.
7. Wielką zaletą *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* jest to, że zastosowane metody nie wprowadzają w procesie wspomaganego wyboru ani jawnej, ani ukrytej skalaryzacji. Takie podejście nie zniekształca rozwiązywanego problemu, lecz zachowuje go w pierwotnej postaci.

6.3. Aspekty utylitarne pracy

Przeprowadzenie wspomaganego wyboru i podejmowania decyzji przy zastosowaniu *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* wykazało, że proponowany w pracy system umożliwia rozwiązanie wielu różnych problemów dotyczących procesów projektowania, eksploatacji i planowania wytwarzania obiektów technicznych.

1. W przykładzie 5.2 zastosowano analizę wielokryterialną w odniesieniu do oceny odporności na zużycie opracowanych nowych kompozytowych materiałów eutektycznych układu Fe–Mn–C–B wzbogacanych Si, Ni i Cr. Przeprowadzona analiza, przy zastosowaniu metod systemu ZSAW, pokazała, że nowe materiały wykazują przewagę w porównaniu do znanych na rynku materiałów proszkowych. Zastosowanie *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* prowadzi do wyboru takich materiałów z pośród materiałów analizowanych, które bardzo dobrze korespondują ze składem chemicznym i strukturą stopów tych materiałów.

2. Przykład 5.3 pokazuje, że analiza wielokryterialna przez zastosowanie *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* do wygenerowania podzbiorów ocen rozwiązań kompromisowych pozwoliło na uzyskanie potwierdzenia o pozytywnym wpływie implantacji jonowej na modyfikacje właściwości przeciwzużyciowych gniazd rozpylaczy paliwa. Analiza wielokryterialna potwierdziła wyniki uzyskane przy użyciu metody statystycznej oraz metody oceny punktowej. Uzyskiwany zakres informacji przy użyciu *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* ulega znacznemu rozszerzeniu, co zwiększa możliwości interpretacji uzyskiwanych wyników w praktyce badań tribologicznych i w praktyce eksploatacyjnej.
3. W przykładzie 5.4 przedstawiono współdziałanie *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* i metody MES, prowadzące do znalezienia optymalnych wymiarów projektowanych segmentów łożysk wzdłużnych z segmentami sztywnymi i podatnymi smarowanych hydrodynamicznie przy rozwiązywaniu pięciokryterialnego zadania polioptymalizacji. Wieloetapowe sortowanie zbiorów ocen rozwiązań dopuszczalnych, a następnie niezdominowanych dla różnych przewidywanych nośności projektowanych łożysk oraz przeprowadzenie dodatkowej analizy uzyskanych wyników w przestrzeni zmiennych decyzyjnych doprowadziło do uzyskania owych informacji. Okazało się, że rozwiązania reprezentatywne powstają w obszarze, gdzie wielkości projektowe segmentów sztywnych i podatnych przyjmują duże wartości z ustalonych przez projektanta wielkości dostępnych.
4. Przykład 5.5 przedstawia skuteczność zastosowania metod *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* przy doborze podsystemu obrabiarek w projektowanym elastycznym systemie produkcyjnym części klasy korpus. Dzięki użyciu takich metod, jak: *Metoda przedziałów nierozróżnialności* oraz *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* można było z 36 uzyskanych rozwiązań dopuszczalnych tzw. ścieżek technologicznych przejścia wyrobu przez ESP wskazać dwa rozwiązania, które w świetle przyjętych do analizy kryteriów odzwierciedlały różne preferencje przypisane poszczególnym kryteriom. Dla tych dwóch rozwiązań możliwe było wykonanie symulacji procesu produkcyjnego i przeprowadzenie dalszej analizy, także w przestrzeni zmiennych decyzyjnych, co pozwoliło na wskazanie jednego rozwiązania preferowanego. Wariant ten charakteryzował się bardziej korzystnymi wskaźnikami opisującymi proces wytwarzania w ESP, tj.: najkrótszą długością cyklu obróbki wyrobów, najmniejszym średnim stanem wyrobów w magazynie, najkrótszym średnim czasem oczekiwania wyrobów na obróbkę, jak również najmniejszym maksymalnym obciążeniem magazynu międzyoperacyjnego.

Przedstawione przykłady zastosowania *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* do zagadnień technicznych potwierdziły walory zaproponowanej wieloetapowej koncepcji dochodzenia do rozwiązania preferowanego, poprawność doboru metod wchodzących w skład tego systemu oraz idei wykorzystania informacji zawartych w rozwiązaniach wchodzących w skład analizowanych podzbiorów ocen.

6.4. Główne elementy dorobku pracy

Do najważniejszych osiągnięć pracy, w przeświadczeniu autora, należą:

1. Opracowanie koncepcji poszukiwania „rozwiązania najlepszego” uwzględniającej jednocześnie różne preferencje przypisywane przez ekspertów poszczególnym składowym wektora kryteriów.
2. Zbudowanie *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* przez zastosowanie i właściwe powiązanie następujących metod: *Metody wartości progowej*, *Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego*, *Metody przedziału nierozróżnialności*, *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*.
3. Wprowadzenie sortowania rozwiązań niezdominowanych przez opracowanie *Zmodyfikowanej metody punktu referencyjnego*.
4. Zdefiniowanie i opis optymalności w sensie przedziału nierozróżnialności oraz opracowanie *Metody przedziału nierozróżnialności* służącej do sortowania rozwiązań niezdominowanych.
5. Opracowanie różnych algorytmów realizujących w praktyce optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności.
6. Zbudowanie algorytmu do *Metody przedziału nierozróżnialności* niewrażliwego na kolejność wprowadzania danych, to jest *Algorytmu z wielokrotną analizą odwróconą* zbudowanego na bazie *Algorytmu rozgrzewania arytmetycznego przedziału nierozróżnialności*
7. Zdefiniowanie dodatkowych punktów charakterystycznych w przestrzeni kryterialnej: lokalnych punktów idealnych oraz nadążnych punktów idealnych.
8. Opis koncepcji wyznaczania podzbioru rozwiązań kompromisowych ze zbioru rozwiązań niezdominowanych przez opracowanie *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych*.
9. Prezentacja różnorodnych zastosowań *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* do wspomaganie wyboru i podejmowania decyzji w różnych zagadnieniach technicznych:

- sortowanie i analiza rezultatów uzyskanych w procesie projektowania przy zastosowaniu metod bez wbudowanych algorytmów optymalizacyjnych,
 - sortowanie i analiza wyników badań obiektów, które zostały wykonane i poddane testom eksploatacyjnym.
10. Rozwiązanie wielu rzeczywistych problemów technicznych przy optymalnych wyborach dokonywanych w zagadnieniach dotyczących szeroko pojętego terminu budowa i eksploatacja maszyn obejmującego swoim zasięgiem procesy doboru materiałów konstrukcyjnych, projektowania i konstruowania elementów maszyn, oceny zastosowania nowych procesów technologicznych na trwałość eksploatacyjną obiektów, projektowania linii produkcyjnych ESP.

