

SPIS TREŚCI

	strona
1. WSTĘP	4
2. PROCESY METALURGICZNE W PIECU ŁUKOWYM	9
3. AKTUALNY STAN ZAGADNIENIA I CEL PRACY	11
3.1. Cel pracy	13
3.2. Teza pracy	14
4. ANALIZA ROZKŁADU POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO UKŁADU MIESZADŁO-KADŹ	15
4.1. Pole elektromagnetyczne w ceramice	18
4.2. Pole elektromagnetyczne w warstwie przewodzącej i w powietrzu	22
5. WYZNACZANIE GĘSTOŚCI MOCY I ROZKŁADU SIŁ ELEKTRODYNAMICZNYCH	30
5.1. Moc pobierana przez wsad	30
5.2. Obliczanie siły elektrodynamicznej	32
6. RÓWNANIE HYDRODYNAMICZNE RUCHU	37
6.1. Przebiegi prędkości dla różnych parametrów układu	42
6.2. Wyznaczanie wartości natężenia pola H_m dla założonej prędkości W_x	53
6.3. Równanie hydrodynamiczne ruchu w kierunku pionowym	56
7. ZASTOSOWANIE UZYSKANYCH ZALEŻNOŚCI DO OBLICZEŃ RZECZYWISTEGO UKŁADU MIESZADŁO-KADŹ	58
8. MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA MIESZADŁA INDUKCYJNEGO W PROCESIE WYTOPU SZKŁA	64
9. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSKI	75
10. WYKAZ LITERATURY	77
11. ZAŁĄCZNIKI	84

Wykaz ważniejszych oznaczeń:

- A_n - stała
- B - indukcja magnetyczna
- B_n - stała
- E - natężenie pola elektrycznego
- e - podstawa logarytmów naturalnych
- f - częstotliwość prądu
- F - gęstość siły elektrodynamicznej
- g - przyspieszenie ziemskie
- H - natężenie pola magnetycznego
- I - natężenie prądu elektrycznego
- I_{11} - okład prądowy
- J - gęstość prądu
- p_c - ciśnienie cieczy
- P - moc czynna
- Re - Liczba Reynoldsa
- S - wektor Poytinga
- t - czas
- T - temperatura
- W - prędkość cieczy
- v_s - prędkość pola biegnącego
- z_{11} - liczba zwojów
- x, y, z - współrzędne
- δ - grubość szczeliny
- δ_c - głębokość wnikania
- Δ - grubość cieczy

μ_n - przenikalność magnetyczna środowiska

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni

γ - konduktywność

Q - moc bierna

ρ - gęstość

ω - pulsacja

1. W S T Ę P

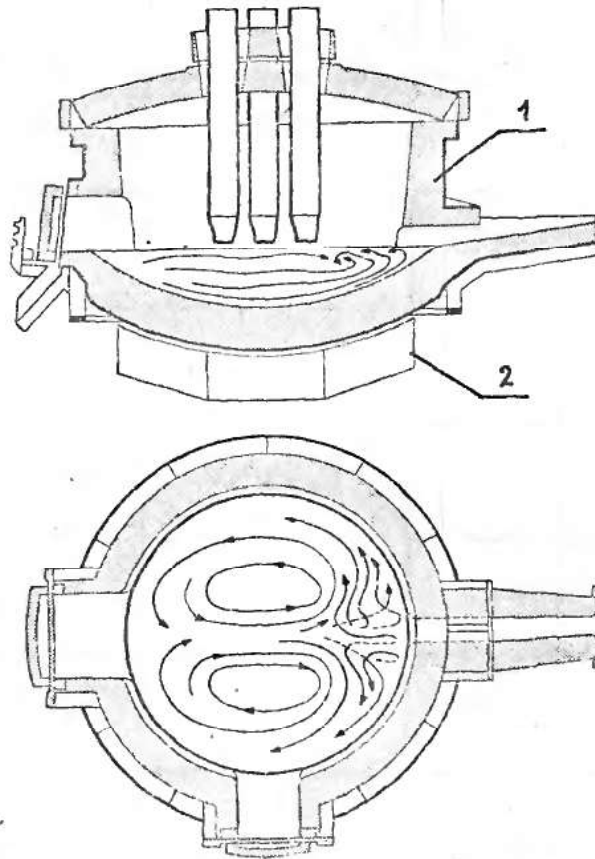
Kąpiel metalowa w piecu łukowym poza okresem świeżenia jest stosunkowo spokojna i nieruchoma. W związku z tym, szczególnie w dużych piecach temperatura i skład chemiczny kąpeli metalowej i żużła są niedostatecznie wyrównywane, a procesy metalurgiczne przebiegają z małą szybkością [41].

Celowe stało się więc zastosowanie dodatkowych urządzeń do mieszania wspomagających naturalny termiczny ruch cząstek płynnego metalu. Należyte przemieszanie kąpeli można osiągnąć przy pomocy mieszadła indukcyjnego, które stosuje się z powodzeniem w piecach łukowych o dużych pojemnościach [10, 41, 56].

Pierwsze mieszadło indukcyjne zbudowane przez szwedzką firmę ASEA zostało zastosowane w piecu łukowym w 1947 r. Obecnie w ponad 140 zakładach wielu krajów pracują mieszadła tej firmy, w tym w Polsce w hutach: Warszawa, Zawiercie, Nowotko-Katowice, Baildon [4, 10].

Mieszanie indukcyjne wpływa na ujednorodnienie budowy, wyrównywanie temperatur w stopionym metalu, powoduje pewne skrócenie czasu wytopu oraz ułatwia odprowadzanie żużła. Wadą mieszania jest większe zużywanie się trzonu pieca. Ciekły metal przemieszczany jest pod wpływem sił i ciśnień magnetohydrodynamicznych, które powstały poprzez wzajemne oddziaływanie zewnętrznego pola magnetycznego i prądów indukcyjnych w płynnym metalu. Źródłem zewnętrznego pola

magnetycznego są wzbudniki umieszczone na zewnątrz kadzi z płynnym metalem



Rys. 1.1 Schemat pieca łukowego z mieszadłem indukcyjnym [10]

1- piec łukowy

2- mieszadło indukcyjne

Jak widać z rys. 1.1 mieszadło umieszczone pod dnem kadzi swoim kształtem powinno w maksymalny sposób przylegać do dolnej części pieca. Przeprowadzona analiza, jak i badania doświadczalne wykazały, że najbardziej optymalnym w działaniu jest mieszadło, w którym stosuje się wzbudnik dwufazowy,

Tablica 1.1. Dane techniczne wybranych mieszadeł indukcyjnych [56].

		Kraj	Masa [t]	Częstotliwość [Hz]	Moc [KVA]	Nateżenie prądu [A]	Napięcie [V]
Pojemność pieca	30 t	Szwecja ASEA	21,7	0,5-1,5	335	800	220
		Japonia	-	0,8	350	-	-
	50 t	ZSRR	20	0,65	550	2400	115
		Szwecja ASEA	25,7	0,5-1,5	350	800	220
		Japonia	-	0,6	450	-	-
	80 t	Szwecja ASEA	37,7	-	385	800	240
		Japonia	-	0,6	550	-	-
	100 t	Szwecja ASEA	49,7	-	500	800	315
		ZSRR	37	0,5	860	2400	180

dwubiegunowy o uzwojeniu składającym się z dwóch warstw [54, 56]. Mieszadła o opisanej tu konstrukcji produkowane są w Szwecji, ZSRR i Japonii. Dane techniczne wybranych mieszadeł indukcyjnych podano w tabelicy 1.1.

Moce mieszadeł indukcyjnych dochodzą do 900 kVA /tablica 1.1/, zaś zakres częstotliwości ich pracy zamyka się w przedziale /0,3 ÷ 1,5/ Hz. [56].

Firma ASEA produkuje obecnie mieszadła o standardowych długościach od 2,8 do 7,3 m zasilanych z przetworników tyrystorowych /dawniej generatory maszynowe/ [10]. Przetworniki tyrystorowe są mniejsze, nie powodują wibracji, zapewniają płynną regulację częstotliwości i są proste w obsłudze. Stosowane induktry posiadają systemy chłodzenia wodnego bądź powietrznego /Japonia/ [56].

Rdzeń mieszadła wykonany jest z blach stalowych o grubości rzędu 10 mm izolowanych między sobą [56].

Konstrukcja wsporcza mieszadła umożliwia dokładne ustawienie mieszadła zarówno w osi pionowej jak i podłużnej pieca. Ma to znaczenie ze względu na właściwą lokalizację mieszadła i ewentualne odkształcenia termiczne kadzi pieca [27].

Mieszanie płynnej stali i innych metali polem elektromagnetycznym jest stosowane z powodzeniem od wielu lat. Zasadnym staje się więc pytanie o możliwość stosowania mieszadeł indukcyjnych do mieszania innych przewodzących cieczy. Problem mieszania występuje przy wytopie szkła. Dotychczas nie próbowano stosować mieszania indukcyjnego w przemyśle szklarskim. Przeprowadzone badania doświadczalne z zastosowaniem magnetohydrodynamiki przy wytopie szkła

dały pozytywne rezultaty [12].

Przedmiotem niniejszej rozprawy jest analiza pracy mieszadła indukcyjnego płaskiego do mieszania płynnej stali w piecach łukowych oraz ocena możliwości jego zastosowania do mieszania innych cieczy np. szkła.

W przeprowadzonej analizie zostanie uwzględniony zarówno wpływ pola elektromagnetycznego na przebieg mieszania jak również właściwości hydrodynamiczne mieszanego materiału oraz zostaną określone związki umożliwiające wyznaczenie podstawowych parametrów mieszadła, których znajomość jest niezbędna przy jego projektowaniu.

2. PROCESY METALURGICZNE W PIECU ŁUKOWYM.

Proces wytapiania stali w piecu łukowym z normalnym świeżeniem podzielić można na 6 następujących okresów:

- naprawa pospustowa pieca
- ładowanie wsadu do pieca
- roztopianie wsadu
- świeżenie kąpieli metalowej /rudą lub tlenem/
- rafinacja
- spust

Już w okresie roztopiania po stopieniu $2/3$ wsadu jego mieszanie może być efektywnym środkiem dla przyspieszenia procesu topienia. pozostałego wsadu dzięki wyrównywaniu temperatury w całej objętości kadzi [56]. Po okresie topienia pobiera się pierwszą próbę w celu ustalenia zawartości węgla, manganu, fosforu, chromu, niklu i molibdenu.

Znajomość składu chemicznego kąpieli po roztopieniu jest niezmiernie ważna. Stosownie do wyników analizy ustala się technologię prowadzenia wytopu w okresie świeżenia. Przemieszanie płynnego metalu pozwoli otrzymać prawidłowy rezultat analizy.

Celem okresu świeżenia jest utlenienie węgla zawartego w metalu, odfosforowanie, częściowe odsiarczenie, odgazowanie, oczyszczenie z wtrąceń niemetalicznych, wreszcie nagrzanie metalu. Gdy zawartość węgla w metalu zmniejszy się do wymaganej wartości, a zawartość fosforu obniży się do około 0,015 do 0,020% [41] wówczas należy rozpocząć ściąganie

żużla utleniającego. W końcu okresu świeżenia żużel ściąga się całkowicie. Niedokładne ściągnięcie żużla może spowodować trudności w wytworzeniu nowego dobrego żużla odtleniającego oraz przyczynić się do redukcji fosforu z żużla do kąpieli, co w końcu może doprowadzić do wybrakowania wytopu ze względu na zbyt dużą zawartość fosforu w stali gotowej [41]. Zastosowanie mieszadła indukcyjnego pozwala na przyspieszenie operacji usunięcia żużla i zabezpiecza jego maksymalne wydalenie [56].

Celem okresu rafinacji jest odtlenienie i odsiarczenie metalu, uzupełnienie jego składu chemicznego do zadanych wartości oraz nagrzanie kąpieli do temperatury zapewniającej prawidłowy przebieg odlewania stali. W okresie tym załączanie mieszadła indukcyjnego pozwala na skracanie czasu odtleniania i odsiarczania stali [10, 41]. Osiąga się także szybsze rozpuszczanie składników stopowych.

W piecu łukowym 30 t z mieszadłem uzyskano jednorodność dodając chrom do kąpieli w czasie 15 - 20 minut, natomiast przy braku mieszadła indukcyjnego ujednorodnienie struktury uzyskano po czasie 35 - 40 minut. Analogiczne rezultaty uzyskiwano przy dodawaniu manganu, wolframu, żelazochromu, żelazomanganu [41, 56].

Różnica temperatur między dnem kadzi a lustrem metalu przy braku mieszadła dochodzi do 60 - 70°C. Zastosowanie mieszadła indukcyjnego zmniejsza ją poniżej 16°C [56].

3. AKTUALNY STAN ZAGADNIENIA I CEL PRACY

Analiza pracy mieszadła indukcyjnego stosowanego w procesie wytopowym stali wymaga rozpatrzenia zarówno wpływu pola elektromagnetycznego na ruch jak i uwzględnienia właściwości hydrodynamicznych stopionego metalu.

Istotne znaczenie ma ściśle określenie przestrzennego rozkładu wielkości elektromagnetycznych, ponieważ są one dalej niezbędne do rozwiązania równania hydrodynamicznego Naviera - Stokesa. Związek pomiędzy polem elektromagnetycznym i polem prędkości cieczy wynika z układu równań [43].

$$\nabla^2 H = \mu_0 \gamma \left[\frac{\partial H}{\partial t} - \text{rot}(\mathbf{w} \times H) \right] \quad /3.1/$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \mathbf{w}(\text{grad } \mathbf{w}) \right] = -\text{grad } p_c + \eta \nabla^2 \mathbf{w} + (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) + \rho \mathbf{g} \quad /3.2/$$

gdzie:

- H - wektor natężenia pola magnetycznego
- t - czas
- γ - konduktywność metalu
- μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni
- \mathbf{w} - wektor prędkości cieczy
- ρ - gęstość płynnego metalu
- η - lepkość dynamiczna metalu
- p_c - ciśnienie cieczy

- \mathbf{J} - wektor gęstości prądu
 \mathbf{B} - wektor indukcji magnetycznej
 g - przyspieszenie ziemskie .

Analityczne rozwiązanie układu równań 3.1 - 3.2 jest praktycznie niemożliwe [56]. Nawet przy założeniu laminarnego przepływu pełny opis matematyczny zjawiska sprawia trudności. W praktyce rezygnuje się z jednoczesnego pełnego rozwiązania układu równań 3.1 - 3.2 rozpatrując oddzielnie część elektromagnetyczną i hydrodynamiczną.

Od wielu lat ukazują się publikacje zajmujące się opisem zjawiska, budową i zasadą działania różnego typu urządzeń magnetohydrodynamicznych [5, 10, 18, 19, 20, 21, 23, 26, 27, 28, 29, 37, 43, 48, 51, 52, 53, 54, 56]. W publikacjach tych znajdują się informacje dotyczące mieszadła indukcyjnego płaskiego [10, 21, 27, 37, 54, 56]. Szczególnie dużą liczbę prac poświęcono transporterom elektromagnetycznym metalu [5, 9, 26, 31, 32, 42, 43, 48, 52]. W pracy [27] rozpatrzono wpływ mieszania indukcyjnego na przyspieszenie procesów metalurgicznych w piecu kukowym.

Dotychczasowe rozwiązania analityczne opisujące pracę mieszadeł indukcyjnych rozpatrują zagadnienia elektromagnetyczne, natomiast pomijają wpływ właściwości hydrodynamicznych stopionego metalu na przebieg mieszania [22, 54]. W publikacji [22] wprowadza się zespół fikcyjnych okładów prądowych odzwierciedlających w przybliżeniu układ rzeczywisty, następnie rozkłada je na szereg Fourier'a. Otrzymane rezultaty są skomplikowane matematycznie.

Jedną z metod analitycznego rozwiązania równań opisujących magnetohydrodynamikę układu płaskiego przedstawiono w niniejszej pracy. Same obliczenia elektromagnetyczne bez uwzględnienia tarć międzycząsteczkowych dają błędne wyniki. Koniecznym jest zatem uwzględnienie lepkości mieszanej substancji.

3.1. Cel pracy

Celem pracy jest wyznaczenie zależności umożliwiających obliczenie podstawowych parametrów elektrycznych mieszadła indukcyjnego do mieszania stali podczas procesu wytopowego w piecu łukowym, w zależności od pojemności wsadowej pieca, właściwości fizycznych topionej stali, a w szczególności od jej lepkości.

W pracy na podstawie uproszczonego modelu zostanie przeprowadzona analiza pola elektromagnetycznego w charakterystycznych warstwach z uwzględnieniem szczeliny powietrznej, kadzi, płynu. Pozwala to na obliczenie sił elektrodynamicznych i gęstości mocy. Wykorzystując obliczone zależności wprowadzono je do równań hydrodynamicznych celem wyznaczenia prędkości płynnej stali w.

Rozważania teoretyczne zostaną zweryfikowane poprzez porównanie obliczonych parametrów mieszadła z danymi mieszadła w piecu łukowym o pojemności 50 t.

Otrzymane zależności umożliwią również przeprowadzenie analizy możliwości stosowania mieszadeł indukcyjnych do mieszania stopionej masy szklanej, która

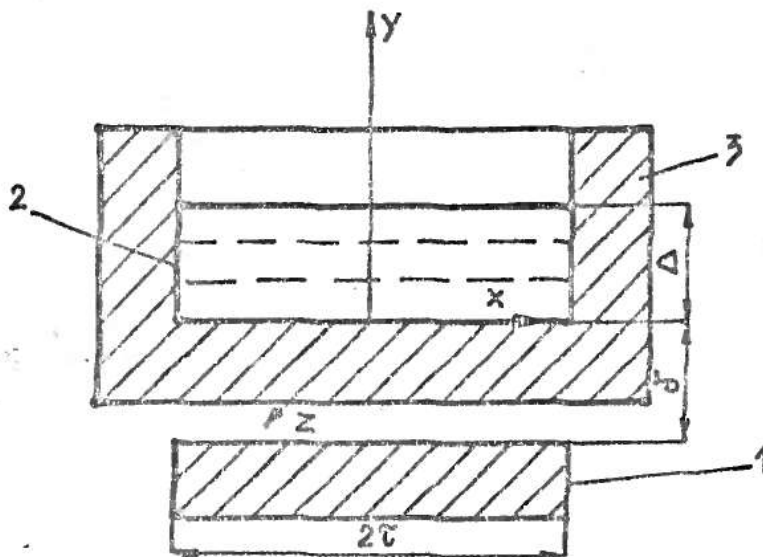
charakteryzuje się wysokim współczynnikiem lepkości.

3.2. Teza pracy

Aktualne publikacje niektórych autorów analizują pracę mieszadła indukcyjnego bez uwzględnienia wpływu lepkości płynnej stali. W niniejszej pracy zostanie wykazany znaczący wpływ lepkości na dokładność obliczania parametrów mieszadła.

