AERO technika lotnicza

Kwartalny Dodatek Specjalny

Styczeń–Marzec 1991 r.

Zniszczenie trzech lub więcej prętów

Dr inż. ANDRZEJ KOWALSKI

OBR SK PZL-Mielec

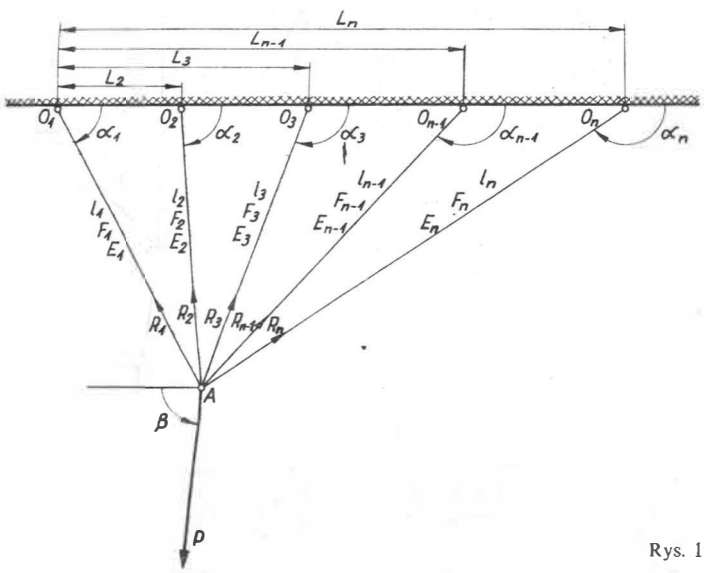
Analityczna ocena procesu zniszczenia struktury nośnej, zwłaszcza gdy w grę wchodzą większe odkształcenia, jest problemem złożonym i mało zbadanym. Nawet dla stosunkowo prostych układów i przy prostych modelach deformacji (np. idealnie sprężysto-plastycznych) analiza taka nastręcza wiele istotnych trudności, czego przykładem może być ciągle jeszcze rozpracowywany schemat „trójkąta Pragera" [9]. Ponieważ w próbach statycznych, szczególnie struktur lotniczych, badania prowadzi się aż do zniszczenia elementów, więc uzasadnione jest poszukiwanie obliczeniowej odpowiedzi układu na przykładane obciążenia, również przy dużych wydłużeniach i przy założeniu różnych modeli deformacji.

W artykule wyprowadzono ogólne równania rozwiązujące jeden typ płaskich układów prętowych, dla dowolnie dużych odkształceń, Przykłady obliczeniowe ograniczono do schematów trójprętowych ze względu na poglądowość rezultatów uwzględniających różne podejścia do oceny wynikowych współczynników bezpieczeństwa oraz w celu rozwiązania problemu „trójkąta Pragera".

Jest to kolejna próba numerycznej oceny procesu zniszczenia płaskiej struktury prętowej [10], tym razem statycznie niewyznaczalnej.

1. Model struktury i materiałowe modele zniszczenia

Zostanie rozważona struktura płaska złożona z trzech lub więcej prętów zamocowanych przegubowo do sztywnej płyty, z drugimi końcami zbiegającymi się w jednym (też przegubowym) węźle obciążonym jedną siłą leżącą w płaszczyźnie prętów tak, jak to pokazano na rys. 1. Zakłada się ponadto, że pręty są wykonane z materiałów jednorodnych i że ich charakterystyki wytrzymałościowe (R_e, R_m i ε) odpowiadają charakterystykom materiałowych modeli zniszczenia.



Rys. 1

W rozważaniach pomija się lokalny wpływ koncentracji naprężań powstających w węzłach oraz przyjmuje tylko takie położenia siły P, aby w żadnym pręcie nie powstały naprężenia ściskające (problemy stateczności).

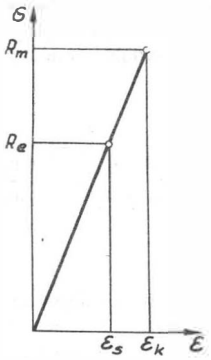
Warunki równowagi, sumy rzutów na osie pionową i poziomą — pomijając wpływ zmiany pierwotnych wielkości kątów — dają związki:

$$P\sin\beta = \sum_{1}^{n} R_i \sin\alpha_i; \qquad P\cos\beta = \sum_{1}^{n} R_i \cos\alpha_i \tag{1.1}$$

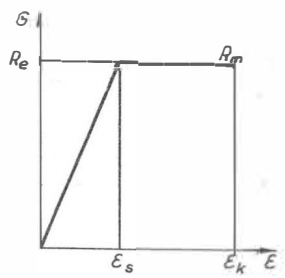
które możemy przekształcić w układ związany z kierunkiem siły P i prostopadły do niej:

$$P = -\sum_{1}^{n} R_i \cos(\alpha_i + \beta); \qquad \sum_{1}^{n} R_i \sin(\alpha_i + \beta) = 0 \tag{1.2}$$

Opis różnorodnych typów modeli materiałowych wraz z bogatą bibliografią można znaleźć w [4] lub w [7]. W artykule skorzystano tylko z trzech modeli:



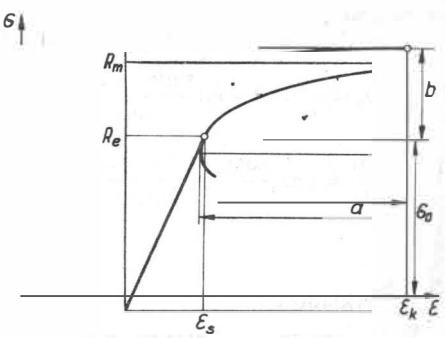
Rys. 2



Rys. 3

— idealnie sprężystego (rys. 2), bardzo często spotykanego w obliczeniach wytrzymałościowych, gdyż zakłada on stałą proporcjonalność odpowiedzi struktury (aż do osiągnięcia w niej naprężeń niszczących R_m) i pomijalnie małe deformacje, które nie wpływają na zmianę proporcji rozkładu sił wewnętrznych struktury podczas jej obciążania, aż do zniszczenia;

— z modelu idealnie sprężysto-plastycznego (rys. 3);



Rys. 4

— z modelu opisywanego elipsą zniszczenia (rys. 4), szczegółowo opisanego w [10]; model ten w najbliższy sposób aproksymuje wykres $\sigma = f(\varepsilon)$ otrzymywany ze zrywarki, na której są badane próbki materiałów konstrukcyjnych takich jak stale niskostopowe i durale, co przy numerycznym modelowaniu zniszczenia ma znaczenie podstawowe.

2. Rozwiązanie struktury dla modelu idealnie sprężystego

Ponieważ układ jest statycznie niewyznaczalny, więc brakujące do (1.1) równania układamy opierając się na związkach między odkształceniami. Zakładając, że odkształcenia te są znikome, uznajemy geometrię struktury (jako całości) za niezmienną, a wydłużenie każdego cięgna za równe rzutowi przesunięcia punktu węzłowego w kierunku danego pręta (rys. 5). Po prostych przekształceniach geometrycznych oraz wykorzystując zależności znane z prawa Hooke'a otrzymujemy dodatkowe równanie (przy $n > 2$):

$$\frac{R_1 l_1}{E_1 F_1}\sin(\alpha_2-\alpha_n)-\frac{R_2 l_2}{E_2 F_2}\sin(\alpha_1-\alpha_n)+\frac{R_n l_n}{E_n F_n}\times\sin(\alpha_1-\alpha_2)=0 \qquad (2.1)$$

Rozważania nt. tego typu analiz można znaleźć np. w [11] lub [12].

