

## SPIS TREŚCI

	str.
1. WSTĘP .....	1
2. TEZA, CEL I ZAKRES PRACY .....	5
2.1. Teza i cel pracy .....	5
2.2. Zakres pracy .....	7
3. OBLICZANIE PRĄDÓW I NAPIĘĆ TRANSFORMATOROWEGO POTRAJACZA CZĘSTOTLIWOŚCI .....	8
3.1. Budowa i zasada działania .....	9
3.2. Założenia upraszczające .....	10
3.3. Aproksymacja charakterystyki magnesowania	13
3.4. Napięcie wyjściowe w stanie jałowym .....	15
3.5. Charakterystyki obwodu wyjściowego .....	20
3.5.1. Charakterystyka zewnętrzna .....	21
3.5.2. Moc wyjściowa .....	25
3.5.3. Obliczenia charakterystyk obwodu wyjścio- wego .....	26
3.6. Prąd pierwotny transformatorowego potrajacza częstotliwości .....	30
3.6.1. Wyznaczanie harmonicznego prądu pierwotne- go .....	31
3.6.2. Obliczenia prądu pierwotnego .....	33
4. STRATY MOCY W UZWOJENIACH TRANSFORMATOROWEGO POTRAJACZA CZĘSTOTLIWOŚCI .....	41
4.1. Stan zagadnienia. Wybór metody wyznaczania strat w uzwojeniach .....	42
4.1.1. Uwagi ogólne .....	42

4.4.2. Metoda kolejnych reakcji prądowych	
/przybliżeń/ .....	45
4.1.3. Metoda bezpośrednia .....	51
4.1.3.a. Pole elektromagnetyczne w wyróżnionym prze-	
wodzie uzwojenia .....	51
4.1.3.b. Straty mocy w przewodzie .....	58
4.2. Pole magnetyczne w strefie uzwojeń potrójacza ..	68
4.3. Straty podstawowe w uzwojeniach .....	77
4.4. Straty dodatkowe w uzwojeniach z przewodu pro-	
filowego .....	81
4.4.1. Uzwojenie pierwotne, zewnętrzne .....	81
4.4.1.a. Wskaźnik strat dodatkowych .....	81
4.4.1.b. Grubość krytyczna przewodu .....	91
4.4.2. Uzwojenie wtórne, wewnętrzne .....	99
4.4.2.a. Wskaźnik strat dodatkowych .....	99
4.4.2.b. Grubość krytyczna przewodu .....	112
4.4.3. Uzwojenie pierwotne, wewnętrzne .....	119
4.4.3.a. Wskaźnik strat dodatkowych .....	120
4.4.3.b. Grubość krytyczna przewodu .....	133
4.4.4. Uzwojenie wtórne, zewnętrzne .....	141
4.4.4.a. Wskaźnik strat dodatkowych .....	141
4.4.4.b. Grubość krytyczna przewodu .....	146
4.5. Straty dodatkowe w uzwojeniach z przewodu okrąg-	
łego .....	150
4.5.1. Uzwojenie pierwotne, zewnętrzne .....	150
4.5.2. Uzwojenie wtórne, wewnętrzne .....	157
4.5.3. Uzwojenie wtórne, zewnętrzne .....	167
4.5.4. Uzwojenie pierwotne, wewnętrzne .....	170
4.6. Straty dodatkowe w uzwojeniu wtórnym, wewnę-	
trznym w stanie jałowym .....	174



4.6.1. Uzwojenie z przewodów profilowych .....	175
4.6.2. Uzwojenie z przewodów o przekroju kołowym ...	177
4.7. Przykład obliczania strat mocy w uzwojeniach transformatorowego potrajacza częstotliwości ..	179
4.7.1. Obliczenia transformatorowego potrajacza częstotliwości .....	179
4.7.2. Straty mocy w uzwojeniach według wariantu A	184
4.7.3. Straty mocy w uzwojeniach według wariantu B	186
5. STRATY MOCY W RDZENIACH TRANSFORMATOROWEGO POTRAJACZA CZĘSTOTLIWOŚCI .....	191
5.1. Uwagi ogólne .....	191
5.2. Zależności podstawowe .....	193
5.3. Straty histerezy .....	196
5.4. Straty wiroprądowe .....	202
5.5. Rozdzielanie strat mocy w stali magnetowodów potrajacza .....	205
5.5.1. Metoda rozdziału strat w rdzeniu .....	206
5.5.2. Doświadczalne wyznaczanie strat jałowych w rdzeniu transformatora i potrajacza .....	208
5.6. Obliczanie strat w rdzeniach potrajacza w róż- nych stanach obciążenia .....	217
6. OSIĄGNIĘCIA I WNIOSKI .....	222
WYKAZ LITERATURY .....	226
ANEKS .....	242

## 1. W S T Ę P

Współczesne technologie racjonalnego wykorzystywania energii elektrycznej, powodują rosnące zainteresowanie przemysłu źródłami podwyższonej częstotliwości. W tym zakresie stosowane są generatory maszynowe, układy przekształtnikowe i magnetyczne mnożniki częstotliwości. Szereg procesów technologicznych najkorzystniej można realizować przy częstotliwości 150 Hz lub zbliżonej, toteż coraz częściej znajdują tu zastosowania transformatorowe potrajacze częstotliwości.

Jakkolwiek idea zwielokrotnienia częstotliwości w układzie złożonym z nieliniowych elementów powstała pod koniec ubiegłego stulecia [60], jej upowszechnienie i realizacja w zastosowaniach przemysłowych przypadła na lata pięćdziesiąte. Budowa transformatorowych potrajaczy częstotliwości o wysokich parametrach technicznych, konkurencyjnych w stosunku do innych układów zwielokrotniania częstotliwości, stała się możliwa w związku z postępem w technologii wytwarzania blach magnetycznych i polepszeniu ich własności. Potrajacze częstotliwości zajmują szczególne miejsce wśród magnetycznych mnożników częstotliwości z racji prostej budowy, niezawodności w działaniu, symetryzacji obciążeń jednofazowych i dużego wykorzystania materiałów czynnych, zaś zastosowanie układu filtrów LC na wejściu, zapewnia małe odkształcenia prądu sieciowego oraz napięcia. Najczęściej stosuje się je do zasilania pieców indukcyjnych do topienia metali, indukcyjnych nagrzewnic okrośnych, szybkoobrotowych silników, ozonatorów oraz w układach automatycznej regulacji i zabezpieczeń itp. [44, 59, 60, 61]. Mocą jednostkowe budowanych

potrajaczy częstotliwości osiągnęły 6,6 MW [16, 44, 60]. Budowane są całe typoszeregi indukcyjnych urządzeń grzejnych zasilanych z potrajaczy częstotliwości [111].

Problematyką transformatorowych potrajaczy częstotliwości zajmuje się wiele ośrodków naukowych na świecie, między innymi w Związku Radzieckim, Kanadzie, Stanach Zjednoczonych, Republice Federalnej Niemiec, Japonii. W kraju od kilku lat badania w tej dziedzinie prowadzone są między innymi w Politechnice Lubelskiej. Aktualnie problematyka badań w dziedzinie potrajaczy częstotliwości koncentruje się nad doskonaleniem teoretycznych podstaw budowy i projektowania [3, 4, 9, 12, 25, 44, 50, 59, 60, 62, 63, 64, 145, 149, 150], jak również na poszukiwaniu nowych rozwiązań układów, z zastosowaniem obwodów magnetycznych o odpowiedniej geometrii [6, 7, 8, 9, 10, 11, 37, 45, 103, 108].

Przy budowie jednostek dużych mocy, niezwykle ważna jest wnikliwa analiza zjawisk. Problemy traktowane dotąd marginesowo dla jednostek o małych mocach, coraz bardziej skupiają uwagę badaczy i konstruktorów, przy czym, dotyczą one między innymi strat mocy w uzwojeniach i rdzeniach potrajaczy. Mimo stosunkowo licznych publikacji na temat transformatorowych potrajaczy częstotliwości, w literaturze brak opracowań dotyczących obliczania strat mocy w uzwojeniach z uwzględnieniem odkładania prądów fazowych, niewystarczająco opracowano również zagadnienia strat w rdzeniach. Pomimo występowania istotnych analogii w budowie potrajaczy i transformatorów, przebiega zjawisk w ich obwodach magnetycznych i elektrycznych bardzo się różnią. Stąd też analizowanie zjawiska strat mocy i jego opis

w potrajaczu częstotliwości jest odmienny niż w transformatorze.

Potrajacze częstotliwości pracują w zakresie nieliniowości charakterystyki magnesowania przy indukcjach 2,5 - 3 T, toteż strumienie w rdzeniach i prądy pierwotne są odkształcone. Odkształcenie przebiegów indukcji i prądów pierwotnych, powodują wzrost strat dodatkowych w rdzeniach oraz uzwojeniach, którego nie można pomijać w obliczeniach.

Straty w uzwojeniach, przy tych samych wymiarach przewodów i jednakowej wartości skutecznej prądu, mogą zwiększać się kilkakrotnie przy pracy potrajaczowej w porównaniu z transformatorową. W analizie strat w miedzi w odróżnieniu od transformatorów, należy uwzględniać różne częstotliwości podstawowych harmonicznym prądów pierwotnego i wtórnego oraz znaczne odkształcenie przebiegu prądu pierwotnego. W magnetowodach potrajaczy częstotliwości indukcje przekraczają znacznie wartości przyjmowane w rdzeniach transformatorów, a ich przebieg jest odkształcony. Analiza strat mocy w rdzeniach, winna uwzględniać składową histerezoową i wiroprądową strat oraz ich zależność od odkształcenia indukcji i stanu nasycenia rdzeni.

Umiejętność określania strat mocy w transformatorowych potrajaczach częstotliwości, szczególnie dużych mocy, ma istotne znaczenie techniczne i ekonomiczne, bowiem stwarza podstawę wyboru sposobów i środków ich ograniczenia już na etapie projektowania. Ułatwia lokalizację miejscowych przegrzew, prowadzących do uszkodzenia elementów urządzenia.

Możliwość przewidywania wielkości strat w rdzeniach i uzwojeniach transformatorów potrąca w różnych warunkach pracy, stanowi istotną przesłankę w procesie optymalizacji potrącający częstotliwości. I w efekcie, ułatwia budowę jednostek o minimalnych kosztach wytwarzania i eksploatacji, przy dużej ekonomicznie uzasadnionej sprawności.

Rozważania przeprowadzone w rozprawie stanowią fragment szerszego zagadnienia - metodyki projektowania transformatorowych potrącający częstotliwości dużych mocy, realizowanego w Zakładzie Podstaw Elektrotechniki IPIUEE Politechniki Lubelskiej. Wynikami badań w tym zakresie interesuje się przemysł krajowy /Zjednoczenie CHEMITEX, Przedsiębiorstwo Projektowania i Wyposażania Odlewni PRODLEW - Oddział w Bytomiu i inne. W przemyśle pracują zbudowane już prototypy urządzeń, potrącający z wyjściem trójfazowym do zasilania elektrowni maszyn przędzalniczych włókien chemicznych [50, 62, 147] potrącający z wyjściem jednofazowym zasilający ozonator [61]. Przewiduje się budowę prototypu, a następnie kilku potrącający o mocach rzędu kilkuset kilowatów do zasilania pieców indukcyjnych.

## 2. TEZA, CEL I ZAKRES PRACY

### 2.1. Teza i cel pracy

Procesom przetwarzania energii w transformatorowych potrajaczach częstotliwości towarzyszą straty mocy, występujące przede wszystkim w obwodach elektrycznych i magnetycznych. Dominującą część stanowią straty w uzwojeniach. Umiejętność określania strat mocy, ma zasadnicze znaczenie poznawcze i praktyczne. Metody obliczania strat stosowane w maszynach elektrycznych i transformatorach [1, 18, 20, 21, 23, 24, 28, 65, 67 - 75, 77 - 83, 86, 87, 90, 94 - 98, 109, 110, 117, 118, 120, 122, 125, 132, 133, 140, 143] nie uwzględniają specyficznych zjawisk, występujących w procesie przetwarzania częstotliwości i nie dają zadowalających rezultatów przy wyznaczaniu strat mocy w potrajaczach.

Przy budowie potrajaczy częstotliwości o niewielkich mocach, nie zachodziła potrzeba dokładnego wyznaczania strat. Wzrost mocy budowanych jednostek o korzystnych parametrach techniczno-ekonomicznych, oraz względy racjonalnego gospodarowania energią, skłaniają do podjęcia badań dotyczących strat mocy w uzwojeniach i rdzeniach potrajaczy częstotliwości. Tym bardziej, gdyż literatura z tego zakresu [3, 13, 16, 91, 92, 148] zagadnienie ujmuje w sposób fragmentaryczny i niewystarczający dla praktyki. Brak jest w ogóle zależności pozwalających określić straty dodatkowe w uzwojeniach potrajacza, które ze względu na przestrzenny rozkład i odkształcenie strumieni rozproszenia, mogą przybierać znacznie większe wartości niż w transformatorach. Z racji wyższych niż w transformatorach indukcji oraz jej odkształconego przebiegu, zachodzi również potrzeba roz-



patrzenia strat mocy w rdzeniach, uwzględniając przy tym różne warunki obciążenia potrajacza. Jakkolwiek publikacje [16, 91, 92], opisują straty histerezy i wiroprowadowe jako zależne od harmoniczných indukcyj w rdzeniach oraz jej wartości maksymalnej, nie podają związku przebiegu indukcyj z warunkami obciążenia potrajacza, ani też sposobu obliczania wartości maksymalnej indukcyj.

Celowym wydaje się:

- opracowanie metody wyznaczania strat mocy w rdzeniach oraz strat w uzwojeniach transformatorowego potrajacza częstotliwości, w różnych warunkach jego obciążenia
- określenie grubości krytycznych przewodów nawojowych uzwojen potrajacza

W transformatorowym potrajaczu częstotliwości zjawiska przebiegają nieliniowo, strumienie w rdzeniach oraz przepływy pierwowotne zawierają znaczne udziały wyższych harmoniczných. Odkształcenie przebiegów wspomnianych wielkości, zmienia się w szerokim zakresie, w warunkach pracy od stanu jałowego do zwarcia strony wtórnej i wpływa na wartość strat mocy.

Sformułowano tezę:

Odkształcenie prądu pierwotnego, szczególnie siąta i siódmą harmoniczną, oraz wzrost częstotliwości w uzwojeniu wtórnym powodują, że straty dodatkowe w uzwojeniach transformatorowego potrajacza częstotliwości mogą osiągać znaczne wartości i wymagają odmiennej metody obliczeń niż w transformatorach. W obliczeniach strat mocy, należy uwzględnić zarówno wartości indukcyj trzeciej harmoniczných oraz odkształcenia pól rozproszenia, wywołane warunkami obciążenia potrajacza.



## 2.2. Zakres pracy

Przeprowadzone w rozprawie rozważania obejmują straty mocy w uzwojeniach, stanowiące największą pozycję w całkowitych stratach potrajacza, ponadto rozpatrzono straty w rdzeniach z uwagą na wyższe indukcje i poziom strat niż w transformatorach. Występujące nadto, straty mocy w obudowie, belkach jarzmowych, śrubach mocujących i innych elementach konstrukcyjnych oraz dielektrykach nie będą przedmiotem analizy, jakkolwiek stanowią problem interesujący lecz wymagający oddzielnego opracowania.

Obliczenia strat mocy w rdzeniach i uzwojeniach, wymagają znajomości warunków magnetycznych w rdzeniach oraz form potrajacza, przepływów lub prądów pierwotnego i wtórnego. Tytuł zagadnieniom poświęcono rozdz. 3 rozprawy. Straty mocy w uzwojeniach potrajacza przeanalizowano w rozdz. 4. Rozważono uzwojenie cylindryczne wykonane z przewodu profilowego i okrągłego. W analizie strat dodatkowych w uzwojeniach, stosowano odpowiednio zaadoptowaną metodę kolejnych reakcji prądowych - dla przewodów okrągłych oraz metodę bezpośrednią w przypadku przewodów profilowych. Rozpatrzono przy tym różne konfiguracje uzwojeń. Wyznaczono wyrażenia określające wskaźniki i współczynniki wzrostu strat dodatkowych, a następnie określono grubości krytyczne przewodów nawojowych uzwojeń potrajacza. Podano również przykład obliczania strat mocy w uzwojeniach potrajacza czystości. W rozdz. 5 rozważono straty mocy w rdzeniach potrajacza. Wyznaczono współczynniki wzrostu strat historyczowych i wirowych jako funkcje przebiegu indukcji w magnetowodach. Podano sposób oraz przeprowadzono obliczenia strat mocy w rdzeniach potrajacza, w różnych warunkach obciążenia strony wtórnej. Rozdział 6 zawiera najważniejsze wnioski oraz zestawienie osiągnięć rozprawy.

### 3. OBLICZANIE PRĄDÓW I NAPIĘĆ TRANSFORMATOROWEGO POTRAJACZA CZĘSTOTLIWOŚCI

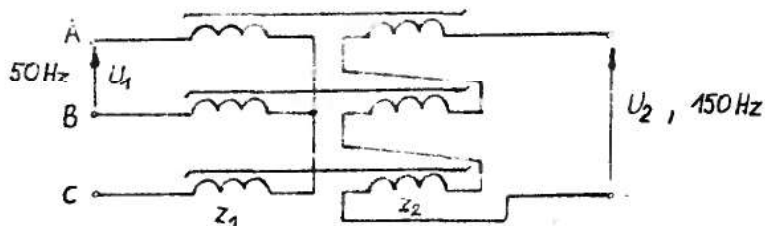
Rozważania o stratach mocy w transformatorowym potrajaczu częstotliwości muszą być oparte, na znajomości i analizie wielkości fizycznych w jego obwodach elektrycznych i magnetycznych. Straty mocy w uzwojeniach, podstawowe oraz dodatkowe zależą od skutecznej wartości i udziałów wyższych harmonicznych prądu, straty w rdzeniach - między innymi od poziomu i stopnia odkształcenia indukcji. Prądy oraz indukcje w obwodach magnetycznych potrajacza, zmieniają wartości wraz z obciążeniem, są zależne od napięcia wejściowego. Analityczne wyrażenie tych wielkości pozwala na łatwiejsze znalezienie związków, między parametrami znamionowymi potrajacza oraz stratami mocy.

W trzecim rozdziale pracy, wyznaczono charakterystyki obwodu wyjściowego i prądy strony pierwotnej, przy czym w opisie wprowadzono pojęcia uniwersalne dla potrajaczy transformatorowych o różnych napięciach i mocach wyjściowych. Jakkolwiek zagadnienia obliczania prądów, napięć oraz indukcji w rdzeniach, były przedmiotem licznych prac [ 3, 4, 9, 12, 15, 17, 25, 31, 32, 37, 38, 41, 42, 43, 53, 55, 56, 60, 65, 105, 106, 107, 108, 113, 114, 115, 124, 144, 145, 149, 150 ], ze względu na różnorodność opisów przyjmowanych charakterystyk magnesowania i ich aproksymacji, parametrów i układów potrajaczy, bezpośrednio wykorzystanie przedstawionych tam wyników dla potrzeb prowadzonych rozważań jest uciążliwe. Stąd w rozprawie, wybrane metody obliczania wielkości /prądów, napięć, indukcji/ zostały uzupełnione oraz przedstawione w sposób dogodny do rozważań nad stratami mocy w potrajaczu.

### 3.1. Budowa i zasada działania

Ukazujące się w literaturze światowej publikacje, wskazują na rosnące zainteresowanie problematyką magnetycznych mnożników częstotliwości i celowością ich stosowania w praktyce przemysłowej [3, 16, 44, 60, 62, 63, 111, 129, 130]. Z bardzo bogatej gamy mnożników i dzielników częstotliwości, ważną pozycję zajmują transformatorowe potrajacze częstotliwości. Znane są różne konstrukcje potrajaczy [3, 6 - 13, 37, 45, 47, 99, 108, 112, 130, 145, 147]. W ostatnich latach występują tendencje do budowy potrajaczy częstotliwości o znacznie polepszonych parametrach eksploatacyjnych, "sztywnej" charakterystyce zewnętrznej i małym zniekształceniu prądu pierwotnego, co uzyskuje się stosując odpowiednie konstrukcje obwodu magnetycznego oraz różne układy połączeń uzwojeń mnożnika [6 - 11, 37, 45, 108]. Największe jak dotychczas moce wyjściowe potrajaczy osiągnięto [16, 44, 60], stosując klasyczne układy połączeń transformatorów, dla których znane są również sposoby poprawy ich współpracy z siecią oraz metody kształtowania charakterystyk zewnętrznych [46, 47, 52, 58, 62, 64, 114]. Taki też układ połączeń będzie w rozprawie rozważany.

Transformatorowy potrajacz częstotliwości składa się z trzech



Rys.3.1. Schemat podstawowy transformatorowego potrajacza częstotliwości.

transformatorów jednofazowych, których uzwojenia pierwotne połączone są w gwiazdę i przyłączone do symetrycznej sieci trójfazowej. Uzwojenia wtórne są połączone w otwarty trójkąt /rys.

3.1./ Zasada działania transformatorowego potrajacza częstotliwości oparta jest, na zjawisku odkształcenia strumienia magnetycznego w rdzeniu transformatora, pracującego w zakresie nieliniowości charakterystyki magnesowania. Ze względu na nieliniowość obwodu magnetycznego, prąd pierwotny jest odkształcony, a brak przewodu zerowego w układzie zasilania powoduje, że nie zawiera harmonicznych tworzących układy zerowe. Prądom pierwotnym odpowiadają strumienie magnetyczne transformatorów, odkształcone wyższymi harmonicznymi, podzielnymi przez trzy, z których największą wartość uzyskuje trzecia harmoniczna. Strumienie indukują w uzwojeniach fazowych siły elektromotoryczne. W uzwojeniach wtórnych połączonych szeregowo, suma pierwszych harmonicznych napięć jest równa zeru, natomiast trzecie, jako jednakofazowe sumują się, dając napięcie wyjściowe.

Ponieważ zasada działania i budowy potrajacza transformatorowego są ogólnie znane, przedstawiono je bardzo skrótowo, lecz dokładniejsze informacje i wyjaśnienia można znaleźć w literaturze [ 3, 4, 9, 64, 112, 149, 150].

### 3.2. Założenia upraszczające przy obliczaniu prądów i napięć

Zjawiska elektromagnetyczne zachodzące w transformatorowym potrajaczu częstotliwości przebiegają nieliniowo. Ich dokładny opis jest utrudniony, toteż zwykle przyjmuje się założenia upraszczające. W analizie prądów i napięć magnetycznych mnożników częstotliwości najczęściej przyjmowane są następujące uproszczenia:

1. Potrajacz częstotliwości jest zasilany z sieci sztywnej o bardzo dużej mocy zwarciowej, mającej trójfazowy, symetryczny układ napięć.
2. Rdzenie transformatorów potrajacza mają identyczne charakterystyki magnesowania, które opisuje się krzywą jednowartościową.

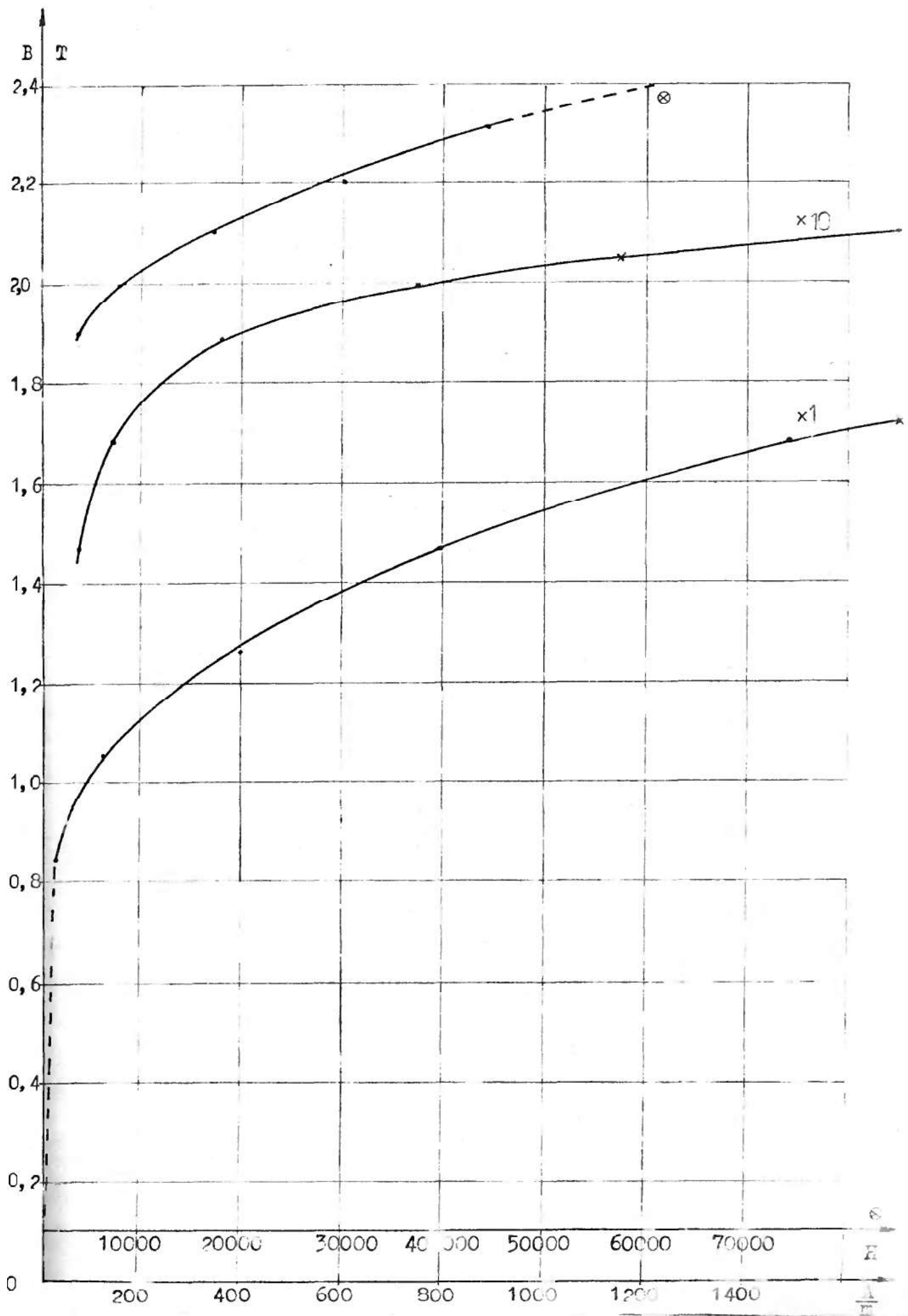
Pierwsza część założenia, może być w znacznym stopniu zrealizowana przez staranne wykonanie transformatorów. Przyjęcie jednowartościowej krzywej magnesowania jest uzasadnione z uwagi na bardzo wąską pętlę histerezy blach transformatorowych, pracujących nadto w potrajaczu w zakresie nasycenia, przy indukcjach maksymalnych 2,5 - 3 T.

3. Rezystancje uzwojeń, reaktancje rozproszenia oraz straty w stali potrajacza są pomijalne.

Rezystancje uzwojeń i reaktancje rozproszenia, stanowią niewielką wartość impedancji wejściowej i wyjściowej mnożnika. Pominięcie strat w żelazie wynika z trudności ich ścisłego, analitycznego określenia przy odkształconym strumieniu.

Straty w stali, w praktycznie ważnych obszarach pracy potrajacza, niewiele wpływają na wartości napięć i prądów, co potwierdzają badania doświadczalne.

4. W strumieniu magnetycznym występuje tylko pierwsza i trzecia harmoniczna, a prąd i napięcie wyjściowe są sinusoidalne. Na podstawie badań i obliczeń można stwierdzić, że dziewiąta i wyższe harmoniczne w strumieniu, nieznacznie wpływają na wartość skuteczną napięcia wyjściowego, w prądzie tłumione są przez reaktancję wewnętrzną potrajacza.



Rys.3.2. Charakterystyka magnesowania obwodu magnetycznego transformatora potrójacza



### 3.3. Aproksymacja charakterystyki magnesowania

Analiza procesów i zjawisk zachodzących w obwodach magnetycznych i elektrycznych transformatorowego potrójacza częstotliwości, opiera się na znajomości związku między indukcją i natężeniem pola magnetycznego. Krzywą wyjściową w analizie winna być charakterystyka magnesowania obwodu, wyznaczona na podstawie katalogowej charakterystyki blachy z uwzględnieniem geometrii obwodu magnetycznego i szczelin powietrznych, lub krzywa pomiarowa magnetowodu. W pracy rozważania przeprowadzono w oparciu o krzywą doświadczalną /rys. 3.2/, wyznaczoną przy sinusoidalnym strumieniu, dla obwodów magnetycznych modelu potrójacza, którego rdzenie były wykonane z blachy ET-5.

Analityczny opis zjawisk jest możliwy, jeżeli opiszemy charakterystykę magnesowania stosując odpowiednią aproksymację. Najczęściej stosowane są trzy rodzaje aproksymacji krzywej magnesowania: funkcją sinus hiperboliczny [3, 25, 32, 33, 41, 54 - 56, 64, 114, 115, 145, 149, 150], szeregu potęgowego [5, 8, 31, 32, 48, 49, 108, 144] i funkcją odcinkowo liniową [6, 8, 12, 15, 17, 104 - 106]. Dla magnetowodów z blach walcowanych na zimno, aproksymacje funkcją sinus hiperboliczny i wielomianem o niewielkiej liczbie wyrazów, nie odwzorowują zadowalająco krzywej magnesowania w całym przedziale indukcji stosowanych w magnetycznych mnożnikach częstotliwości. W celu zapewnienia koniecznej dokładności, w pracy przyjęto aproksymację charakterystyki magnesowania funkcjami

$$H = \alpha_i \operatorname{sn} \beta_i B_i / \quad /3.3.1/$$

gdzie  $\alpha_i, \beta_i$  - określono dla przedziałów indukcji  $\Delta B_i$ .



Współczynniki aproksymacji  $\alpha_i, \beta_i$  wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów [49, 64], a ich wartości zestawiono w tabl. 3.1.

Tabl. 3.1. Współczynniki aproksymacji charakterystyki magnosowania z rys. 3.2.

i	$\Delta B_i$		$\alpha_i$	$\beta_i$
	T		$\frac{\Lambda}{m}$	$\frac{1}{T}$
1	0	- 1	9,2844	3,0211
2	1	- 1,2	9,7163	5,5799
3	1,2	- 1,4	5,0224	3,9577
4	1,4	- 1,6	17,692	3,0583
5	1,6	- 1,8	8,0592	3,5498
6	1,8	- 2,0	0,10580	5,9570
7	2,0	- 2,1	0,006332	7,3650
8	2,1	- 2,2	0,49587	5,2884
9	2,2	- 2,3	5,7691	4,1730
10	2,3	- 2,35	12,365	3,8416
11	2,35	-	36,077	3,3859

### 3.4. Napięcie wyjściowe w stanie jałowym

Stosowane są różne sposoby opisu matematycznego transformatorowego potrajacza częstotliwości, zależnie od stopnia złożoności układu i możliwości przeprowadzenia analizy, bazujące na przyjęciu za wielkości podstawowe, napięć zasilających [ 7, 8, 14, 17, 37, 108 ], lub indukcji w rdzeniach [ 3, 5, 31, 33, 35, 38, 41-43, 53-56, 105, 106, 115, 144, 145, 149, 150 ]. Przedstawione w kolejnych rozdziałach sposoby obliczania napięć i prądów potrajacza w różnych obciążeniach, wymagają określenia wielkości podstawowych, którymi są indukcje w rdzeniach w stanie jałowym.

Jakkolwiek w założeniach upraszczających przyjęto uwzględnić występowanie w rdzeniach potrajacza tylko pierwszej i trzeciej harmonicznej indukcji, tutaj oszacowana będzie nadto i dziewiąta harmoniczna.

Wartości chwilowe prądów pierwotnych potrajacza rys. 3.1. spełniają równanie

$$i_A + i_B + i_C = D \quad /3.4.1/$$

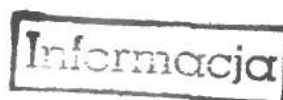
Prądom pierwotnym, odpowiadają określone natężenia pól magnetycznych oraz indukcji w rdzeniach. Jeżeli pominąć harmoniczne wyższe niż dziewiąta, wartości chwilowe indukcji w obwodach magnetycznych przynależnych do odpowiednich faz przyjmą postać

$$B_A = B_1 \cos \omega t - B_{30} \cos 3\omega t - B_{90} \cos 9\omega t$$

$$B_B = B_1 \cos \omega t - \frac{2}{3} \pi / - B_{30} \cos 3\omega t - B_{90} \cos 9\omega t \quad /3.4.2/$$

$$B_C = B_1 \cos \omega t + \frac{2}{3} \pi / - B_{30} \cos 3\omega t - B_{90} \cos 9\omega t$$

przy czym:  $B_1$ ,  $B_{30}$ ,  $B_{90}$  - amplitudy pierwszej, trzeciej i dzie-



wiązanej harmonicznej indukcji

$\omega$  - pulsacja podstawowej harmonicznej indukcji /napięcia zasilającego/

Uwzględniając związek, między natężeniem pola magnetycznego i indukcją w rdzeniu wyrażony charakterystyką magnesowania

$H = f/B$ , na podstawie zależności /3.4.1/, /3.4.2/ można napisać

$$f/B_A/ + f/B_B/ + f/B_C/ = 0 \quad /3.4.3/$$

Zapis /3.4.3/ stanowi podstawę do wyznaczania amplitud indukcji w rdzeniach potrajacza. W pracach [54, 57, 124, 145] rozwiązując równanie /3.4.3/ wyznaczono tylko trzecią harmoniczną.

Przyjmując w równaniach /3.4.2/ argument  $\omega t = 0$  i  $\omega t = \frac{\pi}{18}$ , otrzymamy dla  $\omega t = 0$

$$\begin{aligned} B_A &= B_1 - B_{30} - B_{90} \\ B_B &= -\frac{1}{2} B_1 - B_{30} - B_{90} \\ B_C &= -\frac{1}{2} B_1 - B_{30} - B_{90} \end{aligned} \quad /3.4.4/$$

dla  $\omega t = \frac{\pi}{18}$  dziewiąta harmoniczna będzie równa zeru, czyli

$$\begin{aligned} B_A &= B_1 \cos \frac{\pi}{18} - B_{30} \cos \frac{\pi}{6} \\ B_B &= B_1 \cos \frac{11\pi}{18} - B_{30} \cos \frac{\pi}{6} \\ B_C &= B_1 \cos \frac{13\pi}{18} - B_{30} \cos \frac{\pi}{6} \end{aligned} \quad /3.4.5/$$

Uwzględniając wartości indukcji w różnych chwilach czasu /3.4.4/, /3.4.5/ na podstawie /3.4.3/ otrzymane dwa algebraiczne równania nieliniowe

$$\begin{aligned} f/B_1 \cos \frac{\pi}{18} - \frac{\sqrt{3}}{2} B_{30}/ + f/B_1 \cos \frac{11\pi}{18} - \frac{\sqrt{3}}{2} B_{30}/ + \\ + f/B_1 \cos \frac{13\pi}{18} - \frac{\sqrt{3}}{2} B_{30}/ = 0 \end{aligned} \quad /3.4.6/$$

$$f/B_1 - B_{30} - B_{90}/ + 2f/ - \frac{1}{2} B_1 - B_{30} - B_{90}/ = 0 \quad /3.4.7/$$

Rozwiązując równanie /3.4.6/ przy założonej wartości pierwszej harmonicznej indukcji, można wyznaczyć amplitudę trzeciej. Natomiast z równania /3.4.7/, znając wartości amplitud pierwszej i trzeciej harmonicznej, wyznacza się amplitudę dziewiątej harmonicznej indukcji.

Aby rozwiązać równania /3.4.6/, /3.4.7/ posłużono się wielo-  
odcinkową aproksymacją krzywej magnesowania /rozd. 3.3/. Ana-  
lityczne rozwiązanie możliwe jest jedynie dla wybranych apro-  
ksymacji. W pracy [43] uzyskano je, przyjmując aproksymację  
charakterystyki magnesowania w postaci  $I = \alpha \operatorname{sh} \beta B$ .

Jeżeli założyć występowanie w rdzeniu tylko pierwszej i trze-  
ciej harmonicznej indukcji, wówczas do wyznaczenia amplitudy  
 $B_{30}$  wystarczy rozwiązać równanie /3.4.7/, w którym  $B_{90}$  należy  
przyjąć równe zero, czyli

$$f/B_1 - B'_{30}/ = 2f/ - \frac{1}{2} B_1 - B'_{30}/ \quad /3.4.8/$$

Równanie /3.4.8/ ma postać analogiczną z podaną w pracach [54,  
57, 124, 145, 149] a wyznaczone stąd wartości indukcji trzeciej  
harmonicznej są większe niż uzyskane z pomiarów [57, 145, 149].  
Łatwo zauważyć, że wartości amplitud trzeciej harmonicznej in-  
dukcji z równań /3.4.7/, /3.4.8/ spełniają związek

$$B_{30} = B_{30} + B_{90} \quad /3.4.9/$$

Zależność /3.4.9/ będzie wykorzystywana w obliczeniach charakte-  
rystyk obwodu wyjściowego, przy czym znajomość amplitudy dzie-  
wiątej harmonicznej pozwala wprowadzić pewien współczynnik  
korekcyjny.

Rozwiązując równania /3.4.6/, /3.4.7/ metodą bisekcji, ko-  
rzystając z bibliotecznej procedury kalkulatora programowego  
TI-59, wyznaczono amplitudy trzeciej i dziewiątej harmonicznej

indukcji w rdzeniach. Programy do obliczeń zamieszczono w aneksie, a wyniki zestawiono w tabelicy 3.2 i przedstawiono na rys. 3.3.

Tabl. 3.2. Wyniki obliczeń 3 i 9 harmonicznej indukcji w stanie jałowym

$B_1$	T	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
$B_{30}$	T	0,00286	0,0190	0,0504	0,0913	0,1366	0,1910	0,2571
$B_{90}$	T	-	-	-	-	-	-	0,0269

Tabl.3.2. c.d.

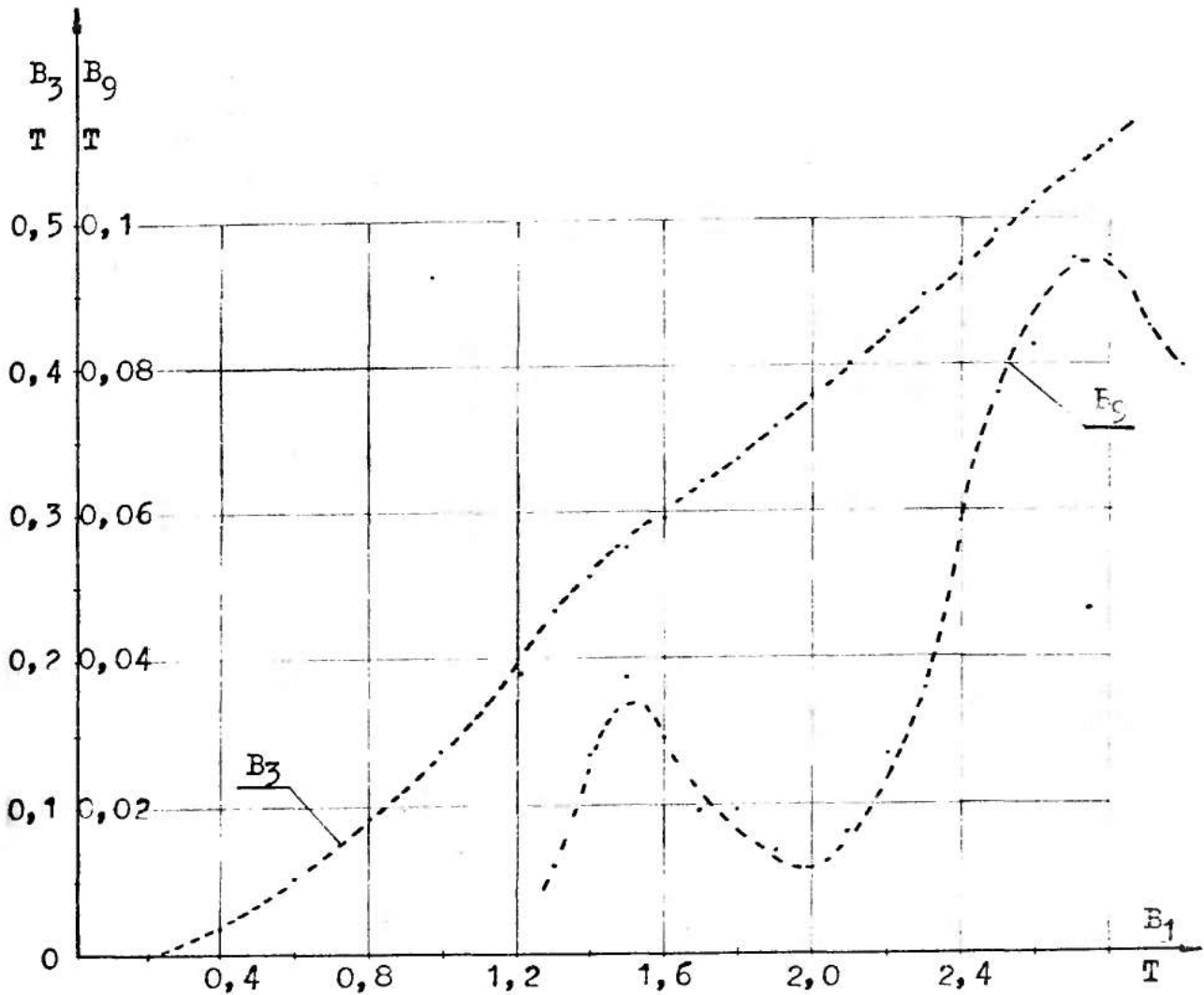
$B_1$	T	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1
$B_{30}$	T	0,2756	0,2983	0,3206	0,3381	0,3593	0,3821	0,4018
$B_{90}$	T	0,0372	0,0291	0,0189	0,0195	0,0138	0,0071	0,0161

Tabl.3.2. c.d.

$B_1$	T	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8
$B_{30}$	T	0,4220	0,4475	0,4687	0,4906	0,5104	0,5308	0,5504
$B_{90}$	T	0,0269	0,0355	0,0584	0,0762	0,0822	0,0948	0,0949

Tabl.3.2. c.d.

$B_1$	T	2,9	3,0	3,1
$B_{30}$	T	0,5700	0,5900	0,6101
$B_{90}$	T	0,0843	0,0798	0,0736



Rys.3.3. Amplitudy trzeciej i dziewiątej harmonicznej indukcji w rdzeniach, transformatorowego potrajacza częstotliwości w stanie jałowym

Otrzymane w oparciu o proponowaną metodę rezultaty obliczeń, wykazują w zakresie indukcji, przy których pracują transformatorowe potrajacze częstotliwości, zadowalającą zgodność z pomiarem [43].

Wartościom indukcji w rdzeniach transformatorów, odpowiada określone napięcie wyjściowe potrajacza

$$U_2 = 3 \sqrt{2} \pi f_2 S_{Fe} z_2 B_{30 \text{ zast}} \quad /3.4.10$$

gdzie:

$$B_{30 \text{ zast}} = B_{30} \sqrt{1 + \left( \frac{3 B_{90}}{B_{30}} \right)^2}$$

stanowi zastępczą indukcję trzeciej harmonicznej, odpowiadającą wartości skutecznej napięcia wyjściowego

$f_2$  - częstotliwość wyjściowa  $/3f_1/$

$z_2$  - liczba zwojów uzwojenia wtórnego, transformatora potrójacza

$S_{Fe}$  - powierzchnia przekroju poprzecznego stali, jednej kolumny rdzenia

Wyznaczone wartości indukcji w rdzeniach potrójacza, stanowią podstawę do analizy obwodu wejściowego i wyjściowego w stanie obciążenia i zwarcia.

Niezbędne w rozprawie rozważania, dotyczące prądu pierwotnego i wtórnego oraz mocy wyjściowej, przedstawiono w dwóch kolejnych rozdziałach 3.5., 3.6.

### 3.5. Charakterystyki obwodu wyjściowego

Podstawowe wielkości obwodu wyjściowego w różnych warunkach pracy opisują charakterystyki zewnętrzne oraz charakterystyki mocy strony wtórnej. Ich znajomość jest niezbędna do określania obszarów pracy potrójacza i jego mocy maksymalnej. Literatura podaje kilka metod opisu obwodu wyjściowego potrójacza [3-7, 12, 14, 15, 17, 31, 37, 38, 105, 107, 114, 115, 144, 145, 146] z uwzględnieniem lub bez, zmienności reaktancji wewnętrznej w zastępczym schemacie generatorowym strony wtórnej [3, 15, 31, 107, 114, 115, 124, 146, 149, 150]. Należy podkreślić, że zagadnienia te, były między innymi, przedmiotem dociekań i badań w Zakładzie Podstaw Elektrotechniki IPiUEE Politechniki Lubelskiej [25, 31, 106, 107, 144-146, 149, 150]. W pracy przyjęto metodę opisu charakterystyk zewnętrznych, zaproponowaną przez autora [31].



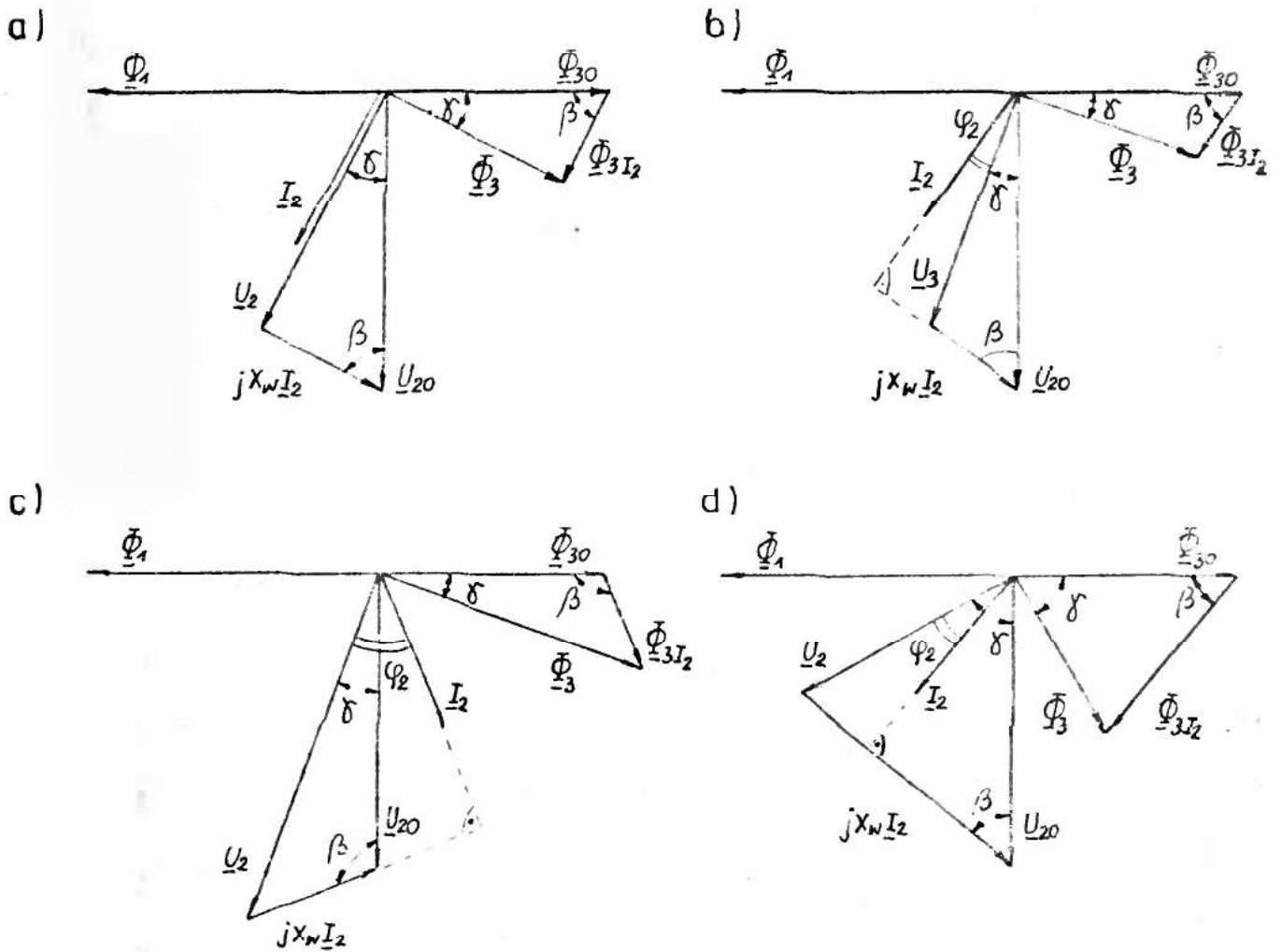
### 3.5.1. Charakterystyka zewnętrzna

Przy zmianach obciążenia potrajacza, ulegają zmianie warunki magnetyczne w rdzeniach, w skutek oddziaływania prądu obciążenia. Mechanizm ten, można prześledzić na wykresach wskazowych potrajacza częstotliwości /Rys. 3.4 a, b, c, d/, ilustrujących związki między prądem i napięciami /obciążenia, jałowym, stratą na reaktancji wewnętrznej/ oraz odpowiadającymi strumieniami magnetycznymi w rdzeniu. Prąd obciążenia, wytwarza strumień  $\Phi_{3I_2}$  oddziaływania strony wtórnej, który sumując się geometrycznie ze składową  $\Phi_{30}$  stanu jałowego, powoduje powstanie w rdzeniu wypadkowego strumienia  $\Phi_3$ , przesuniętego w fazie względem  $\Phi_{30}$  o kąt  $\gamma$ . Efektem jest zmniejszanie się napięcia wyjściowego potrajacza, przy obciążeniach R i RL. Dla obciążeń RC, natomiast jest wzrost napięcia ponad wartość w stanie jałowym, zaś przy dużych obciążeniach, ma miejsce jego spadek.

Charakterystyka zewnętrzna określa zmianę napięcia wyjściowego potrajacza w zależności od prądu obciążenia, przy zachowaniu stałego współczynnika mocy strony wtórnej i niezmiennych wartości napięcia zasilającego. O jej przebiegu decyduje nie tylko wartość pierwszej harmonicznej indukcji, ale również oddziaływanie obciążenia, na poziom trzeciej harmonicznej w rdzeniach.

Stosując prawo przepływu, dla obwodów magnetycznych transformatorów potrajacza można zapisać

$$\frac{z_1}{L_{sr}} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \frac{z_2}{L_{sr}} \begin{bmatrix} i_2 \\ i_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f/B_A/ \\ f/B_B/ \\ f/B_C/ \end{bmatrix} \quad /3.5.1/$$



Rys.3.4. Wykresy wskazowe transformatorowego potraja-  
 cza częstotliwości dla  $\omega t = 0$ , przy obciążeniu:  
 a/ rezystancyjnym; b/ czynno-indukcyjnym;  
 c/ czynno-pojemnościowym gdy  $|\delta| < |\varphi_2|$ ;  
 d/ czynno-pojemnościowym gdy  $|\delta| > |\varphi_2|$

gdzie:

$i_A, i_B, i_C$  - wartości chwilowe prądów pierwotnych w fazach A, B, C

$i_2$  - wartość chwilowa prądów strony wtórnej

$B_A, B_B, B_C$  - wartości chwilowe indukcji w obwodach magnetycznych transformatorów potrójacza, przynależnych do faz A, B, C

$f/B$  - charakterystyka magnesowania obwodów magnetycznych potrójacza

$z_1, z_2$  - liczby zwojów uzwojeń pierwotnego i wtórnego transformatora potrójacza

$L_{sr}$  - średnia długość drogi strumienia magnetycznego w rdzeniu

Wartości chwilowe prądów pierwotnych, prądu wtórnego oraz indukcji w rdzeniach transformatorowego potrójacza częstotliwości mają postać

$$i_A = \hat{I}_1 \cos \omega t + \beta_1 / + \hat{I}_5 \cos / 5 \omega t + \beta_5 / + \hat{I}_7 \cos / 7 \omega t + \beta_7 / + \dots$$

$$i_B = \hat{I}_1 \cos \omega t + \beta_1 - \frac{2}{3} \pi / + \hat{I}_5 \cos / 5 \omega t + \beta_5 + \frac{2}{3} \pi / + \dots$$

/3.5.2/

$$i_C = \hat{I}_1 \cos \omega t + \beta_1 + \frac{2}{3} \pi / + \hat{I}_5 \cos / 5 \omega t + \beta_5 - \frac{2}{3} \pi / + \dots$$

$$i_2 = \hat{I}_2 \cos / 3 \omega t + \beta_3 /$$

/3.5.3/

$$B_A = B_1 \cos \omega t - B_3 \cos / 3 \omega t - \gamma /$$

$$B_B = B_1 \cos \omega t - \frac{2}{3} \pi / - B_3 \cos / 3 \omega t - \gamma /$$

/3.5.4/

$$B_C = B_1 \cos \omega t + \frac{2}{3} \pi / - B_3 \cos / 3 \omega t - \gamma /$$

Ponieważ harmoniczne prądów pierwotnych /3.5.2/ tworzą układ trójfazowy symetryczny, a ich suma daje wartość równą zeru,

dodając stronami równania w zapisie /3.5.1/, otrzymamy wyrażenie opisujące wartość chwilową prądu w obwodzie wyjściowym potrajacza, czyli

$$i_2 = \frac{L_s r}{3z_2} \left( f/B_A/ + f/B_B/ + f/B_C/ \right) \quad /3.5.5/$$

Podstawiając do /3.5.5/ wartości chwilowe indukcji /3.5.4/, wykorzystując oznaczenia z rys. 3.4 otrzymamy

$$\begin{aligned} \hat{I}_2 \cos /3\omega t + \frac{\pi}{2} - \delta - \varphi_2/ &= \frac{L_s r}{3z_2} \left[ f \left( B_1 \cos \omega t - B_3 \cos /3\omega t - \delta/ \right) \right. \\ &+ f \left( B_1 \cos / \omega t - \frac{2}{3}\pi / - B_3 \cos /3\omega t - \delta/ \right) + f \left( B_1 \cos / \omega t + \right. \\ &\left. \left. + \frac{2}{3}\pi / - B_3 \cos /3\omega t - \delta/ \right) \right] \quad /3.5.6/ \end{aligned}$$

przy czym dla obciążeń czynno-pojemnościowych wartości  $\varphi_2$  należy przyjmować ze znakiem ujemnym,

Stąd kładąc  $t = 0$ , prąd strony wtórnej wyniesie

$$I_2 = \frac{L_s r}{3\sqrt{2} z_2 \sin / \delta + \varphi_2/} \left( f / B_1 - B_3 \cos \delta / - 2f / \frac{1}{2} B_1 + B_3 \cos \delta / \right) \quad /3.5.7/$$

Dla ułatwienia rozważań prowadzonych w pracy, prąd wtórny przedstawiono jako zależny od warunków magnetycznych w rdzeniach potrajacza. Wartościom indukcji  $B_1$  i  $B_3$  odpowiadają jednoznacznie napięcia wejściowe oraz wyjściowe. Obciążenie potrajacza ujęto, przez wielkość indukcji  $B_3$  oraz kąt  $\delta$  przesunięcia fazowego strumieni potrojonej częstotliwości  $\Phi_{30}$  i  $\Phi_3$  /rys. 3.4/

Na podstawie wykresów wskazowych z rys. 3.4 można zapisać

$$\frac{U_2}{\sin \beta} = \frac{U_{20}}{\sin / \frac{\pi}{2} + \varphi_2/}$$

Kąt  $\beta$  na wykresach a, b, d wyraża się jako

$$\beta = 90 - \varphi_2 - \delta$$

zaś na rysunku c wynosi

$$\beta = 90 + \varphi_2 - \delta$$

Z podanych związków trygonometrycznych łatwo wykazać, że

$$\delta = \arccos \frac{U_2}{U_{20}} \cos \varphi_2 - \varphi_2 \quad /3.5.8/$$

dla obciążeń R, RL, L i RC gdy  $|\delta| > |\varphi_2|$

$$\delta = -\arccos \frac{U_2}{U_{20}} \cos \varphi_2 - \varphi_2 \quad /3.5.9/$$

dla obciążeń RG, C gdy  $|\delta| < |\varphi_2|$

Występujący w powyższych wzorach, stosunek napięć w stanie obciążenia i jałowym można zastąpić ilorazem indukcji w rdzeniu, czyli

$$\frac{U_2}{U_{20}} = \frac{B_3}{B_{30}} \quad /3.5.10/$$

Wartość prądu wtórnego wyznaczamy ze wzoru /3.5.7/, przyjmując indukcję pierwszej i trzeciej harmonicznej oraz określając napięcia wyjściowe lub indukcje w rdzeniach względem wielkości stanu jałowego.

Podana zależność nie opisuje jednego punktu charakterystyki zewnętrznej, a mianowicie przy obciążeniach pojemnościowych, gdy

$|\delta| = |\varphi_2|$  a napięcie wyjściowe przyjmuje wartość największą  $U_{2\max} = \frac{U_{20}}{\cos \varphi_2}$ . Nie ma to jednak istotnego znaczenia, gdyż można w dowolnym sąsiedztwie tego punktu wyznaczyć przebieg charakterystyki. Nie trudno jest również wyznaczyć granicę wyrażenia /3.5.7/ gdy  $U_2 \rightarrow U_{2\max}$ , i uzyskać dokładne rozwiązanie, nie będzie to jednak przedmiotem, prowadzonych tu rozważań.

Zapis /3.5.7/ jest przystosowany do obliczeń, dla konkretnego potrajacza, o znanej liczbie zwojów i średniej długości linii pola magnetycznego w obwodach magnetycznych.

Wprowadzając pojęcie obciążenia liniowego obwodu wtórnego

$$A_{II} = \frac{\sqrt{2} I_2 z_2}{L_{sr}} \quad /3.5.11/$$

podano bardziej ogólną postać, dotyczącą potrójaczy częstotliwości o zadanej krzywej magnesowania rdzeni

$$A_{II} = \frac{1}{3 \sin \gamma + \varphi_2} \left( f/B_1 - B_3 \cos \gamma / - 2f / \frac{1}{2} B_1 + B_3 \cos \gamma / \right) \quad /3.5.12/$$

Obciążenie liniowe  $A_{II}$  jest wielkością charakterystyczną i porównywalną dla jednostek o różnych mocach wyjściowych.

### 3.5.2. Moc wyjściowa

Moc wyjściowa jest jedną z podstawowych wielkości, określających przydatność transformatorowego potrójacza częstotliwości do zasilania określonych odbiorników energii. Jej znajomość i przebieg w funkcji obciążenia, stanowią podstawową informację dla konstruktora, jest niezbędna w procesie eksploatacji urządzenia.

Napięcie wyjściowe potrójacza częstotliwości w stanie obciążenia można przedstawić w postaci

$$U_2 = 3 \sqrt{2} \pi f_3 B_3 S_{Fe} z_2 \quad /3.5.13/$$

Iloczyn wielkości /3.5.7/ i /3.5.13/ określa moc pozorną obwodu wyjściowego

$$S_2 = \frac{f_3 \pi B_3 S_{Fe} L_{sr}}{\sin \gamma + \varphi_2} \left( f/B_1 - B_3 \cos \gamma / - 2f / \frac{1}{2} B_1 + B_3 \cos \gamma / \right) \quad /3.5.14/$$

Znając wartość współczynnika mocy obciążenia, uwzględniając /3.5.14/ można w znany sposób wyznaczyć moc czynną i bierną.

Wprowadzając pojęcie objętościowej gęstości mocy, to znacząco mocy obwodu wtórnego, odmiesionej do iloczynu  $L_{sr} S_{Fe}$  /reprezentującego praktycznie objętość stali rdzenia, transformatora po-

trajacza/

$$S_2^* = \frac{S_2}{S_{Fe} L_{sr}} \quad /3.5.15/$$

otrzymamy

$$S_2^* = \frac{\pi f_3 B_3}{\sin \gamma + \varphi_2'} \left( f/B_1 - B_3 \cos \gamma / - 2f / \frac{1}{2} + B_3 \cos \gamma / \right) \quad /3.5.16$$

Objętościowa gęstość mocy potrajacza, zależy od poziomu indukcji w rdzeniach, wielkości i charakteru obciążenia oraz kształtu krzywej magnesowania magnetowodów. Nie była dotychczas przedstawiana w postaci /3.5.16/, w dostępnej autorowi literaturze z dziedziny magnetycznych mnożników częstotliwości. Charakteryzuje stopień wykorzystania obwodów magnetycznych i jest wielkością łatwo porównywalną dla potrajaczy o różnych kształtach wyjściowych. Posługiwanie się pojęciem objętościowej gęstości mocy jest również bardzo wygodne przy obliczaniu transformatorowych potrajaczy częstotliwości /rozd. 4.7/.

### 3.5.3. Obliczenia charakterystyk obwodu wyjściowego

Dla przyjętej krzywej magnesowania obwodów magnetycznych, stosując aproksymację wieloodcinkową /rozd. 3.3/ wyznaczamy przebiegi obciążenia liniowego obwodu wtórnego  $A_{II}$  i objętościowej gęstości mocy /3.5.16/. Obliczenia wykonano z pomocą kalkulatora programowalnego TI-59, wykorzystując program "Charakterystyki obwodu wyjściowego", który jest zamieszczony w aneksie. Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 3.3 - 3.8 /aneks/. Zgodnie z wyprowadzonymi wcześniej wzorami, obliczeń charakterystyk dokończono, przyjmując istnienie pierwszej i trzeciej harmonicznej indukcji w rdzeniach. Z konstrukcji wzorów /3.4.7/ i /3.5.12/, 3.5.16/ wynika, że dla wyznaczania charakte-



terystyki zewnętrznej i objętościowej gęstości mocy, należy przyjmować amplitudę trzeciej harmonicznej indukcji, będącą sumą amplitud trzeciej i dziewiątej, wyznaczonych w rozdz. 3.4 tzn.  $B'_{30} = B_{30} + B_{90}$ . Wychodząc od wartości napięcia wyjściowego potrójacza, wprowadzono zastępczą indukcję trzeciej harmonicznej

$$B_{30 \text{ zast}} = B_{30} \sqrt{1 + \left( \frac{3B_{90}}{B_{30}} \right)^2}$$

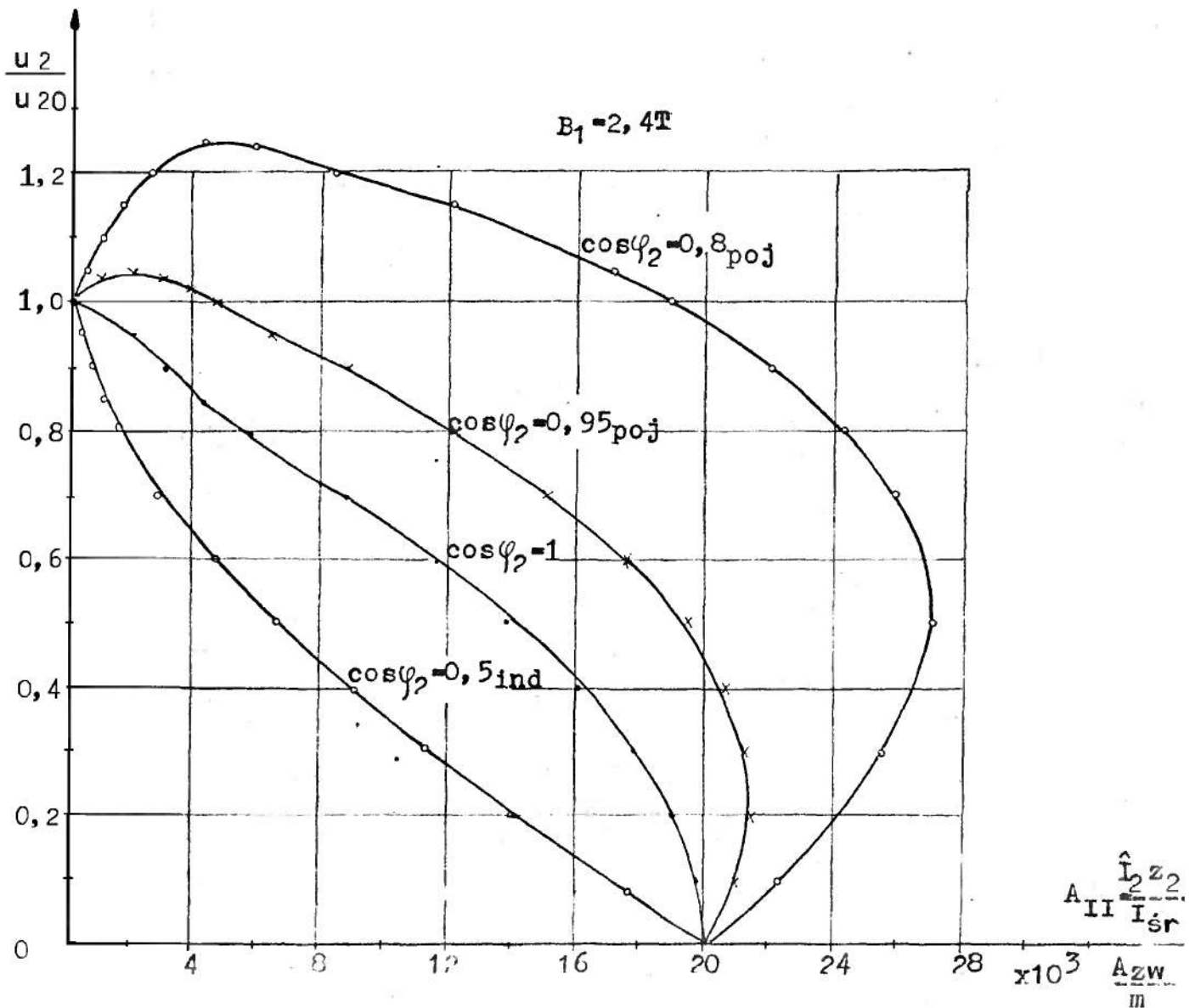
przy czym  $B_{30}$ ,  $B_{90}$  - amplitudy trzeciej i dziewiątej harmonicznej indukcji, wyznaczone w rozdz. 3.4.

Moc wyjściową lub objętościową gęstość mocy, należy przy tym zmniejszyć w stosunku

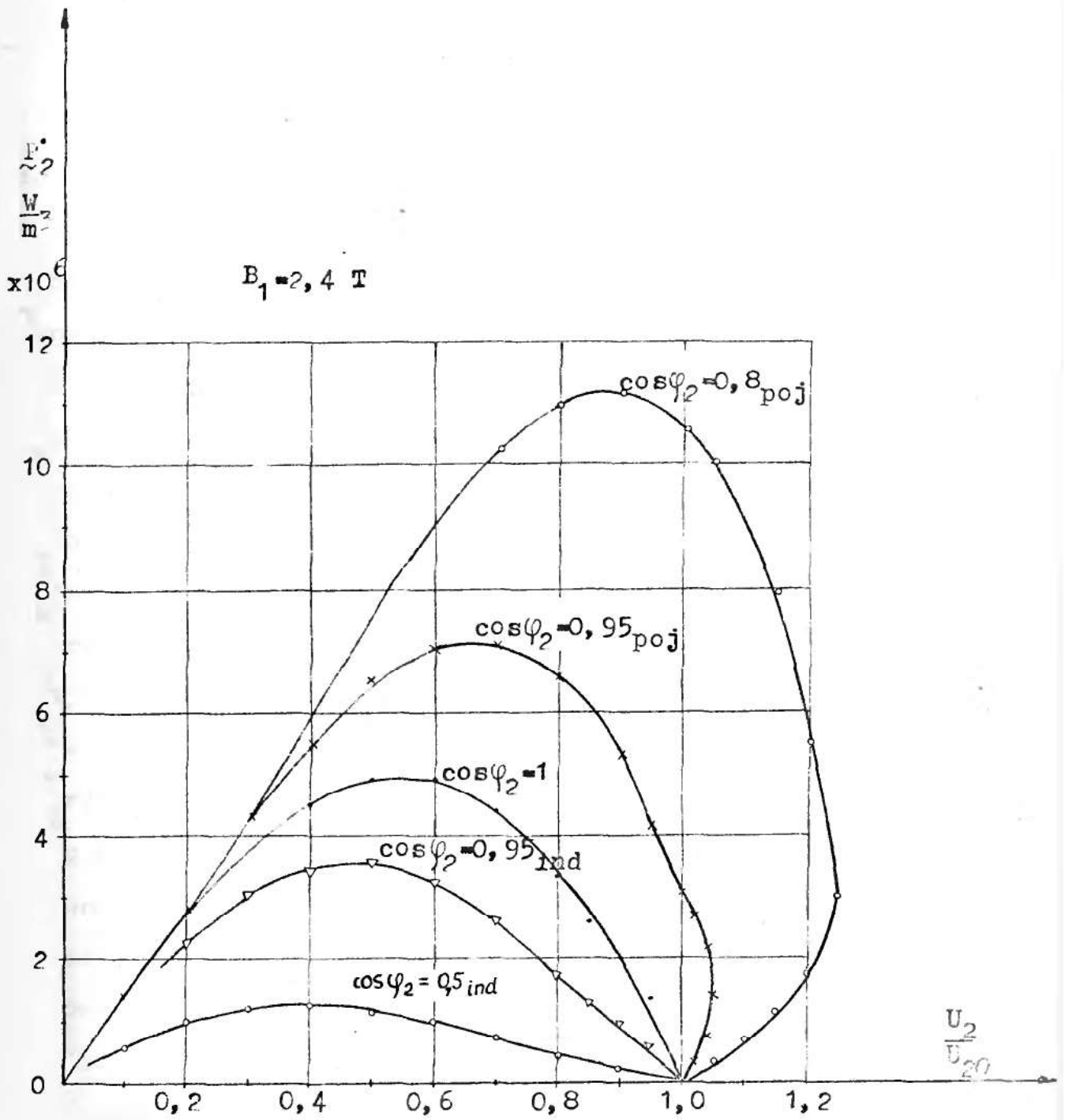
$$k_B = \frac{B_{30 \text{ zast}}}{B'_{30}}, \text{ tzn. } \dot{S}_2 = S_2 k_B$$

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń wykreślono przebiegi  $\frac{B_3}{B_{30}} = f/A_{II} /$  i  $\dot{P}_2 = f / \frac{B_3}{B_{30}} /$  dla różnych współczynników mocy, przedstawiono je na rys. 3.5 i 3.6.

Charakterystyki zewnętrzne  $\frac{B_3}{B_{30}} = f/A_{II} /$  wykazują większą sztywność przy pojemnościowych współczynnikach mocy  $\cos \varphi_2$ . W konsekwencji dla takich obciążeń, z jednostki objętości żelaza rdzenia można uzyskać znacznie większe moce wyjściowe, w stosunku do mocy przy obciążeniu czynnym.



Rys. 3.5. Przebiegi względnej wartości napięcia wyjściowego potrajacza /lub trzeciej harmonicznej indukcji w rdzeniach/ w funkcji obciążenia liniowego  $A_{II}$



Rys. 3.6 Objętościowa gęstość mocy czynnej transformatorowego potrająca częstotliwości przy zadanym zewnętrznym współczynniku mocy  $\cos \varphi_2$ , w różnych warunkach obciążenia strony wtórnej

### 3.6. Prąd pierwotny transformatorowego potrajacza częstotliwości

Podstawą do obliczania strat mocy w uzwojeniach transformatorowego potrajacza częstotliwości, jest znajomość wartości i kształtu prądu pierwotnego. Jest jednoznacznie związany z polem magnetycznym wokół przewodów, stąd bierze udział w magnesowaniu rdzeni, "przenoszeniu" strumienia mocy do obwodu wtórnego oraz strat mocy. Ponieważ obwody magnetyczne znajdują się w stanie nasycenia, prąd pierwotny jest odkształcony. Trójprzewodowa sieć zasilająca zapewnia, że w jego widmie nie występują harmoniczne podzielne przez trzy. W transformatorowym potrajaczu częstotliwości mechanizm "przenoszenia" mocy jest zupełnie inny niż w transformatorze. Strumieniem roboczym w potrajaczu jest trzecia harmoniczna, która uzależnia swą wartość i fazę od obciążenia potrajacza - co ilustrują wykresy wskazowe na rys. 3.4. Strumień oddziaływania strony wtórnej  $\Phi_{3I_2}$ , indukujący siłę elektromotoryczną również w uzwojeniu pierwotnym i w konsekwencji obciążenie obwodu wtórnego, powoduje zmiany wartości i kształtu prądu pierwotnego.

Do rozważań nad stratami mocy w uzwojeniach, niezbędna jest znajomość wartości skutecznej prądu oraz jego odkształcenia przez wyższe harmoniczne. Dostępna literatura, zagadnienie obliczania prądów ujmuje w sposób niezadowolający w stosunku do występujących potrzeb. W pracach [3, 114, 115] podano zależności pozwalające wyznaczyć tylko pierwszą harmoniczną prądu pierwotnego. Wartość skuteczną prądu pierwotnego, bez potrzeby obliczania poszczególnych harmonicznych można wyliczyć na podstawie [32]. Efektywne metody obliczania pierwszej i piątej harmonicznej prądu, ale tylko w stanie jałowym i zwarcia, przed-

stawiono w pracach [55, 56, 145, 149]. Sposób obliczania prądu pierwotnego, oraz jego wyższych harmonicznych w różnych warunkach obciążenia, dla potrajacza typu dławikowego, prezentuje praca [17]. Jednak stosowana przez autorów aproksymacja krzywej magnesowania w postaci trójodcinkowej, nie może zapewnić ilościowo dobrych rezultatów.

Analizę prądów potrajacza transformatorowego z dławikami i kompensacją mocy biernej po stronie pierwotnej, przedstawia praca [17]. Podana metoda obliczania prądów i napięć /indukcji/, jakkolwiek bardzo ogólna jest dość skomplikowana. Cechuje ją ograniczenie, w postaci założonej aproksymacji charakterystyki magnesowania wielomianem piątego stopnia.

W rozprawie posłużono się metodą obliczania harmonicznego prądu pierwotnego w ustalonych stanach pracy, przy zadanym obciążeniu strony wtórnej, korzystając z rozwinięć w szereg Fouriera. Krzywą magnesowania aproksymowano funkcją wieloodcinkową w postaci funkcji hiperbolicznych /rozd. 3.3/.

### 3.6.1. Wyznaczanie harmonicznego prądu pierwotnego

Z uwagi na symetrię zasilania i obwodów magnetycznych potrajacza, rozważania wystarcza przeprowadzić dla jednej z faz. Na podstawie zależności /3.5.1/, /3.5.2/, /3.5.3/, /3.5.4/ dla obwodu magnetycznego, fazy A można napisać

$$\frac{z_1}{L_{sr}} \left( \hat{I}_1 \cos/\omega t + \beta_1/ + \hat{I}_5 \cos/5\omega t + \beta_5/ + \hat{I}_7 \cos/7\omega t + \beta_7/ + \dots \right) + \frac{z_2}{L_{sr}} \hat{I}_2 \cos/3\omega t + \beta_3/ = f \left( B_1 \cos \omega t - B_3 \cos/3\omega t - \gamma/ \right) \quad /3.6.1/$$

Ponieważ funkcję /3.6.1/ charakteryzuje odwrotna zgodność półokresu, nieparzyste współczynniki szeregu Fouriera przyjmą po-

stać

$$E_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f \left( B_1 \cos \omega t - B_3 \cos /3\omega t - \gamma / \right) \sin k\omega t \, d\omega t / \quad /3.6.2/$$
$$G_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f \left( B_1 \cos \omega t - B_3 \cos /3\omega t - \gamma / \right) \cos k\omega t \, d\omega t /$$

gdzie wskaźnik sumowania k jest nieparzysty.

Wprowadzając obciążenia liniowe, pierwotne obwodu magnetycznego do k-tej harmonicznej /przy czym k jest niepodzielne przez trzy/

$$A_k = \frac{z_1}{L_{sr}} \hat{I}_k \quad /3.6.3/$$

będące wielkościami porównywalnymi dla potrajaży różnych mocy, uwzględniając zależności /3.6.2/ otrzymamy

$$A_k = \sqrt{E_p^2 + G_p^2} \quad /3.6.4/$$

oraz fazę początkową

$$\beta_k = \arctg \frac{-E_p}{G_p} \quad /3.6.5/$$

Dla harmonicznnych podzielnych przez trzy, można w analogiczny sposób wyznaczyć obciążenie liniowe obwodu wyjściowego, niemniej zostało ono już określone w rozdz. 3.5.

Znając obciążenia liniowe k-tych harmonicznnych, łatwo można przejść do obliczenia amplitud prądów, mnożąc je przez stosunek średniej długości linii pola magnetycznego w rdzeniu i liczby zwojów uzwojenia

$$\hat{I}_k = A_k \frac{L_{sr}}{z_1} \quad /3.6.6/$$

Na podstawie wyznaczonych amplitud prądu lub obciążeń liniowych, można w znany sposób obliczać wartości skuteczne odpowiednich wielkości.

Aby wykonać obliczenia wielkości  $A_k$  lub  $\hat{I}_k$ , przyjęto aproksymację charakterystyki magnesowania rdzeni funkcją wieloodcinkową

/rozd. 3.3/. Obliczenia w oparciu o wyprowadzone zależności, łatwo przeprowadzić wykorzystując maszynę cyfrową. Analityczne rozwiązania, bazujące na powyższych zależnościach, opisujące amplitudy harmonicznych prądu pierwotnego, przy aproksymacji krzywej magnesowania funkcją  $H = \alpha \text{sh} \beta B$  zamieszczono w pracy [41]

### 3.6.2. Obliczenia prądu pierwotnego

Na podstawie ogólnych równań /3.6.2/, /3.6.4/ obliczono obciążenia liniowe dla 1,5 i 7 harmonicznej. Obliczenia wykonano za pomocą kalkulatora programowalnego TI-59, wykorzystując program "Obliczanie harmonicznych obciążeń liniowych pierwotnych", - zamieszczony w aneksie. Obliczenia przeprowadzono dla kilku współczynników mocy  $\cos \varphi_2$  i dwóch wartości indukcji podstawowej harmonicznej. Uwzględniono przy tym, występowanie w rdzeniu pierwszej i trzeciej harmonicznej indukcji. Wyniki obliczeń podano w aneksie, tabl. 3.9 - 3.14. Wyznaczone wartości obciążeń liniowych k-tych harmonicznych, posłużyły do obliczenia wielkości pochodnych  $h_5, h_7, h_3, F/h_k, F_2/h_k, F/\Omega_k, A_I$ , wyprowadzonych i stosowanych w kolejnych rozdziałach pracy. W tym miejscu, przytoczono jedynie analityczne formy tych wielkości.