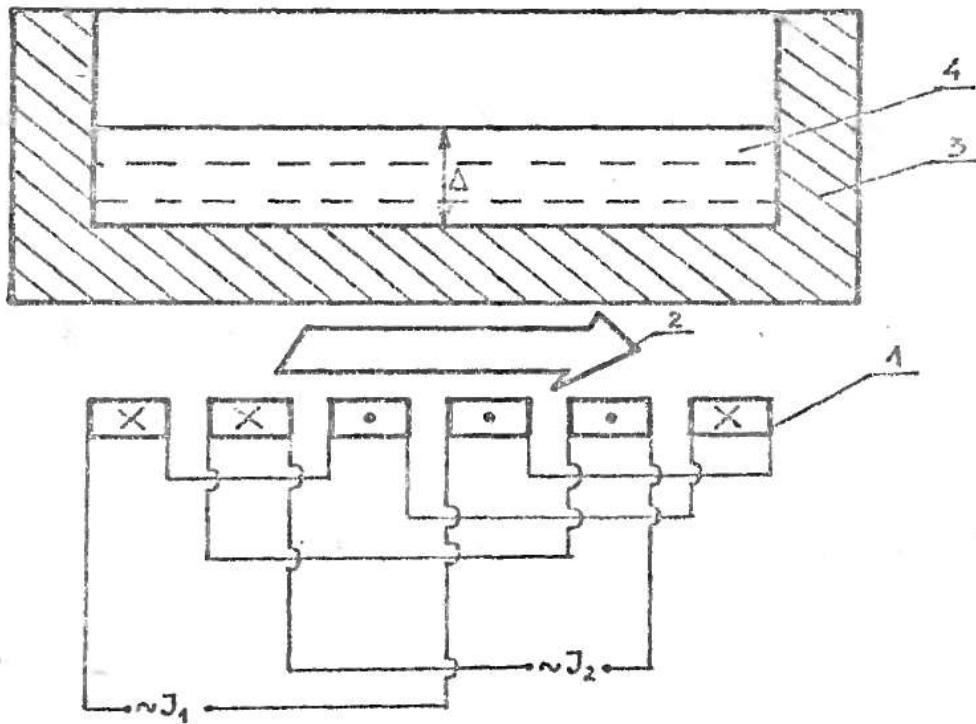
4. ANALIZA ROZKŁADU POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO UKŁADU MIESZADŁO-KADŹ

Przedstawiony na rys. 1.1 układ piec łukowy-mieszadło indukcyjne zastąpiono modelem prostokątnym pokazanym na rys. 4.1. Uzwojenie i płynny metal przedstawiono jako warstwy przewodzące rozdzielone szczeliną powietrzną na którą składa się właściwa szczelina powietrzna i wymiarówka pieca.



Rys. 4.1. Uproszczony schemat pieca z mieszadłem indukcyjnym

- 1 - mieszadło indukcyjne
- 2 - płynny metal
- 3 - kadź



Rys. 4.2. Schemat dwufazowego uzwojenia mieszadła indukcyjnego

- 1 - uzwojenie mieszadła 4 - płynny metal
 2 - płaskie pole magnetyczne Δ - głębokość metalu
 3 - ceramika

Prądy zmienne I_1 i I_2 o częstotliwości f każdy przesunięte są w przestrzeni względem siebie o $\frac{\pi}{2}$

Wytworzone przez mieszadło pole magnetyczne jest polem biegnącym, którego amplituda przesuwa się z prędkością $v_s = 2\pi f$
 Kierunek ruchu pola magnetycznego pokazuje rys. 4.2

Przyjmując rozkład gęstości prądu jako sinusoidalnie biegnącą falę, natężenie pola magnetycznego na powierzchni mieszadła można przedstawić w postaci [43]

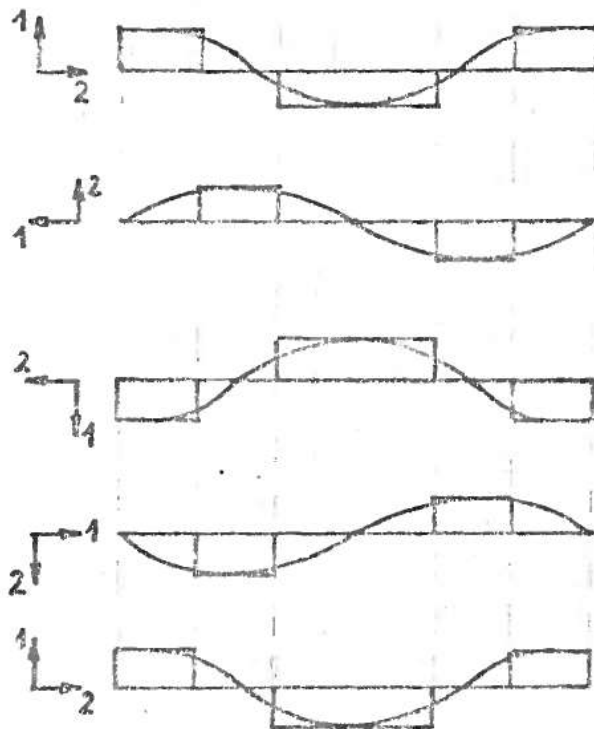
$$H_1 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \quad /4.1/$$

gdzie:

$H_m = J \cdot z \cdot \sqrt{2}$ - amplituda pola na powierzchni wzbudnika

$J \cdot z$ - okład prądowy

$\omega = 2\pi f_1$ - pulsacja prądów wzbudnika



Rys. 4.3. Rozkład okładu prądowego na powierzchni uzwojenia mieszadła indukcyjnego, którego schemat pokazano na rys. 4.2

1, 2 - wskaźniki prądów I_1 i I_2

Rysunek 4.3 przedstawia rozkład okładu prądowego podczas jednego okresu prądu.

W układzie modelowym przyjęto następujące założenia upraszczające:

- ciekły metal w kadzi zastąpiono jednorodną warstwą o grubości Δ
- rzeczywiste uzwojenie dwufazowe zastąpiono warstwą przewodzącą o konduktywności $\gamma = \infty$ i o gęstości liniowej równej okładowi prądowemu wzbudnika

- przenikalność magnetyczną rdzenia wzbudnika $\mu = \infty$,
a jego konduktywność $\gamma = 0$
- przyjęto równe długości mieszadła i warstwy metalicznej
- pominięto wpływ prędkości ciekłego metalu na wielkości pola elektromagnetycznego jako pomijalnie mały

Uproszczenie takie stosuje się często w tego typu analizach [22, 54].

Przyjęto stałość parametrów materiałowych $\{\mu, \epsilon, \gamma, \rho\}$ w danym obszarze obliczeniowym.

Pominięto oddziaływanie łuku na rozkład siły elektrodynamicznej oraz pominięto wpływ uzwojeń czołowych wzbudnika.

4.1. Pole elektromagnetyczne w ceramicie

W obliczeniach pominięto oddziaływanie prądów w płynnym metalu na rozkład pola magnetycznego w ceramicie. Podobne uproszczenie było stosowane w pracy [54], zaś w pracy [53] sprawdzono doświadczalnie zasadność tego uproszczenia.

Równania Maxwella dla warstwy ceramicznej mają postać

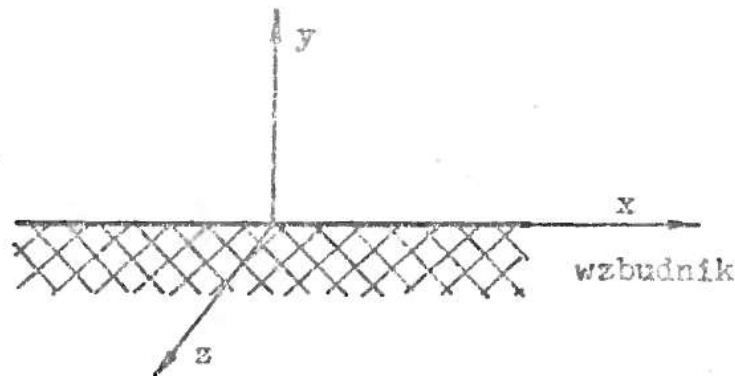
$$\text{rot } \underline{H}_1 = \epsilon_0 \epsilon_1 \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \quad /4.2/$$

$$\text{rot } \underline{E}_1 = -\mu_0 \mu_1 \frac{\partial \underline{H}_1}{\partial t} \quad /4.3/$$

$$\text{div } \epsilon_0 \epsilon_1 \underline{E}_1 = 0 \quad /4.4/$$

$$\text{div } \mu_0 \mu_1 \underline{H}_1 = 0 \quad /4.5/$$

gdzie indeks /1/ odnosi się do wielkości i parametrów ceramiki.



Rys. 4.4. Model obliczeniowy

Różniczkując /4.3/

$$\frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \underline{E}_1) = \text{rot } \frac{\partial \underline{E}_1}{\partial t} = -\mu_0 \mu_1 \frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial t^2} \quad /4.6/$$

dla ceramiki $\mu_1 = 1$; $\epsilon_1 = 1$

z równania /4.2/

$$\frac{\partial \underline{E}_1}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_1} \text{rot } \underline{H}_1 \quad /4.7/$$

wyznaczono

$$\text{rot } \frac{\partial \underline{E}_1}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \text{rot rot } \underline{H}_1 = -\mu_0 \frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial t^2} \quad /4.8/$$

$$\text{rot rot } \underline{H}_1 = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial t^2} \quad /4.9/$$

Korzystając z tożsamości

$$\text{rot rot } \underline{H}_1 = \text{grad div } \underline{H}_1 - \nabla^2 \underline{H}_1 \quad /4.10/$$

oraz z /4.9/ otrzymano równanie

$$\nabla^2 \underline{H}_1 = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial t^2} \quad /4.11/$$

ponieważ $\text{grad div } \underline{H}_1 \equiv 0$

Natężenie pola magnetycznego w ceramice jest funkcją współrzędnej y . Wielu autorów [38, 54] przyjmuje jako założenie

zmianę wykładniczą natężenia pola magnetycznego. Stąd można założyć rozwiązanie ogólne równania /4.11/ w postaci:

$$\underline{H}_1 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \cdot e^{p_1 y} \quad /4.12/$$

Wtedy laplasjan natężenia pola magnetycznego \underline{H}_1 , rozpisany w układzie współrzędnych prostokątnych przyjmuje postać:

$$\nabla^2 \underline{H}_1 = \frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial y^2} \quad /4.13/$$

gdzie:

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \cdot e^{p_1 y}) = -\frac{\pi^2}{\tau^2} \cdot H_m e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \cdot e^{p_1 y} = -\frac{\pi^2}{\tau^2} \underline{H}_1 \quad /4.14/$$

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} (H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \cdot e^{p_1 y}) = p_1^2 \underline{H}_1 \quad /4.15/$$

Zatem:

$$\nabla^2 \underline{H}_1 = -\frac{\pi^2}{\tau^2} \underline{H}_1 + p_1^2 \underline{H}_1 \quad /4.16/$$

Różniczkując \underline{H}_1 według /4.11/ w funkcji czasu otrzymamy:

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t^2} (H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \cdot e^{p_1 y}) = -\omega^2 \underline{H}_1 \quad /4.17/$$

Po podstawieniu zależności /4.16/ i /4.17/ do równania /4.11/ otrzymano równanie

$$p_1^2 - \frac{\pi^2}{\tau^2} - \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = 0 \quad /4.18/$$

z którego wyznaczono parametr p_1

Wobec tego, że $\epsilon_0 \mu_0 \ll (\frac{\pi}{\tau})^2$ można przyjąć

$$p_1 = \pm \frac{\pi}{\tau} \quad /4.19/$$

Równanie /4.12/ po uwzględnieniu /4.19/ przyjmuje postać

$$\underline{H}_1 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} [A_1 \cdot e^{-\frac{\pi}{\tau} y} + B_1 \cdot e^{\frac{\pi}{\tau} y}] \quad /4.20/$$

Wartość wektora natężenia pola elektrycznego \underline{E}_1 wyznaczono

z równania /4.3/, przy czym rotacja wektora \underline{E}_1 jest równa:

$$\text{rot } \underline{E}_1 = \mathbf{1}_x \left(\frac{\partial E_{1z}}{\partial y} - \frac{\partial E_{1y}}{\partial z} \right) + \mathbf{1}_y \left(\frac{\partial E_{1x}}{\partial z} - \frac{\partial E_{1z}}{\partial x} \right) + \mathbf{1}_z \left(\frac{\partial E_{1y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{1x}}{\partial y} \right) \quad /4.21/$$

Pole elektryczne jest płaskie skierowane w kierunku osi z

więc:

$$E_{1x} = 0, \quad E_{1y} = 0, \quad \frac{\partial E_{1z}}{\partial x} = 0$$

Zachodzi jedynie

$$\text{rot } \underline{E}_1 = \left(\frac{\partial E_1}{\partial y} \right) \mathbf{1}_x \quad /4.22/$$

Korzystając z /4.20/ obliczono:

$$\frac{\partial H_1}{\partial t} = j\omega H_1 \quad /4.23/$$

Podstawiając wyrażenia /4.22/ i /4.23/ do równania /4.3/

otrzymano:

$$\frac{\partial E_1}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_1 \quad /4.24/$$

Całkując po współrzędnej y równanie /4.24/

$$\frac{\partial E_1}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_m e^{j(\omega t - \frac{\pi}{c}x)} \left[A_1 e^{-\frac{\pi}{c}y} + B_1 e^{+\frac{\pi}{c}y} \right] \quad /4.25/$$

otrzymano:

$$\underline{E}_1 = j\omega\mu_0 H_m e^{j(\omega t - \frac{\pi}{c}x)} \cdot \frac{c}{\pi} \left[A_1 e^{-\frac{\pi}{c}y} - B_1 e^{\frac{\pi}{c}y} \right] \quad /4.26/$$

Z uwagi na zanikanie fali przyjęto $B_1 = 0$

zatem:

$$\underline{H}_1 = H_m e^{j(\omega t - \frac{\pi}{c}x)} \cdot A_1 \cdot e^{-\frac{\pi}{c}y} \quad /4.27/$$

$$\underline{E}_1 = j\omega\mu_0 \frac{\tau}{\sigma} \cdot H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\sigma}{\tau} x)} \cdot A_1 \cdot e^{-\frac{\sigma}{\tau} y} \quad /4.28/$$

Stałą A_1 wyznaczono z warunku

dla $y = 0$

$$\underline{H}_1 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\sigma}{\tau} x)} = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\sigma}{\tau} x)} \cdot A_1 \quad /4.29/$$

więc $A_1 = 1$

Wobec tego

$$\underline{H}_1 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\sigma}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\sigma}{\tau} y} \quad /4.30/$$

$$\underline{E}_1 = j\omega\mu_0 \frac{\tau}{\sigma} H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\sigma}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\sigma}{\tau} y} \quad /4.31/$$

4.2. Pole elektromagnetyczne w warstwie przewodzącej i w powietrzu

Końcowy wynik przeprowadzonych w punkcie 4.1 obliczeń pozwala przyjąć następującą wartość natężenia pola magnetycznego na powierzchni płynnego metalu /od strony mieszadła/, zależność /4.30/ dla $y = \delta$

$$\underline{H}_0 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\sigma}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\sigma}{\tau} \delta} \quad /4.32/$$

Obliczenia przeprowadzono korzystając z równań Maxwella

$$\text{rot } \underline{H}_2 = \delta_2 \underline{E}_2 \quad /4.33/$$

$$\text{rot } \underline{E}_2 = -\mu_0 \mu_2 \frac{\partial \underline{H}_2}{\partial t} \quad /4.34/$$

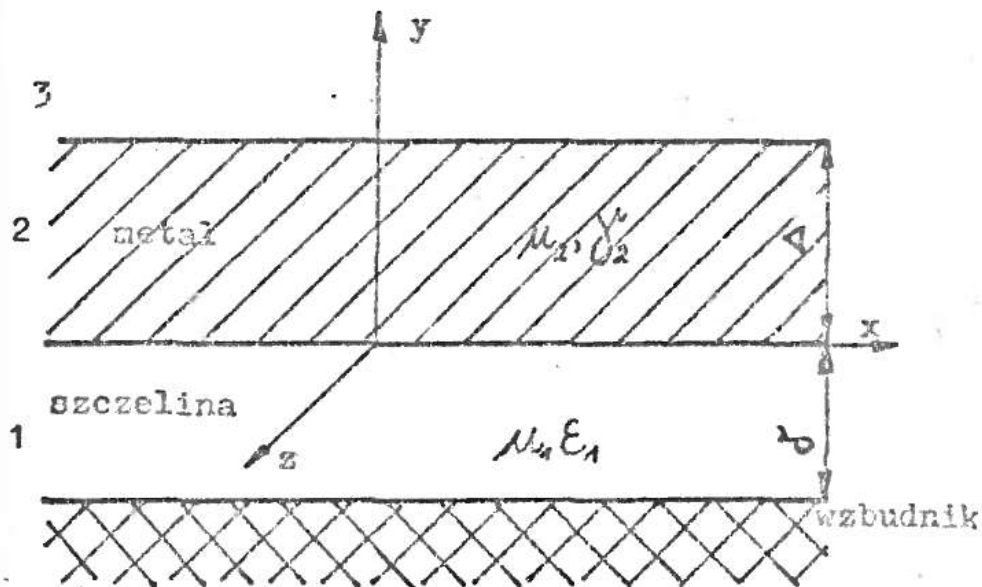
$$\operatorname{div} \underline{H}_1 = 0$$

/4.35/

$$\operatorname{div} \underline{E}_2 = 0$$

/4.36/

Indeks /2/ odnosi się do wielkości i parametrów płynnego metalu.



Rys. 4.5. Model obliczeniowy

Dokonując przekształceń

$$\operatorname{rot} \underline{E}_2 = \frac{1}{\gamma_2} \operatorname{rot} (\operatorname{rot} \underline{H}_2) = -\mu_0 \mu_2 \frac{\partial \underline{H}_2}{\partial t}$$

/4.37/

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \underline{H}_2) = -\nabla^2 \underline{H}_2$$

/4.38/

otrzymano równanie

$$\nabla^2 \underline{H}_2 = \gamma_2 \cdot \mu_0 \mu_2 \frac{\partial \underline{H}_2}{\partial t}$$

/4.39/

Dla warstwy płynnego metalu, którego temperatura przekracza temperaturę punktu Curie przenikalność magnetyczna względna jest równa $\mu_1 = 1$.

Korzystając z zależności /4.32/ założono rozwiązanie równania /4.39/ w postaci:

$$\underline{H}_2 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\gamma}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\gamma}}{\tau} \sigma} \cdot e^{p_2 y} \quad /4.40/$$

Podobnie jak przy obliczeniach w szczelinie laplasjan natężenia pola magnetycznego przedstawiono w układzie współrzędnych prostokątnych

$$\nabla^2 \underline{H}_2 = \frac{\partial^2 \underline{H}_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{H}_2}{\partial y^2} \quad /4.41/$$

gdzie:

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\gamma}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\gamma}}{\tau} \sigma} \cdot e^{p_2 y} \right) = -\frac{\tilde{\gamma}^2}{\tau^2} \underline{H}_2 \quad /4.42/$$

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\gamma}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\gamma}}{\tau} \sigma} \cdot e^{p_2 y} \right) = p_2^2 \underline{H}_2 \quad /4.43/$$

zatem:

$$\nabla^2 \underline{H}_2 = -\frac{\tilde{\gamma}^2}{\tau^2} \underline{H}_2 + p_2^2 \underline{H}_2 \quad /4.44/$$

Różniczkując \underline{H}_2 po czasie

$$\frac{\partial \underline{H}_2}{\partial t} = j\omega \underline{H}_2 \quad /4.45/$$

Po podstawieniu zależności /4.44/ i /4.45/ do równania /4.39/ otrzymano równanie

$$p_2^2 - \frac{\tilde{\gamma}^2}{\tau^2} = j\omega \tilde{\gamma}_2 \mu_0 \quad /4.46/$$

z którego wyznaczono parametr p_2

$$p_2 = \pm \sqrt{\frac{\tilde{\pi}^2}{\tau^2} + j\omega\gamma_2\mu_0} \quad /4.47/$$

Z zależności /4.47/ po wprowadzeniu do niej występujących w stosowanych konstrukcjach wartości $\tilde{\tau}$ oraz głębokości wnikania pola w metalu

$$\delta_c = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma_2\mu_0}} \quad /4.48/$$

otrzymano:

$$p_2 = \pm \frac{1+j}{\delta_c} \quad \text{patrz załącznik nr 1} \quad /4.49/$$

Zależność /4.40/ ma postać:

$$\underline{H}_2 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau}x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau}\delta} \left[\underline{A}_2 e^{-\frac{1+j}{\delta_c}y} + \underline{B}_2 e^{\frac{1+j}{\delta_c}y} \right] \quad /4.50/$$

Natężenie pola elektrycznego \underline{E}_2 wyznaczono z równania /4.34/.