3. Rozwiązania struktury dla modelu idealnie plastycznego – nośność graniczna

Przyjmuje się, że wszystkie pręty osiągają granice plastyczności i że odkształcenie struktury jako całości jest znikome. Rzutując osiągnięte siły plastyczności na kierunek wypadkowej P, otrzymujemy jej wielkość. Wykorzystując w tym celu wzór (1.2) mamy:

$$P_{pl}=-\sum_{1}^{n}F_1 R_{ei}\cos(\beta+\alpha_i) \qquad (3.1)$$

4. Rozwiązanie statyki struktury przy dowolnie dużych deformacjach

Przyjmujemy, że pod obciążeniem struktura (rys. 1) ulegnie deformacji. Początkowe długości cięgiem $l_1, l_2 \ldots l_n$ zwiększają się odpowiednio o: $\varepsilon_1 l_1, \varepsilon_2 l_2 \ldots \varepsilon_n l_n$, a początkowe wielkości kątów $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$ zwiększają się odpowiednio o: $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2 \ldots \Delta\alpha_n$. Rozpatrując kolejno trójkąty AO_1O_2, $AO_1O_3 \ldots AO_1O_n$ układamy równania ciągłości i wykorzystując związki trygonometryczne otrzymujemy ogólny związek między odkształceniami prętów:

$$\varepsilon_n=\sqrt{\frac{\sin(\alpha_n-\alpha_1)}{\sin\alpha_1\sin\alpha_2}\left\{\sin(\alpha_n-\alpha_2)\left[1-\frac{(1+\varepsilon_1)^2\sin\alpha_2\sin\alpha_n}{\sin(\alpha_2-\alpha_1)\sin(\alpha_n-\alpha_1)}\right]+\frac{(1+\varepsilon_2)^2\sin\alpha_1\sin\alpha_n}{\sin(\alpha_2-\alpha_1)}\right\}}-1 \qquad (4.1)$$

przy czym $n \geqslant 3$.

Analiza procesu zniszczenia kratownicy przebiega w następujący sposób: przyjmujemy np. pewną wartość ε_1 i dobieramy (metodą kolejnych przybliżeń) wartość ε_2 — a więc przez wzór (4.1) również i $\varepsilon_3 \ldots \varepsilon_n$ — tak aby spełnić drugie równanie w (1.2) dla odkształconej struktury oczywiście z określoną, z góry założoną dokładnością. Gdy ten warunek zostanie osiągnięty, za pomocą pierwszego wzoru (1.2) obliczamy siłę P, niezbędną do wywołania w prętach właśnie takich, dopiero co wyznaczonych, wielkości $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_n$. Taki cykl obliczeń kontynuujemy aż do momentu, gdy któreś ε_i osiągnie graniczną wartość ε_{ki}, co uznajemy za zniszczenie struktury. Odpowiadającą temu warunkowi siłę P oznaczamy P_{zn}.

Względne przesunięcie punktu (rys. 6) przyłożenie siły P wyznaczamy ze związków:

$$D_h=\frac{\Delta h}{h}=(1+\varepsilon_1)\frac{\sin(\alpha_1+\Delta\alpha_1)}{\sin\alpha_1}-1$$

$$D_v=\frac{\Delta v}{L_n}=\sin\alpha_n\frac{\cos\alpha_1-(1+\varepsilon_1)\cos(\alpha_1+\Delta\alpha_1)}{\sin(\alpha_n-\alpha_1)} \qquad (4.2)$$

5. Obliczenia przykładowe

W celu porównania wpływu poszczególnych parametrów na efektywną postać uszkodzenia konstrukcji, przedstawiono wyniki przykładowych obliczeń dla struktury trójprętowej o jednej geometrii ($\alpha_1 = 50°, \alpha_2 = 80°, \alpha_3 = 150°$), ale dla różnych charakterystyk materiałowych i różnych modeli zniszczenia oraz dla dwu kątów $\beta = 110°$ i $90°$. W każdym przypadku wszystkie pręty mają jednakowy przekrój poprzeczny (F_i = const) oraz są wykonane z duralu (E_i = const = = 72 000 MPa).

W pierwszym etapie obliczenia zostały przeprowadzone dla modelu idealnie sprężystego (metodą podaną w p. 2), przy czym wszystkie pręty są wykonane z materiału o nominalnej wartości doraźnej wytrzymałości $R_{mo} = 400$ MPa. Wymagany współczynnik bezpieczeństwa dla struktury $\eta_{spr} = 1{,}5$, w odniesieniu do dopuszczalnej siły obciążającej $P_{dop} = 10$ kN. W tym też etapie została określona wielkość przekroju poprzecznego prętów F, obliczona dla najbardziej obciążonego pręta układu i stała dla dalszych etapów obliczeń.

W drugim etapie obliczono współczynnik bezpieczeństwa plastyczny η_{pl} przy założeniu, że są spełnione założenia p. 3.

Następnie wyznaczono siłę niszczącą strukturę w sposób modelujący próbę statyczną, a więc przy uwzględnieniu dużych odkształceń (wg. p. 4) na podstawie modelu elipsy zniszczenia. Za zniszczenie struktury kratownicy uznano osiągnięcie przez którykolwiek z prętów wydłużenia równego ε_k. Stosunek siły niszczącej do dopuszczalnej oznaczono η_{zn}.

Ponadto wyznaczono jeszcze tzw. skorygowany współczynnik bezpieczeństwa, uwzględniający wpływ parametru doraźnej wytrzymałości zniszczonego pręta $R_{m\,nisz}$ w stosunku do nominalnej wartości wytrzymałości R_{mo}:

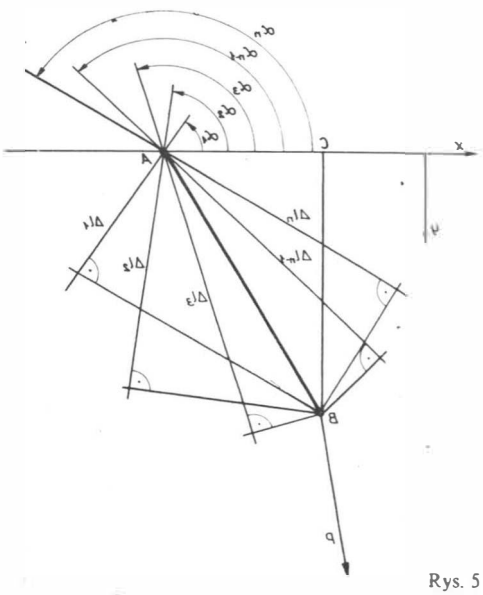
$$\eta_{pl}=\frac{P_{pl}}{P_{dop}}; \qquad \eta_{zn}=\frac{P_{zn}}{P_{dop}}; \qquad \eta_{zn}^{kor}=\eta_{zn}\left(\frac{R_{mo}}{R_{m\,nisz}}\right)$$

Wyznaczono również względne przesunięcia punktu przyłożenia siły P (D_h i D_v) oraz wielkości zmian geometrii struktury $\Delta\alpha_i$ dla momentu zniszczenia konstrukcji.

Obliczenia zostały zaprogramowane w języku PASCAL na mikrokomputerze IBM PC, a wyniki obliczeń zestawiono w tabl. 1 i 2.

6. Przypadek szczególny

Ponad 40 lat temu W. Prager [1], a nieco później A.M. Freudenthal [2] wysunęli tezę o niejednoznaczności rozwiązania trójprętowej struktury w kształcie równoramiennego trójkąta prostokątnego (rys. 7), którego pręty są wykonane z takiego samego materiału i mają takie same przekroje poprzeczne (E_i = const; F_i = const), a charakterystyki materiałowe tych prętów są idealnie sprężysto-plastyczne. Wracano później do tego tematu wielokrotnie (np. [3, 5, 6]), ale bez większych sukcesów. Nawet opracowanie [9] z 1986 r. nie dało oczekiwanych wyników, zwłaszcza gdy siła działa wzdłuż środkowego pręta. A przecież problem sprowadza się do adekwatności modelu do zagadnienia fizycznego, gdyż sformułowanie P.G. Hodge'a o „nieokreślenie dużych odkształceniach prętów przy niezmienności geometrii" jest wewnętrznie niespójne.