Udziały harmonicznych

$$h_{k^*} = \frac{A_k}{A_1} = \frac{\hat{I}_k}{\hat{I}_1}, \quad k = 1, 5, 7$$

$$h_{\sim 3} = \frac{A_{II}}{A_I} = \frac{\hat{I}'_2}{\hat{I}_1}$$

gdzie:

- $\hat{I}_1$  - amplituda pierwszej harmonicznej prądu pierwotnego
- $\hat{I}'_2$  - amplituda prądu wtórnego przeliczona na stronę pierwotną



Obciążenie liniowe, pierwotne obwodu magnetycznego

$$A_I = A_1 \sqrt{1 + h_5^2 + h_7^2}$$

Parametry charakteryzujące wzrost strat dodatkowych w uzwojeniach potrójacza

$$F / h_k / = \frac{1 + 5^2 h_5^2 + 7^2 h_7^2}{1 + h_5^2 + h_7^2}$$

$$F_2 / \hat{I}_k / = \frac{3^2 \hat{I}_3^2}{1 + h_5^2 + h_7^2}$$

$$F / n_k / = n_1^2 + n_5^2 + n_7^2 = \frac{1 + 5^2 h_5^2 + 7^2 h_7^2}{\hat{I}_3^2}$$

gdzie:

$$n_k = \frac{A_k}{A_{II}} = \frac{\hat{I}'_k}{\hat{I}_2} \quad k = 1, 5, 7$$

$\hat{I}'_k$  - amplituda k-tej harmonicznej prądu pierwotnego, przeliczona na stronę wtórną

$\hat{I}_2$  - amplituda prądu wtórnego

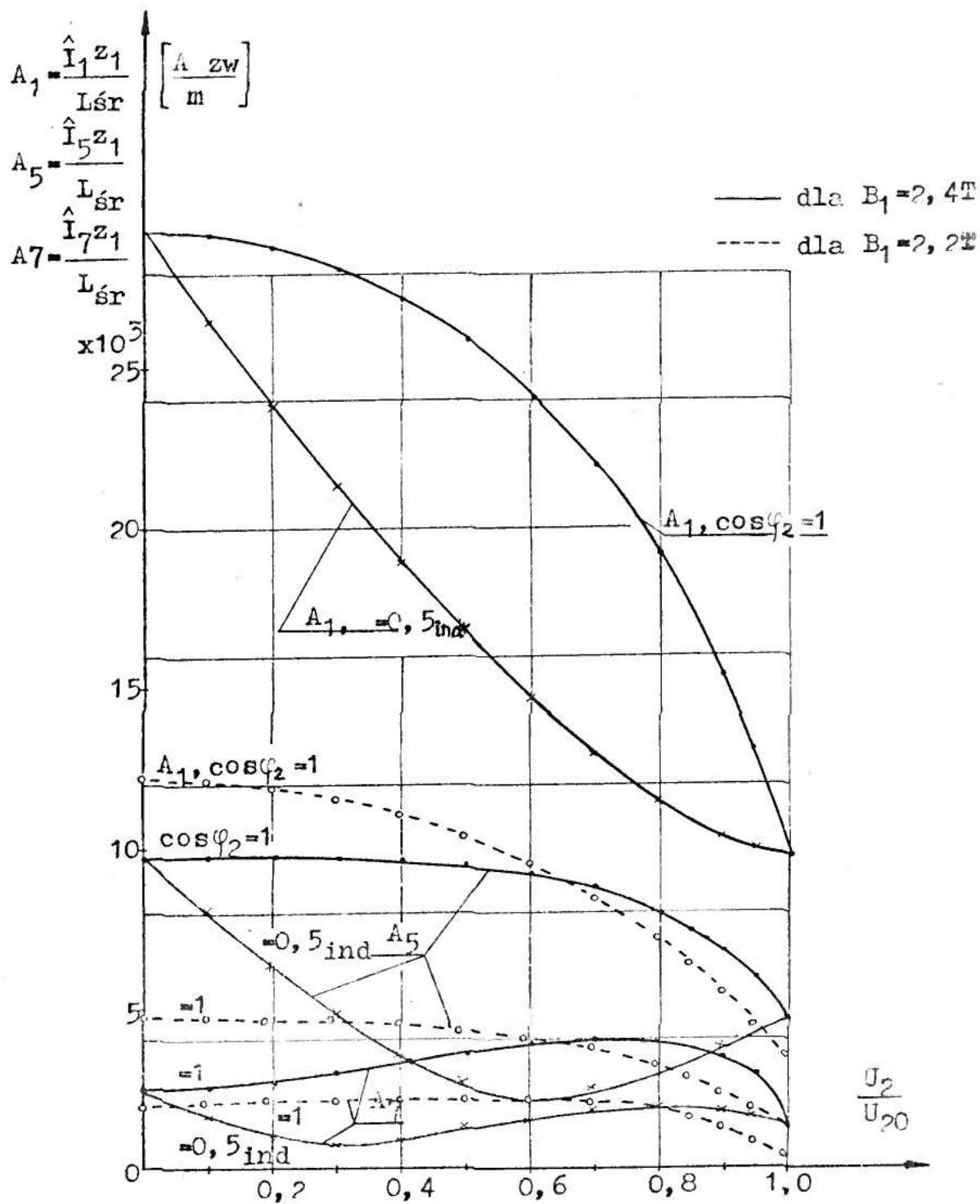
Graficzną ilustrację otrzymanych wyników przedstawiono na rysunkach. Na rys. 3.7, 3.8 zamieszczono przebiegi obciążeń liniowych  $A_k$  obwodu pierwotnego, rys. 3.9, 3.10 prezentują względne udziały harmonicznych odniesionych do podstawowej harmonicznej prądu /lub obciążenia liniowego/ pierwotnego. Przesięgi parametrów określających wzrost strat dodatkowych w uzwojeniach wskutek odkształcenia prądu oraz obciążenia liniowego  $A_I$ , zamieszczono stosownie w poszczególnych rozdziałach pracy.

Obciążenia liniowe  $A_k$ ,  $A_I$  obwodu magnetycznego, wykazują dużą zmienność wraz z obciążeniem strony wtórnej potrójacza, zależne

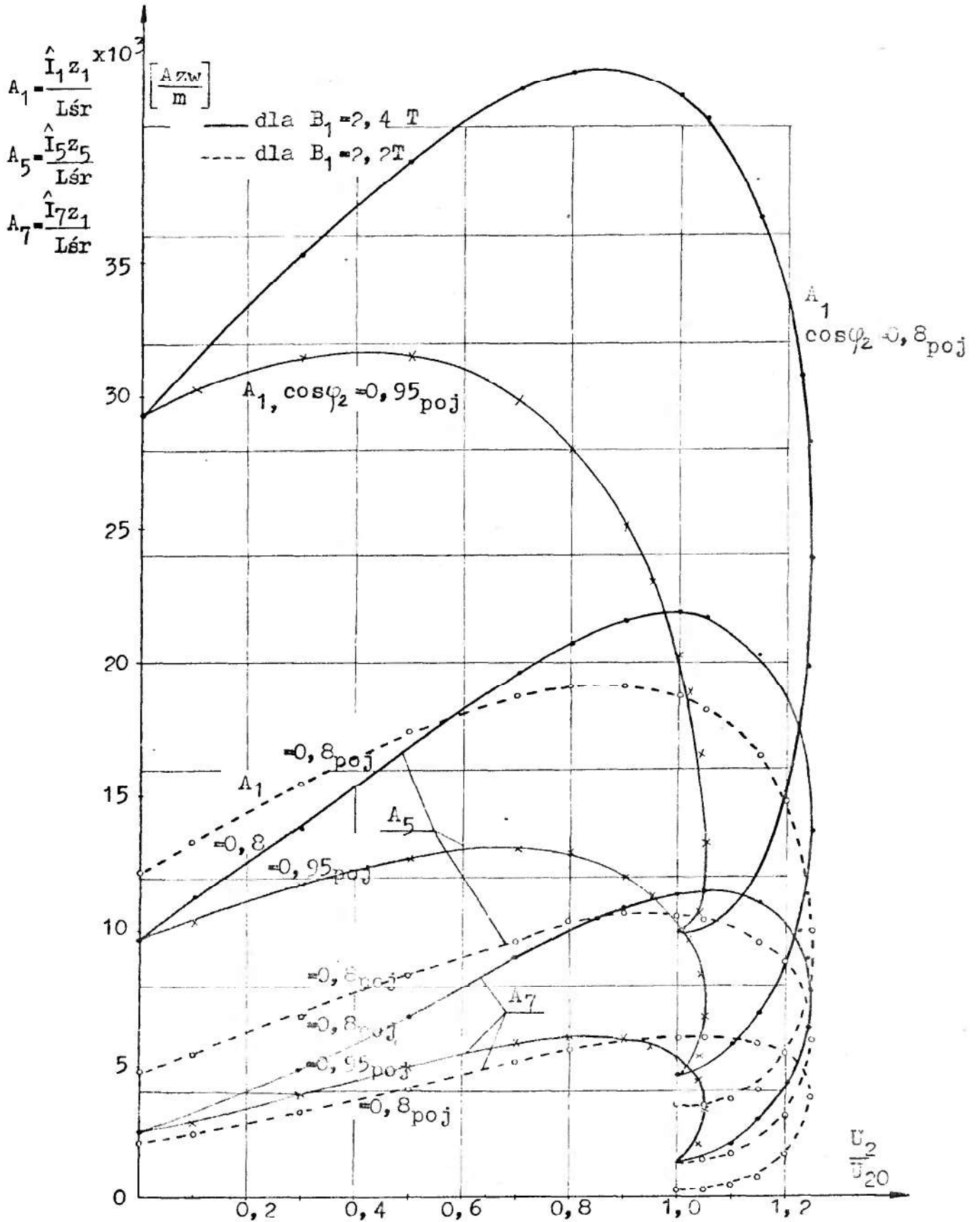
są od poziomu podstawowej harmonicznej indukcji w rdzeniach. Przy zadanej podstawowej harmonicznej indukcji, o przebiegach wielkości  $A_k$  i  $A_I$  decyduje odkształcenie indukcji oraz kształt krzywej magnesowania. Dla obciążeń o charakterze czynno-pojemnościowym, maksymalna wartość indukcji w rdzeniach może przewyższać jej wartość, występującą w stanie zwarcia, a przy obciążeniu rezystancyjnym i czynno-indukcyjnym jest zawsze mniejsza. Stąd wynikają różnice w zmienności obciążenia liniowego /prądu pierwotnego/ zależnie od współczynnika mocy obciążenia.

Udziały wyższych harmonicznych w prądzie pierwotnym osiągają znaczne wartości, szczególnie dla obciążeń występujących najczęściej w praktyce, czynnych i czynno-pojemnościowych. W przedziale maksymalnych mocy wyjściowych, piąta harmoniczna stanowi ok. 40 - 55 % podstawowej, zaś siódma 20 - 30 %. Wykazują znaczną zmienność wraz z obciążaniem potrajacza. Dla pewnego przedziału obciążeń o charakterze czynno-indukcyjnym, ma miejsce znaczne zmniejszanie się amplitudy piątej harmonicznej, a tym samym, ulega poprawie kształt prądu pierwotnego. Można powiedzieć, że obciążenia o charakterze czynno-pojemnościowym powodują wzrost zawartości harmonicznych w prądzie pierwotnym, a czynno-indukcyjne przyczyniają się do poprawy jego kształtu.

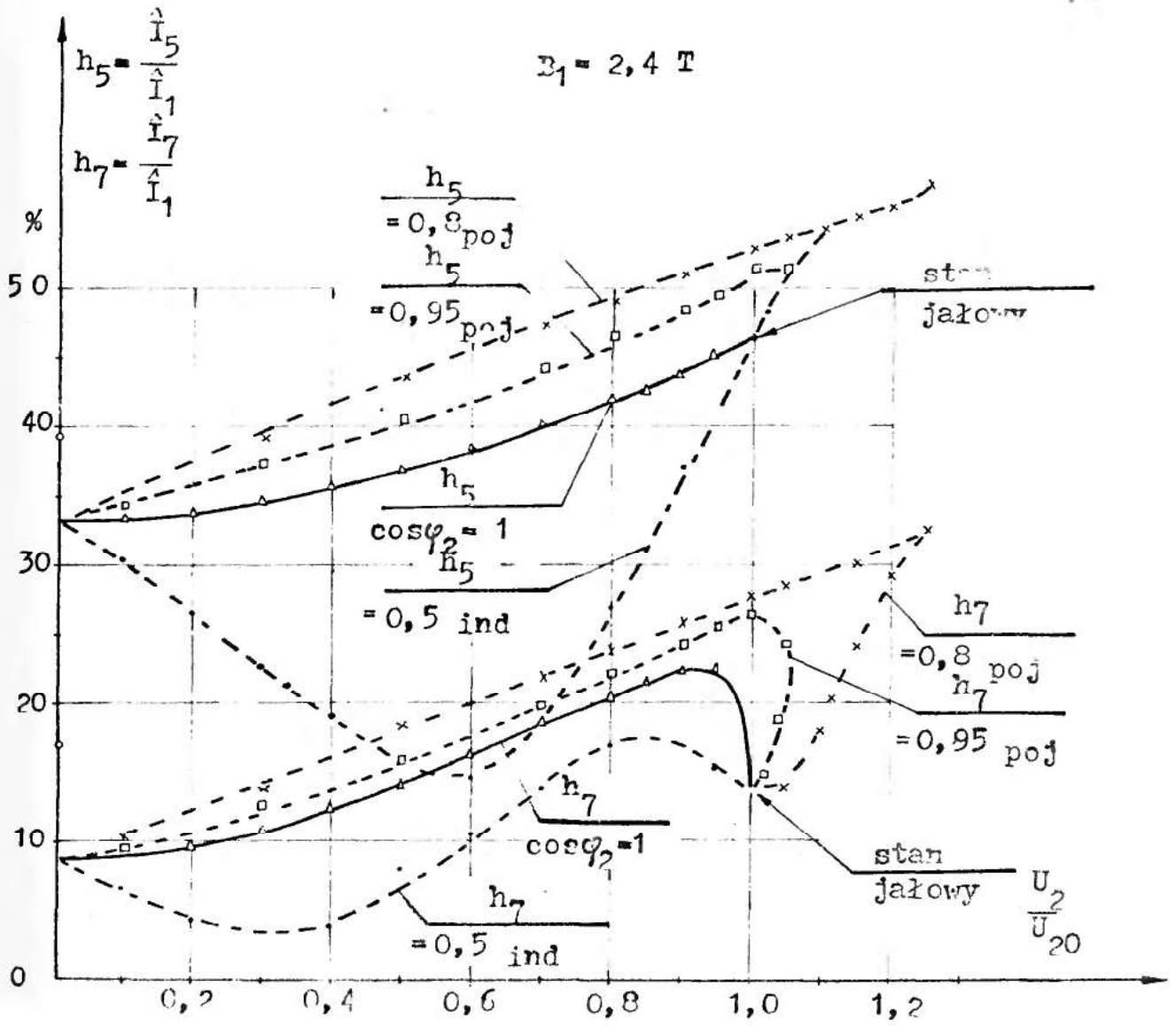
Wyznaczone w rozdz. 3.5 i 3.6 obciążenia liniowe /prądy/ wtórne i pierwotne, jako funkcje obciążenia strony wtórnej, stanowią podstawę do analizy strat mocy w uzwojeniach potrajacza. O stratach mocy decyduje wartość skuteczna prądu, zależna przede wszystkim od harmonicznej podstawowej. Zachodzi jednak potrzeba oceny, wpływu odkształcenia prądu pierwotnego i podwyższonej częstotliwości prądu wtórnego  $/3f_1/$  na wzrost strat. Co w konsekwencji, pozwala wyznaczyć grubości krytyczne przewodów nawojowych uzwojeń. Zagadnienia te, będą przedmiotem rozważań w kolejnych rozdziałach rozprawy.



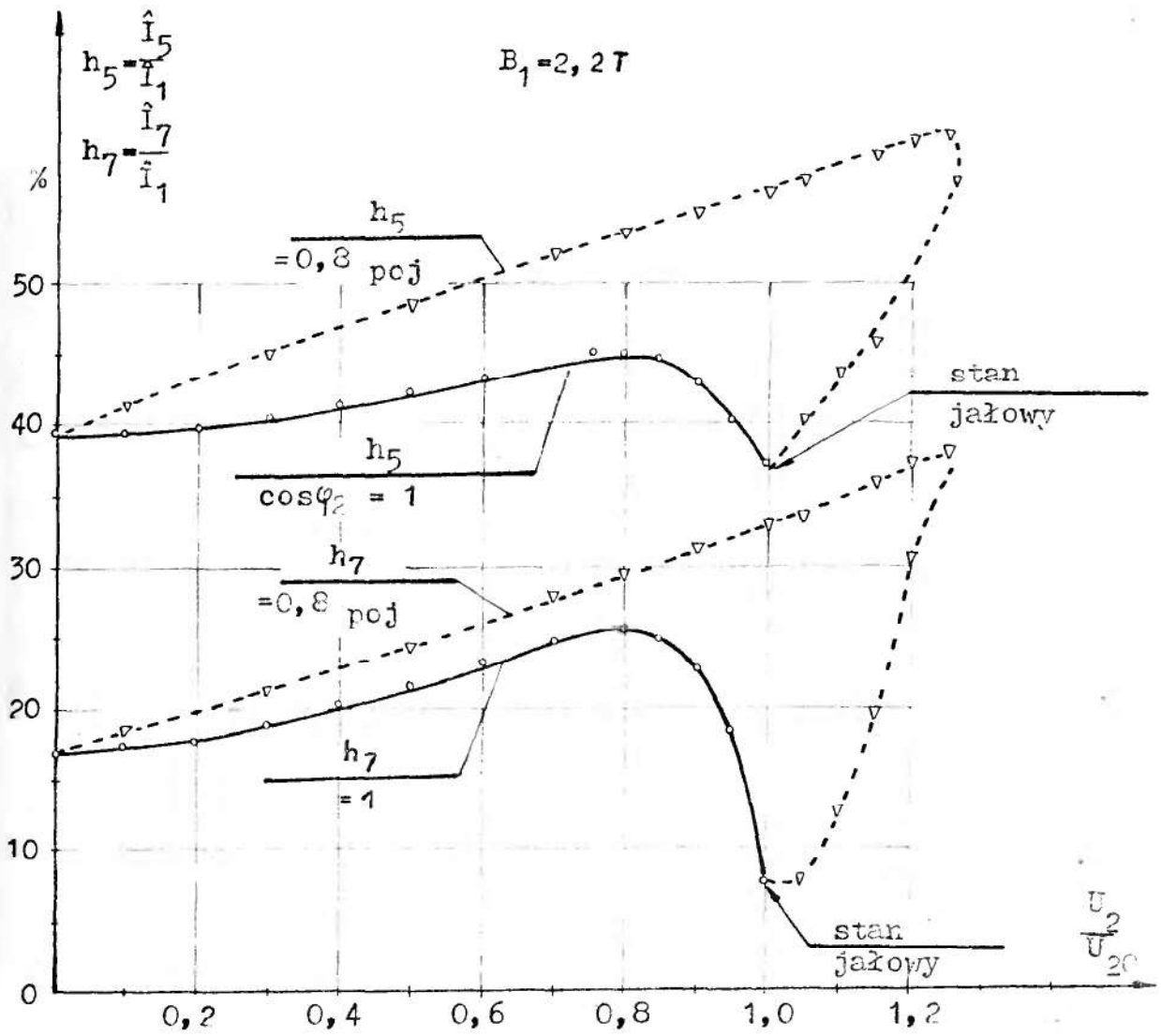
Rys.3.7 Przebiegi obciążeń liniowych, pierwotnych obwodu magnetycznego, pierwszej, piątej i siódmej harmonicznej



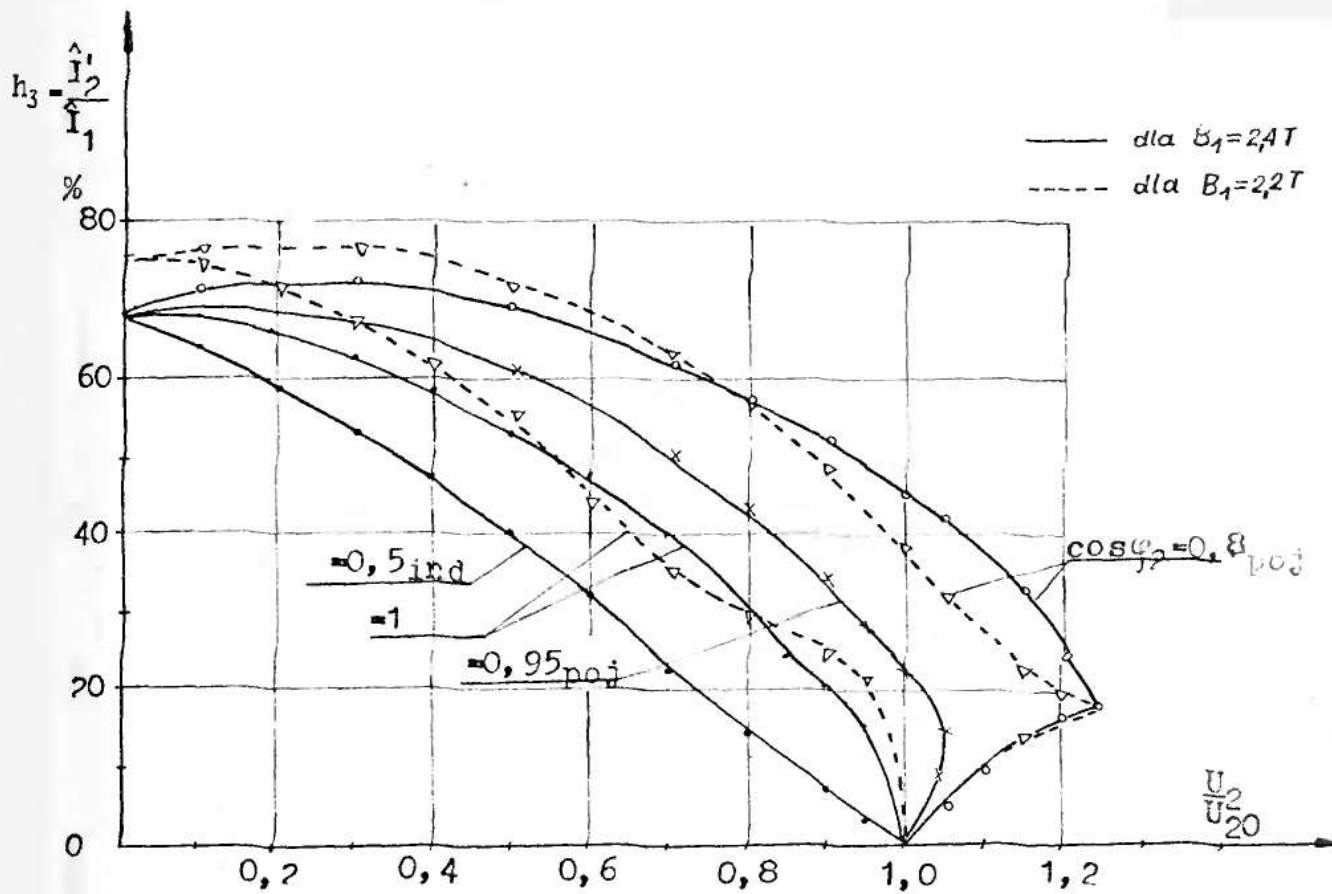
Rys.3.8. Przebiegi obciążeń liniowych, pierwotnych obwodu magnetycznego, pierwszej piątej i siódmej harmonicznej



Rys.3.9.a. Udziały piątej i siódmej harmonicznej w prądzie pierwotnym transformatorowego potrajacza częstotliwości dla  $B_1 = 2,4 \text{ T}$



3.9.b. Udziały piątej i siódmej harmonicznej w prądzie pierwotnym transformatorowego potrójacza częstotliwości dla  $B_1 = 2,2 T$



Rys.3.10. Przebiegi przeliczonego na stronę pierwotną prądu wtórnego, odniesionego do podstawowej harmonicznej prądu wejściowego



#### 4. STRATY MOCY W UZWOJENIACH TRANSFORMATOROWEGO POTRAJACZA CZĘSTOTLIWOŚCI

Wzrost mocy budowanych transformatorowych potrajaczy częstotliwości, przy praktycznie niezmiennych rzędach napięć znamionowych, prowadzi do wzrostu koncentracji przepływów /amperozwojów/ pierwotnego i wtórnego w obrębie ograniczonego układu konstrukcyjnego. Ponieważ obwody magnetyczne potrajacza pracują przy dużym nasyceniu, przepływy jak i prądy są silnie odkształcone. Skutkiem tego jest wzrost dodatkowych strat mocy w uzwojeniach w całkowitych stratach mocy mnożnika. Umiejętność wyznaczania wartości strat, określania ich rozmieszczenia oraz sposobów ograniczania, ma istotny aspekt techniczny i ekonomiczny [ 30, 67, 68, 71, 80, 82, 84, 85, 98, 116, 118, 121, 138, 139, 142 ].

Dotychczas koncentrowano wysiłki na problemach wyboru indukcji w obwodach magnetycznych i obciążalności potrajaczy. Zagadnienie strat w uzwojeniach nie zostało zadowalająco opracowane. Zbadania wymagają strat podstawowe i dodatkowe, na wielkość których wpływa między innymi, poziom indukcji pierwszej harmonicznej w rdzeniach oraz stopień i charakter obciążenia strony wtórnej. Należy też rozważyć wzajemne usytuowanie uzwojeń, pierwotnego i wtórnego, oraz kształt przekroju poprzecznego przewodów nawojowych, na wielkość strat dodatkowych. Obracanie tych zagadnień, pozwala znaleźć grubości krytyczne przewodów nawojowych uzwojeń.

W rozdziale czwartym rozpatrzono straty mocy w uzwojeniach o przekroju profilowym i kołowym. Rozważania przeprowadzono dla potrajacza o konwencjonalnym układzie połączeń. Badany jest

wpływ obciążenia potrajacza oraz konfiguracji uzwojeń, na wartość strat mocy.

#### 4.1. Stan zagadnienia. Wybór metody wyznaczania strat w uzwojeniach

##### 4.1.1. Uwagi ogólne

Straty w uzwojeniach, stanowią największą część całkowitych strat mocy transformatorowego potrajacza częstotliwości. Podobnie jak w uzwojeniach transformatorów, wyodrębniamy straty podstawowe i dodatkowe. Straty podstawowe określone są wielkością rezystancji uzwojeń dla prądu stałego i kwadratem wartości skutecznej prądu w uzwojeniach. Prądy w uzwojeniach z uwagi na nieliniowość obwodów magnetycznych, silnie zależą od obciążenia strony wtórnej oraz napięcia zasilającego. Straty dodatkowe są warunkowane przez właściwy dla każdego układu uzwojeń, rozkład przestrzenny pola magnetycznego /strumieni rozproszenia/ w ich obszarze. Straty dodatkowe w uzwojeniach mogą być powodowane przez:

- prądy wirowe w przewodach uzwojenia, indukowane składową osiową i promieniową strumienia rozproszenia
- prądy wyrównawcze, które płyną w uzwojeniach o przewodach równoległych przy niepełnym ich przepleceniu.

Dodatkowe straty mocy zależą od powierzchni przekroju przewodów uzwojeń, większym powierzchniom odpowiadają na ogół większe wartości strat. W uzwojeniach transformatorów GN osiągają wartości 2 - 5 % strat podstawowych, dla uzwojeń DN wynoszą 5-30 % [71]. Występujący w transformatorach potrajacza, przestrzenny rozkład pól w strefie uzwojeń, oraz obecność znacznych udziałów wyższych harmonicznych w strumieniach rozproszenia, mogą

powodować kilkakrotne zwiększenie dodatkowych strat mocy w uzwojeniach potrajacza w stosunku do transformatora.

Jakkolwiek prace nad wyznaczaniem strat w uzwojeniach urządzeń energetycznych mają bogatą tradycję, sięgającą początku naszego stulecia /prace Richtera, Emdego, Rogowskiego, Rüdemburga, Niethammera, Vidmara i innych/, to wymogi postępu technicznego powodują, iż problematyka ta nadal znajduje się w centrum zainteresowań badaczy i konstruktorów [84, 116, 134, 138, 139, 142].

Prace z tej dziedziny można podzielić na grupy: obejmującą prace dające w wyniku ścisłe rozwiązania w postaci funkcji hiperbolicznych i trygonometrycznych [1, 18, 24, 30, 73, 120, 133, 139]. Rozwiązania te, często bywają upraszczane do kilku początkowych wyrazów szeregu. Drugą grupę, stanowią prace oparte o analityczne metody uproszczone, pozwalające uzyskać nieskomplikowane zależności końcowe o wystarczającej dokładności, szczególnie przydatne w praktyce inżynierskiej [27, 28, 67, 68, 71, 77, 78, 79, 81, 96, 119, 122, 132, 139]. Metody te, a szczególnie wariacyjne, są nadal intensywnie rozwijane [119, 131, 132]. Kolejną grupę stanowią prace z wykorzystaniem metod numerycznych, gdzie ważne miejsce zajmuje metoda elementów skończonych [89, 102, 131, 139], równań całkowych [85, 87, 94, 97, 117, 139] oraz metoda kolejnych reakcji prądowych [95, 98]. W ramach tej grupy, wspomnieć trzeba o metodzie "sprzężony - obwodów zastępczych" [26, 110, 125], mającej zastosowanie raczej przy niewielkiej liczbie zwojów uzwojenia i wykorzystywanej w analizie strat wzbudników indukcyjnych.

W transformatorach potrajacza, podstawowe harmoniczne przepływów pierwotnego i wtórnego mają inne częstotliwości, odmien-

ny jest niż w transformatorze, przestrzenny rozkład indukcji magnetycznej w strefie uzwojeń. Przepływ pierwotny charakteryzują ponadto, duże udziały wyższych harmonicznych, szczególnie piątej i siódmej. Zatem, bezpośrednie stosowanie przy wyznaczaniu strat w uzwojeniach potrójacza, rozwiązań podanych dla transformatorów - wyprowadzonych bez uwzględnienia specyfiki zjawisk zachodzących przy powielaniu częstotliwości, prowadzi do niezadowolających rezultatów.

Dostępna literatura, dotycząca transformatorowych potrójaczy częstotliwości, zagadnienie strat dodatkowych w uzwojeniach ujmuje w sposób fragmentaryczny i niewystarczający dla praktyki. Dla uzwojeń o przekrojach prostokątnym i kołowym, nie podaje się w ogóle zależności, pozwalających oszacować straty dodatkowe. Podana w pracy [3] metoda projektowania transformatorowych potrójaczy częstotliwości pomija straty dodatkowe w uzwojeniach. Praca [13] sygnalizuje problem strat w uzwojeniach, wskazując do ich analizy metodę "sprzężonych obwodów zastępczych". Nie podaje konkretnych wartości strat i rezultatów obliczeń. Artykuł [16] traktuje między innymi, o obliczaniu optymalnego uzwojenia wtórnego w postaci szyn, dla potrójacza o mocy 6,6 MW. Stosowana jest przy tym metoda "sprzężonych obwodów zastępczych".

W świetle powyższego, zachodzi potrzeba opracowania metody wyznaczania zarówno strat podstawowych jak i dodatkowych. Są one zależne w znacznym stopniu, od poziomu indukcji w rdzeniach, udziału wyższych harmonicznych w przepływach, które jak wykazano w rozdz. 3.6, ulegają zmianom w różnych warunkach obciążenia potrójacza. Prąd stanu jałowego potrójacza jest znaczący, wobec prądu w stanie obciążenia i nie może być pomijany, jak czyni się dla transformatorów energetycznych. Stwarza to konieczność

uwzględnienia w opracowanej metodzie, możliwości obliczania strat jałowych i obciążeniowych.

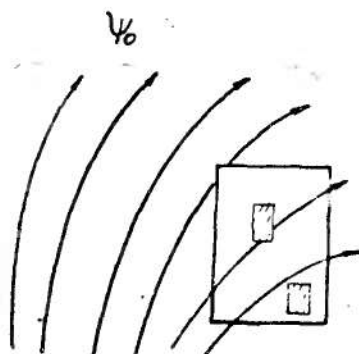
Do analizy strat w uzwojeniach transformatorowego potrójacza częstotliwości wykorzystane zostaną, metody bezpośrednia i kolejnych reakcji prądowych, lecz w formie odpowiednio zmodyfikowanej, uwzględniającej zjawiska i wielkości charakterystyczne w procesie powielania częstotliwości. Wspomniane metody pozwalają uzyskać końcowe wyniki w nieskomplikowanej formie, przydatnej w praktyce inżynierskiej. Metoda bezpośrednia - bazująca na rozwiązaniu równań Maxwella, wygodna jest do wyznaczania strat w uzwojeniach z drutu profilowego. Nie wprowadza ograniczeń odnośnie wymiarów przewodu. Do określania strat w uzwojeniach z drutu okrągłego o niewielkim przekroju poprzecznym, prostiej jest stosować metodę kolejnych reakcji prądowych, biorąc pod uwagę prądy wyrównawcze "pierwszego stopnia".

Poniżej, szerzej omówione zostaną wspomniane metody w rozdz. 4.1.2 i 4.1.3.

#### 4.1.2. Metoda kolejnych reakcji prądowych /przybliżenie/

Metoda kolejnych reakcji prądowych, ujmuje rzeczywisty rozkład strumienia rozproszenia i gęstości prądu, jako wynik ich wzajemnych oddziaływań. Dokładny opis metody podają prace [ 28, 67, 68, 77, 78]. Tu w oparciu o powyższe, przytoczone zostaną podstawowe zależności, wykorzystywane w dalszych rozważaniach.

Ponieważ uzwojenie wykonane jest z przewodu o skończonych wymiarach, poszczególne włókna elementarne przewodu, skojarzone są z różnymi strumieniami magnetycznymi /rys. 4.1/. Ze strumienia skojarzonego z włóknem, można wyróżnić strumień  $\Psi_0$ , skojarzony z całym przewodem. Stanowi on sumę strumienia głównego i części strumienia rozproszenia. Konsekwencją skojarzenia



Rys.4.1. Skojarzenie włókien elementarnych przewodu ze strumieniem rozproszenia

włókien przewodu z różnymi strumieniami, są różne wartości indukowanych sił elektromotorycznych. Siłę elektromotoryczną wzniesioną we włóknie, uważa się za sumę stałej dla wszystkich włókien przewodu siły  $e_o$ , wzbudzonej przez strumień  $\psi_o$  i siły elektromotorycznej  $e_{xy}$ , zależnej od położenia włókna przewodu. Dla każdego elementu przewodu można napisać

$$u = e_o + e_{xy} - j_{xy} \oint l_{sr} \quad /4.1.1/$$

gdzie:

$u$  - wartość chwilowa napięcia zwojowego

$j_{xy}$  - wartość chwilowa gęstości prądu w rozważanym włóknie

$l_{sr}$  - średnia długość zwoju

$\oint$  - rezystywność materiału przewodów

Równanie /4.1.1/ napisane dla każdego włókna, obowiązuje również dla przewodu traktowanego jako całość

$$u = e_o + e_{sr} - u_{sr} \quad /4.1.2/$$

w której

$e_{sr}$  - średnia z sił elektromotorycznych  $e_{xy}$  dla wszystkich włókien przewodu

$u_{sr}$  - średni spadek napięcia na rezystancji.



W oparciu o /4.1.1/ i 4.1.2/ otrzymamy zależność

$$e_{xy} - e_{sr} = j_{xy} \rho l_{sr} - u_{sr} \quad /4.1.3/$$

gdzie przyjmując  $l_{sr} = \text{const.}$  dla wszystkich włókien oraz

$$u_{sr} = \frac{\rho l_{sr}}{S} \int_S \vec{j}_{xy} \cdot \vec{dS} = j_0 \rho l_{sr} \quad /4.1.4/$$

$j_0$  - jest gęstością równomierną, wynikłą z podzielenia przez przekrój wartości prądu w przewodzie

będzie

$$e_{xy} - e_{sr} = \rho l_{sr} /j_{xy} - j_0/ \quad /4.1.5/$$

Wprowadzając pojęcie prądu wyrównawczego  $j_w$  i odpowiadającej mu siły elektromagnetycznej  $e_w$

$$j_w = j_{xy} - j_0 \quad /4.1.6/$$

$$e_w = e_{xy} - e_{sr} \quad /4.1.7/$$

zależność /4.1.5/ przyjmie postać

$$e_w = j_w \rho l_{sr} \quad /4.1.8/$$

Rozkład gęstości prądu w przekroju przewodu może być przedstawiony jako wynik superpozycji gęstości równomiernej  $j_0$  i gęstości dodatkowej  $j_w$ .

Z zależności

$$j_0 = \frac{1}{S} \int_S \vec{j}_{xy} \cdot \vec{dS} \quad /4.1.9/$$

oraz wzoru definicyjnego  $j_w$  /4.1.6/ otrzymamy, iż całka po całym przekroju z gęstości prądu wyrównawczego jest równa zero.

$$\int_S \vec{j}_w \cdot \vec{dS} = 0 \quad /4.1.10/$$

Wzór /4.1.10/ będzie wykorzystywany przy wyznaczaniu wyrażeń na wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych.

Przeprowadzone rozważania w ujęciu klasycznym, wyjaśniają



stronę fizyczną zjawiska powstawania prądu wyrównawczego w przewodach uzwojenia i dotyczą tylko prądów "pierwszego stopnia". Prąd ten jest przesunięty o  $\frac{\pi}{2}$  rad względem wywołującego go strumienia, wzbudza własne pole nakładające się na pole pierwotne. Liniowość środowiska uzwojeń pozwala stosować superpozycję tych pól i traktować zmianę prądu wyrównawczego, jako rezultat oddziaływania prądów "drugiego stopnia", wznieczanych strumieniem rozproszenia prądów stopnia pierwszego. Kontynuując ten proces iteracyjny, można uwzględnić dowolną liczbę prądów wyższych stopni. Gdy pole prądów wirowych w znikomym stopniu zniekształca pole wymuszające, porzeka się na uwzględnieniu tylko prądów "pierwszego stopnia".

Jak wspomniano, istnienie strumienia  $\Psi_0$  skojarzonego z całym przewodem i wzbudzającego we wszystkich warstwach jednakową siłę elektromotoryczną, nie ma wpływu na wartość prądu wyrównawczego, a zatem i straty dodatkowe. Okazuje się, że można pominąć nie tylko istnienie  $\Psi_0$ , lecz tę część strumienia, która skojarzona jest z całym uzwojeniem. Uwaga ta będzie stosowana w dalszych rozważaniach. Wynika stąd, że do wyznaczania gęstości prądu wyrównawczego, wystarcza znajomość rozkładu pola magnetycznego w obrębie uzwojenia.

Stosując pojęcie potencjału wektorowego pola magnetycznego, można w prosty sposób powiązać gęstość indukowanych prądów w przewodzie, przez zmienne w czasie pole  $\vec{A}$ .

Wychodząc z II równania Maxwella

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad /4.1.11/$$

Po obustronnym pomnożeniu tego równania przez konduktywność przewodu i uwzględnieniu  $\vec{J}_w = \delta \vec{E}$ , mamy

$$\text{rot } \vec{J}_w = -\delta \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad /4.1.12/$$

ponieważ  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ , otrzymamy

$$\vec{J}_w = -\gamma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad /4.1.13/$$

Przyjmując za stan wyjściowy, równomierny rozkład gęstości prądu w uzwojeniach, który warunkuje określony rozkład potencjału wektorowego pola magnetycznego, zaindukowany prąd "pierwszego stopnia" można obliczyć z zależności /4.1.12/. Uwzględniając prądy wyrównawcze wyższych stopni równanie /4.1.13/ w postaci iteracyjnej, stosowanej w metodzie kolejnych reakcji przyjmie postać [2, 31]

$$\vec{J}_w /k+1/ = -\gamma \frac{\partial \vec{A} /k/}{\partial t} \quad /4.1.14/$$

Gęstość prądu w przewodzie uzwojenia wyraża się wówczas

$$\vec{J} = \vec{J}_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \vec{J}_w /k+1/ \quad /4.1.15/$$

Sposób obliczenia gęstości prądu oraz strat mocy, dla konkretnych konfiguracji uzwojeń potrójacza, podany zostanie w następnych rozdziałach pracy.

Analityczne wyznaczenie prądów wyrównawczych "wyższych stopni", znacznie komplikuje się w miarę wzrostu wskaźnika  $k$ . W obliczeniach bierze się skończoną liczbę wyrazów szeregu. Gdy pole magnetyczne prądów wirowych w znikomym stopniu zniekształca pole wymuszające, uwzględnia się tylko prądy wyrównawcze "pierwszego stopnia". Ma to miejsce, przy obliczaniu strat dodatkowych w uzwojeniach transformatorów, dla spotykanych w praktyce szerokościach przewodów [29, 68 70].

Okazuje się, że nieuwzględnienie prądów wyrównawczych "wyższych stopni" w uzwojeniach transformatorów potrójacza częstotliwości może prowadzić do błędnych wyników. Toteż, metoda ta, uwzględniająca prądy wyrównawcze "pierwszego stopnia", stosowana będzie

tylko do wyznaczania strat dodatkowych w uzwojeniach nawiniętych przewodem okrągłym o niewielkiej średnicy. Jak wiadomo, przewody o przekroju kołowym na uzwojenia transformatorów, stosuje się do średnicy  $\phi = 3$  mm, wyjątkowo 3,5 mm [70, 72].

Prądy wyrównawcze w przewodach uzwojenia powodują dodatkowe straty mocy. Podobnie, jak przy analizie strat w transformatorach, tak i tu wprowadza się określenia wskaźnika i współczynnika strat w uzwojeniu. Nazywając straty w uzwojeniu, przy stałej gęstości prądu podstawowymi  $\Delta P_{\text{pod}}$ , straty dodatkowe określa różnica strat przy prądzie przemiennym  $\Delta P$  i strat podstawowych

$$\Delta P_{\text{dod}} = \Delta P - \Delta P_{\text{pod}} \quad /4.1.16/$$

Wskaźnik strat dodatkowych wyraża stosunek strat dodatkowych do podstawowych

$$\alpha = \frac{\Delta P_{\text{dod}}}{\Delta P_{\text{pod}}} \quad /4.1.17/$$

Współczynnik wzrostu strat określa się ilorazem strat mocy w uzwojeniu  $\Delta P$  do strat podstawowych

$$k = \frac{\Delta P}{\Delta P_{\text{pod}}} = 1 + \alpha \quad /4.1.18/$$

Jeżeli straty dodatkowe wyrazić jako sumę strat od pola osiowego i promieniowego, wówczas wskaźnik strat dodatkowych w uzwojeniu przyjmie postać

$$\alpha = \alpha_x + \alpha_y \quad /4.1.19/$$

gdzie

$\alpha_x$  - wskaźnik strat dodatkowych wywołanych promieniową, a  $\alpha_y$  - osiową składową pola rozproszenia.

Zdefiniowane współczynniki i wskaźniki strat, mogą dotyczyć zarówno całego uzwojenia jak i jego elementów. Są wielkościami ogólnymi, niezależnymi od wyboru metody analizy strat.

Wyprowadzone w pracy wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych dla różnych konfiguracji uzwojeń, dotyczą uzwojeń nawiniętych przewodem pojedynczym lub kilkoma przewodami równoległymi w pełni przeplecionymi.

#### 4.1.3. Metoda bezpośrednia

Metoda polega na wyznaczeniu pola elektrycznego i magnetycznego w wyróżnionym przewodzie uzwojenia, poprzez rozwiązanie równań Maxwella przy zadanych warunkach brzegowych oraz obliczeniu na tej podstawie strat mocy. W odniesieniu do potrzeb wyznaczania strat w uzwojeniach transformatorów, została podana przez W. Dietricha w pracy [24]. W postaci przedstawionej w [24] nie może być wykorzystana do obliczania strat w uzwojeniach transformatorowych potrajaczy częstotliwości oraz innych mnożników. Należy ją uzupełnić i zmodyfikować, uwzględniając występowanie wyższych harmoniczných pól elektromagnetycznych oraz obecność własnych i obcych pól rozproszenia w strefie uzwojeń. Pola obce charakteryzuje z reguły inna częstotliwość i rozkład przestrzenny, mogą też posiadać tę samą częstotliwość lecz różne fazy.

##### 4.1.3.a. Pole elektromagnetyczne w wyróżnionym przewodzie uzwojenia

Przyjmijmy, że środowisko uzwojeń jest liniowe, scharakteryzowane przez przenikalność magnetyczną  $\mu_0$  oraz konduktywność przewodów  $\delta$ . W wyróżnionym przewodzie uzwojenia pą /rys.4.2/ określimy rozkład pól  $\vec{E}$  oraz  $\vec{H}$ .

Pole elektromagnetyczne wyznacza się we współrzędnych prostokątnych /rys. 4.2/, traktując je jako dwuwymiarowe. Wektory

zespólone pola elektrycznego i magnetycznego mają postać

$$\vec{E} = \vec{1}_z E_z \quad /4.1.20/$$

$$\vec{H} = \vec{1}_x H_x + \vec{1}_y H_y \quad /4.1.21/$$

Dla harmonicznej pola elektromagnetycznego o pulsacji  $\omega$  spełniają one równania Maxwella

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \hat{I} \quad /4.1.22/$$

$$\text{rot } \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad /4.1.23/$$

Wychodząc z II równania Maxwella /4.1.23/ i uwzględniając /4.1.21/, pochodne przestrzenne zespolonej amplitudy pola elektrycznego wynoszą

$$\frac{dE_z}{dy} = -j\omega\mu_0 H_x, \quad \frac{dE_z}{dx} = j\omega\mu_0 H_y \quad /4.1.24/$$

Założmy podobnie jak w pracy [24], że pole elektryczne można przedstawić jako sumę składowych

$$E_z = E /x/ + E /y/ \quad /4.1.25/$$

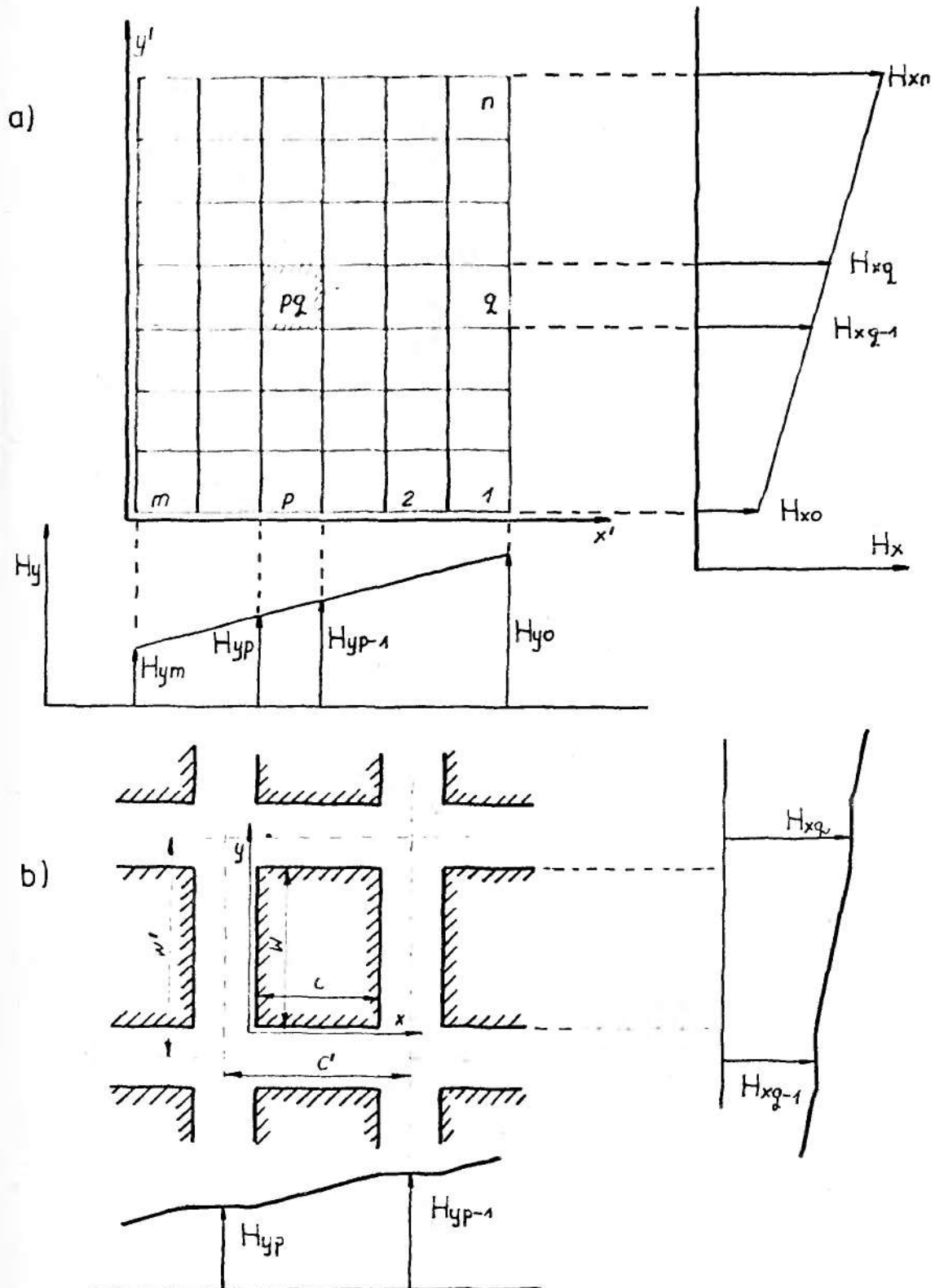
Uwzględniając /4.1.24/ i /4.1.25/ składowe natężenia pola magnetycznego przyjmą postać

$$H_x = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{dE/y/}{dy} \quad /4.1.26/$$

$$H_y = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{dE/x/}{dx} \quad /4.1.27/$$

Z równań /4.1.26/ i /4.1.27/ wynika, że składowa  $H_x$  jest niezależna od współrzędnej  $x$ ,  $H_y$  nie zależy od  $y$ .

Ponieważ poszczególne składowe natężenia pola magnetycznego, są zależne od jednej współrzędnej, z I równania Maxwella



Rys.4.2. Oznaczenia do wyznaczania strat mocy w wyróżnionym przewodzie uzwojenia  $pq$

a/ przekrój części uzwojenia i rozkład składowych promieniowej oraz osiowej pola rozproszenia

b/ przekrój przewodu  $pq$  uzwojenia oraz rozkłady składowych osiowej i promieniowej natężenia pola magnetycznego

/4.1.22/ mamy

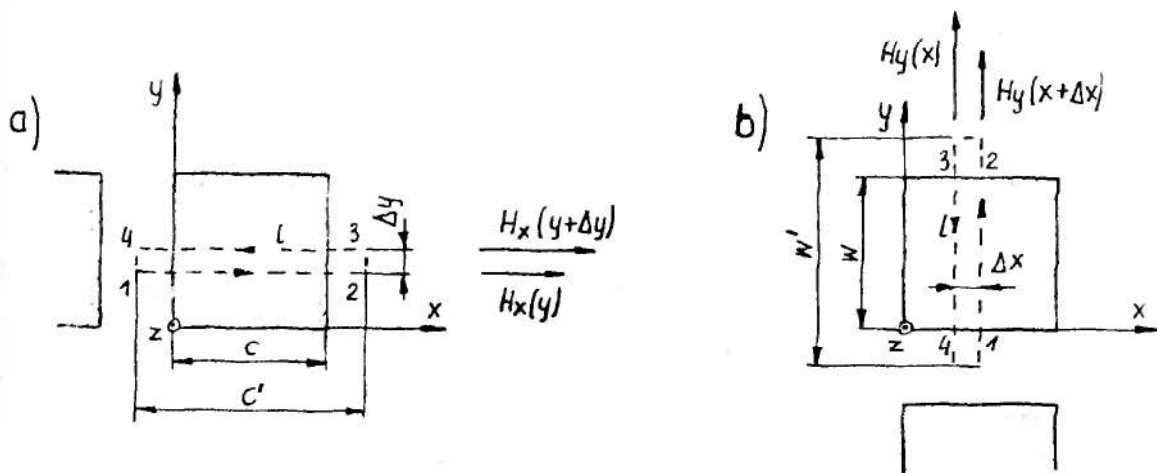
$$\oint \vec{i}_x \frac{H_x}{c} + \vec{i}_y \frac{H_y}{c} d\vec{l} = \hat{I} = \hat{I}/x/ + \hat{I}/y/ \quad /4.1.28/$$

Stąd wynika, że

$$\oint \vec{i}_x \frac{H_x}{c} d\vec{l} = \hat{I}/y/$$

$$\oint \vec{i}_y \frac{H_y}{c} d\vec{l} = \hat{I}/x/ \quad /4.1.29/$$

Wyznaczony zostanie związek pomiędzy gęstością prądu w przewodzie, a składowymi natężeniami pól magnetycznych



Rys. 4.3. Rysunek pomocniczy do wyznaczania związku między składowymi natężeniami pola magnetycznego i gęstością prądu w przewodzie uzwojenia

Biorąc pod uwagę oznaczenia z rys. 4.3.a, posługując się prawem przepływu i zależnością /4.1.29/ można napisać

$$\frac{H_x}{y/c} - \frac{H_x}{y+\Delta y/c} + \int_{2-3} \frac{H_y}{x} dl + \int_{4-1} \frac{H_y}{x} dl = \underline{J}/y/c \Delta y + \hat{I}/x/ \quad /4.1.30/$$

gdy  $\Delta y \rightarrow 0$  otrzymamy

$$- \frac{c'}{c} \frac{dH_x/y/}{dy} = \underline{J}/y/ \quad /4.1.31/$$



Postępując podobnie i uwzględniając rys. 4.3.b, dla składowej  $\underline{H}_y$  mamy

$$\underline{H}_y/x + \Delta x/ - \underline{H}_y/x/ + \int_{2-3} \underline{H}_x/y/dl + \int_{4-1} \underline{H}_x/y/dl = \underline{J}/x/ h\Delta x + \hat{\underline{I}}/y/ \quad /4.1.32/$$

dla  $\Delta x \rightarrow 0$ , po elementarnych przekształceniach otrzymamy

$$\frac{w'}{w} \frac{d\underline{H}_y/x/}{dx} = \underline{J}/x/ \quad /4.1.33/$$

Gęstość prądu w przewodzie wyznacza suma równań /4.1.31/ i /4.1.33/

$$\frac{w'}{w} \frac{d\underline{H}_y}{dx} - \frac{c'}{c} \frac{d\underline{H}_x}{dy} = \underline{J}_z \quad /4.1.34/$$

Podstawiając do powyższego równania związki /4.1.25/, /4.1.26/, /4.1.27/ i wykorzystując prawo Ohma  $\vec{\underline{J}} = \gamma \vec{\underline{E}}$  otrzymujemy

$$\frac{w'}{w} \frac{d^2 \underline{E}/x/}{dx^2} + \frac{c'}{c} \frac{d^2 \underline{E}/y/}{dy^2} = \Gamma^2 (\underline{E}/x/ + \underline{E}/y/) \quad /4.1.35/$$

gdzie  $\Gamma^2 = j\omega\mu_0\gamma$

Zapis /4.1.35/ stanowi sumę dwóch równań różniczkowych niezależnych

$$\frac{d^2 \underline{E}/y/}{dx^2} = \Gamma_c^2 \underline{E}/y/$$

$$\frac{d^2 \underline{E}/x/}{dx^2} = \Gamma_w^2 \underline{E}/x/ \quad /4.1.36/$$

przy czym

$$\Gamma_c^2 = \frac{c}{c'} \Gamma^2, \quad \Gamma_w^2 = \frac{w}{w'} \Gamma^2$$

Rozwiązania ogólne równań /4.1.36/ mają postać

$$\underline{E}/x/ = c_1 e^{\Gamma_w x} + c_2 e^{-\Gamma_w x} \quad /4.1.37/$$

$$\underline{E}/y/ = c_3 e^{\Gamma_c y} + c_4 e^{-\Gamma_c y} \quad /4.1.38/$$

Podstawiając uzyskane rozwiązania /4.1.37/, /4.1.38/ do równań /4.1.26/ i 4.1.27/, składowe natężenia pola magnetycznego wyniosą

$$\underline{H}_x = - \frac{\Gamma_c}{j\omega\mu_0} / c_3 e^{\Gamma_c y} - c_4 e^{-\Gamma_c y} / \quad /4.1.39/$$

$$\underline{H}_y = \frac{\Gamma_w}{j\omega\mu_0} / c_1 e^{\Gamma_w x} - c_2 e^{-\Gamma_w x} / \quad /4.1.40/$$

Założmy, że znane są warunki brzegowe w postaci składowych natężeń pól magnetycznych na powierzchni przewodnika. Składowe natężeń pól magnetycznych stanowią sumę pól, o tej samej pulsacji  $\omega$ , lecz o różnej fazie i amplitudzie.

Uwzględnia się w ten sposób obecność pola obcego - wytworzonego na przykład przez uzwojenie sąsiednie.

Warunki brzegowe mają postać:

$$\text{dla } x = 0 \quad \underline{H}_y = - H_{1yp} - H_{2yp} e^{j\epsilon} = - \underline{H}_{yp}$$

$$\text{dla } x = c \quad \underline{H}_y = - H_{1yp-1} - H_{2yp-1} e^{j\epsilon} = - \underline{H}_{yp-1} \quad /4.1.41/$$

$$\text{dla } y = 0 \quad \underline{H}_x = - H_{1xq-1} - H_{2xq-1} e^{j\epsilon} = - \underline{H}_{xq-1}$$

$$\text{dla } y = w \quad \underline{H}_x = - H_{1xq} - H_{2xq} e^{j\epsilon} = - \underline{H}_{xq}$$

Składowe  $H_{1x}$ ,  $H_{1y}$ , reprezentują pole wytworzone przez rozpatrywane uzwojenie,  $H_{2x} e^{j\epsilon}$ ,  $H_{2y} e^{j\epsilon}$  stanowią pole obce.

Uwzględniając /4.1.39/, 4.1.40/ oraz /4.1.41/, po wykonaniu przekształceń stałe całkowania przyjmą postać:

$$\begin{aligned}
 c_1 &= - \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_w} \cdot \frac{H_{yp-1} - H_{yp} e^{-\Gamma_w c}}{2 \operatorname{sh} \Gamma_w c} \\
 c_2 &= - \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_w} \cdot \frac{H_{yp-1} - H_{yp} e^{\Gamma_w c}}{2 \operatorname{sh} \Gamma_w c - \Gamma_c w} \\
 c_3 &= - \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_c} \cdot \frac{H_{xq} - H_{xq-1} e^{-\Gamma_c w}}{2 \operatorname{sh} \Gamma_c w} \\
 c_4 &= \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_c} \cdot \frac{H_{xq} - H_{xq-1} e^{\Gamma_c w}}{2 \operatorname{sh} \Gamma_c w}
 \end{aligned}
 \tag{4.1.42}$$

Biorąc pod uwagę wyznaczone stałe, składowe pola magnetycznego dla pola obcego i własnego można zapisać

$$\begin{aligned}
 H_{1x} &= - \frac{H_{1xq} \operatorname{sh} \Gamma_c y + H_{1xq-1} \operatorname{sh} \Gamma_c /w-y/}{\operatorname{sh} \Gamma_c w} \\
 H_{2x} &= - \frac{H_{2xq} \operatorname{sh} \Gamma_c y + H_{2xq-1} \operatorname{sh} \Gamma_c /w-y/}{\operatorname{sh} \Gamma_c w} e^{j\varepsilon} \\
 H_{1y} &= - \frac{H_{1yp-1} \operatorname{sh} \Gamma_w x + H_{1yp} \operatorname{sh} \Gamma_w /c-x/}{\operatorname{sh} \Gamma_w c} \\
 H_{2y} &= - \frac{H_{2yp-1} \operatorname{sh} \Gamma_w x + H_{2yp} \operatorname{sh} \Gamma_w /c-x/}{\operatorname{sh} \Gamma_w c} e^{j\varepsilon}
 \end{aligned}
 \tag{4.1.43}$$

Wartości zespolone składowych pola elektrycznego własnego i obcego w przewodzie uzwojenia mają postać

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_w} \frac{H_{1yp} \operatorname{ch} \Gamma_w /x-c/ - H_{1yp-1} \operatorname{ch} \Gamma_w x}{\operatorname{sh} \Gamma_w c} + \\
 &+ \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_c} \frac{H_{1xq} \operatorname{ch} \Gamma_c y - H_{1xq-1} \operatorname{ch} \Gamma_c /y-w/}{\operatorname{sh} \Gamma_c w}
 \end{aligned}
 \tag{4.1.44}$$

$$E_2 = \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_w} \frac{H_{2yp} \operatorname{ch} \Gamma_w / x - c/ - H_{2yp-1} \operatorname{ch} \Gamma_w x}{\operatorname{sh} \Gamma_w c} e^{j\epsilon}$$

$$+ \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_c} \frac{H_{2yq} \operatorname{ch} \Gamma_c y - H_{2xq-1} \operatorname{ch} \Gamma_c / y - w/}{\operatorname{sh} \Gamma_c w} e^{j\epsilon}$$

Pierwsze z równań /4.1.44/ pozwala wyznaczyć prąd w rozpatrywanym przewodzie uzwojenia

$$\hat{I} = \int_{x=0}^c \int_{y=0}^w \underline{J} \, dx dy = \int_{x=0}^c \int_{y=0}^w \delta \underline{E}_1 \, dx dy \quad /4.1.45/$$

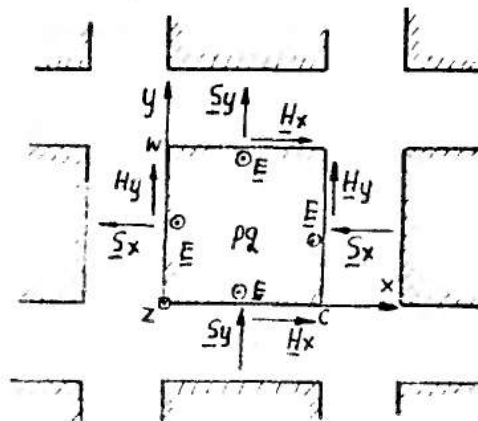
Obliczenia tej całki podwójnej dokonano w [24], ostatecznie otrzymamy

$$\hat{I} = w' / H_{1yp-1} / + c' / H_{1xq-1} - H_{1xq-1} / \quad /4.1.46/$$

Wyznaczone pola elektryczne i magnetyczne posłużą do określenia strat mocy w przewodzie uzwojenia, od harmonicznej pola własnego i obcego o pulsacjach  $\omega$ .

#### 4.1.3.b. Straty mocy w przewodzie

Stosując wektor Poyntinga, moc czynną w przewodzie znajdujemy jako różnicę strumieni mocy wnikających przez jego powierzchnie boczne



Rys.4.4. Składowe wektora Poyntinga w wyróżnionym przewodzie uzwojenia pq

Uwzględniając wektory pola elektrycznego i magnetycznego postaci /4.1.20/, /4.1.21/, składowa czynna zespolonego wektora Poyntinga wyniesie

$$\vec{S}_p = \operatorname{Re} \vec{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \begin{pmatrix} \vec{I}_x & \vec{I}_y & \vec{I}_z \\ 0 & 0 & E_z \\ \vec{H}_x^* & \vec{H}_y^* & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( \vec{I}_y E_z H_x^* - \vec{I}_x E_z H_y^* \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( -\vec{I}_x S_x + \vec{I}_y S_y \right) \quad /4.1.47/$$

Straty mocy w przewodzie o długości  $l$ , uwzględniając /4.1.47/ oraz oznaczenia z rys. 4.4 można zapisać następująco

$$\Delta P_{pq} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \frac{w'}{w} \left( -1 \int_0^w S_x / 0 / dy + 1 \int_0^w S_x / c / dy \right) + \frac{c'}{c} \left( -1 \int_0^c S_y / h / dx + \right. \right.$$

$$\left. \left. + 1 \int_0^c S_y / 0 / dx \right) \right] \quad /4.1.48/$$

Po podstawieniu zależności /4.1.43/, /4.1.44/ do wyrażenia /4.1.48/ oraz wykonaniu obliczeń i przekształceń z wykorzystaniem wzorów

$$\int_0^a \operatorname{ch} b z \cdot dz = \frac{1}{b} \operatorname{sh} ba \quad \text{oraz} \quad \int_0^a \operatorname{ch} b/z-a/dz = \frac{1}{b} \operatorname{sh} ba$$

otrzymujemy

$$\Delta P_{pq} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} l \frac{w'}{w} \left\{ w \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_w} \cdot \frac{H_{1xp} \operatorname{ch} \Gamma_w c - H_{1yp-1}}{\operatorname{sh} \Gamma_w c} + \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_c^2} (H_{1xq} - H_{1xq-1}) + \right.$$

$$\left. + w \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_w} \cdot \frac{H_{2yp} \operatorname{ch} \Gamma_w c - H_{2yp-1}}{\operatorname{sh} \Gamma_w c} e^{j\mathcal{E}} + \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_c^2} (H_{2xq} - H_{1xq-1}) e^{j\mathcal{E}} \right] (H_{1yp} + H_{2yp} e^{-j\mathcal{E}}) -$$

$$- (H_{1yp-1} + H_{2yp-1} e^{-j\mathcal{E}}) \left[ w \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_w} \frac{H_{1yp} - H_{1yp-1} \operatorname{ch} \Gamma_w c}{\operatorname{sh} \Gamma_w c} + \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_c^2} (H_{1xq} - H_{1yq-1}) + \right.$$

$$\left. + w \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_w} \frac{H_{2yp} - H_{2yp-1} \operatorname{ch} \Gamma_w c}{\operatorname{sh} \Gamma_w c} e^{j\mathcal{E}} + \frac{j\omega\mu_0}{\Gamma_c^2} (H_{2xq} - H_{2xq-1}) e^{j\mathcal{E}} \right] \left. \right\} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} R_e \left[ \frac{c'}{c} \left\{ - \left( H_{1xq-1} + H_{2xq-1} e^{-j\xi} \right) \left[ c \frac{j\omega\mu_0}{\sqrt{c}} \frac{H_{1xq} - H_{1xq-1} \operatorname{ch} \sqrt{c} w}{\operatorname{sh} \sqrt{c} w} + \right. \right. \right. \\
 & + \frac{j\omega\mu_0}{\sqrt{c}^2} \left( H_{1yp} - H_{1yp-1} \right) + c \frac{j\omega\mu_0}{\sqrt{c}} \frac{H_{2xq} - H_{2xq-1} \operatorname{ch} \sqrt{c} w}{\operatorname{sh} \sqrt{c} w} e^{j\xi} + \\
 & + \frac{j\omega\mu_0}{\sqrt{w}^2} \left( H_{2yp} - H_{2yp-1} \right) e^{j\xi} \left. \right] + \left( H_{1xq} + H_{2xq} e^{-j\xi} \right) \left[ c \frac{j\omega\mu_0}{\sqrt{c}} \frac{H_{1xq} \operatorname{ch} \sqrt{c} w - H_{1xq-1}}{\operatorname{sh} \sqrt{c} w} \right. \\
 & + \frac{j\omega\mu_0}{\sqrt{w}^2} \left( H_{1yp} - H_{1yp-1} \right) + c \frac{j\omega\mu_0}{\sqrt{c}} \frac{H_{2xq} \operatorname{ch} \sqrt{c} w - H_{2xq-1}}{\operatorname{sh} \sqrt{c} w} e^{j\xi} + \\
 & \left. \left. + \frac{j\omega\mu_0}{\sqrt{w}^2} \left( H_{2yp} - H_{2yp-1} \right) e^{j\xi} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Wydzielając część rzeczywistą w wyrażeniu /4.1.49/ uwzględniając, że

$$R_e \left( \frac{1}{1+j} \frac{1}{\operatorname{sh} 1+j/x} \right) = 2 \frac{\operatorname{sh} x \cos x + \operatorname{ch} x \sin x}{\operatorname{ch} 2x - \cos 2x}$$

$$R_e \left( \frac{1}{1+j} \operatorname{cth} \frac{1}{1+j/x} \right) = \frac{\operatorname{sh} 2x + \sin 2x}{\operatorname{ch} 2x - \cos 2x}$$

$$R_e \left( \frac{1}{1+j} \frac{\operatorname{ch} 1+j/x - 1}{\operatorname{sh} 1+j/x} \right) = \frac{\operatorname{sh} x - \sin x}{\operatorname{ch} x + \cos x}$$

$$\sqrt{c} = \frac{1}{1+j} \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{c}{c}}, \quad \sqrt{w} = \frac{1}{1+j} \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{w}{w}}$$

gdzie  $\Delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}}$  - głębokość wnikania fali elektromagnetycznej, płaskiej

Straty mocy w przewodzie uzwojenia pą od pola o pulsacji  $\omega$  wyniosą:

$$\begin{aligned}
 \Delta F_{pq} = & \frac{1}{2cw\delta} (w')^2 \left\{ \left[ (H_{1yp} - H_{1yp-1})^2 + (H_{2yp} - H_{2yp-1})^2 \right] \varphi(\xi_x) + \right. \\
 & \left. + (H_{1yp} H_{1yp-1} + H_{2yp} H_{2yp-1}) \psi(\xi_x) \right\} + \\
 & + \frac{1}{2cw\delta} (c')^2 \left\{ \left[ (H_{1xq} - H_{1xq-1})^2 + (H_{2xq} - H_{2xq-1})^2 \right] \varphi(\xi_y) + \right. \\
 & \left. + (H_{1xq} H_{1xq-1} + H_{2xq} H_{2xq-1}) \psi(\xi_y) \right\} + \\
 & + 1 \frac{w'c'}{wc\delta} \left\{ (H_{1yp} - H_{1yp-1}) \left[ H_{1xq} - H_{1xq-1} + (H_{2xq} - H_{2xq-1}) \cos \varepsilon \right] + \right. \\
 & \left. + (H_{2yp} - H_{2yp-1}) \left[ H_{2xq} - H_{2xq-1} + (H_{1xq} - H_{1xq-1}) \cos \varepsilon \right] \right\} + \\
 & + \frac{1}{cw\delta} (w')^2 \cos \varepsilon \left\{ (H_{1yp} H_{2yp} + H_{2yp-1} H_{1yp}) \varphi(\xi_x) - (H_{1yp-1} H_{2yp} + \right. \\
 & \left. + H_{2yp-1} H_{1yp}) \left[ \varphi(\xi_x) - \frac{1}{2} \psi(\xi_x) \right] \right\} \\
 & + \frac{1}{cw\delta} (c')^2 \cos \varepsilon \left\{ (H_{1xq} H_{2xq} + H_{1xq-1} H_{2xq-1}) \varphi(\xi_y) - \right. \\
 & \left. - (H_{1xq-1} H_{2xq-1} H_{1xq}) \left[ \varphi(\xi_y) - \frac{1}{2} \psi(\xi_y) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

/4.1.50/

przy czym

$$\xi_x = \frac{c}{\Delta} \sqrt{\frac{w}{w'}}, \quad \xi_y = \frac{w}{\Delta} \sqrt{\frac{c}{c'}}$$

/4.1.51/

Parametry  $\xi_x, \xi_y$  stanowią zredukowane szerokości przewodów odpowiednio dla pola podłużnego i poprzecznego

$$\varphi(\xi) = \xi \frac{\operatorname{sh} 2\xi + \sin 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi}$$

/4.1.52/

$$\psi(\xi) = 2\xi \frac{\operatorname{sh} \xi - \sin \xi}{\operatorname{ch} \xi + \cos \xi}$$



Rozwinięcia w szereg potęgowy wyrażeń  $\varphi(\xi)$  i  $\psi(\xi)$  podano za [24, 98]

$$\varphi(\xi) = 1 + \frac{4}{45} \xi^4 - \frac{16}{4725} \xi^8 + \dots -$$

$$\psi(\xi) = \frac{1}{3} \xi^4 - \frac{17}{2520} \xi^8 + \dots -$$

/4.1.53/

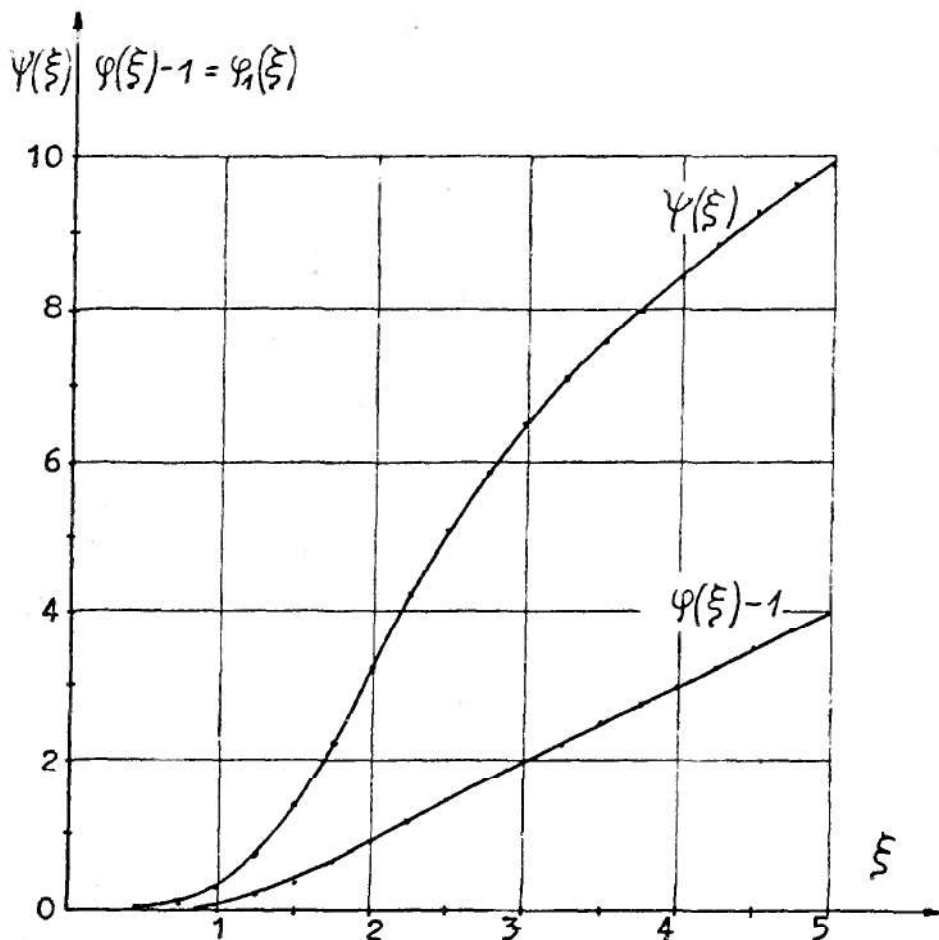
Przebiegi parametrów  $\varphi(\xi) - 1$  i  $\psi(\xi)$  przedstawia rys. 4.5, a ich wartości podaje tabl. 4.1

Tabl.4.1.

$\xi$	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5
$\varphi(\xi) - 1$	0	0,00035	0,0055	0,0278	0,0856	0,1987	0,3781
$\psi(\xi)$	0	0,00130	0,0208	0,1041	0,3204	0,7407	1,4012

$\xi$	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3	3,25
$\varphi(\xi) - 1$	0,6183	0,8978	1,1903	1,4675	1,7501	2,0102	2,2575
$\psi(\xi)$	2,2694	3,2487	4,2244	5,1131	5,880	6,5282	7,0799

$\xi$	3,5	3,75	4	4,25	4,5	4,75	5
$\varphi(\xi) - 1$	2,5090	2,7553	3,0023	3,2503	3,4995	3,7492	3,9994
$\psi(\xi)$	7,5628	8,0019	8,4178	8,8258	9,2365	9,6566	9,8323



Rys. 4.5 Przebiegi parametrów  $\varphi(\xi) - 1$  oraz  $\psi(\xi)$

Zauważmy, że wielkość  $\frac{1}{2cw\gamma}$  we wzorze /4.1.50/, stanowi rezystancję przewodu dla prądu stałego.

Straty podstawowe w rozpatrywanym przewodzie pq można wyznaczyć, kładąc w /4.1.50/ wartości parametrów  $\xi_x = \xi_y = 0$  oraz przyjmując nieobecność pola obcego  $\vec{H}_2 = 0$ .

Uwzględniając, że  $\varphi/0/ = 1$ ,  $\psi/0/ = 0$  mamy

$$\begin{aligned} \Delta P_{pq} &= \frac{1}{2cw\gamma} \left[ (w')^2 (H_{1yp} - H_{1yp-1})^2 + (c')^2 (H_{1xq} - H_{1xq-1})^2 + \right. \\ &+ \left. 2 w' c' (H_{1yp} - H_{1yp-1}) (H_{1xq} - H_{1xq-1}) \right] = \quad /4.1.54/ \\ &= \frac{1}{2cw\gamma} \left[ w' (H_{1yp} - H_{1yp-1}) + c' (H_{1xq} - H_{1xq-1}) \right]^2 = I^2 R \end{aligned}$$

Przy czym, posłużono się tu, określonym uprzednio prądem w rozpatrywanym przewodzie - wzór /4.1.46/

Biorąc pod uwagę wyznaczoną wartość strat podstawowych, straty w przewodzie uzwojenia od harmonicznych o pulsacji  $\omega$ , po wykonaniu przekształceń zapisuje się następująco:

$$\begin{aligned} \Delta P_{pq} = I^2 R + \frac{1}{2 c w \delta} (w')^2 & \left\{ (H_{1yp} - H_{1yp-1})^2 [\psi(\xi_x) - 1] + H_{1yp} H_{1yp-1} \psi(\xi_x) \right\} \\ & + \frac{1}{2 c w \delta} (c')^2 \left\{ (H_{1xq} - H_{1xq-1})^2 [\psi(\xi_y) - 1] + H_{1xq} H_{1xq-1} \psi(\xi_y) \right\} + \\ & + \frac{1}{2 c w \delta} (w')^2 \left\{ (H_{2yp} - H_{2yp-1})^2 [\psi(\xi_x) - 1] + H_{2yp} H_{2yp-1} \psi(\xi_x) \right\} + \\ & + \frac{1}{2 c w \delta} (c')^2 \left\{ (H_{2xq} - H_{2xq-1})^2 [\psi(\xi_y) - 1] + H_{2xq} H_{2xq-1} \psi(\xi_y) \right\} + \\ & + \frac{1}{2 c w \delta} \left[ (w')^2 (H_{2yp} - H_{2yp-1}) + c (H_{2xq} - H_{2xq-1}) \right]^2 + \\ & + \frac{1}{c w \delta} w c' \cdot \cos \xi \left[ (H_{2yp} - H_{2yp-1}) (H_{1xq} - H_{1xq-1}) + \right. \\ & \left. + (H_{1yp} - H_{1yp-1}) (H_{2xq} - H_{2xq-1}) \right] + \\ & + \frac{1}{c w \delta} (w')^2 \cos \xi \left[ (H_{1yp} - H_{1yp-1}) (H_{2yp} - H_{2yp-1}) \psi(\xi_x) + \right. \\ & \left. + (H_{1yp-1} H_{2yp} + H_{2yp-1}) \frac{1}{2} \psi(\xi_x) \right] + \\ & + \frac{1}{c w \delta} (c')^2 \cos \xi \left[ (H_{1xq} - H_{1xq-1}) (H_{2xq} - H_{2xq-1}) \psi(\xi_y) + \right. \\ & \left. + (H_{1xq-1} H_{2xq} + H_{2xq-1} H_{1xq}) \frac{1}{2} \psi(\xi_y) \right] \end{aligned}$$

Należy zauważyć, że w powyższej zależności, człon

$$w' (H_{2yp} - H_{2yp-1}) + c' (H_{2xq} - H_{2xq-1}) = \oint_{\vec{l}} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} = 0$$

równy jest zeru, gdyż prąd warunkujący pole  $\vec{H}_2$ , nie płynie w uzwojeniu do którego należy rozpatrywany przewód.

Zależność /4.1.55/ określa straty w przewodzie, jako sumę strat podstawowych oraz członów zależnych od pola własnego i obcego, ponadto członu uwzględniającego przesunięcie fazowe między wektorami wspomnianych pól.

Łatwo sprawdzić, że pod nieobecność pola obcego  $\vec{H}_2=0$  zależność /4.1.55/ przyjmuje postać analogiczną do podanej w pracy [24].

$$\Delta P_{pq} = I^2 R + \frac{1}{2 c w \delta} (w')^2 \left\{ \left( H_{1yp} - H_{1yp-1} \right)^2 \left[ \varphi(\xi_x) - 1 \right] + H_{1yp} H_{1yp-1} \psi(\xi_x) \right\} + \frac{1}{2 c w \delta} (c')^2 \left\{ \left( H_{1xp} - H_{1xp-1} \right)^2 \left[ \varphi(\xi_y) - 1 \right] + H_{1xp} H_{1xp-1} \psi(\xi_y) \right\} \quad /4.1.5$$

Wyznaczone straty mocy w przewodzie uzwojenia /4.1.55/, zapisane są tylko dla harmonicznej o pulsacji  $\omega$ . Liniowość środowiska uzwojeń pozwala przyjąć, że wspomniana zależność, obowiązuje dla każdej harmonicznej pola o częstotliwości  $k f$ .