Rotacja wektora \underline{E}_2 jest równa:

$$\text{rot } \underline{E}_2 = \left(\frac{\partial E_1}{\partial y} \right) \cdot \underline{1}_x \quad /4.51/$$

Korzystając z /4.50/ obliczono:

$$\frac{\partial \underline{H}_2}{\partial t} = j\omega \underline{H}_2 \quad /4.52/$$

Podstawiając wyrażenia /4.51/ i /4.52/ do równania /4.34/

otrzymano:

$$\frac{\partial \underline{E}_2}{\partial y} = -j\omega\mu_0 \underline{H}_2 \quad /4.53/$$

Całkując po współrzędnej y równanie /4.53/ otrzymano:

$$\underline{E}_2 = \frac{1}{\gamma_2} \cdot H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau}x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau}\delta} \frac{(1+j)}{\delta_c} \left[\underline{A}_2 e^{-\frac{1+j}{\delta_c}y} - \underline{B}_2 e^{\frac{1+j}{\delta_c}y} \right] \quad /4.54/$$

Równania Maxwella dla obszaru nad mieszanym metalem

mają postać:

$$\text{rot } \underline{H}_3 = \epsilon_0 \epsilon_3 \frac{\partial \underline{E}_3}{\partial t} \quad /4.55/$$

$$\text{rot } \underline{E}_3 = -\mu_0 \mu_3 \frac{\partial \underline{H}_3}{\partial t} \quad /4.56/$$

dla powietrza $\epsilon_3 = 1, \mu_3 = 1$

Przewidzianym rozwiązaniem podanego układu równań jest

funkcja

$$\underline{H}_3 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} \sigma} \cdot e^{\rho_3 y'} \quad y' = y - \Delta \quad /4.57/$$

Po dokonaniu przekształceń analogicznych jak we wcześniejszych obliczeniach parametr ρ_3 wyznaczono z równania

$$\rho_3^2 - \frac{\tilde{\pi}^2}{\tau^2} = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \quad /4.58/$$

$$\text{ponieważ } \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \ll \frac{\tilde{\pi}^2}{\tau^2}$$

można przyjąć, że parametr ρ_3 jest równy

$$\rho_3 = \pm \frac{\tilde{\pi}}{\tau} \quad /4.59/$$

Zależność /4.57/ przedstawiono jako

$$\underline{H}_3 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} \sigma} \left[\underline{A}_3 e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} y'} + \underline{B}_3 e^{\frac{\tilde{\pi}}{\tau} y'} \right] \quad /4.60/$$

Ze względu na zanikanie fali w miarę wzrostu y stała $B_3 = 0$ więc wyrażenie /4.60/ przyjmie postać:

$$\underline{H}_3 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} \sigma} \cdot A_3 \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} y'} \quad /4.61/$$

Natężenie pola elektrycznego wyznaczono z równania /4.55/.

Rotację wektora \underline{H}_3 określa zależność:

$$\text{rot } \underline{H}_3 = \left(\frac{\partial H_3}{\partial y} \right) \underline{1}_z \quad /4.62/$$

Po zróżniczkowaniu zależności /4.61/ otrzymano:

$$\text{rot } \underline{H}_3 = \left(\frac{\tilde{\pi}}{\tau} H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} \delta} \cdot \underline{A}_3 e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} y'} \right) \underline{1}_z \quad /4.63/$$

Natężenie pola elektrycznego \underline{E}_3 zmienia się sinusoidalnie w funkcji czasu, więc:

$$\frac{\partial \underline{E}_3}{\partial t} = j\omega \underline{E}_3 \quad /4.64/$$

Uwzględniając /4.63/ i /4.64/ w równaniu /4.55/ otrzymano:

$$\underline{E}_3 = \frac{\tilde{\pi}}{j\omega \epsilon_0 \tau} H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} \delta} \cdot \underline{A}_3 \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} y'} \quad /4.65/$$

Stałe \underline{A}_1 i \underline{B}_2 określono z warunków granicznych:

dla $y = 0$

$$\underline{H}_0 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} \delta} = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} \delta} \left[\underline{A}_1 + \underline{B}_2 \right] \quad /4.66/$$

Zachodzi więc $\underline{A}_1 + \underline{B}_2 = 1$

dla $y = \Delta, y' = 0$

$$\underline{H}_{2\Delta} = \underline{H}_{3\Delta}$$

$$H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} \delta} \left[\underline{A}_2 \cdot e^{-\frac{1+j}{\sigma c} \Delta} + \underline{B}_2 \cdot e^{\frac{1+j}{\sigma c} \Delta} \right] = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\pi}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} \delta} \underline{A}_3 \cdot e^{-\frac{\tilde{\pi}}{\tau} \Delta}$$

/4.67/

$$\underline{E}_{2\Delta} = \underline{E}_{3\Delta}$$

$$\frac{1}{\gamma_2} \cdot H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\Gamma}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\Gamma}}{\tau} \sigma} \frac{(1+j)}{\sigma_c} \left[\underline{A}_2 e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} - \underline{B}_2 e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} \right] =$$

/4.68/

$$= \frac{\tilde{\Gamma}}{j\omega \cdot \epsilon_0 \tau} \cdot H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\Gamma}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\Gamma}}{\tau} \sigma} \underline{A}_3 \cdot e^{-\frac{\tilde{\Gamma}}{\tau} \Delta}$$

Po odjęciu stronami wyrażeń /4.67/ i /4.68/ otrzymano:

$$\underline{A}_2 \left[1 - \frac{j \cdot (1+j) \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \tau}{\gamma_2 \cdot \sigma_c \cdot \tilde{\Gamma}} \right] \cdot e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} + \underline{B}_2 \left[1 + \frac{j \cdot (1+j) \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \tau}{\gamma_2 \cdot \sigma_c \cdot \tilde{\Gamma}} \right] \cdot e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} = 0 \quad /4.69/$$

Przy stałych materiałowych

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{F}{m}$$

$$\gamma_2 = 0,73 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$$

wyrażenie $\frac{j(1+j) \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \tau}{\gamma_2 \cdot \sigma_c \cdot \tilde{\Gamma}} \ll 1$

Dlatego zależność /4.69/ można zapisać w postaci:

$$\underline{A}_2 \cdot e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} + \underline{B}_2 \cdot e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} = 0 \quad /4.70/$$

Związki /4.66/ i /4.70/ wyznaczają stałe

$$\underline{A}_2 = - \frac{e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}}{e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} - e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}} \quad /4.71/$$

$$\underline{B}_2 = \frac{e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}}{e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} - e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}} \quad /4.72/$$

Rozkład pola elektromagnetycznego w płynnym metalu opisują więc następujące zależności:

/4.73/

$$\underline{H}_2 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\pi}{\tau} y} \left[\frac{e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}}{e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} - e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}} \cdot e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} y} - \frac{e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}}{e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} - e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}} \cdot e^{\frac{1+j}{\sigma_c} y} \right]$$

/4.74/

$$\underline{E}_2 = \frac{1}{\gamma_2} \cdot H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\pi}{\tau} y} \frac{(1+j)}{\sigma_c} \left[\frac{e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}}{e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} - e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}} \cdot e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} y} + \frac{e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}}{e^{\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta} - e^{-\frac{1+j}{\sigma_c} \Delta}} \cdot e^{\frac{1+j}{\sigma_c} y} \right]$$

Uzyskane zależności będą wykorzystane przy obliczaniu mocy mieszadła.

5. WYZNACZANIE GĘSTOŚCI MOCY I ROZKŁADU SIŁ ELEKTRODYNAMICZNYCH.

5.1. Moc pobierana przez wsad.

Obliczenia będą przeprowadzone przy założeniu, że głębokość wnikania δ_c równa jest głębokości mieszanego metalu Δ , co zachodzi dla częstotliwości przy których pracują mieszadła indukcyjne.

Moc przekazywana z 1m^2 powierzchni wzbudnika w kierunku mieszanej cieczy określa składowa wektora Poytinga

$$\underline{S}_1 = (\underline{E}_1 \cdot \underline{H}_1^*) \quad /5.1/$$

gdzie wartości \underline{H}^* /wartość zespolona sprzężona z \underline{H} / i \underline{E} są wartościami maksymalnymi.

Korzystając z zależności /4.30/ i /4.31/ wyznaczono:

$$\underline{S}_1 = j \frac{1}{2} \mu_0 \omega \frac{\tilde{\zeta}}{\pi} \cdot H_m^2 \quad /5.2/$$

Otrzymany wynik wskazuje, że występuje tylko moc bierna a więc:

$$Q_1 = \frac{1}{2} \mu_0 \omega \frac{\tilde{\zeta}}{\pi} \cdot H_m^2 \quad /5.3/$$

Wzór powyższy wyznacza moc bierną przypadającą na 1m^2 powierzchni wzbudnika, związaną z wytworzeniem pola elektromagnetycznego w warstwie izolacji o tej samej powierzchni.

Moc przekazywaną przez mieszadło do warstwy metalicznej wyznacza składowa wektora Poytinga

$$\underline{S}_2 = \frac{1}{2} (\underline{E}_2 \cdot \underline{H}_2^*) \quad /5.4/$$

Po uwzględnieniu zależności /4.73/ i /4.74/ oraz przeprowadzonych w załączniku nr 2 obliczeń otrzymano:

$$S_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma_2} \cdot e^{-\frac{2\pi}{\tau} \sigma} \cdot H_m^2 \frac{1}{\Delta} \frac{[\sinh 2(1-\frac{y}{\Delta}) + \sin 2(1-\frac{y}{\Delta})]}{\cosh 2 - \cos 2} +$$

$$+ j \frac{1}{\Delta} \frac{[\sinh 2(1-\frac{y}{\Delta}) - \sin 2(1-\frac{y}{\Delta})]}{\cosh 2 - \cos 2} \quad /5.5/$$

Składnik pierwszy występujący w zależności /5.5/ oznacza moc czynną

$$P_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma_2} \cdot e^{-\frac{2\pi}{\tau} \sigma} \cdot H_m^2 \frac{1}{\Delta} \frac{[\sinh 2(1-\frac{y}{\Delta}) + \sin 2(1-\frac{y}{\Delta})]}{\cosh 2 - \cos 2} \quad /5.6/$$

natomiast składnik drugi moc bierną

$$Q_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma_2} \cdot e^{-\frac{2\pi}{\tau} \sigma} \cdot H_m^2 \frac{1}{\Delta} \frac{[\sinh 2(1-\frac{y}{\Delta}) - \sin 2(1-\frac{y}{\Delta})]}{\cosh 2 - \cos 2} \quad /5.7/$$

Przyjęto, że liczba zwojów przypadających na 1 cm długości mieszadła wynosi z_{11}

Przy natężeniu prądu wzbudnika I_1 liczba amperozwojów przypadająca na 1 cm jego długości wynosi więc:

$$I_{11} = I_1 \cdot z_{11} \quad /5.8/$$

Natężenie pola magnetycznego na powierzchni mieszadła wynosi

$$H_m = \sqrt{2} I_{11}$$

Wartość natężenia pola magnetycznego dla rzeczywistych parametrów danego układu będzie wyznaczona po rozwiązaniu w rozdziale 6 równania Naviera - Stokesa.

5.2. Obliczenia siły elektrodynamicznej

Objętościową siłę elektrodynamiczną wyznaczono z zależności:

$$\underline{F} = [\underline{J}_2 \times \underline{B}_2] \quad /5.9/$$

gdzie:

\underline{J}_2 - wektor gęstości prądu

\underline{B}_2 - wektor indukcji magnetycznej

Przedstawiając iloczyn wektorowy /5.9/ we współrzędnych prostokątnych otrzymano:

$$\underline{F} = \mu_0 \operatorname{Re} \left[(\underline{J}_{2y} \cdot \underline{H}_{2z} - \underline{J}_{2z} \cdot \underline{H}_{2y}) \underline{1}_x + (\underline{J}_{2z} \cdot \underline{H}_{2x} - \underline{J}_{2x} \cdot \underline{H}_{2z}) \underline{1}_y + (\underline{J}_{2x} \cdot \underline{H}_{2y} - \underline{J}_{2y} \cdot \underline{H}_{2x}) \underline{1}_z \right] \quad /5.10/$$

wobec tego, że:

$$\underline{J}_y = \underline{J}_x = 0 \quad i \quad \underline{H}_{2z} = 0$$

zależność /5.10/ przyjmie postać

$$\underline{F} = \mu_0 \operatorname{Re} \left[-\underline{J}_{2z} \cdot \underline{H}_{2y} \underline{1}_x + \underline{J}_{2z} \cdot \underline{H}_{2x} \underline{1}_y \right] \quad /5.11/$$

W analizowanym przypadku objętościowa siła elektrodynamiczna posiada dwie składowe:

$$\underline{F} = \underline{F}_x \underline{1}_x + \underline{F}_y \underline{1}_y \quad /5.12/$$

Przy obliczeniach siły elektrodynamicznej skorzystano z zależności /4,73/ i /4,74/, jednak z uproszczeniem, że dla $y > \delta_c$ fala magnetyczna praktycznie zanika.

Zachodzi wtedy $B_2 = 0$ i zgodnie z /4,66/ $A_2 = 1$

Wyrażenia /4,73/ i /4,74/ przyjmą postać:

$$\underline{H}_2 = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\omega}}{\tau} y} \cdot e^{-\frac{1+j}{\delta_c} y} = \tag{5.13/}$$

$$H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{\tau} x - \frac{y}{\delta_c})} \cdot e^{-\left(\frac{\tilde{\omega}}{\tau} y + \frac{y}{\delta_c}\right)}$$

$$\underline{E}_2 = \frac{1}{\delta_2} \cdot H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{\tau} x)} \cdot \frac{1+j}{\delta_c} \cdot e^{-\frac{1+j}{\delta_c} y} = \tag{5.14/}$$

$$= \frac{1}{\delta_2} \cdot H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{\tau} x - \frac{y}{\delta_c})} \cdot \frac{1+j}{\delta_c} \cdot e^{-\left(\frac{\tilde{\omega}}{\tau} y + \frac{y}{\delta_c}\right)}$$

wtedy natężenie pola magnetycznego \underline{H}_2 można przedstawić jako sumę składowych:

$$\underline{H}_{2x} = H_m \cdot e^{-\left(\frac{\tilde{\omega}}{\tau} y + \frac{y}{\delta_c}\right)} \cos\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{\tau} x - \frac{y}{\delta_c}\right) \tag{5.15/}$$

$$\underline{H}_{2y} = H_m \cdot e^{-\left(\frac{\tilde{\omega}}{\tau} y + \frac{y}{\delta_c}\right)} \sin\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{\tau} x - \frac{y}{\delta_c}\right) \tag{5.16/}$$

Jeśli uwzględni się, że:

$$\underline{J}_2 = \delta \underline{E}_2 \tag{5.17/}$$

Korzystając z zależności /5,11/ wyznaczono składowe siły:

składową poziomą

$$\begin{aligned}
 F_x &= \operatorname{Re} \left\{ \mu_0 \cdot H_m^2 e^{-2\left(\frac{\tilde{\omega}}{c} \delta + \frac{y}{\delta_c}\right)} \left[\cos\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{c} x - \frac{y}{\delta_c}\right) + \right. \right. \\
 &+ \left. \left. j \sin\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{c} x - \frac{y}{\delta_c}\right) \right] \sin\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{c} x - \frac{y}{\delta_c}\right) \cdot \frac{1+j}{\delta_c} \right\} = \\
 &= \mu_0 \cdot H_m^2 \frac{1}{\delta_c} e^{-2\left(\frac{\tilde{\omega}}{c} \delta + \frac{y}{\delta_c}\right)} \left[\cos\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{c} x - \frac{1}{\delta_c} y\right) \cdot \right. \\
 &\cdot \left. \sin\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{c} x - \frac{1}{\delta_c} y\right) - \sin^2\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{c} x - \frac{1}{\delta_c} y\right) \right]
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

składnik

$$\mu_0 H_m^2 \frac{1}{\delta_c} e^{-2\left(\frac{\tilde{\omega}}{c} \delta + \frac{y}{\delta_c}\right)} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{c} x - \frac{1}{\delta_c} y\right) \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{c} x - \frac{1}{\delta_c} y\right) \tag{5.19}$$

jako pulsujący przy rozważaniach pominięto i otrzymano zależność:

$$F_x = -\mu_0 H_m^2 \frac{1}{\delta_c} e^{-2\left(\frac{\tilde{\omega}}{c} \delta + \frac{y}{\delta_c}\right)} \cdot \sin^2\left(\omega t - \frac{\tilde{\omega}}{c} x - \frac{1}{\delta_c} y\right) \tag{5.20}$$

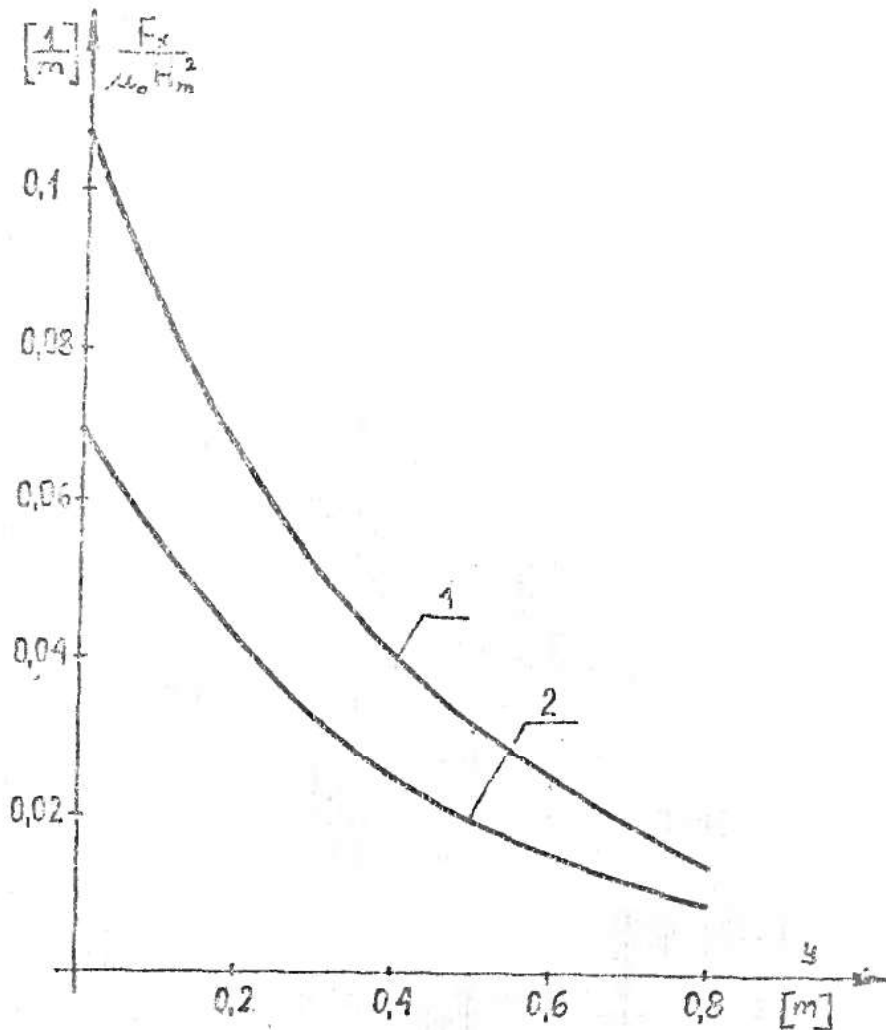
Po uśrednieniu po okresie otrzymano:

$$F_x = -\frac{1}{2} \mu_0 H_m^2 \cdot \frac{1}{\delta_c} \cdot e^{-2\left(\frac{\tilde{\omega}}{c} \delta + \frac{y}{\delta_c}\right)} \tag{5.21}$$