Rys. 5

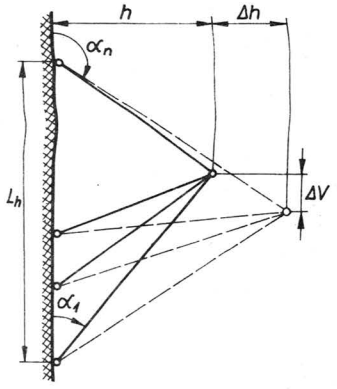
Dla takiej (rys. 7) struktury wzór (4.1) upraszcza się do postaci:

$$(1+\varepsilon_1)^2-(1+\varepsilon_2)^2+(1+\varepsilon_3)^2=1 \qquad (6.1)$$

a dla $\beta = 90°$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$ i otrzymujemy wówczas:

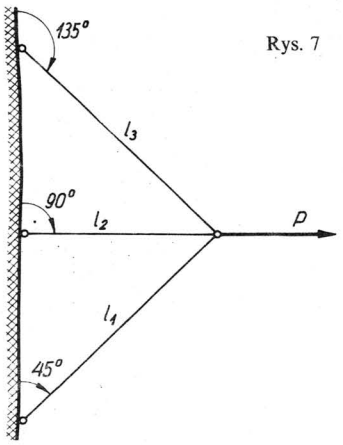
$$\varepsilon_2=\sqrt{2(1+\varepsilon_1)^2-1}-1$$

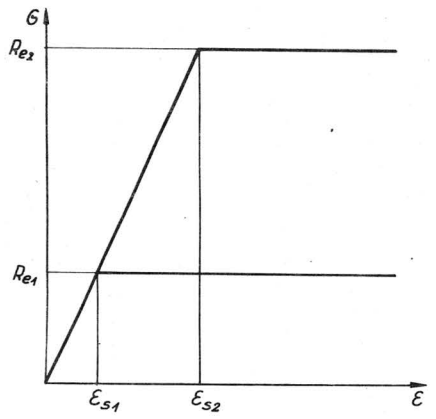
Przypadek	Kąt siły stopnie	Obl. sprężyste: pow. przekr. prętów $m^2 \cdot 10^{-4}$	Obl. sprężyste: nr pręta maks. obc.	Modelowe dane materiałowe prętów: MPa		%	Wsp. bezp. plastyczn.	Wsp. bezp. zniszczenia	Nr zniszcz. pręta	Skoryg. współcz. bezp. zniszczenia	Odkształcenie względne przy zniszczeniu		Zmiany kątów geometrii układu stopnie
	β	F		R_{e1} R_{e2} R_{e3}	R_{m1} R_{m2} R_{m3}	ε_{k1} ε_{k2} ε_{k3}	η_{pl}	η_{zn}		η^{kor}_{zn}	D_h	D_v	$\Delta\alpha_1$ $\Delta\alpha_2$ $\Delta\alpha_3$
I	110	0,22	2	450 250 350	550 350 450	20 5 15	1,61	1,86	2	2,13	0,047	−0,0095	0,49 −0,85 −1,52
II	110	0,22	2	450 250 350	550 350 450	5 20 15	1,61	1,90	1	1,39	0,059	−0,0121	0,59 −1,08 −1,91
III	110	0,22	2	350 450 250	450 550 350	15 20 5	1,80	2,19	1	1,95	0,116	−0,040	1,03 −3,53 −5,62
IV	110	0,22	2	350 450 250	450 550 350	15 5 20	1,80	2,08	2	1,52	0,048	−0,0104	0,43 −0,97 −1,57
V	110	0,22	2	250 250 250	350 350 350	5 5 5	1,16	1,51	2	1,73	0,047	−0,010	0,43 −0,93 −1,53
VI	110	0,22	2	250 250 250	350 350 350	20 20 20	1,16	1,54	2	1,76	0,183	−0,045	1,06 −3,91 −6,21
VII	110	0,22	2	450 450 450	550 550 550	5 5 5	2,08	2,38	2	1,73	0,047	−0,01	0,47 −0,88 −1,53
VIII	110	0,22	2	450 450 450	550 550 550	20 20 20	2,08	2,42	2	1,76	0,178	−0,044	1,10 −3,74 −6,03



Rys. 6

Rys. 7





Rys. 8

Drugie równanie w (1.2) jest spełnione automatycznie, a pierwsze równanie w (1.2) przybiera postać:

$$P = F\left[\sqrt{2}\left(\frac{1+\varepsilon_2}{1+\varepsilon_1}\right)\sigma_1 + \sigma_2\right]$$

Przyjmując tak jak w [3] lub [9] model sprężysto-plastyczny i stosunek $R_{e2}:R_{e1} = 3{:}1$ (tak jak pokazano na rys. 8), można obliczenia rozbić na trzy etapy:

$$0 \leqslant \varepsilon_1 \leqslant \varepsilon_{s1}; \qquad \varepsilon_1 > \varepsilon_{s1}; \qquad \varepsilon_2 \leqslant \varepsilon_{s2} \quad \text{i} \quad \varepsilon_2 > \varepsilon_{s2}$$

Obliczenia wykonano przyjmując przykładowo, że $\mathbf{R}_{e1} = 150$ MPa, $R_{e2} = 450$ MPa, $E = 72\,000$ MPa i $F = 0{,}22 \cdot 10^{-4}$ m^2. Wyniki przedstawiono na rys. 9.

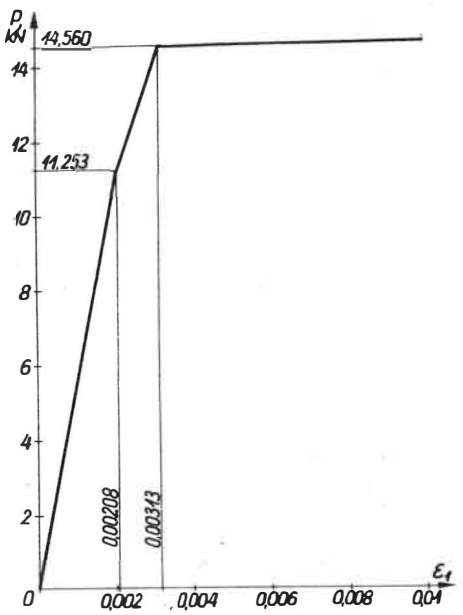
Jak widać z przedstawionych wyników, nie występuje żadna niejednoznaczność, a obliczenia są elementarne.

Z analizy wzoru (6.1) wynika, że jeśli $\varepsilon_1 = 0$, to $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ i analogicznie jeśli $\varepsilon_3 = 0$ to $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$. Taka osobliwość zachodzi nie tylko dla rozpatrywanego powyżej układu. Jeśli chcemy, aby w trójprętowej strukturze przy $\varepsilon_1 = 0$ było $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$, to musi zachodzić związek między kątami: $\alpha_3 + \alpha_2 - \alpha_1 = 180°$. Podobnie jeśli chcemy, aby przy $\varepsilon_3 = 0$ było $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, to musi być $\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2$. Dla spełnienia obu warunków jednocześnie jest niezbędne, aby $\alpha_2 = 90°$ i $\alpha_3 - \alpha_1 = 90°$.

Powyższe zależności zachodzą nie tylko w obszarach sprężystych, ale i odkształceń plastycznych. Jeśli w konstrukcji trójprętowej jeden z brzegowych prętów jest wielokrotnie sztywniejszy od pozostałych i jeśli obraca się go wokół własnego bieguna, to można otrzymać moduł sterujący systemem oparty na jednakowym wydłużeniu elementów różnej długości.