Zatem sumaryczne straty w przewodzie uzwojenia z uwzględnieniem harmonicznym pól własnego i obcego, można zapisać następująco:

/4.1.56

$$\Delta P_{pq} = \frac{1}{c w \delta} \sum_{k,m,n} \left\{ I_k^2 + \frac{1}{2} (w')^2 \left[ \left( H_{1yp}^{/k/} - H_{1yp-1}^{/k/} \right)^2 \varphi_1(\xi_x^{/k/}) + H_{1yp}^{/k/} H_{1yp-1}^{/k/} \psi(\xi_x^{/k/}) \right] + \frac{1}{2} (c')^2 \left[ \left( H_{1xp}^{/k/} - H_{1xp-1}^{/k/} \right)^2 \varphi_1(\xi_y^{/k/}) + H_{1xp}^{/k/} H_{1xp-1}^{/k/} \psi(\xi_y^{/k/}) \right] + \frac{1}{2} (w')^2 \left[ \left( H_{2yp}^{/m/} - H_{2yp-1}^{/m/} \right)^2 \varphi_1(\xi_x^{/m/}) + H_{2yp}^{/m/} H_{2yp-1}^{/m/} \psi(\xi_x^{/m/}) \right] + \dots \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} (c')^2 \left[ \left( H_{2xq}^{/m/} - H_{2xq-1}^{/m/} \right)^2 \varphi_1 \left( \xi_y^{/m/} \right) + H_{2xq}^{/m/} H_{2xq-1}^{/m/} \psi \left( \xi_y^{/m/} \right) \right] + \\
 & + w' c' \cos \xi^{/n/} \left[ \left( H_{2yp}^{/n/} - H_{2yp-1}^{/n/} \right) \left( H_{1xq}^{/n/} - H_{1xq-1}^{/n/} \right) + \left( H_{1yp}^{/n/} - H_{1yp-1}^{/n/} \right) \left( H_{2xq}^{/n/} - H_{2xq-1}^{/n/} \right) \right. \\
 & + (w')^2 \cos \xi^{/n/} \left[ \left( H_{1yp}^{/n/} - H_{1yp-1}^{/n/} \right) \left( H_{2yp}^{/n/} - H_{2yp-1}^{/n/} \right) \varphi_1 \left( \xi_x^{/n/} \right) + \left( H_{1yp-1}^{/n/} H_{2yp}^{/n/} + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + H_{2yp-1}^{/n/} H_{1yp}^{/n/} \right) \frac{1}{2} \psi \left( \xi_x^{/n/} \right) \right] + \\
 & + (c')^2 \cos \xi^{/n/} \left[ \left( H_{1xq}^{/n/} - H_{1xq-1}^{/n/} \right) \left( H_{2xq}^{/n/} - H_{2xq-1}^{/n/} \right) \varphi_1 \left( \xi_y^{/n/} \right) + \left( H_{1xq-1}^{/n/} H_{2xq}^{/n/} + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + H_{2xq-1}^{/n/} H_{1xq}^{/n/} \right) \frac{1}{2} \psi \left( \xi_y^{/n/} \right) \right] \left. \right\}
 \end{aligned}$$

gdzie:

$k, w$  - wskaźniki sumowania, określające rzędy harmonicznych pól własnego i obcego

$n$  - określa harmoniczne pól własnego i obcego o tych samych pulsacjach

$I_k$  - wartość skuteczna  $k$ -tej harmonicznej prądu w przewodzie uzwojenia

$H_{1yp}^{/r/}, H_{1yp-1}^{/r/}, H_{1xq}^{/r/}, H_{1xq-1}^{/r/}$  - amplitudy  $r$ -tych harmonicznych, składowych osiowej i promieniowej natężenia pola magnetycznego własnego

$H_{2yp}^{/r/}, H_{2yp-1}^{/r/}, H_{2xq}^{/r/}, H_{2xq-1}^{/r/}$  - amplitudy  $r$ -tych harmonicznych, składowych osiowej i promieniowej pola magnetycznego obcego /powodowanego przepływem sąsiedniego uzwojenia/

$r \in /k, m, n/$

$\xi/n/$  - różnica faz między wektorami  $n$ -tej harmonicznej pola magnetycznego obcego i własnego

$$\psi_1(\xi) = \psi(\xi) - 1$$

$$\xi_x / r/ = c \sqrt{\frac{w}{w'}} \sqrt{\frac{r \omega \mu_0 \gamma}{2}}, \quad \xi_y / r/ = w \sqrt{\frac{c}{c'}} \sqrt{\frac{r \omega \mu_0 \gamma}{2}}$$

Wielkości  $\xi_x / r/$ ,  $\xi_y / r/$  traktowane są jako zredukowane szerokości przewodu dla  $r$ -tej harmonicznej składowych osiowej i promieniowej pola magnetycznego.

Zależność /4.1.56/ ma charakter ogólny i może być stosowana do wyznaczania strat w przewodach konkretnych uzwojeń mnożników częstotliwości. Rozpatrując uzwojenia mnożników częstotliwości, należy uwzględnić odpowiednie harmoniczne pól obcego i własnego przyjmując właściwe wekaźniki  $k$ ,  $m$ ,  $n$ .

W przypadku transformatorowych potrajaczy częstotliwości typu Spinelli, zestawionych z transformatorów dwuuzwojowych, obce i własne pola rozproszenia uzwojeń mają różne częstotliwości. Włączenie pomiędzy punkt zerowy transformatorów potrajacza i sieci impedancji, powoduje wystąpienie w polu rozproszenia obcym i własnym harmonicznej tego samego rzędu /trzeciej/. Innym przykładem, mogą być pola rozproszenia uzwojeń pierwotnych transformatorów "zygzakowych", potrajacza z wyjściem trójfazowym lub dziewięciokrotnika [3, 42, 50, 53, 99, 129, 130, 147]. Charakteryzują się one tym samym widmem harmonicznych, lecz mają różne fazy.

W wyrażeniu /4.1.56/, człon  $\frac{1}{\delta c w} \sum_k I_k^2$  reprezentuje straty podstawowe w przewodzie uzwojenia. Pozostałe człony przedstawiają straty dodatkowe jako funkcję harmonicznych składowej osiowej i promieniowej.

Jeżeli pole obce nie występuje w obrębie przewodu  $\vec{H}_2 = 0$ , w

czas straty mocy opisuje zależność

$$\Delta P_{pq} = \frac{1}{c\omega\delta} \left\{ \sum_k I_k^2 + (w')^2 \left[ \left( H_{1yp}^{/k/} - H_{1yp-1}^{/k/} \right)^2 \varphi_1 \left( \xi_x^{/k/} \right) + H_{1yp}^{/k/} H_{1yp-1}^{/k/} \psi \left( \xi_x^{/k/} \right) \right] + (c')^2 \left[ \left( H_{1xq}^{/k/} - H_{1xq-1}^{/k/} \right)^2 \varphi_1 \left( \xi_y^{/k/} \right) + H_{1xq}^{/k/} H_{1xq-1}^{/k/} \psi \left( \xi_y^{/k/} \right) \right] \right\} \quad /4.1.56/$$

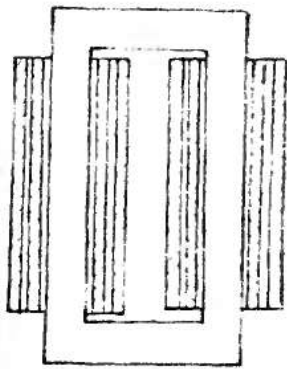
Określone w zapisie /4.1.56/ straty w wyróżnionym przewodzie uzwojenia, są funkcją dwóch składowych pola magnetycznego, promieniowej i osiowej. W praktyce transformatorowej w jednostkach małej i średniej mocy, pomija się straty dodatkowe od składowej promieniowej [67, 68, 72]. Ponieważ uzwojenia i obwody magnetyczne potrajacza, cechuje w stosunku do transformatora większa smukłość, tym bardziej uzasadnia to, pominięcie składowej promieniowej  $/H_x/$  w analizie strat dodatkowych w uzwojeniach potrajacza. Uwaga powyższa będzie stosowana w kolejnych rozdziałach pracy, ułatwiając obliczanie strat w uzwojeniach.

Wyznaczona zależność /4.1.56/, ma charakter ogólny i jest podstawą do analizy strat dodatkowych w uzwojeniach magnetycznych mnożników częstotliwości o dowolnej krotności oraz innych maszyn elektrycznych. Może być wykorzystana do określania strat w uzwojeniach foliowych, mnożników częstotliwości.

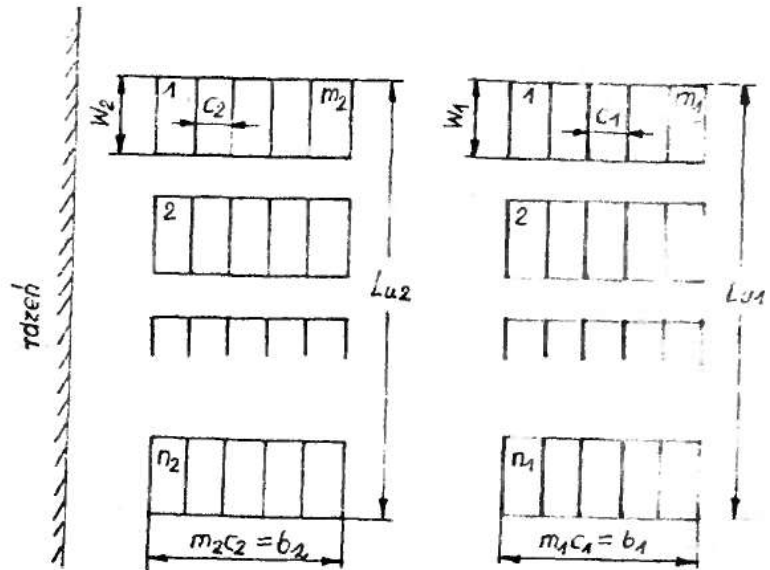
#### 4.2. Pole magnetyczne w strefie uzwojeń potrajacza

Przyjęto do rozważań uzwojenia współśrodkowe, umieszczone na obydwu kolumnach rdzenia /rys. 4.6/ Połówki uzwojeń pierwotnych posiadają  $m_1$  warstw po  $n_1$  zwojów, wtórnych  $m_2$  warstw po  $n_2$  zwojów. Pomija się grubość izolacji międzyzwojowej - takie założenie jest uzasadnione jak wykazano w [77], nie wpływa na wartość strat dodatkowych.





Rys.4.6 Obwód magnetyczny oraz usytuowanie uzwojeń transformatora potrójacza częstotliwości



Rys.4.7 Wymiary przekroju prostokątnego uzwojeń pierwotnego i wtórnego

Uzwojenia transformatorowych potrójaczy częstotliwości są bardziej smukłe niż transformatorów, toteż przyjęto do rozważań, że rozkład przestrzenny pola magnetycznego w obszarze uzwojeń ma tylko składową osiową. Nie uwzględnia się zatem, składowej promieniowej strumienia rozproszenia, występującej zwykle na krancach uzwojeń. Straty mocy od prądów wirowych, wywołanych polem promieniowym w uzwojeniach transformatorów mniejszych i średnich mocy są na ogół nieznaczne [67, 68], a tym bardziej będą mniejsze w uzwojeniach o dużej smukłości - charakterystycznych dla potrójaczy oraz innych magnetycznych mnożników częstotliwości.

Uzwojenia pierwotne i wtórne zastąpiono szynami wiodącymi prąd o gęstości  $j'_{0I}$  i  $j'_{0II}$  równomiernej i z góry zadanej /rys. 4.8/.

Można zapisać

$$j'_{oI} b_1 = j_{oI} \frac{c_1 w_1}{L_{u1}} m_1 n_1 \quad /4.2.1/$$

$$j'_{oII} b_2 = j_{oII} \frac{c_2 w_2}{L_{u2}} m_2 n_2$$

gdzie

$j_{oI}$ ,  $j_{oII}$  - wartości chwilowe gęstości prądu o rozkładzie równomiernym w każdym elemencie przekroju przewodu uzwojenia pierwotnego i wtórnego

Zatem, zastępcze gęstości prądów w szynach wyrażają się następująco

$$j'_{oI} = \alpha_I j_{oI} \quad ,4.2.2/$$

$$j'_{oII} = \alpha_{II} j_{oII}$$

przy czym

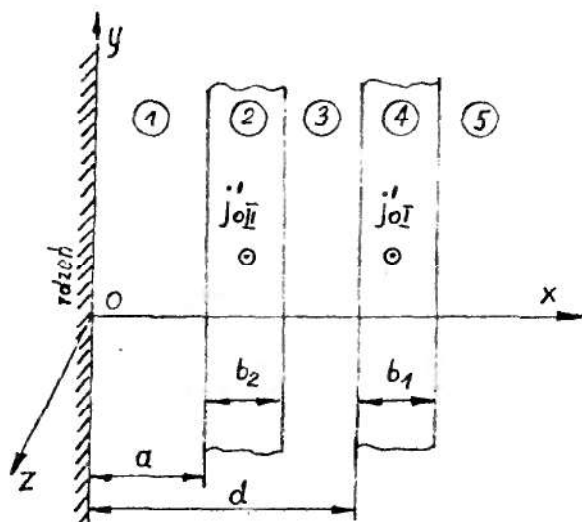
$$\alpha_I = \frac{n_1 w_1}{L_{u1}}, \quad \alpha_{II} = \frac{n_2 w_2}{L_{u2}} \quad /4.2.3/$$

Współczynniki  $\alpha_I$  i  $\alpha_{II}$  /wzór 4.2.3./ dotyczą uzwojeń wykonanych z przewodu profilowego. Dla uzwojeń z przewodu okrągłego wspomniane współczynniki wyznaczmy podobnie, zastępując we wzorach /4.2.1/ pola przekrojów  $c_1 h_1$  i  $c_2 h_2$  poprzez  $\frac{\pi d_1^2}{4}$  i  $\frac{\pi d_2^2}{4}$

Otrzymamy

$$\alpha_I = \frac{\pi n_1 d_1}{4 L_{u1}}, \quad \alpha_{II} = \frac{\pi n_2 d_2}{4 L_{u2}} \quad /4.2.4/$$

Wyznaczając rozkład pola magnetycznego, należy założyć określoną konfigurację uzwojeń transformatorów potrójacza. Rozpatrzmy przypadek gdy uzwojenie wtórne usytuowane jest bliżej rdzenia - uzwojenie wewnętrzne, pierwotne zaś jako zewnętrzne, a następnie przy ich odwrotnym usytuowaniu.



Rys.4.8 Zastępczy układ szyn reprezentujący uzwojenia transformatora potrójacza. Uzwojenie zewnętrzne - pierwotne, wewnętrzne - wtórne

Wprowadzając układ współrzędnych prostokątnych i biorąc pod uwagę występowanie tylko składowej osiowej pola magnetycznego  $\vec{H} = H_y \vec{1}_y$ , oraz że wektory gęstości prądów w uzwojeniach mają postać

$$\vec{J}_{oI} = \vec{1}_z \left( \hat{J}_1 \cos/\omega t + \beta_1/+ \hat{J}_5 \cos/5\omega t + \beta_5/+ + \hat{J}_7 \cos/7\omega t + \beta_7/+ + \dots \right) \quad /4.2.5/$$

$$\vec{J}_{oII} = \vec{1}_z \left( \hat{J}_3 \cos/3\omega t + \beta_3/+ + \hat{J}_9 \cos/9\omega t + \beta_9/+ + \dots \right) \quad /4.2.6/$$

Rozkład pola magnetycznego o obszarze uzwojeń oraz w strefie przyrdzeniowej wyznaczymy korzystając z I równania Maxwella w postaci różniczkowej

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad /4.2.7/$$

W obszarach bezprądowych ①, ③, ⑤ /rys.4.8/, dla poszczególnych harmonicznich gęstości prądów można zapisać

$$\frac{dH_y}{dx} /h = 1,3,5.../ = 0 \quad /4.2.8/$$

W obszarze uzwojenia pierwotnego - obszar ④, dla harmonicznich 1,5,7 ... otrzymamy

$$\frac{dH_{y/h=1,5,7.../}}{dx} = j'_{0I} \alpha_I = \alpha_I (\hat{J}_1 \cos/\omega t + \beta_1/ + \hat{J}_5 \cos/5\omega t + \beta_5/ + \dots) \quad /4.2.9/$$

zaś dla harmonicznycch 3,9... występujących w przepływie wtórnym

$$\frac{dH_{y/h=3,9.../}}{dx} = 0 \quad /4.2.10/$$

W obszarze uzwojenia wtórnego - obszar ②, dla harmonicznycch 3,9... mamy

$$\frac{dH_{y/h=3,9.../}}{dx} = j'_{0II} = j_{0II} \alpha_{II} = \alpha_{II} (\hat{J}_3 \cos/3\omega t + \beta_3/ + \hat{J}_9 \cos/9\omega t + \beta_9/ + \dots) \quad /4.2.11/$$

dla harmonicznycch 1,5,7... warunkowanycch przepływem pierwotnym

$$\frac{dH_{y/h=1,5,7.../}}{dx} = 0 \quad /4.2.12/$$

Rozwiązując równania różniczkowe /4.2.8/, /4.2.9/, /4.2.10/, /4.2.11/, 4.2.12/ oraz korzystając z warunku ciągłości składowycch stycznych natężenia pola magnetycznego na granicy środowisk dla harmonicznycch tego samego rzędu i biorąc pod uwagę, iż na zewnątrz uzwojeń cylindrycznych pole magnetyczne jest pomijalne, natężenia pól magnetycznych w obszarze uzwojeń i przyrządzeniowycch poszczególnycch harmonicznycch przybiorą postać

$$\begin{aligned} H_{y/h=1,5,7.../} &= j'_{0I} b_1 && \text{dla } 0 \leq x \leq d \\ H_{y/h=1,5,7.../} &= j'_{0I} (x - d + b_1/) && \text{dla } d \leq x \leq d + b_1 \end{aligned} \quad /4.2.13/$$

$$H_{y/h=1,5,7.../} = 0 \quad \text{dla } x \geq d + b_1$$

$$\begin{aligned} H_{y/h=3,9.../} &= j'_{0II} (x - a + b_2/) && \text{dla } a \leq x \leq a + b_2 \\ H_{y/h=3,9.../} &= -j'_{0II} b_2 && \text{dla } 0 \leq x \leq a \end{aligned} \quad /4.2.14/$$

$$H_{y/h=3,9.../} = 0 \quad \text{dla } x \geq a + b_2$$

Dla dalszych rozważań celowym jest wyznaczenie potencjałów wektorowych pól magnetycznych /4.2.13/, /4.2.14/. Ponieważ  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ , potencjał wektorowy łatwo obliczyć, uwzględniając występowanie składowych  $B_y$  pola magnetycznego i  $A_z$  potencjału.

$$A_z = - \int B_y dx \quad /4.2.15/$$

Dla harmonicznych pola rozproszenia 1,5,7..., powodowanych przepływem pierwotnym, potencjały wektorowe pola magnetycznego mają postać

$$A_{z/h=1,5,7.../} = \mu_0 J'_{0I} b_1 x + c_1 \quad \text{dla } 0 \leq x \leq d \quad /4.2.16/$$

$$A_{z/h=1,5,7.../} = \mu_0 J'_{0I} \left( \frac{x^2}{2} - /d+b_1/x \right) + c_2 \quad \text{dla } d \leq x \leq d + b_1$$

$$A_{z,h=1,5,7.../} = c_3 \quad \text{dla } x \geq d + b_1$$

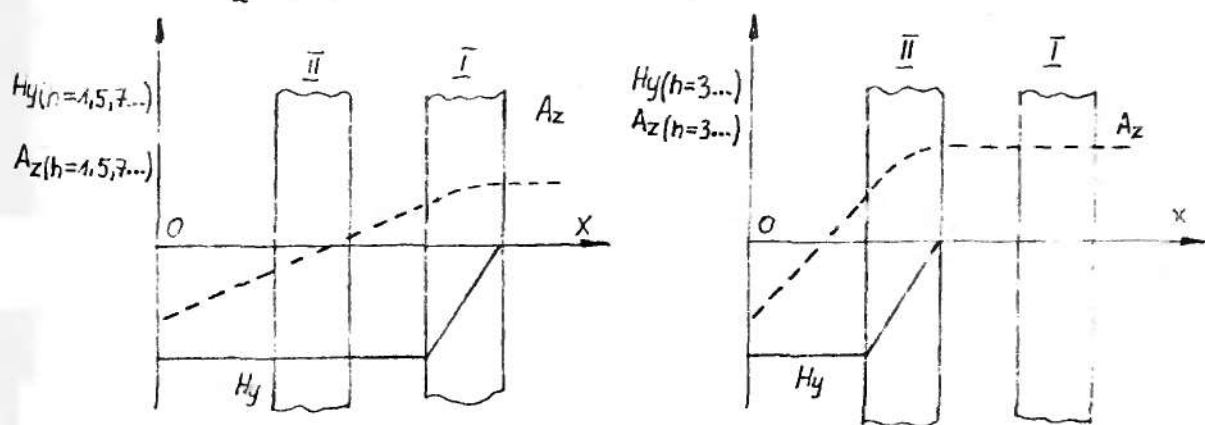
Potencjały wektorowe pola magnetycznego dla harmonicznych 3,9... można zapisać jako /4.2.17/

$$A_{z/h=3,9.../} = - \mu_0 J'_{0II} \left( \frac{x^2}{2} - /a+b_2/x \right) + c_4 \quad \text{dla } a \leq x \leq a + b_2$$

$$A_{z/h=3,9.../} = \mu_0 J'_{0II} \lambda b_2 + c_5 \quad \text{dla } 0 \leq x \leq a$$

$$A_{z/h=3,9.../} = c_6 \quad \text{dla } x \geq a + b_2$$

We wzorach /4.2.16/, /4.2.17/  $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$  reprezentują stałe całkowania. Rozkłady pól magnetycznych  $H_y/x/$  potencjałów wektorowych  $A_z/x/$  przedstawiono na rys. 4.9.

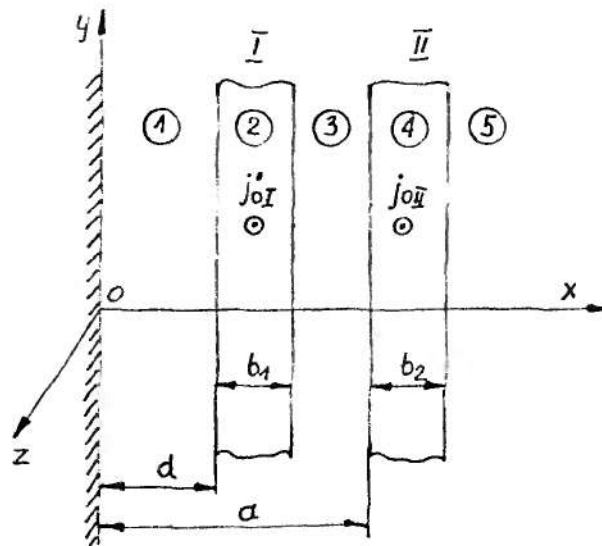


Rys.4.9 Rozkłady potencjałów wektorowych pól magnetycznych  $A_z/x/$  i pól magnetycznych  $H_y/x/$  wzdłuż szerokości uzwojeń transformatora potrójacza przy konfiguracji zewnętrznej - pierwotne, wewnętrzne wtórne

Pola magnetyczne rozproszenia harmonicznych 1,5,7... powodowanych przepływem pierwotnym, mają rozkład liniowy w obszarze uzwojenia pierwotnego, zaś stałowartościowy w obszarze uzwojenia wtórnego.

Pola magnetyczne harmonicznych 3,9 ... warunkowane przepływem wtórnym, posiadają rozkład liniowy w obszarze uzwojenia wtórnego, a w uzwojeniu zewnętrznym pierwotnym nie występują.

Rozważmy przypadek konfiguracji uzwojeń wewnętrzne - pierwotne, zewnętrzne - wtórne



Rys.4.10 Zastępczy układ szyn reprezentujący uzwojenia transformatora potrójacza. Uzwojenie wewnętrzne - pierwotne, zewnętrzne - wtórne

Zakładamy, że gęstości prądów w uzwojeniach opisują równania /4.2.5/, /4.2.6/. Pomijamy promień krzywizny uzwojeń i rdzenia oraz przyjmujemy występowanie tylko składowej osiowej pola magnetycznego  $\vec{H} = H_y \vec{1}_y$  na powierzchni rdzenia i w obszarze uzwojeń.

Podobnie jak poprzednio, rozkład pól magnetycznych wyznaczymy wychodząc z I równania Maxwella w postaci różniczkowej.

W obszarach bezprądowych ①, ③, ⑤ dla poszczególnych harmonicznych można zapisać

$$\frac{dH_y/h=1,3,5.../}{dx} = 0$$

/4.2.13/

W obszarze uzwojenia wtórnego - obszar ④, dla harmonicznyc<sup>h</sup> 1,5,7, spełnione jest równanie

$$\frac{dH_{y/h=1,5,7\dots}}{dx} = 0 \quad /4.2.19/$$

a dla harmonicznyc<sup>h</sup> 3,9 ... występującyc<sup>h</sup> w przepływie wtórnym

/4.2.20/

$$\frac{dH_{y/h=3,9\dots}}{dx} = j'_{oII} = j_{oII} \alpha_{II} = \alpha_{II} \left( \hat{J}_3 \cos/3\omega t + \beta_3/ + \hat{J}_9 \cos/9\omega t + \beta_9/ + \dots \right)$$

W obszarze uzwojenia pierwotnego - obszar ②, pierwsze równanie Maxwella dla harmonicznyc<sup>h</sup> 1,5,7... ma postać

/4.2.21/

$$\frac{dH_{y/h=1,5,7\dots}}{dx} = j'_{oI} = j_{oI} \alpha_I = \alpha_I \left( \hat{J}_1 \cos/\omega t + \beta_1/ + \hat{J}_5 \cos/5\omega t + \beta_5/ + \dots \right)$$

zaś dla harmonicznyc<sup>h</sup> 3,9... otrzymamy

$$\frac{dH_{y/h=3,9\dots}}{dx} = 0 \quad /4.2.22/$$

Znajdując ogólne rozwiązania równań /4.2.18/, /4.2.19/, /4.2.20/ /4.2.21/, /4.2.22/ i po skorzystaniu z ciągłości składowyc<sup>h</sup> stycznyc<sup>h</sup> natężeń pól magnetycznyc<sup>h</sup> dla poszczególnyc<sup>h</sup> harmonicznyc<sup>h</sup> na granicy środowisk, wyznaczono natężenia pól magnetycznyc<sup>h</sup> w obszarze uzwojeń i strefie przyrdzeniowej transformatorów potrajacza. Poniżej podano końcowy rezultat rozwiązań - rozkłady natężeń pól magnetycznyc<sup>h</sup> i potencjałów wektorowyc<sup>h</sup> pól magnetycznyc<sup>h</sup> obliczone według /4.2.15/

Dla harmonicznyc<sup>h</sup> pól magnetycznyc<sup>h</sup> warunkowanc<sup>h</sup> przepływem pierwotnym mamy

$$H_{y/h=1,5,7\dots} = -j'_{oI} b_1 \quad \text{dla } 0 \leq x \leq d \quad /4.2.23/$$

$$A_{z/h=1,5,7\dots} = \mu_0 j'_{oI} b_1 x + c_1$$

$$H_{y/h=1,5,7\dots} = j'_{oI} \left( x - /d+b_1/ \right) \quad \text{dla } d \leq x \leq d+b_1 \quad /4.2.24/$$

$$A_{z/h=1,5,7\dots} = -\mu_0 j'_{oI} \left( x^2 - /d+b_1/x/ \right) + c_2$$



$$H_y/h=1,5,7\dots/ = 0$$

$$\text{dla } x \gg d+b_1$$

/4.2.25/

$$A_z/h=1,5,7\dots/ = c_3$$

Dla harmoniczných powodowanych przepływem wtórnym spełnione są równania

$$H_y/h=3,9\dots/ = -j'_{oII} b_2$$

$$\text{dla } 0 \leq x \leq a$$

/4.2.26/

$$A_z/h=3,9\dots/ = \mu_o j'_{oII} b_2 x + c_4$$

$$H_y/h=3,9\dots/ = j'_{oII} \left( x - /a+b_2/ \right)$$

$$\text{dla } a \leq x \leq a + b_2$$

/4.2.27/

$$A_z/h=3,9\dots/ = -\mu_o j'_{oII} \left( x^2 - /a+b_2/x \right) + c_5$$

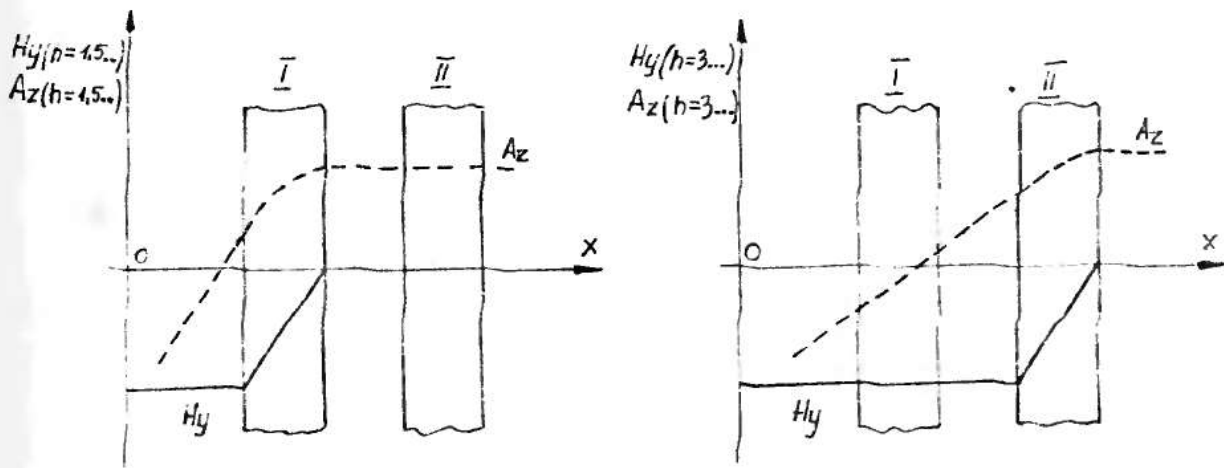
$$H_y/h=3,9\dots/ = 0$$

$$\text{dla } x \gg a + b_2$$

/4.2.28/

$$A_z/h=3,9\dots/ = c_6$$

Rozkłady pól magnetycznych  $H_y/x/$  i potencjałów wektorowych  $A_z/x/$  przedstawiono na rys. 4.11



Rys. 4.11 Rozkłady potencjałów wektorowych pól magnetycznych  $A_z/x/$  i pól magnetycznych  $H_y/x/$  wzdłuż szerokości uzwojeń transformatora potrójacza przy konfiguracji uzwojeń wewnętrzne - pierwotne, zewnętrzne - wtórne

Pola magnetyczne harmonicznych 1,5,7... warunkowane przepływem pierwotnym, charakteryzują się liniowym rozkładem w obszarze uzwojenia pierwotnego, a w uzwojeniu zewnętrznym wtórnym nie występują.

Pola magnetyczne harmonicznych 3,9... powodowane przepływem wtórnym, mają rozkłady prostoliniowe w obszarze uzwojenia wtórnego, zaś rozkład stałowartościowy w obszarze uzwojenia pierwotnego wewnętrznego.

Z przeprowadzonych rozważań wynika, iż w strefie rozproszeniowej transformatorów potrajacza występują harmoniczne pól magnetycznych rzędów nieparzystych, tworzące układy kolejności zgodnej i przeciwnej - warunkowane przepływem pierwotnym, oraz harmoniczne tworzące układy kolejności zerowej - powodowane przepływem wtórnym. Rozkłady tych pól, istotnie różnią się od znanego dla transformatorów rozkładu trapezowego [27, 28, 67, 68, 74, 77, 122]. Stwarza to konieczność odmiennego spojrzenia na wyznaczanie strat dodatkowych w uzwojeniach potrajacza oraz obliczanie innych parametrów, jak przykładowo reaktancji rozproszenia uzwojeń pierwotnego i wtórnego.

#### 4.3. Straty podstawowe w uzwojeniach

Jak wiadomo, straty podstawowe w uzwojeniach określa iloczyn jego rezystancji, zmierzonej przy prądzie stałym i kwadratu wartości skutecznej prądu. Prądy pierwotny i wtórny jak wykazano w rozdz. 3.6, zależą od poziomu pierwszej harmonicznej indukcji w rdzeniu oraz wielkości i charakteru obciążenia potrajacza. Ponieważ transformatorowe potrajacze częstotliwości, pracują przy silnie nasyconych obwodach magnetycznych, zmienność obciążenia oraz napięcia zasilającego, powodują z reguły duże

przyrosty /dodatnie lub ujemne/ wartości prądów. Odmienne niż w transformatorze, przenosi się obciążenie obwodu wyjściowego i w konsekwencji nie zachodzi równość amperozwojów pierwotnych i wtórnych. Analogicznym uwarunkowaniem podlegać będą straty podstawowe w uzwojeniach.

Straty podstawowe w uzwojeniach potrająca wyraża wzór

$$P_{\text{pod}} = 3 I_{\text{I}}^2 R_1 + 3 I_{\text{II}}^2 R_2 \quad /4.3.1/$$

w którym:

$R_1, R_2$  - rezystancje uzwojeń fazowych pierwotnego i wtórnego zmierzone przy prądzie stałym;

$I_{\text{I}}, I_{\text{II}}$  - wartości skuteczne prądów w uzwojeniu pierwotnym i wtórnym

Zgodnie z polską normą PN-69/E-06040, straty mocy w uzwojeniach transformatorów wyznacza się dla temperatury 75 °C.

Straty mocy można łatwo uzależnić od gęstości prądu i masy uzwojenia - tak czyni się w teorii transformatorów [67, 38]. Tutaj dla uogólnienia rozważań będą zapisane, jako zależne od parametrów charakteryzujących uzwojenie i obwód magnetyczny.

Wyrażając w znany sposób rezystancje  $R_1$  i  $R_2$  oraz prądy przez obciążenia liniowe pierwotne i wtórne obwodu magnetycznego

$A_{\text{I}}, A_{\text{II}}$

$$I_{\text{I}} = \frac{A_{\text{I}} L_{\text{sr}}}{\sqrt{2} z_1}, \quad I_{\text{II}} = \frac{A_{\text{II}} L_{\text{sr}}}{\sqrt{2} z_2} \quad /4.3.2/$$

otrzymany

$$P_{\text{pod}} = 3 \frac{l_{\text{sr}1}^2 L_{\text{sr}}^2}{s_1 \delta z_1^2} \frac{A_{\text{I}}^2}{2} + 3 \frac{l_{\text{sr}2}^2 L_{\text{sr}}^2}{s_2 \delta z_2^2} \frac{A_{\text{II}}^2}{2} \quad /4.3.3/$$

gdzie

$l_{\text{sr}1}, l_{\text{sr}2}$  - długość średnia zwoju uzwojenia pierwotnego i wtórnego

$z_1, z_2$  - liczby zwojów szeregowych, uzwojeń

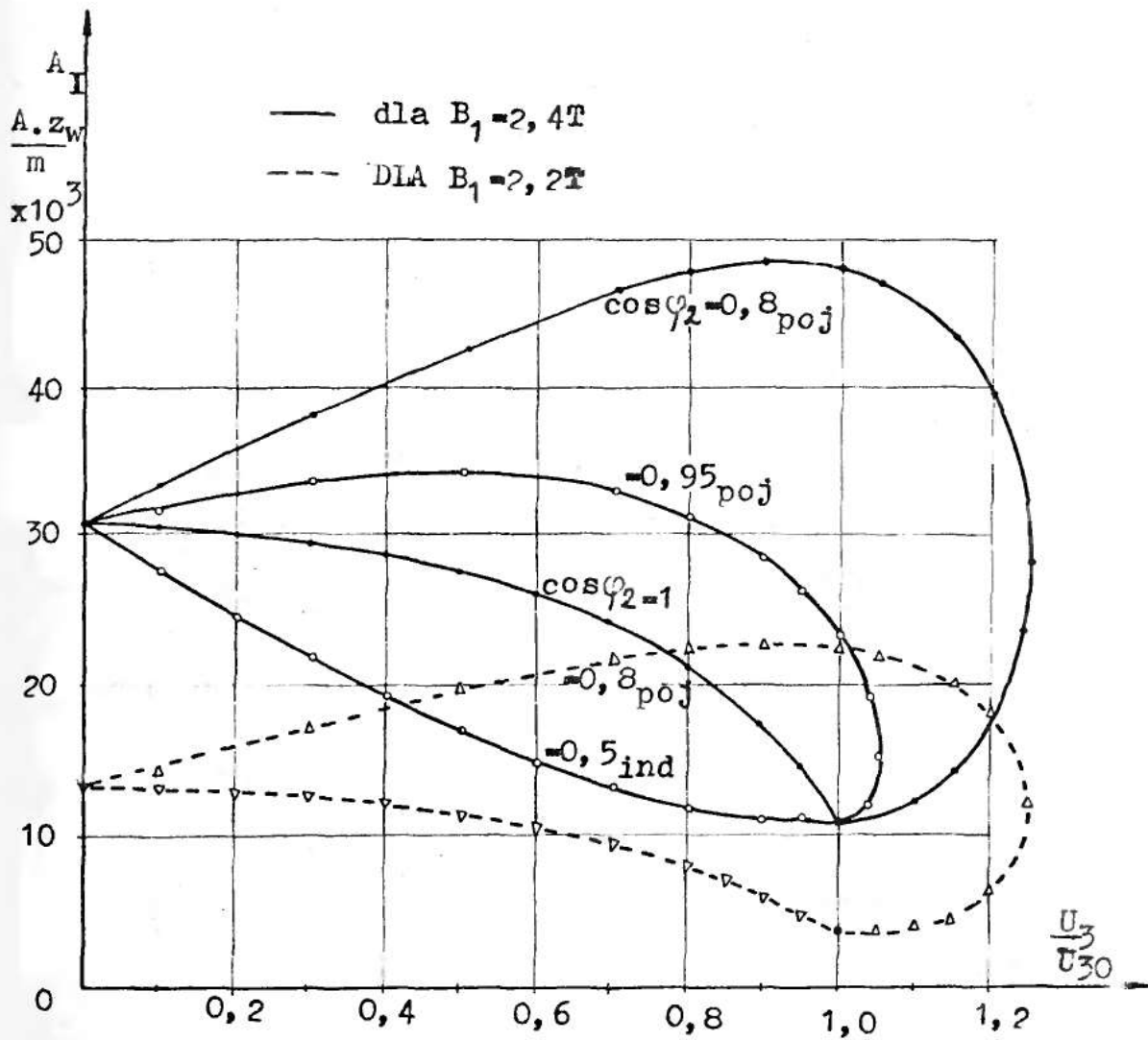
- $s_1, s_2$  - powierzchnie przekroju przewodów  
 $\gamma$  - konduktywność materiału przewodowego  
 $L_{sr}$  - średnia długość linii pola magnetycznego w magneto-  
wodzie potrajacza  
 $A_I, A_{II}$  - obciążenie liniowe obwodu magnetycznego, pierwotne  
i wtórne

Obciążenie liniowe  $A_I$  wyraża się przez pierwszą i udziały wyż-  
szych harmonicznych następująco

$$A_I = A_1 \sqrt{1 + h_5^2 + h_7^2 + \dots} \quad /4.3.4/$$

Wielkości  $A_I$  i  $A_{II}$  są porównywalne dla całej gamy potrajaczy  
różnych mocy /o jednakowej lub niewiele różniących się charakte-  
rystykach magnesowania/, określają zależność strat mocy w uzwoje-  
niu od wielkości i charakteru obciążenia oraz poziomu indukcji  
w rdzeniach.

Przebiegi obciążenia liniowego  $A_I$  przedstawiono na rys.  
4.12, a przebiegi  $A_{II}$  określają charakterystyki na rys. 3.5  
w rodz. 3.5.3.



Rys.4.12. Przebiegi obciążenia liniowego, pierwotnego obwodu magnetycznego

#### 4.4. Straty dodatkowe w uzwojeniach z przewodu profilowego

Udział w wytwarzaniu strat dodatkowych w uzwojeniach mają strumienie rozproszenia uzwojeń pierwotnego i wtórnego. Jak wykazano w rozdz. 4.2 pola magnetyczne uzwojeń potrójają w porównaniu z transformatorem, różnią się rozkładami w przestrzeni i udziałem wyższych harmonicznych w strumieniach rozproszenia. Rozważone zostaną zatem, różne konfiguracje uzwojeń pierwotnego i wtórnego, możliwe w zastosowaniach praktycznych i dla tych przypadków, wyznaczone wskaźniki strat dodatkowych. Zakłada się przy tym, że przewody uzwojeń wykonane są z drutu profilowego.

##### 4.4.1. Uzwojenia pierwotne, zewnętrzne

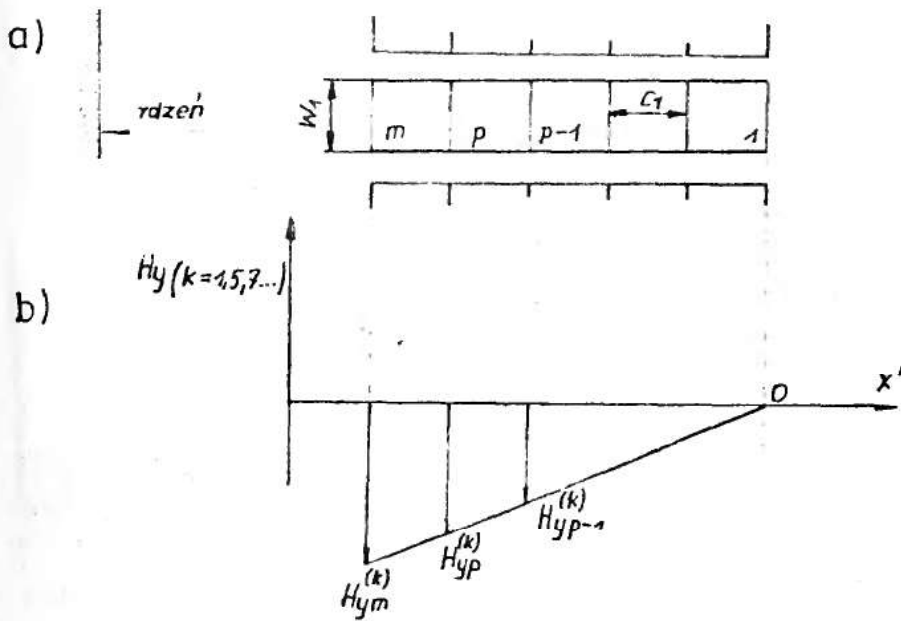
##### 4.4.1.a. Wskaźnik strat dodatkowych

W obszarze uzwojenia pierwotnego zewnętrznego występują nieparzyste harmoniczne pola magnetyczne, niepodzielne przez trzy /1,5,7.../, powodowane przez prąd pierwotny. Jak wykazano w rozdz. 4.2, pole obce - uzwojenia wtórnego wewnętrznego w rozpatrywanej przestrzeni nie występuje.

Harmoniczne 1,5,7 ... zmieniają się liniowo wzdłuż grubości uzwojenia. Na powierzchniach poszczególnych warstw mają postać

$$H_{yp}^{/k/} = H_{yo}^{/k/} + p \frac{H_{ym}^{/k/} - H_{yn}^{/k/}}{n_1} = p \frac{H_{yn}^{/k/}}{n_1}, \quad H_{yo} = 0, \quad k=1,5,7...$$

$$H_{yp-1}^{/k/} = /p-1/ \frac{H_{ym}^{/k/}}{n_1} \quad /4.4.1/$$



Rys. 4.13. Oznaczenia do obliczania strat w uzwojeniu wielowarstwowym zewnętrznym, pierwotnym, transformatora potrójacza

- a/ przekrój elementu uzwojenia
- b/ rozkład harmonicznych pola magnetycznego w obszarze uzwojenia

Uwzględniając /4.1.56/, /4.4.1/ straty mocy w \$p\$-tym zwoju wyniosą /4.4.2/

$$\Delta P_p = \frac{1}{2 c_1 w_1} \sum_{k=1,5,7,\dots} \left\{ I_k^2 + \frac{w_1'}{2} \left( \frac{H_{ym}^{(k)}}{m_1} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{k}{\xi_x} \right) + p/p-1 \Psi \left( \frac{k}{\xi_x} \right) \right] \right\}$$

Wyróżniając w zapisie /4.4.2/ straty podstawowe i dodatkowe, uwzględniając że

$$\hat{I}_k = \hat{J}_k c_1 w_1, \quad H_{ym}^{(k)} = \hat{J}_k m_1 c_1 \alpha_I$$

i korzystając z definicji /4.1.18/, współczynnik strat dodatkowych dla przewodu \$p\$-tej warstwy można zapisać jako

$$k_p = 1 + \frac{\sum_{k=1,5,7,\dots} J_k^2 \alpha_I^2 \left( \frac{w_1'}{w_1} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{k}{\xi_x} \right) + p/p-1 \Psi \left( \frac{k}{\xi_x} \right) \right]}{J_1^2 + J_5^2 + J_7^2 + \dots} \quad /4.4.3/$$



Określając udziały poszczególnych harmonicznych w prądzie pierwotnym mnożnika

$$h_k = \frac{\hat{J}_k}{\hat{J}_1} = \frac{\hat{I}_k}{\hat{I}_1}, \quad k = 1, 5, 7$$

$$k_p = 1 + \frac{\sum_{k=1,5,7,\dots} h_k^2 \alpha_I^2 \left(\frac{w_1'}{w_1}\right)^2 \left[ \varphi_1\left(\xi_x^{/k/}\right) + p/p-1/ \psi\left(\xi_x^{/k/}\right) \right]}{1 + h_5^2 + h_7^2 + \dots} \quad /4.4.4/$$

przy czym  $\alpha_I^2 \left(\frac{w_1'}{w_1}\right)^2 \approx 1$

Współczynnik  $k_p$  wskazuje, że dla przewodów warstw wewnętrznych występuje wzrost strat dodatkowych od prądów wirowych, podobnie jak w uzwojeniu zewnętrznym transformatora.

Korzystając z rozwinięć w szereg potęgowy /4.1.53/ i biorąc

$$\begin{aligned} \varphi_1(\xi) &\approx \frac{4}{45} \xi^4 \\ \psi(\xi) &\approx \frac{1}{3} \xi^4 \end{aligned} \quad /4.4.5/$$

uwzględniając harmoniczne do  $\nu$ -tego rzędu włącznie oraz przyjmując  $\xi_x^{/\nu/} \leq 1$  współczynnik strat dodatkowych  $k_p$  wyniesie

$$k_p = 1 + \frac{1}{3} F / h_k / \left( p/p-1/ + \frac{4}{15} \right) \xi_{1x}^4 \quad /4.4.6/$$

gdzie

$$F/h_k/ = \frac{1+5^2 h_5^2 + \dots h_y^2}{1 + h_5 + \dots h_y} \quad /4.4.7/$$

$$\xi_{1x} = c_1 \sqrt{\alpha_I^2 / \pi f_1 \mu_0 \gamma / 2} = 2 \pi c_1 \sqrt{\frac{n_1 w_1 f_1 \cdot 10^{-7}}{L_{u1}}} \quad /4.4.8/$$

przy czym  $[\gamma] = 1 \text{ S/m}$ ,  $[f_1] = 1 \text{ Hz}$ ,  $[c_1] = 1 \text{ m}$

$f_1$  - częstotliwość podstawowej harmonicznej prądu pierwotnego

Wielkość  $\xi_{1x}$  pełni rolę zredukowanej szerokości przewodu uzwojenia dla podstawowej harmonicznej pola podłużnego.

W praktyce wystarczy uwzględnić harmoniczne do siódmej, gdyż wyższych rzędów są mało znaczące przy spotykanych obciążeniach potrajacza.

Wprowadzony warunek  $\xi_x^{|\nu|} \leq 1$ , określa maksymalną szerokość przewodu, przy której słuszny jest jeszcze wzór /4.4.6/. Tę szerokość przewodu wyznacza się, biorąc pod uwagę zdefiniowaną w rozdz. 4.1.3.b zredukowaną szerokość przewodu dla  $\nu$ -tej harmonicznej składowej osiowej pola rozproszenia

$$\xi_x = C_1 \sqrt{\frac{w_1}{w_1'} \frac{\nu \omega \mu_0 \gamma}{2}}$$

Stąd

$$C_1 \leq \sqrt{\frac{w_1'}{w_1} \frac{2}{\nu \omega \mu_0 \gamma}}$$

/4.4.9/

przy czym

$$\omega = 2\pi f_1$$

podstawiając  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ ,  $\gamma_{\text{Cu}75^\circ\text{C}} = 47 \cdot 10^6 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ,

$$\gamma_{\text{Al}75^\circ\text{C}} = 28,5 \cdot 10^6 \frac{\text{S}}{\text{m}}, \quad f_1 = 50 \text{ Hz}$$

oraz  $\nu = 7$

otrzymamy:

dla przewodów aluminiowych  $C_{\text{AL}} \leq 5,04 \cdot \sqrt{\frac{w_1'}{w_1}} \cdot 10^{-3} \text{ m}$  /4.4.9'/

gdy  $\frac{w_1'}{w_1} = 1,1$   $C_{\text{AL}} \leq 5,29 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

dla przewodów miedzianych  $C_{\text{Cu}} \leq 3,92 \sqrt{\frac{w_1'}{w_1}} \cdot 10^{-3} \text{ m}$  /4.4.9''/

gdy  $\frac{w_1'}{w_1} = 1,1$   $C_{\text{Cu}} \leq 4,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

W praktyce interesująca jest średnia wartość współczynnika wzrostu strat. Ponieważ przewody  $m_1$  warstw znajdują się w polu magnetycznym o jednakowym rozkładzie wzdłuż wysokości uzwojenia, zatem

$$k = \frac{1}{m_1} \sum_{p=1}^{p=m_1} k_p = 1 + \frac{\frac{1}{m_1} \sum_{p=1}^{p=m_1} \sum_{k=1,5,7,\dots} h_k^2 \left(\frac{w'_1}{w_1}\right)^2 \alpha_I^2 \left[ \psi_1 \left( \xi_x^{/k/} \right) + \frac{1}{3} /m_1^2 - 1/ \Psi \left( \xi_x^{/k/} \right) \right]}{1 + h_5^2 + h_7^2 + \dots} \quad /4.4.10/$$

Uwzględniając zależności [67, 68, 126]

$$\sum_{p=1}^{p=m_1} p^2 = \frac{m_1 / 2m_1^2 + 3 m_1 + 1}{6} \quad \sum_{p=1}^{p=m_1} p = \frac{m_1 / 1 + m_1}{2} \quad /4.4.11/$$

Średni współczynnik wzrostu strat wyniesie

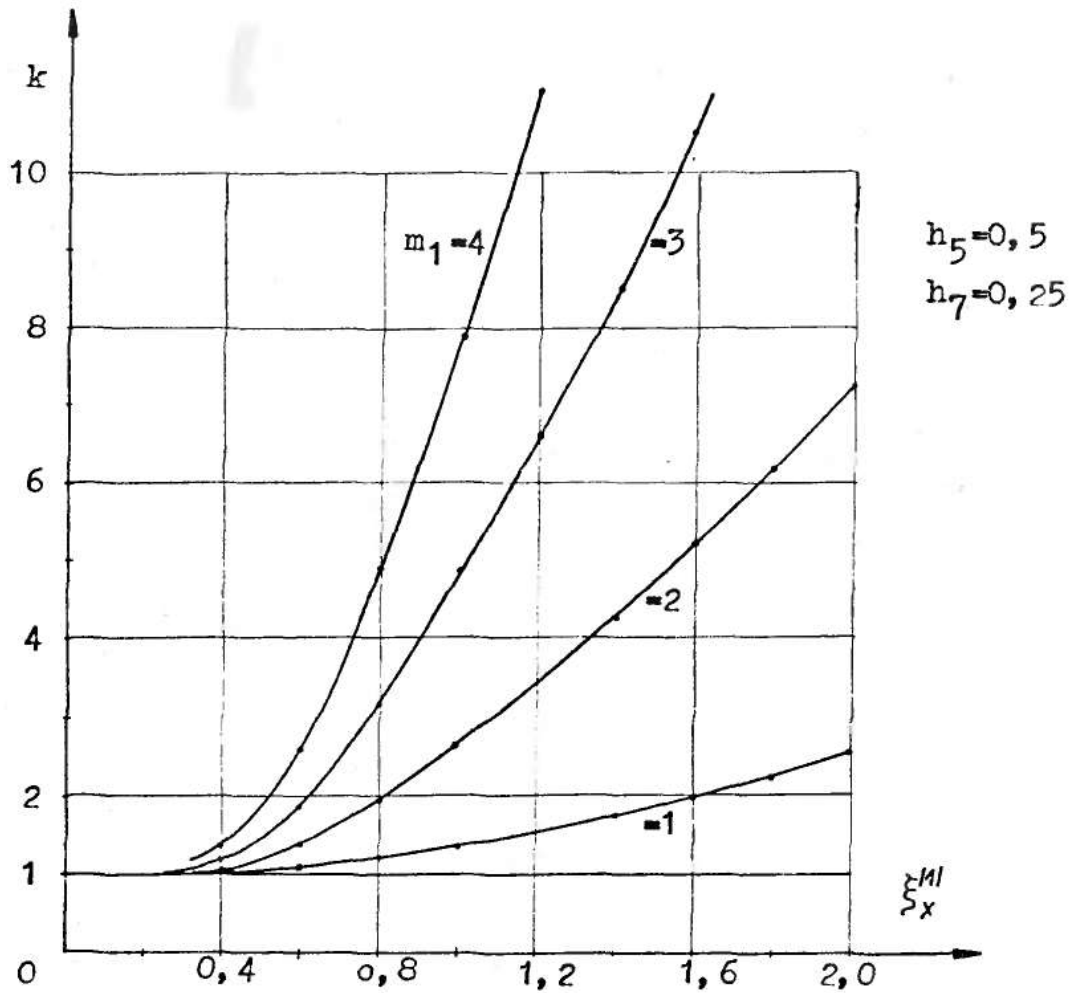
$$k = 1 + \delta_{wir}^e \quad /4.4.12/$$

przy czym

$$\delta_{wir}^e = \frac{\sum_{k=1,5,7,\dots} h_k^2 \cdot \alpha_I^2 \left(\frac{w'_1}{w_1}\right)^2 \left[ \psi_1 \left( \xi_x^{/k/} \right) + \frac{1}{3} /m_1^2 - 1/ \Psi \left( \xi_x^{/k/} \right) \right]}{1 + h_5^2 + h_7^2 + \dots} \quad /4.4.13/$$

Wyrażenie  $\delta_{wir}^e$  nazwiemy wskaźnikiem strat dodatkowych, wskutek prądów wirowych w uzwojeniu pierwotnym, zewnętrznym. Podana zależność /4.4.13/, obowiązuje dla każdego ustalonego stanu pracy potrajacza. Wskaźnik strat  $\delta_{wir}^e$  stanowi sumę wyrazów, które określają w stratach dodatkowych, udziały harmonicznych pola rozproszenia /przepływu/ uzwojenia pierwotnego. Jego zależność od szerokości lub co na jedno wychodzi - zredukowanej szerokości przewodu, ujmują parametry  $\psi_1 \left( \xi_x^{/k/} \right)$  i  $\Psi \left( \xi_x^{/k/} \right)$  /rys. 4.5./, różne dla poszczególnych harmonicznych. Przykładowe prze-

biegi współczynnika wzrostu strat w uzwojeniu  $k$ , w zależności od zredukowanej szerokości przewodu dla podstawowej harmonicznej pola rozproszenia podaje rys. 4.14



Rys.4.14. Współczynnik strat dodatkowych w uzwojeniu o  $m_1$  warstwach, w funkcji zredukowanej szerokości przewodu dla podstawowej harmonicznej pola rozproszenia

Widać, że nawet gdy  $\sum x^{Ml} < 1$ , występuje wyraźny wzrost strat, szczególnie w uzwojeniach wielowarstwowych, który może stanowić kilkakrotną wartość strat podstawowych.

Gdy szerokość przewodu uzwojenia spełnia warunek /4.4.9/, uwzględniając /4.4.5/, wskaźnik strat dodatkowych przyjmie postać

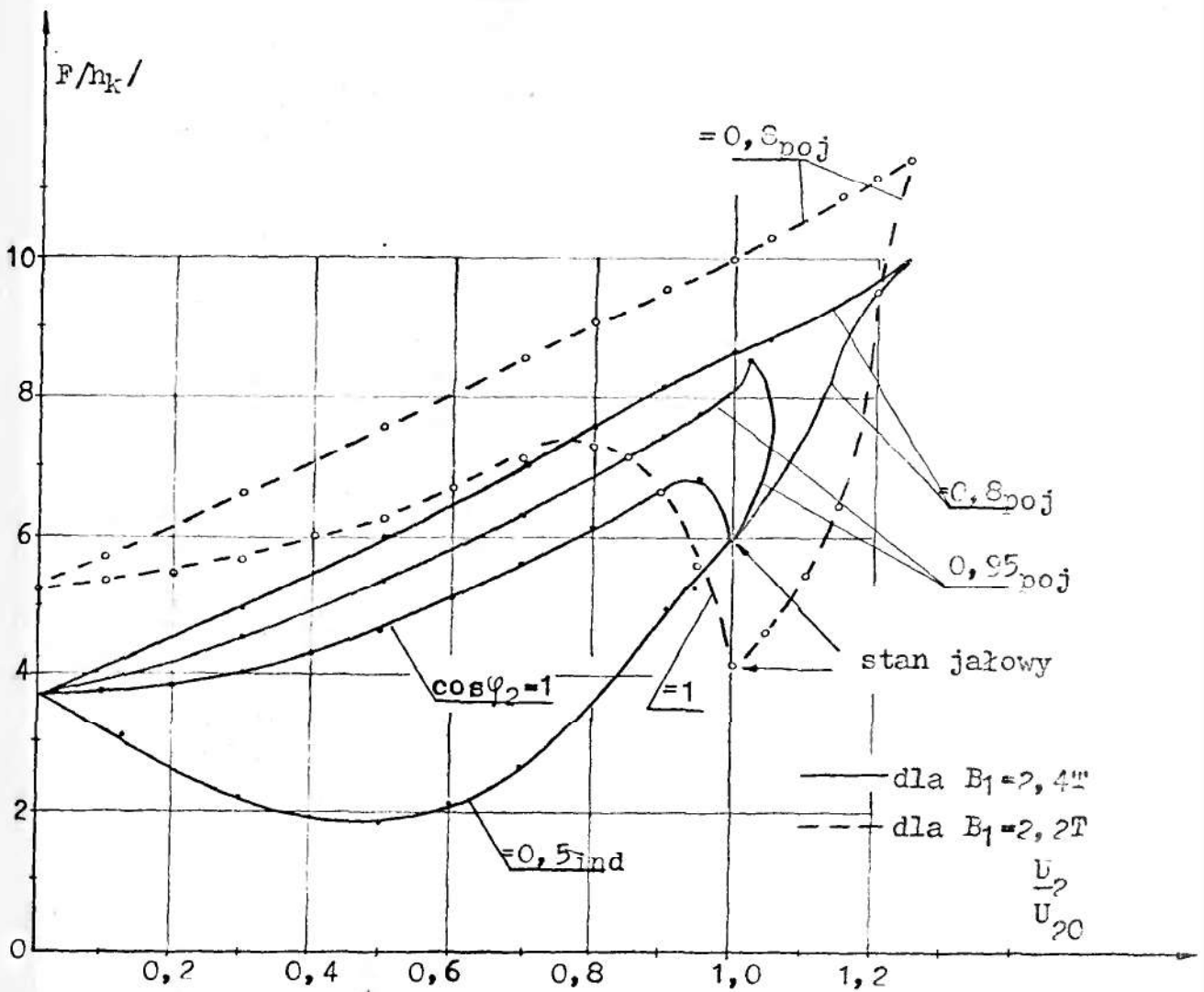
$$\alpha_{wir} = F/h_k / \frac{m_1^2 - 0,2}{9} \sum_{1x}^4 \quad /4.4.14/$$

gdzie  $F/h_k$ ,  $\sum_{1x}$  oblicza się według wzorów /4.4.7/, /4.4.8/  
Wzór /4.4.14/ różni się od znanego, obowiązującego dla uzwojeń  
cylindrycznych transformatora, występowaniem współczynnika  
 $F/h_k$ , który określa wpływ harmonicznych prądu pierwotnego na  
straty dodatkowe.  $F/h_k$  - zmienia swą wartość w zależności od  
wielkości i charakteru obciążenia strony wtórnej oraz istotnie  
zależy od poziomu pierwszej harmonicznej indukcji w rdzeniach  
potrójacza.

Biorąc pod uwagę stosunek wskaźników strat dodatkowych  $\frac{\partial \delta_{wir}}{\partial \delta_{wir}}$   
w którym  $\delta_{wir}$  dany jest wzorem /4.4.14/, a  $\delta_{wir}$  wyznaczony  
jest dla  $F/h_k=1$ , określono wielkość wzrostu strat dodatkowych  
w uzwojeniu wskutek odkształcenia prądu pierwotnego. Względna  
wartość wskaźnika strat  $\frac{\partial \delta_{wir}}{\partial \delta_{wir}}$  równa jest parametrowi  $F/h_k$ .  
Przebiegi  $F/h_k$  w różnych warunkach obciążenia strony wtórnej  
podaje rys. 4.15 a wartości liczbowe zestawiono w tablicach  
3.9 - 3.14.

W obszarze maksymalnej mocy obwodu wtórnego, parametr  $F/h_k$   
przyjmuje wartości 5 - 10, zależnie od współczynnika mocy ob-  
ciążenia i poziomu pierwszej harmonicznej indukcji w rdzeniu.  
Odkształcenie prądu pierwotnego powoduje kilkakrotny wzrost  
strat dodatkowych w uzwojeniu, w odniesieniu do strat warunke-  
wanych tylko pierwszą harmoniczną. Zmienność udziału wyższych  
harmonicznych w prądzie pierwotnym przy obciążaniu potrójacza,  
powoduje zmiany wskaźnika strat dodatkowych nawet około 100%,  
dla obciążeń czynno-indukcyjnych i czynno-pojemnościowych.

W celu oszacowania wartości współczynników, rozważono uzwo-  
jenie miedziane  $[\delta_{Cu} 75^\circ C = 47 \cdot 10^6 \text{ S/m}]$ , nawinięte przewodem  
prostokątnym o grubości  $c = 4 \text{ mm}$ , stosunku wymiarów  $\frac{n_1 w_1}{l_{u1}} = 0,75$ ,



Rys.4.15. Parametr charakteryzujący wzrost strat dodatkowych w uzwojeniu pierwotnym, wskutek okształcenia prądu w różnych warunkach obciążenia strony wtórnej potra- jacza

gdy  $F/h_k/ = 8$  i częstotliwość podstawowej harmonicznej prądu  $f_1 = 50$  Hz. Wyznaczono wartości liczbowe współczynników strat dla warstwy zewnętrznej  $k_{p=1}$ , warstwy wewnętrznej  $k_{p=m_1}$  oraz średni współczynnik wzrostu strat dla całego uzwojenia  $k$ .

Ponieważ szerokość przewodu rozpatrywanego uzwojenia spełnia warunek /4.4.9" /, do obliczeń stosowane mogą być wzory uprasz-

zione.

Zredukowana szerokość przewodu  $\xi_{1x}$  dla pola podłużnego wynosi

$$\xi_{1x} = 2 \pi c_1 \sqrt{\frac{n_1 h_1}{L_{u1}} f_1 \gamma \cdot 10^{-7}} = 2 \pi \cdot 0,004 \sqrt{0,75 \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7}} \approx 0,334$$

Współczynniki strat dodatkowych obliczono według zależności

$$k_p = 1 + \frac{1}{3} F/h_k / \left( p^2 - p + \frac{4}{15} \right) \xi_{1x}^4$$

$$k = 1 + F/h_k / \frac{m_1^2 - 0,2}{9} \xi_{1x}^4$$

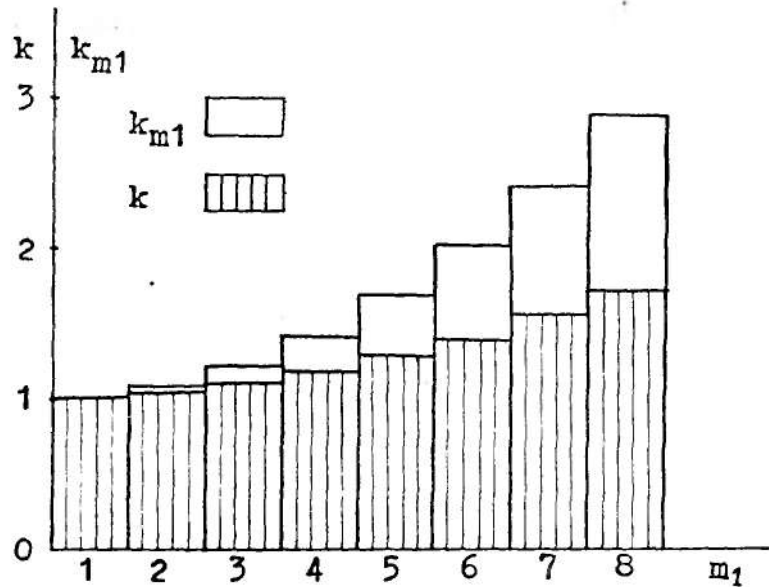
Wyniki obliczeń zestawiono w tabelicy 4.2, a graficzną ilustrację otrzymanych rezultatów przedstawia rys. 4.16

Tabl. 4.2

Współczynnik strat dodatkowych	Liczba warstw uzwojenia $m_1$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$k_{p=1}$	1,009							
$k_{p=m_1}$	1,009	1,075	1,207	1,406	1,670	2,0	2,398	2,861
$k$	1,009	1,042	1,097	1,174	1,273	1,395	1,538	1,703

Z podanych obliczeń, wynika znaczny wzrost strat w uzwojeniu przy rosnącej liczbie jego warstw. Współczynnik strat dodatkowych w warstwie zewnętrznej  $k_{p=1}$  jest równy praktycznie jedności i nie zależy od liczby warstw  $m_1$ . Warstwa najbliższa rdzenia jest siedliskiem największych strat dodatkowych i





Rys. 4.16 Zależność współczynników strat dodatkowych - średniego  $k$  oraz dla warstwy wewnętrznej  $k_{p=m_1}$  od liczb warstw uzwojenia

szczególnie w uzwojeniach wielowarstwowych, stwarza możliwość lokalnych przegrzań. Straty dodatkowe w tej warstwie, uzwojenia na przykład pięciowarstwowego, w rozpatrywanym przypadku, stanowią ok. 70% strat podstawowych. Wskaźnik wzrostu strat dla całego uzwojenia, przyjmuje wartości mniejsze od  $k_{p=m_1}$ , lecz istotnie większe od jedności. Wskazuje, że straty dodatkowe mogą znacząco liczyć się w bilansie strat całkowitych.

Jakkolwiek wyprowadzono zależności na wskaźniki i współczynniki strat dla uzwojeń nawijanych przewodem pojedynczym, okazuje się, że obowiązują one również dla uzwojeń o przewodach równoległych w pełni przeplecionych, albowiem jak można wykazać, straty dodatkowe oblicza się, jak gdyby wszystkie zwoje były połączone ze sobą szeregowo.

Poznane zależności, między zredukowaną szerokością przewodu i liczbą warstw uzwojenia, a współczynnikiem strat dodatkowych,

który może przyjmować duże wartości, umożliwiając poszukiwanie takiego parametru  $\xi_x^{1/}$  przy ustalonym  $m_1$ , aby zapewnić minimalne straty w przewodzie uzwojenia. Zagadnienie sprowadza się do wyznaczenia krytycznej grubości przewodu i będzie przedmiotem kolejnego punktu pracy.

#### 4.4.1.b Grubość krytyczna przewodu

Rozważmy uzwojenie nawinięte jednym przewodem lub kilkoma przewodami równoległymi w pełni przeplecionymi. Pozostawiając bez zmiany wysokość przewodu  $w_1$ , a powiększając wymiar  $c_1$  powodujemy, zmniejszanie strat podstawowych i jednocześnie powiększanie strat dodatkowych. Początkowo zmniejszanie strat podstawowych jest większe niż wzrost strat dodatkowych i łączne straty maleją. Od pewnej grubości przewodu, wzrost strat dodatkowych zaczyna przewyższać nad spadkiem strat podstawowych, w wyniku czego dalsze powiększanie grubości przewodu staje się niecelowe. Ta graniczna grubość nosi nazwę krytycznej.

Sumaryczne straty w uzwojeniu wyniosą

/4.4.15/

$$P = I_I^2 \frac{z_1 l_{sr}}{g_1 \gamma w_1 c_1} \left\{ 1 + \frac{\Lambda}{T/h_k} \sum_{k=1,5,7,\dots}^2 h_k \left[ \varphi_1(\xi_x^{1/}) + \frac{1}{3} m_1^{2-1/} \psi(\xi_x^{1/}) \right] \right\}$$

gdzie

$I_I$  - wartość skuteczna prądu pierwotnego, potrajacza

$l_{sr}$  - średnia długość zwojów uzwojenia

$z_1$  - liczba zwojów uzwojenia pierwotnego transformatora potrajacza  $z_1 = \frac{2 m_1 n_1}{g_1}$

$g_1$  - liczba ewentualnie istniejących gałęzi równoległych

$$\Lambda = \alpha_I^2 \frac{w_1'}{w_1} \approx 1$$

$$T/h_k = 1 + h_5^2 + h_7^2 + \dots$$

Uwzględniając związek między zredukowanymi szerokościami przewodów dla harmonicznych pola, różniących się częstotliwością

$\nu$  razy  $\xi_x^{(1/\nu)} = \sqrt{\nu} \xi_x^{(1)}$ , i wyrażając szerokość przewodu przez parametr  $\xi_x^{(1)}$

$$c_1 = \xi_x^{(1)} \cdot \sqrt{\frac{w_1'}{w_1} \frac{2}{\omega \mu_0 \delta}} \quad /4.4.15/$$

zależność /4.4.15/ przyjmie postać

$$P = I_1^2 \frac{z_1 l \epsilon_r}{g_1 \delta w_1 \sqrt{\frac{w_1'}{w_1} \frac{2}{\omega \mu_0 \delta}}} \left\{ \frac{1}{\xi_x^{(1)}} + \frac{A}{\xi_x^{(1)} T/h_k} \sum_{k=1,5,7} h_k^2 \left[ \varphi_1(\sqrt{k} \xi_x^{(1)}) + \frac{1}{3} (m_1^2 - 1) \Psi(\sqrt{k} \xi_x^{(1)}) \right] \right\} \quad /4.4.17/$$

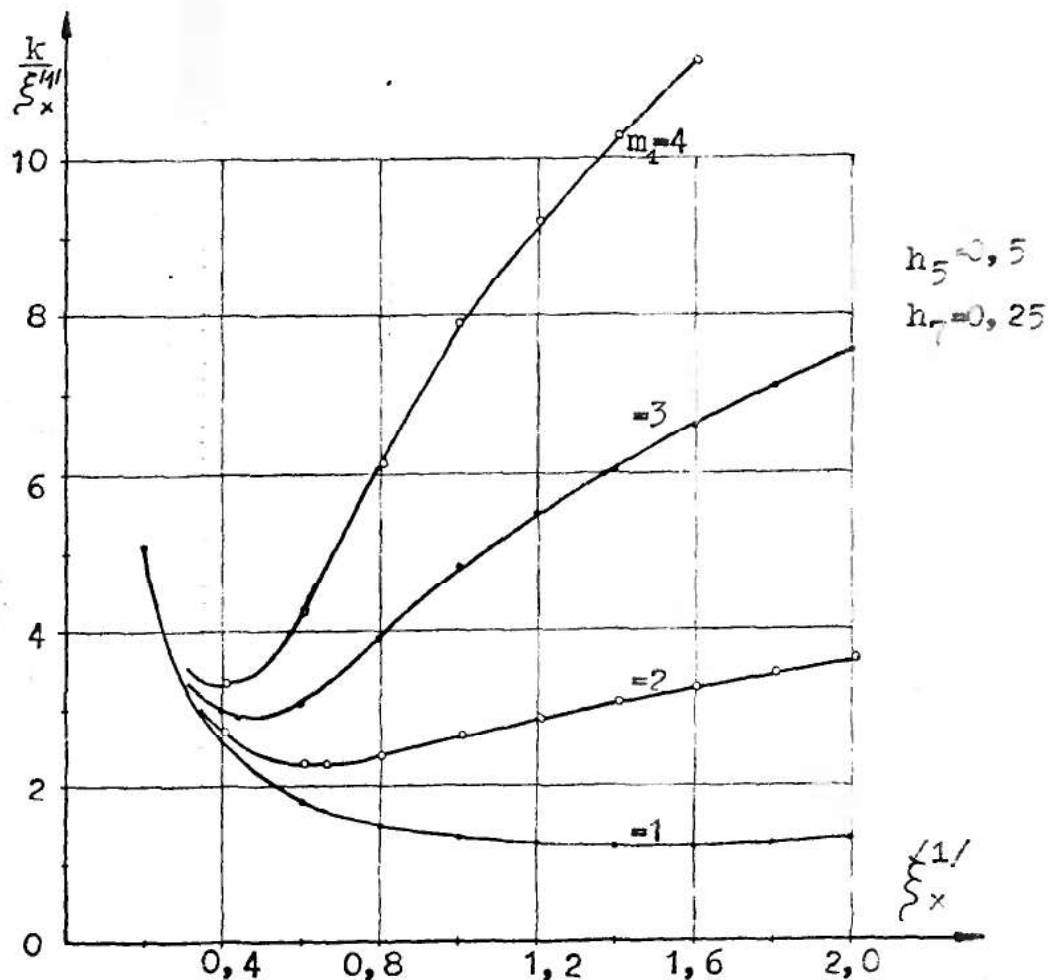
Wyrażenie w nawiasie klamrowym, określa stosunek współczynnika strat dodatkowych do zredukowanej szerokości przewodu dla podstawowej harmonicznej, składowej osiowej pola rozproszenia

$$\frac{1}{\xi_x^{(1)}} + \frac{A}{\xi_x^{(1)} T/h_k} \sum_{k=1,5,7,\dots} h_k^2 \left[ \varphi_1(\sqrt{k} \xi_x^{(1)}) + \frac{1}{3} (m_1^2 - 1) \Psi(\sqrt{k} \xi_x^{(1)}) \right] =$$

$$= \frac{k}{\xi_x^{(1)}} \quad /4.4.18/$$

Przebiegi wielkości  $k/\xi_x^{(1)}$  dla uzwojeń 1, 2, 3 i 4 wartościowych, przy określonych udziałach harmonicznych w prądzie pierwotnym, podaje rys. 4.17. Obliczenia tej wielkości wykonano na maszynie cyfrowej Odra 1325, wykorzystując program Min 3. Krzywe  $k/\xi_x^{(1)}$ , mają wyraźne minimum, szczególnie dla uzwojeń o większej liczbie warstw.

Szukanie parametru  $\xi_x^{(1)}$ , zapewniającego minimum strat w uzwojeniu, sprowadza się do wyznaczenia takiego parametru, który realizuje minimum funkcji /4.4.18/. Analityczne rozwiązanie



Rys.4.17. Przykładowe przebiegi wielkości  $\frac{k}{\xi_x}$  dla uzwojenia pierwotnego zewnętrznego o różnej liczbie warstw

zagadnienia możliwe jest tylko w przypadkach szczególnych.

Zagadnienie rozwiązano numerycznie, metodą bisekcji w oparciu o program Min 1 /podany w aneksie/. Obliczenia wykonano na maszynie cyfrowej Odra 1325 w Ośrodku Obliczeniowym Politechniki Lubelskiej.

Program Min 1 umożliwia przy zadanych z określonego zbioru, parametrach - udziale wyższych harmonicznych i liczbie warstw uzwojenia, znalezienie minimum funkcji /4.4.18/, i odpowiadającą wartość zredukowanej szerokości przewodu oraz współczynnika strat

dotatkowych. Program Min 1, stosowany może być również do wyznaczania krytycznej zredukowanej szerokości przewodu dla uzwojenia zewnętrznego wtórnego i wewnętrznego pierwotnego. Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.3.

W obliczeniach uwzględniono harmoniczne pola rozproszenia do siódmej włącznie. Wyższe od siódmej można pominąć, gdyż ich udziały są niewielkie, zatem mało znaczące w bilansie strat uzwojeniu. W tabl. 4.3. dla porównania zestawiono wyniki obliczeń, uzyskane przy założeniu, że w prądzie pierwotnym i w polu rozproszenia nie występują wyższe harmoniczne.

Wyznaczone wartości  $\xi_{xkr}^{1/}$ , pozwalają obliczyć grubość krytyczną przewodu

$$c_{kr} = \xi_{xkr}^{1/} \sqrt{\frac{w_1'}{w_1} \frac{2}{\omega \mu_0 \delta}} \quad /4.4.19/$$

Zakładając częstotliwość podstawowej harmonicznej prądu  $f_1 = 50$  Hz, przyjmując przenikalność magnetyczną  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$ , konduktywność dla miedzi i aluminium w temperaturze  $75^\circ C$ ,  $\delta_{Cu} = 47 \cdot 10^6$  S/m,  $\delta_{AL} = 28,5 \cdot 10^6$  S/m, grubość krytyczna wyniesie

dla przewodów aluminiowych

$$c_{kr} = 0,0133 \sqrt{\frac{w_1'}{w_1}} \xi_{xkr}^{1/} \quad /4.4.19'/$$

dla przewodów miedzianych

$$c_{kr} = 0,0104 \sqrt{\frac{w_1'}{w_1}} \xi_{xkr}^{1/} \quad /4.4.19''/$$

przy czym  $[c_{kr}] = 1$  m

Jak wspomniano, szerokość przewodu zapewniającego minimum strat mocy w przewodach uzwojenia, można w szczególnych przypadkach wyznaczyć analitycznie. Uwzględniając harmoniczne w prą-

Tabl.4.3. Wartości krytycznej, zredukowanej szerokości przewodu, uzwojenia zewnętrznego, pierwotnego  $\sum_{\text{skr}} \chi_1$  i odpowiadający współczynnik strat dodatkowych k

Udziały wyższych • mł	$h_7$															
	0,25	0,30	$h_5$													
	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0					
1	1,580	1,590	1,590	1,590	1,590	1,590	1,590	1,590	1,590	1,590	1,570					
2	1,863	1,931	1,990	2,051	2,112	1,914	1,980	2,036	2,093	2,152	1,984	2,034	2,087	2,142	2,197	1,440
3	0,670	0,630	0,615	0,590	0,590	0,630	0,615	0,590	0,590	0,568	0,509	0,590	0,580	0,565	0,550	0,950
4	1,454	1,406	1,408	1,383	1,414	1,417	1,415	1,387	1,416	1,367	1,418	1,400	1,401	1,389	1,374	1,347
5	0,500	0,490	0,470	0,470	0,451	0,480	0,470	0,460	0,450	0,440	0,470	0,455	0,455	0,430	0,430	0,771
6	1,374	1,352	1,354	1,325	1,355	1,365	1,364	1,350	1,355	1,348	1,393	1,350	1,352	1,327	1,345	1,340
7	0,430	0,411	0,400	0,390	0,390	0,405	0,390	0,390	0,390	0,380	0,390	0,390	0,390	0,375	0,369	0,670
8	1,580	1,550	1,545	1,557	1,563	1,545	1,519	1,543	1,568	1,555	1,537	1,550	1,550	1,546	1,542	1,351

$\sum_{\text{skr}} \chi_1 / k$

dzie pierwotnym do siódmej włącznie założmy a priori, że minimum funkcji  $k/\sqrt{x}$  występuje dla parametru  $\sqrt{7} \sqrt{x} \leq 1$ . Ewentualne niespełnienie tego warunku, spowoduje rozbieżność wyników uzyskanych z uproszczonych zależności analitycznych i rozwiązania numerycznego, lecz poprzez porównanie wyników, można ocenić przydatność do obliczeń zależności uproszczonych. Zapisując wyrażenie  $\varphi_1(\xi)$  i  $\psi(\xi)$  w postaci /4.1.53/, zależność /3.4.15/ można znacznie uprościć

/4.4.20

$$\Delta P = \frac{I_I^2 z_1 l_{sr}}{g_{10} w_1 c_1} \left[ 1 + F/h_k / \left( \frac{n_1 w_1}{L_{u1}} f_1 \delta \cdot 10^{-7} \right)^2 (2 \pi c_1)^4 \frac{m_1^2 - 0,2}{9} \right]$$

uwzględniono przy tym, że  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

Grubość krytyczną przewodu wyznaczmy z warunku ekstermalizacji

$$\frac{d\Delta P}{dc_1} = 0 \quad /4.4.21/$$

Stąd

$$c_{1kr} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\frac{L_{u1}}{n_1 w_1 f_1 \delta \cdot 10^{-7}}}}{\sqrt[4]{\frac{1}{3} F/h_k / (m_1^2 - 0,2)}} \quad /4.4.22/$$

Podstawiając jak poprzednio wartości, częstotliwości podstawowej harmonicznej prądu, przewodności miedzi i aluminium w temperaturze 75°C, grubość krytyczna przewodu wyniesie

$$c_{1kr} = a \frac{\sqrt{\frac{L_{u1}}{n_1 w_1}}}{\sqrt[4]{F/h_k / (m_1^2 - 0,2)}} \quad /4.4.22'/$$

dla uzwojeń miedzianych  $a = 1,37 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ , aluminiowych  $a = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ . W przypadku uzwojeń wielowartwowych, gdy  $m_1 \geq 3$  można pominąć składnik 0,2 w mianowniku wyrażenia



/4.4. 22 /, a błąd nie przekroczy 1 %. Otrzymany wówczas

$$c_{1kr} = a \frac{\sqrt{\frac{L_{u1}}{m_1 n_1 w_1}}}{\sqrt[4]{F/h_k/}} \quad /4.4.22'' /$$

Okazuje się, że wzory /4.22 /, /4.22' /, /4.22'' / mają być stosowane do wyliczania  $c_{kr}$  dla  $m \gg 3$ . Różnica w wynikach odniesiona do rozwiązania numerycznego /tab.4.3/, dla uzwojenia trójwarstwowego jest rzędu 2% i maleje ze wzrostem liczby warstw. Stosując wzory analityczne, dla uzwojeń dwuwarstwowych, należy liczyć się z błędem kilkunastu procentów, a dla uzwojenia jednowarstwowego, kilkudziesięciu lub większym.

Przykładowo podano grubości krytyczne przewodu z miedzi, wyznaczone na podstawie tabl. 4.3. oraz wzoru /4.4. 22 /. Przy czym, stosunek  $\frac{n_1 w_1}{L_{u1}} = \frac{w_1}{w_1'} = 0,745$ , udziały harmonicznych w prądzie  $h_5 = 0,5$ ,  $h_7 = 0,30$ . Odpowiadający tym udziałom harmonicznych, parametr  $F/h_k/ = 7,955$ . Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.4.

Tabl. 4.4.

