6

TECHNIKA LOTNICZA

DWUMIESIĘCZNIK SEKCJI LOTNICZEJ STOWARZYSZENIA INŻYNIERÓW I TECHNIKÓW MECHANIKÓW POLSKICH

LISTOPAD ● 1959 ● GRUDZIEŃ

TREŚĆ ZESZYTU

WYDAWNICTWA CZASOPISM TECHNICZNYCH NOT

Pomoce konstruktorskie „Techniki Lotniczej"

Opracował mgr inż. T. Wiślicki

Dalszy ciąg z Nr TL-5-59

Gwintowanie

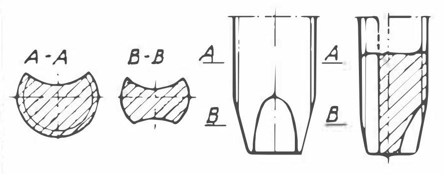
Gwinty zarówno zewnętrzne jak i wewnętrzne nacinać można ręcznie lub maszynowo metodami toczenia i frezowania. Podstawowym warunkiem otrzymania gwintu wewnętrznego dobrej jakości jest prawidłowy dobór otworu wstępnego, który nieco większy od średnicy rdzenia gwintu dobiera się w zależności od rodzaju materiału według wskazówek podanych w tabeli 10.

Tabela 10 Wielkość otworów pod gwinty wewnętrzne dla różnych materiałów

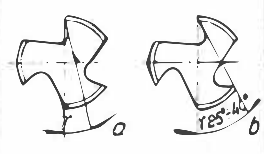
Gwint	M2	M2,6	M3	M3,5	M4	M5	M6	M8	M10	M12	M14	M16
Grupa 1	1,5	2,1	2,4	2,8	3,2	4,1	4,8	6,5	8,2	9,9	11,5	13,5
Grupa 2	1,6	2,1	2,5	2,9	3,3	4,2	5,0	6,7	8,4	10,0	11,75	13,75
Gwint	**M18**	**M20**	**M22**	**M24**	**M27**	**M30**	**M33**	**M36**	**M39**	**M42**	**M45**	**M48**
Grupa 1	15,0	17,0	19,0	20,5	23,5	25,75	28,75	31,0	34,0	36,5	39,5	42,0
Grupa 2	15,25	17,25	19,25	20,75	23,75	26,0	29,0	31,5	34,5	37,0	40,0	42,5

Uwagi: Grupa 1 obejmuje materiały kruche (żeliwo, brązy, mosiądz)
Grupa 2 obejmuje materiały dające wiór ciągły (stal, stopy lekkie)
Dla gwintów długich $l > d$ i otworów ślepych zaleca się stosowanie otworów z grupy 2

Analogiczne założenia obowiązują przy nacinaniu gwintów zewnętrznych za pomocą narzynek. Do nacinania gwintów wewnętrznych stosuje się normalnie komplet narzędzi składający się z trzech sztuk gwintowników, co daje najlepsze warunki skrawania i wysoką jakość gwintu. Krótkie otwory przelotowe można również gwintować pojedyńczym gwintownikiem z długim prowadzeniem. Gwintowanie otworów ślepych krótkich nastręcza trudności. Dla otworów o małej średnicy stosuje się gwintowniki z trzema ostrzami, przy większych średnicach z czterema, pięcioma, a nawet więcej. Gwintowniki stosowane przy obróbce stopów lekkich (zwłaszcza pojedyncze) odznaczają się wyjątkowo dużym kątem natarcia γ i większą szerokością ostrzy (rys. 27). Najlepsze jednak warunki skrawania stopów lekkich uzyskuje się stosując gwintowniki specjalne (rys. 26).



Rys. 26. Schemat konstrukcji specjalnego gwintownika do obróbki stopów lekkich.



Rys. 27. Porównanie geometrii ostrzy gwintowników: a. dla stali, b. dla stopów lekkich.

Charakterystyczną cechą gwintowników dla obróbki stopów lekkich przy dużych średnicach są szerokie i dobrze zaokrąglone rowki na wióry. Ponadto dla polepszenia prowadzenia się narzędzia, jak również celem uniknięcia zakleszczenia się wiórów i niszczenia naciętego już gwintu ostrza w przekroju prostopadłym do osi wykonane są bez „opuszczenia". W związku z tym przy ruchu powrotnym narzędzia odbywa się również skrawanie.

Do nacinania gwintów zewnętrznych służą narzynki. Dla małych średnic i gwintów drobnych nadają się narzynki oczkowe. Mogą one być stałe, lub rozprężne. Te ostatnie ułatwiają nacinanie gwintu ale nie dają możliwości uzyskania większych dokładności.

Najlepsze warunki obróbki uzyskuje się w tych przypadkach przy użyciu gwintownic ze szczękami nastawnymi.