*
* *

• Próby statyczne elementów struktury nośnej (prowadzone nie tylko w zakresie obciążeń eksploatacyjnych, lecz również i niszczących, a także zniszczenia elementów) są wymagane w różnych dziedzinach techniki, a przede wszystkim w lotnictwie. Wiele przepisów budowy sprzętu latającego, w oparciu o które w Polce są budowane samoloty [13 ÷ 16] precyzuje wymagania dotyczące korekty otrzymywanych wyników ze względu na odchyłki geometryczne i rozrzuty wytrzymałościowych elementów poddawanych próbom w stosunku do minimalnych parametrów dopuszczonych przez dokumentację konstrukcyjną.



Rys. 9

Szerzej ten temat omówiono w [8]. Otwartym problemem pozostaje realizacja tych wymagań i egzekwowanie ich przez organy nadzoru — tak cywilne, jak i wojskowe.

• Analiza przypadków V ÷ VIII w tabl. 1 i 2 wyraźnie wskazuje na zasadnicze znaczenie powtarzalności właściwości wytrzymałościowych materiałów, z których wykonuje się elementy struktury nośnej. Po przeprowadzeniu korekty wyników w tabl. 1, współczynnik bezpieczeństwa wynosi $\eta_{zn}^{kor} \simeq 1{,}75$. Bez względu na to, z jakimi parametrami materiałowymi mamy do czynienia, ważne jest aby **wszystkie** elementy były wykonane z materiału **o takich samych parametrach**. Analogicznie w tabl. 2 skorygowany współczynnik bezpieczeństwa wynosi $\eta_{zn}^{kor} = 2{,}20$ i jest praktycznie stały, jeśli właściwości materiałowe wszystkich prętów są takie same. Różnica między średnimi wartościami współczynnika bezpieczeństwa wynika z lepszego, bardziej równomiernego obciążenia wszystkich prętów (a jednocześnie środkowy, wymiarujący pręt przenosi nieco większą siłę) w wypadku drugim ($\beta = 90°$), bo w tym pierwszym ($\beta = 110°$) trzeci pręt jest wyraźnie niedociążony.

• Jeśli nie potrafimy zapanować nad beztroską dopływu materiałów na określone elementy struktury nośnej, to przynajmniej należy zdecydowanie dążyć do tego, aby materiały miały możliwie duże wydłużenie — co wyraźnie widać z analizy przypadków I ÷ IV w tabl. 1 i 2. Prawie zawsze zniszczeniu ulega element mający minimalne wydłużenie (ε_{min}), a nie ten, który formalnie jest najsłabszy ($R_{m\,min}$). Przedstawione w tabl. 1 w przypadku III odstępstwo od tej reguły wynika ze wspomnianego wyżej niedociążenia trzeciego pręta. Jeśli materiał PA7ta ma dopuszczalne normatywne $\varepsilon_{min} \geqslant 3\%$, a bywa że ma ok 30% (czasem ma i 1%), to każda struktura (o takiej samej geometrii) wykonana z tak różnorodnych materiałów będzie w pracy zachowywała się inaczej i będzie nas zaskakiwała „nieoczekiwanymi" niespodziankami (np. przy obciążeniach dopuszczalnych powstaną poważne deformacje plastyczne). Bardziej intuicyjne niż analitycznie uzasadnione dążenia konstruktorów do stosowania materiałów o możliwie dużym wydłużeniu znajduje tutaj również uzasadnienie. Oczywiście ε jest wskaźnikiem mającym istotne znaczenie nie tylko w statyce konstrukcji.

• Oddzielnym, chociaż nie mniej istotnym zagadnieniem jest niejednorodność krystalograficzna (w skali makro) danego półproduktu czy też wyciętego z niej elementu. Nie jest jednoznaczna odpowiedź na pytanie: czy właściwości próbki wyciętej z pręta lub płyty i zbadane na zrywarce mogą być traktowane jako właściwości materiału elementu wyciętego z tej płyty czy pręta? Istnieje wiele przykładów na to, że na taki związek w wielu przypadkach nie można liczyć. Należy również brać pod uwagę problematykę związaną z dużą, a często zupełnie przypadkową anizotropowością właściwości materiałów metalowych w różnych kierunkach, zwłaszcza dla grubszych płyt i prętów, z których wykonuje się wiele bardzo odpowiedzialnych elementów struktury nośnej, jak okucia i węzły. Brak powtarzalności właściwości sprawia, że wiele materiałów jest nieprzydatnych w przemyśle, ale ponieważ brak innych, pewniejszych, więc produkuje się samoloty z tego co jest!

• Bezkrytyczne przyjęcie wyników badań statycznych lub ograniczenie się do korekty opartej tylko na parametrach zniszczonego elementu może prowadzić do absurdalnych wniosków odnośnie do

TABLICA 2

Przypadek	Kąt siły stopnie	Obl. sprężyste: pow. przekr. prętów $m^2 \cdot 10^{-4}$	Obl. sprężyste: nr pręta maks. obc.	Modelowe dane materiałowe prętów: MPa		Modelowe dane materiałowe prętów: %	Wsp. bezp. plastyczn.	Wsp. bezp. zniszczenia	Nr zniszcz. pręta	Skoryg. współcz. bezp. zniszczenia	Odkształcenie względne przy zniszczeniu		Zmiany kątów geometrii układu stopnie
	β	F		R_{e1} R_{e2} R_{e3}	R_{m1} R_{m2} R_{m3}	ε_{k1} ε_{k2} ε_{k3}	η_{pl}	η_{zn}		η_{zn}^{kor}	D_k	D_t	$\Delta\alpha_1$ $\Delta\alpha_2$ $\Delta\alpha_3$
I	90	0,24	2	450 250 350	550 350 450	20 5 15	1,86	2,28	2	2,60	0,056	0,011	2.48 2.02 −0.95
II	90	0,24	2	450 250 350	550 350 450	5 20 15	1,86	2,45	1	1,78	0,118	0,018	4.64 3.35 −2.15
III	90	0,24	2	350 450 250	450 550 350	15 20 5	2,03	2,55	3	2,92	0,105	0,021	4.61 −3.71 −2.15
IV	90	0,24	2	350 450 250	450 550 350	15 5 20	2,03	2,42	2	1.76	0,061	0,026	4.07 4.20 −0.57
V	90	0,24	2	250 250 250	350 350 350	5 5 5	1,36	1,88	2	2,14	0,052	0,001	1.51 0,64 −1,23
VI	90	0,24	2	250 250 250	350 350 350	20 20 20	1,36	1,95	2	2,23	0,207	−0,008	4.57 0.77 −5.19
VII	90	0,24	2	450 450 450	550 550 550	5 5 5	2,46	2,96	2	2,16	0.050	−0,0002	1.36 0,44 −1.24
VIII	90	0,24	2	450 450 450	550 550 550	20 20 20	2,46	3,10	2	2,26	0,216	−0,014	4.27 0.11 −5,63