6.5. Prognozowane kierunki badań

Określone cele badawcze i ograniczone ramy przedstawionej pracy nie pozwoliły na rozwinięcie innych ciekawych planów badawczych z zakresu szeroko rozumianego komputerowego wspomaganie wyboru i podejmowania decyzji w obszarze budowy i eksploatacji maszyn.

- Ciekawym problemem badawczym do rozwiązania jest opracowanie metodyki sortowania zbiorów ocen rozwiązań niezdominowanych przy zastosowaniu podejścia, w którym projektant/konstruktor będzie poszukiwał rozwiązań przy wykorzystaniu jako punktu odniesienia punktu *nadir*. Taka metodyka wymaga również opracowania koncepcji generowania nadążnych punktów *nadir* i stosownych algorytmów.
- Rozwiązanie problemu badawczego przedstawionego powyżej może posłużyć do budowy systemu dwubiegowego. W takim systemie użytkownik miałby możliwość wyboru jakich rozwiązań poszukuje. Sortując rozwiązania względem punktu idealnego dążyłby do rozwiązań najbardziej zbliżonych do niego (tak jak w prezentowanym ZSAW). Poszukując rozwiązań względem punktu *nadir* dążyłby do wyszukania rozwiązań, które byłyby najbardziej od niego oddalone. Stosując zaś obie formuły jednocześnie uzyskano by nowe informacje o analizowanych alternatywnych wariantach projektowanego lub badanego obiektu.
- Nowym, atrakcyjnym kierunkiem badawczym w problematyce polioptymalizacji konstrukcji jest zastosowanie *Metody przedziałów nierozróżnialności* oraz *Metody wyznaczania rozwiązań kompromisowych* do zbudowania genetycznego algorytmu optymalizacji wielokryterialnej. Wieloetapowe sortowanie wygenerowanego zbioru ocen rozwiązań niezdominowanym umożliwi

nadawanie rang ważności tym rozwiązaniom, co zmieni jakość procesu krzyżowania rozwiązań niezdominowanych i może być bardzo istotnym czynnikiem poprawy efektywności działania algorytmu genetycznego.

Przedstawione wyniki badań teoretycznych dotyczące komputerowego wspomaganie procesu wyboru i podejmowania decyzji przy rozpatrywaniu wektorowego wskaźnika jakości oraz licznych przykładów zastosowania zbudowanego *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* do rozwiązywania zagadnień z obszaru projektowania, eksploatacji i wytwarzania obiektów technicznych mogą wskazać następujące kierunki badawcze:

- Wykorzystanie metod *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* do automatyzacji sortowania i wspomaganie procesu wyboru w metodach obliczeniowych bez wbudowanych procedur optymalizacyjnych. W tym podejściu cykl generowania rozwiązań dopuszczalnych byłby połączony z cyklem wyboru i podejmowania decyzji, co z kolei umożliwiłoby przeprowadzenie kolejnego cyklu obliczeniowego. Wydaje się, że zalgorytmizowane procedury tworzące ZSAW dobrze się do realizacji tego celu nadają.
- Niezmiernie ciekawym kierunkiem badawczym byłoby rozbudowanie *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* do wspomaganie procesu wyboru i podejmowania decyzji w nowych obszarach szeroko pojętego terminu budowa i eksploatacja maszyn dzięki wprowadzeniu rozmytych wartości zmiennych decyzyjnych opisujących obiekt, co miałoby również wpływ na postać wartości ocen rozwiązań dopuszczalnych i niezdominowanych.

BIBLIOGRAFIA

1. Ackoff R.L.: Decyzje optymalne w badaniach stosowanych, PWN, Warszawa 1969.
2. Ameljańczyk A.: Metoda redukcji zbioru elementów optymalnych w sensie Pareto, Biul. WAT, XXXIII, 12, 1984, s. 111–115.
3. Ameljańczyk A.: Optymalizacja wielokryterialna w problemach sterowania i zarządzania, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1984.
4. Arsan M.C., Catay B., Budak E.: A decision supports systems for machine tool selection, Journal of Manufacturing Technology Managements vol. 5, pp.101–109, 2005.
5. Asimow M.: Wprowadzenie do projektowania w technice, WNT, Warszawa 1967.
6. Balicki J.: Algorytmy ewolucyjne oraz algorytmy przeszukiwania tabu do optymalizacji przydziałów modułów programów w rozproszonych systemach komputerowych, Zeszyty Naukowe AMW, nr 141B, Gdynia 2000.
7. Brandt A.M. (red.): Kryteria i metody optymalizacji konstrukcji, PWN, Warszawa 1977, Criteria and Methods of Structural Optimization, PWN, Warszawa, Martins Nijhoff Publishers, The Hague – Boston – Lancaster 1984.
8. Brans J.P., Vincke Ph.: A preference ranking organization method, Management Science, nr 31 (6), 1985, s. 647–656.
9. Burakowski T., Wierzchoń T.: *Inżynieria Powierzchni metali*. WNT, Warszawa 1995.
10. Burczyński T.: Metoda elementów brzegowych w mechanice, WNT, Warszawa 1995.
11. Burczyński T., Kuś W., Majchrzak E., Orantek P.: Evolutionary computation based on biological tissue surface temperature in identification of a tumor, Proc. Evolution in Real and Virtual Systems PERVS'01, Cracow 2002, s. 75–79.
12. Charczenko A., Świć A., Taranenko W.: Obrabiarki i urządzenia technologiczne w produkcji elastycznej, Wyd. Politechniki Lubelskiej, Lublin 2011.
13. Chan F.T.S., Swarnkar R.: Ant colony optimization approach to a fuzzy goal programming model for a machine tools selection and operation problem in an FMS, Robotics and Vcomputer-Integrated Manufacturing, vol. 22 pp. 353–362, 2006.
14. Czarnocka M.: Zmiany pojęcia obserwacji w naukach przyrodniczych „Panta Rei”, II Wyd. Ossolineum, Wrocław 1986.
15. Chlebusa E. (pod red.) Inżynieria produkcji: innowacje i technologie przyszłości = Production engineering: innovations and technologies of the future, wyd. Pol. Wrocławskiej, Wrocław 2011.
16. Cheng F.Y., Li D.: Multiobjective optimization design with Pareto genetic algorithm, J. of Struc. Engin., vol. 123, 1997, s. 1252–1261.
17. Chengxin L., Guixin W., Yandong W., Jingang W., Jianjun Z.: Analysis of wear resistance and its mechanism in an Fe-MN-Si-Cr-Ni shape memory alloy, Materials Scieceand Engineering, vol. 120, 2006, s. 804–807.