Podobnie wyznaczono składową pionową siły elektrodynamicznej otrzymując zależność:

$$F_y = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot H_m^2 \cdot \frac{1}{\delta_c} \cdot e^{-2\left(\frac{\tilde{\omega}}{c} \delta + \frac{y}{\delta_c}\right)} \tag{5.22}$$

Z otrzymanych wzorów widać, że składowe siły zmieniają się w kierunku osi y według funkcji wykładniczej. Przebiegi funkcji $F_x = f/y/$ dla różnych długości mieszadka $2\tilde{\tau}$ i grubości ceramiki δ przedstawiono na rysunkach 5.1 i 5.2

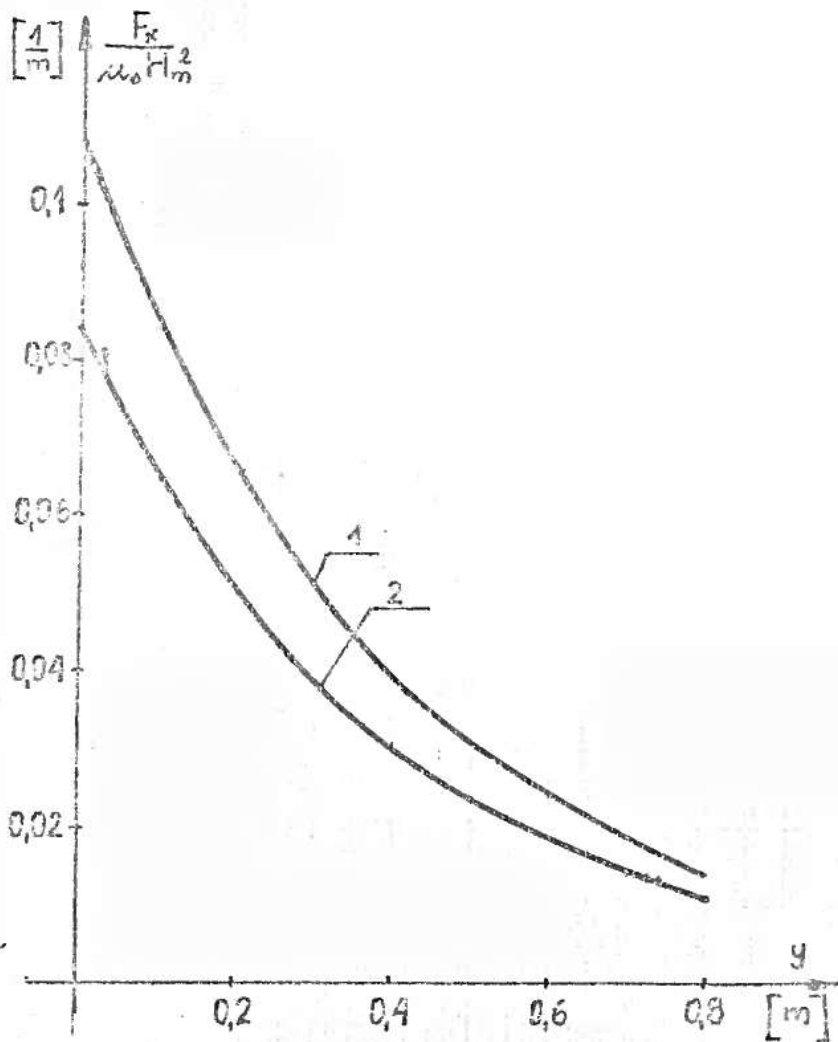


Rys. 5.1. Rozkład składowej siły elektrodynamicznej

w kierunku osi y dla $\Delta = 0,8\text{m}$, $\delta = 0,7\text{m}$

1- $\tilde{\tau} = 2,5\text{m}$

2- $\tilde{\tau} = 2\text{m}$



Rys. 5.2. Rozkład składowej siły elektrodynamicznej
w kierunku osi y dla $\Delta = 0,8\text{m}$, $2\tilde{T} = 5\text{ m}$
1- $\tilde{\sigma} = 0,7\text{m}$
2- $\tilde{\sigma} = 0,8\text{m}$

6. RÓWNANIE HYDRODYNAMICZNE RUCHU

Szczegółowa analiza mieszadeł do ciekłych metali wymaga rozpatrzenia oprócz zagadnień elektromagnetycznych również zagadnień hydrodynamicznych. Celem obliczeń hydrodynamicznych jest określenie związku między współczynnikiem lepkości dynamicznej η i gęstością mieszanego metalu ρ , a okładem prądowym wzbudnika.

Ogólne równanie hydrodynamiczne opisujące ruch płynu wynikający z sił składowych działających w kierunku osi x ma postać:

$$\frac{\partial W_x}{\partial t} + W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_c}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 W_x - F_x \quad /6.1/$$

gdzie:

W_x, W_y, W_z - prędkości metalu w kierunkach osi x, y, z

p_c - ciśnienie cieczy

F_x - siła elektrodynamiczna

ρ - gęstość metalu

η - współczynnik dynamicznej lepkości

Problem przepływu płynu jest zagadnieniem ogromnie złożonym i z tego względu będziemy zmuszeni do wprowadzenia odpowiednich uproszczeń:

Przy wyznaczaniu rozkładu prędkości zaniedbano wpływ pola elektrod pieca łukowego. Wg [8] ruch metali pod wpływem tego pola odbywa się tylko w kierunku pionowym, ze względu jednak na to, że piece są zasilane napięciem o częstotliwości 50 Hz oddziaływanie zachodzi tylko na małej głębokości.

W obliczeniach uwzględniono tylko ruch w kierunku poziomym (x) pomijając wpływ składowej pionowej siły elektrodynamicznej. Słuszność tego założenia zostanie potwierdzona w dalszych rozważaniach.

Przyjęto laminarny charakter ruchu ciekłego metalu. W rzeczywistości liczba Reynoldsa Re dla płynnej stali przekracza wartość krytyczną $Re = 2300$. Jednocześnie w [61] stwierdzono, że magnetyczne pole stabilizuje ruch płynnego metalu, wyrównując prędkość w centralnej części kadzi, wstrzymując przechodzenie przepływu laminarnego w turbulenty.

Obliczeń dokonano dla modelu pokazanego na rys. 4.1 przy założeniu, że na element objętościowy ∂V ciekłego metalu działają następujące siły zewnętrzne:

$$(\partial F)_x = N_1 \cdot e^{-ky} \partial V - \text{siła elektrodynamiczna} \quad /6.2/$$

gdzie:

$$N_1 = \frac{1}{2} \mu_0 H_m^2 \cdot \frac{1}{d_c} \cdot e^{-\frac{2\sqrt{J}}{r} y} \quad k = \frac{1}{d_c} \quad /6.3/$$

oraz:

$$(\partial F)_\eta = \eta \cdot \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} \partial V - \text{siła lepkości} \quad /6.4/$$

Wszystkie działające w kierunku x siły zewnętrzne tworzą wypadkową, która wywołuje pewne przyspieszenie ruchu $\frac{\partial W_x}{\partial t}$ rozpatrywanej masy płynu $\int \partial V$. Bilans sił działających na element płynu daje równanie ruchu:

$$\eta \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} - N_1 e^{-ky} - \int \frac{\partial W_x}{\partial t} = 0 \quad /6.5/$$

dzieląc przez η

otrzymano:

$$\frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} - N \cdot e^{-ky} - M \frac{\partial W_x}{\partial t} = 0 \quad /6.6/$$

gdzie:

$$N = \frac{N_1}{\eta} \quad /6.7/$$

$$M = \frac{\rho}{\eta} \quad /6.8/$$

Równanie /6.5/ zostało rozwiązane przy pomocy dwukrotnego przekształcenia Laplace'a przy przyjętych warunkach brzegowych:

$$W_x(0, t) = W_0$$

$$W_x(\infty, t) = 0$$

i warunku początkowym

$$W_x(y, 0) = 0$$

Po przekształceniu

$$\mathcal{L}_t [W_x(y, t)] = W(y, s)$$

otrzymano równanie

$$W''(y, s) - M \cdot s \cdot W(y, s) - N \frac{1}{s} e^{-ky} = 0 \quad /6.9/$$

$$W(0, s) = \frac{W_0}{s}$$

Następnie po drugim przekształceniu

$$\mathcal{L}_y [W(y,s)] = \phi(p,s)$$

$$p^2 \phi(p,s) - pW(0,s) - W'(0,s) - M \cdot s \cdot \phi(p,s) - \frac{N}{s} \frac{1}{p+k} = 0 \quad /6.10/$$

$$\phi(p,s) = \frac{pW(0,s)}{p^2 - Ms} + \frac{W'(0,s)}{p^2 - Ms} + \frac{N}{s(p+k)(p^2 - Ms)}$$

oryginały poszczególnych składników funkcji $\phi(p,s)$ wynoszą:

$$\frac{p}{p^2 - Ms} = \frac{p}{p^2 - [\sqrt{Ms}]^2}$$

oryginał $\cosh \sqrt{Ms} y = \frac{1}{2} \left(e^{\sqrt{Ms} y} + e^{-\sqrt{Ms} y} \right)$

$$\frac{1}{p^2 - Ms} = \frac{1}{p^2 - [\sqrt{Ms}]^2}$$

oryginał $\frac{\sinh \sqrt{Ms} y}{\sqrt{Ms}} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^{\sqrt{Ms} y} - e^{-\sqrt{Ms} y}}{\sqrt{Ms}} \right)$

$$\frac{1}{(p+k)(p^2 - Ms)} = \frac{1}{(p+k)(p - \sqrt{Ms})(p + \sqrt{Ms})}$$

oryginał $\frac{e^{-ky}}{k^2 - Ms} + \frac{e^{\sqrt{Ms} y}}{2\sqrt{Ms}(k + \sqrt{Ms})} - \frac{e^{-\sqrt{Ms} y}}{2\sqrt{Ms}(k - \sqrt{Ms})}$

Wtedy funkcja $W(y,s)$ równa się:

$$W(y,s) = \frac{1}{2} \left[W(0,s) + \frac{W'(0,s)}{\sqrt{Ms}} \right] e^{\sqrt{Ms} y} + \frac{N}{2 \cdot s} \frac{e^{-\sqrt{Ms} y}}{\sqrt{Ms}(k + \sqrt{Ms})} + \quad /6.11/$$

$$+\frac{1}{2} \left[W(0,s) - \frac{W'(0,s)}{\sqrt{Ms'}} \right] e^{-\sqrt{Ms'}y} + \frac{N}{s} \frac{e^{-ky}}{(k^2 - Ms)} - \frac{N \cdot e^{-\sqrt{Ms'}y}}{2s\sqrt{Ms'}(k - \sqrt{Ms'})}$$

ponieważ dla $y \rightarrow \infty$ $W(y,s) \rightarrow 0$

zachodzi

$$\frac{1}{2} \frac{W'(0,s)}{\sqrt{Ms'}} + \frac{N}{2 \cdot s\sqrt{Ms'}(k + \sqrt{Ms'})} + \frac{1}{2} \frac{W'(0,s)}{\sqrt{Ms'}} = 0$$

pozwoili to wyznaczyć

$$\frac{1}{2} \frac{W'(0,s)}{\sqrt{Ms'}} = -\frac{1}{2} W(0,s) - \frac{N}{2 \cdot s\sqrt{Ms'}(k + \sqrt{Ms'})}$$

i zapisać zależność na $W(y,s)$ w postaci:

$$W(y,s) = \frac{W_0}{s} e^{-\sqrt{Ms'}y} - \frac{N}{s(k^2 - Ms)} e^{-\sqrt{Ms'}y} + \frac{N \cdot e^{-ky}}{s(k^2 - Ms)} \quad /6.12/$$

Szukając funkcji $W_y(y,t)$ jako oryginału funkcji $W(y,s)$ skorzystano ze wzorów:

$$\frac{W_0}{s} e^{-\sqrt{Ms'}y} \text{ oryginał } W_0 \operatorname{erfc} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M'}{t}} y$$

$$\frac{N}{k^2} \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s - \frac{k^2}{M}} \right] e^{-ky} \text{ oryginał } \frac{N}{k^2} \left[1 - e^{-\frac{k^2}{M}t} \right] e^{-ky}$$

$$\frac{N}{k^2} \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s - \frac{k^2}{M}} \right] e^{-\sqrt{Ms'}y}$$

oryginał

$$\frac{N}{k^2} \left[\operatorname{erfc} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M'}{t}} y - \frac{1}{2} e^{-\frac{k^2}{M}t} \left\{ e^{ky} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{M'}{t}} y + \sqrt{\frac{k^2}{M}t} \right) + e^{-ky} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{M'}{t}} y - \sqrt{\frac{k^2}{M}t} \right) \right\} \right]$$

Otrzymano zależność na prędkość ciekłego metalu, która wiąże parametry mieszadła z własnościami mieszanej substancji w postaci:

$$W_x(y,t) = \left(W_0 - \frac{N}{k^2}\right) \operatorname{erfc} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M}{t}} y + \frac{N}{k^2} \left[1 - e^{-\frac{k^2}{M}t}\right] e^{-k_y} + \frac{1}{2} \frac{N}{k^2} e^{-\frac{k^2}{M}t} \left\{ e^{k_y} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{M}{t}} y + \sqrt{\frac{k^2}{M}t} \right) + e^{-k_y} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{M}{t}} y - \sqrt{\frac{k^2}{M}t} \right) \right\} \quad /6.13/$$

6.1 Przebiegi prędkości dla różnych parametrów układu.

Na rysunkach 6.1 -6.6 przedstawiono przebiegi prędkości dla przyjętych parametrów: [10, 41, 61]

$$\zeta = 2\text{m}, 2,5\text{m}, 3,0\text{m}$$

$$\Delta = 0,5\text{m}, 0,6\text{m}, 0,8\text{m}, 1,0\text{m}$$

$$\delta = 0,7\text{m}$$

$$\rho = 7200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\gamma = 0,73 \cdot 10^6 \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

$$\eta = 4,7 \cdot 10^{-2} \text{Pa}\cdot\text{s}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}, \quad W_0 = 0$$

Ponieważ zgodnie z zależnością /6,13/ prędkość jest proporcjonalna do kwadratu natężenie pola Hm^2 przebiegi zostały podane w postaci

$$\frac{W_x}{Hm^2} = f(y) \quad \text{dla danego czasu}$$

Tablica 6.1. Obliczone względne wartości prędkości W_x , dla $\Delta = 0,5m$, $\zeta = 2,5m$

$y[m]$	$t = 30s, \delta = 0,7m$										
	0,005	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
	0,68	0,85	0,85	0,78	0,72	0,67	0,61	0,41	0,28	0,18	0,12
	$t = 30s, \delta = 0,8m$										
	0,53	0,66	0,66	0,61	0,56	0,52	0,48	0,32	0,21	0,14	0,1
	$t = 60s, \delta = 0,7m$										
	1,11	1,55	1,68	1,56	1,44	1,33	1,23	0,82	0,55	0,37	0,25
	$t = 60s, \delta = 0,8m$										
	0,86	1,21	1,31	1,22	1,12	1,04	0,96	0,64	0,43	0,29	0,19
	$t = 120s, \delta = 0,7m$										
	1,73	2,66	3,25	3,13	2,89	2,66	2,46	1,65	1,10	0,74	0,5
	$t = 180s, \delta = 0,7m$										
	2,20	3,55	4,66	4,68	4,33	4,0	3,68	2,47	1,66	1,11	0,74

$W_x \frac{H}{\Delta^2}$
 $\frac{m}{s^2}$
 $\times 10^{-10}$

Tablica 6.2. Obliczone względne wartości prędkości W_x , dla $\Delta = 0,8m$, $\bar{\tau} = 2,5m$

$t = 30s$, $\delta = 0,7m$

$y [m]$	0,005	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
	0,43	0,54	0,54	0,52	0,49	0,47	0,45	0,35	0,27	0,21	0,16	0,13	0,1	0,08

$t = 30s$, $\delta = 0,8m$

	0,33	0,42	0,42	0,40	0,38	0,36	0,35	0,27	0,21	0,16	0,13	0,1	0,08	0,06
--	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-----	------	------

$t = 60s$, $\delta = 0,7m$

	0,70	0,99	1,08	1,04	0,99	0,94	0,89	0,69	0,54	0,42	0,33	0,26	0,2	0,15
--	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-----	------

$t = 60s$, $\delta = 0,8m$

	0,55	0,77	0,84	0,81	0,77	0,73	0,69	0,54	0,42	0,33	0,25	0,2	0,15	0,12
--	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-----	------	------

$\frac{W_x}{H_{z_0}^2} \left[\frac{m}{s} \cdot \frac{A^2}{m^2} \times 10^{-10} \right]$

Tablica 6.3. Obliczone względne wartości prędkości W_x , dla $\Delta = 0,8m$, $\bar{\tau} = 2m$

$t = 30s$, $\delta = 0,7m$

y [m]	0,005	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
	0,28	0,35	0,35	0,33	0,32	0,30	0,29	0,22	0,17	0,14	0,11	0,08	0,06	0,05

$t = 30s$, $\delta = 0,8m$

W_x [$\frac{m}{s} \cdot \frac{m^2}{Az} \times 10^{-10}$]	0,20	0,25	0,26	0,24	0,23	0,22	0,21	0,16	0,13	0,1	0,08	0,06	0,05	0,04
--	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-----	------	------	------	------

$t = 60s$, $\delta = 0,7m$

W_x [$\frac{m}{s} \cdot \frac{m^2}{Az} \times 10^{-10}$]	0,45	0,63	0,69	0,67	0,63	0,60	0,57	0,45	0,35	0,27	0,21	0,16	0,13	0,1
--	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-----

$t = 60s$, $\delta = 0,8m$

W_x [$\frac{m}{s} \cdot \frac{m^2}{Az} \times 10^{-10}$]	0,33	0,46	0,51	0,49	0,46	0,44	0,42	0,33	0,25	0,20	0,15	0,12	0,09	0,07
--	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Tablica 6.4. Obliczone względne wartości prędkości W_x dla $\Delta = 0,6m$, $\tau = 2m$

		t = 30s, $\delta = 0,7m$											
		0,005	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$y [m]$		0,37	0,45	0,46	0,43	0,40	0,38	0,35	0,25	0,18	0,13	0,09	0,07
		t = 30s, $\delta = 0,8m$											
		0,27	0,33	0,34	0,31	0,29	0,27	0,26	0,18	0,13	0,09	0,07	0,05
		t = 60s, $\delta = 0,7m$											
		0,6	0,84	0,91	0,86	0,81	0,75	0,71	0,51	0,36	0,26	0,19	0,13
		t = 60s, $\delta = 0,8m$											
		0,44	0,61	0,67	0,63	0,59	0,55	0,51	0,39	0,26	0,19	0,14	0,1