TABLICA 3

Przypadek	Geometria układu, stopnie			Kąt siły, stopnie	Obl. sprężyste		Modelowe dane materiałowe prętów			Wsp. bezp. plastyczn.	Wsp. bezp. zniszczenia	Nr zniszcz. pręta	Odkształcenia względnie przy		Zmiany kątów geom. układu, stopnie
					pow. przekr. prętów, $m^2 \cdot 10^{-4}$	nr pręta maks. obc.	MPa		%						
	α_1	α_2	α_3	β	F		R_{e1} R_{e2} R_{e3}	R_{m1} R_{m2} R_{m3}	ε_{k1} ε_{k2} ε_{k3}	η_{pl}	η_{zn}		D_h	D_v	$\Delta\alpha_1$ $\Delta\alpha_2$ $\Delta\alpha_3$
I	45	90	135	90	0,22	2	150 450 150	150 450 150	10 20 10	1,45	1,49	1 3	0,192	0	5,0 0 −5,0
II	45	90	135	90	0,22	2	300 300 300	300 300 300	10 20 10	1,59	1,67	1 3	0,190	0	5,0 0 −5,0
III	45	90	135	90	0,22	2	450 150 450	450 150 450	10 20 10	1,73	1,84	1 3	0,190	0	5,0 0 −5,0
IV	45	90	135	95	0,22	2	150 450 150	150 450 150	10 20 10	1,44	1,46	1	0,096	−0,051	−0,15 −5,32 −5,68
V	45	90	135	95	0,22	2	300 300 300	300 300 300	10 20 10	1,58	1,60	1	0,100	−0,051	−0,06 −5,25 −5,71
VI	45	90	135	95	0,22	2	450 150 450	450 150 450	10 20 10	1,71	1,73	1	0,100	−0,050	0,04 −5,14 −5,70
VII	30	90	150	90	0,30	2	150 450 150	150 450 150	10 20 10	1,80	1,90	2	0,20	0	4,86 0 −4,86
VIII	60	90	120	90	0,16	2	150 450 150	150 450 150	10 20 10	1,16	1,17	1 3	0,12	0	2,70 0 −2,70

obciążeniowej sprawności konstrukcji i istniejących w niej zapasów (np. przyp. III i VIII w tabl. 2), co szczególnie w przypadku sprzętu latającego może wywołać katrastrofalne następstwa.

• Już z powyższych uwag wynika, że wnioski zawarte i wysunięte w [10] odnoszą się w równym stopniu (z niewielkimi uzupełnieniami) także do struktur statycznie niewyznaczalnych. Należy natomiast podkreślić, że wszystkie wnioski dotyczą oczywiście nie tylko takich struktur prętowych, ale w ogóle racjonalnego stosunku do analiz i badań statycznych wszelkich układów.

• Adekwatność, spójność modelu obliczeniowego z rozważanym problemem fizycznym ma zasadnicze znaczenie w wyciąganiu wniosków i formułowaniu tez, tak jak to widać wyraźnie na przykładzie zadania i modelu wysuniętych przez W. Pragera (tzw. trójkąt Pragera). Zastosowanie „brzytwy Ockhama" do rozważań zawartych w [9] pozostawia z czterech wysuniętych tam problemów (fizycznego, matematycznego, obliczeniowego i modelowego) tylko ten ostatni jako rzeczywiście istotny. W tabl. 3 zestawiono wyniki obliczeń dla kilku „trójkątów Pragera" i podobnych struktur.

• Dla elementarnego układu prętowego statycznie wyznaczalnego, który był rozpatrywany w [10], można było przeprowadzić optymalizację ciężarową. Struktury prętowe rozważane w artykule, obciążone jedną siłą o stałym kierunku, obowiązują dwie wytyczne:

— optymalnym ciężarowo układem statycznie niewyznaczalnym jest układ statycznie wyznaczalny, a więc składający się z dwu prętów.

— kierunki osi tych dwu prętów powinny być możliwie bliskie kierunkowi działania obciążającej siły P (pomijając trywialny przypadek jednego pręta leżącego w osi siły).

LITERATURA

1. W. PRAGER: Problem types in theory of perfectly plastic materials. *Journal of the Aeronautical Sciences*, vol. 15. pp. 337 ÷ 341, 1948
2. A.M. FREUDENTHAL: Effect of rheological bahaviour on thermal stresses. *Journal of Applied Physics*, vol. 25. pp. 1110 ÷ 1117, 1954
3. P.G.HODGE Jr.: The practical significance of limit analysis. *Journal of the Aero/Space Sciences*, vol. 25, pp. 724 ÷ 726, 1958
4. M. ŻYCZKOWSKI: Obciążenie złożone w teorii plastyczności. PWN, Warszawa, 1973
5. H.M. VAN RIJ, P.G. HODGE Jr.: A slip model for finite-element plasticity. *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 45, pp. 527 ÷ 532, 1978
6. P.G. HODGE Jr., D.L. WHITE: Examples of nonuniqueness in contained plastic deformation. *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 47, pp. 273 ÷ 277, 1980
7. M. ŻYCZKOWSKI: Combined loading in theory of plasticity. PWN, Warszawa, 1981
8. A. KAPUSTA, A. KOWALSKI, M. WÓJTOWICZ: Problemy prób statycznych samolotów, TLiA, nr 11, 1983
9. P.G. HODGE Jr., K.J. BATHE, E.N. DVORKIN: Causes and consequences of nonuniqueness in an elastic/perfectly plastic truss. *ASME J. of Appl. Mech.*, vol. 53, pp. 235 ÷ 241, 1986
10. A. KOWALSKI: Analiza wyników prób statycznych, TLiA nr 4, 1987 (errata błędów TLiA 8/87)
11. J. RŻYSKO: Statyka i wytrzymałość materiałów. PWN. Warszawa, 1977
12. W. McGUIRE, R.H. GALLAGHER: Matrix structural analysis. John Wiley and Sons, N. York, 1979
13. Federal Aviation Regulations
14. British Civil Airworthiness Requirements
15. Normy Lotnoj Godnosti
16. Air Publication — 970

SPIS TREŚCI

str.

A. KOWALSKI — Zniszczenie trzech lub więcej prętów I
H. ZATYKA — Spawanie elektronowe w produkcji sprzętu lotniczego VI

Spawanie elektronowe w produkcji sprzętu lotniczego

Doc. dr HENRYK ZATYKA

Instytut Lotnictwa

Charakterystyczne właściwości wiązki elektronów jako źródła ciepła w procesie spajania metali, takie jak wysoka koncentracja energii cieplnej, łatwość jej dozowania i stosowania oraz wykonywania spawania w próżni są w pełni wykorzystywane przy wykonywaniu złączy spawanych o wysokich i powtarzalnych właściwościach wytrzymałościowych. Wysokie, a przede wszystkim powtarzalne właściwości wytrzymałościowe złączy spawanych i minimalne odkształcenia części spawanych należą do podstawowych warunków zastosowania spawania w łączeniu elementów konstrukcji lotniczych. Warunki te spełnia technika spawania elektronowego. Właściwości wiązki elektronów pozwalają na rozszerzenie zakresu zastosowania spawania w konstrukcjach lotniczych, a głównie w produkcji silników odrzutowych. Spawanie elektronowe jest stosowane do łączenia części ze stali i stopów uznawanych za trudno spawalne przy zastosowaniu typowych metod spawalniczych, a zwłaszcza spawania elektrycznego w atmosferze argonu – metoda TIG. Spawanie elektronowe umożliwia łączenie części o znacznie większej grubości (0,5 ÷ 10,0 mm) niż metodą TIG (0,5 ÷ 2,0 mm).

Materiały stosowane na elementy konstrukcyjne spawane elektronowo

Spawanie elektronowe jest stosowane do łączenia części wykonywanych ze stali nierdzewnych kwasoodpornych, stali konstrukcyjnych do nawęglania i ulepszania cieplnego stali maraging, stali stopowych, stali i stopów żaroodpornych. Skład chemiczny stali i stopów stosowanych na elementy konstrukcyjne spawane elektronowo przedstawiono w tabl.