18. Climaco J.C.N.: A critical reflection on optimal decision, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 153, 2004, s. 506–516.
19. Czerniec M., Paszeczko M., Niewczas A.: *Metody prognozowania ta podwyszczennia znosostijkości tribotechnicznych system kowzannia. T.3: Ewtektyczny znosostijki pokryttia systemu Fe-Mn-C-B*, Drohobycz – Koło 2001.
20. Dietrych J.: *System i konstrukcja*, WNT, Warszawa 1978.
21. Dziama A.: *Metodyka konstruowania maszyn*, PWN, Warszawa 1985.
22. Ehrgott M., Tenfelde-Podehl D.: Computation of ideal and Nadir values and implications for their use in MCDM methods, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 151, 2003, s. 119–139.
23. Eschenauer H., Koski J., Osyczka A. (eds): *Multicriteria design optimization: Procedures and applications*, Springer–Verlag, Berlin – Heideberg – New York 1990.
24. Ettles C.: Size Effects in Tilting Pad Thrust Bearings, *Wear*, vol. 59, 1980.
25. Ehrgott M.: *Multicriteria optimization*. Springer–Verlag, Berlin, 2005.
26. Fandel G., Gal T., (eds): *Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems*, 177, Springer–Verlag, Berlin 1980.
27. Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbiński A.: *Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji*, Biblioteka Naukowa Inżyniera, PWN, Warszawa 1980.
28. Galas Z., Nykowski I., Żółkiewski Z.: *Programowanie wielokryterialne*, PWE, Warszawa 1987.
29. Gola A., Montusiewicz J., Świć A.: Computer aide FMS machine tools subsystem selection using the evolutionary system of multicriteria analysis, *Applied Computer Science*, vol. 7, No 1, s. 18–29, 2011.
30. Gola A., Osak.: Modelowanie podsystemu obrabiarek w ESP części klasy korpus z wykorzystaniem programu Enterprise Dynamics, *Problemy Nauki i Techniki*, nr 6/2011, s. 66–73.
31. Gola A., Świć A.: Computer Aided FMS Machine Tools Subsystem Selection – Conceptoins of Methodology [w:] Z. Banaszak, J. Matuszek, *Applied Computer Science. Supporting Enterprise Management Processes*, vol. 5, No 1, wyd. ATH Bielsko-Biała, 2009, s. 27–39.
32. Gola A., Świć A.: Komputerowo wspomagany dobór obrabiarek w ESP części klasy korpus z wykorzystaniem systemu <<OPTSELECT>>, [w:] R. Knosala (red.) *Komputerowo zintegrowane zarządzanie. Tom 1*, Oficyna Wyd. PTZP, s. 433–443, Opole 2011.
33. Goldberg D. E.: *Algorytmy genetyczne i ich zastosowanie*, WNT, Warszawa 1995, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison–Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts, USA, 1989.
34. González-Pacgón J, Romero C.: Aggregation of partial ordinal rankings: an interval goal programming approach, *Comp. and Oper. Res.*, vol. 28, 2001, s. 827–834.
35. Granat K.: *Wieloskładnikowe stopy Fe-C-Cr-Si odporne na zużycie przeznaczone na odlewy I warstwy napawane*, Oficyna Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2005.
36. Gutkowski W., Bauer J.: *Discrete Structural Optimization*, Springer–Verlag, Berlin – Heidelberg – New York, 1993.
37. Gutkowski W., Mróz Z. (red.): *Structural and Multidisciplinary Optimization, Proceedings of WCSMO–2*, vol. 1, 26–30 May, Zakopane 1997.