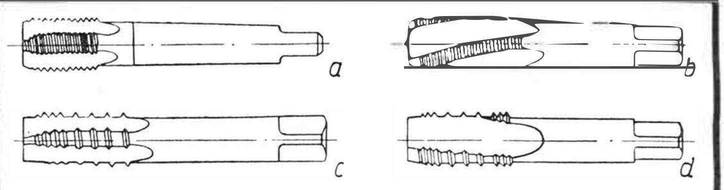
Nacinanie gwintów jest obróbką powodującą duże obciążenie materiału ze względu na niezbyt korzystną geometrię ostrza i niekorzystne warunki spływu wióra. W związku z tym nie należy wybierać gwintów zbyt drobnych zwłaszcza dla stopów miękkich.

Gwintowanie tytanu i jego stopów jest obróbką wyjątkowo uciążliwą ponieważ materiały te mają skłonność do zapiekania się i zarywania. Ponadto otwór na średnicy rdzenia wykazuje tendencję do „ściągania się", w związku z czym gwintowniki powinny posiadać ostrza opuszczone w tylnej części i rowki spiralne.

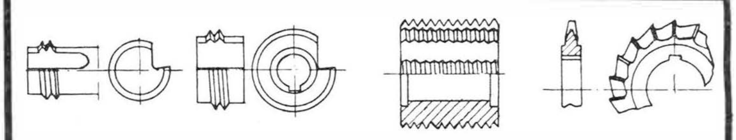
Gwintowanie mechaniczne odbywać się może również za pomocą gwintowników (rys. 28) i narzynek na tokarkach i gwinciarkach, jak również noży profilowych i specjalnych (rys. 29) oraz za pomocą frezów (rys. 30) na frezarkach.

Zakres szybkości skrawania jest przy gwintowaniu bardzo duży w zależności od sposobu nacinania gwintu. Nie jest to jednak parametr podstawowy dla tego typu obróbki.

Dane odnośnie warunków gwintowania zebrane są w tabeli 11.



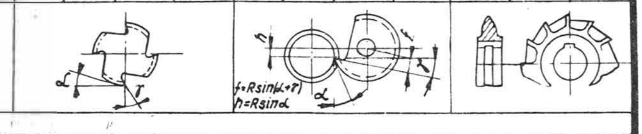
Rys 28 Przykłady gwintowników do gwintowania stopów lekkich



Rys 29 Noże do nacinania gwintów przez toczenie

Tabela 11 Warunki obróbki metodą gwintowania

Grupa materiałowa	Narzędzia	Gwintowniki i narzynki: Kąty narzędzia $\alpha°$	Gwintowniki i narzynki: Kąty narzędzia $\gamma°$	Gwintowniki i narzynki: Posuw mm/obr	Gwintowniki i narzynki: Szybkość skrawania m/min	Nóż do gwintu: Kąty narzędzia $\alpha°$	Nóż do gwintu: Kąty narzędzia $\gamma°$	Nóż do gwintu: Posuw mm/obr	Nóż do gwintu: Szybkość skrawania m/min	Frez do gwintów: Kąty narzędzia	Frez do gwintów: Posuw mm/obr	Frez do gwintów: Szybkość skrawania m/min
1	SN	3-4	20-25	zgodny ze skokiem gwintu	15-20	6	20-25	zgodny ze skokiem gwintu	10-25	normalne jak dla frezów	0,01-0,02	–
2	SS				10-20							100-250
3 i 4	SS				5-15							$\leqslant 120$
5	SS	–	–		–	5-9	5-8		3-12		–	–



CONTENTS

СОДЕРЖАНИЕ

TECHNIKA LOTNICZA — Dwumiesięcznik Sekcji Lotniczej Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Mechaników Polskich
Wydawnictwa Czasopism Technicznych NOT. Redaguje Komitet Redakcyjny.
Redaktor naczelny — mgr inż. Stefan Sulikowski, redaktor techniczny: Mieczysław Dołowy, sekretarz redakcji: Jarosława Berżyńska
Adres Redakcji: Warszawa, Czackiego 3/5, tel. 674-61
Adres Administracji: Administracja Czasopism Technicznych NOT, Warszawa, ulica Mickiewicza 18, tel. 33-11-72 i 33-01-11
Cena pojedynczego zeszytu 12.— zł. Prenumerata roczna 72.— zł. Półroczna 36.— zł.