$\frac{W_x}{H_{10}} \left[\frac{m}{m} \right]$
 $\frac{5}{A^2} \times 10^{-10}$

Tablica 6.5. Obliczone względne wartości prędkości W_x , dla $A = 1m$, $\tau = 3m$

$t = 30s$, $\delta = 0,7m$

$y [m]$	0,005	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\frac{W_x}{H_m^2}$	0,46	0,58	0,59	0,57	0,54	0,52	0,50	0,41	0,34	0,28	0,23	0,18	0,15	0,12	0,10	0,08

$t = 30s$, $\delta = 0,8m$

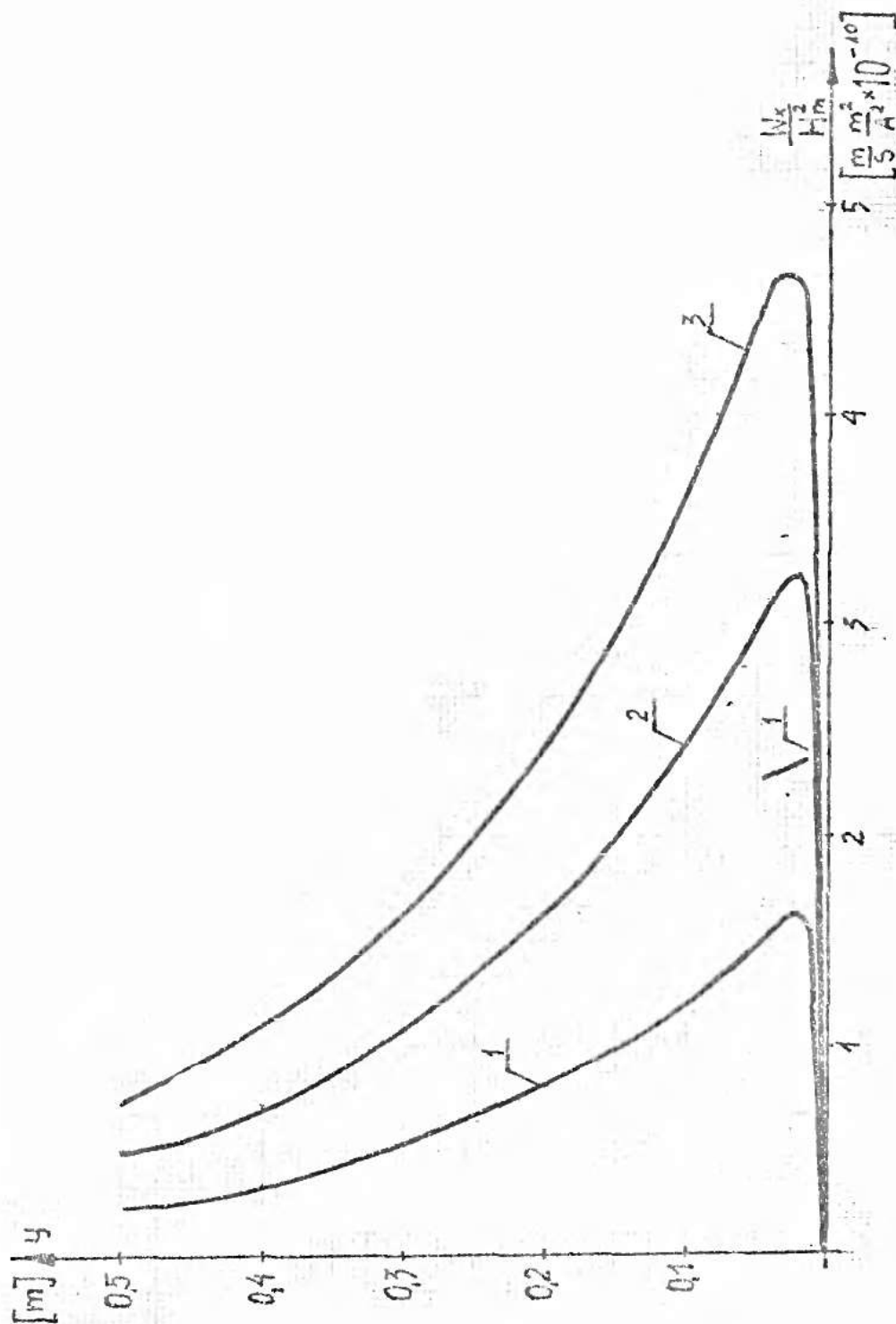
$\left[\frac{m \cdot m^2}{s \cdot A^2} \right]$	0,38	0,47	0,48	0,46	0,44	0,42	0,41	0,33	0,27	0,22	0,18	0,15	0,12	0,10	0,08	0,07
--	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

$t = 60s$, $\delta = 0,7m$

$\times 10^{-10}$	0,76	1,06	1,17	1,13	1,09	1,05	1,01	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,30	0,25	0,20	0,17
-------------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

$t = 60s$, $\delta = 0,8m$

	0,61	0,86	0,95	0,92	0,88	0,85	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37	0,3	0,25	0,2	0,16	0,13
--	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-----	------	-----	------	------



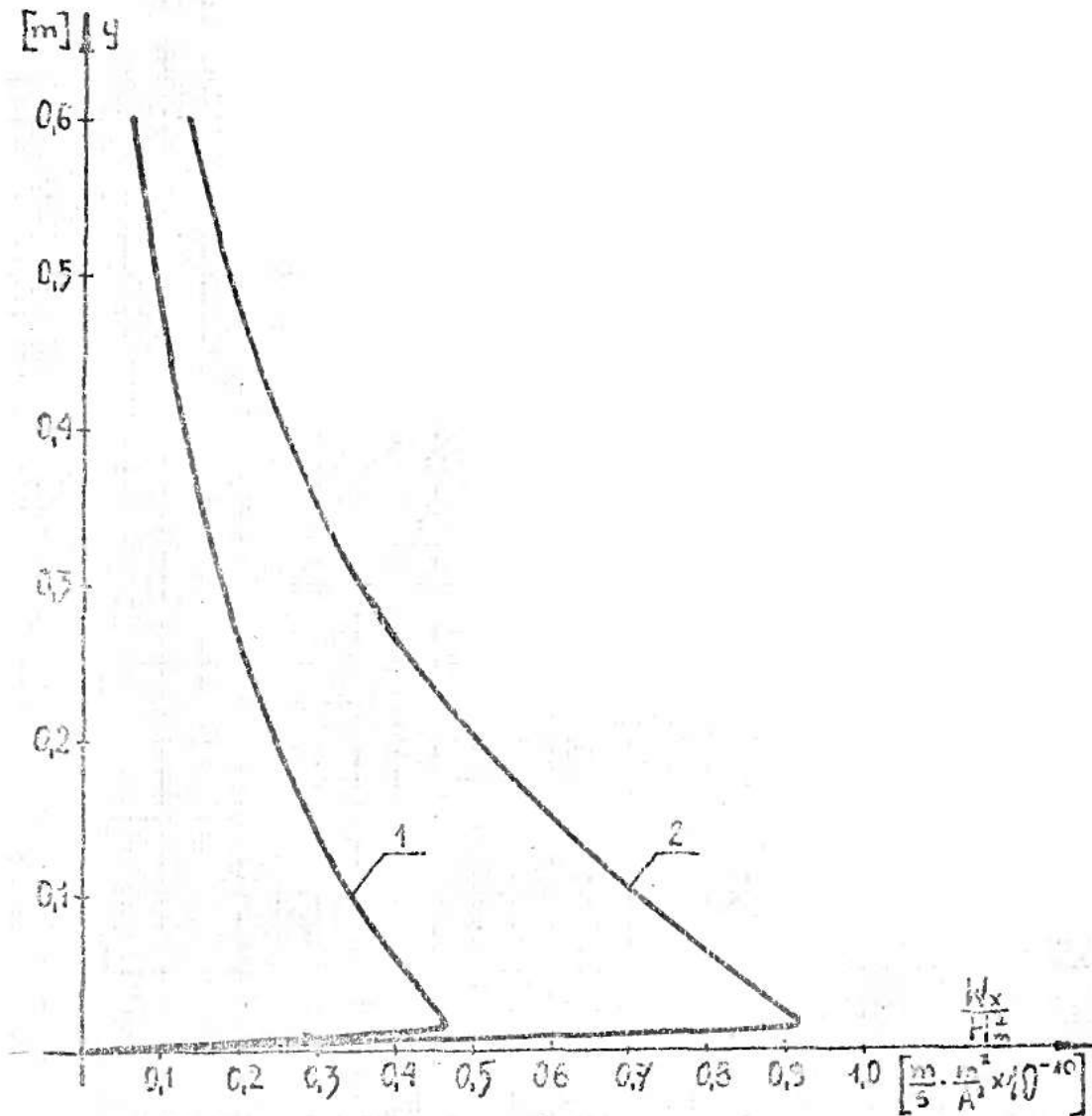
Rys. 6.1. Rozkład prędkości w kierunku osi y dla:

$$\Delta = 0,5m, \tilde{\tau} = 2,5m, \delta = 0,7m$$

1 - $t = 60s$

2 - $t = 120s$

3 - $t = 180s$

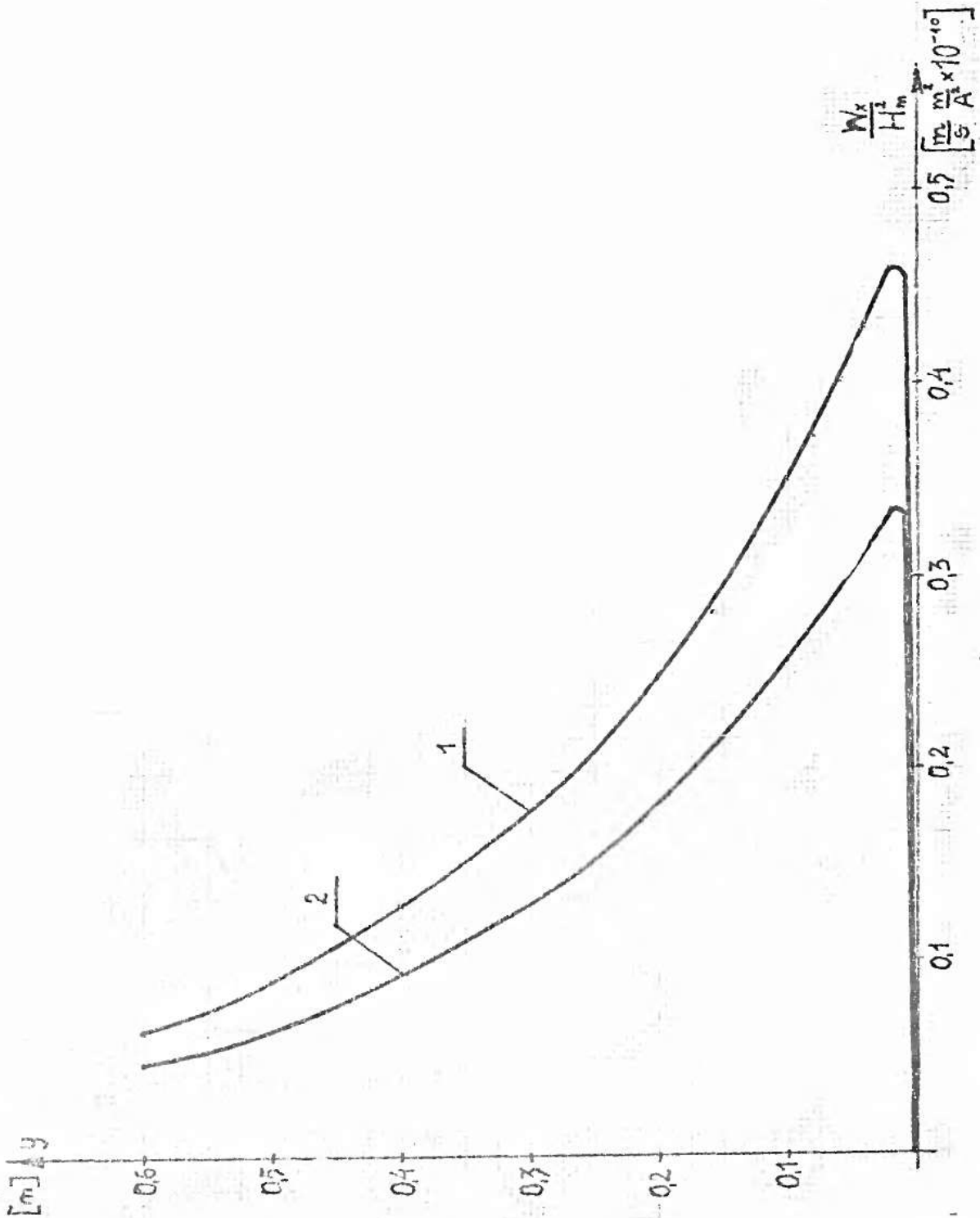


Rys. 6.2. Rozkład prędkości w kierunku osi y dla:

$$\Delta = 0,6\text{m}, \quad \bar{v} = 2\text{m}, \quad \delta = 0,7\text{m}$$

$$1 - t = 30\text{s}$$

$$2 - t = 60\text{s}$$

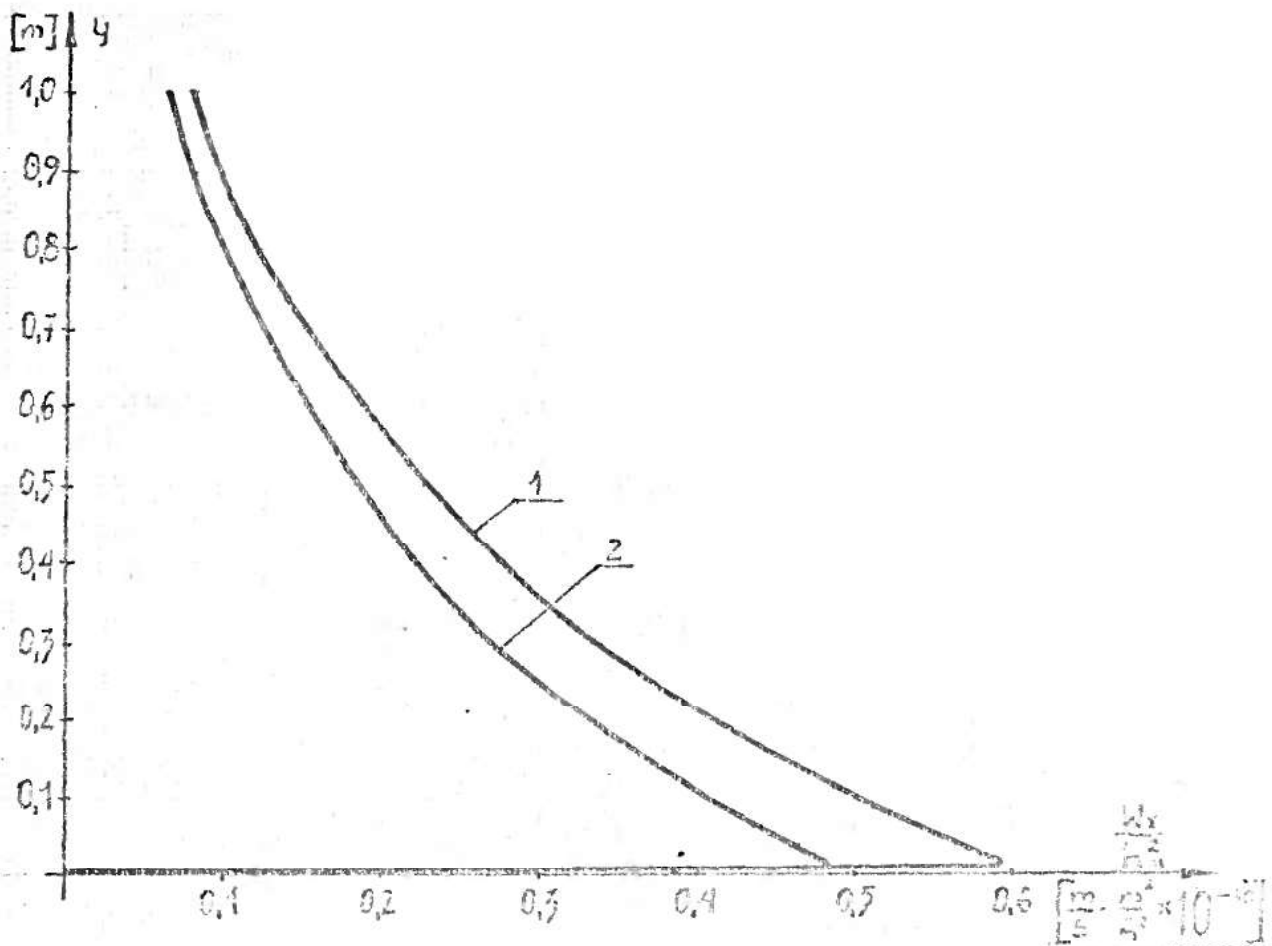


Rys. 6.3. Rozkład prędkości w kierunku osi y dla:

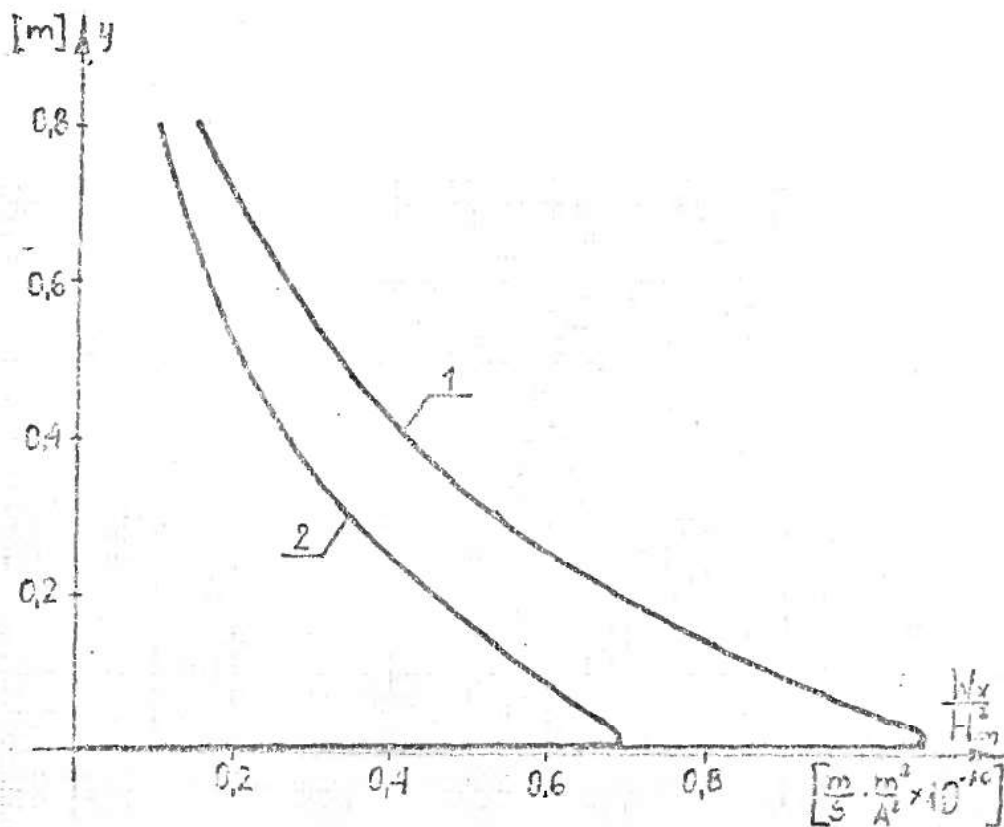
$$\Delta = 0,6m, \tau = 2m, t = 30s$$

$$1 - \delta = 0,7m$$

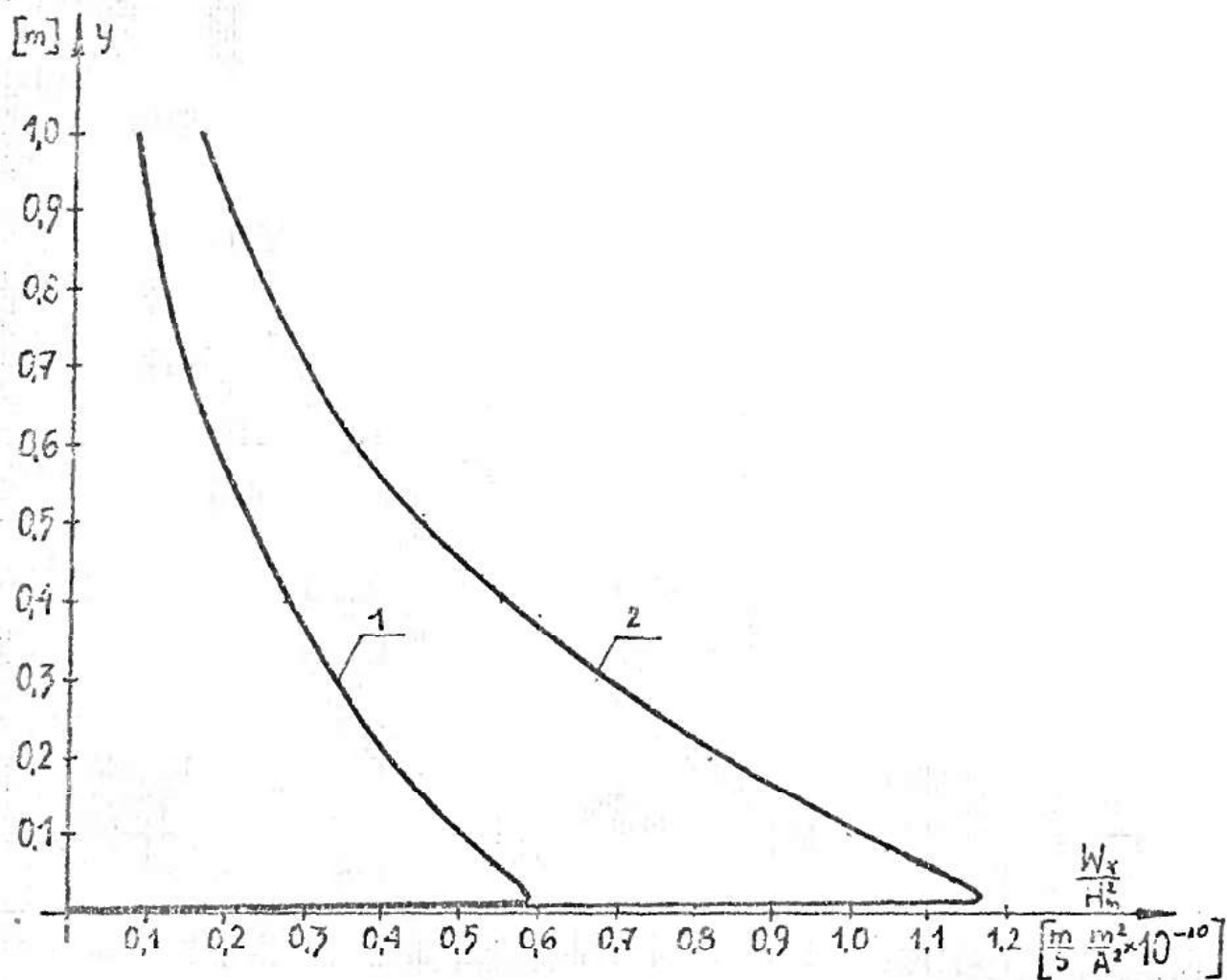
$$2 - \delta = 0,8m$$



Rys. 6.4. Rozkład prędkości w kierunku osi y dla:
 $\Delta = 1\text{m}$, $\tau = 3\text{m}$, $t = 30\text{s}$
 1 - $\delta = 0,7\text{m}$, 2 - $\delta = 0,8\text{m}$



Rys. 6.5. Rozkład prędkości w kierunku osi y dla:
 $\Delta = 0,8\text{m}$, $t = 60\text{s}$, $\delta = 0,7\text{m}$
 1 - $\tau = 2,5\text{m}$, 2 - $\tau = 2\text{m}$



Rys. 6.6. Rozkład prędkości w kierunku osi y dla:

$$\Delta = 1m, \bar{v} = 3m, \bar{v} = 0,7m$$

$$1 - t = 30s$$

$$2 - t = 60s$$

6.2. Wyznaczenie wartości natężenia pola Hm dla założonej prędkości W_x

Korzystając z wartości podanych w tablicach /6.1 - 6.5/ wyznaczono natężenie pola magnetycznego warunkujące uzyskanie żądanej prędkości płynnego metalu. Mieszadko jest włączane na okresy /5-10/ minutowe, dlatego obliczenia przeprowadzono dla czasu $t=60s$.

Jako prędkość odniesienia przyjęto prędkość średnią taką, że spełniona jest równość

$$\frac{1}{2} m W_{sr}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i W_i^2$$

gdzie:

$$m_i = \rho \cdot s \cdot \Delta y_i$$

$$m = \rho \cdot s \cdot \Delta$$

otrzymano:

$$W_{sr} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n W_i \cdot \Delta y_i}{\Delta}} \quad /6.14/$$

Jednocześnie prędkość na powierzchni płynnej stali ze względu na skuteczność mieszania spełnia zależność

$$W_x \geq 0,2 \frac{m}{s}$$

Otrzymano różne wartości Hm dla różnych grubości ceramiki δ .

Tablica 6.6. Obliczone wartości natężenie pola magnetycznego dla różnych grubości ceramiki

$$\delta = 0,7\text{m} \quad W_{sr} = 0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Δ	τ	H_m
[m]	[m]	$\left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$
0,5	2,5	$0,97 \cdot 10^5$
0,8	2,5	$1,19 \cdot 10^5$
0,8	2,0	$1,48 \cdot 10^5$
0,6	2,0	$1,26 \cdot 10^5$
1,0	3,0	$1,11 \cdot 10^5$

$$\delta = 0,8\text{m} \quad W_{sr} = 0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Δ	τ	H_m
[m]	[m]	$\left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$
0,5	2,5	$1,1 \cdot 10^5$
0,8	2,0	$1,72 \cdot 10^5$
0,8	2,5	$1,35 \cdot 10^5$
0,6	2,0	$1,47 \cdot 10^5$
1,0	3,0	$1,24 \cdot 10^5$

Dla porównania otrzymanych wyników z wartościami obliczonymi z zależności otrzymanych bez uwzględnienia lepkości dynamicznej płynnej stali skorzystano ze wzorów podanych w pracy [54].

$$\bar{f} = \frac{1}{4} (\mu_o \mu_r)^2 \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \left(\frac{\tau}{H_m}\right)^2 \cdot H_m^2 \cdot e^{-\frac{2\pi\tau}{\Delta}} \left[1 - e^{-\frac{2\pi\tau}{\Delta}}\right] \quad /6.15/$$

/6.15/ zależność na powierzchniową siłę elektrodynamiczną, która jest równa:

$$\bar{f} = \frac{\beta \cdot \Delta}{4\tau} \cdot W_x^2 \quad /6.16/$$

gdzie W_x - wartość prędkości na powierzchni płynnej stali. Do obliczeń przyjęto $W_x = 0,2 \frac{m}{s}$ /taka wartość prędkości stali została przyjęta przy obliczeniach w pracy/.

Tablica 6.7. Obliczone wartości natężenia pola magnetycznego przy wykorzystaniu zależności /6.15/ i /6.16/

Δ	τ	H_m
[m]	[m]	$\left[\frac{A}{m}\right]$
0,5	2,5	$1,01 \cdot 10^4$
0,8	2,5	$1,29 \cdot 10^4$
0,6	2,0	$1,33 \cdot 10^4$
1,0	3,0	$1,18 \cdot 10^4$

Wartości natężenia pola magnetycznego H_m wyznaczone z uwzględnieniem lepkości mieszanego metalu /tablica 6.6/ w znacznym stopniu różnią się od wartości podanych w tablicy 6.7. Świadczy to o wyraźnym wpływie lepkości płynnego metalu na uzyskane wyniki.

6.3. Równanie hydrodynamiczne ruchu w kierunku pionowym.

Dla potwierdzenia słuszności założenia o nieuwzględnianiu ruchu w kierunku pionowym zostało rozpatrzone następujące równanie hydrodynamiczne:

$$\frac{dp_c}{dy} = F_y - \rho g \quad /6.17/$$

gdzie:

p_c - ciśnienie cieczy

F_y - składowa pionowa objętościowej siły elektrodynamicznej

ρg - objętościowa siła ciężkości

Korzystając z /5.22/ i całkując równanie /6.17/ w granicach od 0 do Δ otrzymano zależność na ciśnienie w postaci:

$$p_c = \frac{1}{4} H_m^2 \cdot e^{-\frac{2\tau}{\delta}} \left[1 - e^{-\frac{2\Delta}{\delta}} \right] - \rho \cdot g \Delta \quad /6.18/$$

Do wyznaczenia ciśnienia skorzystano z obliczonych wartości natężenia pola magnetycznego H_m dla różnych głębokości metalu Δ i długości mieszadła 2τ .

Przy wartościach:

$$\Delta = (0,5 - 1) \text{ m}$$

$$\tau = (2 - 3) \text{ m}$$

$$H_m = (0,97 - 1,72) \cdot 10^5 \frac{A}{m}$$

$$\mu_0 = 4\tilde{\mu} \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$$

$$\gamma = 0,73 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$$

$$\rho = 7200 \frac{kg}{m^3}$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

ciśnienie cieczy $p_c \ll 0$.

7. ZASTOSOWANIE UZYSKANYCH ZALEŻNOŚCI DO OBLICZEN RZECZYWISTEGO UKŁADU MIESZADŁO-KADŹ

W celu porównania otrzymanych analitycznie zależności rozpatrzone zostały parametry mieszadła indukcyjnego firmy ASEA zastosowanego w Hucie Warszawa przy piecu łukowym o pojemności 50t. Mieszana jest stal w kadzi o średnicy wewnętrznej 4,5m i głębokości kąpielii 0,8m.

Parametry elektryczne mieszadła

$$\text{Moc } S = 350 \text{ KVA}$$

$$I = 800 \text{ A}$$

$$U = 220 \text{ V}$$

$$f = /0,5 - 1,5/ \text{ Hz}$$

Cewki dwufazowego mieszadła zasilane są z przetwornika tyrystorowego /dawniej generator maszynowy/ o regulowanej częstotliwości. Na każdą fazę wzbudnika przypada po dwie cewki. Uzwojenia wzbudnika ułożone są dwuwarstwowo w 28 żłobkach rdzenia po 8 prętów w każdej warstwie.

Obliczenia natężenie pola H_m z otrzymanych zależności analitycznych dokonano dla następujących danych rzeczywistego układu:

$$2\tau = 4,5\text{m}$$

$$\Delta = 0,8\text{m}$$

$$\delta = 0,7\text{m}$$

$$\rho = 7200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\gamma^v = 0,73 \cdot 10^6 \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

$$\eta = 4,7 \cdot 10^{-2} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

Tablica 7.1. Obliczone względne wartości prędkości W_x , dla $\Delta = 0,8m$, $\tau = 2,25m$

$t = 60s$

$y [m]$	0,005	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
$\frac{W_x}{H_m} \left[\frac{m}{s} \cdot \frac{m^2}{A^2} \times 10^{-10} \right]$	0,578	0,891	0,852	0,811	0,771	0,734	0,648	0,571	0,504	0,445
$y [m]$	0,35	0,4	0,45	0,54	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8
$\frac{W_x}{H_m} \left[\frac{m}{s} \cdot \frac{m^2}{A^2} \times 10^{-10} \right]$	0,393	0,347	0,306	0,270	0,238	0,210	0,186	0,164	0,144	0,127

$$f = 0,8 \text{ Hz}$$

Przyjmując prędkość płynnego metalu na powierzchni równą $W_x = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ i korzystając z podanych w tabelicy 7.1. wartości $\frac{W}{H_m^2}$ wyznaczono wartość natężenia pola magnetycznego:

$$H_m = 1,25 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Przy liczbie zwojów wzbudnika $z_{11} = 100 \frac{\text{zW}}{\text{m}}$ wartość natężenia prądu potrzebna do uzyskania takiego natężenia pola wyniesie:

$$I_1 = 890 \text{ A}$$

Gęstości mocy wyznaczone z zależności /5.3/, /5.6/, /5.7/ są równe:

$$Q_1 = 35,3 \frac{\text{kVar}}{\text{m}^2}$$

$$P_2 = 2,1 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

$$Q_2 = 1,2 \frac{\text{kVar}}{\text{m}^2}$$

Przyjmując powierzchnię przez którą wnika moc do metalu równą powierzchni czynnej mieszadła / powierzchni rdzenia wzbudnika/

$$F = \frac{\tau}{2} \cdot 2\tau = \tau^2$$

otrzymano:

$$Q_{1-c} = 178,8 \text{ kVar}$$

$$P_{2-w} = 10,4 \text{ kW}$$

$$Q_{2-w} = 6,2 \text{ kVar}$$

Moc pobierana przez mieszadło jest sumą mocy przeniesionej elektromagnetycznie do płynnego metalu oraz strat w uzwojeniu wzbudnika i rdzeniu wzbudnika.

Moc traconą w uzwojeniu wzbudnika obliczono z zależności:

$$P_{cu} = J^2 \cdot \rho_{cu} \cdot V \quad /7.1/$$

gdzie:

$$J = \frac{I}{s} \quad \text{— gęstość prądu}$$

ρ_{cu} - rezystywność miedzi

$$V = 2\tau \cdot d \left(\frac{\tau}{2} + l_{cz} \right) \quad \text{— objętość materiału przewodzącego}$$

d - grubość warstwy przewodzącej

$\left(\frac{\tau}{2} + l_{cz} \right)$ - szerokość wzbudnika powiększona o średnią długość połączenia czołowego uzwojenia

Dla parametrów wzbudnika:

$$d = 0,035m$$

$$2\tau = 4,5m$$

$$\left(\frac{\tau}{2} + l_{cz} \right) = 2,5m$$

$$\rho_{cu} = 1,8 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

$$s = 190 \cdot 10^{-6} m^2$$

$$I = 890 A$$

straty w miedzi wyniosą $P_{cu} = 155,5 kW$.

Straty w rdzeniu wzbudnika wyznaczono po uwzględnieniu zależności /4.73/ i /4.74/ i przekształceń podanych w załączniku nr 2. Przy powierzchni rdzenia równej τ^2 zależności na moc w rdzeniu przyjmą postać:

$$P_{Fe} = \frac{1}{2} \rho_r \cdot H_m^2 \cdot \frac{1}{\sigma_c} \cdot \frac{\sinh 2 \frac{\Delta_r}{\sigma_c} + \sin 2 \frac{\Delta_r}{\sigma_c}}{\cosh 2 \frac{\Delta_r}{\sigma_c} - \cos 2 \frac{\Delta_r}{\sigma_c}} \cdot \tau^2 \quad /7.2/$$

$$Q_{Fe} = \frac{1}{2} \rho_r \cdot H_m^2 \cdot \frac{1}{\delta_c} \cdot \frac{\sinh 2 \frac{\Delta_r}{\delta_c} - \sin 2 \frac{\Delta_r}{\delta_c}}{\cosh 2 \frac{\Delta_r}{\delta_c} - \cos 2 \frac{\Delta_r}{\delta_c}} \cdot \tau^2$$

/7.3/

gdzie:

$\Delta_r = 0,16\text{m}$ - grubość rdzenia

$\delta_c = \sqrt{\frac{2 \rho_r}{\mu_o \cdot \mu_r \cdot \omega}}$ - głębokość wnikania

Dla wartości parametrów

$$\rho_r = 0,2 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

$$\mu_r = 16$$

$$\omega = 2\pi \cdot 0,8 \frac{1}{\text{s}}$$

stosunek grubości rdzenia do głębokości wnikania

wyniesie:

$$\frac{\Delta_r}{\delta_c} = 2,5$$

wtedy:

$$\frac{\sinh 5 + \sin 5}{\cosh 5 - \cos 5} \approx \frac{\sinh 5 - \sin 5}{\cosh 5 - \cos 5} \approx 1$$

Zależności /7.2/ i /7.3/ można więc zapisać w postaci:

$$P_{Fe} = Q_{Fe} = \frac{1}{2} \rho_r \cdot H_m^2 \cdot \frac{1}{\delta_c} \cdot \tau^2 \quad /7.4/$$

Dla znanych wartości ρ_r , H_m , δ_c , τ straty w żelazie będą równe:

$$P_{Fe} = 125,5 \text{ kW}$$

$$Q_{Fe} = 125,5 \text{ kVar}$$

Całkowita moc pobierana przez mieszadło wyniesie

$$S = \sqrt{(P_{2-w} + P_{cu} + P_{Fe})^2 + (Q_{1-c} + Q_{2-w} + Q_{Fe})^2} = 425,8 \text{ kVA}$$

Sprawność elektryczna mieszadła indukcyjnego

$$\eta_{el} = \frac{P_{2-w}}{P_{2-w} + P_{cu} + P_{Fe}} \quad \text{w porównaniu z innymi}$$

urządzeniami elektrycznymi jest bardzo niska, rzędu kilku procent [53]. W rozpatrywanym przypadku obliczona sprawność elektryczna wynosi $\eta_{el} = 3,7\%$

Tablica 7.2. Porównanie wielkości obliczonych z danymi znamionowymi.

		Wartość obliczona	Dane znamionowe
I	[A]	890	800
S	[kVA]	425,8	350

8. MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA MIESZADEŁA INDUKCYJNEGO W PROCESIE WYTOFU SZKŁA

Rezystywność zarówno szkła jak i masy szklanej zależna jest w dużym stopniu od temperatury. Szkło w temperaturach stosowanych jest dobrym izolatorem o rezystywności rzędu $10^{11} \Omega \text{m}$ [2]. Wraz ze wzrostem temperatury rezystywność szkła maleje, dochodząc w stanie stopionym w zależności od temperatury i składu chemicznego do wartości od $2 \cdot 10^{-2}$ do kilkadziesiąt razy $10^{-2} \Omega \text{m}$ [2]. Tego rzędu rezystywność masy szklanej pozwala wysuwać sugestię zastosowania mieszania elektrodynamicznego w procesie wytopu szkła.