38. Hadad M., Bandyopadhyay P. P, Michler J., Lesage J: Tribological behavior of themally sprayed Ti-Cr-Si coatings, *Wear* 267, s. 1002–1008, 2009.
39. Haftka R.T, Gürdal Z., Kamat M.P.: *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1990.
40. Heller M.: *Filozofia nauki. Wprowadzenie*, Wyd. Mauk. Papieskiej Akademii Teologicznej, Kraków 1992.
41. Haralambopoulos D.A., Polatidis H.: Renewable energy projects: structuring a multicriteria group decision–making framework, *Renewable Energy*, vol. 28, 2003, s. 961–973.
42. Honczarenko J., *Obrabiarki sterowane numerycznie*, WNT, Warszawa 2008.
43. Huang Z., Li S.X., Rousseau J.J.: Determining rates of change in data envelopment analysis, *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 48, 1997, s. 591–599.
44. Hwang C.L., Masud A.S.M.: *Multiple Objective Decision Making Methods and Applications*. Springer–Verlang, Berlin–Heidelberg–New York 1979.
45. Idzior M., Montusiewicz J.: Zastosowanie procedur optymalizacyjnych do oceny rozpylaczy silników o zapłonie samoczynnym, *Teka Komisji Naukowo–Problemowej Motoryzacji PAN O. w Krakowie*, z. 22, 2001, s. 169–174.
46. Jendo S., Marks W., Paczkowski W.M.: *Matematyczne podstawy optymalizacji wielokryterialnej*, [w:] Marks W., Owczarek S. [64], s. 12–46.
47. Jermakow S.M.: *Metoda Monte Carlo i zagadnienia pokrewne*, Biblioteka Naukowa Inżyniera, PWN, Warszawa 1976, *Metod Monte Carlo i smeżnye voprosy*, Nauka, Moskwa 1971.
48. Jędrzejuk H., Marks W.: Pewien sposób wyznaczania zbiorów kompromisów w przypadku nieciągłej funkcji celu. *Met. Komp. Inż. Łąd.* nr 3, 1997, s. 37–50.
49. Kaliszewski I.: *Soft computing for complex multiple criteria decision making*. Springer– Verlag , Berlin 2006.
50. Kaliszewski I.: *Quantitative Pareto Analysis by Cone Separation Technique*, Kluwer Academic Publishers, Boston 1994.
51. Kaliszewski I.: *Wielokryterialne podejmowanie decyzji. Obliczenia miękkie dla złożonych problemów decyzyjnych*, WNT, Warszawa 2008.
52. Keeney R.L., Raiffa H.: *Decisions with Multiple Objectives. Preferences and Value Tradeoffs*, Cambridge University Press, 1976.
53. Konarzewska-Gubała E.: Wspomaganie inteligentne decyzji w systemie „Kompromis”, *Zesz. Nauk. Akademi Ekonomicznej w Poznaniu*, z. 258, 1998, s. 39–48.
54. Konarzewska-Gubała E.: *Wspomaganie decyzji wielokryterialnych: system >BIPO-LAR<*, Seria: Monografie i opracowania, nr 76, AE we Wrocławiu, Wrocław 1991.
55. Komarów F.F.: *Ionnaja implantacija w mietally*. Moskwa, 1990.
56. Kose V., Sievert J.: *Non-linear Electromagnetic Systems, Advanced Techniques and Mathematical Methods*, IOS Press, Amsterdam, Berlin 1998.
57. Kotarski W.: *Some problems of optimal and Pareto optimal control for distributed parameter systems*, Wyd. Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 1997.
58. Kowalik S.: *Nowoczesne metody optymalizacyjne w zastosowaniach górniczych i ekonomicznych*, Wyd. Politechniki Śląskiego, Gliwice 2004.
59. Kuratowski K.: *Wstęp do teorii mnogości i topologii wraz z dodatkiem R. Engelkinga: Elementy topologii algebraicznej*, Biblioteka Matematyczna, wyd. VI, PWN, Warszawa 1973.

60. Kuśmierz L.: Wspomagana komputerowo metoda obliczeń ślizgowego łożyska wzdłużnego, *Biuletyn Lubelskiego Towarzystwa Naukowego*, vol. 1, nr 1–2, 1992, s. 21–31.
61. Kuśmierz L., Montusiewicz J., Ponieważ G.: Polioptymalizacja kształtu segmentów ślizgowego łożyska wzdłużnego, *Folia Societatis Scientiarum Lublinensis, Technika*, vol. 3, nr 2, LTN, Lublin 1994, s. 31–47.
62. Kuśmierz L., Ponieważ G.: A Numerical Simulation of Thrust Bearing Performance with Consideration of the Pad Elastic Deflections, *International Conference on Computer Integrated Manufacturing, Zakopane*, 1994, s. 37–52.
63. Lenik K. (red.): *Rozwój techniki a problem kształcenia technicznego*, Lubelskie Towarzystwo Naukowe, Lublin 1996.
64. Leszek W.: *Wybrane zagadnienia metodyczne badań empirycznych*, Wyd. Instytutu Technologii Eksploatacji - PIB, Radom 2006.
65. Libura M.: *Analiza wrażliwości rozwiązań zadań optymalizacji dyskretnej*, PAN IBS, Zak. Wydawniczo-Poligraficzny SYNPRESS, Warszawa 1990.
66. Łubkowski K., Pogorzelski W.: Ranking wariantów impulsowej obróbki elektrochemicznej, [w:] Tarnowski W. [155], s. 135–138.
67. Matarazzo B.: MAPPAC as a compromise between outranking methods and MAUT, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 54, 1991, s. 48–65.
68. Marks W., Owczarek S. (red.): *Optymalizacja wielokryterialna budynków energiooszczędnych*, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, IPPT PAN, Warszawa 1999.
69. Merkisz J., Montusiewicz J., Tarkowski P.: O zastosowaniu analizy polioptymalnej w badaniach poeksploatacyjnych rozpylaczy paliwa, *Zagadnienia Eksploatacji Maszyn*, vol. 31, z. 3 (107), 1996, s. 313–328.
70. Michalewicz Z.: *Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne*, WNT, Warszawa, 1996, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolutionary Programs*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1992.
71. Misiakiewicz J.: Mikrokomputerowy system wspomagania wyboru w projektowaniu, [w:] Tarnowski W. [154], s. 143–152.
72. Montusiewicz J.: Pewna metoda poszukiwania rozwiązań reprezentatywnych, [w:] Tarnowski W. [153], s. 46–69.
73. Montusiewicz J.: A method of searching for compromising solutions, [in]: Lenik K. [59], s. 50–70.
74. Montusiewicz J.: Algorytmiczny wybór rozwiązania, autorstwo podrozdziału [w:] Tarnowski W. [152], s. 147–153.
75. Montusiewicz J.: Algorytmy eliminacji rozwiązań optymalnych w sensie Pareto metodą przedziałów nierozróżnialności, [w:] Tarnowski W. [157], s. 184–191.
76. Montusiewicz J.: A multicriterial evaluation method of the vibration isolation of the FWD-32J milling machine, [in]: Świć A. [140], s. 325–332.
77. Montusiewicz J.: Computer-aided reduction of the nondominated solution set using optimality in the sense of an undifferentiation interval, [in:] Świć A. [141], s. 62–74.
78. Montusiewicz J.: Characteristic points in polyoptimal analyses of technical problems, *Materiały XV Ogólnopolskiej Konferencji Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania, Kołobrzeg'97, streszczenia*, s. 30.