Wydawnictwa Czasopism Technicznych NOT, Warszawa 1959 r. Ark. wyd. 9. Ark. druk. 4. Format A4. Nakład 700 egz. Papier druk. sat. kl. IV, 80 g, 61×86/8. Maszynopis oddano do skład. 11.XI.59 r. Druk. ukończono w grudniu 59 r. Cena egzemplarza 12 zł.
Druk. im. Rewolucji Październikowej, Warszawa. Zam. 1793/59. W-13

TECHNIKA LOTNICZA

DWUMIESIĘCZNIK SEKCJI LOTNICZEJ STOWARZYSZENIA INŻYNIERÓW I TECHNIKÓW MECHANIKÓW POLSKICH

ROK XIV LISTOPAD — GRUDZIEŃ 1959 R. ZESZYT 6

Mgr inż. LECHOSŁAW KALINOWSKI

Częstość kątowa drgań własnych skrętnych wirującej łopaty wirnika nośnego śmigłowca

W przedstawionej pracy przeprowadzono analizę swobodnych drgań skrętnych wirującej łopaty wirnika nośnego śmigłowca z uwzględnieniem dowolnego rozkładu masy i sztywności. Analizę przeprowadzono w oparciu o metody energetyczne, przy czym pominięty został wpływ tłumienia. Wyznaczono energię kinetyczną i potencjalną drgań skrętnych swobodnej łopaty w ruchu obrotowym, to znaczy przy istnieniu pola sił odśrodkowych. Założono, że drgania są harmoniczne i zastosowano równanie Lagrange'a drugiego rodzaju w wyniku czego otrzymano związki umożliwiające wyznaczenie częstości kątowej drgań własnych skrętnych w funkcji prędkości kątowej ruchu obrotowego łopaty. W obliczeniach uwzględniono skończoną sztywność na skręcanie zamocowania łopaty. Podano metodę wyznaczania funkcji właściwych, które spełniają warunki brzegowe i uogólniony warunek ortogonalności.

Oznaczenia

Ω — sek^{-1} — prędkość kątowa wirnika nośnego,

ω_{no} — sek^{-1} — częstość kątowa „n-tej postaci" drgań własnych skrętnych łopaty przy $\Omega = 0$,

ω_n — sek^{-1} — częstość kątowa „n-tej postaci" drgań własnych skrętnych łopaty przy $\Omega \neq 0$,

E_k — kGm — energia kinetyczna drgającej łopaty,

E_p — kGm — energia potencjalna drgającej łopaty,

Θ — rad — kąt skręcania łopaty,

$I_o - \frac{\text{kGm sek}^2}{\text{m}}$ — biegunowy masowy moment bezwładności jednostki długości łopaty,

$I_{oz} - \frac{\text{kGm sek}^2}{\text{m}}$ — zastępczy biegunowy masowy moment bezwładności jednostki długości łopaty, o budowie niejednorodnej,

GI_p — kGm^2 — sztywność skrętna łopaty,

K_o — kGm/rad — sztywność utwierdzenia łopaty,

I_1, I_2 — m^4 — główne centralne momenty bezwładności przekroju łopaty,

$d(dP_o)$ — kG — elementarna siła odśrodkowa, działająca na element objętościowy łopaty,

M — kGm — moment skręcający od składowych sił odśrodkowych równoległych do pł. obrotów wirnika nośnego,

$X \cdot Y \cdot Z$ — osie układu współrzędnych, związanego ze śmigłowcem (układ stały),

z, x — osie układu współrzędnych, wirującego z łopatą,

$z, y; z_1, y_1$ — osie układów współrzędnych w poprzecznym przekroju łopaty oddalonym o „x" od osi obrotów,

$\vartheta_i(x)$ — funkcje właściwe drgań skrętnych łopaty,

$h_i(t)$ — uogólnione współrzędne Lagrange'a,

S_n — współczynnik uwzględniający wpływ pola sił odśrodkowych na wartość częstości kątowej „n-tej postaci" drgań własnych skrętnych,

R — m — promień zewnętrzny łopaty,

$\eta = x/R$ — współrzędna bezwymiarowa,

μ_i, B_i — stałe całkowania,

p_i, b_i — stałe całkowania,

$k_o = \frac{(GI_p)_{\eta=0}}{RK_o}$ — współczynnik uwzględniający podatność skrętną utwierdzenia,

k_{nm} — współczynnik ortogonalności,

$\varrho - \frac{\text{kG sek}^2}{\text{m}^4}$ — gęstość materiału łopaty.

1. Wstęp

Podczas lotu śmigłowca do przodu na łopaty wirnika nośnego działają zmienne w czasie siły aerodynamiczne, wzbudzające w łopatach drgania skrętne, giętne i wzdłużne. Drgania te powodują powstawanie w łopacie zmiennych w czasie sił wewnętrznych i pozostają w bezpośrednim związku z zagadnieniem zmęczenia łopaty.