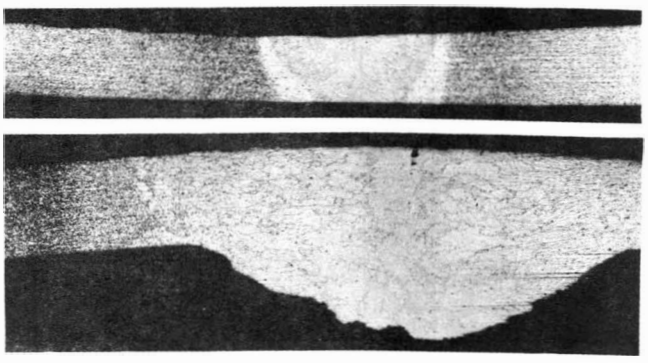
Na uwagę zasługuje spawanie elektronowe części ze stali i stopów żarowytrzymałych i stali stopowych. Spawalność stali i stopów żarowytrzymałych jest utrudniona ze względu na podwyższoną czułość na obecność siarki i fosforu, a także rozpuszczonych gazów: tlenu, wodoru i tlenku węgla. Siarka i fosfor tworzą z niklem niskotopliwe, kruche eutektyki (NiS_2—Ni) t_{top} — 645°C; (NiP—Ni) t_{top} — 880°C grupujące się na granicach kryształu, powodujące powstawanie pęknięć międzykrystalicznych. Zmniejszona rozpuszczalność gazów w stanie stałym metalu prowadzi do wydzielania się nadmiernej ilości gazów i powstawania wad w spoinach (porowatość). Ponadto przy spawaniu powstają trudno topliwe tlenki chromu utrudniające formowanie spoiny. Zastosowanie spawania elektronowego w próżni doskonale chroniącej jeziorko spawalnicze, z dużą prędkością spawania zapobiegającą rozrostowi ziaren i tworzeniu się szkodliwych eutektyk pozwala na uzyskanie złączy spawanych o pożądanych, wysokich właściwościach wytrzymałościowych. Spawalność stali stopowych (30HGSA, 38HA) jest utrudniona w wyniku skłonności do pękania na zimno spowodowanego podhartowaniem na powietrzu bezpośrednio po spawaniu. Uzależniona jest od zawartości węgla i innych pierwiastków stopowych sprzyjających powstawaniu kruchej struktury martenzytycznej oraz od grubości części spawanych mającej wpływ na prędkość studzenia.

Porównawcze próby spawania elektronowego i metodą TIG stali i stopów żarowytrzymałych

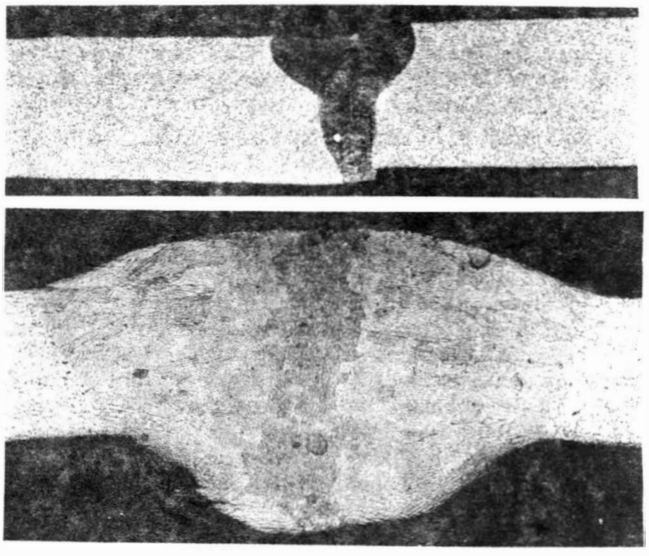
Wykonano porównawcze próby spawania doczołowego próbek płaskich ze stali i stopów żarowytrzymałych. Próbki spawano wiązką elektronów oraz metodą TIG. Grubość próbek wynosi od 1,2 do 10 mm, przy czym grubość próbek spawanych metodą TIG 1,2 ÷ 4,0 mm. Uzyskane złącza spawane poddano badaniom metalograficznym oraz badaniom wytrzymałościowym.

Wyniki przeprowadzonych badań wykazały:

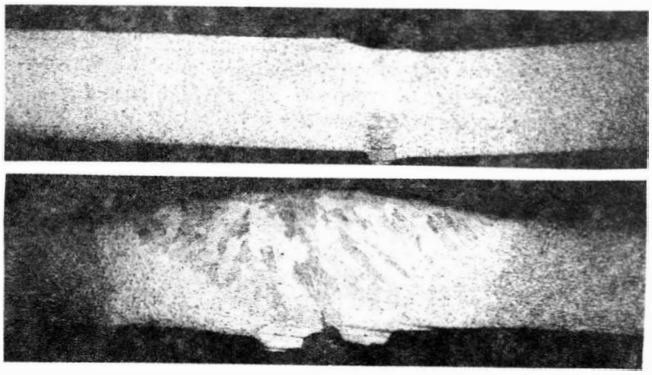
- Szerokość spoiny i strefy wpływu ciepła w złączach spawanych elektronowo jest kilkakrotnie mniejsza niż w złączach spawanych metodą TIG. Wraz ze wzrostem grubości części spawanych znacznie wzrasta szerokość spoiny w złączach spawanych metodą TIG, natomiast bardzo nieznacznie w złączach spawanych elektronowo. Na rys. 1*a* i *b* przedstawiono przekrój spoiny o grubości 1,2 mm stopu żarowytrzymałego (XH60BT) wykonanej wiązką (rys. 1*a*) elektronów i metodą TIG (rys. 1*b*). Na rys. 2*a* i *b* przedstawiono przekrój spoiny o grubości 2,0 mm stali żaroodpornej (XH38BT) wykonanej wiązką



Rys. 1. Materiał XH60BT: grubość 1,2 mm: *a*) spoina wykonana wiązką elektronów, *b*) spoina wykonana metodą TIG; pow. 10 ×

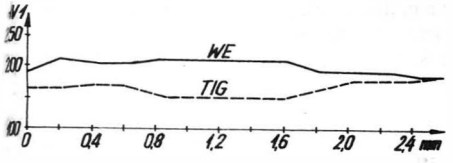


Rys. 2. Materiał XH38BT: grubość 2,0 mm: *a*) spoina wykonana wiązką elektronów, *b*) spoina wykonana metodą TIG; pow. 10 ×

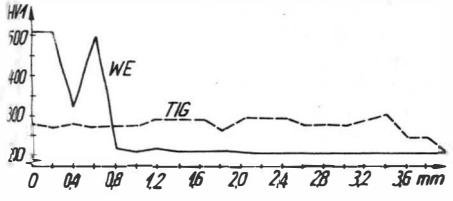


Rys. 3. Materiał XH78T: grubość 3,0 mm: *a*) spoina wykonana wiązką elektronów, *b*) spoina wykonana metodą TIG; pow. 5 ×

Rys. 4. Materiał stal 30HGSA; grubość 8,0 mm, spoina wykonana wiązką elektronów z podpawaniem grani; pow. 10 ×



Rys. 5. Rozkład twardości w złączach stopu żarowytrzymałego (XH60BT) spawanych wiązką elektronów i metodą TIG



Rys. 6. Rozkład twardości w złączach stali 30HGSA spawanych wiązką elektronów i metodą TIG

elektronów (rys. 2*a*) i metodą TIG (rys. 2*b*). Na rys. 3*a*, *b* przedstawiono przekrój spoiny o grubości 3,0 mm stopu żarowytrzymałego (XH7BT) wykonanej wiązką elektronów (rys. 3*a*) i metodą TIG (rys. 3*b*). Na rys. 4 przedstawiono przekrój poprzeczny spoiny stali niskostopowej (30HGSA) o grubości 8,0 mm wykonanej wiązką elektronów. Spoina bez wad o szerokości w części środkowej 1,5 mm.