79. Montusiewicz J.: Division of the set of nondominated solutions by means of the undifferentiation interval method, [in:] Świć A. [139], s. 65–72.
80. Montusiewicz J.: Komputerowe wspomaganie decyzji przy użyciu Ewolucyjnego Systemu Analizy Wielokryterialnej, *Przegląd Mechaniczny* z. 5s/2007, s.107–110.
81. Montusiewicz J.: Komputerowo wspomaganie decyzji wielokryterialnych w problematyce transportowej, [w:] Szot-Gabrys T. [144], s. 437–451.
82. Montusiewicz J.: Ewolucyjna analiza wielokryterialna w zagadnieniach technicznych, 5/2004, IPPT PAN, Warszawa 2004.
83. Montusiewicz J.: Optymalność w sensie przedziału nierozróżnialności - algorytmy, [w:] Tarnowski W. [159], s. 136–143.
84. Montusiewicz J.: Punkty charakterystyczne w wielokryterialnej analizie zagadnień technicznych, [w:] Tarnowski W. [156], s. 230–237.
85. Montusiewicz J.: O szczególnym przypadku wyznaczania podzbioru rozwiązań reprezentatywnych, [w:] Tarnowski W. [158], s. 249–256.
86. Montusiewicz J.: Ranking Pareto optimal solutions in genetic algorithm by using the undifferentiation interval method, [in:] Burczyński T. (ed.) *Evolutionary Methods in Mechanics*, Monographi, Kluwer Academic Publishers, 2004, s. 265–276.
87. Montusiewicz J.: Reducing the Pareto optimal set by means of the undifferentiation interval method, [in:] Gutkowski W., Mróz Z. [34], s. 97–102.
88. Montusiewicz J., Kuśmierz L.: A computer aided method of optimal design on the example of a sliding thrust bearings, *Proceedings vol. II, International Conference on Computer Integrated Manufacturing*, Zakopane, 14–17 May 1996, s. 237–244.
89. Montusiewicz J., Osyczka A.: A Decomposition strategy for multicriteria optimization with application to machine tool design, *Engineering Costs and Production Economics*, 20 (1990), s. 191–202.
90. Montusiewicz J., Osyczka A.: Computer aided optimum design of machine tool spindle systems with hydrostatic bearings, *Proc Instn Mech Engrs*, vol. 211, Part B, s. 43–51, IMechE 1997.
91. Montusiewicz J., Osyczka A., Zamorski J.: A decomposition method for multicriteria optimization and its application to machine tool spindle design, [in:] Eschenauer H., Koski J., Osyczka A. (eds) [23], s. 282–302.
92. Montusiewicz J., Tarkowski P.: O aplikacjach metody analizy wielokryterialnej w wybranych badaniach rozpylaczy paliwa silników o zapłonie samoczynnych, *Polska Akademia Nauk Oddział w Krakowie, Zeszyt 23 Monografia 3*, Kraków 2002.
93. Montusiewicz J., Tarkowski P.: Wielokryterialna ocena wyników badań z zakresu wybranych problemów techniki samochodowej, *Teka Komisji Naukowo-Problemovej Motoryzacji PAN O. w Krakowie*, z. 18, 1999, s. 317–322.
94. Montusiewicz J., Tarkowski P., Paluch R.: O pewnym przykładzie wykorzystania metody analizy wielokryterialnej w badaniach zużycia pary precyzyjnej igła–korpus rozpylacza paliwa, *Folia Societatis Scientiarum Lublinensis*, vol. 10, 2001, s. 41–56.
95. Morse J.N.: Reducing the size of the nondominated set: pruning the clustering, *Computers and Ops Res.*, vol. 7, 1980, s. 55–66.
96. Mousseau V., Slowinski R., Zielniewicz P.: A user-oriented implementation of the ELECTRE-TRI method integrating preference elicitation support, *Comp. and Oper. Res.*, vol. 27, 2000, s. 757–777.

97. Nowak S.: Metodologia nauk społecznych, PWN, Warszawa 185.
98. Ogryczak W.: Wielokryterialna optymalizacja liniowa i dyskretna. Modele preferencji i zastosowania do wspomagania decyzji, Wyd. Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1997.
99. Osiński J.: Obliczenia wytrzymałościowe elementów maszyn z zastosowaniem metody elementów skończonych, Oficyna Wyd. Pol. Warszawskiej, Warszawa 1997.
100. Osiński Z., Wróbel J.: Teoria konstrukcji, PWN, Warszawa 1995.
101. Osiński Z., Wróbel J.: Teoria konstrukcji maszyn, PWN, Warszawa 1982.
102. Ostwald M.: Multicriteria optimization of cylindrical sandwich shells under combined loads, *Structural Optimization*, vol. 12 no. 2/3, October 1996, s. 159–166.
103. Ostwald M.: Optymalne projektowanie trójwarstwowych konstrukcji powłokowych, seria rozprawy, nr 290, Politechnika Poznańska, Poznań 1993.
104. Osyczka A.: Computer Aided Multicriterion Optimization System (CAMOS), Software Package in FORTRAN, International Software Publishers, Cracow, 1992.
105. Osyczka A.: Evolutionary Algorithms for Single and Multicriterial Design Optimization, Physica-Verlag, A Springer-Verlag Company, Heidelberg, New York, 2002.
106. Osyczka A., Montusiewicz J.: A random-search approach to multicriterion discrete optimization, [in:] Gutkowski W., Bauer J. [33], s. 71–79.
107. Paczkowski W.M.: Słabe i mocne zagadnienia satysfakcji, [w:] Tarnowski W. [158], s. 265–274.
108. Paczkowski W.M.: Wybrane problemy dyskretnej optymalizacji ewolucyjnej, *Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej, IIL*, nr 544, Szczecin 1999.
109. Pareto V.: *Cours d'économie politique*, vol. 1 and 2, F. Rouge, Lousanne 1896.
110. Parmee I.C.: *Evolutionary and Adaptive Computing in Engineering Design*, Springer-Verlag, Heidelberg, New York, 2001.
111. Peschel M., Riedel C.: Polioptymalizacja. Metody podejmowania decyzji kompromisowych w zagadnieniach inżyneryjno-technicznych, WNT, Warszawa 1979.
112. Pashechko M., Lenik K.: Segregation of atoms of the eutectic alloys Fe-Mn-C-B at friction wear. *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*. Volume 18, ISSUE 1–2, 2006, s. 467–470.
113. Pashechko M., Montusiewicz J.: Ocena wielokryterialna zużycia warstw eutektycznych układu Fe-Mn-C-B stopowanych Si, Ni i Cr, *Inżynieria Powierzchni*, nr 3, 2009, s. 57–63.
114. Paszczko M., Lenik K., Czerniec M., Gorecki T.: Konstytuowanie warstwy wierzchniej z wykorzystaniem kompozytów eutektycznych układu Fe-Mn-C-B-Si. *Inżynieria Powierzchni* nr 2, 2001, s. 27–31.
115. Пашечко М.І., Монтусевич Ю.: Оцінка зносотривкості евтектичних покриттів системи Fe-Mn-C-B легованих Si, Ni и Cr з використанням багатокритеріального аналізу. *Фізико-Хімічна Механіка Матеріалів* nr 6, 2011, s. 86–93.
116. Płonka S.: Metody oceny i wyboru optymalnej struktury procesu technologicznego, *ZN PŁ Filii w Bielsko-Białej*, nr 48, *Budowa i Eksploatacja Maszyn*, nr 31, Bielsko-Biała 1998.
117. Płonka S.: Model optymalizacji wielokryterialnej struktury procesów technologicznych, *Postępy Technologii Maszyn i Urządzeń*, z.1, 1994, s. 91–98.