Jak wiadomo, przy drganiach wymuszonych amplitudy odkształceń układu sprężystego, za jaki można uważać łopatę, są tym większe im mniejsza jest różnica pomiędzy częstością sił wymuszających, a częstością drgań własnych. W przypadku, kiedy częstości są równe, występuje zjawisko rezonansu pomiędzy siłami wymuszającymi i drganiami układu sprężystego. Praca w obszarze rezonansu ze względu na duże amplitudy odkształceń i związane z nimi duże amplitudy zmiennych w czasie naprężeń, wpływa zasadniczo na trwałość łopaty. Jak się okazuje, dominujące znaczenie z punktu widzenia zmęczeniowej wytrzymałości łopaty mają drgania giętne, gdyż zwykle sztywność łopaty na skręcanie przewyższa wielokrotnie sztywność na zginanie. Znajomość częstości kątowej drgań własnych skrętnych jest jednak jednym z koniecznych elementów analizy flatteru łopat wirnika nośnego. Celem niniejszej pracy jest ogólne rozwiązanie zagadnienia i wyznaczenie częstości kątowej drgań własnych skrętnych łopaty w zależności od prędkości kątowej wirnika, dla różnych postaci drgań. Wychodząc z metod energetycznych i używając równań Lagrange'a drugiego rodzaju, można otrzymać dla „n-tej postaci" drgań skrętnych związek:

$$\omega_n^2 = \omega_{no}^2 + S_n \Omega^2$$

Przedstawiona praca ma na celu uzyskanie związków matematycznych dla wyznaczenia wielkości ω_{no} i S_n dla różnych postaci drgań skrętnych.

Dla rozwiązania zagadnienia przyjęto następujące założenia:

1 — oś sprężysta jest linią prostą i pokrywa się z linią środków ciężkości,

2 — oś skręceń przekroju pokrywa się z osią sprężystą,

3 — łopata jest idealnie sprężysta,

4 — wypadkowa sił odśrodkowych w każdym przekroju przechodzi przez jego środek ciężkości,

5 — łopata jest nieskończenie sztywna na zginanie,

6 — rozpatrywany układ jest układem zachowawczym,

7 — pomija się odkształcenia wzdłuż osi łopaty,

8 — pomija się wpływ momentów żyroskopowych i sił Coriolisa,

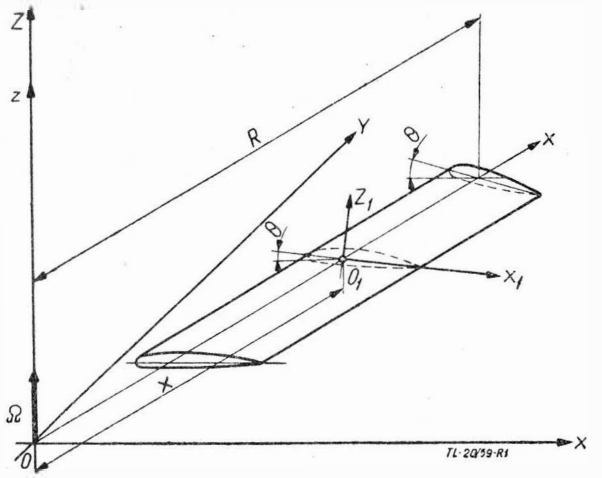
9 — uwzględnia się sztywność sterowania łopatą.

2. Energia kinetyczna i potencjalna wirującej i drgającej skrętnie łopaty

W myśl przyjętych założeń, ruch łopaty odbywa się w układzie zachowawczym, to znaczy nie działają na nią żadne siły zewnętrzne, takie jak siły aerodynamiczne, opory ruchu i siły tłumienia, a zatem jest to przypadek swobodnych drgań skrętnych łopaty w polu sił odśrodkowych. W układzie zachowawczym suma energii kinetycznej E_k i potencjalnej E_p jest w każdej chwili stała, można wobec tego napisać:

$$E_k + E_p = \text{const} \quad \cdots\cdots\cdots [2.1]$$

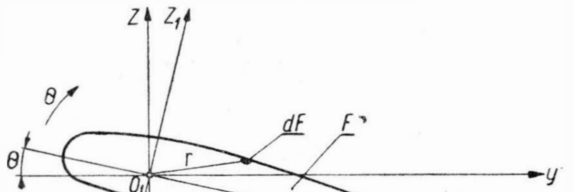
Dla ułatwienia dalszych rozważań przyjęto układ współrzędnych (z, x) wirujący razem z łopatą, przy czym oś „z" pokrywa się z osią obrotów wirnika nośnego, a oś „x" z osią sprężystą łopaty (rys. 1).



Rys. 1

W układzie zachowawczym (z, x) wirującym razem z łopatą wykonuje ona drgania skrętne wokół osi „x", a zatem energia kinetyczna tego ruchu będzie energią kinetyczną drgań skrętnych, zaś na energię potencjalną złożą się: energia potencjalna skręcenia łopaty E_1 i energia potencjalna E_2, wynikająca z działania składowych sił odśrodkowych w przekrojach poprzecznych łopaty.

Dla przekroju poprzecznego łopaty, oddalonego o „x" od osi obrotów, przyjęto układ współrzędnych (z, y) (rys. 2).