- Rozkład twardości w złączach spawanych wiązką elektronów stali i stopów żarowytrzymałych jest zbliżony do rozkładu twardości występującego w złączach spawanych metodą TIG. Na rys. 5 przedstawiono rozkład twardości w złączu spawanym wiązką elektronów (WE) i metodą TIG stopu żarowytrzymałego XH60BT o grubości 1,2 mm. Twardość mierzono metodą Vickersa pod obciążeniem 1 kg, co 0,2 mm od osi spoiny.
- Rozkład twardości w złączach spawanych wiązką elektronów stali niskostopowych do ulepszania cieplnego (30HGSA) wykazuje znaczny wzrost twardości w spoinie i w strefie wpływu ciepła (rys. 6). Znaczny wzrost twardości w spoinie i strefie wpływu ciepła powoduje wzrost naprężeń strukturalnych, co może być przyczyną powstawania pęknięć. Konieczne staje się stosowanie zabiegów obróbki cieplnej elementów spawanych.
- Właściwości wytrzymałościowe prawidłowo wykonanych złączy spawanych elektronowo ze stali i stopów żarowytrzymałych są zbliżone do właściwości materiału rodzimego. R_m (wytrzymałość na rozciąganie) złącza spawanego jest równa $0{,}9 \div 1{,}0$ R_m materiału rodzimego.

Warunki wykonywania złączy spawanych

Do podstawowych warunków decydujących o jakości spawanych złączy należy zaliczyć:

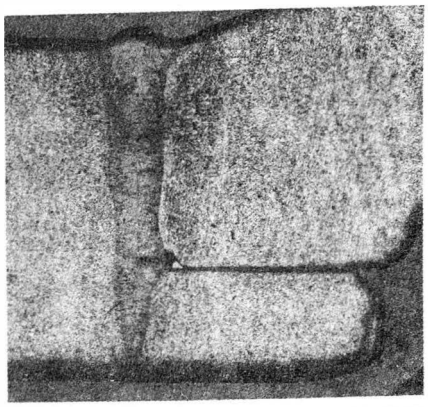
— rodzaj złączy i dokładność dopasowania łączonych części,

— jakość urządzenia zapewniającego stabilność ustalonych wartości parametrów procesu i prawidłowy przebieg procesu spawania.

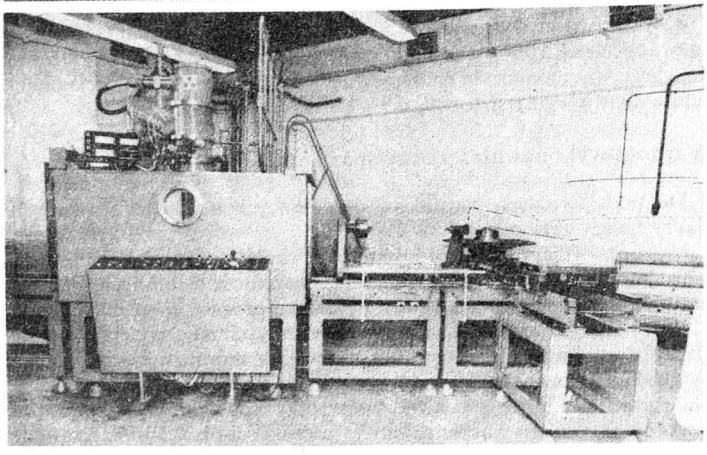
W spawanych zespołach silników odrzutowych najczęściej stosuje się złącza doczołowe. Często w celu ułatwienia montażu i wzajemnego ustawienia spawanych części stosuje się złącza doczołowe z zakładką. Należy jednak mieć na uwadze, że przy spawaniu elektronowym uzyskuje się bardzo wąskie spoiny — szerokości ok. 0,5 mm. Krawędź części łączonej wchodzącej w zakładkę jest fazowana (ścinana). Przy mniejszych grubościach spawanych części (ok. kilka mm) faza (ścięcie krawędzi) nie jest w pełni stopiona, powstaje pęcherz w zakładce, a od niego pęknięcie w spoinie. Na rys. 7 przedstawiono przekrój poprzeczny złącza doczołowego z zakładką z widoczną nie zespawaną fazą (ścięciem) i pęknięciem w spoinie. Przeprowadzone porównawcze badania wytrzymałości zmęczeniowej (obciążenia rozciągające odzerowo tętniące przy częstotliwości 6000 cykli/min, baza do wyznaczania wytrzymałości zmęczeniowej — 2×10^6 cykli) próbek złączy spawanych z zakładką i po usunięciu zakładki za pomocą obróbki mechanicznej wykazały wzrost

TABLICA. Skład chemiczny stali i stopów stosowanych na elementy konstrukcyjne spawane elektronowo

Rodzaj stali, stopu	Oznaczenie stali, stopu	Nr normy	Skład chemiczny, %											
			C	Mn	Si	P	S	Ni	Cr	Cu	W	Mo	Ti	Co
Odporna na korozję, kwasoodporna	1H18N9T	PN-71/H-86020	maks. 0,10	maks. 2,0	maks. 0,8	maks. 0,045	maks. 0,030	8 ÷ 10	17	—	—	—	—	—
Odporna na korozję	2H13	PN-71/H-86020	0,16 ÷ ÷0,25	maks. 0,8	maks. 0,8	maks. 0,04	maks. 0,030	maks. 0,6	12 ÷ 14	—	—	—	—	—
Konstrukcyjna do nawęglania	12H2N4A	PN-72/H-84035	0,09 ÷ ÷0,16	0,30 ÷ ÷0,60	0,17 ÷ ÷0,37	maks. 0,030	maks. 0,025	3,25 ÷ ÷3,65	1,25 ÷ ÷1,65	maks. 0,20	—	—	—	—
Konstrukcyjna do ulepszania cieplnego	30HGSA	PN-72/H-84030	0,32 ÷ ÷0,39	0,8 ÷ ÷1,1	1,1 ÷ ÷1,4	maks. 0,30	maks. 0,25	maks. 0,30	1,1 ÷ ÷1,4	maks. 0,30	—	—	—	—
Konstrukcyjna do ulepszania cieplnego	40HNMA	PN-72/H-84030	0,37 ÷ ÷0,44	0,5 ÷ ÷0,8	0,17 ÷ ÷0,37	maks. 0,03	maks. 0,025	1,25 ÷ ÷1,70	0,6 ÷ ÷0,9	maks. 0,30	—	0,8 ÷ ÷1,2	—	—
Maraging	Ni18K9M5T	BN-83/0631-10	maks. 0,02	maks. 0,1	maks. 0,1	maks. 0,010	maks. 0,010	17,5 ÷ ÷18,5	—	—	—	4,6 ÷ ÷5,0	0,5 ÷ ÷0,8	8,8 ÷ ÷9,5
Chromowa	1H12N2WNoW	GOST 5632-72	0,1 ÷ ÷0,16	maks. 0,6	maks. 0,6	—	—	1,5 ÷ ÷1,8	10,5 ÷ ÷12,0	—	1,6 ÷ ÷2,0	0,35 ÷ ÷0,50	—	—
Chromowa	38HA	PN-72/H-84030	0,35 ÷ ÷0,42	0,5 ÷ ÷0,8	0,17 ÷ ÷0,37	maks. 0,03	maks. 0,03	maks. 0,3	0,8 ÷ ÷1,1	—	—	—	—	—
Żaroodporna	XH38BT	TY14-1-1747-76	0,06 ÷ ÷0,12	maks. 0,7	maks. 0,8	maks. 0,03	maks. 0,2	35 ÷ ÷39	20 ÷ ÷30	maks. 0,2	2,8 ÷ ÷3,5	0,8	0,7 ÷ ÷1,2	—
Stop żarowytrzymały	XH78T(EJ-435)	TY14-1-1747-76	maks. 0,12	maks. 0,7	maks. 0,8	maks. 0,015	maks. 0,01	osnowa	19 ÷ ÷22	maks. 0,07	—	—	0,15 ÷ ÷0,35	—
Stop żarowytrzymały	XH60BT(EJ-868)	TY14-1-1747-76	maks. 0,1	maks. 0,5	maks. 0,8	maks. 0,013	maks. 0,013	osnowa	23,5 ÷ ÷26,5	0,07	13 ÷ ÷16	—	0,3 ÷ ÷0,7	—