118. Pokojski J: Komputerowe wspomaganie decyzji wielokryterialnych w dynamicie maszyn. Wyd. PW. Prace Nauk. Mechanika, z.134, Warszawa 1990.
119. Pokojski J.: Polioptymalizacja dużych zadań projektowych w budowie maszyn ma przykładzie samochodowej skrzynki przekładniowej. Praca doktorska. PW, Warszawa 1979.
120. Projektoznawstwo. pod red.: W. Gasparskiego, WNT, Warszawa 1988.
121. Rasiowa H.: Wstęp do matematyki współczesnej, Biblioteka Matematyczna, wyd. 13, PWN, Warszawa 2003.
122. Romero C.: Extended lexicographic goal programming: a unifying approach, *Omega*, vol. 29, 2001, s. 63–71.
123. Rosenman M.A., Gero J.S.: Reducing the Pareto optimal set in multicriteria optimization, *Eng. Opt.*, vol. 8, 1985, s. 189–206.
124. Roubens M.: Preference relations on actions and criteria in multicriteria decision making, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 10, 1982, s. 51–55.
125. Roy B.: Wielokryterialne wspomaganie decyzji, WNT, Warszawa 1990, *Methodologie Multicritere d'Aide A la Decisin*, Editions Economica, Paris 1985.
126. Roy B., Vincke Ph.: Multicriteria analysis: Surve and new directions, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 8, 1981, s. 207–218.
127. Rusiński E., Czmochowski J., Smolnicki T.: Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych, *Oficyna Wyd. Politechniki Wrocławskiej*, Wrocław 2000.
128. Saaty T.: *The analytic hierarchy process*, McGraw–Hill, New York 1980.
129. Salukwadze M.E.: On the existence of solutions in problems of optimizatin under vector-valued criteria, *JOTA*, 1974, vol. 13, no. 2, s. 305–322.
130. Save M., Prager W. (eds): *Structural Optimization, Volume 2*: Borkowski A., Jendo S., Reitman M. I.: *Mathematical programming*, Plenum Press, New York–London 1990.
131. Sielicki A., Jeleniowski T.: *Elementy metodologii projektowania technicznego*, WNT, warszawa 1980.
132. Skołud B. (red.): *Systemy wspomagania decyzji w planowaniu produkcji*, Monografia, Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001.
133. Skulimowski A.M.: *Decision Support Systems Based on Reference Sets*, *Rozprawy i monografie*, nr 40, Wyd. AGH, Kraków 1996.
134. Słowiński R.: Multiobjective network scheduling with efficient use of renewable and nonrenewable resouces, *Eur. J. Oper. Res.* vol. 7, no. 3, 1981, s. 265–273.
135. Surdacki P., Montusiewicz J.: Multicriterion designing of additional windings of the cylindrical cryomagnet, [in:] Kose V., Sievert J. [53], s. 111– 114.
136. Surdacki P., Montusiewicz J., Kuchcewicz R.: An approach to multicriterion shape optimization of superconducting solenoid windings, [in:] *Proceedings: Electromagnetic Devices and Processes in Environment Protection*, International Conference ELMECO'94, 8–9 September, Lublin 1994, s. 295–300.
137. System metody elementów skończonych „ALGOR”, Algor Inc. 1993.
138. Szadkowski J., Stryczek R., Nikiel G.: Projektowanie procesów technologicznych na obrabiarki sterowane numerycznie, *ZN PŁ Filii w Bielsko-Białej*, nr 26, *Budowa i Eksploatacja Maszyn*, nr 21, Bielsko-Biała 1995.