Obliczono na podstawie	Liczba warstw uzwojenia $m_1$							
	1	2	3	4	5	6	8	10
	$c_{kr}$ w mm							
tabl.4.3	19,16	7,11	5,54	4,70	-	-	-	-
wzoru 4.4.22	-	-	5,48	4,74	4,24	3,86	3,34	2,99

Dla uzwojeń aluminiowych, podane wartości ulegną powiększeniu w stosunku  $\sqrt{\frac{\gamma_{Cu}}{\gamma_{Al}}} \approx 1,28$



Przy założeniu niewystępowania wyższych harmonicznycch w prądzie pierwotnym, wyznaczone grubości krytyczne, dla uzwojeń gdy  $m \geq 3$ , uległyby powiększeniu o 63 %, a dla uzwojenia jednowarstwowego, grubość krytyczna nie uległaby praktycznie zmianie.

Wzrost zawartości wyższych harmonicznycch w polu rozproszenia uzwojenia, powoduje zmniejszanie się grubości krytycznej przewodu, dla uzwojeń wielowarstwowych, a dla jednowarstwowych nieznaczny jej wzrost.

Przy rosnącej liczbie warstw uzwojenia, grubość krytyczna przewodu zmniejsza się, a przy  $m \geq 3$  zmienia się w takim samym stosunku, jak dla uzwojeń cylindrycznych transformatorów.

Współczynnik strat dodatkowych odpowiadający krytycznemu wymiarowi, dla spotykanych udziałów harmonicznycch w polu rozproszenia, jest znaczny dla uzwojeń jednowarstwowych i wynosi ok. 2. Jest większy od wartości wyznaczonej tylko dla podstawowej harmonicznej pola rozproszenia o ok. 30 - 55 %. Zmniejsza się ze wzrostem liczby warstw uzwojenia i wynosi dla uzwojeń o dwóch warstwach 1,38 - 1,46, trójwarstwowych 1,33 - 1,39, czterowarstwowych 1,32 - 1,38. Porównując, dla uzwojeń cylindrycznych transformatorów wynosi ok. 1,35 w przypadku jednowarstwowych i ok. 1,33 wielowarstwowych [67, 68].

Wyznaczone w rozdz. 4.4.1 wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych oraz określona grubość krytyczna przewodu, dla uzwojeń transformatorów potrójacza z wyjściem jednofazowym, dotyczą również i innych mnożników częstotliwości. Można wykazać, że będą obowiązywać dla uzwojeń pierwotnych zewnętrznych transformatorów "giazdowego" i "zygżakowych" potrójacza z wyjściem trójfazowym i dziewięciokrotnika [3, 42, 50, 53, 99, 129, 130, 147].

Przeprowadzona analiza strat dodatkowych, dotyczyła uzwojenia pierwotnego zewnętrznego. Uzwojeniem wtórnym jest przy tym, uzwojenie umieszczone bliżej rdzenia - wewnętrzne. Uzwojenie wtórne znajduje się w obszarze działania pola rozproszenia, własnego i pochodzącego od uzwojenia zewnętrznego. Wspomniane pola, będą powodować w uzwojeniu dodatkowe straty mocy. Zatem, dla uzwojenia wtórnego należy przeprowadzić podobną analizę strat i będzie to przedmiotem kolejnego rozdziału pracy.

#### 4.4.2. Uzwojenie wtórne. wewnętrzne

##### 4.4.2.a. Wskaźnik strat dodatkowych

W obszarze uzwojenia wtórnego występują strumienie rozproszenia o różnych widmach, powodowane przez prąd pierwotny i wtórny. Rozkłady natężeń pól magnetycznych harmonicznych 1,5,7... i 3, wzdłuż szerokości uzwojenia zasadniczo różnią się .

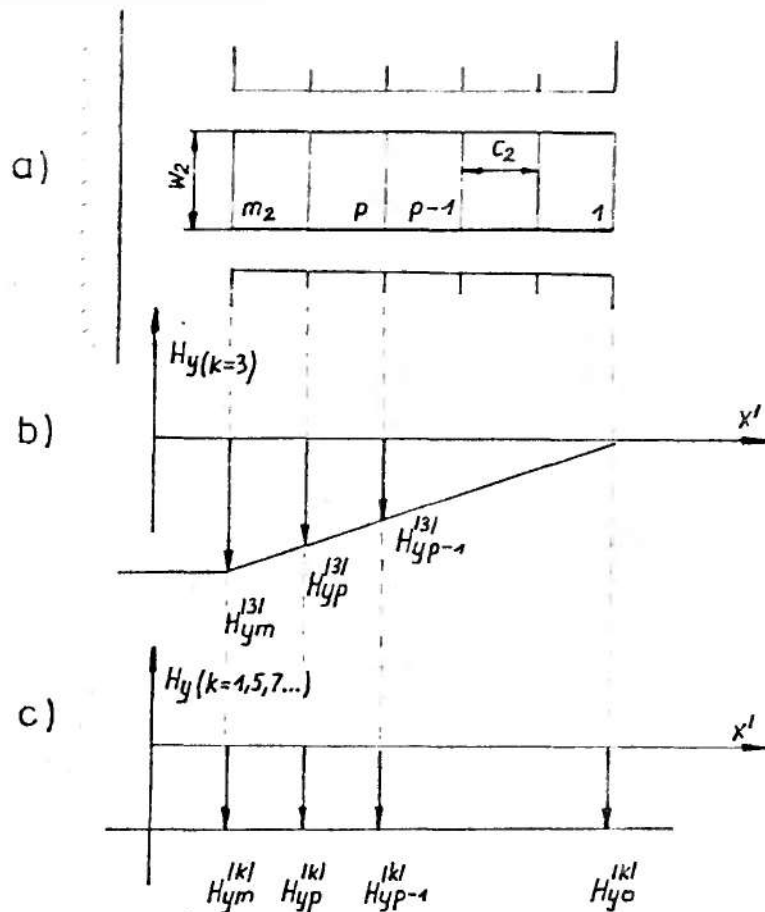
Natężenie pola magnetycznego trzeciej harmonicznej zmienia się liniowo wzdłuż osi  $x'$ . Na powierzchni poszczególnych warstw wynosi

$$H_{yp}^{/3/} = H_{yo}^{/3/} + p \frac{H_{ym}^{/3/} - H_{yo}^{/3/}}{m_2} = p \frac{H_{ym}^{/3/}}{m_2}, \quad H_{yo}^{/3/} = 0$$

$$H_{yp-1}^{/3/} = /p-1/ \frac{H_{ym}^{/3/}}{m_2} \quad /4.4.23/$$

Natężenia pól o częstotliwościach  $f_1, 5f_1, 7f_1 \dots$ , powodowane przepływem pierwotnym, charakteryzują się rozkładem o stałej wartości w obszarze uzwojenia wtórnego

$$H_{yp}^{/k/} = H_{yp-1}^{/k/} = H_{ym}^{/k/}, \quad k = 1, 5, 7 \dots \quad /4.4.24/$$



Rys.4.18. Oznaczenia do obliczania strat w uzwojeniu wielowarstwowym, wewnętrznym, wtórnym, transformatora potrójacza

- a/ przekrój elementu uzwojenia
- b/ rozkład trzeciej harmonicznej pola magnetycznego od przepływu wtórnego
- c/ rozkład harmonicznych pola magnetycznego, powodowanych przepływem pierwotnym

Straty mocy w  $p$ -tym zwoju, uwzględniając /4.1.56/ oraz /4.4.23/ /4.4.24/ można wyrazić zależnością

$$\Delta P_p = \frac{1}{2c_2 w_2} \left\{ \hat{I}_2^2 + \frac{1}{w_2'^2} \left( \frac{H_{yR}^{3/1}}{n_2} \right)^2 \left[ \varphi \left( \frac{x^{3/1}}{\xi} \right) + \frac{p}{p-1} \psi \left( \frac{x^{3/1}}{\xi} \right) \right] + \sum_{k=1,5,7} \frac{1}{w_2'^2} \left( \frac{H_{ym}^{1k/1}}{n_2} \right)^2 \psi \left( \frac{x^{k/1}}{\xi} \right) \right\} \quad /4.4.25/$$

Współczynnik strat dodatkowych dla przewodu p-tej warstwy można zapisać w oparciu o definicję /4.1.18/, wyróżniając w zależności /4.4.25/ straty podstawowe i dodatkowe. Biorąc pod uwagę, że

$$\hat{I}_2 = \hat{J}_2 c_2 w_2, \quad \text{/3/} \quad H_{ym} = \hat{J}_2 m_2 c_2 \alpha_{II},$$

$$\hat{I}_k = \hat{J}_k c_1 w_1, \quad \text{/k/} \quad H_{ym} = \hat{J}_k m_1 c_1 \alpha_I \quad k = 1, 5, 7 \dots$$

oraz określając udziały poszczególnych harmoniczných gęstości prądu, względem trzeciej, która jest podstawową harmoniczną w obwodzie wtórnym

$$n_k = \frac{\hat{J}_k}{\hat{J}_2} = \frac{h_k}{h_2}, \quad k = 1, 5, 7 \dots$$

przy czym, udziały  $h_k$ ,  $h_2$  zdefiniowano w rozdz. 4.4.1.a otrzymamy

$$k_p + 1 + \alpha_{II}^2 \left(\frac{w_2'}{w_2}\right)^2 \left[ \varphi_1 \left( \sqrt[3]{\xi_x} \right) + p/p-1 \psi \left( \sqrt[3]{\xi_x} \right) \right] + \\ + \alpha_I^2 \left(\frac{w_2}{w_2'}\right)^2 \left(\frac{m_1 c_1}{c_2}\right)^2 \sum_{k=1,5,7,\dots} n_k^2 \psi \left( \sqrt[3]{\xi_x} \right) \quad /4.4.26/$$

Wyrażając zredukowaną szerokość przewodu dla k-tej harmonicznę składowej osiowej pola, przez tenże parametr, określony dla podstawowej harmonicznę strony wtórnej

$$\sqrt[3]{\xi_x} = \sqrt{\frac{k}{3}} \sqrt[3]{\xi_x}, \quad k = 1, 5, 7 \dots$$

współczynnik strat dodatkowych  $k_p$  przyjmie postać

$$k_p = 1 + \alpha_{II}^2 \left(\frac{w_2'}{w_2}\right)^2 \left[ \varphi_1 \left( \sqrt[3]{\xi_x} \right) + p/p-1 \psi \left( \sqrt[3]{\xi_x} \right) \right] + \\ + \alpha_I^2 \left(\frac{w_2'}{w_2}\right)^2 \left(\frac{m_1 c_1}{c_2}\right)^2 \sum_{k=1,5,7,\dots} n_k^2 \psi \left( \sqrt{\frac{k}{3}} \sqrt[3]{\xi_x} \right) \quad /4.4.27/$$

przy czym  $\alpha_{II}^2 \left(\frac{w_2'}{w_2}\right)^2 \approx 1$

Współczynnik  $k_p$  zawiera dwa człony, jeden reprezentuje wpływ pola obcego /powodowanego przepływem pierwotnym/ na wartość strat dodatkowych i jest jednakowy dla wszystkich warstw uzwojenia, drugi - zależny od pola własnego /warunkowanego przepływem wtórnym/. Współczynnik  $k_p$  wzrasta dla wewnętrznych warstw uzwojenia, zatem odwrotnie, niż dla uzwojenia wewnętrznego transformatora.

W myśl przyjętych założeń, przewody  $m_2$  warstw znajdują się w polu magnetycznym o jednakowym rozkładzie wzdłuż wysokości uzwojenia, zatem średni współczynnik wzrostu strat można zapisać następująco

$$k = \frac{1}{m_2} \sum_{p=1}^{p=m_2} k_p = 1 + \frac{1}{m_2} \sum_{p=1}^{p=m_2} \alpha_{II}^2 \left(\frac{w'_2}{w_2}\right)^2 \left[ \psi_1\left(\frac{\sqrt{3}}{\xi x}\right) + \frac{p}{p-1} \psi\left(\frac{\sqrt{3}}{\xi x}\right) \right] +$$

$$+ \alpha_I^2 \left(\frac{w'_2}{w_2}\right)^2 \left(\frac{m_1 c_1}{c_2}\right)^2 \sum_{k=1,5,7,\dots} n_k^2 \psi\left(\sqrt{\frac{k}{3}} \frac{\sqrt{3}}{\xi x}\right) \quad /4.4.28/$$

Uwzględniając zależności /4.4.11/, średni współczynnik wzrostu strat przyjmie postać

$$k = 1 + \alpha_{1wir} + \alpha_{2wir} \quad /4.4.29/$$

w której

$$\alpha_{1wir} = \alpha_I^2 \left(\frac{w'_2}{w_2}\right)^2 \left(\frac{m_1 c_1}{c_2}\right)^2 \sum_{k=1,5,7,\dots} n_k^2 \psi\left(\sqrt{\frac{k}{3}} \frac{\sqrt{3}}{\xi x}\right) \quad /4.4.30/$$

$$\alpha_{2wir} = \alpha_{II}^2 \left(\frac{w'_2}{w_2}\right)^2 \left[ \psi_1\left(\frac{\sqrt{3}}{\xi x}\right) + \frac{1}{3} \frac{1}{m_2} \psi\left(\frac{\sqrt{3}}{\xi x}\right) \right] \quad /4.4.31/$$

Otrzymane wielkości stanowią

$\alpha_{1wir}$  - wskaźnik strat dodatkowych w uzwojeniu wtórnym wewnętrznym, powodowanych polem rozproszenia uzwojenia pierwotnego, zewnętrznego

$\alpha_{2wir}$  - wskaźnik strat dodatkowych w uzwojeniu wtórnym wewnętrznym, wywołanych własnym polem rozproszenia

Występujące w zależnościach na wskaźniki i współczynniki strat, udziały harmonicznego gęstości prądu, niekiedy wygodnie jest wyrazić jako funkcje harmonicznego prądu. Wprowadza się oznaczenie

$$\tilde{n}_k = \frac{\hat{I}_k}{\hat{I}_2}, \quad k = 1, 5, 7 \dots$$

gdzie

$\hat{I}_k$  - amplituda k-tej harmonicznego prądu pierwotnego, prze-  
liczona na stronę wtórną np.:  $\hat{I}'_5 = \hat{I}_5 \frac{z_1}{z_2}$

$\hat{I}_2$  - amplituda prądu w obwodzie wyjściowym

Wskaźnik  $\alpha_{2wir}$ , ujmujący wpływ własnego pola rozproszenia na wielkość strat dodatkowych, jest niezależny od udziałów harmonicznego pola obcego, zachowa więc poprzednią postać /4.4.31/

Można wykazać, że

$$\alpha_I^2 \left( \frac{w'_2}{w_2} \right)^2 \left( \frac{m_1 c_1}{c_2} \right)^2 n_k^2 = \alpha_{II}^2 \left( \frac{w'_2}{w_2} \right)^2 m_2^2 \tilde{n}_k^2 \quad /4.4.32/$$

Biorąc pod uwagę /4.4.32/, wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{1wir}$ , wyrazi się przez parametry charakteryzujące uzwojenie wtórne, a mianowicie

$$\alpha_{1wir} = m_2^2 \alpha_{II}^2 \left( \frac{w'_2}{w_2} \right)^2 \sum_{k=1,5,7,\dots} n_k^2 \Psi \left( \sqrt{\frac{k}{3}} \frac{\xi^{(3)}}{\xi^x} \right) \quad /4.4.33/$$

Podobnie ulega przekształceniu, współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy

$$k_p = 1 + \alpha_{II}^2 \left( \frac{w'_2}{w_2} \right)^2 \left[ \Psi_1 \left( \frac{\xi^{(3)}}{\xi^x} \right) + p/p-1 \Psi \left( \frac{\xi^{(3)}}{\xi^x} \right) + m_2^2 \sum_{k=1,5,7,\dots} n_k^2 \Psi \left( \sqrt{\frac{k}{3}} \frac{\xi^{(3)}}{\xi^x} \right) \right] \quad /4.4.34/$$

Współczynnik strat dodatkowych w uzwojeniu wtórnym zawiera człony /wskaźniki  $\alpha_{1wir}$ ,  $\alpha_{2wir}$ /, zależne od własnego i obcego pola rozproszenia, ma zatem postać bardziej złożoną niż współczynnik dla uzwojenia zewnętrznego pierwotnego. Wskaźnik  $\alpha_{1wir}$ ,

stanowi sumę wyrazów, które określają udziały harmonicznyc pola obcego w wytwarzaniu strat w przewodach uzwojenia. Harmoniczne pola obcego - uzwojenia zewnętrznego pierwotnego, podobnie jak prądu, zmieniają się zależnie od wielkości i charakteru obciążenia potrajacza oraz stopnia nasycenia rdzeni. Wskaźnik  $\alpha_{2wir}$ , ujmujący wpływ własnego pola rozproszenia na wielkość strat dodatkowych w uzwojeniu wtórnym, jakkolwiek zapisany dla jednej harmonicznnej - trzeciej, ma odpowiednika z uwagi na podobną strukturę, we wskaźniku dla uzwojenia pierwotnego zewnętrznego.

W oparciu o program Min 3, dokonano obliczeń na maszynie cyfrowej Odra 1325, współczynnika strat w uzwojeniu wtórnym. Przebiegi współczynnika  $k$ , w zależności od zredukowanej szerokości przewodu, przy różnej liczbie warstw uzwojenia i określonym udziale harmonicznyc, przedstawia rys.4.19.

Widać, że nawet gdy  $\xi_x^{3/2} < 1$ , występuje wyraźny wzrost strat, szczególnie w uzwojeniach wielowarstwowych, i może on stanowić kilkunastokrotną wartość strat podstawowych.

Szerokość przewodu uzwojenia, wyraża się przez parametr  $\xi_x^{3/2}$  następująco

$$c_2 = \xi_x^{3/2} \sqrt{\frac{w_2'}{w_2} \frac{2}{3\omega\mu_0\delta}} \quad /4.4.35/$$

Po uwzględnieniu pulsacji sygnału wejściowego, przenikalności magnetycznej i konduktywności miedzi oraz aluminium w temperaturze 75 °C, wyniesie dla przewodów aluminiowych

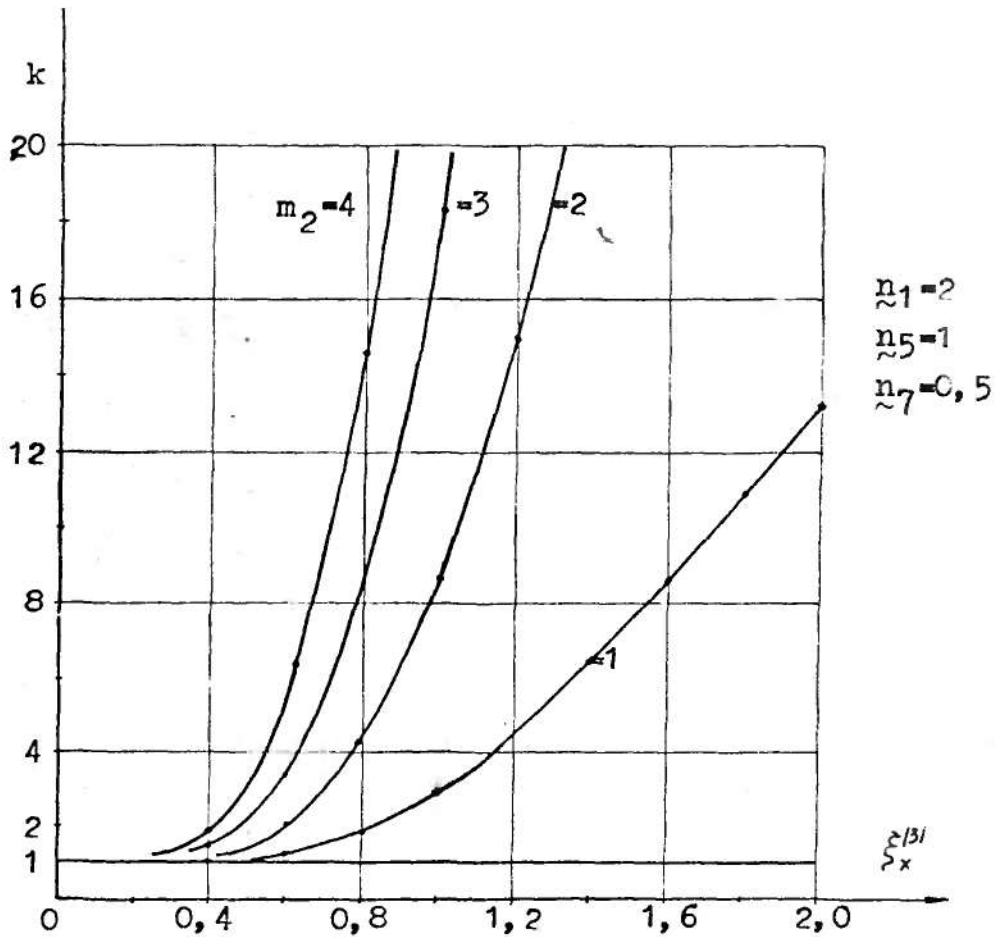
$$c_2 = 7,7 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{w_2'}{w_2}} \xi_x^{3/2} \quad 4.4.35'$$

dla przewodów miedzianyc

$$c_2 = 5,99 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{w_2'}{w_2}} \xi_x^{3/2} \quad /4.4.35''/$$

przy czym  $[c_2] = 1 \text{ m}$





Rys.4.19. Współczynnik strat dodatkowych uzwojenia o  $m_2$  warstwach, w funkcji zredukowanej szerokości przewodu dla trzeciej harmonicznej pola rozproszenia

Jeżeli uwzględnić straty dodatkowe w uzwojeniu od harmonicznych pól rozproszenia do siódmej włącznie i gdy szerokość przewodu uzwojenia spełnia warunek  $c_2 \leq \frac{z/3}{\Sigma x} \sqrt{\frac{w_2'}{w_2} \frac{2}{3\omega\mu_0\gamma}}$ , wykorzystując przybliżone równości /4.1.53/, wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych można zapisać w prostszej postaci. Wskaźnik strat dodatkowych od pola własnego, wyraża się następująco

$$\alpha_{2wir}^e = \frac{1}{9} / m_2^2 - 0,2 / \Sigma x^4 \quad /4.4.36/$$

Wskaźnik strat dodatkowych, powodowanych obcym polem rozproszenia, zapisano w dwóch postaciach, zależnie od stosunków harmo-



nicznych prądów oraz ich gęstości

$$\alpha_{1wir}^p = \frac{1}{27} F/n_k / \chi^2 \sum_{2x}^2 \quad /4.4.37/$$

$$\alpha_{1wir}^p = \frac{1}{27} F/n_k / m_2^2 \sum_{2x}^2 \quad /4.4.38/$$

gdzie

$$F/n_k / = n_1^2 + 5^2 n_5^2 + 7^2 n_7^2$$

$$F/n_k / = n_{\sim 1}^2 + 5^2 n_{\sim 5}^2 + 7^2 n_{\sim 7}^2$$

$$\chi = \frac{w_1 n_1 m_1 c_1}{w_2 n_2 c_2}$$

$$\sum_{2x} = c_2 \sqrt[4]{\alpha_{II}^2 (3 \pi f_1 \mu_0 \delta)^2} = 2 \pi c_2 \sqrt{\frac{n_2 w_2}{L_{u2}} 3 f_1 \delta \cdot 10^{-7}} \quad /4.4.39/$$

przy czym uwzględniono, że  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

$$[\delta] = 1 \text{ S/m}, [f_1] = 1 \text{ Hz}, [c_2] = 1 \text{ m}$$

$3f_1$  - częstotliwość obwodu wyjściowego mnożnika

Wielkość  $\sum_{2x}$  pełni rolę zredukowanej szerokości przewodu dla pola podłużnego uzwojenia wtórnego

Podobnie daje się uprościć współczynnik strat dodatkowych dla p-tej warstwy uzwojenia i wyniesie

$$k_p = 1 + \frac{1}{3} \left( p^2 - p + \frac{4}{15} \right) \sum_{2x}^4 + \frac{1}{27} F/n_k / \chi^2 \sum_{2x}^4 \quad /4.4.40/$$

$$k_p = 1 + \frac{1}{3} \left( p^2 - p + \frac{4}{15} \right) \sum_{2x}^4 + \frac{1}{27} F/n_k / m_2^2 \sum_{2x}^4 \quad /4.4.41/$$

Przytoczone, uproszczone zależności na wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych, jak wspomniano, obowiązują dla przewodów z ograniczeniem ich szerokości warunkiem /4.4.9/. Uprzedzając

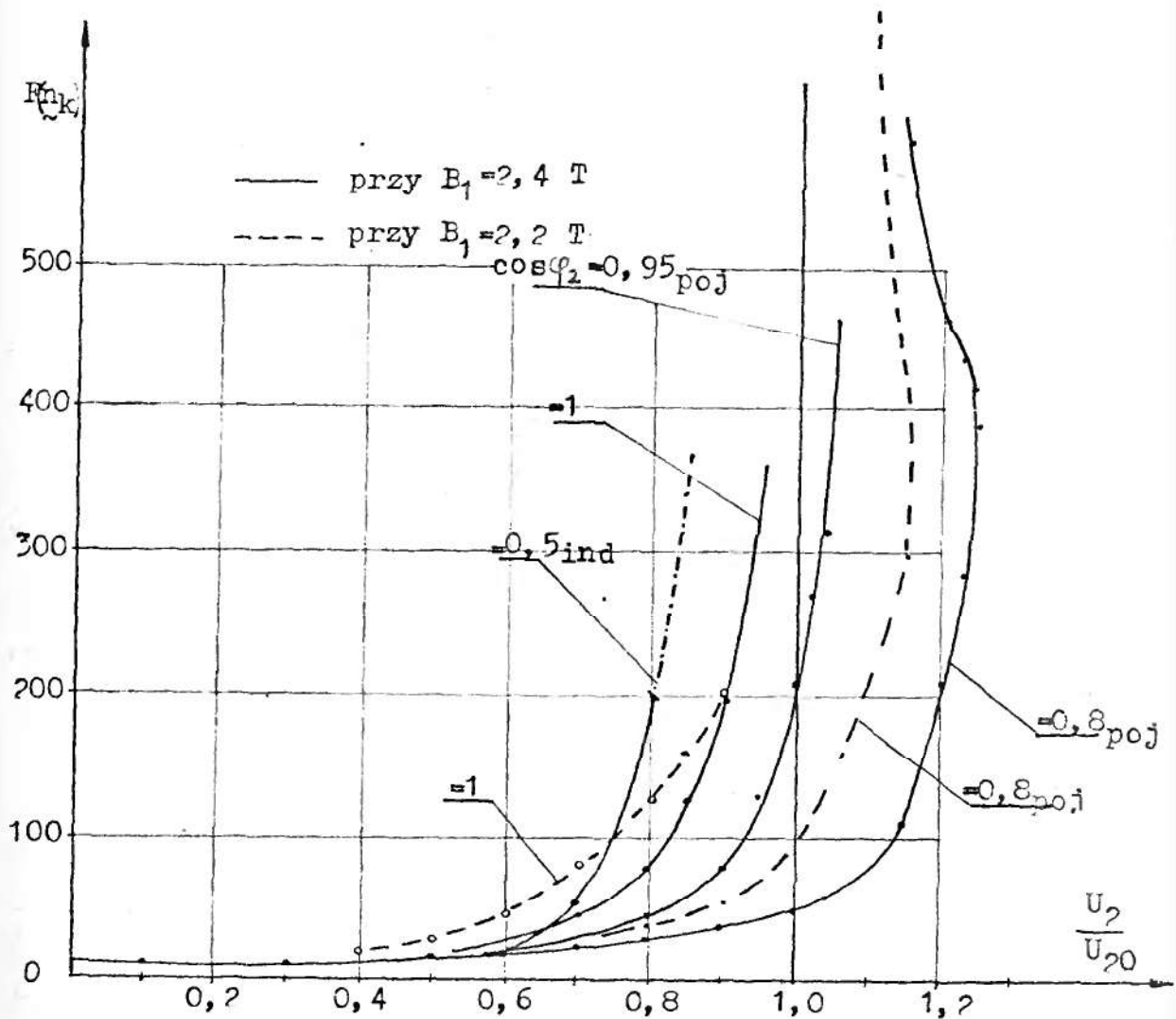
wnioski z rozważań o grubości krytycznej przewodów, można stwierdzić, że szerokość przewodu odpowiadająca warunkowi /4.4.9/ niewiele różni się od grubości krytycznej dla uzwojenia jednowarstwowego, a jest większa od wymiaru krytycznego dla uzwojeń wielowarstwowych. Wynika stąd, że zależności uproszczone, obowiązujące w przedziale szerokości przewodów praktycznie ważnym, toteż będą one dalej analizowane.

Stosunek wskaźników strat dodatkowych, wywołanych polem rozproszenia obcym  $\alpha_{1wir}$  i własnym  $\alpha_{2wir}$  uwzględniając /4.4.36/ oraz /4.4.38/ wyniesie

$$\frac{\alpha_{1wir}}{\alpha_{2wir}} = \frac{1}{3} F/\underline{n}_k/ \frac{m_2^2}{m_2^2 - 0,2} \approx \frac{1}{3} F/\underline{n}_k/ \quad /4.4.42/$$

Równość przybliżoną napisano, pomijając wielkość 0,2 w mianowniku ułamka, co powoduje błąd nie większy niż 2,3 %, gdy  $m_2 \geq 3$ . Przebiegi parametru  $F/\underline{n}_k/$ , ujmującego wpływ harmonicznych prądu pierwotnego na wartość strat dodatkowych w uzwojeniu, dla różnych obciążeń potrójacza podano na rys. 4.20. W oparciu o zależność /4.4.42/ i rys. 4.20 można wnioskować, że straty dodatkowe w uzwojeniu od pola obcego, są znacznie większe /kilkunastokrotnie lub kilkadziesiątkrotnie/ od strat warunkowanych przepływem własnym w przedziale maksymalnej mocy obwodu wyjściowego potrójacza, i dysproporcja ta wzrasta, przy zbliżaniu się do stanu jałowego.

Ponieważ dla istotnego w praktyce przedziału obciążeń  $F/\underline{n}_k/ \gg 1$ , czyli wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{2wir}$ , powodowanych własnym polem rozproszenia, w obliczeniach można pominąć. O stratach dodatkowych w uzwojeniu wtórnym, decyduje pole rozproszenia uzwojenia pierwotnego. W szczególnych przypadkach pracy potrójacza,



Rys. 4.20. Parametr charakteryzujący wzrost strat dodatkowych w uzwojeniu wtórnym, wskutek oddziaływania pola rozproszenia uzwojenia pierwotnego, w różnych warunkach obciążenia potrajacza

gdy  $\frac{U_3}{U_{30}} < 0,6$  wskaźniki  $\delta_{1wir}$ ,  $\delta_{wir}$  są tego samego rzędu i należy je uwzględnić przy wyznaczaniu strat dodatkowych.

W celu oszacowania wartości współczynników strat, rozważono uzwojenie miedziane  $\gamma_{Cu} 75^\circ C = 47 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$  o  $m_2$  war-

stwach, nawinięte przewodem prostokątnym o grubości  $c = 4$  mm, stosunku wymiarów  $\frac{n_2 w_2}{L_{u2}} = 0,75$ , zaś  $F/n_k = 100$ , a częstotliwość wejściowa  $f_1 = 50$  Hz. Wyznaczono wartości wskaźników strat dodatkowych  $\alpha_{1wir}$ ,  $\alpha_{2wir}$ , współczynnika strat dla warstwy wewnętrznej /najbliższej rdzenia/  $k_{p=m_2}$  oraz współczynnika wzrostu strat  $k$ .

Ponieważ szerokość przewodu rozpatrywanego uzwojenia spełnia warunek /4.4.9/, do obliczeń stosowane będą wzory uproszczone.

Parametr  $\xi_{2x}$ , grający rolę zredukowanej szerokości przewodu dla pola podłużnego wynosi /zależność 4.4.39/

$$\xi_{2x} = 2 \pi \cdot 0,004 \sqrt{0,75 \cdot 3 \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7}} \approx 0,578$$

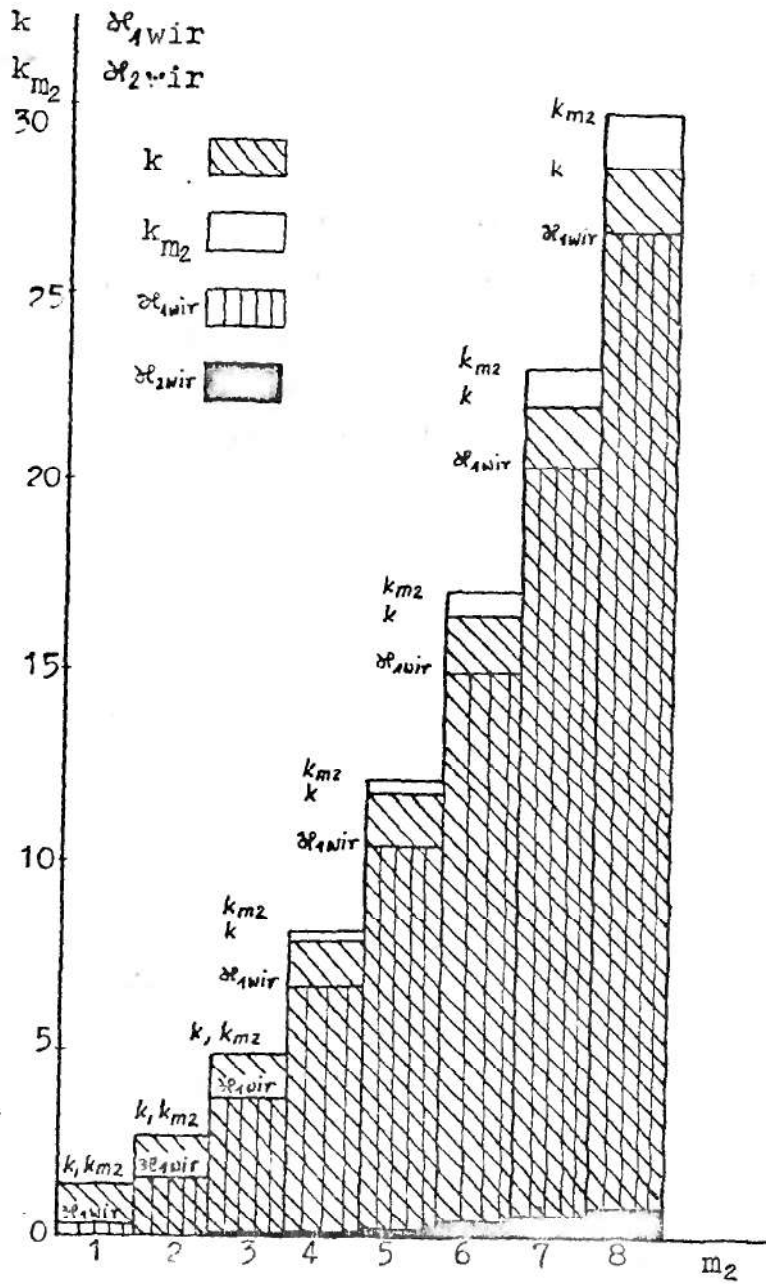
Wskaźniki strat dodatkowych  $\alpha_{1wir}$ ,  $\alpha_{2wir}$  obliczono według wzorów /4.4.38/ i /4.4.36/.

Współczynniki strat  $k$ ,  $k_{p=m_2}$  odpowiednio na podstawie /4.4.29/, /4.4.41/.

Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.5 oraz przedstawiono je na rys. 4.21.

Tabl.4.5.

Wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych	Liczba warstw uzwojenia $m_2$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha_{1wir}$	0,415	1,659	3,733	5,637	10,37	14,93	20,33	26,55
$\alpha_{2wir}$	0,010	0,047	0,010	0,197	0,309	0,445	0,607	0,794
$\frac{\alpha_{1wir}}{\alpha_{2wir}}$	41,5	35,30	33,94	33,69	33,56	33,51	33,49	33,41
$k=1+\alpha_{1wir}+\alpha_{2wir}$	1,425	2,706	4,843	7,334	11,679	16,376	21,937	28,344
$k_{p=m_2}$	1,425	2,744	4,967	8,095	12,127	17,060	22,908	29,651



Rys.4.21. Zależność wskaźników strat dodatkowych powodowanych polem obcym  $\delta_{1wir}$  i własnym  $\delta_{2wir}$ , współczynników wzrostu strat, średniego w całym uzwojeniu  $k$  oraz w warstwie wewnętrznej  $k_{p=m_2}$ , od liczby warstw uzwojenia

Podobnie jak dla uzwojenia pierwotnego, w uzwojeniu wtórnym występuje znaczny wzrost strat dodatkowych wraz z liczbą jego warstw. W rozważanym przykładzie, straty dodatkowe w uzwojeniu wewnętrznym wtórnym, powodowane polem obcym, są istotnie większe od strat dodatkowych warunkowanych polem własnym, a nawet od strat podstawowych w tym uzwojeniu. Wynika to, z dużej różnicy przepływów wtórnego i pierwotnego oraz zawartości wyższych harmonicznych w prądzie pierwotnym. Nie bez znaczenia, jest również stałowartościowy rozkład pola obcego /uzwojenia pierwotnego/ w obszarze uzwojenia wtórnego. Wspomniany rozkład obcego pola rozproszenia w obszarze zajęтым przez uzwojenie wtórne, przyczynia się, do zmniejszenia różnicy między współczynnikami, średnim  $k$  oraz dla warstwy wewnętrznej  $k_{p=m2}$ , w wyniku czego, straty dodatkowe we wszystkich warstwach uzwojenia są prawie jednakowe.

Pomimo, że wyprowadzono zależności na wskaźniki i współczynniki strat dla uzwojeń nawijanych przewodem pojedynczym, obowiązują one również, dla uzwojeń o przewodach równoległych w pełni przeplecionych. Można wykazać, iż dla tak wykonanych uzwojeń, straty dodatkowe oblicza się, jak gdyby wszystkie zwoje były połączone ze sobą szeregowo.

Wyznaczone w rozdz. 4.4.2.a wskaźniki strat  $\alpha_{1wir}$  i  $\alpha_{2wir}$  mają sens we wszystkich stanach pracy potrajacza, za wyjątkiem stanu jałowego, ponieważ przyjęte za bazę odniesienia straty podstawowe w uzwojeniu wtórnym, są wówczas równe zeru. Warto zauważyć, że w stanie jałowym, pomimo niewystępowania pola rozproszenia od prądu wtórnego, istnieć będzie w obszarze uzwojenia wtórnego, pola wywołane przepływem pierwotnym, które nie może być pomijane z racji dużych wartości przepływów magnesujących w potrajaczu. Pole to, w przewodach uzwojenia wtórnego,

nieobciążonego, spowoduje indukowanie napięć i w efekcie przepływ prądów wirowych, powodujących straty mocy. Dokładniejsze omówienie zagadnienia zostanie podane w rozdz. 4.6.

Poznane związki między wielkością strat, a parametrami struktury uzwojenia oraz udziałami obcego i własnego pola rozproszenia w powodowaniu strat dodatkowych, pozwalają poszukiwać krytycznej grubości przewodu.

#### 4.4.2.b Grubość krytyczna przewodu

Pojęcie grubości krytycznej przewodu podano w rozdz. 4.4.1.b. Rozważmy uzwojenie nawinięte jednym przewodem, lub kilkoma przewodami o zupełnym przepleceniu. Przeprowadzając podobne rozważania jak poprzednio, dla wymiaru zredukowanego  $\sqrt[3]{x}$  uzwojenia wtórnego, uwzględnić należy fakt powodowania strat dodatkowych, przez pole rozproszenia własne i obce.

Całkowite straty w uzwojeniu wyniosą

$$\Delta P = I_{II}^2 \frac{z_2 l_{sr2}}{9_2 \delta w_2 c_2} \left\{ 1 + A_2 \left[ \psi_1 \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{\xi} \right) + \frac{1}{3} / m_2^2 - 1 / \psi \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{\xi} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + m_2^2 \sum_{k=1,5,7,\dots} n_k^2 \psi \left( \sqrt{\frac{k}{3}} \frac{\sqrt[3]{x}}{\xi} \right) \right] \right\} \quad /4.4.43/$$

gdzie

$I_{II}$  - wartość skuteczna prądu wtórnego potrójacza

$l_{sr2}$  - średnia długość zwoju uzwojenia

$z_2$  - liczba zwojów uzwojenia wtórnego, transformatora potrójacza  $z_2 = \frac{2 m_2 n_2}{9_2}$

$9_2$  - liczba ewentualnie istniejących gałęzi równoleg-

$$A_2 = \alpha_{II}^2 \left( \frac{w_2'}{w_2} \right)^2 \approx 1$$



Uwzględniając związek /4.4.35/, zależność /4.4.43/ przyjmie postać

$$\Delta P = I_{II}^2 \frac{z_2 l_{sr}}{g_2 \delta w_2 \sqrt{\frac{w_2^2}{w_2} \frac{2}{3 \omega \mu_0 \delta}}} \frac{k}{\xi_x^{3/2}} \quad /4.4.44/$$

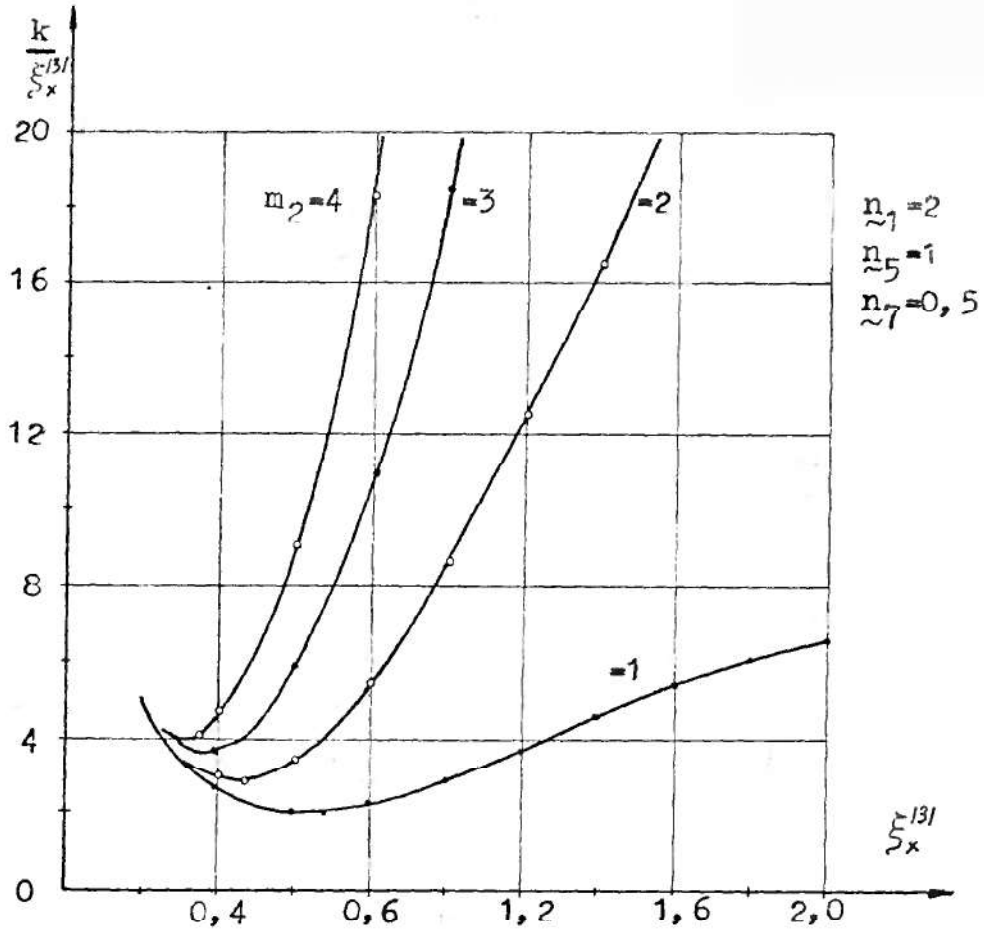
przy czym, stosunek współczynnika strat dodatkowych i zredukowanej szerokości przewodu dla składowej osiowej własnego pola rozproszenia, do którego proporcjonalne są straty w uzwojeniu, wynosi

$$\frac{k}{\xi_x^{3/2}} = \frac{1}{\xi_x^{3/2}} \left\{ 1 + A_2 \left[ \varphi_1 \left( \frac{\xi_x^{3/2}}{\xi_x} \right) + \frac{1}{3} /m_2^2 - 1/ \Psi \left( \frac{\xi_x^{3/2}}{\xi_x} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + m_2^2 \sum_{k=1,5,7,\dots}^2 n_k^2 \Psi \left( \sqrt{\frac{k}{3}} \frac{\xi_x^{3/2}}{\xi_x} \right) \right] \right\} \quad /4.4.45/$$

Przykładowe przebiegi wielkości  $k/\xi_x^{3/2}$  dla uzwojeń 1,2,3 i 4 warstwowych, przy określonych udziałach harmonicznym przepływu pierwotnego do wtórnego, podaje rys. 4.22. Obliczeń tej wielkości wykonano na maszynie cyfrowej Odra 1325, wykorzystując program Min 3. Krzywe  $k/\xi_x^{3/2}$ , mają wyraźne minimum, szczególnie dla uzwojeń o większej liczbie warstw.

Znajdowanie grubości krytycznej przewodu, sprowadza się do wyznaczenia takiego parametru  $\xi_x^{3/2}$ , który realizuje minimum funkcji /4.4.45/. Analityczne rozwiązanie problemu jest możliwe tylko, przy pewnych uproszczeniach. Zagadnienie rozwiązano numerycznie, metodą bisekcji, opracowując w tym celu program Min 2. Obliczenia wykonano na maszynie cyfrowej Odra 1325 w Ośrodku Obliczeniowym Politechniki Lubelskiej. W obliczeniach uwzględniono harmoniczne pól rozproszenia do siódmej włącznie. Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.6. Dla porównania zamieszczono również rezultaty obliczeń, przeprowadzonych przy założeniu niewystępowania pola obcego /uzwojenia pierwotnego/.





Rys. 4.22. Przebiegi wielkości  $k / \xi_x^{1/3}$ , dla uzwojenia wtórnego wewnętrznego o różnej liczbie warstw

Wyznaczone wartości  $\xi_x^{1/3} / k_{kr}$ , pozwalają określić krytyczną grubość przewodu ze związku /4.4.35' / lub /4.4.35" /, kładąc w miejsce zredukowanej szerokości przewodu  $\xi_x^{1/3}$ , jej wartość odpowiadającą wymiarowi krytycznemu.

Można również znaleźć analityczną postać, wyrażającą grubość krytyczną przewodu, lecz przy dokonaniu pewnych uproszczeń w zależności określającej straty w uzwojeniu /4.4.43/. Uwzględniając harmoniczne w polach rozproszenia do siódmej włącznie, zakłada się, że minimum funkcji  $k / \xi_x^{1/3}$  występuje dla parametru  $\sqrt{\frac{7}{3}} \xi_x^{1/3} \leq 1$ . Ewentualne niespełnienie tego wa-



runku, spowoduje rozbieżność wyników uzyskanych z uproszczonych zależności analitycznych i rozwiązania numerycznego, ale przez porównanie wyników, można ocenić przydatność do obliczeń zależności uproszczonych. Wspomniany warunek, pozwala zapisać wyrażenia  $\varphi_1(\xi)$  i  $\psi(\xi)$  w postaci /4.1.53/, co uwzględniając, zależność /4.4.43/ ulega znacznemu uproszczeniu, czyli

$$P = I_{II}^2 \left[ \frac{z_2^2 \cdot 1 \cdot r_2}{9 \cdot \gamma \cdot w_2 \cdot c_2} + \left( F / n_k / \frac{m_2^2}{27} + \frac{m_2^2 - 0,2}{9} \right) \left( \frac{n_2 \cdot w_2}{L_{u2}} \cdot 3f_1 \cdot \gamma \cdot 10^{-7} \right) \left( 2 \pi c_2 \right)^4 \right] \quad /4.4.46/$$

Przy dokonywaniu przekształceń, podstawiono wartość liczbową wielkości  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$  H/m

Przyrównując do zera, pochodną tego wyrażenia względem wymiaru  $c_2$ , wyznaczono grubość krytyczną przewodu, wyrażającą się w postaci

$$c_{2kr} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\frac{L_{u2}}{n_2 \cdot w_2 \cdot 3f_1 \cdot \gamma \cdot 10^{-7}}}}{\sqrt[4]{F / n_k / \frac{m_2^2}{9} + \frac{m_2^2 - 0,2}{3}}} \quad /4.4.47/$$

Uwzględniając wartości, częstotliwości wyjściowej  $3f_1 = 150$  Hz, konduktywności miedzi i aluminium w temperaturze  $75^\circ\text{C}$ , grubość krytyczna przewodu wyniesie

$$c_{2kr} = a \frac{\sqrt{\frac{L_{u2}}{n_2 \cdot w_2}}}{\sqrt[4]{F / n_k / \frac{m_2^2}{9} + 3 / \frac{m_2^2 - 0,2}{3}}} \quad /4.4.47'/$$

dla uzwojeń miedzianych  $a = 1,038 \cdot 10^{-2}$  m, aluminiowych  $a = 1,333 \cdot 10^{-2}$  m.

Ponieważ o stratach dodatkowych w uzwojeniu wtórnym wewnętrznym decyduje pole obce, we wzorach /4.4.47/, /4.4.47'/ można

pominąć człon  $m_2^2 = 0,2$ . Wówczas grubość krytyczna przewodu przyjmie postać

$$c_{1sr} = a \frac{\sqrt{\frac{L_{u2}}{n_2^2 r_2 w_2}}}{\sqrt[4]{F/n_k}} \quad /4.4.47''/$$

Szacując błąd wynikły z tego uproszczenia gdy  $F/n_k = 25$ ,  $n_2 = 3$ , wynika, że jest on mniejszy od 3 % i będzie malał przy większych wartościach parametru  $F/n_k$ .

Okazuje się, że wzory analityczne /4.4.47'/, /4.4.47''/ mogą być stosowane do wyznaczania wymiaru krytycznego dla uzwojeń jedno i wielowarstwowych. Różnica w wynikach odniesiona do rozwiązania numerycznego, ale w oparciu o dokładne zależności, jest rzędu kilku procentów /mniejsza niż 5 %/ dla uzwojeń jednowarstwowych i danych z tabl. 4.7, maleje ze wzrostem liczby warstw. Większe różnice odpowiadają większym wartościom  $\sum_{xkr}^{3/}$  z tabl.4.6. Ponieważ w rozważanym przypadku, wystarczającą dla praktyki dokładność wyliczenia  $c_{2kr}$  zapewniają wzory analityczne, w tabl.4.6 zestawiono jedynie wyniki obliczeń dla uzwojeń jedno i dwuwarstwowych.

Przykładowo podano grubości krytyczne przewodu z miedzi, wyznaczone na podstawie rozwiązania numerycznego oraz wzoru /4.4.47'/. Przy czym, stosunek wymiarów  $\frac{n_2 w_2}{L_{u2}} = \frac{w_2}{w_2} = 0,745$ , udziały harmonicznych wynoszą  $n_1 = 2,5$ ,  $n_5 = 1,5$ ,  $n_7 = 1$ , a odpowiadający im parametr  $F/n_k = 111,5$ . Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.7.

Wartość grubości krytycznej przewodu uzwojenia wewnętrznego, wtórnego, wykazuje praktycznie analogiczną zależność od liczby warstw  $m_2$ , jak dla uzwojeń transformatorów.

O wartości grubości krytycznej istotnie decyduje parametr

Tabl.4.7

Obliczenia	Liczba warstw uzwojenia $m_2$							
	1	2	3	4	5	6	8	10
	$c_{2kr}$ w mm							
numeryczne	3,71	2,64	2,15	1,87	-	-	-	-
ze wzoru /4.4.47 /	3,68	2,60	2,12	1,84	1,64	1,50	1,30	1,16

Dla uzwojeń aluminiowych, podane wartości ulegają powiększeniu w stosunku 1,28.

$F/\underline{n}_k/$ , który w przedziale maksymalnych mocy wyjściowych potrajacza, wynosi ok. 100, a przy niewielkim obciążeniu strony wtórnej wzrasta nawet powyżej 1000. Zatem, o wyborze grubości krytycznej przewodu uzwojenia między innymi, decyduje określenie przedziału zmian obciążenia potrajacza. Wzrostowi parametru  $F/\underline{n}_k/$  w granicach 50 - 500, odpowiada zmiana grubości krytycznej przewodu o ok. 45%. Założonej zmienności parametru  $F/\underline{n}_k/$ , odpowiada na przykład, zmiana napięcia wtórnego przy obciążeniu rezystancyjnym o ok. 25%.

Występuje wyraźny wpływ obcego pola rozproszenia na zmniejszenie się grubości krytycznej przewodu. Pod nieobecność pola rozproszenia uzwojenia pierwotnego, grubość krytyczna uległaby powiększeniu, dla uzwojeń jednowarstwowych ok. 2 - 3 razy, dla dwuwarstwowych 1,9 - 2,7.

Współczynnik strat dodatkowych, odpowiadający krytycznemu wymiarowi przewodu, przy spotykanych stosunkach harmonicznych pól rozproszenia, dla uzwojeń jedno i wielowarstwowych, wynosi 1,32 - 1,37.

Wyprowadzone w rozdz. 4.4.2 wskaźniki i współczynniki strat

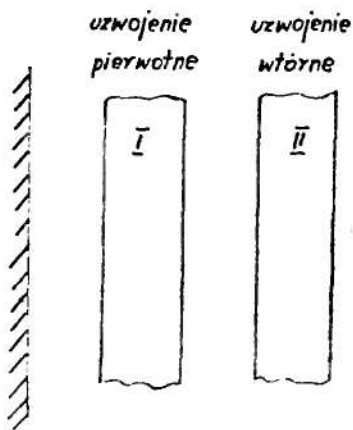
dodatkowych dotyczą również innych mnożników częstotliwości. Można wykazać, że będą one obowiązywać dla uzwojeń wtórnych, przyrdzeniowych transformatorów "gwiazdowego" i "zygzakowych", potrójacza z wyjściem trójfazowym [3, 35, 42, 50, 130, 147]. Zależności te, w prosty sposób można dostosować do obliczeń współczynnika  $k$ , dla uzwojeń wtórnych, przyrdzeniowych dziewięciokrotnika. A mianowicie, we wskaźniku zależnym od pola własnego, należy wielkość  $\xi_x^{3/}$  zastąpić przez  $\xi_x^{9/}$ , a we wskaźniku ujmującym wpływ pola obcego, w miejsce  $\sqrt{\frac{k}{3}} \xi_x^{3/}$ , zapisać  $\sqrt{\frac{k}{9}} \xi_x^{9/}$ .

Określona krytyczna grubość przewodu, odnosi się również do uzwojeń wtórnych, przyrdzeniowych dziewięciotransformatorowego potrójacza z wyjściem trójfazowym, nie dotyczy dziewięciokrotnika.

Jak potwierdzają przeprowadzone obliczenia, uzyskiwane grubości krytyczne przewodu dla uzwojenia wewnętrznego, wtórnego są niewielkie. Toteż, przy jednostkach większych, może zachodzić potrzeba budowania uzwojeń o wielu gałęziach równoległych. Stosując przewody nawojowe o grubości większej od krytycznej, należy się liczyć, ze wzrostem strat dodatkowych, powodowanych polem rozproszenia uzwojenia pierwotnego. Należałoby zatem, rozpatrzyć odmienną konfigurację uzwojeń transformatora potrójacza, umiejscawiając uzwojenie wtórne jako zewnętrzne, a pierwotne wewnętrzne. W kolejnych rozdziałach, dla tak usytuowanych uzwojeń przeprowadzona zostanie analiza strat dodatkowych.

#### 4.4.3 Uzwojenia pierwotne, wewnętrzne

Dotychczas wyznaczone wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych oraz grubości krytyczne przewodów, obowiązują dla określonej konfiguracji uzwojeń. Możliwe jest odmierne rozwiązanie, w którym uzwojenie przyrdzeniowe stanowi uzwojenie pier-



Rys. 4.23. Usytuowanie uzwojeń transformatora potrójacza

wotne, zewnętrzne jako wtórne /rys.4.23/. Takie rozwiązanie może być praktycznie korzystne, gdy uzwojenie wtórne wykonywane jest jako wielkopiętne, stosowana najczęściej przy zasilaniu pieców indukcyjnych do topienia metali. W rozdz. 4.4.3 i 4.4.4. dla założonej konfiguracji uzwojeń, wyznaczono wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych oraz określono grubości krytyczne przewodów nawojowych.

#### 4.4.3.a. Wskaźnik strat dodatkowych

W obszarze uzwojenia pierwotnego występują pola rozproszenia, wytwarzane przez prąd pierwotny i wtórny, a ich rozkłady przestrzenne zasadniczo różnią się między sobą /rys.4.24/.

Rozkłady natężeń pól, dla harmonicznych 1,5,7 ..., zmieniają się liniowo wzdłuż szerokości uzwojenia i na powierzchniach poszczególnych warstw wynoszą

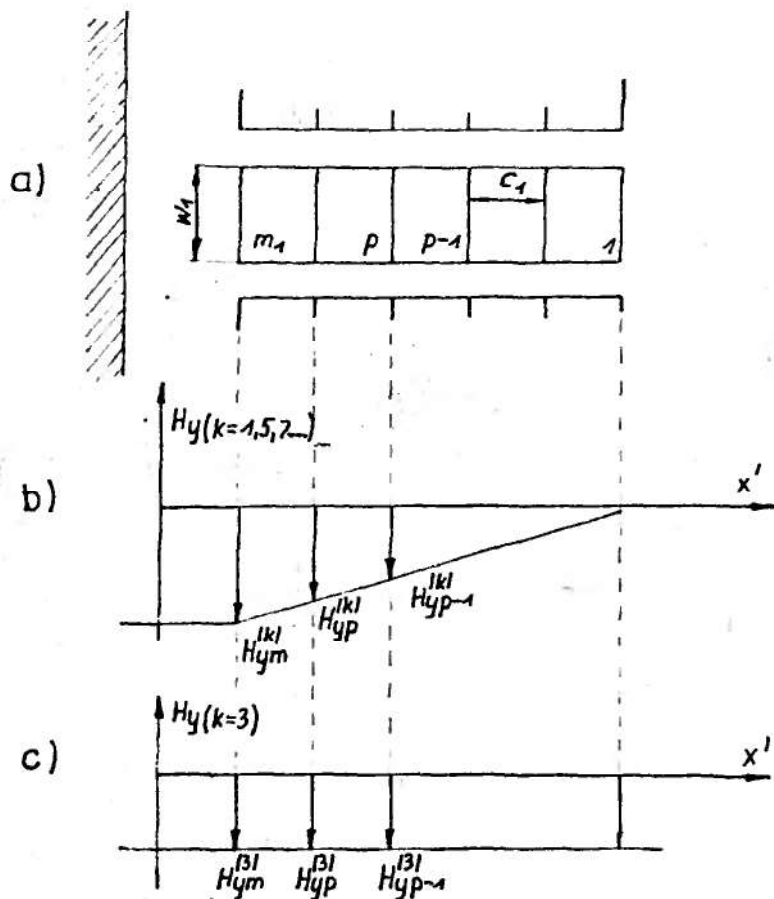
$$H_{yp}^{/k/} = H_{yo}^{/k/} + p \frac{H_{ym}^{/k/} - H_{yo}^{/k/}}{m_1} = p \frac{H_{ym}^{/k/}}{m_1}, \quad H_{yo}^{/k/} \leq 0, \quad k=1,5,7...$$

$$H_{yp-1}^{/k/} = (p-1) \frac{H_{ym}^{/k/}}{m_1} \quad /4.4.48/$$

Natężenie pola trzeciej harmonicznej, ma rozkład o stałej wartości w obszarze uzwojenia pierwotnego

$$H_{yp}^{/3/} = H_{yp-1}^{/3/} = H_{ym}^{/3/} \quad /4.4.49/$$





Rys. 4.24. Oznaczenia do obliczania strat w uzwojeniu wielowarstwowym, wewnętrznym, pierwotnym, transformatora potrajacza

- a/ przekrój elementu uzwojenia
- b/ rozkład harmonicznych pola magnetycznego, powodowanych przepływem pierwotnym
- c/ rozkład trzeciej harmonicznej pola magnetycznego od przepływu wtórnego

Uwzględniając zależności /4.1.56/ oraz /4.4.48/, /4.4.49/ straty mocy w  $p$ -tym zwoju wynioszą

$$\Delta P = \frac{1}{2c_1 w_1 \delta} \left\{ \sum_{k=1,5,7,\dots} \hat{I}_k^2 + \sum_{k=1,5,7,\dots} (w_1')^2 \left( \frac{H_{ym}^{(k)}}{m_1} \right)^2 \left[ \psi_1(\xi^{(k)}) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + p/p - 1 \psi(\xi^{(k)}) \right] + (w_1')^2 \left( \frac{H_{ym}^{(3)}}{m_1} \right)^2 \psi(\xi^{(3)}) \right\} \quad /4.4.50/$$



Wyróżniając w zależności /4.4.50/ straty podstawowe i dodatkowe oraz uwzględniając relacje

$$\hat{I}_k = \hat{J}_k c_1 w_1, \quad H_{ym}^{/k/} = \hat{J}_k m_1 c_1 \alpha_I, \quad k = 1, 5, 7 \dots$$

$$\hat{I}_2 = \hat{J}_2 c_2 w_2, \quad H_{ym}^{/3/} = \hat{J}_2 m_2 c_2 \alpha_{II}$$

w oparciu o definicję /4.1.18/, współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy, przyjmie postać

$$k_{p=1+} = \alpha_I^2 \left( \frac{w_1'}{w_1} \right)^2 \sum_{k=1,5,7 \dots} \frac{J_k^2}{J_1^2 + J_5^2 + J_7^2 + \dots} \left[ \varphi_1 \left( \sqrt{k} \sum_x \right) + p/p-1 \psi \left( \sqrt{k} \sum_x \right) \right] + \frac{J_2^2}{J_1^2 + J_5^2 + J_7^2 + \dots} \alpha_{II}^2 \left( \frac{w_1'}{w_1} \right)^2 \left( \frac{m_2 c_2}{c_1} \right)^2 \psi \left( \sqrt{3} \sum_x \right) \quad /4.4.51/$$

przy czym  $\alpha_I^2 \left( \frac{w_1'}{w_1} \right)^2 \approx 1$

Określając stosunki harmonicznycy gęstości prądów pierwotnego i wtórnego, względem podstawowej harmonicznycy obwodu wejściowego i oznaczając

$$h_k = \frac{\hat{J}_k}{\hat{J}_1}, \quad k = 1, 3, 5, 7 \dots$$

$$T/h_k = 1 + h_5^2 + h_7^2 + \dots$$

oraz wyrażając zredukowaną szerokość przewodu dla k-tej harmonicznycy, składowej osiowej pola, przez tenże parametr określony dla pierwszej harmonicznycy

$$\sum_x^{/k/} = \sqrt{k} \sum_x^{/1/}$$

uzyskano żądaną postać współczynnika strat  $k_p$ , a mianowicie

$$k_{p=1+} = \frac{1}{T/h_k} \sum_{k=1,5,7 \dots} h_k^2 \alpha_I^2 \left( \frac{w_1'}{w_1} \right)^2 \left[ \varphi_1 \left( \sqrt{k} \sum_x^{/1/} \right) + p/p-1 \psi \left( \sqrt{k} \sum_x^{/1/} \right) \right] + \frac{h_2^2}{T/h_k} \alpha_{II}^2 \left( \frac{w_1'}{w_1} \right)^2 \left( \frac{m_2 c_2}{c_1} \right)^2 \psi \left( \sqrt{3} \sum_x^{/1/} \right) \quad /4.4.52/$$

Współczynnik strat dodatkowych  $k_p$  ma podobną strukturę jak współczynnik dla wewnętrznego uzwojenia wtórnego /rozd. 4.4.2/, zawiera człony zależne od pola obcego i własnego. Składnik zależny od pola obcego /powodowanego przepływem wtórnym/, przyjmuje jednakową wartość dla wszystkich warstw uzwojenia. Składnik reprezentujący wpływ pola własnego, wzrasta dla warstw wewnętrznych uzwojenia. Największe straty dodatkowe, występują w pierwszej wewnętrznej warstwie, odwrotnie niż w przypadku uzwojenia wewnętrznego transformatora.

W myśl przyjętych założeń, przewody  $m_1$  warstw znajdują się w polu magnetycznym o jednakowym rozkładzie wzdłuż wysokości uzwojenia, zatem średni współczynnik wzrostu strat wyraża się następująco

$$k = \frac{1}{m_1} \sum_{p=1}^{p=m_1} k_p$$

Uwzględniając zależności /4.4.11/, po przekształceniach średni współczynnik wzrostu strat przyjmie postać

$$k = 1 + \alpha_{1wir} + \alpha_{2wir} \quad /4.4.53/$$

przy czym

$$\alpha_{1wir} = \frac{I^2 \left( \frac{w'_1}{w_1} \right)^2}{r/h_k} \sum_{k=1,5,7,\dots} h_k^2 \left[ \varphi_1(\sqrt{k} \xi_x^{(1)}) + \frac{1}{3} \left( \frac{2}{m_1 - 1} \right) \psi(\sqrt{k} \xi_x^{(1)}) \right] \quad /4.4.54/$$

$$\alpha_{2wir} = \frac{h_3^2}{r/h_k} \alpha_{II}^2 \left( \frac{w'_1}{w_1} \right)^2 \left( \frac{m_2 c_2}{c_1} \right)^2 \psi(\sqrt{3} \xi_x^{(1)}) \quad /4.4.55/$$

Przedstawione wielkości stanowią

$\alpha_{1wir}$  - wskaźnik strat dodatkowych w uzwojeniu pierwotnym, wewnętrznym, wywołanych własnym polem rozproszenia

$\alpha_{2wir}$  - wskaźnik strat dodatkowych w uzwojeniu pierwotnym, wewnętrznym, powodowanych polem obcym /uzwojenia wtórne-  
go, zewnętrznego/.

Niekiedy wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych, wygodnie jest przedstawić w postaci zależnej od harmonicznych prądów w uzwojeniach. Wprowadza się oznaczenie

$$h_k = \frac{\hat{I}'_k}{\hat{I}_1}, \quad k = 1, 3(2), 5, 7 \dots$$

gdzie

$\hat{I}'_k$  - amplituda k-tej harmonicznej prądu, przeliczona na stronę pierwotną np:

$$\hat{I}'_2 = \hat{I}_2 \frac{z_2}{z_1}, \quad \hat{I}'_5 = \hat{I}_5$$

$\hat{I}_1$  - amplituda podstawowej harmonicznej prądu pierwotnego

Wskaźnik  $\alpha_{1wir}$ , ujmujący wpływ własnego pola rozproszenia na wielkość strat dodatkowych, jako niezależny od udziałów harmonicznych pola obcego, zachowa niezmienną postać /4.4.54/.

Można wykazać, że zachodzi relacja

$$\alpha_{II}^2 \left( \frac{m_2 c_2}{c_1} \right)^2 \frac{h_3^2}{T/h_k} = \alpha_I^2 m_1^2 \frac{h_3^2}{T/h_k} \quad /4.4.56/$$

Biernie pod uwagę /4.4.56/, wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{2wir}$ , wyrazi się przez parametry charakteryzujące uzwojenie pierwotne, czyli

$$\alpha_{2wir} = \frac{h_3^2}{T/h_k} m_1^2 \alpha_I^2 \left( \frac{w'_1}{w_1} \right)^2 \Psi(\sqrt{3} \sum_x^{MI}) \quad /4.4.57/$$

Podobnie ulega przekształceniu, współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy

$$k_{p=1+} = \frac{\alpha_I^2 \left( \frac{w'_1}{w_1} \right)^2}{T/h_k} \sum_{k=1,5,7,\dots} h_k^2 \left[ \varphi_1(\sqrt{k} \sum_x^{MI}) + p/p-1 \Psi(\sqrt{k} \sum_x^{MI}) \right] + \frac{h_3^2}{T/h_k} m_1^2 \alpha_I^2 \left( \frac{w'_1}{w_1} \right)^2 \Psi(\sqrt{3} \sum_x^{MI}) \quad /4.4.58/$$

Średni współczynnik strat dodatkowych w uzwojeniu jest sumą członów /wskazników  $\alpha_{1wir}$ ,  $\alpha_{2wir}$ /, zależnych od własnego i obcego pola rozproszenia. Wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{1wir}$ , określający wpływ własnego pola rozproszenia na wartość strat, ma analogiczną postać, jak wskaźnik dla uzwojenia zewnętrznego pierwotnego. Jest sumą wyrazów, stanowiących udziały strat dodatkowych od harmonicznych własnego pola rozproszenia. ściśle zależy od zawartości harmonicznych w prądzie pierwotnym, których wartości zmieniają się z obciążeniem obwodu wtórnego, i warunkowane są, poziomem podstawowej harmonicznej indukcji w rdzeniach potrajacza. Wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{2wir}$ , ujmuje wpływ obcego pola rozproszenia na wielkość strat w uzwojeniu. Jakkolwiek zależy od trzeciej harmonicznej, ma podobną strukturę, jak wskaźnik od pola obcego dla uzwojenia wewnętrznego, wtórnego.

Wykonano numeryczne obliczenia współczynnika strat  $k$ , wykorzystując program Min 3. Jego przebiegi w zależności od zredukowanej szerokości przewodu, przy różnej liczbie warstw uzwojenia i określonym udziale harmonicznych, przedstawia rys. 4.25. Podobnie, jak w rozważanych uprzednio przypadkach, nawet gdy

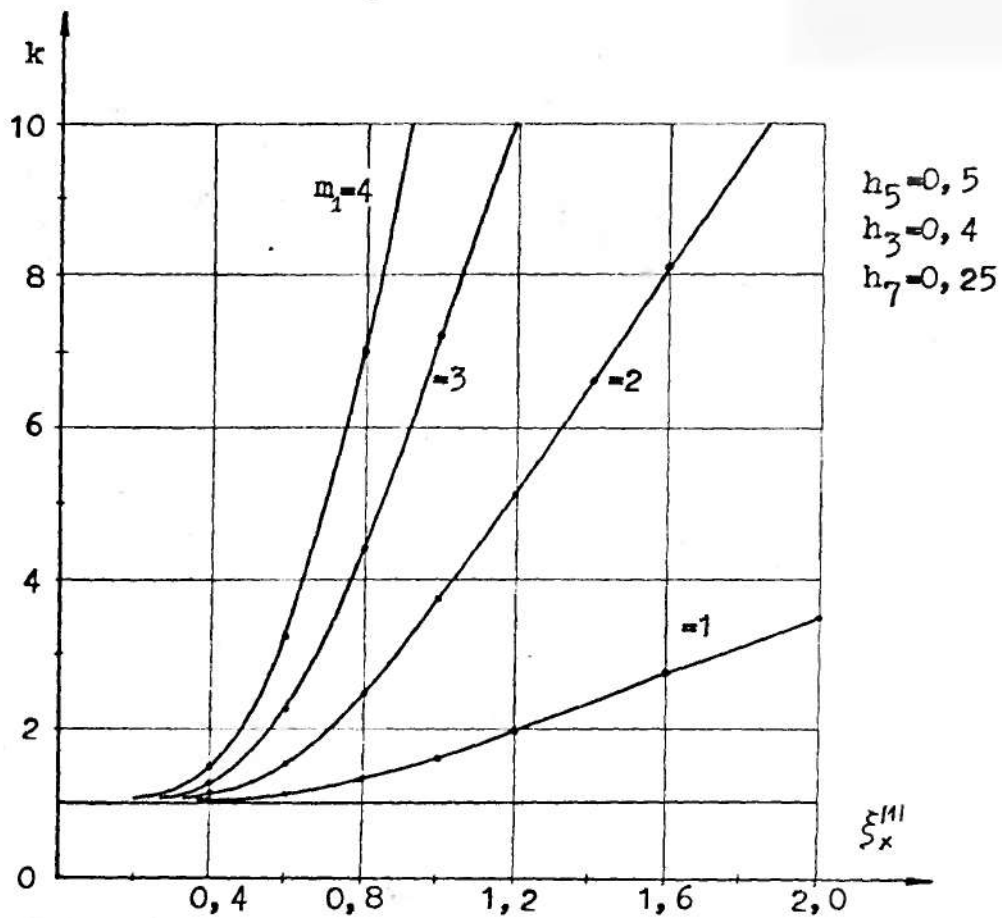
$\xi_x^{1/} < 1$ , ma miejsce istotny wzrost strat, szczególnie w uzwojeniach wielowarstwowych.

Warto przypomnieć, że wartościom parametru  $\xi_x^{1/}$ , odpowiada szerokość przewodu uzwojenia, którą można wyliczyć ze związku

$$c_1 = a \sqrt{\frac{w_1'}{w_1}} \xi_x^{1/} \quad /4.4.59/$$

przy czym, dla przewodów aluminiowych  $a = 0,0133$  m, miedzianych  $a = 0,0104$  m.

Uwzględniając straty dodatkowe w uzwojeniu, od harmonicznych pól rozproszenia do siódmej włącznie i jeżeli szerokość przewodów



Rys. 4.25. Współczynnik strat dodatkowych w uzwojeniu o  $m_1$  warstwach, w funkcji zredukowanej szerokości przewodu dla pierwszej harmonicznej pola rozproszenia

spełnia warunek /4.4.9/, biorąc pod uwagę przybliżone równości /4.1.53/, wskaźniki i współczynniki strat ulegają uproszczeniu. Wskaźnik strat dodatkowych od pola własnego, przyjmie postać analogiczną jak dla uzwojenia zewnętrznego, pierwotnego, czyli

$$\alpha_{1wir}^2 = F/h_k / \frac{m_1^2 - 0,2}{9} \sum_{1x}^4 \quad /4.4.60/$$

gdzie

$$F/h_k / = \frac{1+5^2h_5^2 + 7^2h_7^2}{1 + h_5^2 + h_7^2} = \frac{1+5^2h_5^2 + 7^2h_7^2}{T/h_k /}$$

oczywistym jest, że  $F/h_k/ = F/\tilde{h}_k/$

$$\xi_{1x} = 2 \pi c_1 \sqrt{\frac{n_1 w_1}{L_{u1}}} f_1 \delta \cdot 10^{-7}$$

przy czym

$f_1$  - częstotliwość podstawowej harmonicznej prądu pierwotnego

$$[\delta] = 1 \text{ S/m}, [f_1] = 1 \text{ Hz}, [c_1] = 1 \text{ m}$$

Wielkość  $\xi_{1x}$ , pełni rolę zredukowanej szerokości przewodu uzwojenia dla podstawowej harmonicznej pola osiowego

Wskaźnik strat dodatkowych, powodowanych obcym polem rozproszenia, zapisano w dwóch postaciach, zależnie od stosunku harmonicznych prądów oraz ich gęstości, czyli

$$\alpha_{2wir} = \frac{1}{3} F_{2/h_k/} \delta^2 \xi_{1x}^4 \quad /4.4.61/$$

$$\alpha_{2wir} = \frac{1}{3} F_{2/\tilde{h}_k/} n_1^2 \xi_{1x}^4 \quad /4.4.62/$$

gdzie

$$F_{2/h_k/} = \frac{3^2 h_3^2}{T/h_k/}$$

$$F_{2/\tilde{h}_k/} = \frac{3^2 h_3^2}{T/\tilde{h}_k/}$$

$$\delta = \frac{w_2 n_2 m_2 c_2}{w_1 n_1 c_1}$$

Podobnie daje się uprościć współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy

/4.4.63/

$$k_p = 1 + \frac{1}{3} F_{2/h_k/} \left( p^2 - p + \frac{4}{15} \right) \xi_{1x}^4 + \frac{1}{3} F_{2/h_k/} \delta^2 \xi_{1x}^4$$

$$k_p = 1 + \frac{1}{3} F_{2/\tilde{h}_k/} \left( p^2 - p + \frac{4}{15} \right) \xi_{1x}^4 + \frac{1}{3} F_{2/\tilde{h}_k/} n_1^2 \xi_{1x}^4$$

/4.4.64/

Przebiegi parametru  $F/h_k/$ , określającego wzrost strat dodatkowych w uzwojeniu pierwotnym, wskutek odkształcenia prądu pierwotnego, w różnych warunkach pracy potrajacza podaje rys. 4.15. Parametr  $F_2/h_k/$ , ujmujący wpływ zmienności pola obcego, na wielkość strat dodatkowych w uzwojeniu pierwotnym, dla różnych obciążeń potrajacza podany jest w tabl. 3.9-3.14 oraz przedstawiony na rys. 4.26.

W obszarze maksymalnej mocy obwodu wyjściowego, parametr  $F_2/h_k/$  przyjmuje wartości 0,2 - 2, zależnie od współczynnika mocy obciążenia i poziomu pierwszej harmonicznej indukcji w rdzeniach potrajacza. Wartości parametrów  $F/h_k/$ ,  $F_2/h_k/$  we wspomnianym obszarze mocy wyjściowych, są tego samego rzędu, zatem i wskaźniki strat  $\alpha_{1wir}$  i  $\alpha_{2wir}$  będą porównywalne.

Wzory uproszczone wygodne w stosowaniu ponimo, że obowiązują w ograniczonym przedziale szerokości przewodu, to jednak w przedziale praktycznie ważnym, toteż będą nadal analizowane.

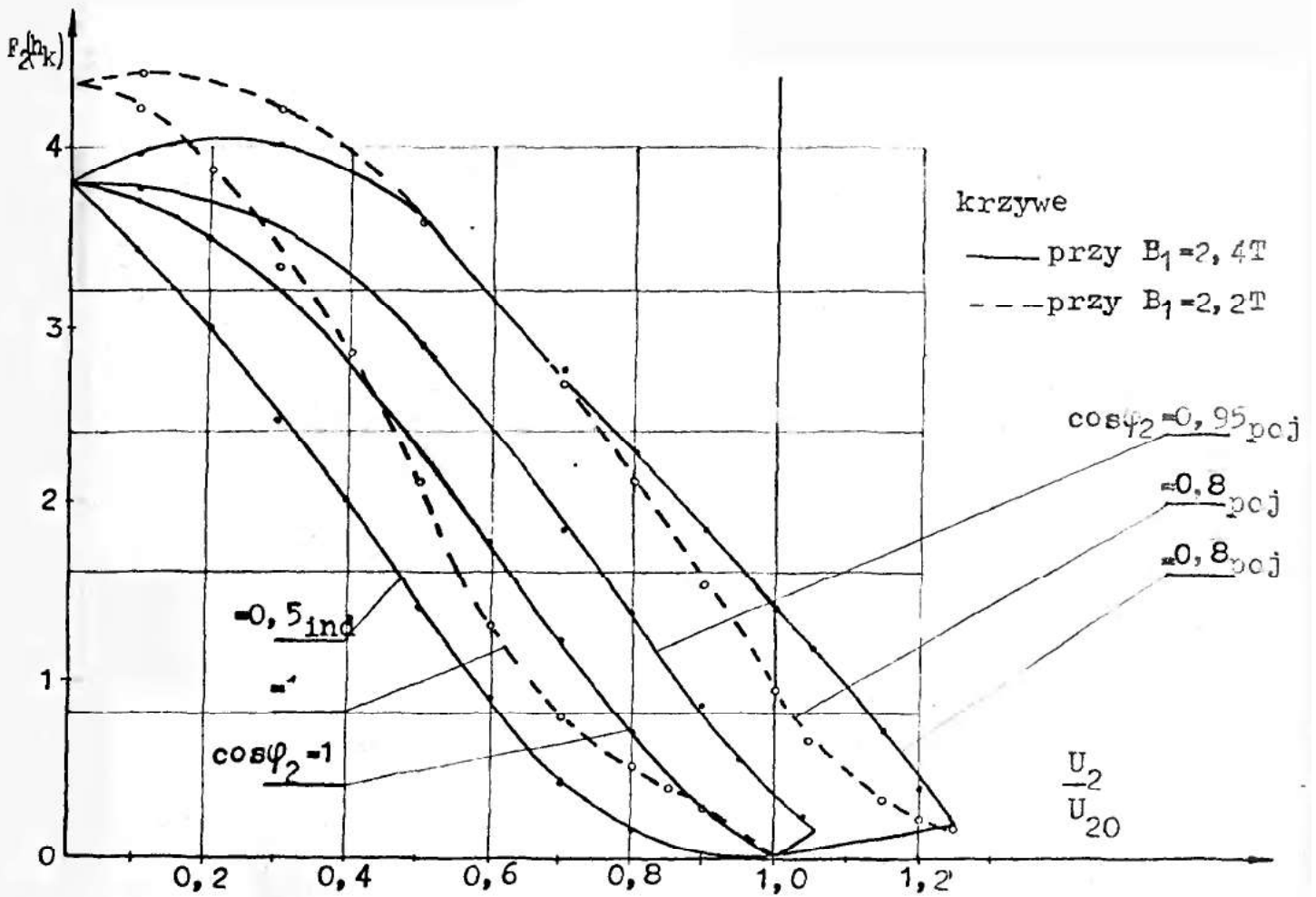
Stosunek wskaźników strat dodatkowych, powodowanych polem obcym  $\alpha_{2wir}$  i własnym  $\alpha_{1wir}$ , uwzględniając /4.4.60/ i /4.4.62/, wyniesie

$$\frac{\alpha_{2wir}}{\alpha_{1wir}} = \frac{3F_2/h_k/}{F/h_k/} \frac{m_1^2}{m_1^2 - 0,2} \approx \frac{3F_2/h_k/}{F/h_k/} \quad /4.4.65/$$

Pomijając w mianowniku wyrażenia /4.4.64/ wartość 0,2, co gdy  $m_1 \geq 3$  powoduje błąd nie większy niż 2,3 %, zapisano równość przybliżoną.