Przeprowadzone przez Instytut Szkła i Ceramiki zarówno badania modelowe oraz próby przemysłowe potwierdziły zasadność stosowania mieszadeł indukcyjnych do mieszania masy szklanej. Do pieca szklarskiego służącego do wytopu szkła gospodarczego skonstruowano zasilacz, pod dnem którego umieszczono elektromagnesy zasilane prądem przemiennym. Na podstawie badań próbek płynnej masy szklanej stwierdzono, że zastosowanie mieszania elektrodynamicznego w zasilaczu wpływa korzystnie na ujednorodnienie masy szklanej.

W rozdziale tym będą przeprowadzone obliczenia, które w konsekwencji powinny potwierdzić możliwość zastosowania mieszadła indukcyjnego do mieszania roztopionej masy szklanej. Parametry elektryczne mieszadła zostaną

określone w oparciu o uzyskane wcześniej zależności /przy założeniu równości głębokości wnikanania i głębokości kąpieli/. Dla wyznaczenia rozkładów prędkości w płynnej masie szklanej oraz związków pomiędzy parametrami mieszadła i właściwościami płynnego szkła skorzystano z zależności /6.13/.

Ponieważ istotną rolę odgrywa charakter ruchu płynnego szkła, rozpatrzono kryterium Reynoldsa.

Liczba Reynoldsa jest równa:

$$Re = \frac{\rho W}{\eta} \cdot d \quad /8.1/$$

gdzie:

ρ - gęstość cieczy

W - prędkość charakterystyczna cieczy

η - współczynnik dynamiczny lepkości

d - wymiar liniowy charakterystyczny dla przepływu cieczy

Dla parametrów płynnego szkła liczba Reynoldsa jest mniejsza od liczby krytycznej. Przepływ masy szklanej jest przepływem laminarnym.

Parametry fizyczne płynnego szkła

$$\gamma = /1,5 - 15/ \frac{S}{m}$$

$$\rho = /2 - 2,33/ \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

Lepkość dynamiczną η wyznaczono z zależności:

$$\log \eta = -A + \frac{B}{T-C} \quad /8.2/$$

gdzie:

A, B - współczynniki podane w tablicy 7.1

T - Temperatura w stopniach Kelwina

Tablica 8.1. Wartość współczynników A, B, C [7, 15, 39].

Masa szklana	A	B	C
1	1,351	3165	301
2	1,351	3165	274
3	2,658	4562	240
4	2,386	3830,2	288,8
5	2,746	4536	195

Tablica 8.2. Obliczone wartości η

Masa szklana	1	2	3	4	5
T	η	η	η	η	η
[K]	[Pa·s]	[Pa·s]	[Pa·s]	[Pa·s]	[Pa·s]
1173	190,5	144,5	169,8	88,2	78
1273	79,4	66,1	58,9	32	28,9
1373	39,8	33,9	23,4	14	12,7
1473	22,4	19,5	11,0	7,0	6,3
1573	13,7	12,0	5,7	3,94	3,5
1673	8,9	8,1	3,3	2,4	2,1
1773	6,3	5,7	2,1	1,6	1,3

Obliczenia przeprowadzono dla układu piec szklarski-mieszadło indukcyjne. Mieszadło /lub szereg mieszadeł/ umieszczone pod dnem pieca wytwarza biegnące pole magnetyczne pod wpływem, którego następuje przemieszczanie masy szklanej.

Przyjęto długość mieszadła równą $2\tau = 5\text{m}$

Wysokość utrzymywanej na stałym poziomie masy szkła

$$\Delta = 1,5\text{m},$$

a grubość szczeliny mieszadło-szkło $\delta = 0,7\text{m}$

oraz parametry fizyczne szkła:

$$\rho = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\gamma = 10 \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

Wartość lepkości dynamicznej przyjęto dla pierwszego wariantu masy szklanej. Rozpatrzono przy tym temperaturę w zakresie 1000 do 1400°C. Ze względu na to, że wartość głębokości wnikania δ_c powinna być w jak największym stopniu zbliżona do głębokości masy szklanej Δ mieszadło należy zasilać ze źródła o częstotliwości podwyższonej. Dla przewodności $\gamma = 10 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ częstotliwość ta wyniesie $f = 10^4 \text{Hz}$.

Uwzględniając wyniki pomiarów prędkości płynnego szkła przeprowadzonych w Instytucie Szkła i Ceramiki przyjęto średnią prędkość płynnego szkła równą $w_x = 2,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ /dla temperatury odniesienia $T = 1473 \text{K}$ / tak, żeby prędkość na powierzchni spełniała zależność $w_x \geq 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Tablica 8.3. Obliczone względne wartości prędkości W_x , dla $\Delta = 1,5m$, $\tau = 2,5m$

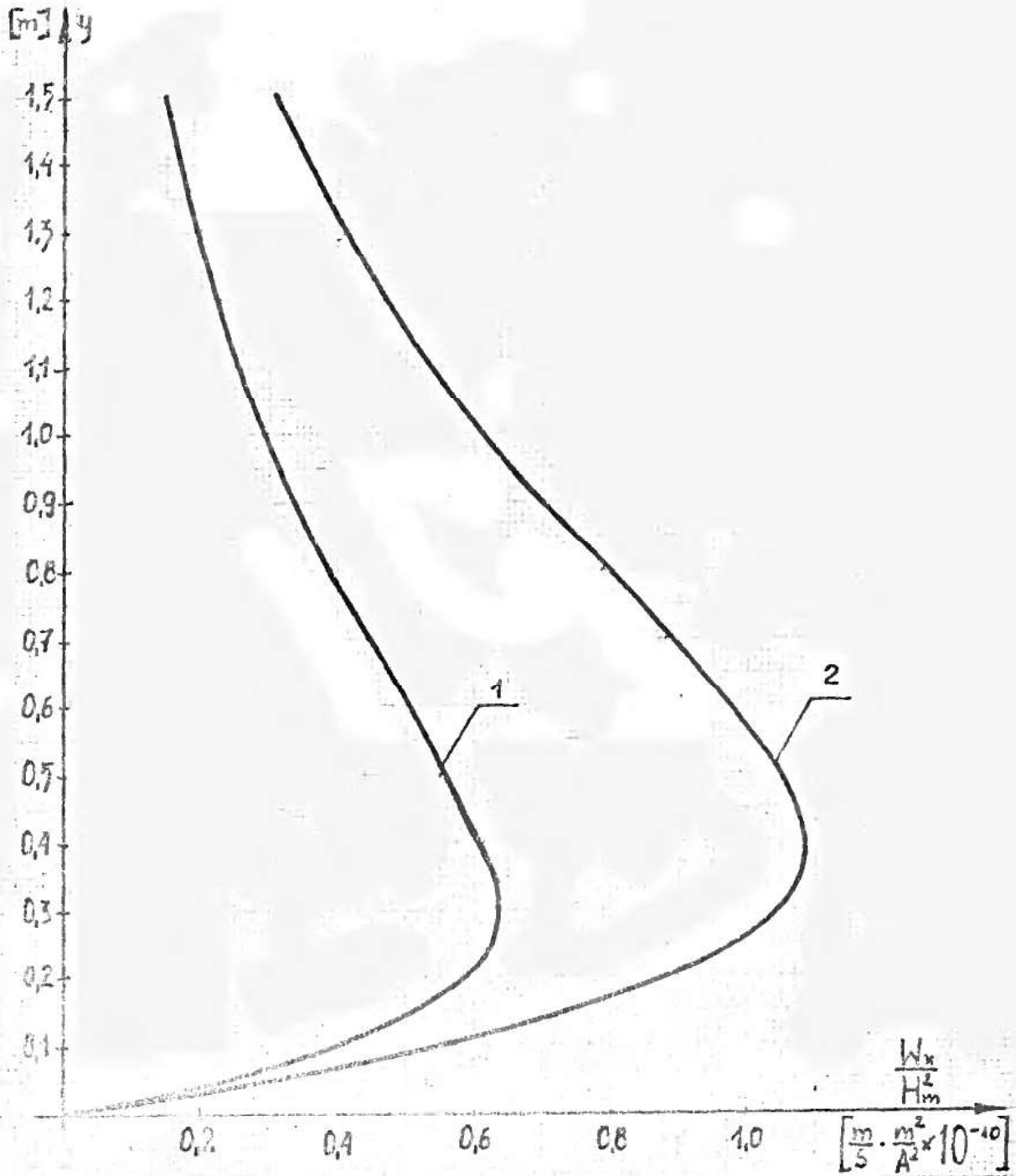
$t = 30s$

$y [m]$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	$\frac{W}{[Pa \cdot s]}$
	0,24	0,34	0,42	0,45	0,45	0,44	0,42	0,38	0,35	0,31	0,28	0,24	0,21	0,19	0,17	79,4
$\frac{W}{\sqrt{H}} \times 10^{-10}$	0,30	0,47	0,55	0,56	0,53	0,49	0,44	0,39	0,35	0,30	0,27	0,23	0,20	0,18	0,16	39,8
$\frac{W}{\sqrt{H}} \cdot \frac{E}{\sqrt{E}}$	0,40	0,59	0,64	0,62	0,56	0,50	0,45	0,39	0,34	0,3	0,26	0,23	0,20	0,17	0,15	22,4
$\frac{H}{K} \cdot \frac{E}{\sqrt{E}}$	0,50	0,68	0,70	0,64	0,57	0,50	0,44	0,39	0,34	0,29	0,26	0,23	0,2	0,17	0,15	13,7
	0,59	0,75	0,72	0,65	0,57	0,50	0,44	0,38	0,33	0,29	0,26	0,22	0,2	0,17	0,15	8,9

Tablica 8.4. Obliczone względne wartości prędkości wx, dla $\Delta = 1,5m$, $\tau = 2,5m$

t = 60s

y [m]	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	τ [Pa·s]
	0,27	0,46	0,59	0,67	0,71	0,72	0,71	0,68	0,64	0,59	0,54	0,49	0,44	0,4	0,35	79,4
	0,41	0,68	0,83	0,91	0,92	0,89	0,84	0,77	0,7	0,62	0,55	0,49	0,43	0,38	0,33	39,8
	0,57	0,90	1,05	1,05	1,05	0,98	0,88	0,79	0,7	0,61	0,54	0,47	0,41	0,36	0,32	22,4
	0,73	1,1	1,22	1,20	1,12	1,01	0,89	0,78	0,69	0,60	0,53	0,46	0,40	0,35	0,31	13,7
	0,99	1,27	1,34	1,26	1,14	1,01	0,89	0,78	0,68	0,59	0,52	0,45	0,4	0,35	0,30	8,9

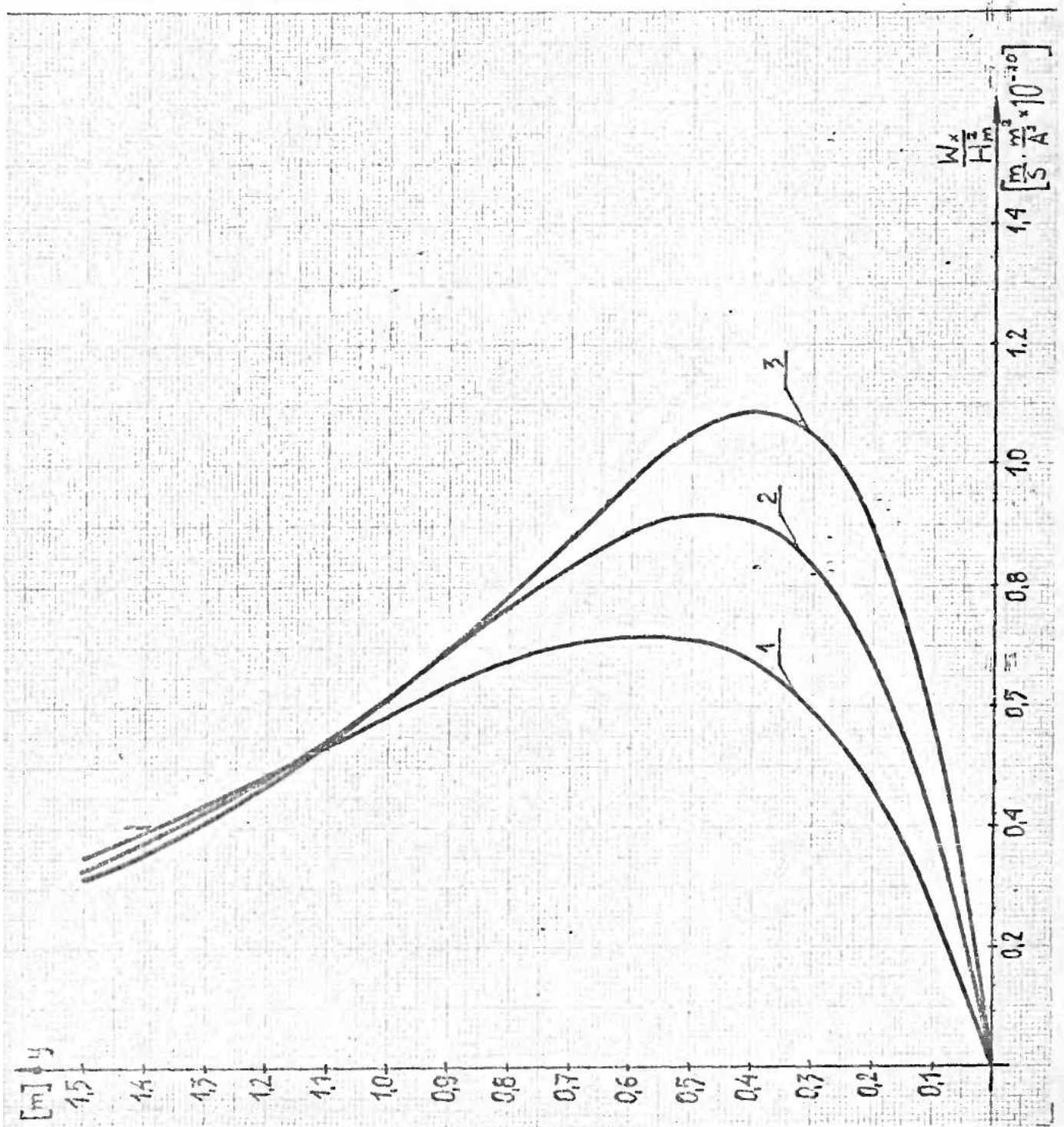


Rys. 8.1. Rozkład prędkości płynnej masy szklanej

dla $\Delta = 1,5m$, $\tau = 2,5m$

1 - $t = 30s$

2 - $t = 60s$



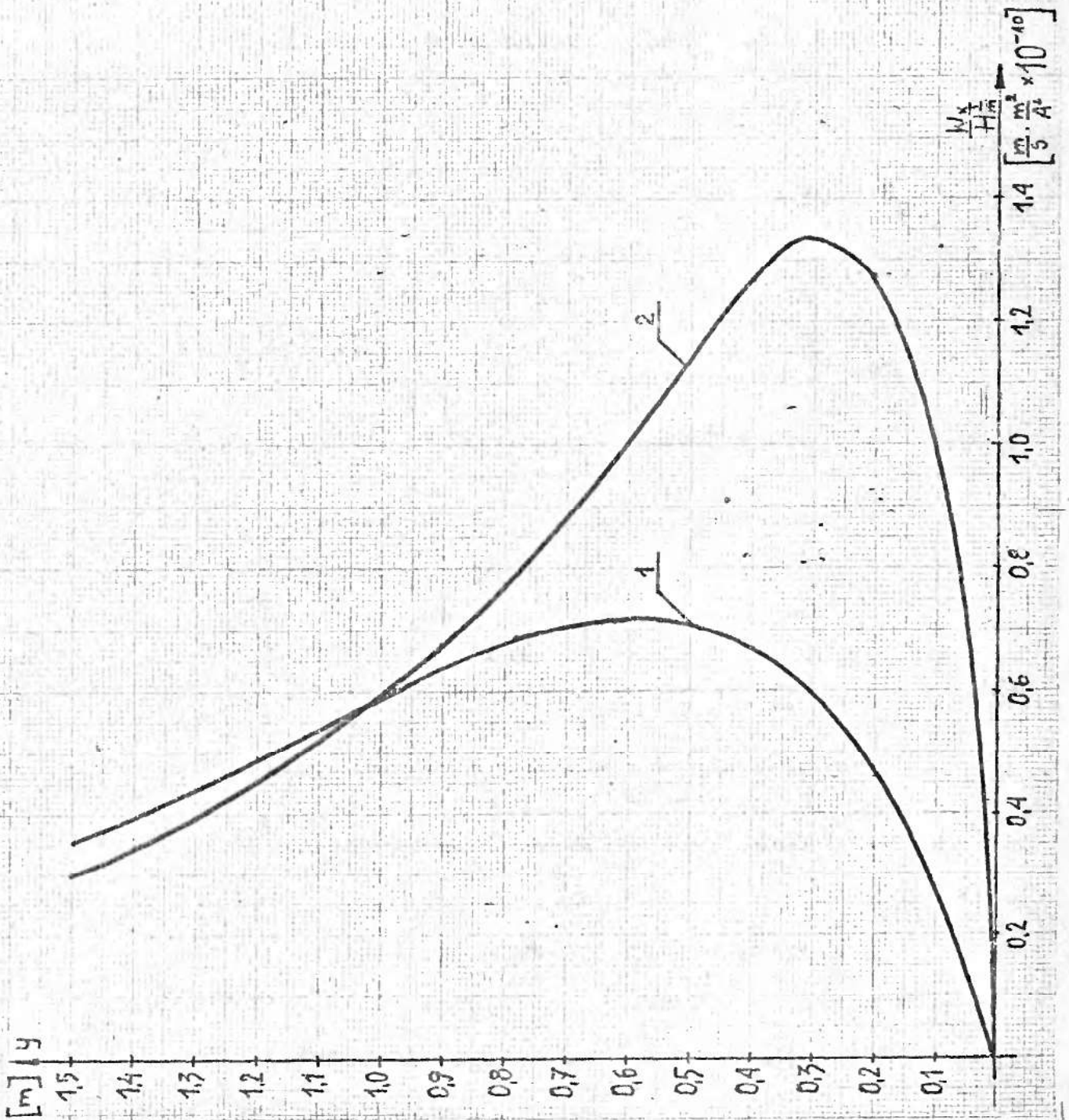
Rys. 8.2. Rozkład prędkości płynnej masy szklanej

dla różnych lepkości

1 - $\gamma = 79,4 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

2 - $\gamma = 39,8 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

3 - $\gamma = 22,4 \text{ Pa}\cdot\text{s}$



Rys. 8.3. Rozkład prędkości płynnej masy szklanej dla różnych lepkości

1 - $\eta = 79,4 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

2 - $\eta = 8,9 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

W oparciu o wartości $\frac{W_x}{H_m^2}$ /tablica 8.4/ wyznaczono z kolei natężenia pola magnetycznego dla różnych lepkości szkła.