Rys. 7. Przekrój złącza doczołowego z zakładką z niezespawaną fazą i pęknięciem w spoinie, pow. 10×

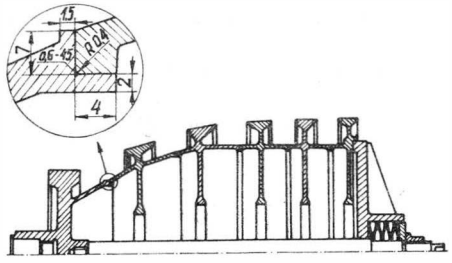


Rys. 8. Ogólny widok urządzenia do spawania elektronowego typ SE/60. *Fot. W. Garbarczyk*

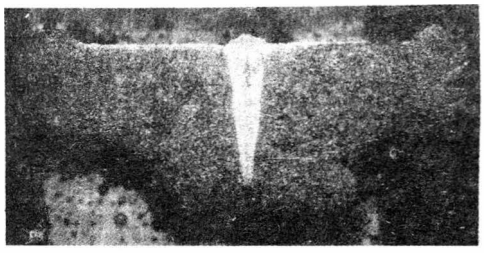
Przykłady zastosowania spawania elektronowego w konstrukcjach lotniczych

Wirnik sprężarki osiowej. Wirnik sprężarki składa się z sześciu tarcz o średnicach w miejscu spawania 188, 256, 280 mm. Grubość elementów spawanych wynosi 7,0, 3,5 i 3,0 mm. Tarcze są łączone za pomocą złącza doczołowego z zakładką. Zakładka służy do wzajemnego ustawienia tarcz. Schemat konstrukcji wirnika przedstawiono na rys. 9. Tarcze wirnika są wykonane z odkuwek matrycowych ze stali N18K9M5ST. Tarcze są obrobione całkowicie (na gotowo) z zachowaniem wymaganych dokładności obróbki. Połączenie sąsiednich tarcz wykonuje się z zaciskiem równym 0,02 ÷ 0,04 mm. Wykonane na gotowo, sprawdzone pod względem dokładności wykonania, odtłuszczone i odmagnesowane tarcze są składane w przyrządzie montażowo-spawalniczym. Spawanie wirnika, tzn. wykonanie pięciu spoin, odbywa się przy jednym odpompowaniu komory roboczej. Pomiary odkształceń wirnika sprowadzają się do pomiarów bicia czołowego i promieniowego tarcz wirnika. Pomiary bicia są wykonywane trzykrotnie: po złożeniu tarcz w przyrządzie montażowym, po spawaniu oraz po wykonaniu obróbki cieplnej wirnika (starzeniu w temp. 480 °C). Ustalono, że spawanie elektronowe przy ustalonych doświadczalnie wartościach parametrów procesu spawania nie powoduje wzrostu bicia tarcz, natomiast po starzeniu wirnika można zaobserwować wzrost bicia tarcz od 0,01 ÷ 0,02 mm. Jakość wykonanych spoin ocenia się metodą oględzin zewnętrznych i kontroli rentgenowskiej. Przekrój poprzeczny złącza spawanego tarcz o grubości 7,0 mm przedstawiono na rys. 10.

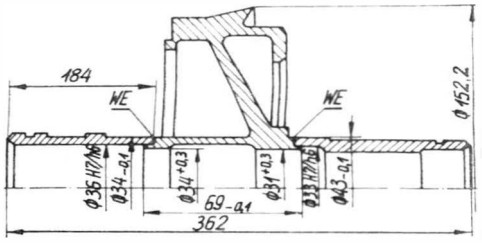
Wał sprężarki. Składa się z trzech części wykonanych ze stali chromowej połączonych metodą spawania elektronowego. Schemat konstrukcji wału przedstawiono na rys. 11. Zastosowano złącze doczołowe z zakładką. Grubość ścianki w miejscu łączenia wynosi 3,5 i 5,0 mm, grubość zakładki 1,0 m. Sczepienie i spawanie wału wykonuje się w obrotowym przyrządzie montażowo-spawalniczym przy jednym odpompowaniu komory roboczej. Bezpośrednio po spawaniu wał jest poddawany obróbce cieplnej — wyżarzenie w temp. 720 °C w czasie 2 h. Następnie jest wykonywana ostateczna obróbka mechaniczna wału



Rys. 9. Schemat konstrukcji wirnika sprężarki spawanego elektronowo



Rys. 10. Przekrój poprzeczny złącza spawanego tarcz wirnika



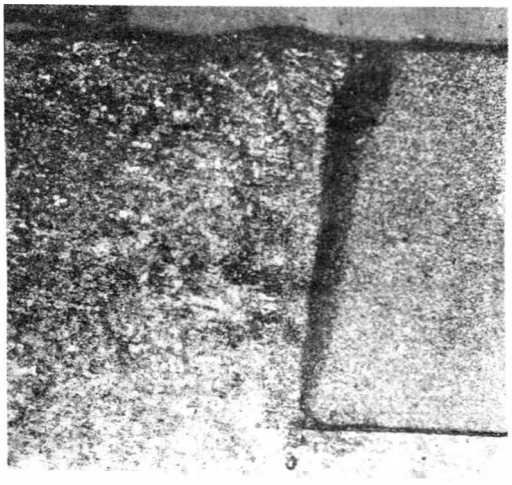
Rys. 11. Schemat konstrukcji wału sprężarki spawanego elektronowo

o 30% wytrzymałości zmęczeniowej próbek z usuniętą zakładką. Aby zwiększyć zatem wytrzymałość zmęczeniową złączy doczołowych z zakładką, należy po spawaniu stosować obróbkę mechaniczną złączy mającą na celu usunięcie wad występujących w zakładce. W spawanych zespołach silników zaleca się stosować złącza doczołowe bez zakładki obustronnie obrabiane po spawaniu.

Urządzenia. Spawanie konstrukcji lotniczych odbywa się na urządzeniach krajowych typu SE/60 oraz na urządzeniu firmy Staigwald typ K10/G-150. Urządzenia krajowe charakeryzują się dużą pojemnością komory roboczej oraz łatwością wymiany stolików roboczych umożliwiających spawanie części w osi *x-y* i spawanie obwodowe w osi poziomej i pionowej.

Ogólne dane techniczne urządzenia: napięcie przyspieszające — 60 kV; moc — 10 kW; zakres regulacji napięcia 10 ÷ 60 kV; maks. wartość prądu wiązki — 250 mA; prąd żarzenia katody — 25 A; odchylenie wiązki — statyczne w osi *x-y* o kąt 2°, dynamiczne z częstotliwością 0,10 ÷ 10 kHz, kołowe, sinusoidalne, prostokątne; komora robocza — prostopadłościenna o wymiarach: 1600 × 710 × 850 mm; system obserwacji — optyczny w osi wiązki, powiększenie 5,12×; próżnia końcowa — komora robocza — 10^{-3} hPa, komora wyrzutni — 10^{-10} hPa; czas uzyskania próżni w komorze — 4 ÷ 8 min.

Urządzenie pokazano na rys. 8.



Rys. 12. Przekrój poprzeczny złącza spawanego wału sprężarki

w wyniku której zakładka w złączu spawanym jest całkowicie usunięta. Przekrój poprzeczny złącza części wału o grubości 5,0 mm przedstawiono na rys. 12. Jakość spoin oceniana jest na podstawie kontroli rentegowskiej.