Można przyjąć, że dla  $m_1 \geq 3$  wielkość  $\alpha_{2wir}/\alpha_{1wir}$  nie zależy praktycznie od liczby warstw uzwojenia. Przebiegi  $\alpha_{2wir}/\alpha_{1wir}$  przedstawia rys. 4.27. Widać, że w istotnym praktycznie obszarze napięć wyjściowych, wskaźnik strat dodatkowych od pola obcego nie przewyższa wskaźnika  $\alpha_{1wir}$ , toteż i straty dodatkowe

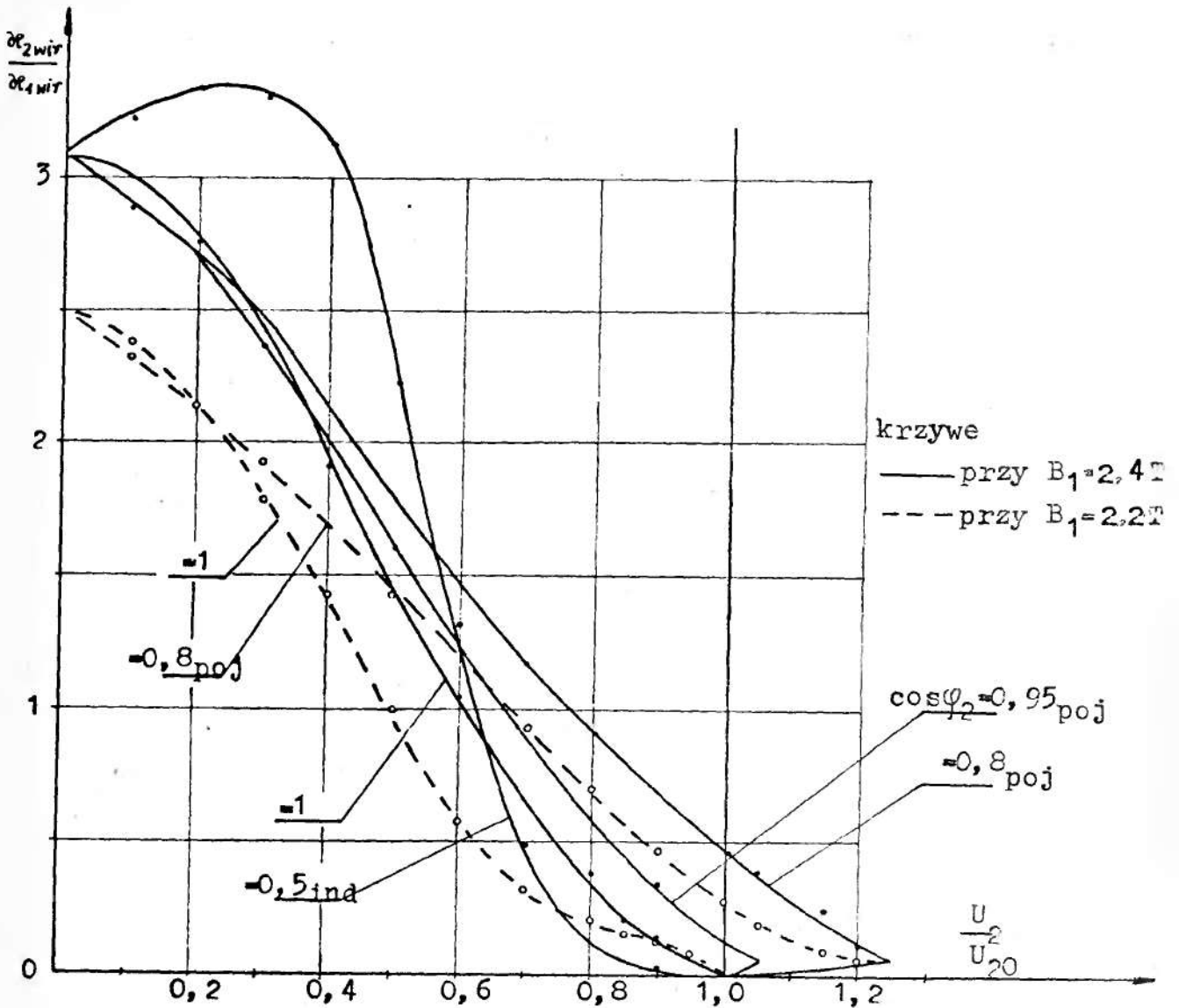




Rys. 4.26. Parametr charakteryzujący wzrost strat dodatkowych w uzwojeniu pierwotnym, wewnętrznym, wskutek oddziaływania pola rozproszenia uzwojenia wtórnego, w różnych warunkach obciążenia potrajacza

w uzwojeniu od pola obcego są mniejsze niż od własnego pola rozproszenia.

Po przekroczeniu obszaru maksymalnej mocy wyjściowej, wyraźnie wzrastają w uzwojeniu pierwotnym straty dodatkowe, powodowane polem obcym, stanowią nawet ok. 300 % wartości strat dodatkowych od pola własnego, przy obciążeniach indukcyjnych.



Rys.4.27. Stosunek wskaźników strat dodatkowych powodowanych polem obcym  $\alpha_{2wir}$  i własnym  $\alpha_{1wir}$  w różnych warunkach obciążenia strony wtórnej potrajacza /obliczony według zależności /4.4.65/ /

W celu oszacowania wartości współczynników strat, rozważono uzwojenie miedziane  $[\gamma_{Cu75^{\circ}C} = 47 \cdot 10^6 \frac{S}{m}]$  o  $m_1$  warstwach, nawinięte przewodem profilowym o grubości  $c = 4$  mm, stosunku wymiarów  $\frac{n_1 w_1}{L_{u1}} = 0,75$ . Wartości parametrów wynoszą  $F/h_k = 8$ ,

$F_2/h_k/ = 1,5$ , a częstotliwość wejściowa  $f_1=50$  Hz. Wyznaczono wartości wskaźników strat dodatkowych  $\alpha_{1wir}$ ,  $\alpha_{2wir}$ , współczynnika strat dla warstwy wewnętrznej  $k_{p=m_1}$  oraz współczynnika wzrostu strat  $k$ .

Ponieważ szerokość przewodu rozpatrywanego uzwojenia spełnia warunek /4.4.9 /, do obliczeń stosowane będą wzory uproszczone.

Parametr  $\xi_{1x}$ , grający rolę zredukowanej szerokości przewodu dla pola osiowego wynosi

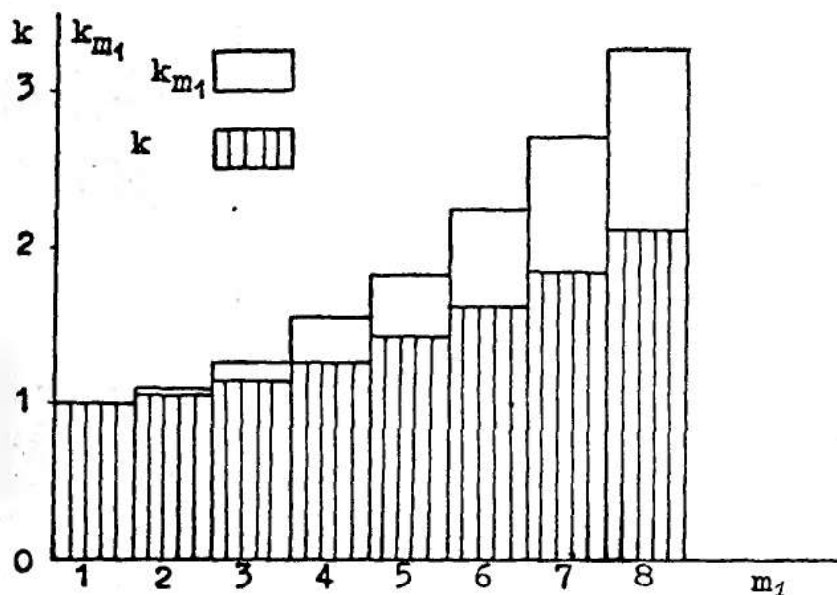
$$\xi_{1x} = 2 \pi \cdot 0,004 \sqrt{0,75 \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7}} = 0,334$$

Wskaźniki strat dodatkowych  $\alpha_{1wir}$ ,  $\alpha_{2wir}$  obliczono według wzorów /4.4.59/ i /4.4.61/. Współczynniki strat  $k$ ,  $k_p$  odpowiednio na podstawie /4.4.53/, 4.4.64/. Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.8 oraz przedstawiono na rys. 4.28.

Tabl. 4.8

Wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych	Liczba warstw uzwojenia $m_1$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha_{1wir}$	0,009	0,042	0,097	0,174	0,274	0,395	0,538	0,703
$\alpha_{2wir}$	0,006	0,025	0,056	0,099	0,155	0,223	0,304	0,397
$\frac{\alpha_{2wir}}{\alpha_{1wir}}$	0,705	0,592	0,575	0,570	0,567	0,566	0,565	0,564
$k=1+\alpha_{1wir} + \alpha_{2wir}$	1,015	1,067	1,153	1,273	1,428	1,618	1,842	2,1
$k_p \approx m_1$	1,015	1,10	1,263	1,505	1,825	2,224	2,801	3,257

Straty dodatkowe w uzwojeniu wewnętrznym pierwotnym, powodowane obcym polem rozproszenia, porównywalne są ze stratami warunkowanymi polem własnym. Podobnie jak dla uzwojenia pierwot-



Rys. 4.28. Zależność współczynników strat dodatkowych, średniego  $k$ , dla warstwy wewnętrznej  $k_{p=m_1}$ , od liczby warstw uzwojenia

nego zewnętrznego, siedliskiem największych strat dodatkowych jest wewnętrzna warstwa uzwojenia. Straty dodatkowe w tej warstwie w podanym wyżej przykładzie, dla uzwojenia na przykład pięciowarstwowego stanowią ok. 83 % strat podstawowych. Średni współczynnik wzrostu strat  $k$ , przyjmuje większe wartości dla tej samej liczby warstw  $m_1$  niż dla uzwojenia pierwotnego zewnętrznego. W przytoczonym przykładzie, dla uzwojenia pięciowarstwowego stanowi ponad 40 % strat podstawowych.

Jakkolwiek wyprowadzono zależności na wskaźniki i współczynniki strat dla uzwojeń nawijanych przewodem pojedynczym, można wykazać że obowiązują one również, dla uzwojeń o przewodach równoległych zupełnie przeplecionych.

Wyznaczone wskaźniki strat  $\alpha_{1wir}$ ,  $\alpha_{2wir}$  są słuszne w różnych stanach pracy potrójca, włącznie ze stanem jałowym i

zwarcia strony wtórnej. Należy zaznaczyć, że w stanie jałowym wskaźnik  $\alpha_{2wir}$  przyjmuje wartość równą zero, a wskaźnik  $\alpha_{1wir}$  może mieć wartość znaczącą jako, że prąd stanu jałowego potraja- cza nie może być pomijany i jest silnie odkształcony.

Podobnie jak w poprzednich rozdziałach, w oparciu o poznane zależności między wielkością strat, a parametrami struktury uzwojenia oraz udziałami obcego i własnego pola rozproszenia w wytwarzaniu strat, wyznaczona zostanie grubość krytyczna przewodu.

#### 4.4.3.b. Grubość krytyczna przewodu

Przeprowadzone niżej rozważania, dotyczą uzwojeń nawinię- tych jednym przewodem lub kilkoma przewodami w pełni przeplecio- nymi. Uwzględniając występowanie w uzwojeniu strat dodatkowych, powodowanych polem obcym i własnym sumaryczne straty w uzwoje- niu wyniosą

$$\Delta P = I_I^2 \frac{z_1 l_{sr}}{g_1 \delta w_1 c_1} \left\{ 1 + \frac{\Lambda_1}{T/h_k} \sum_{k=1,5,7,\dots} h_k^2 \left[ \psi_1(\sqrt{k} \xi_x^{1/1}) + \frac{1}{3} / m_1^2 - 1 / \psi(\sqrt{k} \xi_x^{1/1}) \right] + \frac{h_3^2}{T/h_k} m_1^2 \psi(\sqrt{3} \xi_x^{1/1}) \right\} \quad /4.4.66/$$

Objaśnienia poszczególnych wielkości w zależności /4.4.66/, są identyczne z podanymi do zapisu /4.4.15/.

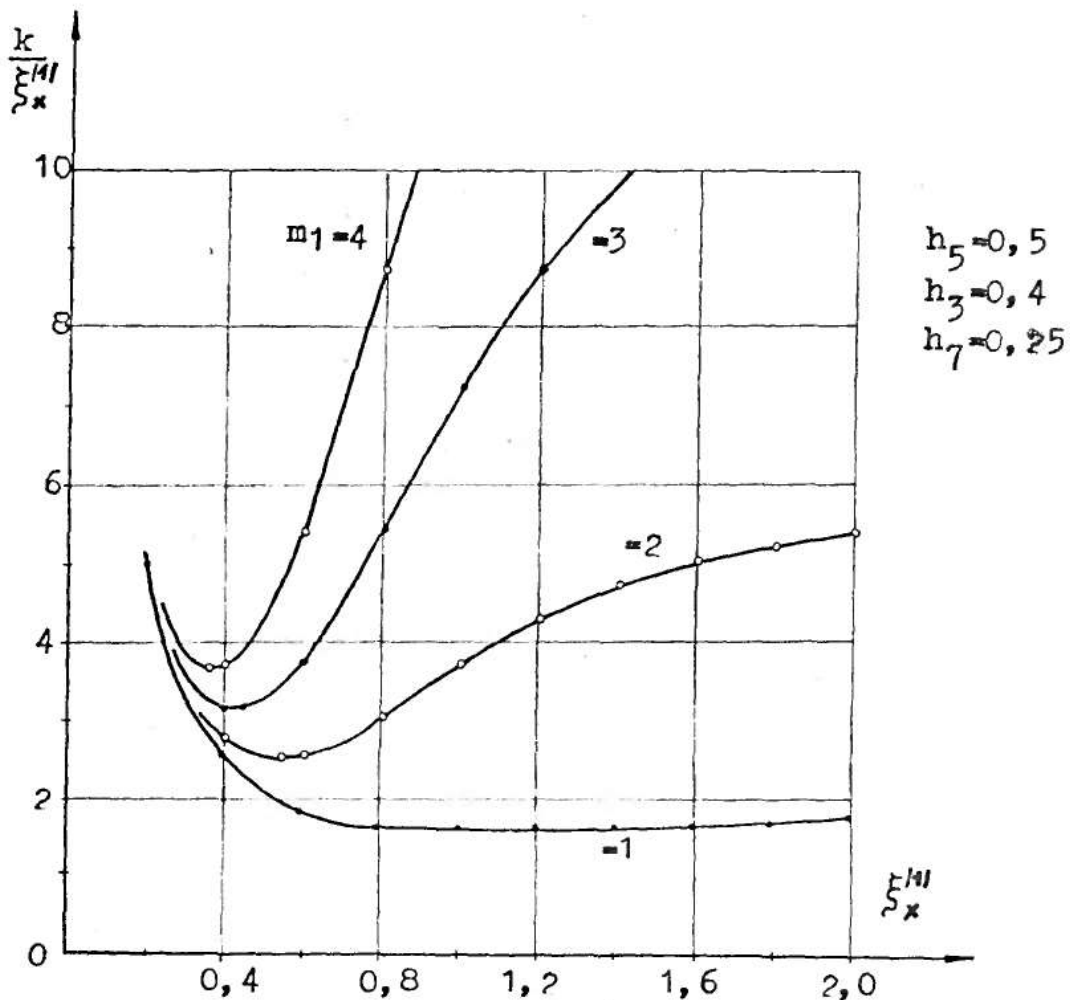
Wyrażając szerokość przewodu uzwojenia przez parametr  $\xi_x^{1/1}$  według związku /4.4.59/, straty w uzwojeniu można zapisać w postaci

$$\Delta P = I_I^2 \frac{z_1 l_{sr}}{g_1 \delta w_1 \sqrt{\frac{w_1^2}{w_1} \frac{2}{\omega \mu_0 \delta}}} \sum_x^k I \quad /4.4.67/$$

przy czym, stosunek współczynnika strat dodatkowych i zredukowanej szerokości przewodu, dla dokładowej osiowej własnego pola rozproszenia, wynosi

$$\frac{k/\xi^{1/2}}{\xi_x} \left\{ 1 + \frac{\Lambda}{T/h_k} \sum_{k=1,5,7\dots} h_k^2 \left[ \Psi_1(\sqrt{k} \xi_x^{1/2}) + \frac{h_3^2}{T/h_k} m_1^2 \Psi(\sqrt{3} \xi_x^{1/2}) \right] + \frac{1}{3} m_1^2 \Psi(\sqrt{k} \xi_x^{1/2}) \right\} \quad /4.4.68/$$

Straty w uzwojeniu są proporcjonalne do wielkości /4.4.68/, będącej funkcją zredukowanej szerokości przewodu. Szukanie grubości krytycznej przewodu, sprowadza się do wyznaczenia takiego parametru  $\xi_x^{1/2}$ , który realizuje minimum funkcji /4.4.68/. Przebiegi wielkości  $k/\xi_x^{1/2}$  dla uzwojeń 1,2,3, i 4 warstwowych, przy określonych udziałach harmonicznych w przepływie pierwotnym i wtórnym podaje rys. 4.29.



Rys.4.29. Przebiegi wielkości  $k/\xi_x^{1/2}$ , dla uzwojenia pierwotnego wewnętrznego o różnej liczbie warstw

Tabl. 4.9. Wartości krytycznej, zredukowanej szerokości przewodu, uzwojenia wewnętrznego, pierwotnego  $\sum_{xkr}^{1/}$  i odpowiadający współczynnik strat dodatkowych k

m <sub>1</sub>	Udziały wyższych harmonicznych	$h_7$							
		0,25			0,35				
		$h_5$			$h_5$				
	0,4	0,5	0,6	0,4	0,5	0,6	0		
	$h_3$	$\sum_{xkr}^{1/}$							
		k							
1	0,3	1,310	1,300	1,270	1,310	1,310	1,220	1,320	
		1,889	1,946	1,974	1,963	2,027	2,047	1,635	
	0,4	0,990	0,968	0,950	0,990	0,950	0,933	1,040	
		1,580	1,582	1,591	1,628	1,594	1,597	1,494	
	0,5	0,851	0,840	0,830	0,840	0,830	0,830	0,830	
		1,472	1,474	1,473	1,486	1,486	1,504	1,421	
	0,6	0,766	0,760	0,770	0,760	0,750	0,750	0,790	
		1,421	1,413	1,449	1,431	1,421	1,430	1,403	
	2	0,3	0,590	0,560	0,550	0,550	0,550	0,525	0,710
			1,397	1,371	1,389	1,368	1,402	1,370	1,357
		0,4	0,550	0,540	0,520	0,529	0,510	0,510	0,630
			1,369	1,377	1,358	1,371	1,345	1,369	1,352
0,5		0,510	0,510	0,510	0,510	0,500	0,439	0,569	
		1,336	1,359	1,383	1,378	1,369	1,358	1,348	
0,4		0,491	0,485	0,470	0,490	0,470	0,470	0,530	
		1,353	1,351	1,325	1,383	1,336	1,349	1,338	



Tab.4.9. c.d.

m	Udziały wyż- szych harmo- nicznych	$h_7$							
		0,25			0,35			0	
		$h_5$			$h_5$			0	
		0,4	0,5	0,6	0,4	0,5	0,6	0	
$h_3$		$\frac{1}{\sum x_{kr}/k}$							
3	0,3	0,460	0,440	0,430	0,430	0,430	0,415	0,568	
		1,361	1,344	1,353	1,337	1,358	1,315	1,344	
	0,4	0,430	0,430	0,415	0,420	0,411	0,400	0,510	
		1,311	1,364	1,347	1,354	1,349	1,335	1,351	
	0,5	0,415	0,405	0,390	0,400	0,390	0,390	0,460	
		1,347	1,337	1,311	1,341	1,325	1,341	1,341	
	0,6	0,390	0,390	0,390	0,390	0,390	0,390	0,430	
		1,327	1,343	1,359	1,362	1,374	1,350	1,362	
	4	0,3	0,390	0,380	0,365	0,373	0,360	0,350	0,488
			1,341	1,349	1,334	1,347	1,331	1,322	1,338
		0,4	0,375	0,360	0,350	0,350	0,350	0,350	0,430
			1,347	1,325	1,318	1,311	1,333	1,356	1,319
0,5		0,350	0,350	0,350	0,350	0,350	0,340	0,390	
		1,317	1,339	1,354	1,361	1,380	1,357	1,315	
0,6		0,340	0,340	0,333	0,331	0,328	0,325	0,355	
		1,340	1,357	1,342	1,340	1,336	1,338	1,336	

Obliczeń tej wielkości wykonano na maszynie cyfrowej Odra 1325, wykorzystując program Min 3. Krzywe  $k/\xi_x^{1/2}$ , mają wyraźne minimum, szczególnie dla uzwojeń o większej liczbie warstw.

Zredukowaną szerokość przewodu  $\xi_x^{1/2} k_r$ , odpowiadającą grubości krytycznej, wyznaczono numerycznie metodą bisekcji, znajdując minimum funkcji /4.4.68/, wykorzystując przy tym program Min 1. Obliczenia wykonano w Ośrodku Obliczeniowym Politechniki Lubelskiej. W obliczeniach uwzględniono harmoniczne pól rozproszenia do siódmej włącznie. Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.9. Dla porównania zamieszczono rezultaty obliczeń, przeprowadzonych przy założeniu niewystępowania wyższych harmonicznych we własnym polu rozproszenia.

Wyznaczone wielkości  $\xi_x^{1/2} k_r$ , pozwalają określić krytyczne grubości przewodów ze związku /4.4.19' / lub /4.4.19" /.

Dokonując pewnych uproszczeń w zależności /4.4.66/, można w analityczny sposób wyznaczyć grubość krytyczną przewodu. Postępując jak poprzednio, uwzględniając harmoniczne w polach rozproszenia do siódmej włącznie, założymy a priori, że minimum funkcji  $k/\xi_x^{1/2}$ , występuje dla parametru  $\sqrt{7} \xi_x^{1/2} \leq 1$ . Ewentualne niespełnienie tego warunku, spowoduje rozbieżność wyników uzyskanych z uproszczonych zależności analitycznych i rozwiązania numerycznego, bazującego na dokładnym równaniu. Porównując wyniki, można ocenić przydatność do obliczeń praktycznych, rozwiązania analitycznego. Wykorzystując wspomniany warunek i zapisując zależności  $\varphi_1(\xi)$  i  $\psi(\xi)$  w postaci /4.1.53 /, wyrażenie opisujące straty w uzwojeniu, znacznie uprości się, czyli

$$\Delta P = \frac{I_I^2 z_1 l \rho_r}{\delta^{w_1} c_1} \left[ 1 + \left( F / \tilde{h}_k / \frac{m_1^2 - 0,2}{9} + F_2 / \tilde{h}_k / \frac{m_1^2}{3} \right) \left( f_1 \delta \cdot 10^{-7} \frac{n_1 w_1}{L_{u1}} \right)^2 \left( 2 \pi c_1 \right)^4 \right] \quad /4.4.69/$$

Dokonując przekształceń, uwzględniono wartość liczbową przenikalności magnetycznej środowiska  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ . Grubość krytyczną przewodu wyznaczono z warunku ekstremalizacji

$\frac{d\Delta p}{dc_1} = 0$ , otrzymując

$$c_{1kr} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\frac{L_{u1}}{n_1 w_1 f_1 \gamma \cdot 10^{-7}}}}{\sqrt{F/\tilde{h}_k / \frac{m_1^2 - 0,2}{3} + F_2/\tilde{h}_k / m_1^2}} \quad /4.4.70/$$

Podstawiając wartości, częstotliwości wejściowej, konduktywności miedzi i aluminium w temperaturze  $75^\circ\text{C}$ , grubość krytyczna przewodu wyniesie

$$c_{1kr} = a \frac{\sqrt{\frac{L_{u1}}{n_1 m_1}}}{\sqrt{F/\tilde{h}_k / m_1^2 - 0,2 / + 3F_2/\tilde{h}_k / m_1^2}} \approx a \frac{\sqrt{\frac{L_{u1}}{m_1 n_1 w_1}}}{\sqrt{F/\tilde{h}_k / + 3F_2/\tilde{h}_k /}} \quad /4.4.70'/$$

przy czym, dla uzwojeń miedzianych  $a = 1,37 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ , aluminiowych  $a = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

W przypadku uzwojeń wielowarstwowych, gdy  $m_1 \gg 3$  pominięcie składnika 0,2 w mianowniku wyrażenia /4.4.70' /, powoduje błąd nie większy niż 1%.

Porównując wyniki obliczeń numerycznych i analitycznych okazuje się, że wzory /4.4.70/, /4.4.70' / mogą być stosowane do wyliczania grubości krytycznej, gdy  $m_1 \gg 2$ . Różnica w wynikach odniesiona do rozwiązania numerycznego /tabl. 4.10/, dla uzwojenia dwuwarstwowego jest rzędu kilku procentów i maleje ze wzrostem liczby warstw. Stosując wzory analityczne dla uzwojeń jednowarstwowych, należy liczyć się z błędami kilkudziesięciu procentów.

Przykładowo podano grubości krytyczne przewodu z miedzi, wyznaczone na podstawie tabl. 4.9 oraz wzoru /4.4.70/. Przy czym, stosunek wymiarów  $\frac{n_1 w_1}{L_{u1}} = 0,79$ , udziały harmonicznych  $h_5=0,5$ ,  $h_7=0,25$ ,  $h_3=0,3$ .

Obliczone parametry wyniosą  $F/h_k/=7,857$ ,  $F_2/h_k/=0,517$ . Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.10

Tabl.4.10

Obliczono na podstawie	Liczba warstw uzwojenia $m_1$							
	1	2	3	4	5	6	8	10
	$c_{2kr}$ w mm							
tabl.4.9	15,2	6,55	5,15	4,45	-	-	-	-
wzoru 4.4.70	-	6,24	5,06	4,38	3,91	3,57	3,09	2,76

Dla uzwojeń aluminiowych, podane wartości ulegają powiększeniu w stosunku ok. 1,28:

Gdy założyć niewystępowanie wyższych harmonicznych we własnym strumieniu rozproszenia rozpatrywanego uzwojenia, wyznaczone grubości krytyczne, dla uzwojeń wielowarstwowych uległyby powiększeniu ok.28 %, a w przypadku jednowarstwowego, pozostałyby praktycznie bez zmiany.

Podobnie jak w poprzednich przypadkach, wzrost liczby warstw uzwojenia przyczynia się do zmniejszenia grubości krytycznej, a jeżeli  $m_1 \geq 3$  zmiany zachodzą w takim samym stosunku jak dla uzwojeń transformatora.

Pole obce, poprzez parametr  $F_2/h_k/$ , wpływa na wymiar krytyczny przewodu. Dwukrotny wzrost udziału trzeciej harmonicznej w przepływie, powoduje zmniejszenie się  $c_{1kr}$ , dla uzwojeń jednowarstwowych ok. 40 %, a wielowarstwowych 7 - 13 %.

Współczynnik strat dodatkowych odpowiadający wymiarowi krytycznemu, dla spotykanych udziałów harmonicznych w polu rozproczenia, jest znaczny dla uzwojeń jednowarstwowych i przekracza niekiedy liczbę 2. Zmniejsza się ze wzrostem liczby warstw uzwojenia i wynosi dla dwuwarstwowych 1,35 - 1,4, trójwarstwowych 1,31 - 1,38, czterowarstwowych 1,3 - 1,37.

Wyznaczone w rozdz. 4.4.3 współczynniki i wskaźniki strat dodatkowych można odnieść i do innych mnożników częstotliwości. Stosować będą się, do uzwojeń pierwotnych wewnętrznych transformatora "gwiazdowego" oraz środkowych pierwotnych transformatorów łączonych w zygzak, potrójacze z wyjściem trójfazowym [3, 35, 42, 50, 99, 130, 147]. Zależności te można dostosować do obliczeń współczynnika  $k$ , dla uzwojeń pierwotnych o wspomnianej konfiguracji, transformatorowego dziewięciokrotnika [53, 129].

Należy przy tym, we wskaźniku zależnym od pola obcego, wielkość  $\sqrt{3} \xi_x^{1/2}$  zastąpić przez  $\sqrt{9} \xi_x^{1/2}$ .

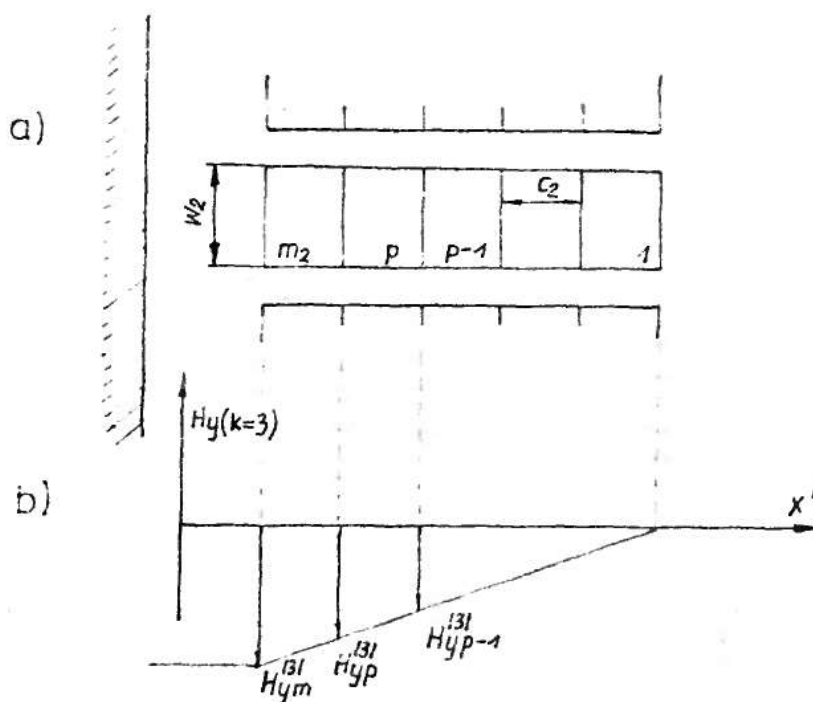
Wyznaczone grubości krytyczne przewodów, dotyczą również uzwojeń pierwotnych, wewnętrznych "gwiazdowych" oraz środkowych łączonych w zygzak transformatorów potrójacze z wyjściem trójfazowym, nie obowiązują dla dziewięciokrotnika.

Przy rozpatrywanej konfiguracji uzwojeń, przeprowadzone rozważania dotyczyły jedynie uzwojenia pierwotnego. Aby zagadnienie poznać lepiej oraz uzyskać całość wyników, należy również przeprowadzić analizę strat dodatkowych dla uzwojenia wtórnego, usytuowanego na zewnątrz i będzie to, przedmiotem kolejnego rozdziału pracy.

4.4.4. Uzwojenie wtórne, zewnętrzne

4.4.4.a. Wskaźnik strat dodatkowych

W obszarze uzwojenia wtórnego występuje pole rozproszenia trzeciej harmonicznej, wytworzone przez prąd wtórny. Strumień rozproszenia uzwojenia pierwotnego, na zewnątrz tegoż uzwojenia jest pomijalny, zatem jego wpływ na powodowanie strat dodatkowych w uzwojeniu wtórnym zewnętrznym nie będzie uwzględniany.



Rys.4.50. Oznaczenia do obliczania strat w uzwojeniu wielowarstwowym, zewnętrznym wtórnym, transformatora potrójaczo

a/ przekrój elementu uzwojenia

b/ rozkład trzeciej harmonicznej pola magnetycznego od przepływu wtórnego

Natężenie pola magnetycznego trzeciej harmonicznej, zmienia się liniowo wzdłuż szerokości uzwojenia, a na powierzchniach poszczególnych warstw przyjmuje takie same wartości, jak dla uzwojenia wewnętrznego wtórnego, co opisują równania /4.4.23/.



Wychodząc z określonego rozkładu pola rozproszenia w obszarze uzwojenia, można analogicznie jak w dotychczas rozpatrywanych przypadkach, wyznaczać straty mocy i współczynnik strat dodatkowych dla uzwojenia. Prościej sposobem będzie jednak, oparcie się na wynikach rozważań zamieszczonych w rozdz. 4.4.2. pracy. Wystarczy poninąć w uzyskanych wzorach, wielkości charakteryzujące pole obce, otrzymując tym samym, wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych oraz grubość krytyczną przewodu, dla uzwojenia zewnętrznego wtórnego. Czyli, współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy przyjmie postać

$$k_p = 1 + \varphi_1\left(\frac{\xi^{3/4}}{x}\right) + p/p+1/\psi\left(\frac{\xi^{3/4}}{x}\right) \quad /4.4.71/$$

Określa on wpływ pola własnego na wartość strat dodatkowych, przyjmuje charakterystyczną formę, podobną dla uzwojenia pierwotnego i wtórnego, niezależną od usytuowania uzwojenia.

Srednią wartość współczynnika strat dodatkowych określa równanie

$$k = 1 + \alpha_{2wir} \quad /4.4.72/$$

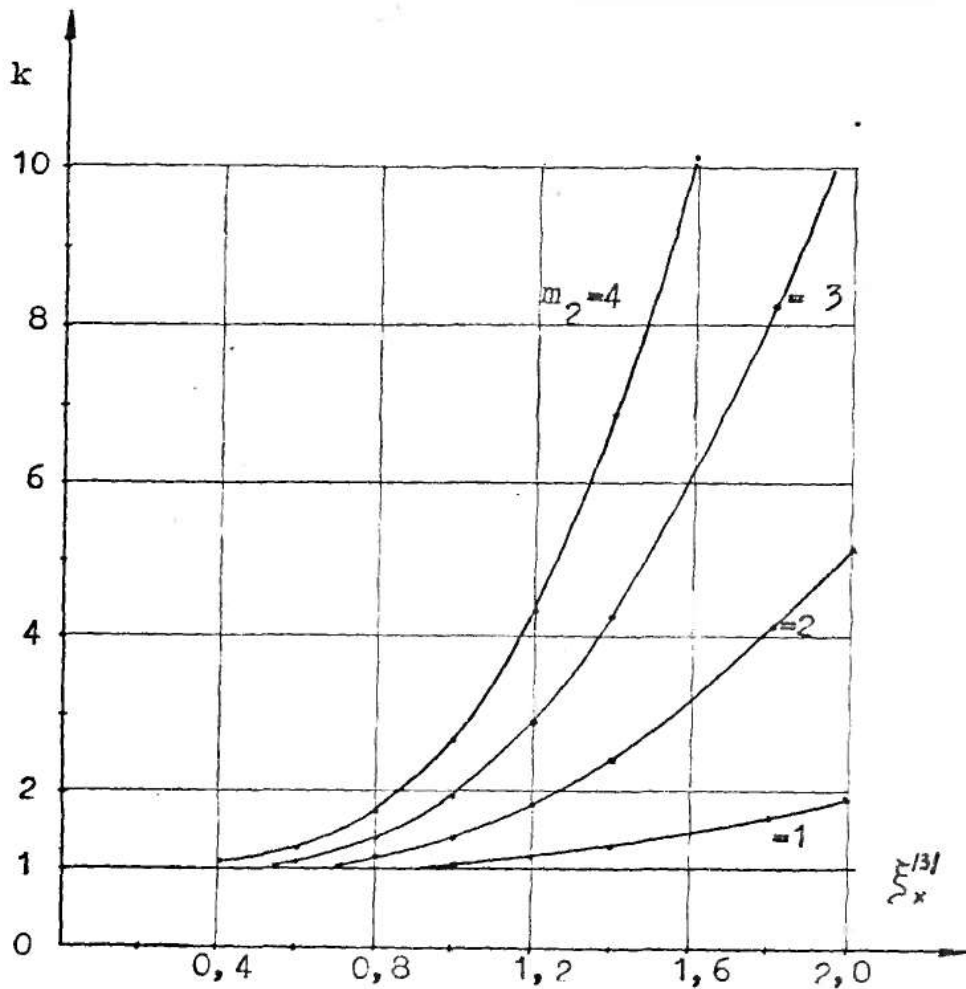
przy czym

$$\alpha_{2wir} = \varphi_1\left(\frac{\xi^{3/4}}{x}\right) + \frac{1}{3} /n_2^2 - 1/ \psi\left(\frac{\xi^{3/4}}{x}\right)$$

stanowi wskaźnik strat dodatkowych w uzwojeniu zewnętrznym wtórnym

Wykorzystując program Min 3, dokonano obliczeń numerycznych współczynnika strat  $k$ , a jego przebiegi przedstawiono na rys. 4.31. Podobnie jak w już przeanalizowanych przypadkach, tak i tu, występuje wyraźny wzrost współczynnika strat w uzwojeniu, szczególnie przy większych wartościach parametru  $\frac{\xi^{3/4}}{x}$  oraz dla uzwojeń wielowarstwowych. Szerokość przewodu, odpowiadająca zredukowanej szerokości  $\frac{\xi^{3/4}}{x}$ , wyznaczyć można ze wzoru /4.4.35 .





Rys.4.31. Współczynnik strat dodatkowych uzwojenia o  $m_2$  warstwach, w funkcji zredukowanej szerokości przewodu dla trzeciej harmonicznej pola rozproszenia

Przytoczone zależności można znacznie uprościć jeżeli założyć, że  $\xi_x^{3/4} \ll 1$ . Korzystając wówczas z rozwinięć w szereg potęgowy i biorąc /4.1.53/ oraz dokonując przekształceń, współczynnik strat dla przewodów p-tej warstwy i wskaźnik strat w uzwojeniu, wynoszą

$$k_p = 1 + \frac{1}{3} / p^2 - p + \frac{4}{15} / \xi_{2x}^4 \quad /4.4.73/$$

$$\alpha_{2wir} = \frac{1}{9} / m_2^2 - 0,2 / \xi_{2x}^4 \quad /4.4.74/$$

przy czym wielkość  $\xi_{2x}^4$  oblicza się według /4.4.39/

Wspomniany warunek ogranicza od góry przedział szerokości uzwojenia, w którym można stosować wzory uproszczone. W oparciu o definicję zredukowanej szerokości przewodu dla pola podłużnego mamy

$$c_2 \leq \sqrt{\frac{w'_2}{w_2} \frac{2}{3 \omega \mu_0 \gamma}} \quad /4.4.75/$$

gdzie  $\omega = 2 \pi f_1$

Podstawiając wartości  $\mu_0$  i  $\gamma_{Cu}, \gamma_{Al}$  w temperaturze  $75^\circ C$  oraz częstotliwość wejściową  $f_1 = 50$  Hz, otrzymamy

dla przewodów miedzianych

$$c_2 \leq 5,99 \sqrt{\frac{w'_2}{w_2}} \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad /4.4.75'/$$

dla przewodów aluminiowych

$$c_2 \leq 7,7 \sqrt{\frac{w'_2}{w_2}} \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad /4.4.75''/$$

Wyznaczona górna granica szerokości jest większa, niż dla uzwojenia wewnętrznego wtórnego, wobec nieuwzględniania w danym przypadku, obcego pola rozproszenia.

W celu oszacowania wartości współczynników strat, rozważono uzwojenie miedziane /  $\gamma_{Cu=75^\circ C} = 47 \cdot 10^6 \text{ S/m}$  /, nawinięte przewodem prostokątnym o grubości 4 mm, stosunku wymiarów  $\frac{n_2 w_2}{L_{u2}} = 0,75$ , gdy częstotliwość wejściowa potrójająca  $f_1 = 50$  Hz.

Wyznaczono wartości liczbowe wskaźnika strat dodatkowych  $\delta_{2wir}$  i współczynników strat, średniego dla całego uzwojenia  $k$  oraz w warstwie wewnętrznej  $k_{p=m_2}$ .

Ponieważ szerokość przewodu rozpatrywanego uzwojenia spełnia warunek /4.4.75'/, do obliczeń stosowane będą wzory uproszczone.

Parametr  $\xi_{2x}$ , grający rolę zredukowanej szerokości przewodu dla pola podłużnego wynosi

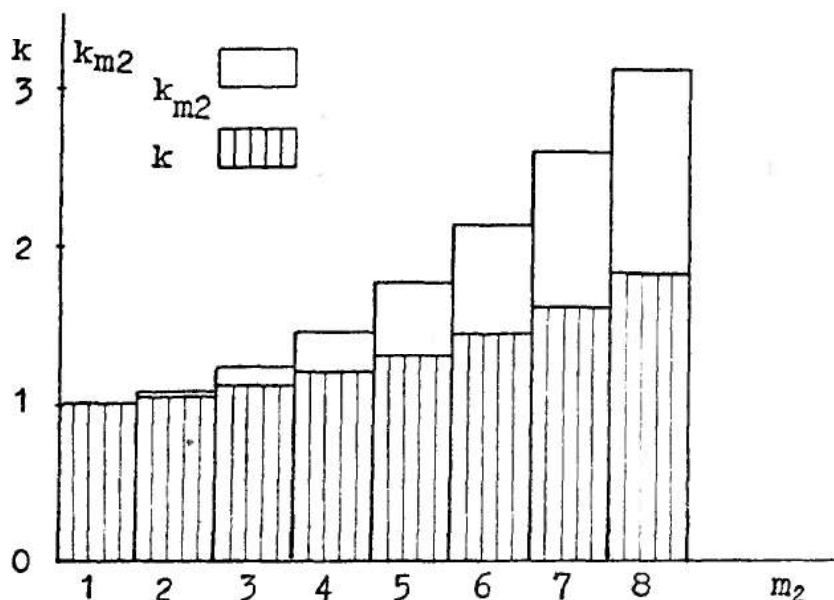
$$\xi_{2x} = 2 \pi \cdot 0,004 \sqrt{0,75 \cdot 3 \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7}} \approx 0,578$$

Wskaźnik i współczynniki strat obliczono według wzorów /4.4.72/,

/4,4,73/, /4.4.74/. Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.11, a ich ilustrację graficzną przedstawia rys. 4.32

Tabl.4.11

Wskaźnik i współczynniki strat dodatkowych	Liczba warstw uzwojenia $m_2$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\delta_{2wir}$	0,04	0,047	0,110	0,197	0,309	0,446	0,607	0,794
$k=1 + \delta_{2wir}$	1,01	1,047	1,11	1,197	1,309	1,446	1,607	1,794
$k_{p=m_2}$	1,01	1,085	1,234	1,458	1,757	2,130	2,586	3,10



Rys.4.32. Zależność współczynników strat dodatkowych, średniego  $k$  oraz dla warstwy wewnętrznej  $k_{p=m_2}$  od liczby warstw uzwojenia

Podobnie jak dla uzwojenia pierwotnego, warstwa wewnętrzna jest siedliskiem największych strat i stwarza możliwość lokalnych przegrzań. W rozważanym przypadku, przykładowo w uzwojeniu pięciowarstwowym, straty dodatkowe w warstwie najbliższej rdzenia osiągają 76 % strat podstawowych, gdy średnie w całym uzwojeniu, tylko 30 %.

Wyznaczone zależności, określające wskaźnik i współczynniki strat, dotyczą również uzwojeń o przewodach równoległych w pał- ni przeplecionych. Obowiązują w różnych stanach pracy, ale w stanie jałowym tracą sens fizyczny.

Wyznaczony współczynnik strat dodatkowych, pozwala przepro- wadzić rozważania nad grubością krytyczną przewodu.

#### 4.4.4.b. Grubość krytyczna przewodu

Aby określić grubość krytyczną przewodu, można przeprowa- dzić podobne rozważania jak w rozdz. 4.4.1 - 4.4.3. Wystarczy jednak skorzystać z rozwiązania podanego w rozdz. 4.4.2.b, po- mijając parametr charakteryzujący obce pole rozproszenia.

Sumaryczne straty w uzwojeniu wyniosą

$$\Delta P = I_{II}^2 \frac{z_2 l_{\sigma r}}{g_2 \delta w_2 \sqrt{\frac{w_2'}{w_2} \frac{2}{3 \omega \mu_0 \delta}} \xi_x^{3/2}} \frac{k}{\xi_x^{3/2}} \quad /4.4.76/$$

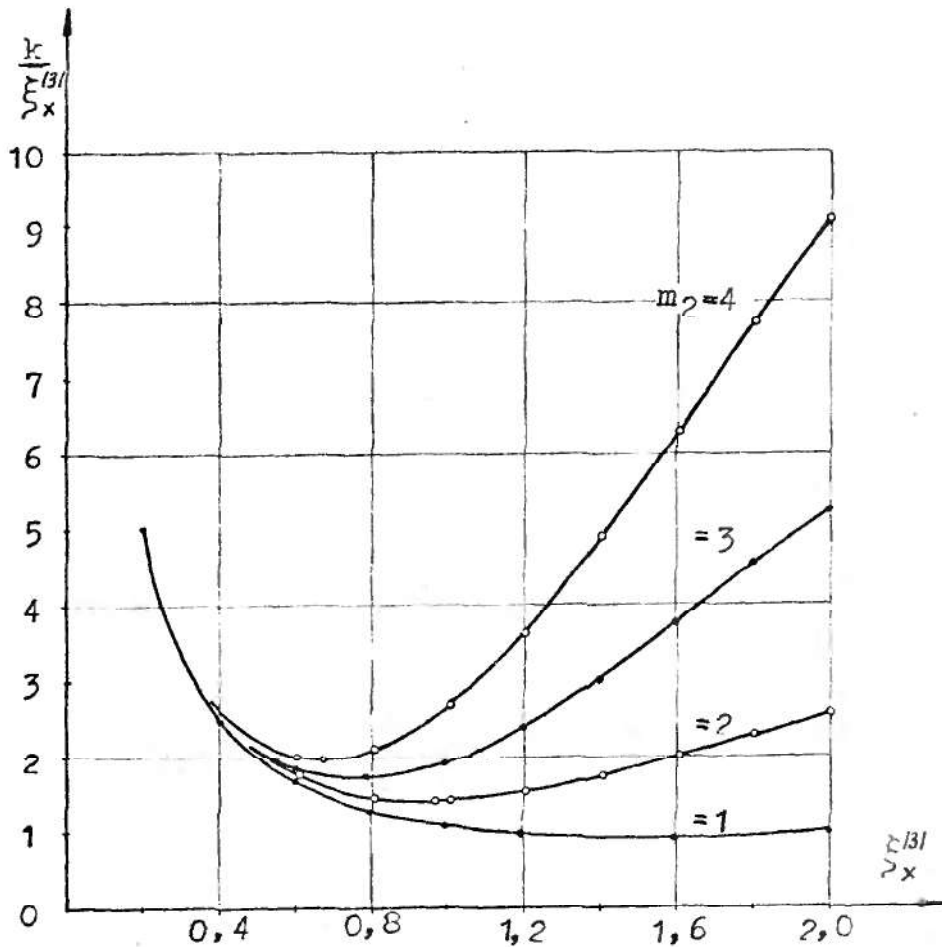
przy czym, stosunek współczynnika strat dodatkowych i zredukowa- nej szerokości przewodu dla składowej osiowej pola rozproszenia, wynosi

$$\frac{k}{\xi_x^{3/2}} = \frac{1}{\xi_x^{3/2}} \left[ 1 + \psi \left( \xi_x^{3/2} \right) + \frac{1}{3} /m_2^2 - 1/ \psi \left( \xi_x^{3/2} \right) \right] \quad /4.4.77/$$

oznaczenia i objaśnienia do wzorów /4.4.76/, /4.4.77/ są analo- giczne jak w rozdz. 4.4.2.

Przebiegi wielkości  $k/\xi_x^{3/2}$  dla uzwojeń 1,2,3 i 4 warstwowych podaje rys. 4.33. Obliczeń tej wielkości, dokonano na maszynie cyfrowej w oparciu o program Min 5. Podobnie, jak w dotychczas przeanalizowanych przypadkach, funkcja /4.4.77/ posiada minimum, dla określonych parametrów  $\xi_x^{3/2}$ , odpowiadających wymiarowi kry- tycznemu przewodu. Wyznaczenia krytycznej, zredukowanej szerokości

przewodu  $\xi_{xkr}^{/3/}$ , dokonano numerycznie, metodą bisekcji, wykorzystując program Min 1. Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.12, jakkolwiek były już w pracy cytowane i zamieszczone są w tabl. 4.6. Wyznaczone wartości  $\xi_{xkr}^{/3/}$ , pozwalają określić grubość krytyczną przewodu w analogiczny sposób, jak w rozdz. 4.4.2.



Rys.4.33. Przebiegi  $k/\xi_x^{/3/}$ , dla uzwojenia wtórnego, wewnętrznego o różnej liczbie wartsw.

Tabl. 4.12. Wartości krytycznej, zredukowanej szerokości przewodu, uzwojenia zewnętrznego, wtórnego  $\xi_{xkr}^{/3/}$  i odpowiadający współczynnik strat dodatkowych k

Wyszczególnienie	Liczba warstw uzwojenia			
	1	2	3	4
$\xi/3/\gamma_{xkr}$	1,570	0,960	0,771	0,670
k	1,440	1,347	1,340	1,351

Bazując na rozważaniach rozdz. 4.4.2.b, łatwo można znaleźć grubość krytyczną przewodu, wyrażoną w postaci analitycznej. Przyjąć należy jednak warunek, że  $\xi^3/x \leq 1$ , co odpowiada grubości przewodu, wyrażonej przez /4.4.75/. Pomijając w wytwarzaniu strat dodatkowych, udział obcego pola rozproszenia i przyjmując we wzorze /4.4.47/  $F/n_k = 0$ , otrzymano

$$c_{2kr} = \frac{-1}{2\pi} \frac{\sqrt{\frac{L_{u2}}{n_2 w_2} \cdot 3f_1 \gamma \cdot 10^{-7}}}{\sqrt[4]{\frac{m_2^2 - 0,2}{3}}} \quad /4.4.73/$$

Jeżeli uwzględnić wartości, częstotliwości obwodu wtórnego  $3f_1 = 150$  Hz, konduktywność miedzi i aluminium w temperaturze  $75^\circ\text{C}$ , grubość krytyczną przyjmie postać

$$c_{2kr} = a \frac{\sqrt{\frac{L_{u2}}{n_2 w_2}}}{\sqrt[4]{m_2^2 - 0,2}} \quad /4.4.76'/$$

w której, dla uzwojeń miedzianych  $a = 0,739 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ , aluminiovych  $a = 1,013 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ . Dla uzwojeń wielowarstwowych gdy  $m_2 \geq 3$ , składnik 0,2 można pominąć, a błąd nie przekroczy 1%, otrzymamy wówczas

$$c_{2kr} = a \sqrt{\frac{L_{u2}}{m_2 n_2 w_2}} \quad /4.4.78''/$$

Porównując wyniki obliczeń numerycznych i uproszczonych analitycznych, można wnioskować, że dla uzwojeń wielowarstwowych  $/m_2 \geq 2/$ , do wyznaczania grubości krytycznej przewodu, można sto-

sować wzór /4.4.78'/. Różnica w wynikach, odniesiona do rozwiązania numerycznego, dla uzwojenia dwuwarstwowego jest rzędu kilku procentów i maleje ze wzrostem liczby warstw.

Przykładowo podano grubości krytyczne przewodów z miedzi, wyznaczone na podstawie rozwiązania numerycznego oraz wzoru /4.4.78'/. Przy czym, stosunki wymiarów wynoszą  $\frac{n_2 w_2}{L_{u2}} = 0,745$ . Wyniki zestawiono w tabl. 4.13.

Tabl. 4.13

Obliczenia	Liczba warstw uzwojenia $m_2$							
	1	2	3	4	5	6	8	10
	$c_{2kr}$ w mm							
numeryczne	10,9	6,66	5,35	4,65	-	-	-	-
ze wzoru /4.4.78/	8,35	6,55	5,31	4,66	4,10	3,74	3,23	2,89

Dla uzwojeń aluminiowych, podane wartości ulegają powiększeniu w stosunku 1,28.

Wraz z rosnącą liczbą warstw uzwojenia, grubość krytyczna przewodu zmniejsza się, a dla uzwojeń wielowarstwowych w takim samym stosunku, jak dla uzwojeń transformatorów.

Współczynnik strat dodatkowych, odpowiadający wymiarowi krytycznemu, wynosi dla uzwojeń jednowarstwowych 1,44, dwu, trój i czterowarstwowych 1,3 - 1,35.

Wyznaczone w rozdz. 4.4.4 wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych, obowiązują również dla uzwojeń wtórnych, zewnętrznych transformatorowego potrójnika z wyjściem trójfazowym [3, 35, 42, 50, 99, 130, 147]. Wyrażając we wzorach /4.4.71 /, /4.4.72 / zredukowaną szerokość przewodu przez  $k$ -tą harmoniczną, można je stosować dla uzwojeń zewnętrznych, wtórnych, transformatorowych mnożników częstotliwości o krotności  $k$ , np.: pięciokrotników, siedmiokrotników, dziewięciokrotników.



#### 4.5. Straty dodatkowe w uzwojeniach z przewodu okrągłego

Straty dodatkowe w uzwojeniach transformatorów, wykonanych z przewodu o przekroju kołowym, przy stosowanych w praktyce średnicach /do 3 mm/, są niewielkie i w obliczeniach nie są uwzględniane. W uzwojeniach transformatorowych potrajaćy częstotliwości, z racji występowania w ich obszarze pól magnetycznych o różnych częstotliwościach i rozkładach przestrzennych, wartości strat dodatkowych mogą przybierać bardziej znaczące wartości. Analiza tych strat, będzie przedmiotem niniejszego rozdziału. Wyznaczone zostaną dla różnych konfiguracji uzwojeń cylindrycznych pierwotnego i wtórnego, wskaźniki strat dodatkowych w uzwojeniach, pozwalające oszacować wartości liczbowe tych strat.

##### 4.5.1. Uzwojenie pierwotne, zewnętrzne

W obszarze uzwojenia pierwotnego występują harmoniczne pola magnetycznego /1,5,7.../ powodowane przepływem pierwotnym. Pomijamy tu, pola magnetyczne wytwarzane przez przepływ wtórny uzwojenia wewnętrznego.

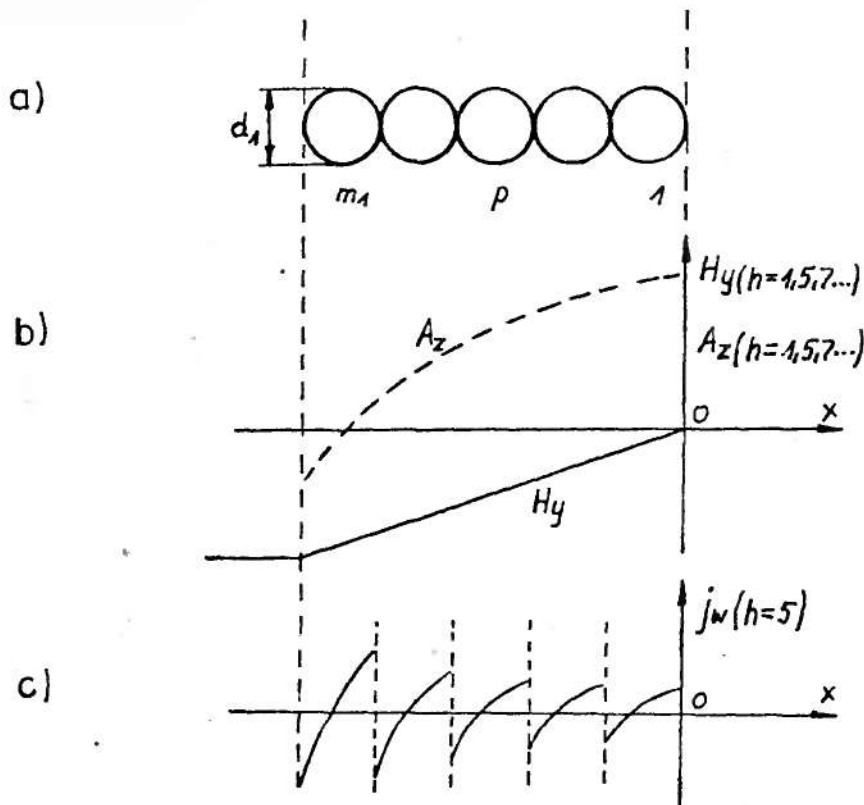
Rozkłady pól magnetycznych wzdłuż szerokości uzwojenia dla harmonicznych /1,5,7.../ podaje rys.4.34.

Przyjmując początek układu współrzędnych na zewnętrznej powierzchni uzwojenia, potencjał wektorowy pól magnetycznych ma postać

$$A_z/h = 1,5,7... = -\mu_0 \alpha_I j_{oI} \frac{x^2}{2} + C_1 \quad /4.5.1/$$

Posiłkując się zależnościami /4.1.13/, /4.2.5/, /4.5.1/ można zapisać ogólne równanie, określające rozkład gęstości prądu wyrównawczego "pierwszego stopnia" w przewodach uzwojenia

$$j_w = -\alpha_I \mu_0 \delta \frac{1}{2} \left( \hat{J}_1 \omega \sin/\omega t + \beta_1 / + \hat{J}_5 5\omega \sin/5 + \beta_5 / + \dots \right) x^2 + C \quad /4.5.2/$$



Rys.4.34. Oznaczenia do obliczania strat dodatkowych w uzwojeniu wielowarstwowym zewnetrznym pierwotnym transformatora potrajacza

a/ przekrój uzwojenia; b/ rozkład potencjałów pól magnetycznych oraz natężeń pól magnetycznych w obszarze uzwojenia; c/ rozkład piętej harmonicznej gęstości prądu wyrównawczego w przewodach uzwojenia dla argumentu  $5\omega t = \frac{\pi}{2} - \beta_5$

Stałą  $C$  w /4.5.2/ wyznaczymy biorąc pod uwagę, że  $\int_S \vec{j}_w d\vec{S} = 0$

$$\int_{y_1}^{y_2} \int_{-pd_1}^{-/p-1/d_1} j_w dx dy = 0 \quad /4.5.3/$$

$$\text{gdzie } y_1 = -\sqrt{\frac{d_1^2}{2} - /x+pd-\frac{d_1}{2}/^2}$$

$$y_2 = \sqrt{\frac{d_1^2}{2} - /x+pd-\frac{d_1}{2}/^2}$$

Wprowadzając oznaczenie  $w = x + d_1/p - \frac{1}{2}$  i dokonując zmiany gra-

nie całkowania, zapis /4.5.3/ przymie postać

$$\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \left\{ -\frac{\mu_0 \gamma \alpha_I}{2} 2 \left( \hat{J}_1 \omega \sin \omega t + \beta_1 / + \dots \right) \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 - w^2} \left( w^2 - 2wd + \right. \right. \\ \left. \left. + d^2/p - \frac{1}{2}/^2 \right) + 2 \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 - w^2} C \right\} dw = 0 \quad /4.5.4/$$

Ponieważ, jak można wykazać zachodzą zwięzki

$$\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - w^2} w^2 dw = \frac{\pi}{8} \left(\frac{d}{2}\right)^4$$

$$\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - w^2} w dw = 0 \quad /4.4.5/$$

$$\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - w^2} dw = \frac{\pi}{2} \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

co uwzględniając z równania /4.5.4/ określono stałą całkowania

$$C = \alpha_I \frac{\mu_0 \gamma}{2} \left( \hat{J}_1 \omega \sin \omega t + \beta_1 / + \hat{J}_5 5 \omega \sin 5 \omega t + \beta_5 / + \dots \right) \left[ x^2 - d_1^2 \left( \frac{1}{16} + \right. \right. \\ \left. \left. + /p - \frac{1}{2}/^2 \right) \right] \quad /4.5.6/$$

Gęstość prądu wyrównawczego w p-tej warstwie uzwojenia pierwotnego wyniesie

$$j_w = -\alpha_I \mu_0 \gamma \frac{1}{2} \left( \hat{J}_1 \omega \sin \omega t + \beta_1 / + \dots \right) \left[ x^2 - d_1^2 \left( \frac{1}{16} + /p - \frac{1}{2}/^2 \right) \right] \quad /4.5.7/$$

Przykładowo, rozkład piątej harmonicznej gęstości prądu wyrównawczego w przewodach uzwojenia dla argumentu  $5\omega t = \frac{\pi}{2} - \beta_5$  przedstawiono na rys. 4.34.

Ponieważ harmoniczne prądu wyrównawczego "pierwszego stopnia" są przesunięte w fazie o kąt  $\frac{\pi}{2}$  względem harmonicznych prądu

o rozkładzie równomiernym, kwadrat wartości skutecznej gęstości wypadkowej prądu w dowolnym miejscu przekroju, można wyrazić zależnością

$$J^2 = J_{oI}^2 + J_w^2 \quad /4.5.8/$$

gdzie  $J_{oI}^2 = \frac{1}{2} / J_1^2 + J_5^2 + J_7^2 + \dots /$

$$J_w^2 = \frac{\alpha_I^2}{2} / \frac{\omega \mu_0 \gamma}{2} /^2 \left[ J_1^2 + 5^2 J_5^2 + 7^2 J_7^2 + \dots \right] \left[ x^2 - d^2 \left( \frac{1}{16} + /p - \frac{1}{2} / \right) \right]^2$$

Współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy

$$k_p = \frac{\Delta P_{\text{nod}} + \Delta P_{\text{dod}}}{\Delta P_{\text{pod}}} \quad /4.5.9/$$

gdzie

$$P_{\text{pod}} = J_{oI}^2 \pi \frac{d_1^2}{4} l_{sr} \rho - \text{straty mocy w jednym zwoju przy równomiernej gęstości prądu.}$$

$$P_{\text{dod}} = \int_{y_1}^{y_2} \int_{-pd_1}^{-/p-1/d_1} J_w^2 l_{sr} \rho \, dx \, dy - \text{straty dodatkowe w zwoju p-tej warstwy}$$

$\rho$  - rezystywność materiału uzwojenia

$l_{sr}$  - średnia długość zwoju

granice całkowania  $y_1, y_2$  należy przyjąć analogicznie jak we wzorze /4.5.3/

Współczynnik strat dodatkowych /4.5.9/ przyjmie postać

$$k_p = 1 + \frac{J_1^2 + 5^2 J_5^2 + 7^2 J_7^2 + \dots}{J_1^2 + J_5^2 + J_7^2 + \dots} / \frac{\omega \mu_0 \gamma}{2} /^2 \alpha_I^2 \frac{4}{\pi d^2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{-pd_1}^{-/p-1/d_1} \left[ x^2 - d^2 \left( \frac{1}{16} + /p - \frac{1}{2} / \right) \right]^2 dx \, dy \quad /4.5.10/$$

Przyjmując oznaczenia

$$F/h_k / = \frac{J_1^2 + 5^2 J_5^2 + 7^2 J_7^2 + \dots}{J_1^2 + J_5^2 + J_7^2 + \dots} = \frac{1 + 5^2 h_5^2 + 7^2 h_7^2 + \dots}{1 + h_5^2 + h_7^2 + \dots}$$

gdzie 
$$h_k = \frac{\hat{J}_k}{\hat{J}_1} = \frac{\hat{I}_k}{\hat{I}_1}; \quad k = 5, 7, \dots$$

$$\eta = \frac{\omega \mu_0 \gamma}{2} / 2$$

oraz obliczając całkę

$$\int_{y_1 - p d_1}^{y_2 - p d_1} \int_{-p d_1}^{p d_1} \left[ x^2 - d_1^2 \left( \frac{1}{16} + \frac{1}{p} - \frac{1}{2} / 2 \right) \right]^2 dx dy = \frac{\pi d_1^6}{2} / 4 p^2 - 4 p + \frac{17}{16} /$$

współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy, wyniesie

$$k_p = 1 + \frac{1}{4} F / h_k / \eta \alpha_I^2 d_1^4 / p^2 - p + \frac{17}{64} / \quad /4.5.11/$$

Wskaźnik  $k_p$  ma podobną strukturę jak dla uzwojeń z przewodów profilowych. Dla warstw wewnętrznych uzwojenia, występuje wzrost strat dodatkowych, podobnie jak w uzwojeniu wewnętrznym transformatora.

Średni współczynnik wzrostu strat dla m warstw uzwojenia wyniesie

$$k = \frac{1}{m_1} \sum_{p=1}^{p=m_1} k_p = 1 + \frac{1}{4} F / h_k / \eta \alpha_I^2 d_1^4 \left( \frac{1}{m_1} \sum_{p=1}^{p=m_1} p^2 - \frac{1}{m_1} \sum_{p=1}^{p=m_1} p + \frac{17}{64} \right) /4.5.12/$$

Uwzględniając zależności /4.5.11/ współczynnik k przyjmie postać

$$k = 1 + F / h_k / \eta \alpha_I^2 d_1^4 \frac{m_1^2 - 0,2}{12} \quad /4.5.13/$$

wyrażenie

$$F / h_k / \eta \alpha_I^2 d_1^4 \frac{m_1^2 - 0,2}{12} = \alpha_{wir} \quad /4.5.14/$$

stanowi wskaźnik strat dodatkowych, wskutek prądów wirowych w uzwojeniu pierwotnym

Straty dodatkowe w uzwojeniu podaje wzór

$$\Delta P_{dod} = \alpha_{wir} \Delta P_{pod} \quad /4.5.15/$$

Wprowadzając oznaczenie

$$\xi_{1x} = 2\pi d_1 \sqrt{\frac{n_1 d_1}{L_{u1}}} f_1 \gamma \cdot 10^{-7} \quad /4.5.16/$$

przy czym

$f_1$  - częstotliwość podstawowej harmonicznej prądu pierwotnego

$$[\gamma] = 1 \text{ S/m}, [f_1] = 1 \text{ Hz}, [d_1] = 1 \text{ m}$$

wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{\text{wir}}$  wyniesie

$$\alpha_{\text{wir}} = F/h_k / \frac{m_1^2 - 0,2}{19,45} \xi_{1x}^4 \quad /4.5.17/$$

Wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{\text{wir}}$ , obowiązuje dla różnych stanów pracy potrącająca, zaś wpływ zawartości harmonicznych w prądzie pierwotnym na jego wartość uwzględnia parametr  $F/h_k$ . Przebiegi  $F/h_k$  dla różnych warunków obciążenia podano w rozdz. 4.4.1.

Wskaźnik strat dodatkowych dla uzwojeń z przewodu okrągłego jest o 53,7% mniejszy, niż dla uzwojeń z przewodu profilowego, dla tej samej wartości zredukowanej średnicy /szerokości/ przewodu  $\xi_{1x}$  i jednakowym udziale wyższych harmonicznych w prądzie.

Jeżeli wyrazić współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy, przez zredukowaną średnicę przewodu, otrzymany

$$k_p = 1 + 0,1542 F/h_k / p^2 + \frac{17}{64} \xi_{1x}^4 \quad /4.5.18/$$

W celu obliczenia wartości współczynników strat dodatkowych, rozważono uzwojenie miedziane  $[\gamma_{\text{Cu}75^\circ\text{C}} = 47 \cdot 10^6 \text{ S/m}]$ , nawinięte przewodem o średnicy  $d_1 = 3 \text{ mm}$ , stosunku wymiarów  $\frac{n_1 d_1}{L_{u1}} = 0,75$ , gdy  $F/h_k = 8$  i jeżeli częstotliwość podstawowej harmonicznej prądu wynosi  $f_1 = 50 \text{ Hz}$ . Wyznaczono wartości liczbowe współczynników strat dla warstwy zewnętrznej  $k_{p=1}$ , warstwy wewnętrznej  $k_{p=m_1}$  oraz średniego  $k$ .

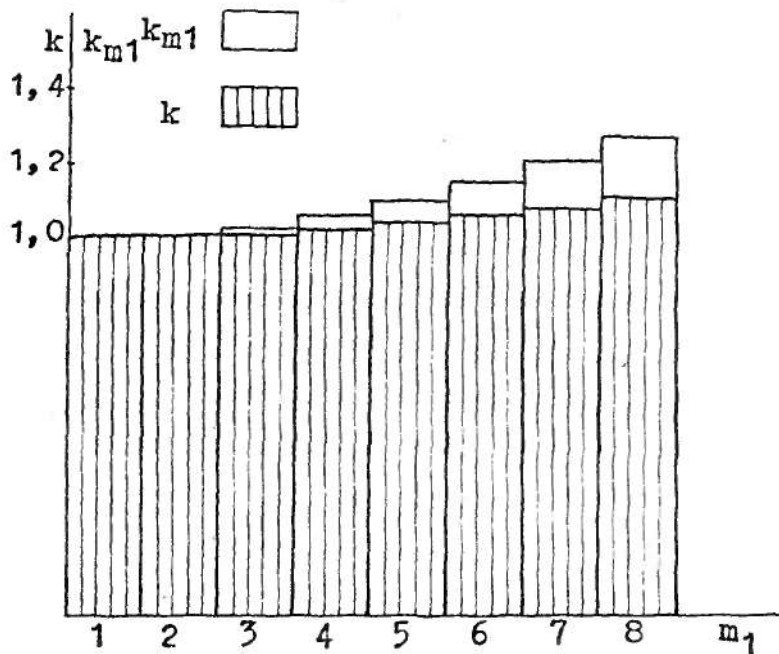
Zredukowana średnia przewodu dla pola osiowego wynosi

$$\xi_{1x} = 2 \pi \cdot 0,003 \sqrt{0,75 \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7}} \approx 0,250$$

Współczynniki strat dodatkowych, obliczono według zależności /4.5.13/, /4.5.18/, wyniki obliczeń zestawiono w tabl.4.14 oraz przedstawiono na rys. 4.35.

Tabl. 4.14

Współczynnik strat dodatkowych	Liczba warstw uzwojenia $m_1$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$k_{p=1}$	1,001							
$k_{p=m_1}$	1,001	1,011	1,030	1,059	1,099	1,146	1,204	1,271
$k=1+\alpha$	1,001	1,006	1,014	1,025	1,040	1,058	1,078	1,103



Rys.4.35. Zależność współczynników strat dodatkowych, średniego  $k$  oraz dla warstwy wewnętrznej  $k_{p=m_1}$  od liczby warstw uzwojenia



Przyjmując nawet górną średnicę przewodów  $d_1=3$  mm/, stosowanych na uzwojenia transformatorów, straty dodatkowe są niewielkie, osiągają wartość ok. 10 % strat podstawowych, dopiero dla uzwojenia ośmiowarstwowego. Gdyby przewody były aluminiowe, straty dodatkowe uległyby zmniejszeniu w stosunku  $\frac{\chi_{Al}}{\delta_{Cu}}^2$  i wyniosłyby 34,3 % otrzymanych rezultatów /tabl. 4.14/.

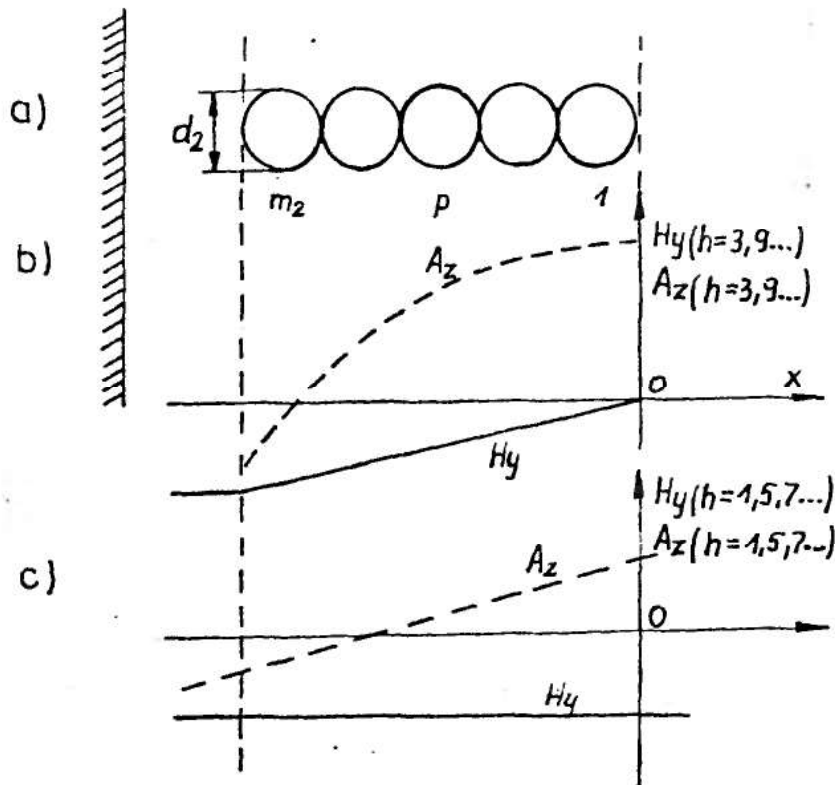
Zmniejszenie średnicy drutu nawojowego, powoduje istotne zmniejszenie wskaźnika strat i przykładowo przy średnicy  $d_1=2$  mm, wyniesie 19,7 % obliczonych wyżej wartości wskaźnika strat.

Pomimo odkształcenia prądu pierwotnego, które powoduje wzrost strat dodatkowych w stosunku  $F/h_k$ /, średni współczynnik strat w uzwojeniu k jest bliski jedności, jedynie współczynnik strat dla warstwy wewnętrznej, szczególnie gdy  $m_1 > 5$ , osiąga bardziej znaczące wartości.

Wyznaczone wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych obowiązują również, dla uzwojeń nawiniętych przewodami równoległymi w pełni przeplecionymi. Można je stosować dla uzwojeń zewnętrznych, pierwotnych, transformatorów potrójnych z wyjściem trójfazowym i dziewięciokrotnika [3, 35, 42, 50, 53, 99, 129, 130, 147].

#### 4.5.2. Uzwojenie wtórne, wewnętrzne

W obszarze uzwojenia wtórnego występują harmoniczne pola magnetyczne, powodowane przepływem pierwotnym i wtórnym. Rozkłady tych pól, wzdłuż szerokości uzwojenia podaje rys. 4.36. Straty dodatkowe w uzwojeniu, będą powodowane własnym polem rozproszenia oraz polem rozproszenia uzwojenia zewnętrznego. Wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{2wir}$  w uzwojeniu wtórnym wewnętrznym, wywołanych własnym polem rozproszenia, napiszemy opierając się na uprzednio wyprowadzonych zależnościach w rozdz.4.5.1.



Rys. 4.36. Oznaczenia do obliczania strat dodatkowych w uzwojeniu wielowarstwowym, wewnętrznym, wtórnym transformatora potrójacza

a/ przekrój uzwojenia

b/, c/ rozkład potencjałów wektorowych pól magnetycznych oraz natężeń pól magnetycznych w obszarze uzwojenia, powodowanych przepływem wtórnym i pierwotnym

Z uwagi na prostoliniowy rozkład pola magnetycznego w obszarze uzwojenia, wskaźnik  $\alpha_{2wir}$  będzie miał taką samą formę jak wskaźnik strat dodatkowych dla uzwojenia zewnętrznego pierwotnego. Wystarczy uwzględnić tylko, odpowiednią zmianę indeksów oznaczeń i właściwą częstotliwość.

W oparciu o zależność /4.5.17/, mamy

$$\alpha_{2wir} = \frac{m_2^2 - 0,2}{19,45} \left. \vphantom{\frac{m_2^2 - 0,2}{19,45}} \right\} \begin{matrix} 4 \\ 2x \end{matrix} \quad /4.5.19/$$

gdzie  $\left. \vphantom{\frac{n_2 d_2}{L_{u2}}} \right\} \begin{matrix} 4 \\ 2x \end{matrix} = 2 \pi d_2 \sqrt{\frac{n_2 d_2}{L_{u2}} \cdot 3f_1 \gamma \cdot 10^{-7}}$

Wskaźnik strat dodatkowych w uzwojeniu wtórnym, wewnętrznym  $\alpha_{1wir}$ , powodowanych polem rozproszenia uzwojenia pierwotnego, zewnętrznego, zostanie wyprowadzony. Przyjmując początek układu współrzędnych na zewnętrznej powierzchni uzwojenia, potencjał wektorowy pola magnetycznego, warunkowany przepływem pierwotnym w obszarze uzwojenia wtórnego, wyniesie

$$A_{z/h=1,5,7\dots} = \mu_0 \alpha_I j_{oI} b_1 x + C \quad /4.5.20/$$

Uwzględniając /4.1.13/, /4.2.5/, /4.5.20/ gęstość prądu dodatkowego "pierwszego stopnia" w przewodach uzwojenia, zaindukowanego przez pole rozproszenia uzwojenia pierwotnego, zewnętrznego ma postać

$$j_w = \alpha_{II} \mu_0 j \left( \hat{J}_1 \omega \sin/\omega t + \beta_1 / + \hat{J}_5 \omega \sin/5\omega t + \beta_5 / + \dots \right) b_1 x + C \quad /4.5.21/$$

Prądy wyrównawcze zamykają się w obrębie danego uzwojenia, stałą całkowania C wyznaczamy stosując wzór  $\int_S \vec{J}_w \cdot d\vec{S} = 0$  otrzymamy

$$\int_{y_1}^{y_2} \int_{-pd_2}^{-/p-1/d_2} j_w \cdot d x \cdot d y = 0 \quad /4.5.22/$$

gdzie  $y_1 = -\sqrt{\frac{d_2}{2} / 2} - /x + pd_2 - \frac{d_2}{2} / 2$

$y_2 = \sqrt{\frac{d_2}{2} / 2} - /x + pd_2 - \frac{d_2}{2} / 2$

Wprowadzając oznaczenie  $w = x + d_2/p - 1/2$ , dokonując zmiany granic całkowania równanie /4.5.22/ przyjmie postać

$$\int_{-\frac{d_2}{2}}^{\frac{d_2}{2}} \left[ \mu_0 \delta \alpha_I \left( \hat{J}_1 \omega \sin/\omega t + \beta_1 / + 5 \omega \hat{J}_5 \sin/5 \omega t + \beta_5 / + \dots \right) 2 \sqrt{\frac{d_2}{2} / 2 - w^2} \left( w - d_2/p - \frac{1}{2} \right) b_1 + \right. \\ \left. + 2 \sqrt{\frac{d_2}{2} / 2 - w^2} c \right] dw = 0 \quad /4.4.23/$$

Uwzględniając zależności /4.5.5/, z równania /4.5.23/ stała całkowania wyniesie

$$c = \mu_0 \delta \alpha_I \left( \omega \hat{J}_1 \sin/\omega t + \beta_1 / + \hat{J}_5 5 \omega \sin/5 \omega t + \beta_5 / + \dots \right) b_1 d_2/p - \frac{1}{2} \quad /4.5.24/$$

Gęstość prądu wyrównawczego w p-tej warstwie uzwojenia wtórnego ma postać

$$j_w = \mu_0 \delta \alpha_I \left( \omega \hat{J}_1 \sin/\omega t + \beta_1 / + \hat{J}_5 5 \omega \sin/5 \omega t + \beta_5 / + \dots \right) \left( x + d_2/p - \frac{1}{2} \right) b_1 \quad /4.5.25/$$

Uwzględniając /4.2.6/ /4.5.25/, kwadrat wartości skutecznej gęstości prądu w dowolnym miejscu przekroju przewodu

$$J^2 = J_{oII}^2 + J_w^2 \quad /4.5.26/$$

gdzie

$J_{oII}^2 = \frac{1}{2} \hat{J}_2^2 + \dots$  - kwadrat wartości skutecznej gęstości prądu o rozkładzie równomiernym w zwójach uzwojenia wtórnego

$$J_w^2 = \frac{1}{2} / \omega \mu_0 \delta /^2 \alpha_I^2 / \hat{J}_1^2 + 5^2 \hat{J}_5^2 + 7^2 \hat{J}_7^2 + \dots / \left( x - d_2/p - \frac{1}{2} \right)^2 b_1^2 -$$

- kwadrat wartości skutecznej gęstości prądu wyrównawczego, indukowanego przez pole rozproszenia uzwojenia pierwotnego

Zależność /4.5.26/ nie ujmuje gęstości prądu wyrównawczego, powodowanego poprzez zmienne własne pole rozproszenia.

Współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy

$$k_p' = \frac{\Delta P_{pod} + \Delta P_{dod}}{\Delta P_{pod}} \quad /4.5.27/$$

gdzie  $\Delta P_{pod} = J_{0II}^2 \frac{\pi d_2^2}{4} l_{sr} \rho$  - straty mocy w jednym zwoju przy równomierniej gęstości prądu

$$\Delta P_{dod} = \int_{y_1}^{y_2} \int_{-pd_2}^{-/p-1/d_2} J_w^2 \rho l_{sr} dx dy$$
 - straty dodatkowe w zwoju p-tej warstwy

$\rho$  - rezystywność materiału uzwojenia

$l_{sr}$  - średnia długość zwoju

granice całkowania  $y_1, y_2$  należy przyjąć takie jak we wzorze /4.5.22/

Biorąc pod uwagę powyższe można napisać

$$k_p' = 1 + \frac{J_1^2 + 5^2 J_5^2 + 7^2 J_7^2 + \dots}{J_2^2} \frac{\omega \mu_0 \rho}{2} \alpha_I^2 \frac{16 b_1^2}{\pi d_2^2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{-pd_2}^{-/p-1/d_2} \left(x + d_2/p - \frac{1}{2}\right)^2 dx dy \quad /4.5.28/$$

Wprowadzając oznaczenia

$$F/n_k' = n_1^2 + 5^2 n_5^2 + 7^2 n_7^2 + \dots$$

gdzie  $n_k = \frac{J_k}{J_2}$  - udziały poszczególnych harmonicznych gęstości prądu, względem harmonicznej podstawowej obwodu wtórnego.  
 $k=1, 5, 7, \dots$

$$\eta = \frac{\omega \mu_0 \rho}{2}$$

oraz wykonując obliczenia z wykorzystaniem /4.5.5/, współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy, ujmujący wpływ

na wielkość strat, przepływu obcego /wtórnego/ ma postać

$$k_p = 1 + \frac{1}{4} F/n_k / \eta b_1^2 \alpha_I^2 d_2^2 \quad /4.5.29/$$

Straty dodatkowe w uzwojeniu wtórnym, powodowane przepływem pierwotnym są jednakowe dla wszystkich warstw uzwojenia, zatem średni współczynnik wzrostu strat dla  $n_2$  warstw jest równy współczynnikowi  $k_p$ .

$$\text{Wielkość } \frac{1}{4} F /n_k / \eta b_1^2 \alpha_I^2 d_2^2 = \alpha_{1wir} \quad /4.5.30/$$

stanowi wskaźnik strat dodatkowych w uzwojeniu wtórnym wewnętrznym, wywołanych przepływem obcym, tzn. uzwojenia pierwotnego zewnętrznego.

Wprowadzając oznaczenia

$$\xi_{2x} = 2 \sqrt{\pi} d_2 \sqrt{\frac{n_2 d_2}{L_{u2}}} 3 f_1 \gamma 10^{-7}$$

przy czym:  $3f_1$  - częstotliwość obwodu wyjściowego, mnożnika

$$[\gamma] = 1 \text{ S/m}; [f_1] = 1 \text{ Hz}, [d_2] = 1 \text{ m}$$

$$\xi = \frac{n_1 n_1 d_1^2}{n_2 d_2^2}$$

i dokonując przekształceń, wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{1wir}$  wyniesie

$$\alpha_{1wir} = F/n_k / \frac{1}{59,36} \xi_{2x}^4 \xi^2 \quad /4.5.31/$$

Biorąc pod uwagę wyznaczone wskaźniki strat dodatkowych  $\alpha_{1wir}$  i  $\alpha_{2wir}$ , współczynnik wzrostu strat dla uzwojenia wtórnego wewnętrznego ma postać

$$k = 1 + \alpha_{1wir} + \alpha_{2wir} \quad /4.5.32/$$

Straty dodatkowe w uzwojeniu wtórnym określa wzór

$$P_{\text{dod}} = (\alpha_{1wir} + \alpha_{2wir}) \Delta P_{\text{pod}} \quad /4.5.33/$$

Współczynnik  $F/n_k$ , ujmujący wpływ harmonicznych gęstości prądu

na wartość wskaźnika strat dodatkowych w uzwojeniu, niekiedy wygodnie jest przedstawiać jako funkcję harmonicznych prądu. Oznaczając

$$F/\tilde{n}_k/ = n_1^2 + 5^2 n_5^2 + 7^2 n_7^2 + \dots$$

$$n_k = \frac{\hat{I}'_k}{\hat{I}'_2}, \quad k = 1, 5, 7$$

gdzie  $\hat{I}'_k$  - amplitudy k-tych harmonicznych prądu przeliczone na stronę wtórną np.  $\hat{I}'_5 = \hat{I}'_5 \frac{z_1}{z_2}$

Można stwierdzić, że

$$F/\tilde{n}_k/ = F/\tilde{n}_k/ \frac{m_2^2 n_2^2 / 2}{m_1 n_1} / \frac{d_2^2}{d_1^4} \quad /4.5.34/$$

zatem, wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{2wir}$  zachowa poprzednią postać /4.5.19/, a wskaźnik  $\alpha_{1wir}$  ulegnie modyfikacji

$$\alpha_{1wir} = F/\tilde{n}_k/ \frac{m_2^2}{58,36} \sum_{2x}^4 \quad /4.5.35/$$

Przydatnym w praktyce jest niekiedy, współczynnik strat dla przewodów p-tej warstwy. Wyrażając go przez zredukowaną średnicę przewodu i zapisując, jako zależny od własnego oraz obcego pola rozproszenia, przyjmie postać

$$k_p = 1 + 0,1542/p^2 - p + \frac{17}{64} \sum_{2x}^4 + \alpha_{1wir} \quad /4.5.36/$$

Wyznaczone wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych mają podobną strukturę, jak dla uzwojeń z przewodów profilowych. Wskaźniki strat powodowanych polem rozproszenia własnym i obcym stanowią 46,3 % wartości wskaźników dla wspomnianych uzwojeń, przy tej samej wartości zredukowanej średnicy /szerokości/ przewodu  $\sum_{2x}$  oraz jednakowych udziałach harmonicznych  $n_k$ . Stosunek wskaźników  $\alpha_{1wir}$  i  $\alpha_{2wir}$  wyraża się analogicznie, jak dla uzwojeń z przewodów profilowych, określony jest zależnością /4.4.42/.



Uwagi poczynione w rozdz. 4.4.2, dotyczące wskaźników strat od pola obcego i własnego dla uzwojeń z przewodów profilowych, wyrażonych w formie uproszczonej, są słuszne również dla wskaźników, uzwojeń z drutów okrągłych. Zaznaczyć jednak należy, że wyznaczone wskaźniki obowiązują w różnych stanach pracy porajacza, za wyjątkiem stanu jałowego, gdyż za bazę odniesienia przyjęto straty podstawowe w uzwojeniu wtórnym, które wówczas są równe zeru.

W celu oszacowania wartości współczynników i wskaźników strat, rozważono uzwojenie miedziane  $\gamma_{Cu75^{\circ}C} = 47 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , nawinięte przewodem o średnicy  $d_2=3\text{mm}$ , stosunku wymiarów  $\frac{n_2 d_2}{L_{sr/2}} = 0,75$ , gdy parametr  $F/n_k = 100$ , a częstotliwość podstawowej harmonicznej prądu pierwotnego  $f_1=50 \text{ Hz}$ . Wyznaczono wartości wskaźników strat dodatkowych  $\alpha_{1wir}$ ,  $\alpha_{2wir}$ , współczynników strat, dla warstwy wewnętrznej  $k_{p=m_2}$  oraz średniego w całym uzwojeniu  $k$ .

Zredukowana średnica przewodu wynosi

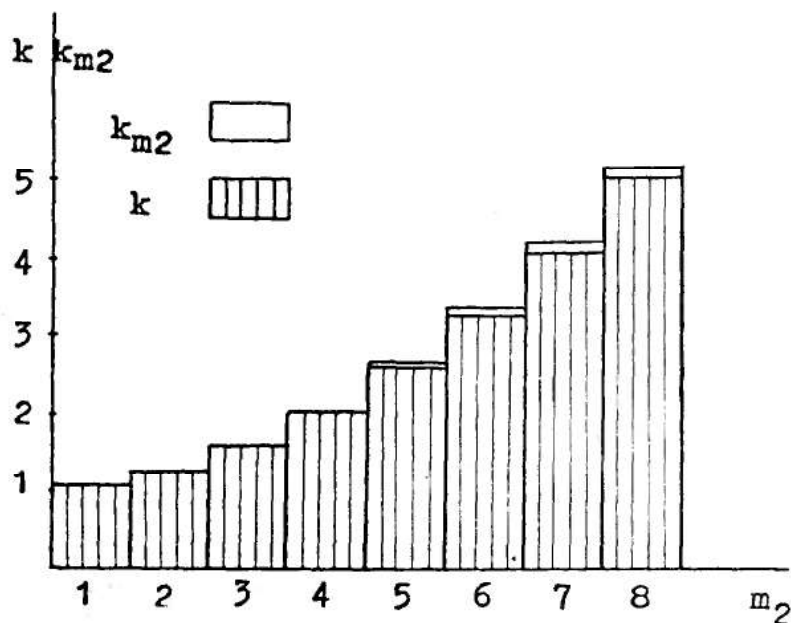
$$\xi_{2x} = 2 \pi \cdot 0,003 \sqrt{0,75 \cdot 3 \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7}} \approx 0,4334$$

Wartości wskaźników strat obliczono według wzorów /4.5.19/, /4.5.35/, a współczynników na podstawie /4.5.32/, /4.5.36/.

Wyniki obliczeń zestawiono w tabl.4.15 oraz przedstawiono na rys. 4.37

Tabl.4.15

Wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych	Liczba warstw uzwojenia $m_2$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha_{1wir}$	0,061	0,242	0,544	0,967	1,511	2,176	2,962	3,869
$\alpha_{2wir}$	0,0015	0,0069	0,15	0,029	0,045	0,065	0,089	0,116
$k=1+\alpha_{1wir}+\alpha_{2wir}$	1,0625	1,249	1,56	1,996	2,556	3,241	4,051	4,985
$k_{p=m_2}$	1,0625	1,254	1,578	2,034	2,621	3,341	4,192	5,175



Rys. 4.37. Zależność współczynników strat dodatkowych, średniego  $k$  i dla warstwy wewnętrznej od liczby warstw uzwojenia

Straty dodatkowe od obcego pola rozproszenia, są znacznie większe od strat warunkowanych polem własnym, a w rozpatrzonym przykładzie niekiedy większe, niż straty podstawowe w uzwojeniu.

Wskaźnik strat dodatkowych od pola obcego, jest jednakowy dla wszystkich warstw, a ponieważ przyjmuje znaczące wartości, wpływa na wyrównywanie się strat w poszczególnych warstwach uzwojenia.

Duże wartości średniego współczynnika strat dodatkowych, wskazują na potrzebę określenia średnicy krytycznej przewodu uzwojenia. Przeprowadzając podobne rozważania jak w rozdz. 4.4.2.b i przyjmując, że  $\frac{n_2 d_d}{L_{u2}} = \text{const}$ , wyznaczono średnicę krytyczną przewodu, która wynosi

$$d_{2kr} = a \frac{\sqrt{\frac{L_{u2}}{n_2 d_2}}}{\sqrt[4]{F/\tilde{n}_k/m_2^2 + 3/m_2^2 - 0,2/}}$$

dla uzwojeń miedzianych  $a = 1,657 \cdot 10^{-2}$  m, aluminiowych  $a = 2,128 \cdot 10^{-2}$  m, jeżeli  $F/n_k/\gg 3$ , średnica krytyczna przewodu przyjmie postać

$$d_{2kr} = a \frac{\sqrt{\frac{L_{u2}}{m_2 n_2 d_2}}}{\sqrt{F/n_k/}} \quad /4.5.37 /$$

Przykładowo wyznaczono na podstawie /4.5.37 /, średnice krytyczne przewodu z miedzi, przyjmując  $\frac{n_2 d_2}{L_{u2}} = 0,745$ ,  $n_1 = 2,5$ ,  $n_5 = 1,5$ ,  $n_7 = 1$ . Wyniki zestawiono w tabl. 4.16.

Tabl.4.16

Wyszczególnienie		Liczba warstw uzwojenia $m_2$							
		1	2	3	4	5	6	8	10
$d_{2kr}$	mm	5,88	4,15	3,39	2,93	2,63	2,40	2,08	1,86

Odpowiadający wyznaczonym średnicom krytycznym, współczynnik strat dodatkowych jest znaczny i wynosi 2.

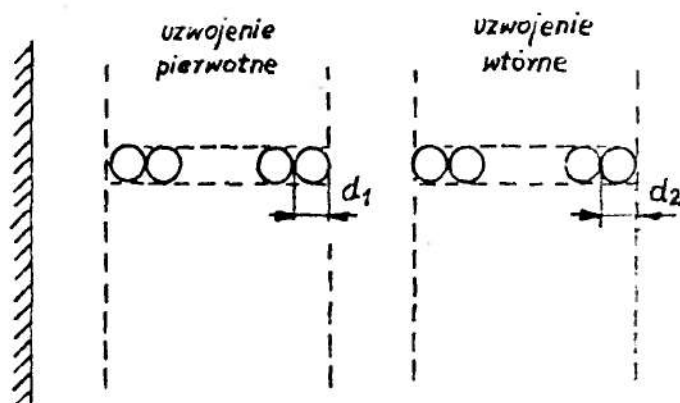
Przyjmując uzwojenia aluminiowe, podane w tabl. 4.16 wartości należy zwiększyć o 28 %. Okazuje się, że średnice krytyczne są mniejsze, od największej stosowanej na uzwojenia  $/d_2 = 3$  mm/, dopiero dla uzwojeń o większej liczbie warstw. W podanym przykładzie ma to miejsce, gdy  $m_2 \geq 4$ , lecz przyjmując na przykład  $F/n_k/ = 25$   $m_2 \geq 8$ .

Podane wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych, można również stosować, /co łatwo wykazać/ do uzwojeń nawiniętych przewodami równoległymi w pełni przeplecionymi. Obowiązują też, dla uzwojeń wtórnych przyrdzeniowych, transformatorów "gwiazdowych" i łączonych w zygzak, potrójnym z wyjściem trójfazowym [3, 35, 42, 50, 99, 130, 147]. Można je dostosować do obliczeń

współczynnika strat dodatkowych  $k$ , dla uzwojeń wtórnych, przyrdzeniowych dziewięciokrotnika, uwzględniając właściwą częstotliwość wyjściową  $/9 f_1/$ , przy określaniu zredukowanej średnicy przewodu oraz zastępując dzielnik 58,36 przez 525,24 we wskaźniku strat od pola obcego  $\alpha_{1wir}^2$ .

#### 4.5.3. Uzwojenie wtórne, zewnętrzne

Podobnie jak w rozdz. 4.4.3 i 4.4.4 rozważymy przypadek usytuowania uzwojeń, gdy zewnętrznym jest uzwojenie wtórne, wewnętrznym pierwotne. W obszarze uzwojenia wtórnego, występują harmoniczne pola magnetyczne podzielne przez trzy z których znaczącą wartość ma trzecia. Pole rozproszenia uzwojenia pierwotnego, na zewnątrz tego uzwojenia jest pomijalne i jego wpływ na wytwarzanie strat dodatkowych w uzwojeniu wtórnym nie będzie uwzględniany.



Rys.4.38. Usytuowanie uzwojeń transformatora potrójacza, analizowane w rozdz. 4.5.3 i 4.5.4

W celu wyznaczenia wskaźnika i współczynnika strat dodatkowych, najprościej jest posłużyć się wynikami z rozdz. 4.5.2 dotyczącego uzwojenia wtórnego, wewnętrznego. W myśl przyjętych założeń, rozkład pola magnetycznego trzeciej harmonicznej w obszarze uzwojenia wtórnego, w obydwu przypadkach nie ulega

zmianie, a pomijając obecność pola obcego  $F/\underline{n}_k/=0$ , otrzymamy szukane wskaźniki i współczynniki strat.

Wskaźnik strat dodatkowych w uzwojeniu wtórnym wyniesie

$$\sigma_{2wir} = \frac{m_2^2 - 0,2}{19,45} \xi_{2x}^4 \quad /4.5.38/$$

gdzie

$$\xi_{2x} = 2\pi d_2 \sqrt{\frac{n_2 d_2}{L_{u2}} 3 f_1 \delta \cdot 10^{-7}}$$

Współczynnik wzrostu strat w uzwojeniu wtórnym, określa zależność 4.1.18.

Podobnie, współczynnik strat dla przewodów p-tej warstwy przyjmie postać

$$k_p = 1 + 0,1542 /p^2 - p + \frac{17}{64} / \xi_{2x}^4 \quad /4.5.39/$$

Wskaźnik strat dodatkowych /4.5.38/ ma strukturę, jak wskaźniki wyznaczone w rozdz. 4.5.1, 4.5.2, określające wpływ własnego pola rozproszenia na wartość strat dodatkowych. Obowiązuje w różnych stanach obciążenia potrajacza.

Dla uzwojenia miedzianego o  $m_2$  warstwach, nawiniętego przewodem o średnicy  $d_2 = 3$  mm, stosunku wymiarów  $\frac{n_2 d_2}{L_{u2}} = 0,75$ , przy częstotliwości wejściowej  $f_1 = 50$  Hz, wyznaczono wartości liczbowe wskaźnika strat dodatkowych i współczynników strat, średniego dla całego uzwojenia  $k$  oraz w warstwie wewnętrznej  $k_{p=m_2}$ .

Zredukowana średnica przewodu wynosi

$$\xi_{2x} = 2\pi 0,003 \sqrt{0,75 \cdot 3 \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7}} = 0,4334$$

Wskaźniki i współczynniki strat obliczono na podstawie wzorów /4.5.38/, /4.1.18/, 4.5.39/, wyniki zestawiono w tabl. 4.17,

Tabl. 4.17

Wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych	Liczba warstw uzwojenia $m_2$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha_{2wir}$	0,0015	0,0069	0,016	0,029	0,045	0,065	0,089	0,116
$k=1 + \alpha_{2wir}$	1,0015	1,0069	1,016	1,029	1,045	1,065	1,089	1,116
$k_{p=m_2}$	1,0015	1,012	1,034	1,067	1,110	1,165	1,230	1,306

Podobnie jak dla uzwojenia pierwotnego, zewnętrznego, warstwa najbliższa rdzenia jest siedliskiem największych strat, niemniej straty dodatkowe są niewielkie, nawet przy największej średnicy stosowanej na uzwojenia  $/d = 3 \text{ mm}/$ . Średni współczynnik strat w uzwojeniu jest odpowiednio mniejszy i osiąga ok. 10% strat podstawowych, dopiero dla uzwojeń ośmiowarstwowych. Zmniejszenie średnicy przewodu, jak też zastąpienie materiału przewodu na aluminium, powoduje istotne zmalenie wskaźnika strat dodatkowych - uwagi analogiczne jak w rozdz. 4.5.1.

Wyprowadzone wskaźnik i współczynnik strat dodatkowych odnoszą się również do uzwojeń nawiniętych przewodami równoległymi w pełni przeplecionymi. Można je też stosować dla uzwojeń zewnętrznych, wtórnych, transformatorów potrójaczą z wyjściem trójfazowym [3, 35, 42, 50, 99, 130, 147]. Przystosowując je do obliczeń dla uzwojeń dziewięciokrotnika, uwzględnić należy właściwą częstotliwość obwodu wyjściowego  $/9 f_1/$ , określając zredukowaną średnicę przewodu  $\xi_{2x}$ .

#### 4.5.4. Uzwojenia pierwotne, wewnętrzne

W obszarze uzwojenia pierwotnego, zewnętrznego występują strumienie rozproszenia, wytwarzane przez prąd wtórny i pierwotny, zaś rozkłady przestrzenne pól rozproszenia własnego i obcego, zasadniczo różnią się /rys. 4.9./. Straty dodatkowe w przewodach uzwojenia, powodowane strumieniami rozproszenia, można określić, wprowadzając wskaźniki strat dodatkowych od pola obcego i własnego. Wskaźniki strat dodatkowych będą wyznaczone, wykorzystując rozważania z rozdz. 4.5.1 i 4.5.2.

Określenie wskaźnika strat dodatkowych dla uzwojenia pierwotnego, wywołanych jego własnym polem rozproszenia.

Z uwagi na prostoliniowy rozkład własnego pola rozproszenia, wzdłuż szerokości uzwojenia, wskaźnik strat dodatkowych przyjmie analogiczną postać, jak dla uzwojenia zewnętrznego, pierwotnego, czyli

$$\alpha_{1wir}^{p} = F/h_k / \frac{m_1^{2-0,2}}{19,45} \xi_{1x}^4 \quad /4.5.40 /$$

przy czym, parametr określający wzrost strat dodatkowych, wskutek odkształcenia prądu  $F/h_k /$  oraz zredukowana średnica przewodu  $\xi_{1x}$ , wynoszą

$$F/h_k / = \frac{1+5^2 h_5^2 + 7^2 h_7^2 + \dots}{1+ h_5^2 + h_7^2 + \dots}$$

gdzie

$$h_k = \frac{\hat{I}_k}{\hat{I}_1} = \frac{\hat{I}_k}{\hat{I}_1} ; k = 5, 7 \dots$$

oraz

$$\xi_{1x} = 2 \pi d_1 \sqrt{\frac{n_1 d_1}{L_{u1}} f_1 \gamma \cdot 10^{-7}}$$

Określenie wskaźnika strat dodatkowych dla uzwojenia pierwotnego, wywołanych obcym polem rozproszenia



W obszarze uzwojenia pierwotnego, rozkład pola obcego /trzeciej harmonicznej/ jest stałowartościowy. Dla rozpatrywanego rozkładu pola magnetycznego, został wyprowadzony w rozdz. 4.5.2 wskaźnik strat dodatkowych, lecz dotyczący uzwojenia wtórnego. Na podstawie zależności /4.5.31/, dostosowując oznaczenia, uwzględniając występowanie trzeciej harmonicznej w obcym polu rozproszenia oraz zastępując parametr  $F/\tilde{n}_k$  przez  $F_2/h_k$ , otrzymamy

$$\alpha_{2wir} = \frac{1}{4} F_2/h_k / \eta b_2^2 \alpha_2^2 d_1^2 \quad /4.5.41/$$

gdzie

$$F_2/h_k = \frac{3^2 h_3}{1+h_5^2+h_7^2+\dots} = \frac{3^2 h_3}{T/h_k}$$

$$h_k = \frac{\hat{J}_k}{\hat{J}_1} \quad k = 1, 3, 5, 7, \dots$$

Wprowadzając zredukowaną średnicę przewodu  $\xi_{1x}$ , wskaźnik strat dodatkowych  $\alpha_{2wir}$  przyjmie postać

$$\alpha_{2wir} = \frac{1}{48} F_2/h_k / \lambda^2 \xi_{1x}^4 \quad /4.5.42/$$

gdzie

$$\lambda = \frac{m_2 n_2 d_2^2}{n_1 d_1^2}$$

Zapisując parametr  $F_2/h_k$ , jako funkcję udziałów harmoniczych  $h_k = \frac{\hat{I}'_k}{\hat{I}'_1}$ , gdzie  $\hat{I}'_k$  - amplituda k-tej harmonicznej prądu, przeliczona na stronę pierwotną i uwzględniając, że

$$F_2/h_k = F_2/\tilde{n}_k // \frac{m_1 n_1}{m_2 n_2} /^2 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^4 \quad /4.5.43 /$$

wskaźnik strat dodatkowych ulegnie przekształceniu, czyli

$$\alpha_{2wir} = \frac{1}{6,48} F_2/\tilde{n}_k / m_1^2 \xi_{1x}^4 \quad /4.5.44/$$

Znając wskaźniki strat dodatkowych, ujmujące wpływ własnego i obcego pola rozproszenia na wielkość strat, można określić

średni współczynnik wzrostu strat, otrzymujemy zatem

$$k = 1 + \alpha_{1wir} + \alpha_{2wir} \quad /4.5.45/$$

Podobnie wyznacza się współczynnik strat dodatkowych dla przewodów p-tej warstwy  $k_p$ , który przyjmuje postać

$$k_p = 1 + 0,1542 F/h_k / p^2 - p + \frac{17}{64} \sum_{1x}^4 + \alpha_{2wir} \quad /4.5.46/$$

Podane wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych mają podobną strukturę, jak dla uzwojeń z przewodów profilowych. Wskaźniki strat stanowią 46,3 % tychże, dla uzwojeń z przewodów profilowych, przy tej samej wartości zredukowanej średnicy /szerokości/ przewodu i jednakowych udziałach harmonicznych w polach rozproszenia uzwojeń. Stosunek wskaźników strat dodatkowych, powodowanych polem obcym i własnym, ma analogiczną postać, jak dla uzwojeń z przewodów profilowych i wyraża się wzorem /4.4.65/.

Uwagi podane w rozdz. 4.4.3, dotyczące wskaźników  $\alpha_{1wir}$  i  $\alpha_{2wir}$  wyrażonych w formie uproszczonej, są słuszne dla wskaźników, uzwojeń z drutów okrągłych. Wyznaczone wskaźniki i współczynniki, obowiązują we wszystkich stanach pracy z tym, że w stanie jałowym  $\alpha_{2wir}$  przyjmuje wartość równą zeru.

W celu oszacowania wartości wskaźników i współczynników strat dodatkowych rozważono uzwojenie nawinięte przewodem miedzianym o średnicy 3 mm, stosunku wymiarów  $\frac{n_2 d_2}{L_{u2}} = 0,75$ . Wartości parametrów wynoszą  $F/h_k = 8$ ,  $F_2/h_k = 1,5$ , częstotliwość podstawowej harmonicznej prądu pierwotnego  $f_1 = 50$  Hz. Wyznaczono wartości wskaźników  $\alpha_{1wir}$  i  $\alpha_{2wir}$  oraz współczynników strat dla warstwy wewnętrznej  $k_{p=m_1}$  i średniego w całym uzwojeniu  $k$ .

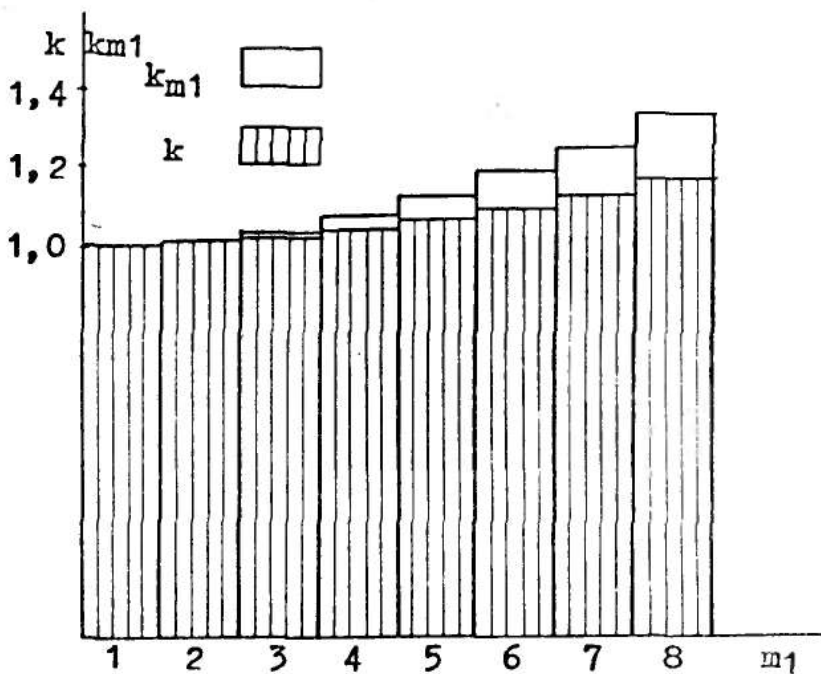
Zredukowana średnica przewodu wynosi

$$\xi_{1x} = 2\pi 0,003 \sqrt{0,75 \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7}} \approx 0,250$$

Wskaźniki strat dodatkowych obliczono na podstawie /4.5.40/, /4.5.44/, a współczynniki według /4.5.45/, /4.5.46/. Wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 4.18 oraz przedstawiono na rys.4.39

Tabl. 4.18

Wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych	Liczba warstw uzwojenia $m_1$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha_{1wir}$	0,0013	0,006	0,014	0,025	0,040	0,058	0,078	0,103
$\alpha_{2wir}$	0,0009	0,0036	0,008	0,015	0,023	0,033	0,044	0,058
$k=1+\alpha_{1wir}+\alpha_{2wir}$	1,0022	1,0096	1,022	1,040	1,063	1,091	1,122	1,161
$k_{p=m_1}$	1,0022	1,015	1,038	1,074	1,121	1,179	1,248	1,329



Rys.4.39. Zależność współczynników strat dodatkowych, średniego  $k$  oraz dla warstwy wewnętrznej  $k_{p=m_1}$ , od liczby warstw uzwojenia

Podobnie jak dla uzwojenia pierwotnego, zewnętrznego, siedliskiem największych strat dodatkowych jest warstwa wewnętrzna uzwojenia, zatem odwrotnie niż w transformatorze. Obce pole rozproszenia - uzwojenia wtórnego, powoduje wzrost strat, jednak bardziej znaczącą pozycję, mają straty dodatkowe od pola własnego.

Straty dodatkowe, nawet przy średnicy przewodu uzwojenia 3 mm, osiągają wartość ok. 10 % strat podstawowych, dopiero dla uzwojenia o sześciu warstwach. Stosując przewody aluminiowe lub o mniejszej średnicy, wskaźniki strat dodatkowych znacznie zmniejszą - uwagi analogiczne jak w rozdz. 4.5.1.

Wyznaczone wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych obowiązują również, dla uzwojeń nawiniętych przewodami równoległymi w pełni przeplecionymi. Można je też stosować, dla uzwojeń pierwotnych, wewnętrznych transformatora "gwiazdowego" oraz środkowych, pierwotnych transformatorów łączonych w "zygzak", potrójaczą z wyjściem trójfazowym [3, 35, 42, 50, 99, 130, 147]. Zależności łatwo dostosować do obliczeń współczynnika strat w uzwojeniach dziewięciokrotnika [53, 129] o wspomnianej konfiguracji. Należy we wskaźniku zależnym od pola obcego  $\partial_{2wir}^2$ , zapisać parametr  $F_2/h_k$  z uwzględnieniem nie trzeciej, lecz dziewiętej harmonicznej, to znaczy zastąpić wartość  $3^2$  przez  $9^2$ .

#### 4.6. Straty dodatkowe w uzwojeniu wtórnym, wewnętrznym w stanie jałowym

W przeprowadzonej dotychczas analizie strat w uzwojeniach pierwotnych i wtórnym zewnętrznym, wyprowadzone wskaźniki i współczynniki strat dodatkowych obowiązują w różnych stanach pracy potrójaczą, zaś dla uzwojenia wtórnego, wewnętrznego nie dotyczą jedynie stanu jałowego. Uzwojenie wtórne, wewnętrzne

znajduje się w obszarze oddziaływania strumienia rozproszenia uzwojenia pierwotnego, zewnętrznego, który indukuje prądy wirowe w przewodach uzwojenia wtórnego, powodujące straty mocy. Strumień rozproszenia może mieć znaczne wartości, podobnie jak prąd pierwotny stanu jałowego, z uwagi na nieliniowość obwodu magnetycznego i pracę potrającza w obszarze dużych nasyczeń.

Przy usytuowaniu uzwojenia wtórnego jako zewnętrzne, w jego obszarze nie występuje strumień rozproszenia uzwojenia pierwotnego, a zatem nie będzie również strat mocy. Stąd, dalsze rozważania dotyczą tylko uzwojenia wtórnego wewnętrznego,

W rozdz.4.6 wyznaczono straty mocy w uzwojeniu wtórnym, wewnętrznym, powodowane polem rozproszenia uzwojenia pierwotnego. Rozważono uzwojenia nawinięte przewodem profilowym oraz o przekroju kołowym,

#### 4.6.1. Uzwojenie z przewodów profilowych

Korzystając z rozważań zamieszczonych w rozdz. 4.4.2, uwzględniając nieobecność prądu obciążenia i pola rozproszenia o częstotliwości  $3f_1$ , na podstawie związku /4.4.25/, straty mocy w p-tym zwoju wyniosą

$$\Delta P_P = \frac{1}{2c_2 w_2 \delta} \sum_{k=1,5,7,\dots} \frac{1}{H_{ym}} \psi \left( \sqrt{k} \right) \quad /4.6.1/$$

Wyrażając k-tą harmoniczną natężenia pola magnetycznego przez gęstość prądu i biorąc pod uwagę, że na jedną kolumnę przypada  $n_2$  warstw w kierunku osiowym, a  $m_2$  w promieniowym, straty dodatkowe w uzwojeniu wtórnym, transformatora potrającza można zapisać następująco

$$\Delta P = \frac{m_2 n_2 m_1^2 \alpha_T^2 l_{sr2}^2 c_1^2 w_2'^2}{c_2 w_2 \delta} \sum_{k=1,5,7,\dots} \frac{1}{H_k} \psi \left( \sqrt{k} \right) \quad /4.6.2/$$

gdzie  $l_{sr2}$  - średnia długość zwoju uzwojenia wtórnego

Przyjmując uzwojenie zewnętrzne, nawinięte przewodem profilowym i uwzględniając odpowiednio parametr  $\alpha_I$  oraz wprowadzając w zapisie liczby zwojów szeregowych, uzwojeń pierwotnego i wtórnego, mając na uwadze, że

$$\frac{2 m_1 n_1}{g_1} = z_1 \quad \frac{2 m_2 n_2}{g_2} = z_2 \quad /4.6.3/$$

przy czym  $g_1, g_2$  - liczby ewentualnie istniejących gałęzi równoległych w przewodzie uzwojenia wtórnego

otrzymamy

$$\Delta P = \frac{z_2^2 g_2^2 z_1^2 g_1^2 l_{sr2}^2 / c_1 w_1'^2 / w_2'^2}{8 c_2 w_2 \delta L_{u1}^2} \sum_{k=1,5,7,\dots} \hat{J}_k^2 \Psi(\sqrt{k} \frac{\gamma_1}{x}) \quad /4.6.4/$$

Jeżeli wyrazić gęstość prądu k-tej harmonicznej, przez odpowiadającą harmoniczną prądu w uzwojeniu pierwotnym, zależność /4.6.4/ przyjmie postać

$$\Delta P = \frac{z_2^2 g_2^2 z_1^2 l_{sr2}^2 / w_2'^2}{8 c_2 w_2 \delta L_{u1}^2} \sum_{k=1,5,7,\dots} \hat{I}_k^2 \Psi(\sqrt{k} \frac{\gamma_1}{x}) \quad /4.6.5/$$

Wyznaczone zależności upraszczają się, gdy uwzględnić harmoniczne do n-tej /wystarcza do siódmej/ i jeżeli zredukowana szerokość przewodu spełnia warunek  $\sqrt{n} \frac{\gamma_1}{x} \leq 1$ . Korzystając wówczas z rozwinięć /4.1.53/ i dokonując przekształceń, straty mocy, wyznaczono jako zależne od wartości skutecznej prądu w uzwojeniu pierwotnym lub jego gęstości, czyli

$$\Delta P = \frac{\pi^2 z_2^2 g_2^2 z_1^2 g_1^2 l_{sr2}^2 w_2^3 c_2^3 / c_1 w_1'^2}{3 L_{u1}^2} \delta f_1^2 \mu_0^2 J_0 I^2 F / h_k / \quad /4.6.6/$$

$$\Delta P = \frac{\pi^2 z_2^2 g_2^2 z_1^2 l_{sr2}^2 w_2^3 c_2^3}{3 L_{u1}^2} \delta f_1^2 \mu_0^2 I_I^2 F / h_k / \quad /4.6.7/$$

Wyznaczone straty w uzwojeniu wtórnym, można odnieść do strat podstawowych uzwojenia pierwotnego, wprowadzając odpowiednio zdefiniowany wskaźnik strat dodatkowych [34]. Mogą przyjmować znaczące wartości w bilansie strat w uzwojeniach, gdy uzwojenie wtórne ma wiele gałęzi równoległych i znaczną szerokość przewodów. Jest oczywiste, że straty w uzwojeniach wtórnych potrajacza, są trzykrotnie większe od wyznaczonych w rozdz. 4.6.1.

#### 4.6.2 Uzwojenie z przewodów o przekroju kołowym

Do wyznaczenia strat w uzwojeniu, zastosowano metodę kolejnych przybliżeń, uwzględniając prądy wyrównawcze "pierwszego stopnia". Na podstawie rozważań przeprowadzonych w rozdz.4.5.2 można napisać, że wartość chwilowa gęstości prądu wyrównawczego w p-tej warstwie uzwojenia wtórnego ma postać /4.5.25/

$$j_w = \omega \mu_0 \gamma \alpha_I b_1 \left( \hat{J}_1 \sin/\omega t + \beta_1 / + 5 \hat{J}_5 \sin/5 \omega t + \beta_5 / + \dots \right) \left( x + d_2 / p - \frac{1}{2} / \right)$$

Straty mocy w zwoju p-tej warstwy /rys.4.36/ powodowane polem rozproszenia uzwojenia pierwotnego wyniosą

$$\Delta P_p = \int_{y_1 - pd_2}^{y_2} \int_{-pd_2}^{-/p-1/d_2} j_w^2 \rho l_{sr} dx dy \quad /4.6.8/$$

przy czym, granice całkowania  $y_1, y_2$  należy przyjąć takie jak dla /4.5.22/.

Wykonując obliczenia i przekształcenia, otrzymano

$$\Delta P_p = \frac{\pi}{\delta} l_{sr2} b_1^2 \alpha_I^2 / \frac{\omega \mu_0 \gamma}{2} / \left( \frac{d_1}{2} \right)^4 \hat{J}_1^2 \left( 1 + 5^2 n_5^2 + 7^2 n_7^2 + \dots \right) \quad /4.6.9/$$



Ponieważ na jedną kolumnę rdzenia przypada po  $n_2$  warstw przewodów prostopadłych do linii pola rozproszenia i  $n_2$  warstw równoległych, uwzględniając przy tym związki /4.6.3/ z założeniem istnienia gałęzi równoległych o pełnym przepleceniu, oraz wyrażając pierwszą harmoniczną gęstości prądu przez gęstość prądu w uzwojeniu pierwotnym, straty mocy w uzwojeniu wtórnym transformatora potrajacza, przyjmą postać

$$P = \frac{1}{2} \left/ \frac{\pi}{4} \right/ ^5 z_2 g_2 z_1^2 g_1^2 l_{sr2}^2 d_2^4 \frac{d_1^4}{L_{u1}^2} \gamma f_1^2 \mu_0^2 J_{oI}^2 F/h_k / \quad /4.6.10/$$

W zapisie /4.6.10/ parametr  $\mathcal{C}_I$ , przyjęto dla uzwojenia z drutów o profilu kołowym /4.2.4/

Uwzględniając relację

$$J_{oI} = \frac{I_I}{\pi \frac{d_1^2}{4} g_1}$$

straty w uzwojeniu można zapisać, jako zależne od wartości skutecznej prądu pierwotnego, czyli

$$P = 2 \left/ \frac{\pi}{4} \right/ ^3 z_2 g_2 z_1^2 l_{sr2}^2 \frac{d_2^4}{L_{u1}^2} \gamma f_1^2 \mu_0^2 I_I^2 F/h_k / \quad /4.6.11/$$

Zależność /4.6.7/ podobnie jak /4.6.11/, nie zależy od kształtu przewodów uzwojeń pierwotnych /okrągłe, profilowe/. Obliczając stosunek strat w uzwojeniach z drutu okrągłego i profilowego, przyjmując ich jednakowe parametry  $\{z_2, g_2, l_{sr2}, \gamma\}$  oraz uzwojenia pierwotne o tych samych wartościach  $L_{u1}$  i  $z_1$ , uwzględniając związki /4.6.7/, /4.6.11/ otrzymano wielkość zależną tylko od wymiarów przewodów uzwojeń, mianowicie

$$\frac{P_{okr}}{P_{prof.}} = \frac{6 \pi^2 d_2^4}{4^3 w_2 c_2^3} \approx 0,925 \frac{d_2^4}{w_2 c_2^3} \quad /4.6.12/$$

Należy zaznaczyć, że uwagi podane na końcu rozdz. 4.6.1, dotyczą również strat wyznaczonych wyżej dla uzwojenia z przewo-

dów o przekroju kołowym.

#### 4.7. Przykład obliczania strat mocy w uzwojeniach transformatorowego potrajacza częstotliwości

W rozdz. 4.3 - 4.6 rozważano straty podstawowe i dodatkowe w uzwojeniach przy różnym ich usytuowaniu, oraz określono grubości krytyczne przewodów nawojowych.

W niniejszym rozdziale, podano przykład liczbowy obliczania strat mocy w uzwojeniach. W dostępnej literaturze nie są publikowane szczegółowe informacje o danych konstrukcyjnych magnetycznych mnożników częstotliwości, toteż dla zilustrowania obliczeń strat mocy w uzwojeniach potrajacza o parametrach przemysłowych, zaprojektowano podstawowe elementy uzwojeń i obwodu magnetycznego.

##### 4.7.1 Obliczenia transformatorowego potrajacza częstotliwości

Przyjęto dane wyjściowe: napięcie międzyfazowe zasilające 15 kV, napięcie znamionowe wtórne 1000 V, moc wyjściowa 1000 kW przy  $\cos\varphi_2 = 0,95$  poj, obwody magnetyczne z blachy walcowanej na zimno o charakterystyce przedstawionej na rys.3.2.

Założono wartość indukcji pierwszej harmonicznej  $B_1 = 2,4$  T, a odpowiadająca indukcja trzeciej harmonicznej/proporcjonalna do wartości skutecznej napięcia wyjściowego/ w stanie jałowym wynosi  $B_3 = 0,5$  T. Znamionowy punkt pracy, leżący przed maksimum mocy obwodu wyjściowego, przyjęto dla  $\frac{U_2}{U_{20}} = 0,8$ .

Na podstawie wykresów /rys. 3.6/ moc wyjściowa potrajacza, odniesiona do iloczynu przekroju czynnego żelaza i średniej

długości linii pola magnetycznego w rdzeniu wynosi

$$S_2^* = 7 \cdot 10^6 \frac{\text{V} \cdot \text{A}}{\text{m}}$$

zatem, przy założonej mocy wyjściowej i znajomości wielkości  $S_2$ , określony jest jednoznacznie iloczyn  $S_{Fe} L_{sr}$ .

Przyjmując różne liczby zwojów uzwojenia wtórnego transformatora potrajacza, można wyznaczyć odpowiadające wartości  $L_{sr}$ .

Dla  $z_2=28$  zwojów, przekrój czynny żelaza rdzenia wyniesie

$$S_{Fe} = \frac{U}{3\sqrt{2} \pi f_2 z_2 B_3} = \frac{1000}{3\sqrt{2} \pi \cdot 150 \cdot 28 \cdot 0,5} = 0,0357 \text{ m}^2$$

a średnia długość linii pola magnetycznego /średnia długość obwodu magnetycznego/

$$L_{sr} = \frac{S_2}{S_2^* S_{Fe}} = \frac{10^6}{7 \cdot 10^6 \cdot 0,0357} = 4 \text{ m}$$

Przyjmując blachę elektrotechniczną o grubości 0,3 mm, współczynnik wypełnienia  $k_i = 0,962$ , współczynnik wykorzystania powierzchni koła /dla 6 schodków/  $\eta_k = 0,9227$  [71], średnica koła  $D_k$  opisanego na figurze wieloschodkowej wyniesie

$$D_k = \sqrt{\frac{4 S_{Fe}}{\pi \eta_k k_i}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,0357}{\pi \cdot 0,962 \cdot 0,9227}} = 0,2263 \text{ m}$$

Uwzględniając przekładki izolacyjne /11+0,5 mm/, średnica  $D_k$  ulega powiększeniu i wyniesie  $D_k = 0,232 \text{ m}$

Liczba zwojów uzwojenia pierwotnego transformatora potrajacza

$$z_1 = \frac{U_1}{\sqrt{3} \sqrt{2} \pi f_1 S_{Fe} B_1} = \frac{15000}{\sqrt{3} \sqrt{2} \pi \cdot 50 \cdot 0,0357 \cdot 2,4} = 455$$

Wartość skuteczną prądu pierwotnego oblicza się, uwzględniając

z wykresu 4.12 obciążenie liniowe obwodu magnetycznego

$$A_I = 31,5 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}, \text{ czyli}$$

$$I_I = \frac{A_I L_{sr}}{\sqrt{2} z_1} = \frac{31,5 \cdot 10^3 \cdot 4}{\sqrt{2} \cdot 455} = 196 \text{ A}$$

Wartość skuteczna prądu wtórnego

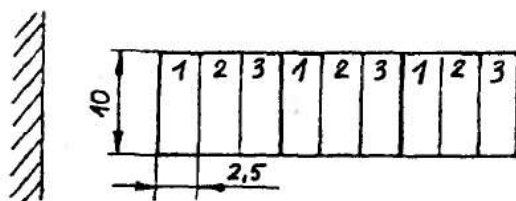
$$I_{II} = \frac{S_2}{U_2} = \frac{10^6}{10^3} = 1000 \text{ A}$$

Uzwojenia transformatorów potrójacza zaprojektowano w dwóch wariantach A oraz B, i w każdym przypadku rozpatrzono ich różne, wzajemne usytuowanie. Wariant A uzwojeń, charakteryzuje większa liczba gałęzi równoległych oraz warstw w kierunku promieniowym przy jednoczesnym zmniejszeniu grubości przewodów, w stosunku do przypadku B.

Dane uzwojeń według wariantu A są następujące:

Uzwojenia pierwotne

Przyjęto uzwojenie wywrotkowe o pełnym przepleceniu, nawinięte trzema przewodami równoległymi  $2,5 \times 10 \text{ mm}$ , na obydwu kolumnach. Liczba cewek przypadających na 1 kolumnę - 76. Cewki mają trzy zwoje szeregowo z tym, że na jednej z kolumn jedna cewka ma tylko 2 zwoje



Rys. 4.40. Usytuowanie przewodów w cewce uzwojenia pierwotnego /pominięto grubość izolacji/

Przekrój jednego przewodu  $S_p = 24,3 \text{ mm}^2$ , rzeczywista gęstość prądu

du w uzwojeniu

$$j_{rzecz} = \frac{196}{3,24,3} = 2,69 \frac{A}{mm^2}$$

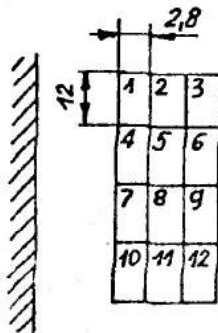
Wymiary przewodu w izolacji 3,2 x 10,7 mm, zatem grubość uzwojenia

$$b_1 = 3 \cdot 3 \cdot 3,2 = 28,8 \approx 29 \text{ mm}$$

Uwzględniając izolację przewodów, kanały międzycewkowe normalne i zwiększone, stratę na przeplecenia i mając na względzie odstępy izolacyjne od kolumn, wysokość uzwojenia pierwotnego wyniesie  $L_{u1} = 1,2 \text{ m}$

Uzwojenie wtórne

Przyjęto uzwojenie rurowe, nawinięte 12 przewodami równoległymi /4 druty obok siebie, 3 na sobie/ o pełnym przepleceniu. Wymiary przewodu gołego 2,8 x 12 mm, w izolacji 3,6 x 12,8 mm. Przekrój jednego przewodu  $S_p = 32,9 \text{ mm}^2$



Rys.4.41. Przekrój przewodu uzwojenia wtórnego /pominięto grubość izolacji/

Rzeczywista gęstość prądu w uzwojeniu

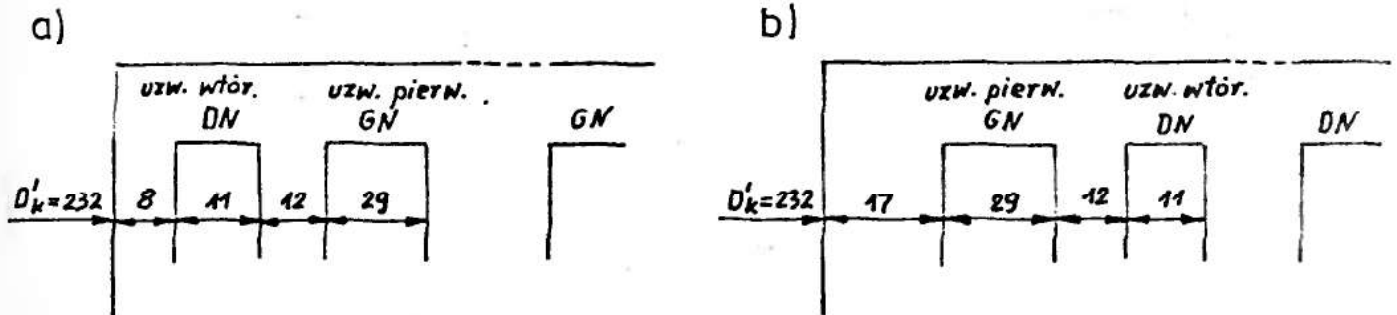
$$j_{rzecz} = \frac{1000}{12,32,9} = 2,53 \frac{A}{mm^2}$$

Grubość uzwojenia  $b_2 = 3 \times 3,6 = 10,8 \approx 11 \text{ mm}$

Wysokość uzwojenia wtórnego przyjęto taką jak pierwotnego

$L_{u2} = 1,2 \text{ m}$ , jakkolwiek możliwe jest jej zmniejszenie.

Możliwe są dwie konfiguracje uzwojeń pierwotnego i wtórnego, przedstawione na rys. 4.42 z uwzględnieniem wymaganych odstępów izolacyjnych



Rys.4.42. Przykład usytuowania uzwojeń transformatora potrójacza  
 a/ konfiguracja I, uzwojenie pierwotne - zewnętrzne, wtórne - wewnętrzne, b/ konfiguracja II, uzwojenie pierwotne - wewnętrzne, wtórne - zewnętrzne

Dla uzwojeń z rys. 4.42 /konfiguracja I/ mamy

Średnia długość zwoju uzwojenia pierwotnego

$$L_{sr1} = \pi / 0,232 + 2 \cdot 0,008 + 2 \cdot 0,011 + 2 \cdot 0,012 + 0,029 = 1,015 \text{ m}$$

Rezystancja uzwojenia pierwotnego w temp. 75°C

$$R_1 = \frac{L_{sr1} z_1}{\delta_{cu} s_{p1}} = \frac{1,015 \cdot 455}{47 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 24,2 \cdot 10^{-6}} = 0,1348 \Omega$$

Średnia długość zwoju uzwojenia wtórnego

$$L_{sr2} = \pi / 0,232 + 2 \cdot 0,008 + 0,011 = 0,814 \text{ m}$$

Rezystancja uzwojenia wtórnego jednego transformatora w temp. 75°C

$$R_2 = \frac{L_{sr2} z_2}{\delta_{cu} s_{p2}} = \frac{0,814 \cdot 28}{47 \cdot 10^6 \cdot 12 \cdot 32,9 \cdot 10^{-6}} = 1,23 \cdot 10^{-3} \Omega$$

Postępując podobnie, dla konfiguracji II uzwojeń /rys.4.42/ otrzymano wartość rezystancji uzwojenia pierwotnego  $R_1 = 0,132 \Omega$ , wtórnego  $R_2 = 1,70 \cdot 10^{-3} \Omega$

#### 4.7.2 Straty mocy w uzwojeniach według wariantu A

Obliczone straty zgodnie z normą dotyczą temperatury 75°C.

Obliczenia dla konfiguracji uzwojeń I

Uzwojenia pierwotne

Straty podstawowe

$$\Delta P_{\text{pod}} = 3 I_{\text{I}}^2 R_1 = 3 \cdot 196^2 \cdot 0,1348 = 15,54 \text{ kW}$$

Zredukowana szerokość przewodu dla pierwszej harmonicznej pola osiowego

$$\xi_{1x} = 2\pi c_1 \sqrt{\frac{n_1 w_1}{L_{u1}} f_1 \gamma_1 \cdot 10^{-7}} = 2\pi \cdot 0,0025 \sqrt{\frac{76 \cdot 10}{1200} 50 \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7}} \approx 0,1916$$

Dla przyjętych warunków znamionowych, udziały wyższych harmonicznych w prądzie pierwotnym wynoszą  $h_5 = 46,4 \%$ ,  $h_7 = 22,12 \%$ , a odpowiadający parametr  $F/h_k = 6,95$  /tabl. 3.10/

Współczynnik strat dodatkowych od pola własnego

$$k = 1 + F/h_k \cdot \frac{m_1^2 - 0,2}{9} \quad \xi_{1x}^4 = 1 + 6,95 \frac{9^2 - 0,2}{9} / 0,1916^4 = 1,084$$

Straty w uzwojeniach pierwotnych

$$\Delta P_{\text{I}} = k \Delta P_{\text{pod}} = 1,084 \cdot 15,54 = 16,84 \text{ kW}$$

Uzwojenia wtórne

Straty podstawowe

$$\Delta P_{\text{pod}} = 3 I_{\text{II}}^2 R_2 = 3 \cdot 1000^2 \cdot 1,23 \cdot 10^{-3} = 3,69 \text{ kW}$$

Zredukowana szerokość przewodu dla trzeciej harmonicznej pola osiowego

$$\xi_{2x} = 2\pi c_2 \sqrt{\frac{n_2 w_2}{L_{u1}} 3f_1 \gamma \cdot 10^{-7}} = 2\pi \cdot 0,0028 \sqrt{\frac{14 \cdot 4 \cdot 123 \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7}}{1200}} \approx 0,3496$$



Wskaźnik strat dodatkowych od własnego pola rozproszenia

$$\alpha_{2wir} = \frac{1}{9} / m^2 - 0,2 / \xi_{2x}^4 = \frac{1}{9} / 3^2 - 0,2 / 0,3496^4 = 0,0146$$

Wskaźnik strat dodatkowych od pola obcego /powodowanego przepływem pierwotnym/

Dla przyjętych warunków znamionowych, parametr określający udział harmonicznych pola obcego na podstawie tabl. 3.10 wynosi

$$F/\Omega_k/ = 45,6$$

$$\alpha_{1wir} = \frac{1}{27} F/\Omega_k/ m^2 \xi_{2x}^4 = \frac{45,6}{27} 3^2 \cdot 0,3496^4 \approx 0,2271$$

Współczynnik strat dodatkowych

$$k = 1 + \alpha_{1wir} + \alpha_{2wir} = 1 + 0,0146 + 0,2271 = 1,242$$

Straty w uzwojeniach wtórnych

$$\Delta P_{II} = k \Delta P_0 = 1,242 \cdot 3,69 = 4,58 \text{ kW}$$

Straty łączne w uzwojeniach

$$\Delta P_u = \Delta P_I + \Delta P_{II} = 16,84 + 4,58 = 21,42 \text{ kW}$$

Obliczenia dla konfiguracji uzwojeń II

Uzwojenia pierwotne

Straty podstawowe

$$\Delta P_{pod} = 3 \cdot I_I^2 R_1 = 3 \cdot 196^2 \cdot 0,123 = 14,18 \text{ kW}$$

Zredukowana szerokość przewodu, dla pierwszej harmonicznej pola rozproszenia pozostaje bez zmian, w stosunku do przykładu rozpatrzonego poprzednio i wynosi  $\xi_{1x} = 0,1916$ , podobnie jak wskaźnik strat dodatkowych od własnego pola rozproszenia  $\alpha_{1wir} = 0,084$ .

Wskaźnik strat dodatkowych od obcego pola rozproszenia

Dla danych warunków znamionowych, parametr określający wzrost

strat wskutek występowania 3 harmonicznej w strumieniu rozproszczenia, na podstawie tabl. 3.10 wynosi  $F_2/h_k = 1,37$ , zatem

$$\alpha_{2wir} = \frac{1}{3} F_2/h_k / m_1^2 \sum_{1x}^1 = \frac{1,37}{3} \cdot 9^2 \cdot 0,1916^4 = 0,0499 \approx 0,05$$

Współczynnik strat dodatkowych wyniesie

$$k = 1 + \alpha_{1wir} + \alpha_{2wir} = 1 + 0,084 + 0,05 = 1,124$$

Straty mocy w uzwojeniach pierwotnych

$$\Delta P_I = k \Delta P_{pod} = 1,124 \cdot 14,18 = 15,93 \text{ kW}$$

Uzwojenia wtórne

Straty podstawowe

$$\Delta P_{pod} = 3 \cdot I_{II}^2 R_2 = 3 \cdot 1000^2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-3} = 5,11 \text{ kW}$$

Pod nieobecność pola obcego w obszarze uzwojenia wtórnego, wystarcza uwzględnić obliczony poprzednio, wskaźnik strat dodatkowych od pola własnego  $\alpha_{2wir} = 0,0146 \approx 0,015$ , a współczynnik strat dodatkowych wyniesie

$$k = 1 + \alpha_{2wir} = 1 + 0,0146 = 1,0146 \approx 1,015$$

Straty mocy w uzwojeniach wtórnych

$$\Delta P_{II} = k \Delta P_{pod} = 1,015 \cdot 5,11 = 5,18 \text{ kW}$$

Straty całkowite w uzwojeniach

$$\Delta P_U = \Delta P_I + \Delta P_{II} = 15,93 + 5,18 = 21,11 \text{ kW}$$

Wyniki przeprowadzonych obliczeń zestawiono w tabl. 4.19.

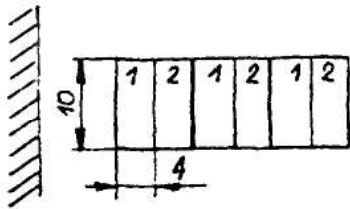
#### 4.7.3. Straty mocy w uzwojeniach według wariantu B

Dane uzwojeń według wariantu B są następujące:

Uzwojenia pierwotne

Przyjęto jako wyrotkowe o pełnym przepleceniu, nawinięte dwoma przewodami równoległymi  $4 \times 10 \text{ mm}$ , na obydwu kolumnach. Liczba

cewek i zwojów szeregowych w cewce, analogiczna jak w wariancie A.

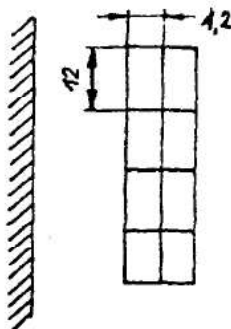


Rys.4.43. Usytuowanie przewodów w cewce uzwojenia pierwotnego /pominięto grubość izolacji/

Przekrój jednego przewodu  $S_p = 39 \text{ mm}^2$ . Wymiary przewodu w izolacji  $4,7 \times 10,7 \text{ mm}$ , grubość uzwojenia  $b_1 = 28,2 \text{ mm}$ , wysokość uzwojenia  $L_{u1} = 1,2 \text{ m}$ . Rzeczywista gęstość prądu w uzwojeniu  $j_{rzecz} = 2,51 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$

#### Uzwojenie wtórne

Przyjęto uzwojenie rurowe, nawinięte 8 przewodami równoległymi /4 druty obok siebie, 2 na sobie/ o pełnym przepleceniu. Wymiary przewodu gołego  $4,2 \times 12 \text{ mm}$ , w izolacji /0,8 mm/  $5 \times 12,8 \text{ mm}$ , grubość uzwojenia  $b_2 = 10 \text{ mm}$ , wysokość uzwojenia  $L_{u2} = 1,2 \text{ m}$ . Przekrój jednego przewodu  $S_p = 49,4 \text{ mm}^2$ , rzeczywista gęstość prądu w uzwojeniu  $j_{rzecz} = 2,53 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ .


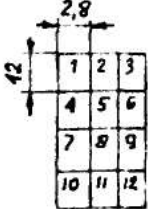


Rys.4.44. Przekrój przewodu wielowarstwowego, uzwojenia wtórnego /pominięto grubość izolacji/


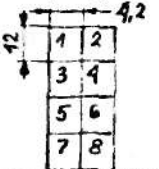
Jak wskazano poprzednio, są możliwe dwie konfiguracje uzwojeń pierwotnego i wtórnego, przedstawione na rys.4.42. Biorąc pod uwagę wymiary przewodów nawojowych i uzwojeń, wykonano obliczenia współczynników strat oraz strat w uzwojeniach, wyniki zestawiono w tabl. 4.19.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że sumaryczne straty mocy w uzwojeniach pierwotnym i wtórnym, praktycznie nie zależą od ich konfiguracji. W uzwojeniu przyrdzeniowym /pierwotnym lub wtórnym/ występuje wyraźny wzrost strat dodatkowych, powodowanych polem obcym, w stosunku do strat w tymże uzwojeniu, umiejscowionym na zewnątrz.

Tabl.4.19 Straty mocy w uzwojeniach t.p.cz. o mocy wyjściowej  
 $S_2=1000 \text{ kV.A}$  ,  $\cos\varphi_2=0,95$  poj

Usytuowanie uzwojeń	Uzwojenie	Rezystancja uzwojenia transformatora potrajacza	Straty podstawowe w uzwojeniach	Współczynnik strat dodatkowych	Straty w uzwojeniach	Straty całkowite w uzwojeniach
		$R_{1,2}$	$\Delta P_{\text{pod}}$	k	$\Delta P_{I,II}$	$\Delta P_u$
		$\Omega$	kW	-	kW	kW
Uzwojenia według wariantu A						
Konfiguracja I	pierwotne zewnętrzne $3 \times 2,5 \times 10 /$ 	0,1348	15,54	1,084	16,84	21,42
	wtórne wewnętrzne $4 \times 3 \times 2,8 \times 12 /$ 	$1,23 \cdot 10^{-3}$	3,69	1,242	4,58	
Konfiguracja II	pierwotne wewnętrzne $3 \times 2,5 \times 10 /$	0,123	14,18	1,124	15,93	21,11
	wtórne zewnętrzne $4 \times 3 \times 2,8 \times 12 /$	$1,70 \cdot 10^{-3}$	5,11	1,015	5,18	

Tabl.4.19 c.d.

Uzwojenie	Rezystancja uzwojenia transformatora potrajacza	Straty podstawowe w uzwojeniach	Współczynnik strat dodatkowych	Straty w uzwojeniach	Straty całkowite w uzwojeniach	
						$R_{1,2}$
Uzwojenie	$\Omega$	kW	-	kW	kW	
Uzwojenia według wariantu B						
Konfiguracja I	pierwotne zewnętrzne 2x/4x10/ 	0,131	15,10	1,25	18,88	24,53
	wtórne wewnętrzne 4x2x/4,2x12/ 	$1,223 \cdot 10^{-3}$	3,67	1,54	5,65	
Konfiguracja II	pierwotne wewnętrzne 2x/4x10/	0,120	13,83	1,4	19,36	24,59
	wtórne zewnętrzne 4x2x/4,2x12/	$1,69 \cdot 10^{-3}$	5,07	1,032	5,23	

W wariantcie A - o większej liczbie warstw przewodów, ma miejsce 1,48 krotny wzrost strat dodatkowych w uzwojeniu pierwotnym i 16 krotny we wtórnym.

W wariantcie B - o większej grubości przewodów, straty dodatkowe wzrastają w stosunku 1,6 dla uzwojenia pierwotnego oraz 16,9 dla wtórnego.

Powiększenie wymiaru promieniowego przewodu uzwojeń, przy jednoczesnym zmniejszeniu liczby gałęzi równoległych, przyczynia się do wzrostu łącznych strat mocy dla konfiguracji I i II odpowiednio o 14,4 % oraz 15,2 %.

Analizowane przypadki różnych rozwiązań uzwojeń potrajacza, wskazują na potrzebę uwzględniania w obliczeniach strat mocy, wyższych harmonicznych w strumieniu rozproszenia uzwojenia pierwotnego oraz wpływu tego strumienia na wzrost strat mocy w uzwojeniu wtórnym. Dla przykładu, w wariancie B i konfiguracji I, obecność wyższych harmonicznych w strumieniu rozproszenia powoduje wzrost strat w uzwojeniu pierwotnym o 21 %. Strumień rozproszenia uzwojenia pierwotnego, zwiększa straty w uzwojeniu wtórnym, wewnętrznym o 50 %. Odkształcenie strumienia rozproszenia uzwojenia pierwotnego i jego oddziaływanie na uzwojenie pierwotne i wtórne, powoduje wzrost łącznych strat w uzwojeniach o 26 %.

Straty mocy w uzwojeniach potrajacza w wariancie A - o mniejszej grubości przewodów i większej liczbie gałęzi równoległych, stanowią 2,1 %, znamionowej mocy wyjściowej potrajacza, zaś w przypadku uzwojeń o zwiększonej grubości i mniejszej liczbie gałęzi równoległych /wariant B/ nieco wzrastają i wynoszą 2,5 %.

Znaczny udział składowej magnesującej w prądzie pierwotnym, jego odkształcenie oraz wzrost częstotliwości prądu wyjściowego  $/3 f_1/$  sprawiają, że straty mocy w uzwojeniach potrajacza są większe niż w transformatorze o tej samej mocy. W rozważanym przypadku przy mocy wyjściowej  $S_2=1000$  kV.A, straty mocy w uzwojeniach potrajacza stanowią przykładowo ok.180 % strat w uzwojeniach transformatora piecowego T02Lb-1000/10, ok. 200% dla transformatora energetycznego TA0a-1000/15.

## 5. STRATY MOCY W RDZENIACH TRANSFORMATOROWEGO POTRAJACZA CZĘSTOTLIWOŚCI

### 5.1. Uwagi ogólne

Obwody magnetyczne stanowią podstawowy element transformatorowego potrajacza częstotliwości, decydujący o jego działaniu, biorący udział w przetwarzaniu energii. Występującym w rdzeniach zmiennym polem magnetycznym, towarzyszą prądy wirowe oraz zjawiska relaksacyjne, powodujące straty mocy - histerezyowe i wirowe. Pomimo prowadzenia licznych prac teoretycznych i doświadczalnych o charakterze podstawowym nad wyznaczaniem strat mocy w ferromagnetykach [19-22, 27, 39, 66, 76, 92, 93, 100, 101, 109, 121, 127, 128, 135, 136, 151], praktyczne metody obliczania strat w magnetowodach, oparte są na znajomości wyznaczonej doświadczalnie stratności blachy, przy określonej częstotliwości i indukcji, grubości blachy oraz przy takim samym przemagnesowywaniu, jakiemu poddany jest magnetowód. Uwzględnia się nadto: rozkłady przestrzenne i przebiegi czasowe pola magnetycznego, zabiegi technologiczne stosowane przy wykonywaniu obwodów magnetycznych oraz narażenia mechaniczne i cieplne działające na rdzeń [20, 21, 23, 65, 67, 68, 70, 71, 72, 90, 123, 148].

Do wyznaczenia strat mocy w rdzeniach transformatorów [65, 67, 68, 70, 71, 72, 90], wystarcza znajomość stratności blach i współczynnika powiększenia strat wskutek strat dodatkowych, przede wszystkim w narożach i węzłach. Z uwagi na praktycznie niezmienny kształt i wartość indukcji w rdzeniach, straty w stali transformatorów nie zależą od obciążenia.

W magnetowodach transformatorowego potrajacza częstotliwości na miejsce przemagnesowywanie osiowe, przy czym indukcja jest



znacznie odkształcona, szczególnie trzecią harmoniczną, która jak pokazano w rozdz. 3.5 zmienia swą wartość i fazę, zależnie od obciążenia potrajacza. Jedynie w stanie zwarcia strony wtórnej, przebieg indukcji jest praktycznie sinusoidalny. Ponieważ w rdzeniach transformatorów potrajacza przebieg strumienia jest nie-sinusoidalnie okresowo zmienny, wyznaczanie strat w różnych warunkach pracy potrajacza, wymaga dokładnego przeanalizowania udziału i zmienności strat histerezowych oraz wiroprądowych. Ze względu na straty wiroprądowe istotne są wyższe harmoniczne - tutaj trzecia, zaś o stratach histerezowych decyduje wartość maksymalna i liczba wierzchołków /w półokresie/ w przebiegu indukcji [20, 21, 39, 67, 68, 92, 93].

Metody obliczania strat w stali maszyn wirujących i transformatorów, jakkolwiek są dobrze opanowane [20, 21, 23, 65, 67, 68, 70, 71, 72, 90], nie uwzględniają specyfiki zjawisk w rdzeniach transformatorowych potrajaczy częstotliwości. Aby mogły służyć do obliczania strat w magnetowodach potrajacza, wymagają uzupełnień oraz odpowiedniego przystosowania.

Problematyka strat mocy w rdzeniach potrajaczy nabiera istotnego znaczenia przy budowie jednostek dużych mocy, toteż dotychczasowe, dostępne opracowania w tej dziedzinie nie są liczne. W pracy [3], bazując na sinusoidalnym przebiegu indukcji, o amplitudzie równej, jak dla przebiegu rzeczywistego, przy obliczaniu strat w stali potrajacza uwzględnia się współczynnik korekcyjny. Przebiegi współczynnika podano jedynie dla kilku wartości indukcji, które są jednak znacznie niższe od indukcji stosowanych obecnie w magnetowodach potrajaczy. Wzrost mocy budowanych obecnie potrajaczy częstotliwości, wymaga dokładniejszego obliczania strat mocy, czemu dają wyraz prace [16, 91, 148], stanowiące istotny postęp w tym zakresie. Praca [148] dotyczy

porównania strat w stali transformatora i potrajacza w stanie jałowym. Publikacje [19, 91] uwzględniają różne warunki pracy potrajacza, opisują straty histerezy i wiroprądowe jako funkcje harmonicznych indukcji w rdzeniach oraz jej wartości maksymalnej, nie podają jednak algorytmu wiążącego kształt przebiegu indukcji z warunkami obciążenia, ani też sposobu obliczania wartości maksymalnej indukcji.

## 5.2. Zależności podstawowe

Straty w rdzeniach transformatorów potrajacza umownie można podzielić na:

1 - podstawowe, wynikające z własności materiałowych oraz wartości pola magnetycznego o częstotliwości podstawowej  $f_1$ ,

2 - dodatkowe

a - wynikające z własności materiałowych i udziałów pól magnetycznych wyższych częstotliwości, a szczególnie trzeciej

b - warunkowane procesami obróbki i składania blach, zależne od sprasowania kolumn i jarzm

c - związane ze sposobem zaplatania naroży i ich udziałem w całkowitej masie rdzenia

Straty dodatkowe "b" i "c" można uwzględnić w obliczeniach, podobnie jak w transformatorach, przez współczynnik strat dodatkowych  $k$  [37, 63, 70, 71, 72].

Dogodnie jest straty w rdzeniu transformatora potrajacza przedstawić w postaci sumy członów zależnych od strat histerezy i wiroprądowych, oraz umożliwiającą ich przeliczanie przy zmianie grubości blachy, odkształceniu strumienia, zmianie

jego częstotliwości i amplitudy podstawowej harmonicznej, w porównaniu z warunkami pomiaru stratności. Na podstawie prac [20, 21], zakładając osiowe przemagnesowywanie rdzeni można napisać

$$P_{Fe} = m_r P_p k_d \left[ k_h h_h \frac{f_1}{f_p} \left( \frac{B_m}{B_p} \right)^{\alpha_h} + k_w h_w \left( \frac{f_1}{f_p} \right)^{\beta_w} \left( \frac{g}{g_p} \right)^{\delta_w} \left( \frac{B_m}{B_p} \right)^2 \right] \quad /5.1/$$

gdzie

- $P_{Fe}$  - straty mocy w stali rdzenia transformatora potrójacza
- $m_r$  - masa rdzenia transformatora potrójacza
- $k_d$  - współczynnik uwzględniający zwiększenie strat na skutek czynników konstrukcyjno-technologicznych [70, 71, 72]
- $P_p$  - stratność blachy o grubości  $b_p$ , odpowiadająca indukcji o przebiegu sinusoidalnym  $B_p$ , przy częstotliwości  $f_p$ , wyznaczona w aparacie Epsteina, dla próbek ciętych w kierunku walcowania i wyzarzonych
- $h_h, h_w$  - udziały składowej histerezo- i wiropędowej w stratności blachy
- $k_h, k_w$  - współczynniki uwzględniające zmianę strat histerezo- i wiropędowych na skutek odkształcenia przebiegu indukcji
- $B_m$  - maksymalna wartość indukcji w rdzeniu
- $f_1$  - częstotliwość podstawowej harmonicznej indukcji
- $\alpha_h$  - wykładnik potęgi przy przeliczaniu strat histerezo- wych w zależności od indukcji
- $\beta_w$  - wykładnik potęgi przy przeliczaniu strat wiropędowych w zależności od częstotliwości; dla blachy o nieuporządkowanej strukturze krystalicznej i słabym zjawisku wypierania strumienia  $\beta_w=2$ , dla blachy o silnym zjawisku wypierania strumienia oraz dla blachy o uporządkowanej strukturze krystalicznej  $\beta_w=1,5$  [20]

$\delta_w$  - wykładnik potęgi przy przeliczaniu strat wiroprowadowych w zależności od grubości blachy; dla blach o nieuporządkowanej strukturze krystalicznej i słabym zjawisku wypierania strumienia  $\beta_w=2$ , dla blachy o silnym zjawisku wypierania strumienia i blachy o uporządkowanej strukturze krystalicznej  $\beta_w=1$  [20].

We wzorze /5.1/ iloczyn  $m_r p_p$ , wyraża straty podstawowe przy sinusoidalnej indukcji o amplitudzie  $B_p$

Sumaryczne straty mocy w rdzeniach potrajacza, stanowią trzykrotną wartość strat wyznaczonych na podstawie wzoru /5.1/

Jeżeli znana jest stratność blachy dla  $B_m=B_p$ ,  $f_1=f_p$  i  $g=g_p$ , straty mocy w rdzeniu wyrażają się następująco

$$P_{Fe} = m_r p_p k_d (k_h h_h + k_w h_w) = P_{\sin} / B_m / k_d (k_h h_h + k_w h_w) \quad /5.2/$$

gdzie

$P_{\sin} / B_m /$  - straty podstawowe w rdzeniu, przy sinusoidalnym przebiegu indukcji o amplitudzie  $B_m$  i częstotliwości  $f_1$

Występujące we wzorach /5.1/, /5.2/ współczynniki  $k_h$  i  $k_w$ , uwzględniające zmianę strat histerezowych i wiroprowadowych na skutek odkształcenia przebiegu indukcji, wymagają szerszego omówienia, a przede wszystkim powiązania ich wartości z warunkami magnetycznymi w rdzeniach potrajacza.

Dokładne wyznaczenie współczynnika  $k_d$ , uwzględniającego zwiększenie strat na skutek czynników konstrukcyjno-technologicznych, wymaga porównania wyników pomiarów stratności, przeprowadzonych na obiekcie rzeczywistym i w aparacie Epsteina. Ponieważ konstrukcja i technologia rdzeni potrajacza jest analogiczna jak dla transformatorów, w praktyce można posługiwać się współczynnikami  $k_d$  wyznaczonymi dla magnetowodów transformatorów, uwzględniając różne sposoby zaplatania kolumn i jarzm [70, 71, 72].

### 5.3 Straty histerezu

Straty histerezu powstają podczas cyklu przemagnesowania / lub przemagnesowań / i są proporcjonalne do powierzchni opisanych pętla histerezy. Ich zależność od indukcji jest złożona i dotychczas nie została wprowadzona na podstawie hipotez fizycznych [20].

Do wyznaczania strat histerezu stosuje się wzory empiryczne np. Steimetz, Richtera.

Tutaj na podstawie /5.2/ przedstawiono je w postaci

$$P_{\text{hod}} = P_{\text{sin}} / B_m / k_d k_h h_h = P_{\text{hsin}} / B_m / k_d k_h \quad /5.3/$$

przy czym  $P_{\text{sin}} / B_m /$  - straty histerezu przy sinusoidalnym przebiegu indukcji w amplitudzie  $B_m$ .

Przy obliczeniach strat mocy niezbędna jest znajomość maksymalnej wartości indukcji  $B_m$  oraz parametru  $k_h$ .

Strumień w rdzeniach transformatorów potrajacza jest odkształcony przede wszystkim trzecią harmoniczną, a jego przebieg np. w magnetowodzie przynależnym do fazy A opisuje zależność

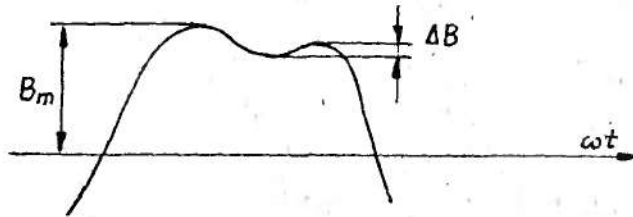
$$B_A = B_1 \cos \omega t - B_3 \cos / \omega t - / \quad /5.4/$$

Okazuje się, że przebieg indukcji /5.4/ ma w pewnych przedziałach obciążeń potrajacza przebieg wielowierzchołkowy – w półokresie występują trzy ekstrema lokalne. W skutek czego pojawiają się dodatkowe pętle histerezy i straty histerezu zwiększają się, w porównaniu ze stratami przy dwuodcinkowo - monotonicznych zmianach indukcji o tej samej wartości maksymalnej. Omawiany wzrost strat ujmowany jest w obliczeniach poprzez współczynnik  $k_h$ . Ponieważ potrajacz pracuje przy dużych nasyceniach obwodów magnetycznych, dodatkowe przemagnetyzowania nieznacznie wpływają na wzrost strat. Podobny problem analizowałem w pracy [93], gdzie określono współczynnik wzrostu strat histerezu  $k_h$ . Na tej podstawie, mając na względzie warunki magnetyczne

tyczne w rdzeniach potrajacza, uwzględniając przebieg /5.4/ można napisać

$$k_h = 1 + /0,7 - 0,6/ \Delta B_T \quad /5.5/$$

przy czym  $\Delta B_T = \frac{\Delta B}{B_m}$



Rys. 5.1. Rysunek objaśniający oznaczenia w zależności /5.5/

Wartości liczbowe współczynnika  $k_h$ , obliczone dla różnych warunków obciążenia potrajacza zamieszczono w tablicach 5.1-5.6 /a-neks/. Obliczenia wykonano przyjmując mnożnik przy  $B_T$  równy 0,65. Współczynnik wzrostu strat histerezoowych wskutek odkształcenia przebiegu indukcji, przyjmuje największą wartość w stanie jałowym - w analizowanym przypadku  $k_h=1,048$ , i maleje wraz z obciążeniem potrajacza. Ponieważ współczynnik  $k_h$  niewiele różni się od jedności, a straty histerezoowe stanowią tylko część strat całkowitych, można przyjmować w obliczeniach praktycznych  $k_h \approx 1$ . Popelniony przy tym uproszczeniu błąd w oszacowaniu strat w rdzeniu, nie przekroczy kilku procentów.

Do obliczeń strat w rdzeniach transformatorów potrajacza, niezbędna jest znajomość maksymalnej wartości przebiegu indukcji. Dla przebiegu indukcji /5.4./ wartość  $B_m$  można wyznaczyć, przyjmując za znane wartości amplitud  $B_1$  i  $B_3$  oraz kąta  $\gamma$ , uwzględniającego oddziaływanie obciążenia na kształt indukcji w rdzeniu.

W tym miejscu przedstawiono analityczny sposób wyznaczania wartości ekstremalnych przebiegu /5.4./, a zatem i wartości  $B_m$ .



Korzystając z warunku ekstremalizacji, przyrównano do zera pochodną względem argumentu wt przebiegu /5.4./ otrzymany

$$\sin \omega t - 3 m_3 / 3 \omega t - / = 0 \quad /5.6./$$

przy czym

$$m_3 = \frac{3B_3}{B_1}$$

Uwzględniając związki

$$\begin{aligned} \sin 3x &= \sin x \frac{3 \operatorname{ctg}^2 x - 1}{\operatorname{ctg}^2 x + 1} \\ \cos 3x &= \cos x \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 3}{\operatorname{ctg}^2 x + 1} \end{aligned} \quad /5.7/$$

równanie /5.6/ można przedstawić w postaci

$$ar^3 + br^2 + cr + d = 0 \quad /5.8/$$

gdzie

$$r = \operatorname{ctg} \omega t$$

$$a = m_3 \sin \gamma, \quad b = 1 - 3 m_3 \sin \gamma$$

$$c = 3 m_3 \sin \gamma, \quad d = 1 + m_3 \cos \gamma$$

przy czym dokonując przekształceń przyjęto warunek, że

$\omega t \neq \pm k\pi$ , gdzie  $k = 0, 1, 2 \dots$

Rozwiązania równania /5.8/ są znane [2]. Oznaczając

$$p = \frac{1}{3} \left( \frac{c}{a} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{b}{a}} \right) \quad /5.9/$$

$$q = \frac{1}{2} \left( \frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{2}{27} \sqrt{\frac{b}{a}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{d}{a} + \frac{b}{a} + \frac{2}{27} \sqrt{\frac{b}{a}} \right)$$

przy czym w powyższych związkach, parametr a musi spełniać warunek  $a \neq 0$ , zmienne  $r_k$  odpowiadające ekstremalnym wartościom przebiegu indukcji, wyrażają się następująco:

$$\text{gdy } q^2 + p^3 > 0$$

występuje w dziedzinie liczb rzeczywistych ekstremum dla zmiennej

$$r_1 = \frac{b}{3a} + u + v \quad /5.10/$$



gdzie  $u = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}}$  ,  $v = -\sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}$   
 gdy  $q^2 + p^3 = 0$ .

$$r_1 = \frac{b}{3a} - 2\sqrt[3]{q} \quad , \quad r_{2,3} = \frac{b}{3a} + \sqrt[3]{q} \quad /5.11/$$

ekstremalnej wartości przebiegu /5.5/ odpowiada jeden z powyższych pierwiastków

gdy  $q^2 + p^3 < 0$  /5.12/

$$r_1 = \frac{b}{3a} + 2\sqrt[3]{-p} \cos \frac{1}{2}\delta, \quad r_{2,3} = \frac{b}{3a} - 2\sqrt[3]{-p} \cos \left[ \frac{1}{3}\delta \pm \frac{\pi}{3} \right]$$

gdzie  $\delta = \arccos \frac{-q}{\sqrt{-p^3}}$

Uwzględniając powyższe rozwiązania, argument  $\omega t_k$  odpowiadający wartościom ekstremalnym przebiegu indukcji, oblicza się ze wzoru

$$\omega t_k = \arccotg r_k \quad /5.13/$$

w przedziale  $-\frac{\pi}{2} \leq \omega t_k \leq \frac{\pi}{2}$

a na tej podstawie, kładąc w równanie /5.4/ wartości  $\omega t_k$ , określić można wartość maksymalną  $B_m$ .