Rys. 2

Założono, że grubość odcinka łopaty, której przekrój pokazano na rys. 2, wynosi „dx". Odcinek łopaty o grubości „dx" wykonuje drgania skrętne wokół osi „x", a zatem energia kinetyczna odcinka łopaty może być wyrażona przy pomocy związku

$$dE_k = \frac{1}{2}\dot{\Theta}^2_\varrho \int_F r^2\, dF dx = \frac{1}{2}\dot{\Theta}^2 I_o\, dx\,;$$

dla całej łopaty, uwzględniając, że $\dot{\Theta} = \dfrac{\partial \Theta}{\partial t}$

$$E_k = \frac{1}{2}\cdot\int_0^R I_o \cdot \left(\frac{\partial \Theta}{\partial t}\right)^2 dx \quad \cdots\cdots [2.2]$$

Jeżeli przekrój jest niejednorodny wskutek zastosowania w konstrukcji różnych materiałów, zamiast wielkości I_o należy przyjąć zastępczy moment bezwładności I_{oz}, który można obliczyć ze związku

$$I_{oz} = I_{ol} + \sum_2^n \frac{S_i}{S_i} I_{oi} \quad \cdots\cdots\cdots [2.3]$$

Należy przy tym pamiętać, że środek ciężkości przekroju, względem którego oblicza się biegunowy moment bezwładności, winien być wyznaczony z uwzględnieniem niejednorodności materiałowej konstrukcji.

Związek [2.2] przyjmie wtedy postać

$$E_k = \frac{1}{2}\int_0^R I_{oz}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial t}\right)^2 dx \quad \cdots\cdots\cdots [2.4]$$

Energię potencjalną wyrazić można jako sumę $E_p = E_1 + E_2$.

W przypadku skończonej sztywności sterowania energia potencjalna skręcenia łopaty może być przedstawiona w postaci związku

$$E_1 = \frac{1}{2}\int_0^R GI_p\left(\frac{\partial \Theta}{\partial x}\right)^2 dx + \frac{1}{2}K_0\,\Theta_0^2 \quad \cdots\cdots [2.5a]$$

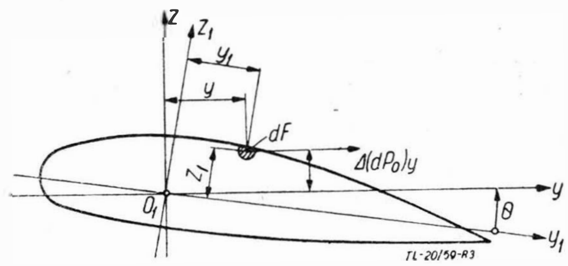
gdzie Θ_0 — kąt skręcenia dla $x = 0$.

Dla nieskończenie sztywnego układu sterowania kąta nastawienia łopaty $\Theta = 0$, a zatem wyrażenie [2.5a] można uprościć do postaci [2.5b].

$$E_1 = \frac{1}{2}\int_0^R GI_p\left(\frac{\partial \Theta}{\partial x}\right)^2 dx \quad \cdots\cdots\cdots [2.5b]$$

Pozostałą część energii potencjalnej E_2, pochodzącą od działania momentów sił odśrodkowych, obliczono przy założeniu, że :

1) — z_1 i y_1 są głównymi centralnymi osiami bezwładności przekroju łopaty,



Rys. 3

2) — kąt skręcenia przekroju łopaty jest wielkością małą, co prowadzi do przybliżonych reakcji $\sin\Theta = \sim\Theta$; $\cos\Theta = \sim 1$.

Składowe sił odśrodkowych, działające w poprzecznych przekrojach łopaty, pokazano na rys. 3.

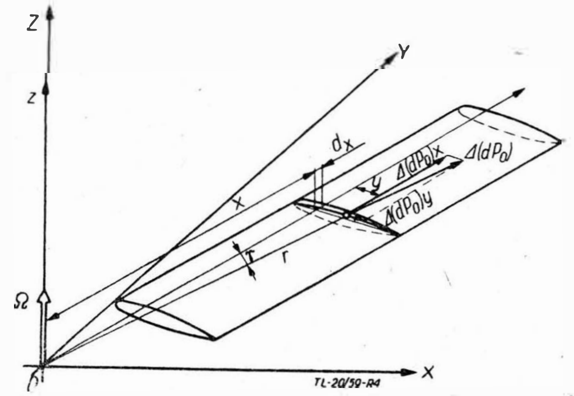
Z transformacji obrotowej układu (z_1, y_1) o kąt Θ wynikają związki

$$y = y_1 + z_1\Theta$$

$$z = z_1 - y_1\Theta$$

Analizując rys. 4 otrzymano

$$\Delta(dP_o) = \sim\Delta(dP_o)_x = \Delta(dm)\,\Omega^2 x = \varrho\, dFdx\,\Omega^2 x$$



Rys. 4

Można napisać proporcję

$$\frac{\Delta\,(dP_o)_y}{\Delta\,(dP_o)} = \frac{y}{r} = \sim \frac{y}{x}$$

skąd $\Delta\,(dP_o)\,y = \sim \frac{y}{x}\,\Delta\,(dP_o) = \varrho\,\Omega^2\,ydFdx$