139. Szwabowski J., Deszcz J.: Metody wielokryterialnej analizy porównawczej. Podstawy teoretyczne i przykłady zastosowań w budownictwie, Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001.
140. Szymanowski J. (red.): Metody optymalizacji w języku Fortran, BNInż., PWN, Warszawa 1984.
141. Szymczak M. (red.): Słownik języka polskiego, PWN, Warszawa 1983.
142. Szyrka J.: Zastosowanie metody APEKS do oceny wartości wskaźnika jakości sterowania eksploatacją, [w:] ZN Politechniki Śląskiej, Automatyka, z. 67, Gliwice 1983, s. 113–120.
143. Świć A. (red.): The Technological Information Systems, Societas Scientiarum Lublinensis, Lublin 1999.
144. Świć A. (red.): The Technological Information Systems in Engineer's Production and Technical Education, Societas Scientiarum Lublinensis, Lublin 2001.
145. Świć A., Lipski J. (eds.) Modern techniques in mechanical engineering, Lublin 2009.
146. Świć A., Gola A.: Elements of Design of Production Systems – Methodology of Machine Tool Selection in Casing-Class FMS, Management and Production Engineering Review, vol. 1, No. 2, s.73–81, 2010.
147. Świć A., Taranenko W.: Projektowanie technologiczne elastycznych systemów produkcyjnych, Wyd. Politechniki Lubelskiej, Lublin 2003.
148. Szot-Gabrys T. (red.): Wiedza jako czynnik rozwoju gospodarki i organizacji, Kielce 2009.
149. Tarkowski P.: Badania trwałościowe rozpylaczy paliwa implantowanych jonowo, Materiały Sekcji Podstaw Eksploatacji KBM PAN, Lublin 1996, s. 61–68.
150. Tarkowski P.: Possible improvement of tribological properties of some parts of combustion engines by implanting them with nitrogen ions, Vacuum Technique and Technology, vol. 3, nos 5/6, Minsk 1993, s. 39–43.
151. Tarkowski P.: Stanowisko do prób szczelności wtryskiwaczy zwłaszcza samochodowych, Zgłoszenie patentowe nr W-70243.
152. Tarkowski P., Paluch R., Montusiewicz J.: O wybranych aspektach trybologicznych stosowania ekologicznych paliw do silników o ZS, Teka Komisji Naukowo-Problemovej Motoryzacji PAN O. w Krakowie, z. 21, 2000, s. 291–298.
153. Tarkowski P., Wiercholski K.: Wear changes after nitrogen ions implantations, Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, vol. 30, z. 4 (104), 1995, s. 507–519.
154. Tarnowski W.: Model procesu wyboru w projektowaniu technicznym, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Automatyka, z. 72, 1984; WSIInż. w Koszalinie, Seria monografie, 1987.
155. Tarnowski W.: Podstawy projektowania technicznego, seria: Wspomaganie komputerowe CAD/CAM, WNT, Warszawa 1997.
156. Tarnowski W.: Optymalizacja i polioptymalizacja w mechatronice, Wyd. Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2009.
157. Tarnowski W.: Optymalizacja i polioptymalizacja w technice, Wyd. Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2011.
158. Tarnowski W. (red.): Prace V Krajowej Konf. Polioptymalizacja w Projektowaniu – Mielno'86, ZN WSIInż. w Koszalinie, seria WM, Koszalin 1986, nr 8.

159. Tarnowski W. (red.): Prace VI Krajowej Konf. Polioptymalizacja w Projektowaniu – Mielno'87, ZN WSIInż. w Koszalinie, seria WM, Koszalin 1987, nr 10.
160. Tarnowski W. (red.): Materiały XIII Ogólnopolskiej Konf. Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania – Kołobrzeg'95, ZN WSIInż. w Koszalinie, seria WM, Koszalin – Kołobrzeg 1995, nr 19.
161. Tarnowski W. (red.): Materiały XVI Ogólnopolskiej Konf. Polioptymalizacja w Projektowaniu – Mielno'98, Pol. Koszalińska, ZN WM, 1998, nr 23.
162. Tarnowski W. (red.): Materiały XVII Ogólnopolskiej Konf. Polioptymalizacja w Projektowaniu – Mielno'99, Pol. Koszalińska, ZN WM, 1999, nr 26.
163. Tarnowski W. (red.): Prace XIX Ogólnopolskiej Konf. Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania – Mielno 2001, Pol. Koszalińska, ZN WM, 2001, nr 28.
164. Tarnowski W., Kiczowski T. (red.): Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania – Mielno 2006, Pol. Koszalińska, ZN WM, 2006, nr 38.
165. Teghem J., Tuytens D., Ulungu E.L.: An interactive heuristic method for multiobjective combinatorial optimization, *Comp. and Oper. Res.*, vol. 27, 2000, s. 671–681.
166. Tieu A.K.: An investigation of „diaphragm” type thrust bearing, Part I: Experiment, Part II: Theory, *Transactions of the ASME*, vol. 97, October 1975, s. 876–882.
167. Thierauf G.: Direct search, stochastic search and darwinian methods in structural optimization and interactions with parallel computing, [in:] Topping B.H.V. [163], s. 31–41.
168. Topping B.H.V. (ed.): Advances in computational structures technology, Selection of papers presented at The Thrid Int. Conf. in Computational Structures Technology. 21–23 Aug. 1996, Budapest. Hungary, Civil-Comp Press, Edinburgh 1996.
169. Vincke P., Gassner M., Roy B.: *Multicriteria decision-aid*, John Wiley & Sons, Chichester – New York – Brisbane – Toronto – Singapore, 1992.
170. Walukiewicz S.: *Programowanie dyskretne*, Seria: Analiza systemowa i jej zastosowania, PWN, Warszawa 1986.
171. Wierzbicki A.P.: The use of reference objectives in multiobjective optimization, *Multiple Criteria Decision Making; Theory and Applications*, [in:] Fandel G., Gal T. [26], s. 468–486.
172. Wierzbicki A.P.: Parallel approaches to parametric optimization and the convergence of interactive decision support, *Control and Cybernetics*, vol. 29, no. 1, 2000, s. 427–444.
173. Witek A.: *Podstawy projektowania wibroizolacji obrabiarek*, prac. naukowe Politechniki Szczecińskiej, z. 471, Szczecin 1992.
174. Wojciechowski S.: *Aktualne problemy inżynierii materiałowej w obszarze nauki, techniki i kształcenia*, *Inżynieria Materiałowa* nr 1(132), 2003, s. 5–13.
175. Yang J.-B.: Minmax reference point approach and its application for multiobjective optimisation, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 126, 2000, s. 541–556.
176. Yu P.L.: Cone convexity, cone extreme points and nondominated solutions in decision problems with multiobjectives, *JOTA*, vol. 14, 1974, s. 319–377.
177. Yu P.L.: *Multiple-Criteria Decision Making: Concepts, Techniques, and Extensions*, New York–London, Plenum Press, 1985.