Wyprowadzając powyższe zależności dokonano założeń, które mogą ograniczać liczbę możliwych rozwiązań, zatem problem ten należy przedyskutować.

Łatwo zauważyć, że dla  $\omega t = \pm k\tilde{\pi} / k=0,1,2,\dots /$  funkcja /5.4/ ma ekstremum przy  $m_3 \neq 0$ , gdy  $\delta = \pm n\tilde{\pi} / n = 0,1,2,\dots /$ . Jak wynika ze wzorów /3.5.8, 3.5.9/ kąt  $\delta$  nigdy nie przyjmuje wartości  $\tilde{\pi}$  i jej wielokrotności, zaś w stanie jałowym  $\delta = 0$ . Zatem przyjęte założenie, że  $\omega t \neq k\tilde{\pi}$  nie ogranicza liczby mających praktyczne znaczenie rozwiązań równania /5.4/, za wyjątkiem tych, które dotyczą stanu jałowego.

Warunek  $a \neq 0$  sprawia, że otrzymane rozwiązania  $r_k$  nie mogą dotyczyć przypadków gdy  $m_3 = 0$  lub  $\delta = 0$ , a więc nie stosują się do

stanów jałowego i zwarcia oraz obciążeń przy kątach fazowych

$$\varphi_2 = \frac{\tilde{u}}{2} \quad \text{i} \quad \varphi_2 = -\frac{\tilde{u}}{2}$$

Ponieważ otrzymane wyżej wartości argumentów  $\omega t_k$ , nie sto-  
sują się do pewnych szczególnych stanów pracy potrajacza, dla  
tych przypadków wyznaczono inne rozwiązania.

Stan zwarcia strony wtórnej

Ponieważ w stanie zwarcia indukcja trzeciej harmonicznej  $B_3 \approx 0$ ,  
maksymalna wartość indukcji w rdzeniu jest praktycznie równa  
amplitudzie pierwszej harmonicznej  $B_{\Pi} \approx B_1$ .

Stan jałowy

W stanie jałowym  $\gamma = 0$ , oznaczając stosunek indukcji  $\frac{3B_{30}}{B_1} = m_0$ ,  
równanie /5.5/ można przekształcić do postaci:

$$\sin \omega t / 4 m_0 \sin^2 \omega t - 3 m_0 + 1 / = 0 \quad /5.14/$$

Stąd istotne dla praktyki rozwiązania przyjmą postać

$$\omega t_1 = 0$$

$$\omega t_{2,3} = \pm \arcsin \sqrt{\frac{3m_0 - 1}{4m_0}} \quad /5.15/$$

Łatwo wykazać, że dla  $\omega t_1 = 0$  indukcja  $B_A/t/$  osiąga minimum, na-  
tomiać dla  $\omega t_{2,3}$  maksimum

Stan obciążenia reaktancyjnego

Nietrudno sprawdzić, że dla obciążeń potrajacza reaktancją  
indukcyjną i pojemnościową kąt  $\gamma = 0$ , zatem w rozpatrywanym przy-  
padku funkcja  $B_A/t/$  osiąga ekstrema dla następujących wartości  
argumentów

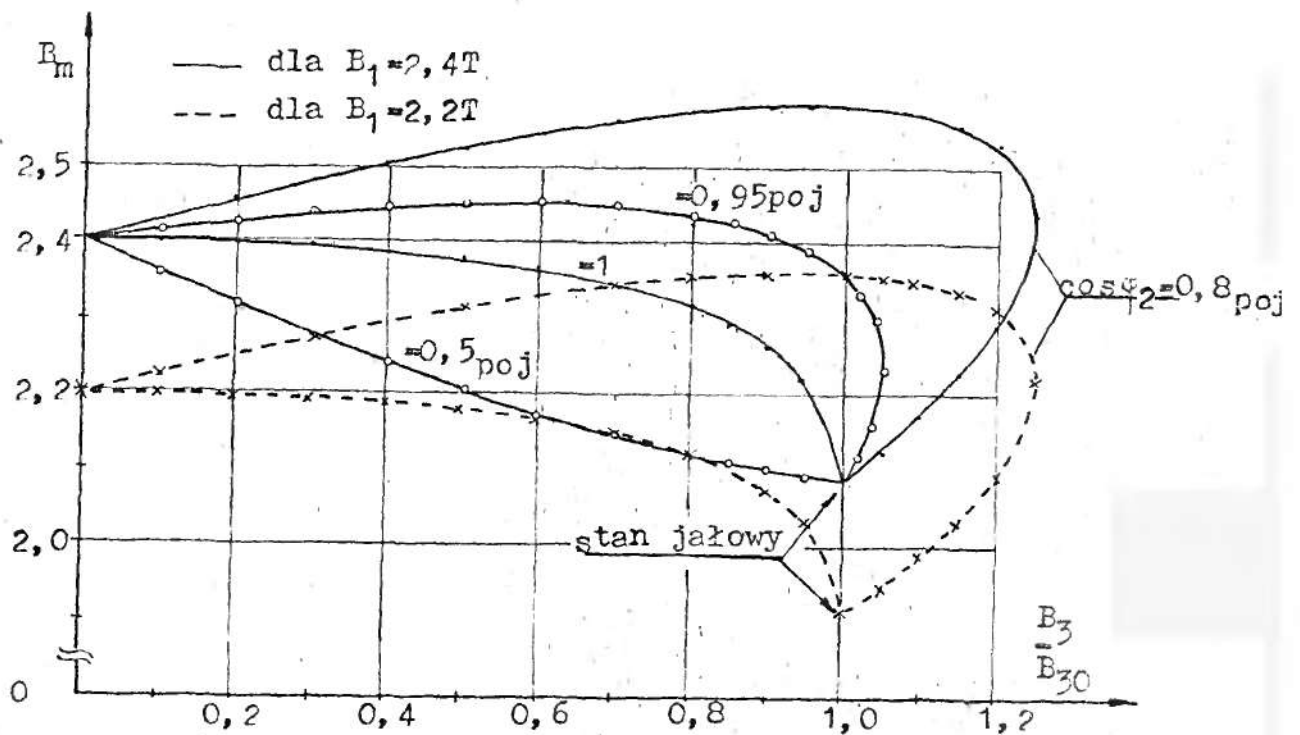
$$\omega t_1 = 0$$

$$\omega t_{2,3} = \pm \arcsin \sqrt{\frac{3m_3 - 1}{4m_3}} \quad /5.16/$$

przy czym minimum dla  $\omega t_1$

Otrzymane rozwiązania /5.13/, /5.14/, /5.15/ pozwalają określać ekstremalne wartości indukcji, a w tym jej wartość maksymalną, konieczną do wyznaczania strat podstawowych  $P_{\sin}/B_m/$ , są podstawą do wyznaczania współczynników  $k_h$  i  $k_w$ .

Oprócz podanego, analitycznego sposobu wyznaczania wartości ekstremalnych indukcji, który może być łatwo stosowany w praktyce inżynierskiej, w pracy podano również program numerycznego wyznaczania tych wartości. Zastosowano przy tym metodę bisekcji, wykorzystując biblioteczną procedurę kalkulatora programowego TI-59. Program do obliczeń zamieszczono w aneksie. Wyniki obliczeń zestawiono w tablicach 5.1 - 5.6 /aneks/, zaś przebiegi maksymalnej wartości indukcji w rdzeniu potrajacza przedstawiono na rys. 5.2.



Rys. 5.2. Przebiegi wartości maksymalnej indukcji w rdzeniach potrajacza częstotliwości, w różnych stanach obciążenia strony wtórnej

Przy obciążeniach potrójaczą o charakterze czynnym oraz czynno-indukcyjnym, maksymalna wartość indukcji w rdzeniach ma przebieg monotoniczny, a największą wartość osiąga w stanie zwarcia strony wtórnej, równą podstawowej harmonicznej indukcji. Obciążenia czynno-pojemnościowe poprzez przepływ strony wtórnej, wpływają w pewnych przedziałach obciążeń domagnesowująco na strumień trzeciej harmonicznej i w efekcie powodują powiększenie wielkości  $B_m$ , ponad wartość podstawowej harmonicznej  $B_1$ .

Występujące różnice w przebiegach maksymalnej wartości indukcji  $B_m$ , ujawniają się w wartościach strat histerezowych, przy różnych obciążeniach i współczynnikach mocy strony wtórnej. Nie mniej, o wielkości i zmienności strat, decyduje również przebieg w funkcji indukcji, składowej histerezowej stratności blachy.

#### 5.4. Straty wiroprądowe

Straty wiroprądowe powstają pod wpływem zmiennego pola magnetycznego w blachach rdzeni, charakteryzujących się określoną rezystywnością. Można je wyznaczać korzystając z ogólnych praw elektrodynamiki, na podstawie czasowego przebiegu wektora gęstości prądu lub strumienia wektora Poyntinga. Dokładna analiza jest jednak utrudniona, ze względu na nieliniowość i niejednorodność środowiska blachy magnetycznej [20, 21, 22]. Uwzględnianie zaś domenowej struktury ferromagnetyka i jego anizotropii, wprowadza dodatkowe utrudnienia [20, 11].

Pomimo, że analiza strat wiroprądowych opiera się na uproszczeniach, pozwala określać wpływ poszczególnych wielkości na wartość strat. Na jej podstawie można obliczać straty w rdzeniu, w oparciu o znane straty wyznaczone doświadczalnie w innym układzie.

Wiadomo, że straty wiropędowe są proporcjonalne do kwadratu wartości skutecznej siły elektromotorycznej indukowanej w blasze

$$P_w = C_1 E^2 \quad /5.17 /$$

Wyrażając siłę elektromotoryczną przez pochodną indukcji /5.4/ względem czasu, straty wiropędowe w rdzeniu transformatora potrójacza można przedstawić następująco

$$P_{wod} = C_2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \frac{d}{dt} B_A /t/ \right)^2 dt \quad /5.17 /$$

a po wykonaniu obliczeń

$$P_{wod} = C_3 /B_1^2 + 3^2 B_3^2/ = P_w \sin/B_1/ \left( 1 + / \frac{3B_3}{B_1} /^2 \right) \quad /5.18/$$

W powyższych zależnościach  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  są parametrami stałymi dla określonej blachy i częstotliwości podstawowej harmonicznej indukcji.

$P_{wod}$  - straty na skutek prądów wirowych w rdzeniu transformatora potrójacza przy odkształconej indukcji

$P_w \sin/B_1/$  - straty wiropędowe w rdzeniu transformatora potrójacza przy indukcji o przebiegu sinusoidalnym i amplitudzie  $B_1$

Straty wiropędowe /5.18/ w myśl przyjętej wcześniej umowy będą wyrażone przez maksymalną wartość indukcji  $B_m$ . Przyjmując, że  $P_w \sin/B_m/$  określa straty wskutek prądów wirowych przy sinusoidalnej indukcji w rdzeniu, o amplitudzie równej amplitudzie przebiegu odkształconego, można napisać

$$P_{wod} = P_w \sin/B_m/ \frac{P_w \sin/B_1/}{P_w \sin/B_m/} \left( 1 + / \frac{3B_3}{B_1} /^2 \right) \quad /5.19/$$

Zastępując stosunek strat wiropędowych przez kwadrat stosunku amplitud odpowiadających indukcji, otrzymamy

$$P_{wod} = P_w \sin/B_m/ k_w \quad /5.20/$$

przy czym współczynnik wzrostu strat wiropędowych na skutek odkształcenia przebiegu indukcji ma postać

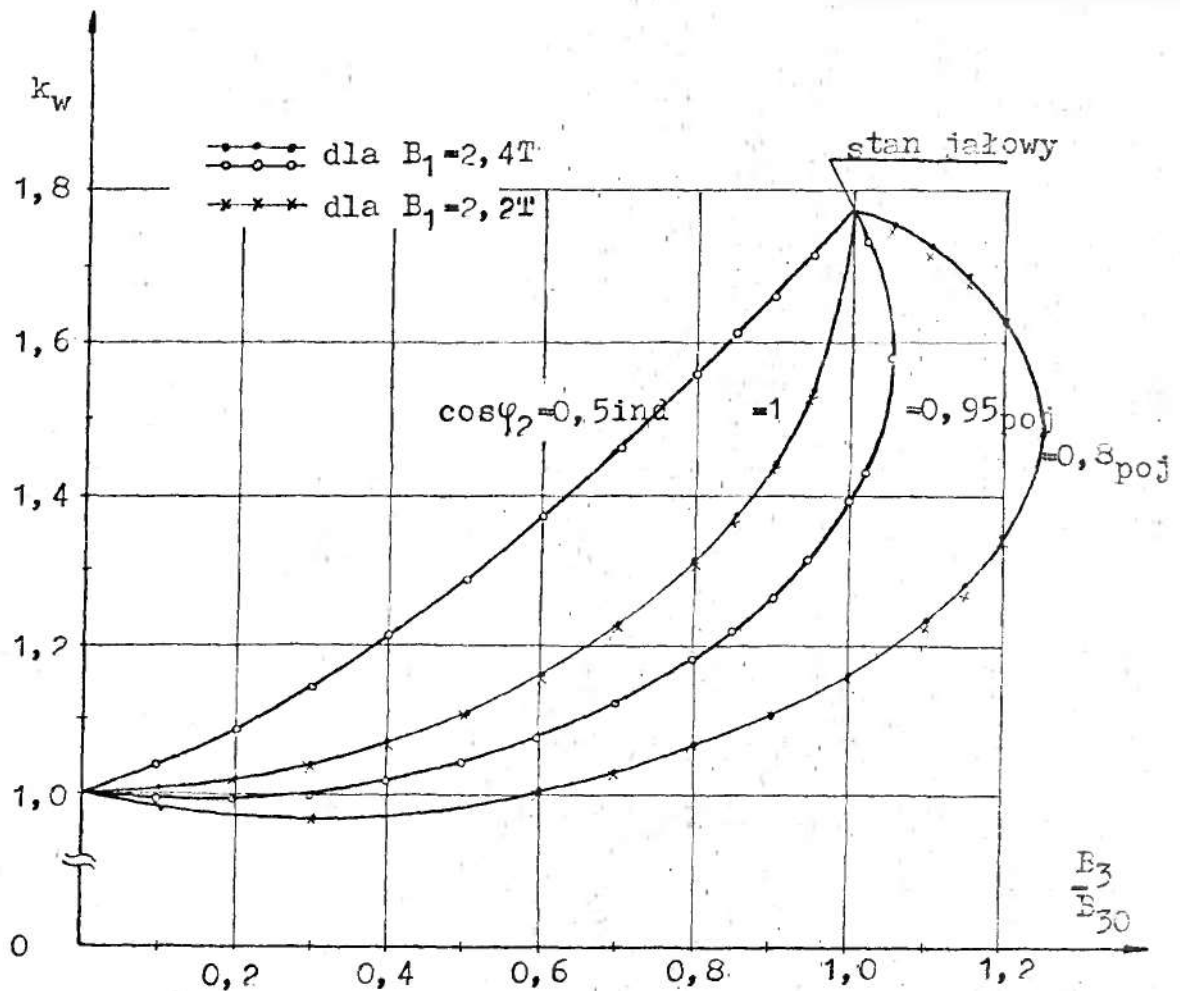
$$k_w = \left( 1 + \sqrt{\frac{3B_3}{B_1}} \right)^2 / \frac{B_1}{B_m} \quad /5.21/$$

Straty wiropędowe przy odkształconym przebiegu indukcji, w porównaniu ze stratami przy indukcji sinusoidalnie zmiennej, o takiej samej wartości maksymalnej, zwiększają się  $k_w$  razy. Powyższy wniosek oraz sposób wyrażenia współczynnika  $k_w$ , pokrywa się z rezultatami dociekań zamieszczonych w pracach [20, 21, 91].

W rozprawie określono wartości współczynnika  $k_w$ , posługując się wyznaczonymi, maksymalnymi wartościami przebiegów indukcji. Wyniki obliczeń zawierają tablice 5.1 - 5.6. zamieszczone w aneksie, a przebiegi współczynnika  $k_w$  podano na rys. 5.3.

Współczynnik wzrostu strat wiropędowych  $k_w$ , wskutek odkształcenia strumienia w rdzeniach, wykazuje dużą zmienność wraz z obciążeniem potrajacza. Największą wartość ma w stanie jałowym ok. 1,8 i dąży do jedności w stanie zwarcia strony wtórnej. Ponieważ w przedziale indukcji  $B_1$ , przy której pracują potrajacze częstotliwości,  $B_{30}$  zmienia się praktycznie liniowo /rys. 3.3/, przebiegi współczynnika  $k_w$  dla różnych amplitud indukcji  $B_1$ , nie powinny ulegać istotnym zmianom - co potwierdza rys. 5.3.

Przy obliczaniu strat mocy w rdzeniach potrajacza, wymagana jest znajomość udziałów składowej histerezy i wiropędowej w stratności blachy. Wielkości te, dla indukcji przy których pracują magnetyczne mnożniki częstotliwości, zazwyczaj nie są podawane w informatorach producentów blach magnetycznych. Wynika stąd potrzeba wyznaczania składowych stratności blach analizowanego magnetowodu.



Rys.5.3. Przebiegi współczynnika wzrostu strat wirowych na skutek odkształcenia strumienia, w różnych stanach obciążenia potrajacza

### 5.5. Rozdzielanie strat mocy w stali magnetowodów potrajacza

Z uwagi na wzajemne uwarunkowania procesów energetycznych, związanych z prądami wirowymi i zjawiskiem relaksyjnym, ścisłe rozdzielanie strat całkowitych na składniki jest niemożliwe [20]. Znana metoda częstotliwościowa rozdziału strat, wymaga źródła



zasilania o częstotliwości regulowanej, nawet od kilku herców, szczególnie w przypadku blach anizotropowych, w których przebieg stratności odniesiony do częstotliwości, nie ma charakteru liniowego [19, 20, 21, 27, 67, 100, 101, 121]. Wspomniana nieliniowość przebiegu sprawia, że dla blach anizotropowych rozdział strat w oparciu o metodę częstotliwościową jest w pewnym sensie umowny. Wydaje się celowym wprowadzenie wygodniejszego sposobu rozdziału strat, opartego na porównaniu stratności blach, wyznaczonej w próbie stanu jałowego potrójacza i transformatora.

#### 5.5.1. Metoda rozdziału strat w rdzeniu

W stanie jałowym potrójacza częstotliwości przebieg indukcji w rdzeniach jest odkształcony, zaś w stanie jałowym transformatora jest praktycznie sinusoidalny. Jednostkowe straty w rdzeniu przy sinusoidalnym przebiegu indukcji, stanowią sumę strat jednostkowych, histerezowych i wiropędowych.

$$\underline{P}_{Fe \sin} = \underline{P}_h \sin + \underline{P}_w \sin \quad /5.22 /$$

Oznaczając stosunek strat histerezowych do wiropędowych

$$q = \frac{\underline{P}_h \sin}{\underline{P}_w \sin} \quad /5.23 /$$

można napisać

$$\underline{P}_{Fe \sin} = \underline{P}_w \sin /1 + q / \quad /5.24 /$$

Jeżeli przebieg indukcji jest odkształcony, a jego maksymalna wartość jest równa amplitudzie przebiegu sinusoidalnego, wówczas pomiędzy jednostkowymi stratami histerezowymi zachodzi związek

$$\underline{P}_{h \text{ od}} = k_h \underline{P}_h \sin \quad /5.25 /$$

gdzie  $\underline{P}_{h\ od}$  - jednostkowe straty histerezy przy indukcji odkształconej, o maksymalnej wartości równej amplitudzie indukcji o przebiegu sinusoidalnym

$k_h$  - współczynnik wzrostu strat histerezy na skutek odkształcenia przebiegu indukcji [ $k_h \approx 1$ ]

Odkształcenie przebiegu indukcji w stanie jałowym potraja, przy warunku  $B_m = B_1$ , powoduje jak pokazano w rozdz.

5.4 wzrost strat wiropędowych w stosunku  $k_w$

$$\underline{P}_{w\ od} = k_w \underline{P}_{w\ sin} \quad /5.26/$$

przy czym dla stanu jałowego potraja, współczynnik  $k_w$  ma postać

$$k_w = \left( 1 + \sqrt{\frac{3B_{30}}{B_1}} \right) \sqrt{\frac{B_1}{B_m}}$$

Łączne straty jednostkowe w rdzeniu, w stanie jałowym potraja można wyrazić następująco

$$\underline{P}_{Fe\ od} = \underline{P}_{h\ od} + \underline{P}_{w\ od} \quad /5.27/$$

Uwzględniając związki /5.24/, /5.25/, /5.26/, zależność /5.27/ przekształci się do postaci

$$\underline{P}_{Fe\ od} = \underline{P}_{Fe\ sin} \frac{k_w + k_h q}{q + 1} \quad /5.28/$$

Oznaczając stosunek strat jednostkowych przy sinusoidalnym przebiegu indukcji i przebiegu odkształconym, gdy maksymalne wartości indukcji są równe [ $B_m = B_1$ ]

$$\eta_{Fe} = \frac{\underline{P}_{Fe\ sin}}{\underline{P}_{Fe\ od}} \quad /5.29/$$

z zależności /5.28/, wyznaczono współczynnik  $q$

$$q = \frac{\eta_{Fe} k_w - 1}{1 - \eta_{Fe} k_h} \quad /5.30/$$

Zatem względny udział strat wiroprowadowych przy sinusoidalnym przebiegu indukcji wynosi

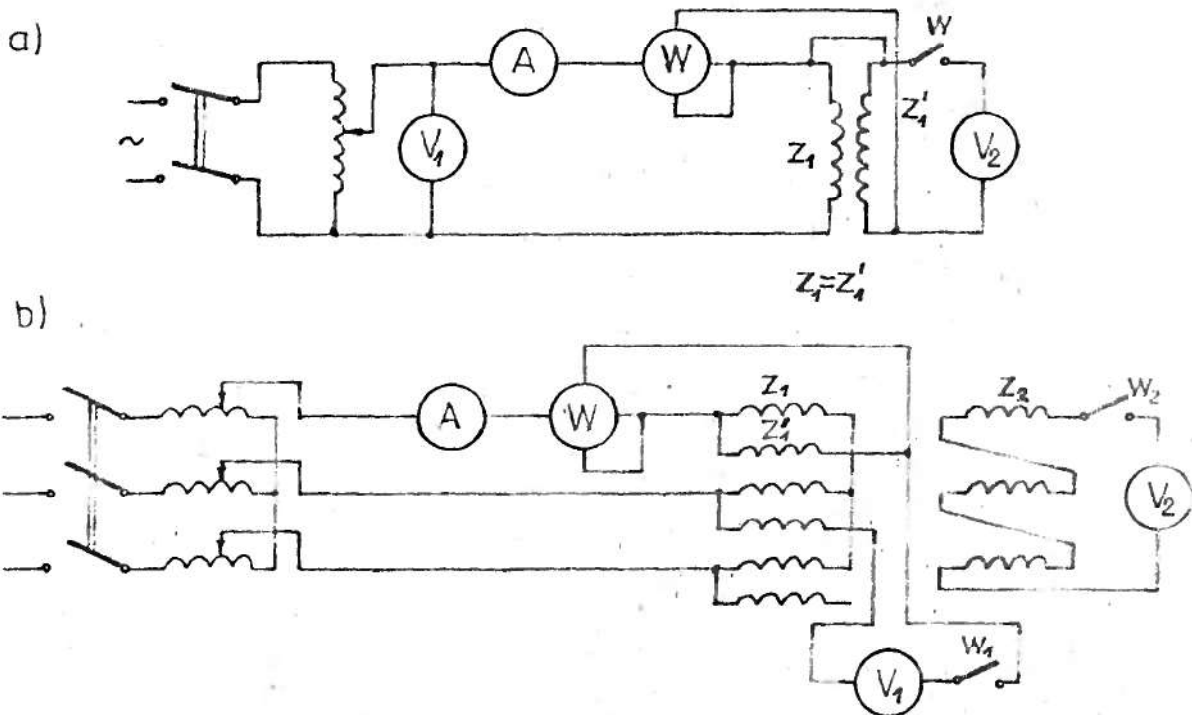
$$h_w = \frac{P_w \sin}{P_{Fe \sin}} = \frac{1}{1+q} \quad /5.31/$$

a udział strat histerezyowych, odpowiednio

$$h_h = 1 - h_w \quad /5.32/$$

### 5.5.2. Doświadczalne wyznaczanie strat jałowych w rdzeniu transformatora i potrajacza

Wyznaczono doświadczalnie straty mocy w rdzeniu transformatora potrajacza w stanie jałowym, przykładając do uzwojeń fazowych napięcie sinusoidalne /rys.5.4.a/, a następnie w przypadku połączenia transformatora w układ potrajacza, będącego w stanie jałowym /rys.5.4.b/



Rys.5.4. Schematy układów pomiarowych do wyznaczania strat jałowych

a/ w rdzeniu transformatora potrajacza

b/ w rdzeniu transformatora w układzie potrajacza częstotliwości

Transformator potrajacza miał trzy uzwojenia, pierwotne o liczbie zwojów 226, dodatkowe o takiej samej liczbie zwojów, umieszczone najbliżej rdzenia oraz uzwojenie wtórne o 126 zwojach. Rdzeń transformatora wykonano z blachy walcowanej na zimno ET-5, o grubości 0,3 mm. Średnia długość obwodu magnetycznego  $L_{sr}=0,751$  m, przekrój żelaza rdzenia  $S_{Fe}=18,95 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup> a masa rdzenia 11,26 kg.

Uzwojenie dodatkowe wykorzystywano w celu eliminacji podczas pomiaru strat mocy w uzwojeniu zasilanym. Napięcia pierwotne w układzie a i b /rys.5.4/ mierzone woltomierzem elektromagnetycznym, a napięcie wyjściowe potrajacza /rys.5.4.b/ woltomierzem elektrodynamicznym.

Wyniki pomiarów strat mocy w rdzeniu transformatora w stanie jałowym zamieszczono w tabelicy 5.7, zaś wyniki dla transformatora w układzie potrajacza podaje tablica 5.8. /Zmierzone wartości strat obejmują również straty dodatkowe, warunkowane sposobem zaplatania naroży - pod kątem  $\frac{\pi}{2}$  oraz procesami obróbki i składania blach/. Pomierzone straty mocy odniesiono do masy rdzenia, uzyskując wartości strat jednostkowych, porównywalnych dla magnetowodów różnej konstrukcji i potrajaczy o dowolnej mocy. Tabela 5.8. zawiera nadto obliczenia dodatkowe i pośrednie, ilustrujące sposób wyznaczania udziałów strat histerezowych i wiroprądowych. Graficzną ilustrację wyników uzyskanych z pomiarów i obliczeń przedstawiono na rys. 5.5. Podano przebiegi strat jednostkowych w stali, transformatora będącego w stanie jałowym, przy sinusoidalnym strumieniu, w funkcji podstawowej harmonicznej indukcji. Straty jednostkowe w stali transformatora skojarzonego w układ potrajacza /nieobciążonego/ przedstawiono w funkcji podstawowej harmonicznej indukcji  $B_1$  oraz jako zależne od indukcji maksymalnej  $B_m$  przebiegu odkształ-

Tabl.5.7. Wyniki pomiarów strat w rdzeniu transformatora w stanie jałowym

Lp	$U_1$ V	$I_I$ A	$P_{Fe}$ W	$B_1$ T	$\frac{P_{Fe}}{w}$ kg
1	100	0,194	7,6	1,0518	0,675
2	110	0,324	9,4	1,1570	0,835
3	120	0,526	11,4	1,2622	1,012
4	130	0,780	13,6	1,3673	1,208
5	140	1,112	16,25	1,4725	1,443
6	150	1,462	19,1	1,5777	1,696
7	160	2,0	22,75	1,6829	2,020
8	170	2,8	26,4	1,7880	2,345
9	180	4,4	31,2	1,8932	2,771
10	190	8,0	34,4	1,9984	3,005
11	195	10,2	36	2,0510	3,197
12	200	14,5	41	2,1036	3,641
13	205	19	42	2,1562	3,730
14	210	25,5	44	2,209	3,908
15	215	30,5	46	2,2614	4,085
16	220	38	47	2,3139	4,174
17	225	46	48	2,3665	4,2629
18	230	52	50	2,4191	4,441
19	235	57	52	2,4717	4,618

Amplitudę podstawowej harmonicznej indukcji i jednostkowe straty w rdzeniu wyznaczono na podstawie wzorów:

$$B_1 = \frac{U_1}{4,44 \cdot f_1 \cdot z_1 \cdot S_{Fe}} = \frac{U_1 \cdot 10^4}{4,44 \cdot 50 \cdot 226 \cdot 18,95}$$

$$\frac{P_{Fe}}{m_r} = \frac{P_{Fe}}{11,26}$$

Tabl.5.8. Wyniki pomiarów strat jałowych w rdzeniu transformatora w układzie potrójacza. Wyznaczenie udziału strat wiroprowadzących

LP	$U_{1p}$	$I_I$	$P_{Feed}$	$U_2$	$B_1$	$B_{30}$	$m_{30}$	$\omega t_2$	$B_m$	$k_w$	$k_h$	$P_{Feed}$	$P_{Fcsin}$	$q$	$h_w$	$P_{Fewir}$
V	A	W	V	T	T	T	o	T	T	-	-	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	-	-	$\frac{W}{kg}$
1	150	0,104	5,74	52,7	0,9109	0,1105	0,3638	14,51	0,8017	-	-	0,510	-	-	-	-
2	170	0,138	7,18	71,7	1,0323	0,1503	0,4368	14,93	0,8967	-	-	0,638	-	-	-	-
3	190	0,208	8,97	93,6	1,1538	0,1962	0,5101	30,65	0,9993	-	-	0,797	-	-	-	-
4	200	0,278	10,0	103,4	1,2145	0,2167	0,5354	32,14	1,0526	1,7129	1,034	0,892	0,65	1,009	0,499	0,324
5	220	0,492	12,36	121,5	1,3360	0,2547	0,5719	34,01	1,1605	1,7585	1,046	1,092	0,80	1,231	0,448	0,359
6	240	0,760	15,40	134	1,4574	0,2809	0,5782	34,30	1,2667	1,7663	1,046	1,368	1,0	1,240	0,446	0,446
7	260	1,18	18,10	144,5	1,5789	0,3029	0,5755	34,18	1,3720	1,7630	1,046	1,608	1,25	1,983	0,335	0,419
8	280	1,61	21,50	153,2	1,700	0,3211	0,5666	33,76	1,4764	1,7515	1,043	1,909	1,45	1,587	0,387	0,561
9	300	2,20	25,30	161,2	1,8218	0,3379	0,5564	33,25	1,5807	1,7394	1,040	2,247	1,72	1,625	0,381	0,655
10	310	2,51	27,50	165,4	1,8825	0,3467	0,5525	33,06	1,6330	1,7346	1,038	2,442	1,85	1,472	0,405	0,748
11	320	2,98	29,5	171,2	1,9432	0,3589	0,5540	33,13	1,6859	1,7363	1,040	2,6199	2,05	1,919	0,343	0,702



Tabl.5.8. c.d.

LP	$U_{1p}$	$I_I$	$P_{F8d}$	$U_2$	$B_1$	$B_{30}$	$m_{30}$	$\omega t_2$	$B_m$	$k_w$	$k_h$	$P_{Fe_{od}}$ $\frac{W}{kg}$	$P_{Fe_{sin}}$ $\frac{W}{kg}$	q	$h_w$	$P_{Fe_{wir}}$ $\frac{W}{kg}$
V	A	W	V	T	T	T	-	°	T	-	-	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	-	-	$\frac{W}{kg}$
12	330	3,60	31,9	177,8	2,004	0,3727	0,5580	33,33	1,7390	1,7415	1,040	2,833	2,20	1,834	0,353	0,776
13	340	4,35	31,3	185,3	2,0647	0,3884	0,5644	33,65	1,7925	1,7533	1,042	1,046	2,35	1,798	0,357	0,840
14	350	5,53	36,8	191,8	2,1254	0,4020	0,5675	33,80	1,8456	1,7535	1,043	3,268	2,55	1,976	0,336	0,857
15	360	7,55	40,2	201,4	2,1861	0,4222	0,5793	34,35	1,900	1,7677	1,047	3,570	2,75	1,866	0,349	0,959
16	370	11,0	42,5	213,6	2,2468	0,4477	0,5978	35,17	1,9564	1,7902	1,052	3,774	2,92	2,071	0,326	0,951
17	380	17,7	45	222,4	2,3075	0,4662	0,6061	35,92	2,0110	1,800	1,055	3,996	3,10	2,182	0,314	0,974
18	388	26	48	230	2,356	0,4821	0,6139	35,84	2,0551	1,8099	1,057	4,263	3,30	2,210	0,302	1,028
19	400	36	52	244	2,429	0,5114	0,6162	35,93	2,1231	1,8059	1,063	4,618	3,55	2,123	0,320	1,137
20	410	50	55	258	2,490	0,5408	0,6360	36,69	2,1823	1,8285	1,069	4,885	3,75	2,254	0,307	1,152
21	420	65	58,5	267	2,551	0,5597	0,6430	36,94	2,2379	1,8366	1,072	5,195	3,95	2,295	0,318	1,258



-conego. Podano również przebiegi jednostkowych strat histerezy i wiropędowych, przy sinusoidalnej indukcji, w funkcji jej amplitudy  $B_1$ .

Zestawienie wzorów użytych w obliczeniach zamieszczonych w tabl.5.8

$$B_1 = \frac{U_{1p}}{3 \cdot 4,44 \cdot f_1 \cdot z_1 \cdot S_{Fe}} = \frac{U_{1p} \cdot 10^4}{3 \cdot 4,44 \cdot 50 \cdot 226 \cdot 18,95}$$

$$B_{30} = \frac{U_{30}}{3 \cdot 4,44 \cdot f_2 \cdot z_2 \cdot S_{Fe}} = \frac{U_{30} \cdot 10^4}{3 \cdot 4,44 \cdot 150 \cdot 126 \cdot 18,95}$$

$$m_{30} = \frac{3B_{30}}{B_1}$$

$$\omega t_2 = \arcsin \sqrt{\frac{3 m_0 - 1}{4 m_0}}$$

$$B_m = B_1 \cos \omega t_2 - B_{30} \cos 3 \omega t_2$$

$$P_{Fe \text{ od}} = \frac{P_{Fe \text{ od}}}{m_r} = \frac{P_{Fe \text{ od}}}{11,26}$$

$$\eta_{Fe} = \frac{P_{Fe \text{ sin}}/B_m/}{P_{Fe \text{ od}}}$$

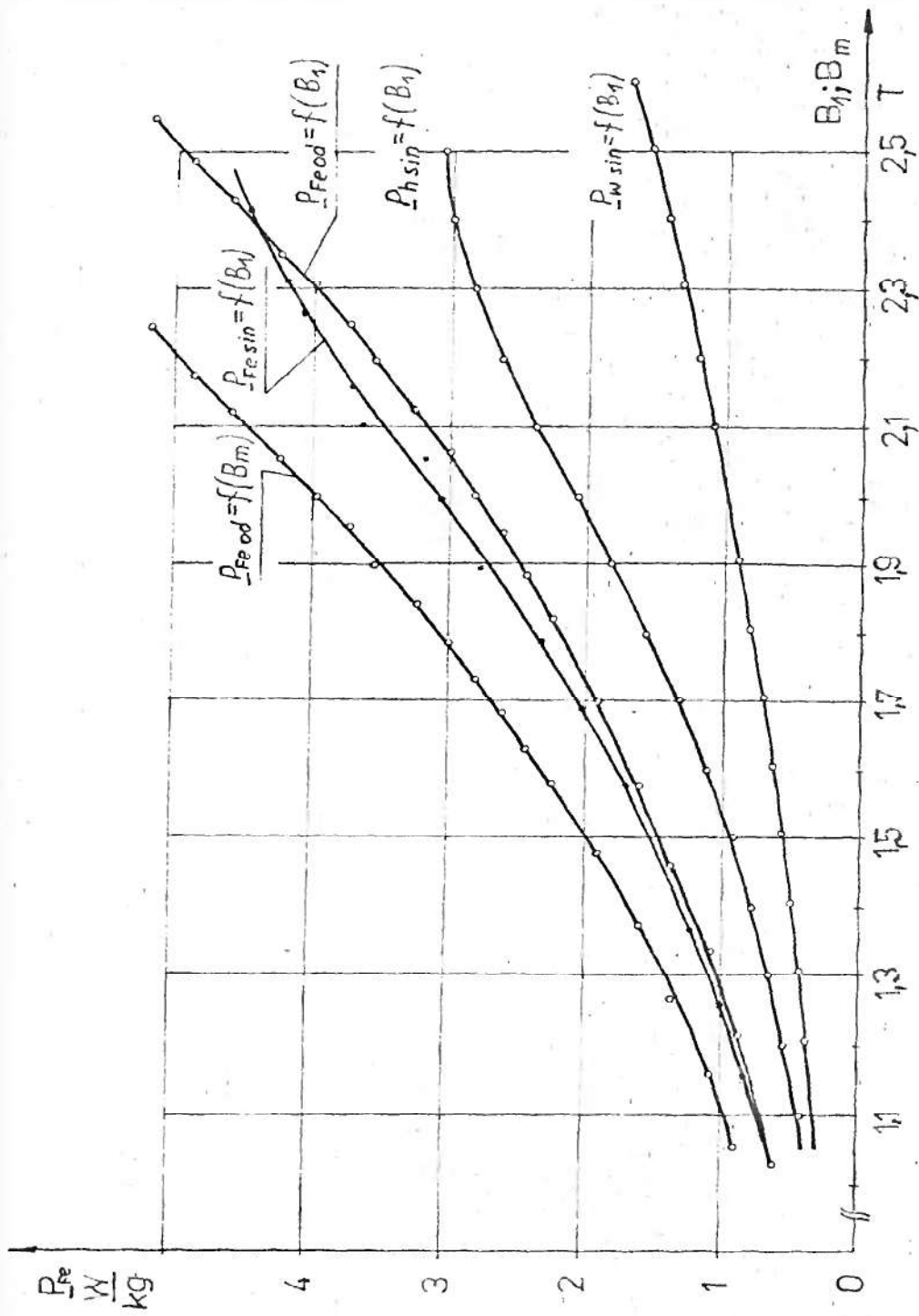
$$k_h = 1 + 0,65 \frac{B_m - B_1 + B_{30}}{B_m}$$

$$k_w = \left( 1 + \frac{3 B_{30}}{B_1} \right) / \frac{B_1}{B_m} / 2$$

$$q = \frac{\eta_{Fe} k_w - 1}{1 - \eta_{Fe} k_h}$$

$$h_w = \frac{1}{1 + q}$$

$$P_{Fe \text{ wir}} = h_w \frac{P_{Fe \text{ sin}}/B_m/}$$



5.5. Przebiegi jałowych strat jednostkowych w rdzeniu transformatora  $P_{Fe sin}$ , w tym histerezowych  $P_{Fe in}$  i wiropredowych  $P_{w sin}$  przy indukcji sinusoidalnej, oraz jałowych strat jednostkowych w rdzeniu, dla transformatora w układzie potrójnym  $P_{Fe od}$ , w funkcji podstawowej harmonicznej indukcji i wartości maksymalnej

Wydawać by się mogło, że podana metoda pozwala rozdzielić straty tylko dla indukcji  $B_1$ , nie większych od wartości  $B_m$  przebiegu odkształconego, przy której wykonano próbę stanu jałowego potrajacza. Zależność strat wiroprądowych od kwadratu indukcji, pozwala jednak, łatwo określić /ekstrapolacyjnie/ przebieg strat wiroprądowych dla indukcji  $B_1 > B_m$ , a w konsekwencji wykorzystując wyznaczoną doświadczalnie charakterystykę  $P_{Fe \sin} = f/B_1$ , wyznaczyć jednostkowe straty histerezowe w tym zakresie.

W praktyce do rozdzielenia strat jednostkowych w stali podaną metodą, wystarcza znajomość przebiegu strat jednostkowych, przy indukcji zmieniającej się sinusoidalnie  $P_{Fe \sin} = f/B_1$ , oraz wartość strat jednostkowych transformatora w układzie potrajacza, wyznaczonych dla wybranej indukcji.

Zestawienie jednostkowych strat w badanym rdzeniu, przy sinusoidalnej indukcji oraz ich podział na części histerezową i wiroprądową jak też względne udziały tych strat podaje tabela 5.9.

Porównując jednostkowe straty, przy tych samych amplitudach indukcji  $B_1 = B_m$ , stwierdza się wzrost strat przy odkształconym strumieniu /w układzie potrajacza/ względem strat przy strumieniu sinusoidalnym. Przyczyną jest znaczny wzrost udziału strat wiroprądowych, przy praktycznie niezmiennych stratach histerezowych. W przedziale indukcji, przy których pracują potrajacze, wzrost strat w rdzeniu dla badanego gatunku blach ET-5, wynosi ok. 30 %.

Jałowe straty jednostkowe w rdzeniu transformatora i potrajacza, odniesione do amplitudy podstawowej harmoniczej indukcji różnią się nieznacznie, przy czym straty dla strumienia odkształconego, są mniejsze co najwyżej o 10 % od strat gdy strumień jest sinusoidalny, przy indukcji  $B_1 < 2,38$  T. Jeżeli

Tabl. 5.9. Jednostkowe straty badanego rdzenia z podziałem na część histerezoową i wiroprowadową oraz ich względne udziały

$B_1$	T	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
$\underline{P}_{Fe} \sin$	$\frac{w}{kg}$	0,75	0,92	1,1	1,3	1,5	1,78	2,075	2,4
$\underline{P}_h \sin$	$\frac{w}{kg}$	0,447	0,56	0,68	0,81	0,937	1,140	1,35	1,59
$\underline{P}_w \sin$	$\frac{w}{kg}$	0,303	0,36	0,42	0,49	0,563	0,64	0,725	0,81
$h_h$	-	0,596	0,609	0,618	0,623	0,625	0,640	0,652	0,662
$h_w$	-	0,404	0,391	0,382	0,377	0,375	0,360	0,348	0,338

Tabl.5.9. c.d.

$B_1$	T	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
$\underline{P}_{Fe} \sin$	$\frac{w}{kg}$	2,75	3,1	3,5	3,85	4,15	4,45	4,46
$\underline{P}_h \sin$	$\frac{w}{kg}$	1,85	2,10	2,40	2,64	2,83	3,01	3,09
$\underline{P}_w \sin$	$\frac{w}{kg}$	0,90	1,0	1,10	1,21	1,32	1,44	1,56
$h_h$	-	0,672	0,677	0,685	0,686	0,681	0,676	0,664
$h_w$	-	0,328	0,323	0,315	0,314	0,319	0,324	0,336

$B_1 > 2,4$  T straty jednostkowe przy pracy potrajaczowej, przewyższają straty jednostkowe transformatora o strumieniu sinusoidalnym.

Nieznaczne różnice w przebiegach charakterystyk  $\underline{P}_{Fe} \sin = f/B_1$  i  $\underline{P}_{Fe} \sin = f/B_1$  pozwalają przypuszczać, że straty w rdzeniu potrajacza, w stanach pracy od jałowego do zwarcia strony wtórnej, nie ulegają istotnym zmianom. Dokładniejsza analiza zagadnienia przeprowadzona będzie w kolejnym rozdziale.

Wydzielone z przebiegu  $\underline{P}_{Fe \text{ od}} \sin = f/B_1/$  jednostkowe straty wiroprądowe, wykazują zgodnie z teorią, kwadratową zależność od indukcji. Jednostkowe straty histerezy wzrastają z większą potęgą niż w kwadracie, w przedziale indukcji  $B_1 /1,5-2,1/T,$  a dla wyższych, istotnych dla pracy potrajaczy, następuje proces ustalania się strat histerezy, co jest korzystne ze względu na bilans strat w rdzeniu.

#### 5.6. Obliczanie strat w rdzeniach potrajacza w różnych stanach obciążenia

Do obliczania strat w rdzeniach transformatorów potrajacza, niezbędna jest znajomość jednostkowych strat wiroprądowych i histerezy dla danego gatunku blachy, maksymalnej wartości indukcji w rdzeniu oraz współczynników wzrostu strat  $k_w$  i  $k_n$  wskutek odkształcenia strumienia. W obliczeniach projektowych winno się nadto uwzględniać, wzrost strat powodowany procesami obróbki i składania rdzeni oraz sposobem jego zaplatania.

Opierając się na wyznaczonych uprzednio wielkościach i współczynnikach /rozd. 5.3, 5.4, 5.5/, obliczono wartości strat jednostkowych w rdzeniach potrajacza dla różnych warunków obciążenia. Jednostkowe straty histerezy i wiroprądowe w rdzeniu, obliczono zgodnie ze wzorami

$$\underline{P}_{h \text{ od}} = k_h \underline{P}_h \sin/B_m/ \quad /5.33/$$

$$\underline{P}_{w \text{ od}} = k_w \underline{P}_w \sin/B_m/$$

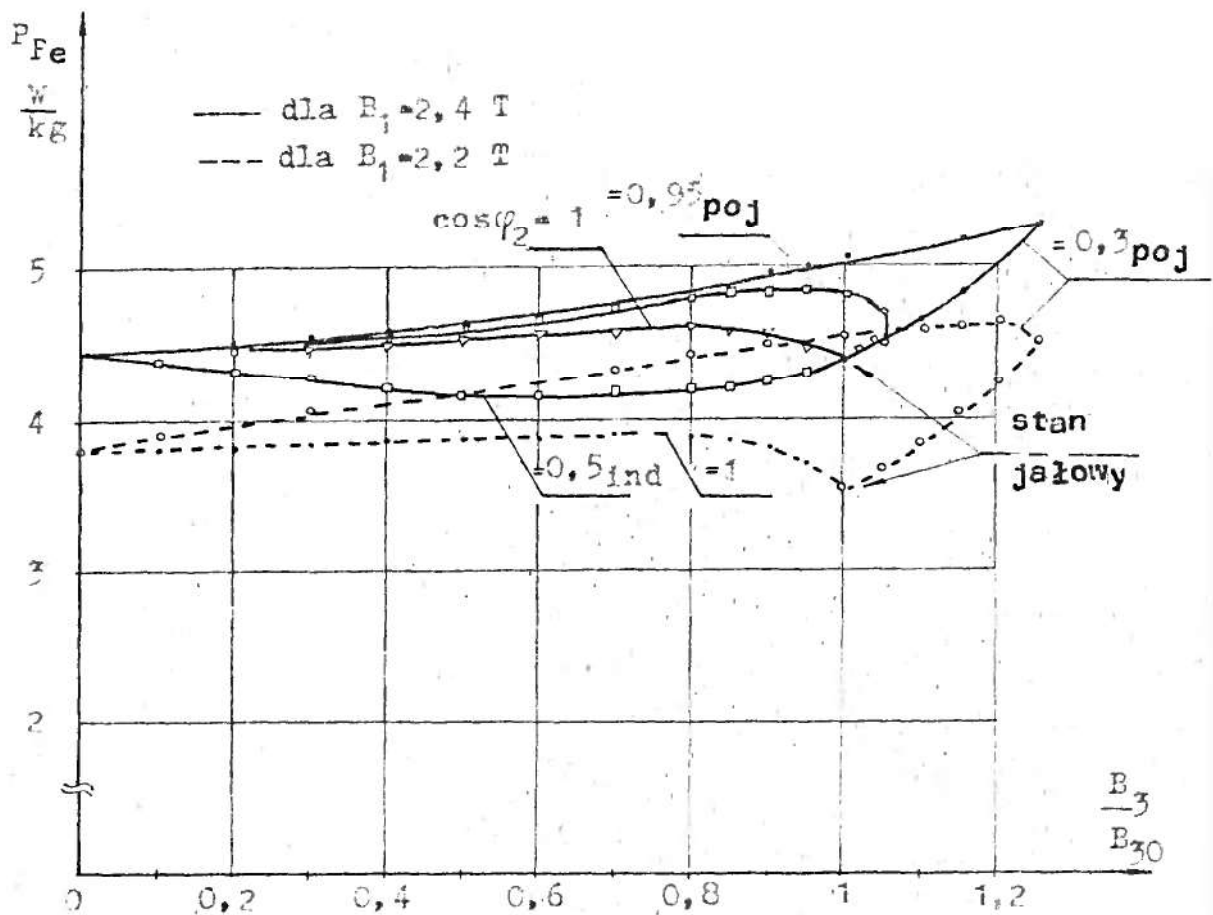
zaś łączne jednostkowe straty w stali stanowią ich sumę

$$\underline{P}_{Fe \text{ od}} = \underline{P}_{h \text{ od}} + \underline{P}_{w \text{ od}} \quad /5.34/$$

Uwzględniając masę magnetowodów i uwzględniając /5.34/ oblicza się straty w stali potrajacza.

Obliczenia jednostkowych strat w żelazie transformatorowego potrajacza częstotliwości zestawiono w tabl. 5.10 - 5.14 /aneks/, a ich przebiegi podaje rys.5.6.

Jak wykazano w rozprawie, przebieg indukcji w rdzeniach potrajacza zmienia kształt, wraz z obciążeniem strony wtórnej, co powoduje zmianę udziałów strat wiroprowadowych i histerezo- wych w łącznych stratach w stali. Przykładowo, w analizowanym przypadku dla indukcji podstawowej harmonicznej 2,4 T,



Rys.5.6. Przebiegi jednostkowych strat w rdzeniach transformatorów w różnych warunkach pracy transformatorowego potrajacza

stosunek strat wiroprądowych do histerezowych wynosił w stanie zwarcia ok. 80 %, a w jałowym ok. 48 %.

Straty wiroprądowe przy obciążeniach czynnych i czynno-indukcyjnych, przyjmują największą wartość w stanie jałowym potrajacza i monotonicznie zmniejszają się, osiągając minimum w stanie zwarcia. Odwrotnie zachowują się straty histerezowe, przyjmując największą wartość w stanie zwarcia strony wtórnej. W przypadku obciążeń czynno-pojemnościowych, możliwy jest wzrost amplitudy przebiegu indukcji ponad wartość  $B_1$ , zatem i straty wiroprądowe oraz histerezowe osiągają maksymalne wartości przy określonych mocach wyjściowych potrajacza.

Łączne straty w żelazie są związane z przebiegiem stratności blachy w funkcji indukcji, zależą od pierwszej harmonicznej indukcji i udziału trzeciej. Wraz z obciążeniem o charakterze czynnym i czynno-indukcyjnym potrajacza, wzrasta maksymalna wartość indukcji, a zatem i straty histerezowe, zmniejsza się odkształcenie przebiegu indukcji oraz straty wiroprądowe. Ponieważ zmienność cytowanych strat jest nieliniowa, przebiegi z rys. 5.6 różnią się kształtem, zależnie od współczynnika mocy  $\cos\varphi_2$  oraz poziomu indukcji  $B_1$ . Jednak łączne straty pozostają prawie niezmiennie wraz z obciążaniem potrajacza. Odnosząc przyrost strat do strat stanu jałowego, dla obciążenia rezystancyjnego przy  $B_1=2,4$  T, wynosi on ok. 4,5 %, zaś przy  $\cos\varphi_2=0,5$  ind odpowiednio 5,9 %. Dla obciążeń czynno-pojemnościowych, występuje większa zmienność strat w stali. Największe wartości osiągają w obszarze występowania maksymalnej wartości indukcji. Przyrost strat w stosunku do stanu jałowego w rozpatrzonych przypadkach wynosi przy  $\cos\varphi_2=0,8$  poj i  $B_1=2,4$  T ok. 18 %, zaś dla  $B_1=2,2$  T ok. 31 %. Większe wartości przyrostów strat dla



indukcji  $B_1=2,2$  T, wiązać należy z zależnością jednostkowych strat histerezowych  $P_{hsin}=f/B_1$  oraz ich dążeniem do ustalania się w obszarze znacznych nasyceń.

Przedstawione na rys. 5.6 przebiegi strat jednostkowych, można odnieść do potrajaczy różnej konstrukcji i mocy. Posłużyły one do przykładu obliczenia strat mocy w stali modelu potrajacza o danych zamieszczonych w rozdz. 6.5.2 oraz potrajacza o mocy  $S_2=1000$  kV.A /rozd. 4.7.1/.

Straty mocy w stali modelu potrajacza

Zakładając obciążenie potrajacza o charakterze czynno-pojemnościowym i współczynniku mocy  $\cos\varphi_2=0,8$ , poziom podstawowej harmonicznej indukcji  $B_1=2,4$  T, oraz stosunek  $B_3/B_{30}=U_2/U_{20}=0,95$ , na podstawie wykresu /rys. 5.6/ jednostkowe straty w rdzeniu wynoszą

$$P_{Fe\ od} = 5 \frac{W}{kg}$$

Ponieważ masa rdzenia transformatora wynosi 11,26 kg, straty w stali potrajacza wyrażają się

$$P_{Fe} = 3 m_r P_{Fe\ od} = 3 \cdot 11,26 \cdot 5 = 168,9 W$$

Straty mocy w stali potrajacza o mocy  $S_2=1000$  kV.A

Obliczenia strat dotyczą warunków znamionowych, zatem odpowiednie wielkości wynoszą /rozd. 4.7.1/

$$B_1=2,4 T, \cos\varphi_2=0,95 \text{ poj}, \frac{U_2}{U_{20}} = 0,8$$

Założono wykonanie rdzeni z blachy ET-5 grubości 0,3 mm, przyjęto stratność blach taką jak dla modelu potrajacza, jak również ten sam współczynnik wzrostu strat w związku ze sposobem zaplataania jarzm i kolumn oraz obróbką i składaniem blach.

Korzystając z przebiegów na rys. 5.6. jednostkowe straty w rdzeniu wyniosą

$$P_{Fe\ od} = 4,8 \frac{W}{kg}$$

Ustalając masę rdzenia transformatora na podstawie przekroju  $S_{Fe}$  i średniej długości obwodu magnetycznego  $L_{sr}$  mamy

$$m_r = \gamma_b S_{Fe} L_{sr} = 7,65 \cdot 10^3 \cdot 0,0357 \cdot 4 \approx 1092 \text{ kg}$$

przy czym

$$\gamma_b - \text{gęstość blachy transformatorowej } 7,65 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Straty w żelazie potrająca wyniosą

$$P_{Fe} = m_r P_{Feod} = 3 \cdot 1092 \cdot 4,8 = 15,7 \text{ kW}$$

Straty w żelazie stanowią 1,6 % znamionowej mocy wyjściowej, a w związku z wyższym poziomem indukcji w rdzeniach i jej odkształceniem, osiągają większe wartości niż w transformatorze tej samej mocy. Dla porównania, w transformatorze piecowym typu T02Lb - 1000/10 wynoszą 0,3 % mocy znamionowej, zaś w transformatorze energetycznym TA0a-1000/15 0,21 %.

## 6. OSIĄGNIĘCIA I WNIOSKI

W rozprawie przedstawiono analizę strat mocy w transformatorowym potrajaczu częstotliwości. Opracowano metody obliczania strat mocy w uzwojeniach i rdzeniach w różnych warunkach pracy potrajacza oraz wyznaczono grubości krytyczne przewodów uzwojeń, co stanowi postawiony cel pracy.

Szczegółowe uwagi i wnioski zamieszczono w poszczególnych rozdziałach rozprawy. W rozdz. 6 sformułowano wnioski końcowe oraz podano osiągnięcia rozprawy, które zdaniem autora uznać można za oryginalne.

Za własne osiągnięcia uważam:

1. Sformułowanie zależności określających straty mocy oraz współczynniki wzrostu strat dodatkowych w uzwojeniach potrajacza, z uwzględnieniem wyższych harmonicznych strumieni rozproszenia, odpowiadających zadanym warunkom obciążenia. Zależności te mogą być również wykorzystane do obliczania strat mocy w innych mnożnikach częstotliwości
2. Wyznaczenie grubości krytycznych przewodów uzwojeń z uwzględnieniem różnych warunków pracy potrajacza
3. Podanie metody obliczania strat mocy w rdzeniach potrajacza, uwzględniającej kształt przebiegu indukcji, warunkowany wartością i charakterem obciążenia
4. Opracowanie metody wyznaczania ekstremalnych wartości przebiegu czasowego indukcji w magnetowodach potrajacza w różnych stanach pracy, niezbędnych do obliczeń strat mocy
5. W analizie potrajacza, wprowadzenie objętościowej gęsto-

ści mocy, wiążącej w sposób analityczny moc wyjściową z wymiarami magnetowodu

6. Podanie sposobu obliczania podstawowych parametrów obwodu magnetycznego i uzwojeń potrajacza częstotliwości, który może znaleźć zastosowanie w obliczeniach projektowych oraz optymalizacyjnych

Przeprowadzone w pracy rozważania, analiza i obliczenia pozwalają sformułować następujące wnioski:

1. Z uwagi na duży prąd magnesujący, przepływ strony pierwotnej jest znacznie większy niż strony wtórnej co powoduje, że w uzwojeniach pierwotnych wydziela się 75-80% całkowitych strat mocy w uzwojeniach potrajacza
2. Znaczne odkształcenie prądu pierwotnego powoduje wzrost strat dodatkowych w uzwojeniu pierwotnym oraz wtórnym, wewnętrznym, natomiast skutek potrojonej częstotliwości prądu wtórnego, rosną dodatkowe straty mocy w uzwojeniu wtórnym i pierwotnym, wewnętrznym
3. Odkształcenie prądu pierwotnego i powodowane tym straty dodatkowe w uzwojeniach, zależą od wielkości i charakteru obciążenia potrajacza
4. Dodatkowe straty mocy w uzwojeniach, zależne są od ich wzajemnego usytuowania. W uzwojeniach wewnętrznych straty dodatkowe są większe. Łączne straty mocy w obu uzwojeniach, praktycznie nie zależą od ich wzajemnego usytuowania
5. Straty całkowite w uzwojeniach można określać za pomocą współczynników strat dodatkowych, których wartości determinowane są przez wymiary i usytuowanie uzwojeń, poprzeczne wymiary przewodów uzwojeń oraz wartość i charakter

obciążenia potrajacza

6. Współczynniki strat dodatkowych w uzwojeniach, mogą osiągać znaczne wartości /powyżej jedności/, szczególnie przy przekraczaniu grubości krytycznej przewodów i rosnącej liczbie warstw uzwojenia
7. Odkształcenie prądu pierwotnego oraz wzrost częstotliwości prądu wtórnego  $/3 f_1/$ , powodują zmniejszenie grubości krytycznej przewodu, która stanowi dla uzwojeń pierwotnych potrajacza 45 - 100 %, a wtórnych 20- 58 % wartości wyznaczonej przy pracy transformatorowej
8. Wartości współczynników strat dodatkowych dla wielowarstwowych uzwojeń potrajacza, odpowiadające krytycznemu wymiarowi przewodu, są większe o kilka procentów, od współczynników wyznaczonych dla uzwojeń transformatorów
9. Wyznaczone współczynniki i wskaźniki strat dodatkowych w uzwojeniach, uwzględniając uwagi podane w pracy, można stosować również do obliczeń dla potrajacza z wyjściem trójfazowym i dziewięciokrotnika
10. Odkształcenie przebiegu indukcji oraz jej wysoki poziom, powodują wzrost jednostkowych strat mocy w magnetowdach potrajacza w stosunku do transformatora. Dla badanego i analizowanego modelu, straty jednostkowe przy pracy potrajaczowej /indukcja podstawowej harmonicznej  $B_1 = 2,4 \text{ T}$ / są 2,5 - 3,5 krotnie większe niż przy pracy transformatorowej /indukcja  $B_1 = 1,6 \text{ T}$ /
11. Zależnie od obciążenia potrajacza, ulega zmianie odkształcenie indukcji w rdzeniach warunkujące wartość strat histerezy i wiropędowych. Sumaryczne stra-

ty w stali potrajacza, przy obciążeniach czynnych i czynno-indukcyjnych, są praktycznie niezależne od obciążenia. Dla obciążeń czynno-pojemnościowych, cechuje je zmienność zależna od poziomu podstawowej harmonicznej indukcji i współczynnika mocy strony wtórnej

12. Straty w stali potrajacza można wyznaczyć dla indukcji sinusoidalnej o amplitudzie równej maksymalnej wartości przebiegu indukcji, zaś jej odkształcenie uwzględniać przez współczynniki strat histerezowych i wiropędowych. Współczynnik strat histerezowych jest praktycznie równy jedności, natomiast współczynnik strat wiropędowych zmienia swą wartość zależnie od warunków obciążenia
13. Wyprowadzone i podane w rozprawie zależności, pozwalające obliczać straty mocy w uzwojeniach i rdzeniach potrajacza w różnych warunkach obciążenia, mogą być wykorzystane do obliczeń optymalizacyjnych potrajaczy częstotliwości

W Y K A Z L I T E R A T U R Y

1. Apanasiewicz S. Krakowski M.: Current density in foil-wound transformers. International Symposium on Electrodynamics Forces and Losses in Transformers. Łódź. 18-20 X 1979
2. Antoniewicz J.: Tablice funkcji dla inżynierów. PWN, Warszawa 1969
3. Bamdas A.M., Blinow J.W., Zacharow N.W., Szapiro S.W.: Fierromagnitnyje umnożiteli czastoty. Energiya, Moskwa 1963
4. Bendzsak G.: Analysis of the magnetic frequency tripler. Diss. University of Toronto 1974
5. Bendzsak G., Biringer P.P.: The influence of magnetisation characteristics upon tripler performance. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-10, No 5, 1974
6. Bessho K., Yamada S., Nafalski A.: Magnetic frequency triplication in the structure of three 3-legged cores, Int. Scient. Colloquium, Ilmenau, 26-30 Oct. 1981, H<sub>1</sub>-A<sub>1</sub>, pp 191-194
7. Bessho K., Yamada S., Ohyama K.: The characteristics of a new high power frequency tripler using series - connected reactor circuits. Jour. of Magnetism and Mag. Mater. vol.19, 1980, pp.331-332
8. Bessho K., Yamada S., Ohyama K., Sudani T.: New magnetic frequency tripler with delta connection suited for high power unit. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-15, No 6, Nov. 1979, pp 1791-1793
9. Bessho K., Yamada S., Sudani T. :Theory and analysis of



a new magnetic frequency tripler using single core.

Proceedings of 3rd Int. Conf. on Soft Magn.Mat./SMM-3/,  
part.1, pp.75-82, Bratislava, 14-16,Sept.1977

10. Bessho K., Yamada S., Matsumura F.: Improvement of characteristics and applications of the magnetic frequency tripler with bridge-connected reactor circuit. IEEE Trans.on Magnetics, Vol.MAG-13, No.5, Sept.1977, pp. 1217-1219
11. Bessho K., Yamada S., Sudani T., Kanamaru Y.: Some experiments and considerations on the behavior of a new magnetic frequency tripler with bridge - connected reactor circuit. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-12, No. 6, Nov. 1976, pp. 829-831.
12. Bhongbibhat P.: Statischer Frequenzdreifacher mit günstigem Aufwand an Schaltungselementen. Diss. TH Stuttgart 1966
13. Biringer P.P.: Static frequency changers. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-5, No.3, 1969
14. Biringer P.P.; Bendzsak G.J.: Steady-state analysis and stability of a magnetic frequency tripler. IEEE Trans.on Magnetics, Vol. MAG-5, No. 3, 1969.
15. Biringer P.P., Lavers J.D.: A useful nonlinear design model for the magnetic frequency tripler. IEEE Trans. on Magnetics Vol.MAG-11, No.5, 1975
16. Biringer P.P., Lavers J.D.: Recent advances in the design of large frequency changer. IEEE Trans. on Magnetics, Vol.MAG-12, No.6, 1976
17. Biringer P.P., Slemon G.R.: Harmonic analysis of the magnetic frequency tripler. Commun. and Electron, July 1963
18. Borju N.W., Bodnar W.W.: Rascież potier ot wihrewych tokow w obmotkach transformatorów. Elektromiechanika 1971, No.10

19. Brailsford F., Fogg R.: Anomalous iron losses in cold -  
-reduced grain-oriented transformer steel. Proc.IEE,  
Vol. 111, No 8, Aug. 1964
20. Dąbrowski M.: Analiza obwodów magnetycznych. Straty mocy  
w obwodach. PWN, Warszawa-Poznań 1981
21. Dąbrowski M.: Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycz-  
nych. WNT, Warszawa 1971
22. Dąbrowski M.: Wpływ niejednorodności blachy magnetycznej  
na straty wiroprowadowe w rdzeniu. Archiwum Elektrotechni-  
ki, T. XXIX, z.1, 1980
23. Dąbrowski M.: Podstawowe straty mocy w zębowych częściach  
rdzeni maszyn elektrycznych. Przegląd Elektrotechniczny,  
z.4, 1973
24. Dietrich W.: Berechnung der Wirkverluste von Transforma-  
torenwicklungen unter Berücksichtigung des tatsächlichen  
Streifeldverlaufes. Archiv für Elektrotechnik, BdXLVI,  
H.4, 1961
25. Dresler Z.: Regulacja napięcia wyjściowego magnetycznego  
potrajacza częstotliwości. Rozprawa doktorska. Politechni-  
ka Lubelska 1982
26. Dublley R.F., Burke P.E., The prediction of current  
distribution in induction heating installations. IEEE  
Trans.on Industry Applications, Vol.IA-8, No 5, 1972
27. Ferro A., Montalenti G., Soardo G.P.: Non linearity  
anomaly of power losses vs. frequency in various soft  
magnetic materials. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-11,  
No.5, 1975
28. Gogolewski Z.: Straty dodatkowe w uzwojeniach transforma-  
torów. Archiwum Elektrotechniki, z. 2. 1957

29. Gogolewski Z., Manitius J.: Straty dodatkowe w uzwojeniach. Przegląd Elektrotechniczny, No 6, 1948
30. Gogolewski Z., Puchała A.: Metoda obliczania optymalnego wielowarstwowego uzwojenia transformatorów. Archiwum Elektrotechniki, z.4, 1959
31. Goleman R.: Charakterystyki obwodu wyjściowego w stanie obciążenia elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości. Prace Instytutu PIUEE. Politechnika Lubelska B.2, 1978
32. Goleman R.: Prąd pierwotny transformatorowego potrajacza częstotliwości. Prace Instytutu PIUEE. Politechnika Lubelska C.2, 1978
33. Goleman R.: Obliczanie strat dodatkowych w uzwojeniach transformatorowego potrajacza częstotliwości. Materiały V Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów. Gliwice-Ustroń, 6-8 V, 1981
34. Goleman R.: Straty dodatkowe w uzwojeniach transformatorowego potrajacza częstotliwości w stanie jałowym. Prace Instytutu PIUEE. Politechnika Lubelska C.10, 1982
35. Goleman R., Guz J., Janowski T., Waszczak J.: Potencjały punktów zerowych uzwojeń pierwotnych magnetycznego potrajacza częstotliwości z wyjściem trójfazowym. Prace Instytutu PIUEE. Politechnika Lubelska /w druku/
36. Groyecki J.: Rozwój technologii blach transformatorowych. Wiadomości Elektrotechniczne, Nr 6, 1981
37. Hasumi T., Hirokawa T., Tadokoro M.: Frequency tripler with very little input-current distortion. IEEE Trans.on Magnetics, Vol.MAG-5, No 4, 1969
38. Hasumi T., Tadokoro M., Kasahara H.: An analysis of the frequency tripler. IEEE Trans.on Magnetics, Vol. MAG-2, No 3, 1966

39. Hollitscher H.: Core losses in magnetic materials at very high flux densities when the flux is not sinusoidal. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-5, No 3, 1969
40. Janowski T.: Metody doświadczalnego wyznaczania dodatkowych strat obciążeniowych w transformatorze występujących poza uzwojeniami. Rozprawa doktorska. Politechnika Łódzka 1968
41. Janowski T., Goleman R.: Obliczanie prądu wejściowego magnetycznego potrajacza częstotliwości. Prace Instytutu PiUEE Politechnika Lubelska. /w druku/
42. Janowski T., Goleman R., Stryczewska H., Wac-Włodarczyk A.: Kształt prądu pierwotnego magnetycznego potrajacza częstotliwości z wyjściem trójfazowym. /jak 41 /
43. Janowski T., Goleman R., Guz J., Wac-Włodarczyk A.: Indukcja w rdzeniach magnetycznych mnożników częstotliwości w stanie jałowym /jak 41 /
44. Janowski T., Nafalski A.: Przegląd aktualnych zastosowań magnetycznych mnożników częstotliwości. Przegląd Elektrotechniczny. Nr 10, 1980
45. Janowski T., Nafalski A.: Magnetyczny powielacz częstotliwości o trzech wartościach częstotliwości. Patent PRL nr 98763 z dnia 6.07.76
46. Janowski T., Nafalski A.: Układ regulacji napięcia wyjściowego w magnetycznym potrajaczu częstotliwości typu transformatorowego. Patent PRL nr 93811 z dnia 20.06.76
47. Janowski T., Nafalski A.: Magnetyczny potrajacz częstotliwości o małej zmienności napięcia. Patent PRL nr 85408 z dnia 18.04.73
48. Janowski T., Nafalski A.: Aproksymacja krzywej magnesowania rdzeni magnetycznych powielaczy częstotliwości dla

celów obliczeń na maszynie cyfrowej. *Folia Societatis Sc. Lub.*,  
Vol.20, nr 1, 1978

49. Janowski T., Nafalski A., Guz J.: Wpływ aproksymacji na wyniki analizy magnetycznych mnożników częstotliwości. *Folia Societatis Sc.Lub.*, w druku/
50. Janowski T., Nafalski A., Wawszczak J., Bessho K.: Three-phase 80 kV.A output magnetic frequency tripler supplying a multi-motor load. *Papers of Annual Meeting on Applied Magnetism in Japan, Vol. MAG-82*
51. Janowski T., Nafalski A.: Współpraca magnetycznego potrajacza częstotliwości z siecią zasilającą. *Zeszyt Naukowo-Techniczny WSiInż.w Lublinie. Październik 1971*
52. Janowski T., Palak H., Dresler Z.: Regulator napięcia wyjściowego magnetycznych potrajaczy częstotliwości. *Prace Instytutu PiUEE. Politechnika Lubelska, C.9, 1982*
53. Janowski T., Stryczewska H., Goleman R.: Kształt prądu pierwotnego transformatorowego dziewięciokrotnika częstotliwości. *Materiały VI Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów. Gliwice-Ustroń, 13-16 IV, 1983*
54. Janowski T., Wawszczak J.: Napięcie wyjściowe transformatorowego potrajacza częstotliwości. *Przegląd Elektrotechniczny, nr 1, 1972*
55. Janowski T., Wawszczak J.: Prąd stanu jałowego transformatorowego potrajacza częstotliwości. *Przegląd Elektrotechniczny, Nr 1, 1979*
56. Janowski T., Wawszczak J.: Metody wyznaczania prądu zwarcia strony wtórnej magnetycznego potrajacza częstotliwości. *Folia Societatis Sc. Lub, Vol.20, Nr 1, 1978*

57. Janowski T., Wawszczak J.: Doświadczalne badania metod wyznaczenia napięcia w magnetycznych potrajaczach częstotliwości. Zeszyt Naukowo-Techniczny WSInż. w Lublinie, 1971
58. Janowski T., Wawszczak J., Dresler Z.: Układ regulacji napięcia wyjściowego magnetycznego potrajacza częstotliwości z wyjściem trójfazowym i dziewięciokrotnika. Patent P-229777
59. Janowski T., Wawszczak J., Nafalski A.: Magnetyczne mnożniki częstotliwości. Prace Instytutu PiUEE. Politechnika Lubelska. C.9, 1982
60. Janowski T., Wawszczak J., Nafalski A., Goleman R.: Stan obecny i perspektywy rozwoju magnetycznych mnożników częstotliwości. Prace Instytutu PiUEE. Politechnika Lubelska. C.2, 1978
61. Janowski T., Wawszczak J.: Magnetyczny potrajacz częstotliwości do zasilania ozonatorów. Wiadomości Elektrotechniczne Nr , 1983
62. Janowski T. i inni: Zastosowanie magnetycznych mnożników częstotliwości do zasilania maszyn przędzalniczych włókien chemicznych. Instytut PiUEE. Politechnika Lubelska. Praca Nr 26/NN-1/79 wykonana na zamówienie Chodakowskich Zakład Chemicznych "Chemitex" w Sochaczewie
63. Janowski T. i inni: Magnetyczne mnożniki częstotliwości do zasilania pieców indukcyjnych. Opracowanie projektu prototypu magnetycznego potrajacza częstotliwości o mocy wyjściowej 630 kV.A. Instytut PiUEE. Politechnika Lubelska. Praca Nr 33/NN-1/81 wykonana na zamówienie Przedsiębiorstwa Projektowania i Wyposażenia Odlewni PROOLEW
64. Janowski T. i inni: Przemiany energii elektrycznej w energię ciepłą w zastosowaniach przemysłowych. Opracowanie. Temat główny E 3/2. Instytut PiUEE. Politechnika Lubelska 1979



65. Jabłoński M.: Badanie transformatorów w przemyśle i eksploatacji. WNT, Warszawa 1969
66. Jaszczuk B.: Model domenowy strat wiropędowych w blachach elektrotechnicznych. Zeszyty Nauk. Politechniki Częstochowskiej. Nauki Techniczne. Elektrotechnika, z.4, 1972
67. Jezierski E.: Transformatory. WNT, Warszawa 1975
68. Jezierski E.: Transformatory. Podstawy teoretyczne. WNT, Warszawa 1965
69. Jezierski E., Apanowicz B.: Obciążeniowe straty dodatkowe w uzwojeniach nawiniętych przewodami równoległymi przy niepełnym przepleceniu. II Konferencja Transformatorowa. Łódź 1970
70. Jezierski E., Gogolewski Z., Kopczyński Z., Szmit J.: Transformatory. Budowa i projektowanie. WNT, Warszawa 1963
71. Jezierski E. i inni: Budowa i obliczanie rdzeni transformatorów energetycznych. WNT, Warszawa 1979
72. Jezierski P., Kozłowska A., Rydzewski Z.: Obliczanie olejowych transformatorów energetycznych o napięciu do 30 kV, /skrypt/. Politechnika Łódzka. Łódź 1976
73. Knobloch A.: Dämpfung des Streufeldes von Spartransformatoren durch unmagnetische Metallhohlzylinder. Archiv für Elektrotechnik, Bd. XLVI, H.5, 1961
74. Kopczyński Z.: Straty dodatkowe w uzwojeniach transformatorów. Przegląd Elektrotechn., 1939, str. 334
75. Kopczyński Z.: Straty dodatkowe w zależności od nagrzania. Przegląd Elektrotechn., 1939, str. 215
76. Koter T., Kowalewicz P.: Anizotropia magnetyczna blach elektrotechnicznej. Przegląd Elektrotechniczny, z.5, 1960
77. Kozłowski M.: Straty dodatkowe w uzwojeniach transformatorów. Przegląd Elektrotechniczny, z. 2/3, 1955



78. Kozłowski M.: Niektóre zagadnienia z teorii strat dodatkowych w uzwojeniach transformatorów. Rozprawy Elektrotechniczne, I.II /1956/, z. 4
79. Kozłowski M.: Straty dodatkowe w uzwojeniach transformatorów od poprzecznej składowej strumienia rozproszenia, Rozprawy Elektrotechniczne. T. XIII, z.4, 1967
80. Kozłowski M.: Wyznaczanie ograniczanie i ocena skutków strat dodatkowych w uzwojeniach transformatorów. Prace Instytutu Elektrotechniki, z.72, 1972
81. Kozłowski M.: Zusatzverluste in den Transformatorwicklungen durch die radiale Streufeldkomponente. Wissenschaftliche Zeitschrift der Elektrotechnik, Bd. 16, H.1-2, 1970
82. Kozłowski M.: Wpływ osiowej nierównomierności w rozmieszczeniu strat na nagrzewanie się uzwojeń transformatorów przy zwarciu ruchowym. Rozprawy Elektrotechniczne, T. 16, Nr 4, 1970
83. Kozłowski M.: Wpływ malenia składowej podłużnej indukcji w pobliżu krańców uzwojeń na wywołane przez nią straty dodatkowe w uzwojeniach transformatora. Przegląd Elektrotechniczny, z.4, 1973
84. Kozłowski M.: Problemy transformatorów na CIGRE 1978. Przegląd Elektrotechniczny, z. 11, 1979
85. Kozłowski M.; Turowski J.: Stray losses and local overheating hazard in transformers. CIGRE. Paris 1972. Session. Report 12-10
86. Krasoń P.: An analysis of the axial - symmetric eddy-current problems by means of the integral equation method. Archiv für Elektrotechnik, Vol.64, No.6, 1982

87. Krawczyk A.S: The analysis of the skin-effect in foil windings of distribution transformers. International Symposium on Electrodynamics Forces and losses Transformers. Łódź. 18-20 X 1979
88. Kulda J.: Magnetické pole v silnoproudé elektrotechnice. Academia Praha 1974
89. Kulda J., Doležel I.: Calculation of leakage field and the axial forces in the window of the a transformer. International Symposium on Electrodynamics Forces and Losses in Transformers. Łódź 18-20 1979
90. Latek W.: Badanie maszyn elektrycznych w przemyśle. WNT, Warszawa 1979
91. Lavers J.D., Biringer P.P: Prediction fo core losses of high flux densities and distorted flux waveforms. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG - 12, No. 6, Nov. 1976
92. Lavers J.D., Biringer P.P: The effect of the third harmonic flux on the core loss in a magnetic frequency multiplier. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG – 14, No. 5, Sept. 1978
93. Lavers J.D., Biringer P.P, Hollitscher H.: A simple method of estimating the loop hysteresis loss in thin laminations. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG – 14, No. 5, Sept. 1978
94. Lipiński W.: Bestimmung der Induzierten Stromdichteverteilung in einer zylindersymmetrischen elektromagnetischen ..... Archiv für Elektrotechnik, Vol. 65, No. 4/5, 1982
95. Lipiński W.: Analiza rozkładu gęstości prądu w wydłużonej szynie prostokątnej. Archiwum Elektrotechniki, Z.1, 1974
96. Lipiński W.: Analiza rozkładu gęstości prądu w uzwojeniach foliowych dławika. Archiwum Elektrotechniki, Z. 3, 1974
97. Lipiński W. Krasoń P.: Zastosowanie równań metody całkowych przy analizie wypierania prądu w otoczonych ferromagnetykiem przewodach prostokątnych. Archiwum Elektrotechniki, Z.2, 1981

98. Łamieranier I., Sztافل M.: Wichriewyje toki. Energijsa, Moskwa 1967
99. Martens P.: Statische Frequenzumformung von 50 Hz Drehstrom auf 150 Hz Drehstrom. ETZ-A, Bd. 83, H.16, 1962
100. Matheisel Z.: Blachy elektrotechniczne walcowane na zimno. WNT, Warszawa 1973
101. Matheisel Z.: Perspektywy rozwojowe w dziedzinie nowoczesnych blach elektrotechnicznych. Prace Nauk. Instytutu Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii Politechniki Wrocławskiej, Nr 8, 1972
102. Matusiak R.: Elektrotechnika Teoretyczna. Teoria pola elektromagnetycznego. Tom 2. WNT, Warszawa 1982
103. Murakami K., Ohno K.: A new frequency multiplier made of a magnetic core with multiple holes. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-12, No. 6, 1976
104. Nafalski A.: Analiza własności magnetycznego mnożnika czystości do zasilania jednofazowych silników indukcyjnych. Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawa 1978
105. Nafalski A.: Analiza napięć i prądów magnetycznego potrajaacza czystości w stanie jałowym. Prace Instytutu PiUEE. Politechnika Lubelska. B.2, 1978
106. Nafalski A.: Schematy zastępcze magnetycznych powielaczy czystości. Prace Instytutu PiUEE. Politechnika Lubelska B.2, 1978
107. Nafalski A.: Charakterystyki zewnętrzne magnetycznego potrajaacza czystości. Mat. Konferencyjne. Sesja XX-lecia WSInż. w Lublinie 1974
108. Nafalski A., Bessho K., Yamada S., Sudani T.: Performance and analysis of an advanced type magnetic frequency tripler with three - legged cores. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-18 No. 6, 1982