Moment siły $\Delta(dP_o)_y$, względem osi O_1 (rys. 3) (oś sprężysta łopaty) wynosi:

$$\Delta\,(dM) = -z\,\Delta\,(dP_o)\,y = -\varrho\,\Omega^2\,zydFdx$$

Wstawiając do powyższego wyrażenia y i z wyrażone przez y_1 i z_1 i całkując po powierzchni przekroju poprzecznego otrzymujemy dla odcinka łopaty o grubości dx moment skręcający dM, wywołany siłami odśrodkowymi, równy:

$$dM = \varrho\,\Omega^2\Theta\,(I_{z1} - I_{x1})\,dx = \varrho\,\Omega^2\,\Theta\Delta\,Idx \quad \cdots \quad [2.6a]$$

gdzie $I = I_{z1} - I_{x1}$ — różnica głównych centralnych momentów bezwładności przekroju.

W przypadku niejednorodności przekroju łopaty należy wprowadzić do obliczeń zastępcze momenty bezwładności przekroju, które można wyznaczyć przy pomocy związku.

$$\Delta I_z = \left(I_{z_1 1} + \sum_2^n \frac{\varrho_i}{\varrho_1}\,I_{z_1 i}\right) - \left(I_{x_1 1} + \sum_2^n \frac{\varrho_i}{\varrho_1}\,I_{x_1 i}\right)$$

wtedy

$$dM = \varrho_1\,\Omega^2\Theta\Delta I_z\,dx \quad \cdots\cdots\cdots \quad [2.6b]$$

Całkując wyrażenia [2.6a] i [2.6b] w przedziale od x do R przy uwzględnieniu, że zewnętrzny koniec łopaty jest swobodny, otrzymano:

$$\left.\begin{aligned} M &= \varrho\,\Omega^2\int_x^R \Theta\Delta Idx \\ \text{lub}\quad M &= \varrho_1\,\Omega^2\int_x^R \Theta\Delta I_z dx \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad [2.7]$$

Przystępując do określenia energii E_2, można zauważyć, że elementarna jej ilość dE_2 zgromadzona w odcinku łopaty o grubości dx równa jest pracy momentów składowych poprzecznych sił odśrodkowych i wynosi $Md\Theta$. Wobec tego całkowita energia E_2 może być wyrażona przy pomocy związku

$$E_2 = \int_0^R Md\Theta = \varrho\Omega^2\int_0^R\left(\frac{\partial\,\Theta}{\partial\,x}\int_x^R \Delta I\Theta\,dx\right)dx \quad \cdots \quad [2.8]$$

Dodając do siebie [2.5a] i [2.8]* otrzymano całkowitą energię potencjalną E_p jako:

$$E_p = \frac{1}{2}\int_0^R GI_p\left(\frac{\partial\,\Theta}{\partial\,x}\right)^2 dx + \frac{1}{2}\,K_o\Theta_o^2 + \varrho\Omega^2\int_0^R\left(\frac{\partial\,\Theta}{\partial\,x}\int_x^R \Delta I\Theta\,dx\right)dx \quad \cdots\cdots \quad [2.9a]$$

i dla przypadku nieskończenie wielkiej sztywności sterowania kąta nastawienia łopaty

$$E_p = \frac{1}{2}\int_0^R GI_p\left(\frac{\partial\,\Theta}{\partial\,x}\right)^2 dx + \varrho\Omega^2\int_0^R\left(\frac{\partial\,\Theta}{\partial\,x}\int_x^R \Delta I\Theta\,dx\right)dx \quad \cdots \quad [2.9b]$$

3. Równania Lagrange'a dla wirującej i drgającej skrętnie łopaty

Drganie skrętne łopaty, rozpatrywane w wirującym układzie współrzędnych (x, z), jest ruchem określonym przy pomocy kąta skręcenia $\Theta(x, t)$. Kąt ten można wyrazić jako sumę szeregu nieskończonego

$$\Theta\,(x,\ t) = \sum_1^\infty \vartheta_i\,(x)\,h_i\,(t) \quad \cdots\cdots\cdots \quad [3.1]$$

gdzie

$\vartheta_i(x)$ — funkcje tylko zmiennej „x" spełniające wszystkie warunki brzegowe i dodatkowo uogólniony warunek ortogonalności,

$h_i(t)$ — uogólnione współrzędne Lagrange'a, funkcje tylko czasu t.