Tablica 8.5. Obliczone wartości natężenia pola H_m dla różnych lepkości szkła

T	η	H_m
[K]	[Pa·s]	$[\frac{A}{m}]$
1273	79,4	$6,3 \cdot 10^3$
1373	39,8	$5,8 \cdot 10^3$
1473	22,4	$5,5 \cdot 10^3$
1573	13,7	$5,3 \cdot 10^3$
1673	8,9	$5,1 \cdot 10^3$

Dla wyznaczonej wartości natężenia pola H_m /dla $T=1473$ K/ i przyjętych parametrów układu wyznaczono z zależności /5.3/, /5.6/ i /5.7/ gęstości mocy powierzchniowej

$$Q_{1-c} = 760 \frac{\text{kVar}}{\text{m}^2}$$

$$P_{2-w} = 188,5 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

$$Q_{2-w} = 112,8 \frac{\text{kVar}}{\text{m}^2}$$

Ze względu na mniejsze wartości natężenia pola straty mocy w mieszadle w porównaniu z mocą wydzieloną w płynnej masie szklanej będą małe. Otrzymane wartości mocy przemawiają za zastosowaniem mieszania indukcyjnego w procesie wytopowym szkła, z tym, że należy stosować kompensację mocy biernej. Jako źródło zasilania mogą być stosowane układy tyrystorowe jednak przy częstotliwościach pracy niższych /poniżej 10^4 Hz/ możliwych do osiągnięcia.

9. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSKI.

W rozprawie przedstawiono analizę układu mieszadło indukcyjne płaskie - kadź wytopowa. Opracowano metodę obliczania parametrów mieszadła z uwzględnieniem lepkości mieszanej cieczy. Wykonano obliczenia i porównano z danymi mieszadła indukcyjnego w 50 tonowym piecu łukowym. Tym samym osiągnięto cel pracy i wykazano słuszność tezy postawionej na wstępie.

Wnioski wynikające z przeprowadzonych w pracy obliczeń są następujące:

1. Przyjęty model matematyczny pozwolił uzyskać obraz pola magnetycznego układu mieszadło indukcyjne - kadź.
Wprowadzono zależności, które umożliwiają obliczenie gęstości mocy i siły elektrodynamicznej z dostateczną dla praktyki inżynierskiej dokładnością.
2. Wyprowadzona w rozprawie zależność na prędkość W_x wiąże parametry mieszadła z właściwościami fizycznymi cieczy. Uzyskano na drodze analitycznej charakterystyki zmian prędkości w zależności od $\gamma, \eta, \rho, \mu, \delta, \tau$.
3. Przedstawiona metoda pozwoliła na wyznaczenie natężenia pola magnetycznego na powierzchni mieszadła dla zadanej prędkości W_x .
4. Wykazano znaczący wpływ lepkości na rozkład prędkości cieczy, a więc i na obliczanie parametrów mieszadła. Szczególnie duży wpływ widać przy mieszaniu cieczy o dużym współczynniku lepkości np. stopionej masy szklanej.

5. Zwiększenie szczeliny mieszadła - kadź prowadzi do pogorszenia warunków mieszania. Potwierdziły to przeprowadzone w rozprawie obliczenia.
6. Wykazano, że ruch cieczy odbywa się tylko w kierunku poziomym.
7. Obliczone z otrzymanych analitycznie wzorów wartości parametrów mieszadła zostały porównane z parametrami mieszadeł stosowanych w hutnictwie. Otrzymano dobrą zgodność wartości obliczonych z danymi znamionowymi.
8. W oparciu o uzyskane zależności określono parametry mieszadła indukcyjnego przeznaczonego do mieszania stopionej masy szklanej.-

W Y K A Z L I T E R A T U R Y

1. Alszanskij J.J., Kaplianskij A.E.: Powszyczenie effiektiwnosti magnitogidrodinamczieskich maszin. Leningrad, Energijska, 1978.
2. Andrusieczko A.; Grzejnictwo elektrodowe w przemyśle szklarskim. Instytut Szkła i Ceramiki, Warszawa 1980.
3. Antoniewicz J.: Tablice funkcji dla inżynierów. PWN, Warszawa 1969.
4. ASEA., Pamphlet AU 20-108 E 1979-03, Reference list, : Arc-furnaces, induction stirrers, ladle furnaces and thyristor-switched capacitors.
5. Barglik J.: Badanie transportu metalu w rynnice elektromagnetycznej ze szczególnym uwzględnieniem ciekłego cynku i aluminium oraz ich stopów. Rozprawa doktorska. Kraków. 1982.
6. Birger B.Ł., Gielfagt Ju.M., Sorokin M.Z.: Issledowanie gidrawliczieskich charakterystyk modieli MGD ustanowki dla regulirujemoj wydaczi metalla s odnowriemiennoj jego oczistkoj. Magnitnaja gidrodinamika, nr 2, 1976.
7. Booth F., Boerne D.E., Marwisch M.C.: Glass Techn. 13. 1972.
8. Bowman B.: La répartition du courant et la force d'agitation auto-induite dans un four à arc. J.F.E.-N°5 - Mai 1980.

9. Brokmeier H.: Transport und Zuteilen des flüssigen Metalls. Zeitschrift für Metallkunde. Hefte 5, Mai 1972.
10. Broschure AU 20-112T Ausgabe 1, Induktive Umrührer Typ ORB. 1979.
11. Bucienieks I.E., Szaramkin Ja.U. i inni: Eksperimentalnoje izuczienie MGD - processow pri elektroszlakowej swarkie. Magnitnaja gidrodinamika nr 3, 1975.
12. Caboń J.: Możliwości zastosowania zjawiska magneto-hydrodynamicznego w przemyśle szklarskim. Szkło i Cera- mika nr 11. 1979.
13. Celiński Z.: Generatory MHD. WNT Warszawa 1969.
14. Cirkunow We. i inni: Beskontaktnyj kontrol potoka židkich metałłow. Zinatne, Riga 1973.
15. Dietzel A., Brückner R.: Glastechnik Berichte 30. 1957.
16. Ditkin V.A., Kuznecov P.I.: Prirucka operatoroveho poctu. Zaklady theorie a tabulky operatori. VED, Praha, 1954.
17. Doetsch G.: Praktyka przekształcenia Laplace'a. PWNT, Warszawa 1964.

18. Fikus F., Chruślicki W., Gudra P.: Siły i ciśnienia w dozowniku elektrodynamicznym. Hutnik nr 9, 1974.
19. Fikus F., Gorczyński L., Widera T.: Wpływ podstawy ferromagnetycznej na siłę w dozowniku elektrodynamicznym do ciekłych metali. Hutnik nr 3, 1976.
20. Fikus F., Wieczorek T.: Rozkład gęstości prądu indukowanego wzdłuż wysokości kanału roboczego dozownika elektrodynamicznego. Archiwum Elektrotechniki tom XXV, zeszyt 2, 1976.
21. Fikus F., Wieczorek T.: Urządzenia magnetohydrodynamiczne w odlewniach i hutach. Wydawnictwo Śląskie, Katowice 1979.
22. Fikus F., Sajdak Cz., Wieczorek T.: Obliczanie pola elektromagnetycznego i sił elektrodynamicznych w cylindrycznych mieszadłach do ciekłych metali. Archiwum Elektrotechniki, tom XXVIII, zeszyt 1, 1979.
23. Fikus F., Sajdak Cz.: Magnetohydrodynamiczne urządzenia do mieszania ciekłych metali w metalurgii pozapiecowej. Hutnik nr 9, 1977.
24. Fikus F., Sajdak Cz., Wieczorek T.: Rozkład pola elektromagnetycznego i mocy w płaskiej nagrzewnicy indukcyjnej. Archiwum Elektrotechniki, tom XVI, zeszyt 4 1977.

25. Gielfgat I.M., Liekakis O.A., Szczierbinin E.W.:
Židkij metalaž pod diejstwijem elektromagnitnych sił.
Ryga, Zinatne 1976.
26. Giepen K., Husmann S.: Elektromagnetischer Transport
von flüssigen Aluminium. Zeitschrift für Metallkunde.
nr 5, mai 1972.
27. Głębocki W.: Optymalizacja zastosowania mieszadła
indukcyjnego do produkcji stali żółyskowej. Praca
doktorska, AGH Kraków 1969.
28. Hammarlund E., Hanas B.: Induktive Umrührer und ihre
Betriebsergebnisse bei Lichtbogenöfen. ASEA Zeitschrift
nr 5, 1960.
29. Hanas B.: Induktive Umrührer, Gesichtspunkte der
Konstruktion und Anlagentechnik. ASEA - Zeitschrift
nr 5, 1971.
30. Haubitzer W.: Das elektromagnetische Feld, die Druck-
-und Geschwindigkeitsverteilung im Rundstranggub bei
Drehfeld erregten Rührspulen. Elektrowärme International
37, 1979.
31. Haubitzer W.: Das elektromagnetische Feld, die Druck-
und Geschwindigkeitsverteilung in der Schmelze von
Wanderfeld erregten Förderinnen. Elektrowärme
International 39, 1981.

32. Hering M.: Termokinetika dla elektryków. WNT Warszawa 1980.
33. Kački E.: Równania różniczkowe cząstkowe w elektrotechnice WNT, Warszawa 1971.
34. Kački E.: Termokinetika. WNT, Warszawa 1969.
35. Kegel K.: Kraftwirkungen auf den Lichtbogen in einem Lichtbogenofen zum Stahlschmelzen. Elektrowärme International 37, 1979.
36. Kirko I.: Žydkij metakł e elektromagnitnom pole. Energiija, Moskwa 1964.
37. Klisiewicz Z., Kramarz S.: Zastosowanie mieszadeł indukcyjnych przy elektrycznych piecach łukowych. Wiadomości Hutn., nr 10, 1972.
38. Langer E.: Teorie indukcnih a dielektrického tepla VED, Praha 1964.
39. Leyens G.: Glastechnik Berichte, nr 47. 1974.
40. Łykw A.W.: Teoria ciepłoprzewodności. Moskwa 1952.
41. Mazanek T., Tochowicz St.: Elektrometalurgia stali. Wydawnictwo Śląskie, Katowice 1974.
42. Miszczenko W.D., Mikielson A.E., Krumin Ju.K.: Technologija eliektromagnitnowo transportirowanija legkich spławow. Metalurgia, Moskwa 1980.

43. Ochriemienko N.M.: Osnovy teorii i projektirowanija liniejnych indukcionnych nadodow dla žydkich mietalłow. Atomizdat, Moskwa 1968.
44. Pawluk K., Szczepański W.: Silniki elektryczne liniowe. WNT, Warszawa 1974.
45. Potter D.: Metody obliczeniowe fizyki. Warszawa PWN 1979.
46. Powch I.Ł., Kapusta N.O., Cziekin B.W.: Magnitnaja gidrodinamika w mietalłurgii. Mietalłurgija, Moskwa 1974.
47. Rawa H.: Analiza niestacjonarnego pola elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej i bieźni liniowego silnika indukcyjnego. Archiwum Elektrotechniki, zeszyt 3, 1979.
48. Sajdak Cz.: Obliczanie sił elektrodynamicznych w rynnach elektromagnetycznych do transportu ciekłych metali. Hutnictwo, zeszyt 18, Gliwice 1979.
49. Sajdak Cz.: Gęstość prądu indukowanego i moc wydzielana we wsadach płaskich nagrzewanych indukcyjnie wzbudnikami jedno i dwusekcyjnymi. Rozprawy Elektrotechniczne, zeszyt 1, 1983.
50. Skiling H.: Fale elektromagnetyczne. PWN, Warszawa 1961.
51. Starck A.: Elektromagnetische Förderrinnen für flüssige Metalle im praktischen Giesserei und Hüttenbetrieb. U.I.E. VII 1972.
52. Starck A.: Stand der Entwicklung elektromagnetischer Förderrinnen für flüssige Metalle. Elektrowärme International, nr 30, 1972.

53. Stolpe M.: Optymalizacja parametrów obwodu elektromagnetycznego rynnowego transportera magnetohydrodynamicznego. Rozprawa doktorska. Poznań 1978.
54. Sundberg Y.: The Principle of Induction Stirrers for Metallurgical Purposes. U.I.E. VII, 1972.
55. Teman R: Navier-Stokes-equations theory and numerical analysis. Revised Edition. Amsterdam 1979.
56. Tir L.L., Stołow M.Ja: Elektromagnitnyje ustrojstwa dla upravljenija cyrkulaczej rasplawa w elektropieczach. Metakurgija Moskwa 1975.
57. Tuliscka E.: Mechanika płynów. PWN, Warszawa 1980.
58. Turowski J.: Elektrodynamiczna. WNT, Warszawa 1970.
59. Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych. WNT, Warszawa 1982.
60. Wang C.: Linear Induction Motor for High-Speed Ground Transportation. IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY AND GENERAL APPLICATIONS, N° 5, 1971.
61. Werte L.A.: Magnitnaja didrodinamika w metakurgii. Metakurgija Moskwa 1975.
62. Wiesner W.: Induktive Durchflusmessung flüssiger Metalle mit induktiven Signalahgriff. Elektrowärme international 40, 1982.
63. Yamamura S.: Theory of linear induction motors. University of Tokyo Press 1972.

Załącznik nr 1

Obliczanie parametru p_2

Przedstawiając parametr p_2 w postaci:

$$p_2 = \sqrt{jA + B} = ja + b$$

wyznaczono wartości a i b

$$jA + B = -a^2 + 2jab + b^2$$

rozwiązując układ równań

$$b^2 - a^2 = B$$

$$2ab = A$$

$$a = \frac{A}{2b}$$

$$b^2 - \frac{A^2}{4b^2} = B$$

$$4b^4 - 4b^2B - A^2 = 0$$

wprowadzając $b^2 = z$

$$4z^2 - 4Bz - A^2 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{4B \pm \sqrt{16B^2 + 16A^2}}{8} = \frac{B \pm \sqrt{B^2 + A^2}}{2} = b^2$$

więc

$$b = \pm \sqrt{\frac{B \pm \sqrt{B^2 + A^2}}{2}} = \pm \sqrt{\frac{B \left(1 \pm \sqrt{1 + \left(\frac{A}{B}\right)^2}\right)}{2}}$$

$$a = \frac{A}{2b} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{A}{\sqrt{B \left(1 \pm \sqrt{1 + \left(\frac{A}{B}\right)^2}\right)}}$$

Ponieważ stosuje się mieszadła do mieszania stali w kadziach o dużych pojemnościach można przyjąć $\tau \approx 2,5$ m, a ze względu na niskie częstotliwości napięcia zasilającego mieszadło

$$d_c \approx 0,5 \text{ m}$$

$$\text{czyli } A = \frac{2}{d_c^2} = 8$$

$$B = \frac{\pi^2}{\tau^2} = 1,58$$

$$\frac{A}{B} = 5,1$$

$$\sqrt{1 + \left(\frac{A}{B}\right)^2} = 5,16$$

$$B \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{A}{B}\right)^2} \right) = 9,73$$

$$b = 2,2 \approx \frac{1}{d_c}$$

$$a = \frac{A}{2b} = 1,82 \approx \frac{1}{d_c}$$

Można więc w przybliżeniu przyjąć

$$p_2 = \frac{+}{-} \frac{1+j}{d_c}$$

Załącznik nr 2

Obliczanie gęstości mocy

$$S_2 = \frac{1}{2} (\underline{E}_2 \cdot \underline{H}_2^*)$$

gdzie:

$$\underline{E}_2 = \frac{1}{\delta_2} \cdot H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\gamma}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\gamma}}{\tau} x} \frac{(1+j)}{\Delta} \left[\frac{e^{(1+j)(1-\frac{y}{\Delta})} + e^{-(1+j)(1-\frac{y}{\Delta})}}{e^{(1+j)} - e^{-(1+j)}} \right]$$

$$\underline{H}_2^* = H_m \cdot e^{j(\omega t - \frac{\tilde{\gamma}}{\tau} x)} \cdot e^{-\frac{\tilde{\gamma}}{\tau} x} \left[\frac{e^{(1-j)(1-\frac{y}{\Delta})} - e^{-(1-j)(1-\frac{y}{\Delta})}}{e^{(1-j)} - e^{-(1-j)}} \right]$$

Dokonano następujących obliczeń:

$$\left(e^{(1+j)(1-\frac{y}{\Delta})} + e^{-(1+j)(1-\frac{y}{\Delta})} \right) \left(e^{(1-j)(1-\frac{y}{\Delta})} - e^{-(1-j)(1-\frac{y}{\Delta})} \right) =$$

$$= e^{2(1-\frac{y}{\Delta})} - e^{-2(1-\frac{y}{\Delta})} - e^{2j(1-\frac{y}{\Delta})} + e^{-2j(1-\frac{y}{\Delta})} =$$

$$= 2 \sinh 2(1-\frac{y}{\Delta}) - 2j \sin 2(1-\frac{y}{\Delta})$$

$$(1+j) \left[2 \sinh 2(1-\frac{y}{\Delta}) - 2j \sin 2(1-\frac{y}{\Delta}) \right] = 2 \left[\sinh 2(1-\frac{y}{\Delta}) + \sin 2(1-\frac{y}{\Delta}) + \right.$$

/A-1.1/

$$\left. + j(\sinh 2(1-\frac{y}{\Delta}) - \sin 2(1-\frac{y}{\Delta})) \right]$$

/A-1.2/

$$\left(e^{(1+j)} - e^{-(1+j)} \right) \left(e^{(1-j)} - e^{-(1-j)} \right) = e^2 - e^{-2j} - e^{2j} + e^{-2} = 2(\cosh 2 - \cos 2)$$

Iloraz /A-1.1/ przez /A-1.2/ wyniesie

$$\frac{\sinh 2\left(1-\frac{y}{\Delta}\right) + \sin 2\left(1-\frac{y}{\Delta}\right) + j\left(\sinh 2\left(1-\frac{y}{\Delta}\right) - \sin 2\left(1-\frac{y}{\Delta}\right)\right)}{\cosh 2 - \cos 2}$$

Przy wykonywaniu przekształceń korzystano z tożsamości

$$\sinh 2j\left(1-\frac{y}{\Delta}\right) = j \sin 2\left(1-\frac{y}{\Delta}\right)$$

$$\cosh 2j\left(1-\frac{y}{\Delta}\right) = \cos 2\left(1-\frac{y}{\Delta}\right)$$

Załącznik nr 3.

Program obliczania $W_x/y,t/$

1. Wczytanie programu karta bank - 1.
2. Wczytanie danych karta bank - 4.
3. Rozpoczęcie obliczeń - A.
4. $W_x/y,t/$ $y \geq t$
 $t \rightarrow E$
5. Dla nowych y,t powtórzyć krok 4.

KROK	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
000	Lbl	A	RCL	12	x	2	x	π	\div	RCL
010	11	=	+/-	INV	ln	x	RCL	10	x	RCL
020	14	\div	RCL	17	\div	RCL	13	x^2	=	STO
030	20	RCL	15	\div	2	\div	RCL	16	=	\sqrt{x}
040	STO	21	RCL	16	x	2	x	RCL	13	x^2
050	\div	RCL	15	=	\sqrt{x}	STO	22	RCL	28	-
060	RCL	20	=	x	2	=	STO	23	R/S	Lbl
070	E	STO	24	x	RCL	13	x^2	x	RCL	16
080	\div	RCL	15	=	INV	ln	STO	26	$x \rightarrow t$	STO
090	25	x	RCL	13	=	INV	ln	STO	27	RCL
100	21	x	RCL	25	\div	RCL	24	\sqrt{x}	=	STO
110	28	RCL	22	x	RCL	24	\sqrt{x}	=	STO	29
120	RCL	28	-	RCL	29	=	Pgm	14	A	Pgm
130	14	B	STO	30	RCL	28	+	RCL	29	=
140	Pgm	14	A	Pgm	14	B	STO	31	RCL	28
150	Pgm	14	A	Pgm	14	B	STO	32	((
160	((RCL	30	\div	RCL	27	+	RCL	31
170	x	RCL	27)	x	RCL	26)	+	(
180	1	-	RCL	26)	\div	RCL	27)	x
190	RCL	20	+	RCL	32	x	RCL	23)	R/S



Inf.