109. Nakata T., Ishihara Y., Nakano M.: Iron losses silicon steel core produced by distorted flux. *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 90, No.1, 1970
110. Nemkov V.S., Prostjakow A.A., Smolnikow L.P., Fomin N.I.: Analyse der elektrischen Verluste in Induktionstiegelöfen unter Anwendung numerischer Methoden. 25 Intern. Wiss. Koll. TH Ilmenau 1980
111. Otto Junker GmbH: Profil produkcji mnożników piecowych, 1980
112. Pasternak J.: Statyczne przemienniki częstotliwości. *Przegląd Elektrotechniczny*, Nr 1, 1966
113. Pasternak J.: Charakterystyki statycznego potrajacza częstotliwości. *Przegląd Elektrotechniczny*, Nr 8, 1967
114. Pasternak J.: Praca elektrotermicznego urządzenia indukcyjnego zasilanego z potrajacza częstotliwości. Rozprawa doktorska. AGH, Kraków 1971
115. Pasternak J.: Analiza ustalonych stanów pracy elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości. *Rozprawy Elektrotechniczne*, Nr 3, 1973
116. Patyra S., Turowski J.: Aktualne problemy eksploatacji i budowy transformatorów na CIGRE 1981. *Przegląd Elektrotechniczny*, z. 8-9, 1982
117. Poltz J.: Metody analizy strat wirowych. PWN, Warszawa-Poznań 1982
118. Preiningerrova V., Prager M.: Method of calculation of the distribution of additional losses and temperature rise in the winding of a transformer. *International Symposium on Electrodynamics Forces and losses in Transformers*. Łódź 18-20 X 1979
119. Purczyński J.: Wykorzystanie metody rozdzielania zmiennych i metod wariancyjnych do analizy stacjonarnych pól elektromagnetycznych. *Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej*, Nr 74. Instytut Automatyki Przemysłowej. Rozprawa habilitacyjna. Szczecin 1977

120. Rada J.: Zusatzverluste in der Induktorwicklungen für die Induktionserwärmung und der Elektrischen Maschinen. IX International Congress d'Electrothermic, Cannes 1980, /IV.Bd.3/
121. Richardson F.R., Falkowski E.G.: Relation AG losses to hysteresis losses in electric sheet steel. IEEE Trans. on Power Apparatus and systems, Vol. PAS-86, No.9, Sept.1967
122. Richter R.: Allgemeine Berechnungselemente die Gleichstrommaschinen. . Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart 1967
123. Rudkowski P., Sołński M.: Zmiany rezystywności pokryć izolacyjnych blach w zależności od docisku, napięcia, czasu i temperatury. Przegląd Elektrotechniczny, z. 7, 1980
124. Rydzewski Z.: Generacja napięć potrojonej częstotliwości w pewnych układach trójfazowych. Rozprawy Elektrotechniczne, T.16, Nr 1-2, 1970
125. Ryff P.F.: Current distribution in helical solenoids. IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-8, No.4, 1972
126. Ryzik I. M., Gradsztejn J.S.: Tablicy całkowania, summiowania i pochodzenia. Moskwa, GITTL, 1951
127. Sakaki Y.: An approach estimating the number of domain walls and eddy current losses in grain-oriented 3 % Si-Fe tape wound cores. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-16, No.4, July 1980
128. Sakaki Y., Imagi S.I.: Relationship between eddy current losses and equivalent number of domain walls in polycrystalline and amorphous soft magnetic materials and its application to minor loop loss estimation. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-18, No.6, Nov. 1982
129. Schluckebier D.: Further developments in the field of magnetic frequency conversion to 450 Hz. Report on the VI International Junker Furance Conference. Lammersdorf 27-28 Sept., 1978

130. Schroeder J.W.: Drehstrom - Triduktor zur Speisung von Asynchronmaschinen. ETZ-A, Bd. 83, H. 15, 1962
131. Sikora R.: Teoria pola elektromagnetycznego, WNT, Warszawa 1977
132. Sikora R., Purczyński J., Lipiński W., Gramz M.: Use of variational methods to the eddy current calculation in thin conducting plates. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-18, No.5, 1978
133. Sikora R. Purczyński J., Lipiński W.: Die analytische Bestimmung des magnetischen Feldes und Wirbelstromverluste in der leitenden Kreisscheibe als Lösung des Dirichlet - Problems für die Helmholtzsche Gleichung. Archiv für Elektrotechnik, 57/1975/ s. 247-251
134. Siły i straty elektrodynamiczne w transformatorach. Przegląd Elektrotechniczny, z.7, 1980
135. Sowiński M.: Zjawisko anizotropii w izotopowych blachach elektrotechnicznych walcowanych na zimno. Wiadomości Elektrotechniczne, Nr 13-14, 1981
136. Swift W.H., Shilling J.W., Bhat S.K., Young F.J.: Eddy-current losses in a /110/ /001/ single crystal of 3 % Si-Fe. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-10, No. 3, Sept. 1974
137. Szymański G.: Eddy-current in conductors system with a.c. Archiv für Elektrotechnik, Vol.65, No. 1/2, 1982
138. Turowski J.: Problematyka zjawisk elektroenergetycznych w transformatorach. Przegląd Elektrotechniczny, z. 4, 1973
139. Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych. WNT, Warszawa 1982
140. Turowski J.: Metoda obliczania strat dodatkowych w uzwojeniach z folii, taśm i szyn. Materiały Sympozjum Polit. Łódzkiej i Inst. Elektrotechniki. Uniejów 26-28.09. 1974



141. Turowski J.: Elektrodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1968.
142. Turowski J., Zakrzewski K.: Problemy budowy dużych maszyn elektrycznych i transformatorów. Przegląd Elektrotechniczny, z. 3, 1978
143. Vasutinski S.B., Sorokin V.A.: An approximate method for calculating the external field of small transformers. International Symposium on Electrodynamics Forces and losses in Transformers Łódź, 18-20 X 1979
144. Wac-Włodarczyk A., Guz J., Goleman R.: Analityczna metoda wyznaczania napięcia wyjściowego magnetycznego potrajacza częstotliwości w stanie obciążenia. Prace Instytutu PiUEE. Politechnika Lubelska, /w druku/
145. Wawaszczak J.: Analiza obciążalności magnetycznych potrajaczy częstotliwości. Rozprawa doktorska. Politechnika Łódzka 1977
146. Wawaszczak J., Adamkiewicz J.: Wpływ uzmiennienia reaktancji wewnętrznej obwodu wyjściowego transformatorowego potrajacza częstotliwości na przebieg charakterystyki zewnętrznej. Prace Instytutu PiUEE. Politechnika Lubelska. C.2, 1978
147. Wawaszczak J., Janowski T.: Magnetyczny potrajacz częstotliwości z wyjściem trójfazowym. Wiadomości Elektrotechniczne, Nr 17-18, 1981
148. Wawaszczak J., Żonkiewicz Z.: Porównanie strat w żelazie w transformatorowym potrajaczu częstotliwości i w transformatorze. Prace Instytutu PiUEE. Politechnika Lubelska, C.2, 1978
149. Wawaszczak J. i inni: Transformatorowe potrajacze częstotliwości. Instytut PiUEE. Politechnika Lubelska. Opracowanie wg umowy nr 149/W/NN-1/76, grudzień 1977
150. Wawaszczak J. i inni: Magnetyczne transformatorowe podwajacze i potrajacze częstotliwości. Instytut PiUEE. Politechnika Lubelska. Opracowanie wg umowy nr 149/W/NN-1/76, grudzień 1978



151. Young F.J., Bhate S.K., Wift W.M.: Theory of eddy current losses in finite width sheet exhibiting simple bar-like domain structures. IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-10, No.3, Sept. 1974

A N E K S

- stosowane programy, tabele wyników obliczeń -

Program nr 1

TI-59

Obliczanie trzeciej harmonicznej indukcji w rdzeniu transformatorowego potrajacza częstotliwości

Równanie

$$f\left(B_1 \cos \frac{\pi}{18} - \frac{\sqrt{3}}{2} B_{30}\right) + f\left(B_1 \cos \frac{11}{18}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} B_{30}\right) + f\left(B_1 \cos \frac{13}{18}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} B_{30}\right) = 0$$

$B_1, B_{30}$  - amplitudy podstawowej i trzeciej harmonicznej indukcji

$f = \alpha_1 \cdot \text{sh} \beta_1 B$  - ch-ka magnesowania aproksymowana w przedziałach indukcji  $\Delta B_1$

Program:

```
Lb1 A*(CE 3 sqrt(x) ÷ 2) x > t (RCL 13 - x > t - STO16 RCL13 +RCL14 -
STO17 RCL14+RCL15)STO18 6 4 STO 19 RCL 16 |x| x > t RCL Ind23
INV x>t 051 GTO Ind 19 3 SUM21 SUM23 Dsz 90 43 GTO Ind19 16SBR
134 STO24 83 STO19 SBR110 RCL17 GTO041 17 SBR134 SUM24 103
STO19 SBR110 RCL18 GTO 041 18SBR 134 SUM24 (RCL25-1) STO09 27
STO21 28 STO22 29 STO23 Nop RCL24 INV,SBR20 (((RCL Ind20 RCL
Ind 22 ) INV ln=1/x)* RCL Ind21 INV)SBR
```

instrukcja użytkownika

Krok	Procedura	Wielkość	Wykonanie	Displej
1	Wczytanie programu	10	2nd OP 17	159.99
2	Liczba odcinków aproksymacji $n \leq 24$	$n$	STO25	$n$
3	Współczynniki aproksymacji	$\alpha_1$	STO(24+3 <sub>i</sub> )	$\alpha_1$
		$\beta_1$	STO(25+3 <sub>i</sub> )	$\beta_1$
	Wartość maks.przedziału aproksymacji	$B_1$	STO(26+3 <sub>i</sub> )	$B_1$

Krok	Procedura	Wielkość	Wykonanie	Displej
4	Ustawienie indeksów zmiennych		GTO 110 R/S	
5	Dane startowe do obliczeń wartości $B_{30}$		21nd Rad	
		$B_1 \cos \frac{\pi}{18}$	STO 13	
		$B_1 \cos \frac{11\pi}{18}$	STO 14	
		$B_1 \cos \frac{13\pi}{18}$	STO 15	
6	Obliczanie pierwiastka równania $B_{30}$		21nd Pgm08	
	Przedział szukania $B_{30} \in (B_{3A}, B_{3B})$	$B_{3A}$	A	$B_{3A}$
		$B_{3B}$	B	$B_{3B}$
	* Podprzedziały			
	* $\Delta B_3 \in (B_{3A}, B_{3B})$	$\Delta B_{30}$	C	$\Delta B_{30}$
	Dokładność $\epsilon$	$\epsilon$	D	$\epsilon$
	Egzekucja obliczeń pierwiastka		E	$B_{30}$
7	Dla innych $B_1$ powtórzyć krok 5 i 6			

\* - gdy nie są wykonywane, wówczas  $B_{30} = B_{3A} - B_{3B}$  ,  $\epsilon = 0,01$

Program nr 2

TI-59

Obliczanie dziewiątej harmonicznej indukcji w rdzeniu transformatorowego potrójacza częstotliwości

Równanie

$$f(B_1 - B_{30} - B_{90}) - 2f\left(\frac{1}{2} B_1 + B_{30} + B_{90}\right) = 0$$

$B_1, B_{90}$  - amplitudy podstawowej i dziewiątej harmonicznej indukcji

$B_{30}$  - amplituda trzeciej harmonicznej indukcji, obliczana

w.g. programu nr 1

$f = \alpha_1 \operatorname{sh} \beta_1 B$  - ch-ka magnesowania aproksymowana w przedziałach indukcji  $\Delta B_i$

Program:

```
Lb1 A*(ST010 / - RCL12 + RCL11) STO16 ( RCL11 ÷ 2 + RCL10 +
RCL12) STO17 58 STO19 RCL16 |x| x < t RCL Ind22 INV x > t 045 GTO
Ind193 SUM21 SUM22 SUM23 Dsz90 37GTO Ind19 16 SBR 111 STO24 77
STO19 SBR088 RCL17 GTO 035 17SBR 111 INV SUM24 INV SUM24 (RCL25
- 1) ST009 27 ST021 28 ST022 29 ST023 RCL24 INV SBR STO20 ((( RCL
Ind20 RCL Ind22 ) INV In -1/x ) * RCL Idd21 ) INV SBR
```

Instrukcja użytkownika

Krok	Procedura	Wielkość	Wykonanie	Długość
1	Wczytanie programu	10	2nd OP17	159.99
2	Liczba odcinków aproksymacji $n \leq 24$	n	STO 25	n
3	Wprowadzić współczynniki aproksymacji	$\alpha_i$	STO(24+3 <sub>i</sub> )	$\alpha_i$
		$\beta_i$	STO(25+3 <sub>i</sub> )	$\beta_i$
		Wartość maks. przedziału aproksymacji	$B_i$	STO(26+3 <sub>i</sub> )

Krok	Procedura	Wielkość	Wykonanie	Dispój
4	Ustawianie indeksów zmiennych		GTO 088 R/S	0
5	Dane startowe do obliczeń wartości $B_{90}$			
	Indukcja podst.harm.	$B_1$	STO 11	$B_1$
	Indukcja trzeciej harm.	$B_{30}$	STO 12	$B_{30}$
6	Obliczanie pierwiastka równania $B_{90}$			
	Przedział $B_{90} \in (B_{9A}, B_{9B})$	$B_{9A}$	A	$B_{9A}$
		$B_{9B}$	B	$B_{9B}$
	* Podprzedziały $B_{90} \in (B_{9A}, B_{9B})$	$B_{90}$	C	
	* Dokładność $\epsilon$	$\epsilon$	D	$\epsilon$
	Egzekucja obliczeń pierwiastka		E	$B_{90}$
7	Dla innych $B_1, B_{30}$ powtórzyć krok 5 i 6			

\* - gdy nie są wykonywane, wówczas  $B_{90} = B_{9A} - B_{9B}$ ,  $\epsilon = 0,01$

Program nr 3

TI-59

Charakterystyki obwodu wyjściowego

Obciążenie liniowe obwodu wtórnego

$$A_{II} = \frac{1}{3 \sin(\gamma + \varphi_2)} \left[ f(B_1 - B_3 \cos) - 2f\left(\frac{1}{2} B_1 + B_3 \cos\right) \right]$$

Objętościowa gęstość mocy potrająca

$$S_2' = 3 \pi f_3 B_3 A_{II}$$

$$P_2' = S_2' \cos \varphi_2$$

$f = \alpha_1 \operatorname{sh} \beta_1$  - ch-ka magnesowania aproksymowania w przedziałach indukcji  $\Delta B_1$

Program

```

Lb1 C ( RCL11 - RCL15 ) STO16 ( RCL11 * . 5 + RCL15 ) STO17 Nop Nop
Nop Nop ( 58 ) STO19 RCL16 |x| x > t RCL Ind23 INV x > t 045 GTO Ind19
3SUM21 SUM22 SUM23 Dez9 .037 GTO Ind19 16 SBR111 STO24 77 STO19
SBR088 RCL17 GTO035 17 SBR111 TNV SUM24 INV SUM24 ( RCL25 - 1 )
STO09 27 STO21 28 STO22 29 STO23 RCL24 INV SBR STO20 ((( RCL
Ind20 * RCL Ind22 ) INV Lnx - 1/x ) * RCL Ind21 ) INV SBR Lb1 A STO18
* RCL12 = STO15 R/S Lb1 B RCL13 cos * RCL18 = INV cos - RCL13 =
STO14 cos * RCL15 = STO15 = STO15 R/S Lb1 B' RCL cos * RCL18
= INV cos + RCL13 = +/- STO14 cos * RCL15 = STO15 R/S Lb1 D
÷ ( RCL13 + RCL14 ) sin ÷ 6 = R/S Lb1 E * 3 * π * 150 * RCL18 * RCL12 *
x > t RCL13 cos = R/s

```



Instrukcja użytkowania

Krok	Procedura	Wielkość	Wykonanie	Display
1	Wczytanie programu	9	OP17	239.89
2	Wprowadzenie współczynników aproksymacji	$\alpha_i$	STO(24+3 <sub>i</sub> )	$\alpha_i$
		$\beta_i$	STO(25+3 <sub>i</sub> )	$\beta_i$
	Wartość maks. przedziału aproksymacji	$B_i$	STO(27+3 <sub>i</sub> )	$B_i$
	Liczba odcinków aproksymacji $i_{\max} \leq 11$	$i_{\max}$	STO 25	$i_{\max}$
3	Przygotowanie obliczeń		GOTO88 R/S	
4	Wartości indukcji i kąta fazowego			
	podstawowa harmoniczna	$B_1$	STO 11	$B_1$
	trzecia harmoniczna w st. jałowym	$B_{30}$	STO 12	$B_{30}$
	kąt fazowy /w stopniach/	$\varphi_2$	STO 13	$\varphi_2$
5	Amplituda trzeciej harm. indukcji	$B_3/B_{30}$	A	$B_3$
6	Wybór przedziału wyznaczenia charakterystyk			
	za maksimum $B_3$	$B_3$	B	$B_3 \cos \delta$
	albo przed maksimum $B_3$	$B_3$	B'	$B_3 \cos \delta$
7	Wynik obl. pośrednich	$B_3 \cos \delta$	C	$2[f/B_x / -2f/B_y]$
8	Obciążenie liniowe $A_{II}$	$2[f/B_x / -2f/B_y]$	D	$A_{II}$
9	Objętościowa gęstość mocy /czynnej/	$A_{II}$	E	$P_3'$
10	" " " mocy /pozornej/		xzt	$S_3'$

Tabl. 3.3. Charakterystyki wyjściowe

$B_1 = 2,4 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 0,8 \text{ poj}, B_{30\text{zast}} = 0,5 \text{ T}, k_B = 0,949$							
Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$B'_3$	$A_{II}$ $\times 10^3$	$P_2$ $\times 10^6$	$S_2$ $\times 10^6$	$P_2$ $\times 10^6$	$S_2$ $\times 10^6$
	-	T	$\frac{A_{zw}}{m}$	$\frac{W}{3}$	$\frac{V \cdot A}{3}$	$\frac{W}{3}$	$\frac{V \cdot A}{3}$
1	1	0,5271	0	0	0	0	0
2	1,05	0,5535	0,527	0,329	0,412	0,313	0,391
3	1,1	0,5798	1,092	0,716	0,895	0,679	0,849
4	1,15	0,6062	1,738	1,192	1,490	1,130	1,413
5	1,2	0,6325	2,560	1,831	2,289	1,737	2,171
6	1,225	0,6457	3,139	2,292	2,865	2,174	2,718
7	1,24	0,6536	3,664	2,708	3,385	2,569	3,211
8	1,24999	0,65887	4,657	3,470	4,338	3,292	4,115
9	1,24	0,6536	5,847	4,322	5,402	4,099	5,124
10	1,225	0,6457	6,741	4,923	6,153	4,669	5,837
11	1,2	0,6325	8,298	5,936	7,420	5,631	7,039
12	1,15	0,6062	12,172	8,344	10,431	7,916	9,895
13	1,05	0,5535	17,944	10,568	13,335	10,120	12,650
14	1	0,5271	18,781	11,196	13,995	10,620	13,275
15	0,9	0,4744	22,037	11,823	14,779	11,215	14,019
16	0,8	0,4217	24,332	11,604	14,505	11,008	13,760
17	0,7	0,3690	25,385	10,802	13,502	10,246	12,808
18	0,5	0,2636	27,088	8,074	10,093	7,659	9,574
19	0,3	0,1581	25,676	4,592	5,740	4,355	5,445
20	0,1	0,0527	22,274	1,328	1,660	1,260	1,574
21	0	0	20,141	0	0	0	0

Tabl. 3.4. Charakterystyki wyjściowe

$B_1 = 2,4 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 0,95 \text{ poj}, B_{30} \text{ zast} = 0,5 \text{ T}, k_B = 0,949$							
Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$B'_3$	$A_{II}$ $\times 10^3$	$P_2$ $\times 10^6$	$S_2$ $\times 10^6$	$P_2$ $\times 10^6$	$S_2$ $\times 10^6$
	-	T	$\frac{A_{ZW}}{m}$	$\frac{W}{m^3}$	$\frac{V \cdot A}{m^3}$	$\frac{W}{m^3}$	$\frac{V \cdot A}{m^3}$
1	1	0,5271	0	0	0	0	0
2	1,02	0,5376	0,438	0,316	0,333	0,300	0,316
3	1,04	0,5482	1,039	0,765	0,805	0,725	0,765
4	1,0526	0,5548	2,008	1,496	1,575	1,419	1,494
5	1,04	0,5482	3,125	2,301	2,422	2,183	2,298
6	1,02	0,5376	3,903	2,818	2,966	2,673	2,814
7	1	0,5271	4,550	3,221	3,390	3,055	3,216
8	0,95	0,5007	6,464	4,347	4,576	4,124	4,341
9	0,9	0,4744	8,815	5,616	5,912	5,328	5,608
10	0,8	0,4217	12,300	6,966	7,332	6,607	6,995
11	0,7	0,3690	15,124	7,494	7,889	7,109	7,483
12	0,6	0,3163	17,576	7,465	7,858	7,081	7,454
13	0,5	0,2636	19,476	6,894	7,257	6,540	6,884
14	0,4	0,2108	20,657	5,849	6,157	5,548	5,840
15	0,3	0,1581	21,344	4,533	4,771	4,299	4,526
16	0,2	0,1054	21,482	3,041	3,202	2,896	3,037
17	0,1	0,0527	21,065	1,491	1,570	1,415	1,489
18	0	0	20,141	0	0	0	0

Tabl. 3.5. Charakterystyki wyjściowe

$B_1 = 2,4 \text{ T}, B_{30 \text{ zast}} = 0,5 \text{ T}, k_B = 0,949$							
Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$B'_3$	$A_{II}$ $\times 10^3$	$P_2$ $\times 10^6$	$S_2$ $\times 10^6$	$P_2$ $\times 10^6$	$S_2$ $\times 10^6$
	-	T	$\frac{Az_w}{m}$	$\frac{W}{m^3}$	$\frac{V \cdot A}{m^3}$	$\frac{W}{m^3}$	$\frac{V \cdot A}{m^3}$
$\cos \varphi_2 = 1$							
1	1	0,5271	0	0	-	0	-
2	0,95	0,5008	2,076	1,470	-	1,394	-
3	0,9	0,4744	3,159	2,119	-	2,010	-
4	0,85	0,4480	4,349	2,755	-	2,613	-
5	0,8	0,4217	5,880	3,505	-	3,325	-
6	0,7	0,3690	8,888	4,636	-	4,398	-
7	0,6	0,3163	11,664	5,215	-	4,947	-
8	0,5	0,2636	13,951	5,198	-	4,931	-
9	0,4	0,2108	16,124	4,806	-	4,559	-
10	0,3	0,1581	17,908	4,003	-	3,798	-
11	0,2	0,1054	19,109	2,848	-	2,701	-
12	0,1	0,0527	19,876	1,481	-	1,405	-
13	0	0	20,141	0	-	0	-
$\cos \varphi_2 = 0,95 \text{ ind}$							
1	1	0,5271	0	0	0	0	0
2	0,95	0,5008	0,803	0,581	0,611	0,551	0,580
3	0,9	0,4744	1,615	1,029	1,083	0,976	1,027
4	0,85	0,4480	2,355	1,417	1,492	1,277	1,344
5	0,8	0,4217	3,187	1,805	1,905	1,712	1,802
6	0,7	0,3690	5,574	2,762	2,907	2,620	2,758
7	0,6	0,3163	8,000	3,398	3,577	3,223	3,398



Tabl. 3.6. Charakterystyki wyjściowe

$B_1 = 2,4 \text{ T}, B_{30} \text{ zast} = 0,5 \text{ T}, k_B = 0,949$							
Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$B'_3$	$A_{II}$ $\times 10^3$	$P_2$ $\times 10^6$	$S_2$ $\times 10^6$	$P_{\sim 2}$ $\times 10^6$	$S_{\sim 2}$ $\times 10^6$
	-	T	$\frac{AzW}{m}$	$\frac{W}{m^3}$	$\frac{V \cdot A}{m^3}$	$\frac{W}{m^3}$	$\frac{V \cdot A}{m^3}$
$\cos \varphi_2 = 0,95 \text{ ind}$							
8	0,5	0,2636	10,528	3,726	3,923	3,535	3,721
9	0,4	0,2108	12,764	3,614	3,805	3,429	3,609
10	0,3	0,1581	15,064	3,199	3,368	3,035	3,195
11	0,2	0,1054	17,156	2,429	2,557	2,304	2,426
12	0,1	0,0527	18,804	1,331	1,401	1,263	1,329
13	0	0	20,141	0	0	0	0
$\cos \varphi_2 = 0,5 \text{ ind}$							
1	1	0,5271	0	0	0	0	0
2	0,05	0,5008	0,467	0,130	0,260	0,123	0,246
3	0,9	0,4744	0,758	0,254	0,508	0,241	0,482
4	0,85	0,4480	1,181	0,374	0,748	0,355	0,710
5	0,8	0,4217	1,647	0,491	0,982	0,466	0,931
6	0,7	0,3690	2,916	0,760	1,521	0,721	1,443
7	0,6	0,3163	4,784	1,069	2,139	1,015	2,029
8	0,5	0,2636	6,727	1,253	2,506	1,189	2,377
9	0,4	0,2108	9,091	1,355	2,710	1,295	2,571
10	0,3	0,1581	11,414	1,276	2,552	1,210	2,421
11	0,2	0,1054	14,170	1,056	2,112	1,002	2,003
12	0,1	0,0527	17,137	0,638	1,277	0,606	1,211
13	0	0	20,141	0	0	0	0

Tabl. 3.7 Charakterystyki wyjściowe

$B_1 = 2,2 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 0,8 \text{ poj}, B_{30 \text{ zast}} = 0,4296 \text{ T}, k_B = 0,957$							
Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$B'_3$	$A_{II}$ $\times 10^3$	$P_2$ $\times 10^6$	$S_2$ $\times 10^6$	$P_2$ $\times 10^6$	$S_2$ $\times 10^6$
	-	T	$\frac{AzW}{m}$	$\frac{W}{m^3}$	$\frac{V \cdot A}{m^3}$	$\frac{W}{m^3}$	$\frac{V \cdot A}{m^3}$
1	1	0,4489	0	0	0	0	0
2	1,05	0,4713	0,174	0,0926	0,116	0,0886	0,111
3	1,1	0,4937	0,367	0,205	0,256	0,196	0,245
4	1,15	0,5162	0,592	0,346	0,432	0,331	0,245
5	1,2	0,5386	0,877	0,534	0,668	0,512	0,639
6	1,24999	0,5611	1,785	1,113	1,416	1,084	1,355
7	1,2	0,5386	2,880	1,754	2,193	1,679	2,099
8	1,15	0,5162	3,817	2,229	2,786	2,133	2,667
9	1,05	0,4713	5,903	3,146	3,833	2,409	3,011
10	1	0,4499	7,230	3,671	4,588	3,513	4,391
11	0,9	0,4040	9,334	4,265	5,331	4,081	5,103
12	0,8	0,3591	10,866	4,413	5,516	4,224	5,280
13	0,7	0,3142	11,892	4,224	5,228	4,003	5,004
14	0,5	0,2244	12,540	3,183	3,979	3,047	3,808
15	0,3	0,1347	11,888	1,811	2,263	1,733	2,166
16	0,1	0,0449	10,251	0,520	0,651	0,498	0,623
17	0	0	9,222	0	0	0	0

Tabl. 3.8 Charakterystyki wyjściowe

$B_1 = 2,2 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 1, B_{30 \text{ zast}} = 0,4296 \text{ T}, k_B = 0,957$					
Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$B'_3$	$A_{II}$ $\times 10^3$	$P_2$ $\times 10^6$	$P_2$ $\times 10^6$
	-	T	$\frac{Az_w}{m}$	$\frac{W}{m^3}$	$\frac{W}{m^3}$
1	1	0,4489	0	0	0
2	0,95	0,4264	0,632	0,381	0,365
3	0,9	0,4040	1,091	0,623	0,597
4	0,85	0,3815	1,512	0,815	0,780
5	0,8	0,3591	1,933	0,982	0,800
6	0,7	0,3142	2,839	1,261	1,207
7	0,6	0,2693	4,060	1,546	1,480
8	0,5	0,2244	5,570	1,767	1,691
9	0,4	0,1795	6,785	1,722	1,648
10	0,3	0,1346	7,756	1,477	1,414
11	0,2	0,0898	8,538	1,084	1,038
12	0,1	0,0449	9,046	0,574	0,549
13	0	0	9,222	0	0



Program nr 4

TI-59

Obliczanie harmoniczných obciążeń liniowych pierwetnych

Amplituda k-tej harmonicznej

$$A_k = \sqrt{E_p^2 + G_p^2} \quad p = 1, 5, 7, \dots$$

Faza początkowa k-tej harmonicznej

$$\beta_k = \text{arc tg } \frac{-E_p}{G_p}$$

gdzie:

$$E_p = \frac{2}{n} \sum_{l=1}^n f_l [B/lh/] \sin /plh/$$

$$G_p = \frac{2}{n} \sum_{l=1}^n f_l [B/lh/] \cos /plh/$$

$$h = \frac{\pi}{n}$$

$$B = B_1 \cos lh - B_3 \cos(3lh - \delta)$$

$$f/B/ = \alpha_1 \text{ sh } \beta_1 B - \text{ch}_ka \text{ magnesowania aproksymowa-} \\ \text{na w przedziałach } \Delta B_i$$

Program:

```
(27 S021 28 ST022 29 ST023 RCL07 -1) ST009 RCL10 cos x RCL11 -
(RCL10 * 3 - RCL16 cos * RCL15 = ST023 |x| >= t RCL Ind23 x >= t 06
3SUM21 SUM22 SUM23 DSZ9 045 RCL26 * RCL Ind22 = INV Ln 1/x RCL
Ind21 ÷ 2 = ST026 * (RCL10 * RCL17 sin = SUM19 RCL26 * (RCL10 *
RCL17 cos = SUM20 RCL26 x^2 SUM18 RCL25 SUM10 PSZ8 0002 ÷ RCL24
PRd19 PR20 ÷ 2 = PRd18 RCL20 x>t RCL19 +/- INV p->R R/S E ST017
RCL24 ST008 RCL25 ÷ 2 = ST010 CLR ST018 ST019 ST020 RCL07-1 =
ST009 GT0 000 Lb1 B ST024 1/x * 180 = ST025 RCL14 * RCL12 = ST015
RCL25 R/S Lb1 A RCL13 cos * RCL14 = INV cos - RCL13 = ST016 R/S
Lb1 A' RCL13 cos * RCL14 INV cos + RCL13 +/- ST016 R/S
```

Instrukcja użytkownika

Krok	Procedura	Wielkość	Wykonanie	Displej
1	Wprowadzenie programu.	9	OP17	239.89
2	Wprowadzenie współczynników aproksymacji	$\alpha_i$	STO(24+3 <sub>i</sub> )	i
		$\beta_i$	STO(25+3 <sub>i</sub> )	i
	Wartość maks.przedziału aproksymacji	$B_i$	STO(26+3 <sub>i</sub> )	$B_3$
	Liczba odcinków aproksymacji $i_{max} \leq 11$	$i_{max}$	STO 07	$i_{max}$
3	Wartości indukcji i kąta fazowego			
	podstawowa harmoniczna	$B_1$	STO 11	$B_1$
	trzecia harm.w st.jałowym	$B_{30}$	STO 12	$B_{30}$
	kąt fazowy/w stopniach/	$\varphi_2$	STO 13	$\varphi_2$
	względna wartość indukcji trzeciej harm.	$B_3/B_{30}$	STO 14	$B_3/B_{30}$
4	Wybór przedziału wyznaczenia charakterystyk			
	za maksimum $B_3$	$B_3$	A	$\delta$
	albo przed maksimum $B_3$	$B_3$	A'	$\delta^*$
5	Dyskretyzacja przedziału całkowania	n	B	h
6	Faza początk.k-tej harmonicznej	k	E	$\beta_k$
7	Amplituda k-tej harmonicznej		$x \geq t$	$A_k$
8	Kwadrat wartości skut.obciążenia liniowego pierwotnego i wtórnego		RCL18	$A_{sk}^2$
9	Dla kolejnych harmonicznych powtórzyć krok 5			

Tabl. 3.9. Obciążenia liniowe, pierwotne obwodu magnetycznego i wielkości pochodne

$B_1 = 2,4 \text{ T}, B_{30} = 0,458 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 0,8 \text{ poj.}$

Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\delta$	$A_1$ $\times 10^3$ AZW m	$A_5$ $\times 10^3$ AZW m	$A_7$ $\times 10^3$ AZW m	$h_6$ %	$h_7$ %	$h_3$ %	$F/h_k$	$F_2/h_{2k}$	$F/\Omega_k$	$\frac{3F_2/h_{2k}}{F/h_k}$	$A_I$ $\times 10^3$ AZW m
1	1	0	9,867	4,608	1,350	46,71	13,68	0	5,96	0	0	0	10,974
2	1,05	4,01	10,002	5,099	1,374	50,98	13,73	5,26	6,58	0,020	3041	$8,88 \cdot 10^{-3}$	11,311
3	1,1	8,51	10,715	5,813	1,927	54,25	17,98	10,19	7,49	0,070	957	0,0282	12,343
4	1,15	13,80	12,260	6,936	2,955	56,57	24,10	14,18	8,60	0,150	589	0,0458	14,392
5	1,2	20,61	15,015	8,660	4,371	57,68	29,11	17,05	9,50	0,185	463	0,0583	17,873
6	1,225	25,39	17,444	10,066	5,430	57,70	31,13	17,99	9,84	0,204	434,8	0,0621	20,860
7	1,24	29,62	19,781	11,366	6,329	57,46	32,0	18,52	9,96	0,216	416,1	0,0649	23,679
8	1,24999	36,64	23,769	13,609	7,725	56,26	32,50	19,59	9,91	0,243	367,1	0,0735	28,344
9	1,24	44,12	28,260	16,014	9,019	56,67	31,91	20,69	9,85	0,271	327,5	0,0825	33,711
10	1,225	48,35	30,742	17,271	9,652	56,18	31,40	21,93	9,70	0,306	285,3	0,0946	30,504
11	1,2	55,13	33,374	18,631	10,347	55,83	31,0	24,86	9,59	0,395	219	0,1236	39,601

Tabl.3.9,cd. Obciążenia liniowe pierwotne obwodu magnetycznego i wielkości pochodne

$B_1 = 2,4 \text{ T}, B_{30} = 0,468 \text{ T} \quad \cos \varphi_2 = 0,9 \text{ poj.}$

Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\delta$	$A_1 \times 10^3$ AZW m	$A_5 \times 10^3$ AZW m	$A_7 \times 10^3$ AZW m	$h_5$ %	$h_7$ %	$h_3$ %	$F/h_k$	$F_2/h_k$	$F/\Omega_k$	$\frac{3F_2/h_k}{F/h_k}$	$A_I \times 10^3$ AZW m
12	1,15	59,94	36,740	20,219	11,074	55,03	30,14	33,13	9,34	0,709	118,6	0,228	43,378
13	1,05	69,73	40,324	21,570	11,459	53,49	28,42	42,27	8,86	1,18	67,78	0,398	47,147
14	1	73,74	41,261	21,784	11,398	52,80	27,62	45,52	8,64	1,38	56,50	0,478	48,030
15	0,9	80,82	42,141	21,514	10,883	51,05	25,83	58,29	8,12	1,85	39,44	0,685	48,544
16	0,8	87,08	42,128	20,729	10,010	49,21	23,76	57,76	7,56	2,31	29,44	0,917	48,008
17	0,7	92,81	41,470	19,618	9,018	47,31	21,76	62,42	7,01	2,76	22,88	1,180	46,753
18	0,5	103,29	38,730	16,911	6,990	43,66	18,05	69,94	6,02	3,6	15,05	1,794	42,831
19	0,3	112,98	35,294	13,885	4,875	39,34	13,81	72,75	4,94	4,06	10,97	2,462	38,242
20	0,1	122,28	31,359	11,330	3,169	36,13	10,11	71,03	4,18	3,98	9,44	2,852	33,497
21	0	-	29,319	9,777	2,518	33,35	8,59	68,70	3,70	3,80	8,78	3,077	31,015

Tabl. 3.10. Obciążenia liniowe pierwotne obwodu magnetycznego i wielkości pochodne

$B_1 = 2,4 \text{ T}, B_{30} = 0,468 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 0,95 \text{ poj}$

Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\gamma$	$A_1 \times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$	$A_{53} \times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$	$A_7 \times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$	$h_5$ %	$h_7$ %	$h_3$ %	$F/h_k$	$F_2/h_k$	$F/\Omega_k$	$\frac{3F_2/h_k}{F/h_k}$	$A_I \times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$
1	1	0	9,852	4,608	1,350	46,71	13,68	0	5,96	0	0	0	10,974
2	1,02	3,89	10,019	4,869	1,458	48,60	14,55	4,73	6,32	0,0137	4159	$6,49 \cdot 10^{-3}$	11,233
3	1,04	9,31	10,784	5,394	2,036	50,0	18,88	9,64	7,0	0,065	966	0,0279	12,229
4	1,0526	18,20	13,323	6,821	3,285	51,20	24,66	15,07	7,96	0,155	464	0,0582	15,324
5	1,04	27,08	16,627	8,548	4,461	51,41	26,83	18,80	8,33	0,238	315	0,0857	19,230
6	1,02	32,5	18,954	9,811	5,239	51,76	27,64	20,59	8,51	0,284	270	0,100	21,974
7	1	36,39	20,281	10,163	5,323	50,11	26,25	22,43	8,07	0,343	212	0,128	23,301
8	0,95	43,71	23,084	11,368	5,930	49,25	25,26	28,0	7,80	0,540	130	0,208	26,381



Tabl. 3.10 cd. Obciążenia liniowe, pierwotne obwodu magnetycznego i wielkości pochodne

$B_1 = 2,4 \text{ T}, B_{30} = 0,468 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 0,95 \text{ poj}$

Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\delta$	$A_1 \times 10^3$ AZW m	$A_5 \times 10^3$ AZW m	$A_7 \times 10^3$ AZW m	$h_5$ %	$h_7$ %	$h_3$ %	$F/h_k$	$F_2/h_k$	$F/\Omega_k$	$\frac{3F_2/h_k}{F/h_k}$	$A_I \times 10^3$ AZW m
9	0,9	49,44	25,147	12,127	6,065	48,22	24,12	35,05	7,49	0,857	78,7	0,343	28,573
10	0,8	58,73	28,025	13,010	6,198	46,42	22,12	43,89	6,95	1,37	45,6	0,592	31,508
11	0,7	66,51	29,932	13,221	5,897	44,17	19,70	50,53	6,30	1,86	30,5	0,886	33,250
12	0,5	79,84	31,583	12,833	5,240	40,63	15,96	61,67	5,36	2,88	15,2	1,611	34,468
13	0,3	91,64	31,512	11,762	3,939	37,35	12,50	67,73	4,55	3,57	11,5	2,358	33,866
14	0,1	102,74	30,307	10,425	2,862	30,40	9,44	69,51	3,90	3,86	9,10	2,968	31,881
15	0	-	29,319	9,777	2,518	33,35	8,59	68,70	3,70	3,80	8,78	3,077	31,015

Tabl. 3.11. Obciążenia liniowe, pierwotno obwodu magnetycznego i wielkości pochodne

$B_1 = 2,4 \text{ T}, B_{30} = 0,468 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 1$

Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\gamma$	$A_1$ $\times 10^3$ $\frac{\text{AZW}}{\text{m}}$	$A_5$ $\times 10^3$ $\frac{\text{AZW}}{\text{m}}$	$A_7$ $\times 10^3$ $\frac{\text{AZW}}{\text{m}}$	$h_5$ %	$h_7$ %	$h_3$ %	$F/h_k$	$F_2/h_k$	$F/\rho_k$	$\frac{3F_2/h_k}{F/h_k}$	$A_I$ $\times 10^3$ $\frac{\text{AZW}}{\text{m}}$
1	1	0	9,867	4,608	1,350	46,71	13,68	0	5,96	0		0	10,974
2	0,95	19,19	13,111	5,905	2,953	45,04	22,52	15,83	6,82	0,180	341,4	0,079	14,682
3	0,9	25,84	15,492	6,775	3,477	43,73	22,44	20,39	6,64	0,301	198,4	0,136	17,265
4	0,85	31,79	17,465	7,457	3,761	42,70	21,54	24,90	6,37	0,450	126,3	0,214	19,362
5	0,8	36,87	19,160	8,041	3,942	41,97	20,57	30,69	6,14	0,695	79,38	0,340	21,154
6	0,7	45,57	21,939	8,852	4,049	40,35	18,46	40,51	5,63	1,234	41,07	0,657	24,003
7	0,6	53,13	24,145	9,310	3,910	38,56	16,19	48,31	5,11	1,79	25,72	1,05	26,173
8	0,5	60	25,881	9,545	3,638	36,88	14,06	53,90	4,65	2,26	18,48	1,461	27,827
9	0,4	66,42	27,180	9,708	3,374	35,72	12,41	59,32	4,33	2,77	14,05	1,922	29,058
10	0,3	72,54	28,133	9,755	3,052	34,67	10,85	63,65	4,05	3,22	11,31	2,387	29,932
11	0,2	78,46	28,825	9,756	2,748	33,85	9,54	66,29	3,84	3,52	9,81	2,752	30,560
12	0,1	84,26	29,223	9,749	2,546	33,36	8,71	68,02	3,71	3,72	8,98	3,007	30,913
13	0	-	29,319	9,777	2,518	33,35	8,59	68,70	3,70	3,80	8,78	3,077	31,015



Tabl. 3.12. Obciążenia liniowe, pierwotne obwodu magnetycznego i wielkości pochodne

$B_1 = 2,4 \text{ T}, B_{30} = 0,468 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 0,5 \text{ ind}$

Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\gamma$	$A_1 \times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$	$A_5 \times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$	$A_7 \times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$	$h_5$ %	$h_7$ %	$h_3$ %	$F/h_k$	$F_2/h_k$	$F/n_k$	$\frac{3F_2/h_k}{F_1/h_k}$	$A_I \times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$
1	1	0	9,857	4,608	1,350	56,71	13,68	0	5,96	0	0	0	10,974
2	0,95	1,64	10,370	4,196	1,566	40,46	15,10	3,54	5,23	0,0134	4955	$5,45 \cdot 10^{-3}$	11,298
3	0,9	3,26	10,364	3,829	1,767	36,95	17,05	7,31	5,01	0,041	1093	0,0247	11,191
4	0,8	6,42	11,424	3,066	1,934	26,83	16,93	14,42	3,92	0,170	202,2	0,134	11,987
5	0,7	9,51	12,947	2,402	1,801	18,56	13,92	22,53	2,67	0,434	55,37	0,488	13,286
6	0,6	12,54	14,732	2,159	1,566	14,66	10,63	32,47	2,10	0,919	20,55	1,314	14,973
7	0,5	15,52	16,781	2,595	1,334	16,06	7,95	40,09	1,99	1,402	12,16	2,220	17,047
8	0,4	18,46	18,906	3,632	0,975	18,21	3,95	48,09	1,93	2,004	8,64	3,124	19,271
9	0,3	21,37	21,232	4,837	0,771	22,78	3,63	53,76	2,24	2,471	8,17	3,304	21,787
10	0,2	24,26	23,794	6,336	1,034	26,63	4,35	59,55	2,57	2,975	8,08	3,341	24,647
11	0,1	27,13	26,483	8,036	1,744	30,35	6,52	64,71	3,24	3,440	8,40	3,216	27,738
12	0	-	29,319	9,777	2,518	33,35	8,59	68,70	3,70	3,80	8,78	3,077	31,015

Tabl. 3.13. Obciążenia liniowe, pierwotne obwodu magnetycznego i wielkości pochodne

$B_1 = 2,2 \text{ T}, B_{30} = 0,422 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 0,8 \text{ poj}$

Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\gamma$	$A_1$ $\times 10^3$ AZW m	$A_5$ $\times 10^3$ AZW m	$A_7$ $\times 10^3$ AZW m	$h_5$ %	$h_7$ %	$h_3$ %	$F/h_k$	$F_2/h_k$	$F/\rho_k$	$\frac{3F_2/h_k}{F/h_k}$	$A_I$ $\times 10^3$ AZW m
1	1	0	3,512	1,306	0,273	37,18	7,76	0	4,33	0	0	0	3,756
2	1,05	4,01	3,548	1,434	0,278	40,42	7,83	4,90	4,82	0,0185	2243	0,0120	3,838
3	1,1	8,51	3,747	1,643	0,473	43,85	12,63	9,79	5,70	0,0714	687,5	0,0393	4,118
4	1,15	13,8	4,175	1,907	0,796	45,67	19,06	14,18	6,16	0,1454	397,6	0,0679	4,658
5	1,2	20,61	5,554	3,052	1,712	54,96	30,82	15,80	10,59	0,1608	528,9	0,0511	6,565
6	1,24999	36,87	10,033	6,059	3,837	60,39	38,24	17,79	12,40	0,1885	546,1	0,0494	12,333
7	1,2	53,13	14,789	8,866	5,490	59,95	37,19	19,47	11,68	0,2278	442,2	0,0611	18,101
8	1,15	59,94	16,461	9,722	5,925	59,06	35,99	23,19	11,27	0,3275	298,8	0,0904	20,012
9	1,05	69,73	18,246	10,465	6,167	57,35	33,8	32,35	10,52	0,6527	141,6	0,1907	21,918

Tabl. 3.13 cd, Obciążenia liniowe, pierwotne obwodu magnetycznego i wielkości pochodne

Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\gamma$	$A_1$ $\times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$	$A_5$ $\times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$	$A_7$ $\times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$	$h_5$ %	$h_7$ %	$h_3$ %	$F/h_k$	$F_2/h_k$	$F/\rho_k$	$\frac{3F_2/h_k}{F/h_k}$	$A_I$ $\times 10^3$ $\frac{AZW}{m}$
10	1	73,74	18,702	10,593	6,174	56,64	33,0	38,66	10,24	0,9409	96,05	0,2811	22,364
11	0,9	80,82	19,126	10,544	5,989	55,13	31,31	48,80	9,70	1,529	56,28	0,4798	22,646
12	0,8	87,08	19,097	10,242	5,659	53,63	29,64	56,90	9,19	2,119	38,59	0,6996	22,393
13	0,7	92,87	18,707	9,733	5,242	52,03	28,02	63,57	8,68	2,696	28,74	0,9394	21,720
14	0,5	103,29	17,403	8,454	4,241	48,58	24,37	72,06	7,61	3,609	18,89	1,429	19,804
15	0,3	112,98	15,473	6,969	3,285	45,04	21,23	76,83	6,65	4,257	14,03	1,925	17,286
16	0,1	122,28	13,339	5,504	2,443	41,26	18,31	76,85	5,75	4,416	11,68	2,311	14,636
17	0	-	12,216	4,779	2,054	39,12	16,81	75,49	5,27	4,343	10,90	2,477	13,276

Tabl. 3,14. Obciążenia liniowe, pierwotne obwodu magnetycznego i wielkości pochodne

$B_1 = 272 \text{ T}, B_{30} = 0,422 \text{ T}, \cos \varphi_2 = 1$													
Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\gamma$	$A_1 \times 10^3$	$A_5 \times 10^3$	$A_7 \times 10^3$	$h_5$	$h_7$	$h_3$	$F/h_k$	$F_2/h_k$	$F/\Omega_k$	$\frac{5F_2/h_k}{F/h_k}$	$A_1 \times 10^3$
		0	$\frac{AZW}{m}$	$\frac{AZW}{m}$	$\frac{AZW}{m}$	%	%	%	-	-	-	-	$\frac{AZW}{m}$
1	1	0	3,512	1,306	0,273	37,18	7,76	0	4,33	0		0	3,756
2	0,95	18,20	4,495	1,804	0,828	40,13	18,42	14,06	5,60	0,1489	338,4	0,0798	4,914
3	0,9	25,84	5,479	2,343	1,243	42,76	22,69	19,99	6,56	0,2914	202,6	0,1333	6,086
4	0,85	31,79	6,396	2,843	1,601	44,45	25,03	23,64	7,15	0,3992	161,2	0,1675	7,179
5	0,8	36,87	7,208	3,238	1,844	44,92	25,58	26,82	7,30	0,5110	128,6	0,2099	8,113
6	0,7	45,57	8,529	3,799	2,107	44,54	24,70	33,29	7,11	0,7922	80,75	0,3344	9,570
7	0,6	53,13	9,571	4,144	2,209	43,30	23,08	42,42	6,69	1,305	46,11	0,5856	10,652
8	0,5	60,0	10,408	4,396	2,245	42,24	21,57	53,52	6,32	2,104	27,02	0,9992	11,520
9	0,4	66,42	11,090	4,577	2,230	41,27	20,11	61,81	5,98	2,839	18,95	1,425	12,204
10	0,3	72,54	11,588	4,683	2,179	40,41	18,80	66,93	5,69	3,363	15,21	1,775	12,689
11	0,2	78,46	11,936	4,749	2,110	39,71	17,68	71,53	5,45	3,873	12,65	2,134	13,015
12	0,1	84,26	12,127	4,769	2,081	39,33	17,16	74,59	5,33	4,229	11,34	2,381	13,196
13	0	-	12,216	4,779	2,054	39,12	16,81	75,49	5,26	4,343	10,90	2,477	13,276



Program 5

TI-59

Ekstremalne wartości indukcji w rdzeniu transformatorowego  
potrajacza częstotliwości

Współczynnik wzrostu strat wiroprądowych

Wartość chwilowa indukcji

$$B = B_1 \cos \omega t - B_3 \cos /3 \omega t - \delta /$$

Współczynnik wzrostu strat wiroprądowych

$$k_w = \left( \frac{B_1}{B_m} \right)^2 \left[ 1 + \left( \frac{3B_3}{B_1} \right)^2 \right]$$

$B_m$  - maksymalna wartość przebiegu czasowego indukcji

Program :

```
Lb1 STO11 ( sin * RCL11 - ( RCL10 * 3 - RCL16 ) sin * 3 * RCL12 * RCL14
INV SBR Lb1 B' STO14 * RCL13 cos = INV cos - RCL13 = STO16 GTO
STO Lb1 C' STO14 * RCL13 cos = INV cos + RCL13 = +/- STO16 GTO
STO Lb1 D ÷ RCL11 = x2 1/x + ( ( 3 * RCL12 * RCL14 ÷ RCL11 ) *2 +1 )
= R/S Lb1 STO90 +/- Pgm08 A 90 Pgm08 B10 Pgm08 G . 1 Pgm 08 D
RCL16 R/S Lb1 E Pgm08 E STO10 ( cos RCL11 - ( RCL10 * 3 - RCL16 )
cos * RCL12 * RCL14 ) x > t RCL10 R/S
```

### Instrukcja użytkownika

Krok	Procedura	Wielkość	Wykonanie	Displej
1	Wczytanie programu			
2	Wczytanie wartości indukcji i kąta fazowego obciążenia			
	podstawowa harmoniczna	$B_1$	STO 11	$B_1$
	trzecia harmoniczna	$B_{30}$	STO 12	$B_{30}$
	kąt fazowy/w stopniach/	$\varphi_2$	STO 13	$\varphi_2$

Krok	Procedura	Wielkość	Wykonanie	Dioplej
3	Względna wartość indukcji trzeciej harmonicznej	$B_3/B_{30}$		
4	Wybór przedziału wyznaczenia charakterystyk za maksimum albo przed maksimum	$B_3/B_{30}$ $B_3/B_{30}$	$B_1'$ $c'$	$\delta$ $\delta^*$
5	Argument $\omega t$ odpowiadający ekstremum	$\delta, \delta^*$	E	$\omega t_{ext}$
6	Wartość ekstremalna	$\omega t_{ext}$	$x \gtrless t$	$B_{ext}$
7	Współ.wzrostu strat wiropr.	$B_{max}$	D	$k_w$

Tabl. 5.1. Wyniki obliczeń ekstremalnych wartości przebiegu indukcji w rdzeniach potrójacze oraz współczynników wzrostu strat histerezy  $k_h$  i wiropędowych  $k_w$

$B_1 = 2,4 \text{ T}, \quad B_{30} = 0,458 \text{ T}, \quad \cos \varphi_2 = 0,8 \text{ poj}$										
$L_p$	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\gamma$	$B_{ext1}$	$\omega_{t1}$	$B_{ext2}$	$\omega_{t2}$	$B_{ext3}$	$\omega_{t3}$	$k_w$	$k_h$
		$^\circ$	T	$^\circ$	T	$^\circ$	T	$^\circ$		
1	1	0	2,087	-34,65	1,932	0	2,087	34,65	1,775	1,048
2	1,05	4,01	2,126	-35,27	1,907	2,93	2,061	36,37	1,755	1,047
3	1,1	8,51	2,172	-35,58	1,879	5,9	2,029	36,18	1,727	1,045
4	1,15	13,8	2,225	-35,51	1,846	9,18	1,989	40,12	1,690	1,042
5	1,20	20,61	2,93	-34,83	1,806	13,16	1,933	43,31	1,635	1,036
6	1,25	36,87	2,441	-31,91	1,708	23,79	1,770	46,05	1,484	1,017
7	1,20	53,13	2,531	-28,16	1,618	33,71	1,618	42,62	1,342	1
8	1,15	59,94	2,557	-26,29	-	-	-	-	1,23	1
9	1	73,74	2,582	-22,07	-	-	-	-	1,159	1
10	0,95	74,41	2,583	-20,90	-	-	-	-	1,13	1
11	0,90	80,32	2,582	-19,73	-	-	-	-	1,104	1
12	0,80	87,08	2,574	-17,64	-	-	-	-	1,06	1
13	0,70	92,81	2,561	-15,51	-	-	-	-	1,025	1
14	0,60	98,18	2,545	-13,48	-	-	-	-	0,999	1
15	0,50	103,29	2,525	-11,37	-	-	-	-	0,981	1
16	0,40	108,21	2,503	-9,34	-	-	-	-	0,97	1
17	0,3	112,98	2,48	-7,15	-	-	-	-	0,965	1
18	0,2	117,66	2,454	-4,96	-	-	-	-	0,97	1
19	0,1	122,28	2,429	-2,54	-	-	-	-	0,981	1
20	0	90	2,4	0	-	-	-	-	1	1



Tabl.5.2. Wyniki obliczeń ekstremalnych wartości przebiegu indukcji w rdzeniach potrajacza oraz współczynników wzrostu strat histerezoowych  $k_h$  i wiroprowadowych  $k_w$

$B_1 = 2,4 \text{ T}, \quad B_{30} = 0,468 \text{ T}, \quad \cos\varphi_2 = 0,95 \text{ poj}$										
$L_p$	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\gamma$	$B_{ext1}$	$\omega t_1$	$B_{ext2}$	$\omega t_2$	$B_{ext3}$	$\omega t_3$	$k_w$	$k_h$
	-	o	T	o	T	o	T	o	-	-
1	1	0	2,087	-34,65	1,932	0	2,087	34,65	1,775	1,048
2	1,02	3,89	2,121	-34,65	1,921	2,9	2,058	35,59	1,736	1,042
3	1,04	9,309	2,157	-34,26	1,905	6,91	2,015	36,69	1,691	1,033
4	1,0526	18,19	2,237	-33,1	1,878	13,48	1,941	37,85	1,598	1,018
5	1,04	27,03	2,301	-31,37	1,85	21,13	1,865	37,30	1,491	1
6	1,02	32,5	2,335	-30,12	1,822	28,71	1,823	33,95	1,433	1
7	1	36,39	2,357	-29,10	-	-	-	-	1,392	1
8	0,95	43,71	2,392	-27,07	-	-	-	-	1,318	1
9	0,90	49,44	2,413	-25,35	-	-	-	-	1,263	1
10	0,85	54,34	2,428	-23,79	-	-	-	-	1,219	1
11	0,8	58,73	2,439	-22,30	-	-	-	-	1,180	1
12	0,7	66,51	2,450	-19,57	-	-	-	-	1,121	1
13	0,6	73,44	2,454	-16,91	-	-	-	-	1,074	1
14	0,5	79,84	2,452	-14,26	-	-	-	-	1,040	1
15	0,4	85,86	2,446	-11,60	-	-	-	-	1,015	1
16	0,3	91,64	2,438	-8,87	-	-	-	-	0,999	1
17	0,2	97,24	2,427	-6,06	-	-	-	-	0,991	1
18	0,1	102,74	2,414	-3,09	-	-	-	-	0,992	1
19	0	90	2,4	0	-	-	-	-	1	1

Tabl.5.3. Wyniki obliczeń ekstremalnych wartości przebiegu indukcji w rdzeniach potrajacza oraz współczynników wzrostu strat histerezy  $k_h$  i wiropędowych  $k_w$

$B_1 = 2,4 \text{ T}, B_{30} = 0,468 \text{ T}, \cos\varphi_2 = 1$										
Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\gamma$	$B_{ext1}$	$\omega t_1$	$B_{ext2}$	$\omega t_2$	$B_{ext3}$	$\omega t_3$	$k_w$	$k_h$
	-	o	T	o	T	o	T	o	-	-
1	1	0	2,087	-34,65	1,932	0	2,087	34,65	1,775	1,048
2	0,95	18,20	2,18	-31,13	1,921	15,9	1,942	33,4	1,533	1
3	0,90	25,84	2,263	-29,02	-	-	-	-	1,437	1
4	0,85	31,79	2,293	-27,15	-	-	-	-	1,367	1
5	0,80	36,67	2,315	-25,43	-	-	-	-	1,311	1
6	0,70	45,57	2,346	-22,23	-	-	-	-	1,222	1
7	0,60	53,13	2,366	-19,18	-	-	-	-	1,156	1
8	0,50	60	2,379	-16,13	-	-	-	-	1,05	1
9	0,40	66,42	2,388	-13,01	-	-	-	-	1,065	1
10	0,30	72,54	2,394	-9,88	-	-	-	-	1,036	1
11	0,20	78,46	2,398	-6,68	-	-	-	-	1,016	1
12	0,10	84,26	2,399	-3,32	-	-	-	-	1,004	1
13	0	90	2,4	0	-	-	-	-	1	1

Tabl.5.4. Wyniki obliczeń ekstremalnych wartości przebiegu indukcji w rdzeniach potrajacza oraz współczynników wzrostu strat histerezy  $k_h$  i wiroprowadowych  $k_w$

$B_1 = 2,4 \text{ T}, \quad B_{30} = 468 \text{ T}, \quad \cos\varphi_2 = 0,5 \text{ ind}$										
$L_p$	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\delta$	$B_{\text{ext}1}$	$\omega t_1$	$B_{\text{ext}2}$	$\omega t_2$	$B_{\text{ext}3}$	$\omega t_3$	$k_w$	$k_h$
	o	o	T	o	T	o	T	o	-	-
1	1	0	2,087	-34,55	1,932	0	2,087	34,65	1,775	1,048
2	0,95	1,64	2,095	-33,1	1,955	1,37	2,07	33,32	1,718	1,036
3	0,90	3,26	2,103	-31,45	1,978	2,93	2,055	31,76	1,663	1,024
4	0,85	4,85	2,112	-29,73	1,999	4,96	2,045	29,65	1,610	1,014
5	0,80	6,42	2,122	-27,93	2,02	7,62	2,039	26,68	1,56	1
6	0,70	9,51	2,144	-23,87	-	-	-	-	1,463	1
7	0,60	12,54	2,171	-19,33	-	-	-	-	1,372	1
8	0,50	15,52	2,203	-14,57	-	-	-	-	1,288	1
9	0,40	18,46	2,239	-10,20	-	-	-	-	1,212	1
10	0,30	21,37	2,278	-6,68	-	-	-	-	1,144	1
11	0,20	24,26	2,319	-3,95	-	-	-	-	1,086	1
12	0,10	27,13	2,359	-1,84	-	-	-	-	1,038	1
13	0	90	2,4	0	-	-	-	-	1	1

Tabl.5.5. Wyniki obliczeń ekstremalnych wartości przebiegu indukcji w rdzeniach potrajacza oraz współczynników wzrostu strat histerezowych  $k_h$  i wiropądowych  $k_w$

$B_1 = 2,2 \text{ T}, \quad B_{30} = 0,422 \text{ T}, \quad \cos\varphi_2 = 0,8 \text{ poj}$										
Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\gamma$	$B_{ext_1}$	$\omega t_1$	$B_{ext_2}$	$\omega t_2$	$B_{ext_3}$	$\omega t_3$	$k_w$	$k_h$
	-	o	T	o	T	o	T	o	-	-
1	1	0	1,912	-34,18	1,778	0	1,912	34,18	1,763	1,046
2	1,05	4,01	1,946	-34,83	1,756	3,0	1,887	35,90	1,744	1,044
3	1,1	8,51	1,987	-35,27	1,730	5,98	1,858	37,77	1,717	1,042
4	1,15	13,8	2,036	-35,20	1,70	9,34	1,821	39,65	1,679	1,039
5	1,20	20,61	2,097	-34,65	1,663	13,40	1,769	41,64	1,625	1,033
6	1,25	36,64	2,223	-31,99	1,579	23,40	1,632	45,27	1,486	1,016
7	1,20	53,13	2,314	-29,0	-	-	-	-	1,335	1
8	1,15	59,94	2,338	-26,13	-	-	-	-	1,274	1
9	1,1	65,23	2,351	-24,57	-	-	-	-	1,227	1
10	1,05	69,73	2,358	-23,16	-	-	-	-	1,189	1
11	1	73,74	2,362	-21,91	-	-	-	-	1,155	1
12	0,9	80,82	2,362	-19,57	-	-	-	-	1,10	1
13	0,8	87,08	2,355	-17,46	-	-	-	-	1,057	1
14	0,7	92,81	2,344	-15,35	-	-	-	-	1,024	1
15	0,5	103,29	2,312	-11,29	-	-	-	-	0,930	1
16	0,3	112,98	2,272	-7,07	-	-	-	-	0,966	1
17	0,1	128,28	2,225	-2,54	-	-	-	-	0,981	1
18	0	90	2,2	0	-	-	-	-	1	1

Tabl.5.6. Wyniki obliczeń ekstremalnych wartości przebiegu indukcji w rdzeniach potrójacza oraz współczynników wzrostu strat histerezy  $k_h$  i wiropędowych  $k_w$

$B_1 = 2,2 \text{ T}; \quad B_{30} = 0,422 \text{ T}, \quad \cos\varphi_2 = 1$										
$L_1$	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$\delta$	$B_{ext1}$	$\omega t_1$	$B_{ext2}$	$\omega t_2$	$B_{ext3}$	$\omega t_3$	$k_w$	$k_h$
	-	o	T	o	T	o	T	o	-	-
1	1	0	1,912	-34,18	1,778	0	1,912	34,18	1,763	1,046
2	0,95	18,20	2,031	-30,82	1,757	16,52	1,701	32,46	1,524	1
3	0,90	25,84	2,072	-28,71	-	-	-	-	1,430	1
4	0,85	31,79	2,099	-26,91	-	-	-	-	1,361	1
5	0,80	36,87	2,120	-25,20	-	-	-	-	1,305	1
6	0,70	45,57	2,148	-21,99	-	-	-	-	1,219	1
7	0,60	53,13	2,167	-18,95	-	-	-	-	1,153	1
8	0,50	60,0	2,180	-15,80	-	-	-	-	1,103	1
9	0,40	66,42	2,189	-12,85	-	-	-	-	1,064	1
10	0,30	72,54	2,194	-9,73	-	-	-	-	1,035	1
11	0,20	78,46	2,198	-6,52	-	-	-	-	1,016	1
12	0,10	84,26	2,199	-3,32	-	-	-	-	1,004	1
13	0	90	2,2	0	-	-	-	-	1	1



Tabl. 5.10 Wyniki obliczeń jednostkowych strat w rdzeniu transformatora w różnych stanach obciążenia potrzebująca częstotliwości

$B_1 = 2,4 \text{ T}, \quad B_{30} = 0,468 \text{ T}, \quad \cos\varphi_2 = 0,8 \text{ poj}$										
$L_p$	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$B_m$	$k_w$	$k_h$	$\frac{P_h \sin\varphi}{B_m}$	$\frac{P_w \sin\varphi}{B_m}$	$\frac{P_h \text{ od}}$	$\frac{P_w \text{ od}}$	$\frac{P_w \text{ od}}{P_h \text{ od}}$	$\frac{P_{Fe} \text{ od}}$
	-	T	-	-	$\frac{W}{\text{kg}}$	$\frac{W}{\text{kg}}$	$\frac{W}{\text{kg}}$	$\frac{W}{\text{kg}}$	-	$\frac{W}{\text{kg}}$
1	1	2,087	1,775	1,048	2,35	1,1	2,463	1,953	0,793	4,42
2	1,05	2,126	1,775	1,047	2,45	1,12	2,565	1,988	0,775	4,55
3	1,1	2,172	1,727	1,045	2,55	1,16	2,665	2,003	0,752	4,67
4	1,15	2,225	1,690	1,042	2,68	1,22	2,793	2,062	0,738	4,86
5	1,20	2,293	1,635	1,036	2,80	1,30	2,901	2,126	0,733	5,03
6	1,25	2,441	1,484	1,017	3,02	1,50	3,071	2,226	0,725	5,30
7	1,20	2,531	1,342	1,0	3,08	1,60	3,08	2,147	0,697	5,23
8	1,15	2,597	1,28	1,0	3,08	1,65	3,08	2,112	0,686	5,19
9	1,0	2,582	1,159	1,0	3,08	1,70	3,08	1,970	0,640	5,05
10	0,95	2,583	1,130	1,0	3,08	1,70	3,08	1,921	0,624	5,0
11	0,90	2,582	1,104	1,0	3,08	1,70	3,08	1,877	0,609	4,96
12	0,80	2,574	1,06	1,0	3,08	1,65	3,08	1,749	0,568	4,83
13	0,70	2,56	1,025	1,0	3,08	1,65	3,08	1,691	0,549	4,77
14	0,60	2,545	0,999	1,0	3,08	1,63	3,08	1,628	0,529	4,71
15	0,50	2,525	0,981	1,0	3,08	1,60	3,08	1,570	0,510	4,65
16	0,40	2,503	0,970	1,0	3,08	1,55	3,08	1,504	0,488	4,58
17	0,30	2,48	0,965	1,0	3,08	1,52	3,08	1,467	0,476	4,55
18	0,20	2,454	0,970	1,0	3,05	1,50	3,05	1,455	0,477	4,41
19	0,10	2,428	0,981	1,0	3,02	1,48	3,02	1,452	0,481	4,47
20	0	2,40	1	1,0	3,0	1,45	3,0	1,45	0,483	4,45

Tabl.5.11. Wyniki obliczeń jednostkowych strat w rdzeniu transformatora w różnych stanach obciążenia potrójacza częstotliwości

B <sub>1</sub> = 2,4 T, B <sub>30</sub> = 0,468 T, cosφ <sub>2</sub> = 0,95 poj.										
Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	B <sub>m</sub>	k <sub>w</sub>	k <sub>h</sub>	$\frac{P_{hsin}}{B_m}$	$\frac{P_{wsin}}{B_m}$	$\frac{P_{hod}}{P_{wod}}$	P <sub>wod</sub>	$\frac{P_{wod}}{P_{hod}}$	P <sub>Feod</sub>
	-	T	-	-	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	-	$\frac{W}{kg}$
1	1	2,087	1,775	1,048	2,35	1,1	2,463	1,953	0,793	4,42
2	1,02	2,121	1,736	1,042	2,42	1,12	2,522	1,944	0,771	4,47
3	1,04	2,157	1,681	1,033	2,50	1,15	2,583	1,933	0,749	4,52
4	1,0526	2,237	1,588	1,018	2,70	1,25	2,749	1,985	0,722	4,73
5	1,04	2,301	1,491	1	2,82	1,30	2,82	1,938	0,687	4,76
6	1,02	2,335	1,433	1	2,85	1,35	2,85	1,935	0,79	4,79
7	1	2,357	1,392	1	2,88	1,40	2,88	1,949	0,677	4,83
8	0,95	2,392	1,318	1	2,98	1,42	2,98	1,872	0,628	4,85
9	0,9	2,413	1,263	1	3,0	1,45	3,0	1,831	0,611	4,83
10	0,85	2,428	1,219	1	3,02	1,48	3,02	1,804	0,597	4,82
11	0,8	2,439	1,180	1	3,05	1,48	3,05	1,746	0,573	4,80
12	0,7	2,454	1,074	1	3,05	1,50	3,05	1,611	0,528	4,66
13	0,6	2,454	1,074	1	3,05	1,50	3,05	1,511	0,528	4,66
14	0,5	2,452	1,040	1	3,05	1,50	3,05	1,56	0,512	4,61
15	0,4	2,446	1,015	1	3,05	1,50	3,05	1,52	0,499	4,57
16	0,3	2,438	0,999	1	3,05	1,48	3,05	1,479	0,486	4,53
17	0,2	2,427	0,991	1	3,02	1,48	3,02	1,467	0,481	4,49
18	0,1	2,414	0,992	1	3,0	1,45	3,0	1,438	0,479	4,44
19	0	2,40	1	1	3,0	1,45	3,0	1,45	0,483	4,45



Tabl.5.12. Wyniki obliczeń jednostkowych strat w rdzeniu transformatora w różnych stanach obciążenia potrącająca częstotliwości

Lp	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$B_m$	$k_w$	$k_h$	$\frac{P_{hsin}}{B_m}$	$\frac{P_{wsin}}{B_m}$	$P_{hod}$	$P_{wod}$	$\frac{P_{wod}}{P_{hod}}$	$P_{Fe od}$
	-	T	-	-	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	-	$\frac{W}{kg}$
$B_1 = 2,4 T, B_{30} = 0,468 T, \cos\varphi_2 = 0,5 \text{ ind}$										
1	1	2,087	1,775	1,048	2,35	1,1	2,463	1,953	0,793	4,42
2	0,95	2,095	1,718	1,036	2,35	1,1	2,435	1,890	0,776	4,33
3	0,90	2,103	1,663	1,024	2,38	1,1	2,437	1,829	0,751	4,27
4	0,85	2,112	1,610	1,014	2,40	1,1	2,434	1,771	0,728	4,21
5	0,80	2,122	1,56	1	2,45	1,12	2,45	1,747	0,713	4,20
6	0,70	2,144	1,453	1	2,50	1,15	2,50	1,683	0,673	4,18
7	0,60	2,171	1,372	1	2,55	1,17	2,55	1,605	0,630	4,16
8	0,50	2,203	1,288	1	2,62	1,20	2,62	1,546	0,590	4,17
9	0,4	2,239	1,212	1	2,70	1,25	2,7	1,515	0,561	4,22
10	0,3	2,278	1,144	1	2,80	1,30	2,80	1,487	0,531	4,29
11	0,2	2,319	1,086	1	2,97	1,35	2,97	1,466	0,511	4,34
12	0	2,4	1	1	3,0	1,45	3,0	1,45	0,483	4,45
$B_1 = 2,4 T, B_{30} = 0,468 T, \cos\varphi_2 = 1$										
1	1	2,087	1,775	1,048	2,35	1,1	2,463	1,953	0,793	4,42
2	0,95	2,219	1,533	1	2,60	1,23	2,6	1,886	0,725	4,49
3	0,90	2,263	1,437	1	2,75	1,27	2,75	1,825	0,654	4,58
4	0,85	2,293	1,367	1	2,80	1,30	2,80	1,777	0,624	4,58
5	0,80	2,315	1,311	1	2,85	1,35	2,85	1,770	0,621	4,62
6	0,70	2,346	1,222	1	2,90	1,38	2,90	1,696	0,582	4,59
7	0,60	2,366	1,156	1	2,95	1,40	2,95	1,618	0,549	4,57
8	0,50	2,379	1,105	1	2,97	1,40	2,97	1,547	0,521	4,52
9	0,3	2,394	1,036	1	3,0	1,45	3,0	1,502	0,501	4,50
10	0	2,4	1	1	3,0	1,45	3,0	1,45	0,483	4,45

Tabl.5,13. Wyniki obliczeń jednostkowych strat w rdzeniu transformatora w różnych stanach obciążenia potrająca częstotliwości

$B_1 = 2,2 \text{ T}, \quad B_{30} = 0,422 \text{ T}, \quad \cos\varphi_2 = 0,8 \text{ poj}$										
$L_{\mu}$	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$B_m$	$k_w$	$k_h$	$\frac{P_{hsin}}{B_m}$	$\frac{P_{wsin}}{B_m}$	$\frac{P_{hpd}}{B_m}$	$\frac{P_{wod}}{B_m}$	$\frac{P_{wod}}{P_{hod}}$	$\frac{P_{Food}}{B_m}$
	-	T	-	-	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	-	$\frac{W}{kg}$
1	1	1,912	1,763	1,046	1,85	0,92	1,935	1,622	0,838	3,56
2	1,05	1,946	1,744	1,044	1,95	0,95	2,036	1,657	0,814	3,69
3	1,1	1,987	1,717	1,042	2,05	1	2,136	1,717	0,804	3,85
4	1,15	2,036	1,679	1,039	2,2	1,05	2,286	1,763	0,772	4,05
5	1,2	2,097	1,625	1,033	2,4	1,1	2,479	1,788	0,721	4,27
6	1,25	2,283	1,486	1,016	2,67	1,22	2,713	1,813	0,668	4,53
7	1,2	2,314	1,335	1	2,85	1,35	2,85	1,802	0,632	4,65
8	1,15	2,338	1,274	1	2,90	1,35	2,90	1,720	0,593	4,62
9	1,1	2,351	1,227	1	2,92	1,38	2,92	1,693	0,580	4,61
10	1,05	2,358	1,180	1	2,95	1,40	2,95	1,653	0,564	4,61
11	1	2,362	1,155	1	2,95	1,40	2,95	1,617	0,548	4,57
12	0,9	2,362	1,10	1	2,95	1,40	2,95	1,54	0,522	4,49
13	0,8	2,355	1,057	1	2,95	1,40	2,95	1,480	0,502	4,43
14	0,7	2,344	1,024	1	2,92	1,38	2,92	1,413	0,484	4,33
15	0,5	2,312	0,980	1	2,85	1,35	2,85	1,323	0,464	4,17
16	0,3	2,272	0,966	1	2,75	1,35	2,75	1,304	0,474	4,05
17	0,1	2,225	0,931	1	2,67	1,25	2,67	1,226	0,459	3,90
18	0	2,20	1	1	2,60	1,20	2,60	1,20	0,462	3,8

Tabl. 5.14. Wyniki obliczeń jednostkowych strat w rdzeniu transformatora w różnych stanach obciążenia przy częstotliwości.

$B_1 = 2,2 \text{ T}, \quad B_{30} = 0,422 \text{ T}, \quad \cos\varphi_2 = 1$										
$L_p$	$\frac{B_3}{B_{30}}$	$B_m$	$k_w$	$k_h$	$\frac{P_{hsin}}{B_m}$	$\frac{P_{wsin}}{B_m}$	$P_{hod}$	$P_{wod}$	$\frac{P_{wod}}{P_{hod}}$	$P_{Fe}$
	-	T	-	-	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	$\frac{W}{kg}$	-	$\frac{W}{kg}$
1	1	1,912	1,763	1,046	1,85	0,92	1,935	1,622	0,839	3,56
2	0,95	2,031	1,524	1	2,17	1,03	2,17	1,570	0,723	3,74
3	0,90	2,072	1,430	1	2,30	1,07	2,30	1,530	0,665	3,83
4	0,85	2,099	1,361	1	2,38	1,1	2,38	1,497	0,629	3,88
5	0,80	2,120	1,305	1	2,42	1,12	2,42	1,462	0,614	3,88
6	0,70	2,148	1,219	1	2,50	1,15	2,50	1,402	0,561	3,90
7	0,60	2,167	1,153	1	2,55	1,15	2,55	1,326	0,520	3,88
8	0,50	2,180	1,103	1	2,75	1,18	2,57	1,302	0,506	3,87
9	0,40	2,189	1,064	1	2,60	1,20	2,60	1,277	0,491	3,88
10	0,30	2,194	1,035	1	2,50	1,20	2,60	1,242	0,478	3,84
11	0,20	2,198	1,016	1	2,60	1,20	2,60	1,219	0,469	3,82
12	0,10	2,199	1,004	1	2,60	1,20	2,60	1,205	0,463	3,81
13	0	2,2	1	1	2,60	1,20	2,60	1,20	0,452	3,8

Program Min1

Obliczanie wartości krytycznej, zredukowanej szerokości przewodu uzwojenia pierwotnego i wtórnego zewnętrznego

```

1 LIST
2 PROGRAM(MIN1)
3 INPUT(1=GR)
4 OUTPUT(2=LP)
5 TRACE(4)
6 END
7 MASTER=VYZNACZANIE WARTOSCI KRYTYCZNEJ
8 PICAL(1)=1.75620, P2(2)=1.577
9 DIMENSION H3(20), H5(20), H7(20), A(40), M(20), H(7), RA(6)
10 COMMON I1, I2, N, A, H, H, K, K
11 READ(1,1), RA
12 FORMAT(4A3)
13 READ(1,2) K, IA, I, (4(I), I=1,14)
14 FORMAT(2I2)
15 READ(1,3) (A(I), I=1,1A), KD, KG, D
16 H1=1
17 READ(1,2) I15, I15, I17
18 READ(1,3) (H3(I), I=1,145), (H5(I), I=1,145), (H7(I), I=1,147)
19 FORMAT(2I2, 25)
20 WRITE(2,25) RA, KD, KG, D
21 FORMAT(21X, 45H WARTOSC KRYTYCZNEJ ZREDUKOWANEJ SZEROKOSCI // 21X,
22 17MPRZEMUDU
23 25)
24 25)
25 25)
26 25)
27 25)
28 25)
29 25)
30 25)
31 25)
32 25)
33 25)
34 25)
35 25)
36 25)
37 25)
38 25)
39 25)
40 25)
41 25)
42 25)
43 25)
44 25)
45 25)
46 25)
47 25)
48 25)
49 25)
50 25)
51 25)
52 25)
53 25)
54 25)
55 25)
56 25)
57 25)
58 25)
59 25)
60 25)
61 25)
62 25)
63 25)
64 25)
65 25)
66 25)
67 25)
68 25)
69 25)
70 25)
71 25)
72 25)
73 25)
74 25)
75 25)
76 25)
77 25)
78 25)
79 25)
80 25)
81 25)
82 25)
83 25)
84 25)
85 25)
86 25)
87 25)
88 25)
89 25)
90 25)
91 25)
92 25)
93 25)
94 25)
95 25)
96 25)
97 25)
98 25)
99 25)
100 25)

```













```

30 H(3)=H5(15)
31 IF(KM,EM,6) GO TO 45
32 X=XD-D
40 Y=X+D
41 FM=F(X)
42 IF(X.GT.YC) GO TO 10
43 WRITE(2,24) M(11),A(12),H7(15),H5(15),H4(15),X,FM,PK
44 GO TO 7
45 H(1)=H5(15)
46 FORMAT(2X,13,3512,4)
47 X=XD-D
48 X=X+D
49 FM=F(X)
50 IF(X.GT.YC) GO TO 10
51 WRITE(2,21)M(11),A(12),H5(15),H7(15),H5(15),X,FM,PK
52 GO TO 12
53 CONTINUE
54 GO TO 20

```

PAGE 8 23/08/82 LISTING BY EDITOR #XKYA 4X 114 OUTPUT TAPE 1 PROGRAM

```

55 WRITE(2,24) RA,XD,XG,D
56 GO TO 53
57 PAUSE 121
58 END
59 FUNCTION F1(X)
60 DIMENSION M(20),A(20),H(7)
61 READ M(7)
62 COMMON /1,12,M,A,H,X,K
63 CJ=0
64 DO 10 I=1,5
65 V=1,J=1
66 D=SPRT(V/3.)*X
67 D=COS(A(K))*H(I)+2.*H*(SINH(E)-SINH(E))/(COSH(R)+COS(I))
68 J=2
69 CONTINUE
70 V=1+A(12)*(X*(SINH(2*X)+X)+SINH(2*X))/(COS(2*X))-1+
71 I(11)*H(11)-1)*2*X+(SINH(X)-SINH(X))/(COSH(X)+COS(X))/3
72 +M(11)*H(11)*S

```

```

73. KEY
74. F1=Y/X
75. RETURN
76. END
77. FUNCTION H(X)
78. DIMENSION M(12),A(10),H(7)
79. REAL H(7)
80. COMMON M,I2,I3,A,T1,S,RK
81. S=X*(SINH(2*X)+SIN(2*X))/(COSH(2*X)-COS(2*X))-1+(M(I1)+M(I1)-1)*
82. (2*X*(SINH(X)-SIN(X))/(COSH(X)+COS(X)))/3
83. DO 10 K=5,7,2
84. PK=K
85. H=SUBT(PK)*X
86. S=S+H(K)+H(K)*(P*(SINH(2*X)+SIN(2*X))/(COSH(2*X)-COS(2*X))-1+
87. *(M(I1)+M(I1)-1)*2*X*(SINH(X)-SIN(X))/(COSH(X)+COS(X)))/3)
88. CONTINUE
89. T=1+M(5)+H(5)+H(7)*H(7)
90. P1=SQRT(S)*X
91. Y=A(I2)+S/T+A(I2)*M(3)+M(I1)*2*X+1*(SINH(5)-SIN(5))/
92. (COSH(5)+COS(5))/T +1
93. PK=Y
94. F=Y/X
95. RETURN
96. END
97. FINISH

```

PAGE 1 27/06/82 LISTING BY EDITOR 4X4Y 4X 1\*4 OUTPUT TAPE • PROGRAM 00L09C



2-5

Informacja