Dla współrzędnej uogólnionej h_n można napisać równanie Lagrange'a w postaci

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\,E_k}{\partial\,\dot{h}_n}\right) - \frac{\partial\,E_k}{\partial\,h_n} + \frac{\partial\,E_p}{\partial\,h_n} = 0 \quad \cdots\cdots \quad [3.2]$$

Zakładając, że h_n jest funkcją typu:

$$h_n = a_n \sin \omega_n t + b_n \cos \omega_n t$$

otrzymano po wstawieniu do [3.2] wyrażeń dla E_k i E_p (związki [2.5a] i [2.9a]) i wykonaniu wskazanych operacji następującą zależność

$$-\int_0^R I_o\left(\sum_1^\infty \vartheta_i\omega_i^2\,h_i\right)\vartheta_n\,dx + \int_0^R GI_p\left(\sum_1^\infty \frac{d\vartheta_i}{dx}\,h_i\right)\frac{d\vartheta_n}{dx} +$$

$$+ K_o\left(\sum_1^\infty \vartheta_i h_i\right)\vartheta_{no} + \varrho\,\Omega^2\int_0^R\left[\frac{d\vartheta_n}{dx}\int_x^R \Delta I\left(\sum_1^\infty \vartheta_i h_i\right)dx +\right.$$

$$\left.+ \sum_1^\infty \frac{d\vartheta_i}{dx}\,h_i\int_x^R \Delta\,I\vartheta_n dx\,\right]dx = 0$$

Ponieważ równanie to musi być tożsamościowo spełnione dla dowolnej chwili czasu t, można je zastąpić nieskończoną ilością równań typu

$$-\omega^2{}_i\int_0^R I_o\,\vartheta_i\,\vartheta_n\,dx + \int_0^R GI_p\,\frac{d\vartheta_i}{dx}\cdot\frac{d\vartheta_n}{dx}\,dx +$$

$$+ \varrho\,\Omega^2\int_0^R\left[\frac{d\vartheta_n}{dx}\int_x^R \Delta I\,\vartheta_i\,dx + \frac{d\vartheta_i}{dx}\int_x^R \Delta I\,\vartheta_n\,dx\right]dx + K_o\,(\vartheta_i\,\vartheta_n)_o = 0 \quad \cdots\cdots \quad [3.3a]$$

Przeprowadzając dla h_i podobne rozważania jak dla h_n otrzymano w wyniku

$$-\omega^2{}_n\int_0^R I_o\,\vartheta_i\,\vartheta_n\,dx + \int_0^R GI_p\,\frac{d\vartheta_n}{dx}\,\frac{d\vartheta_i}{dx}\,dx +$$

$$+ \varrho\,\Omega^2\int_0^R\left[\frac{d\vartheta_i}{dx}\int_x^R \Delta I\,\vartheta_n\,dx + \frac{d\vartheta_n}{dx}\int_x^R \Delta I\,\vartheta_i\,dx\right]dx + K_o\,(\vartheta_n\,\vartheta_i)_o = 0 \quad \cdots\cdots \quad [3.3b]$$

Odejmując stronami [3.3a] od [3.3b] otrzymano:

$$(\omega^2{}_n - \omega^2{}_i)\int_0^R I_o\vartheta_n\vartheta_i\,dx = 0 \quad \cdots\cdots \quad [3.4]$$

Ponieważ $\omega_n \neq \omega_i$, warunek

$$\int_0^R I_o\vartheta_n\vartheta_i\,dx = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad [3.5]$$

przedstawia zależność (uogólniony warunek ortogonalności), jaką muszą spełniać funkcje ϑ_n i ϑ_i.

Częstość kątową drgań własnych skrętnych można wyznaczyć ze związków [3.3] zakładając, że $n = i$. Po dokonaniu wspomnianego zrównania wskaźników otrzymano:

$$\omega^2{}_n = \frac{\int_0^R GI_p\left(\frac{d\vartheta_n}{dx}\right)^2 dx + K_o\vartheta^2{}_{no}}{\int_0^R I_o\,\vartheta^2{}_n\,dx} + \frac{2\,\varrho\int_0^R \frac{d\vartheta_n}{dx}\int_x^R \Delta I\,\vartheta_n\,dxdx}{\int_0^R I_o\vartheta^2{}_n\,dx}\,\Omega^2 \quad \cdots\cdots\cdots \quad [3.6]$$

* Przy określaniu E_p pominięto składnik wynikający ze spaczenia przekrojów przy skręcaniu łopaty.

W szczególnym przypadku, gdy $\Omega = O$, wzór [3 6] daje:

$$\omega^2_{no} = \frac{\int\limits_o^R GI_p \left(\frac{d\vartheta_n}{dx}\right)^2 dx + K_o \vartheta^2_{no}}{\int\limits_o^R I_o \vartheta^2_n \, dx} \quad \cdots\cdots [3.7]$$

jako częstość kątową drgań własnych skrętnych łopaty niewirującej (o postaci ϑ_n). Wprowadzając ponadto oznaczenie

$$S_n = \frac{2\,\Omega \int\limits_o^R \frac{d\vartheta_n}{dx} \int\limits_x^R \Delta I \, \vartheta_n \, dx \, dx}{\int\limits_o^R I_o \vartheta^2_n \, dx} \quad \cdots\cdots [3.8]$$

otrzymano:

$$\omega^2_n = \omega^2_{no} + S_n \Omega^2 \quad \cdots\cdots [3.9]$$

W przypadku, kiedy sztywność sterowania kąta nastawienia łopaty może być uważana za nieskończenie wielką, w liczniku prawej strony wyrażenia [3.7] znika człon $K_o \vartheta^2_{no}$. Uwzględnienie niejednorodności budowy łopaty w świetle zamieszczonych już poprzednio uwag nie wymaga dodatkowego omówienia.