178. Yu P.L., Leitmann G.: Compromise solutions, domination structures and Salukwadze's solution, *JOTA*, 1974, vol. 13, no. 3, s. 267–279.
179. Zhang W.H.: Pareto optimum sensitivity analysis in multicriteria optimization, *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 39, 2003, s. 505–520.
180. Zeleny M.: *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw–Hill, New York 1982.
181. Zienkiewicz O.C.: *Metoda elementów skończonych*, Arkady, Warszawa 1972.
182. Żak J.: Multiple Objective Optimization of Crew Size in a Public Transportation System, *Archives of Transport*, Vol. 19, Issue 1-2, 2007, s. 193–209.
183. Żak J.: *Wielokryterialne wspomaganie decyzji w transporcie drogowym*, rozprawy nr 394, Wyd. Politechniki Poznańskiej, Poznań 2005.
184. Żak J., Redmer A., Sawicki P.: Multiple Objective Optimization of the Fleet Sizing Problem for Road Freight Transportation. *Journal of Advanced Transportation*, Vol. 42, No 4, 2008, s. 379–427.
185. Żak J., Włodarczyk H., Kiciński M.: Wielokryterialna ocena wariantów systemu dystrybucyjnego w oparciu o metody ELECTRE III, ORESTE i MAPPACC, [w:] Tarnowski W. [157], s. 455–464.

Streszczenie

W pracy przedstawiono spójny system metodologiczny komputerowo wspomaganą analizy wielokryterialnej, której efektem końcowym jest wyznaczenie „rozwiązań najlepszych” odzwierciedlających jednocześnie różne preferencje przypisywane poszczególnym kryteriom przez ekspertów i decydentów. Zaproponowane podejście opiera się na wielokrotnym sortowaniu skończonego zbioru rozwiązań niezdominowanych, a następnie zbiorów i podzbiorów zdominowanych, przy czym wynikowy podzbiór otrzymany przy sortowaniu jedną z metod stanowi podzbiór wejściowy do kolejno zastosowanej metody. W celu realizacji nowej idei poszukiwania „rozwiązań najlepszych” opracowano autorski system komputerowego wspomaganie wyboru i podejmowania decyzji, który nazwano *Zintegrowanym Systemem Analizy Wielokryterialnej*. Stworzony system obejmuje cztery jakościowo różne metody analizy wielokryterialnej: *Metodę wartości progowej*, *Zmodyfikowaną metodę punktu referencyjnego*, *Metodę przedziału nierozróżnialności* (stosując zmodyfikowaną operację mutacji) oraz *Metodę wyznaczania rozwiązań kompromisowych* (posługując się zmodyfikowaną operacją krzyżowania).

Do realizacji metod wchodzących w skład *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* zbudowano autorskie algorytmy i ich implementacje komputerowe tworząc program komputerowy pracujący w formule interaktywnej. Przeprowadzone testy algorytmów oraz badania porównawcze otrzymanych wyników i rezultatów metod opisanych w literaturze, potwierdziły przydatność opracowanych algorytmów do wspomaganie projektantów-inżynierów i naukowców w procesie wyboru i podejmowania decyzji przy rozwiązywaniu zadań polioptymalizacji z obszaru budowy i eksploatacji maszyn stosując metody analizy wielokryterialnej.

W pracy zamieszczono cztery przykłady praktycznego wykorzystania *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* do rozwiązywania różnych problemów technicznych:

- sortowanie rezultatów projektowania będących efektem zastosowania metod bez wbudowanych algorytmów optymalizacyjnych – przykład wyboru optymalnych wymiarów projektowanych segmentów łożysk wzdłużnych smarowanych hydrodynamicznie, oraz przykład doboru obrabiarek do elastycznego systemu produkcyjnego,
- sortowanie wyników badań obiektów, które zostały zaprojektowane, wykonane i poddane testom eksploatacyjnym – przykład wyboru optymalnego składu nowych materiałów konstrukcyjnych,
- ocena właściwości eksploatacyjnych par ciernych – przykład wpływu implantacji jonami azotu stożkowych gniazd korpusów rozpylaczy na ich zużycie.

W każdym z prezentowanych przykładów użycie *Zintegrowanego Systemu Analizy Wielokryterialnej* pozwoliło rozwiązać sformułowane zadania polioptymalizacji i podjąć racjonalne decyzje.

Summary

The thesis shows a coherent methodological system of computer-aided multicriterial analysis, whose end effect is the determination of *optimal solutions*, at the same time reflecting different preferences attributed to individual criteria by experts and decision-makers. The proposed approach is based on the multiple sorting of a finite set of nondominated solutions, and then of the dominated sets and subsets, in such a way that the output subset achieved by sorting according to one method is an input subset of the next method applied. In order to realise a new idea of the search for *optimal solutions* an authoring system of computer aid in selection and decision-making was prepared, called an *Integrated System of Multicriterial Analysis*. The system includes four qualitatively different methods of multicriterial analysis: the *Boundary Value Method*, the *Modified Method of the Reference Point*, the *Undifferentiation Interval Method* (using a modified mutation operation) and the *Compromise Solution Determination Method* (using a modified crossing operation).

For the realisation of the methods included in the *Integrated System of Multicriterial Analysis* authoring algorithms were designed and their computer implementations constructed, resulting in an interactive computer program. The algorithm tests carried out, as well as the comparative studies of the results obtained and the results of the methods described in the literature, confirmed the applicability of the constructed algorithms in aiding designer engineers and scientists in the process of selection and decision-making while solving polyoptimisation tasks in the area of machine construction and exploitation and using multicriterial analysis.

The thesis includes four examples of the practical applicability of the *Integrated System of Multicriterial Analysis* in solving different technical problems:

- sorting the design results of the application of methods without built-in optimisation algorithms – the example of selecting the optimal dimensions of the designed segments of hydrodynamically lubricated sliding thrust bearings, as well as the example of selecting machine tools for a flexible production system;
- sorting the design results of objects designed, produced and tested for exploitation – the example of selecting an optimal warehouse of new construction materials;
- evaluation of the exploitation properties of friction couples – the example of the influence of nitrogen ion implantation of the conical corpus nests of fuel nozzles on their wear.

In each of the examples presented the use of the *Integrated System of Multicriterial Analysis* allowed to solve the formulated problems of polyoptimisation and make rational decisions.