Wprowadzone na wstępie tego rozdziału funkcje ϑ_i są głównymi, lub właściwymi funkcjami drgań swobodnych o postaci „i". Odpowiadające im częstości kątowe ω_i są zatem częstościami kątowymi drgań swobodnych o postaci „i". Wypadkowa postać drgań swobodnych może być określona jako suma postaci drgań właściwych, analogicznie całkowita energia drgań będzie również sumą energii drgań składowych.

Funkcje właściwe $\vartheta_i(x)$ muszą — każda z osobna — spełniać wszystkie warunki brzegowe, zarówno geometryczne jak i dynamiczne dla danego typu łopaty oraz jak wynika z równania [3 .5] uogólniony warunek ortogonalności.

W praktyce ścisłe określenie funkcji właściwych ϑ_i dla łopaty o dowolnym rozkładzie mas i sztywności jest bardzo trudne, wobec czego w takich przypadkach można posługiwać się tylko metodami przybliżonymi.

4. Wyznaczanie przybliżonej postaci drgań skrętnych wirującej łopaty

Jako podstawę do wyznaczenia przybliżonej postaci drgań skrętnych wirującej łopaty, a zatem określenia odpowiadających tym postaciom funkcji właściwych ϑ_i, przyjęto swobodne drgania skrętne dowolnie podpartej belki pryzmatycznej o stałych parametrach masowych, geometrycznych i sztywnościowych. Drgania skrętne takiego układu można opisać za pomocą znanego z dynamiki układów sprężystych różniczkowego równania ruchu

$$a^2 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2}$$

gdzie Θ (x, t) jest kątem skręcenia, $a^2 = \frac{GI_p}{I_o}$

Rozwiązanie stanowi — jak poprzednio — związek

$$\Theta(x, t) = \sum_1^{\infty} \bar{\vartheta}_i(x) h_i(t)$$

można wobec tego napisać:

$$a^2 \sum_1^{\infty} \frac{d^2 \bar{\vartheta}_i}{dx^2} h_i = \sum_1^{\infty} \bar{\vartheta}_i \frac{d^2 h_i}{dt^2}$$

Zakładając jak w poprzednim rozdziale, że

$$h_i = a_i \cdot \sin p_i t + b_i \cos p_i t$$

otrzymano po dokonaniu przekształceń równanie określające funkcję właściwą, odpowiadającą częstości drgań p, a mianowicie

$$\bar{\vartheta}_i'' + \mu_i^2 \bar{\vartheta}_i = 0 \quad \cdots\cdots [4.1]$$

gdzie $\mu_i = \frac{p_i}{a}$

Rozwiązanie tego równania ma postać:

$$\bar{\vartheta}_i = \sin \mu_i x + B_i \cos \mu_i x \quad \cdots\cdots [4.2]$$

Wielkość μ_i, B_i oraz a_i i b_i są stałymi całkowania, które wyznaczyć można z geometrycznych i dynamicznych warunków brzegowych dla badanego układu.

Niżej podano przebieg wyznaczenia stałych dla dwóch przypadków, a mianowicie dla sztywnego i sprężystego zamocowania jednego z końców belki, przy drugim końcu belki — swobodnym.

Przypadek 1 — belka z jednym końcem sztywnie zamocowanym, a drugim swobodnym.

Warunki brzegowe dla takiej belki można określić następująco: dla $x = O$;

dla $x = 0$; $\Theta = 0$; $\bar{\vartheta}_i = 0$;

$x = R$; $\bar{\vartheta}_i = 0_i$;

Jak łatwo sprawdzić, warunki te będą spełnione dla:

$$B_i = 0; \quad \mu_i R = (2\,i - 1)\frac{\pi}{2}; \quad (i = 1, 2, 3, \cdots \infty)$$

i wtedy funkcja może być wyrażona przy pomocy związku:

$$\bar{\vartheta}_i = \sin(2\,i - 1)\frac{\pi}{2}\eta \quad \cdots\cdots [4.3]$$

gdzie: η — współrzędna bezwymiarowa $(O \leq \eta \leq 1)$.

Przypadek 2 — belka z jednym końcem utwierdzonym sprężyście, a drugim swobodnym. Warunki brzegowe przedstawiają się następująco:

dla $x = 0$; $k_o \bar{\vartheta}'_{io} = -\bar{\vartheta}_{io}$;

dla $x = R$; $\bar{\vartheta}'_i = 0$;

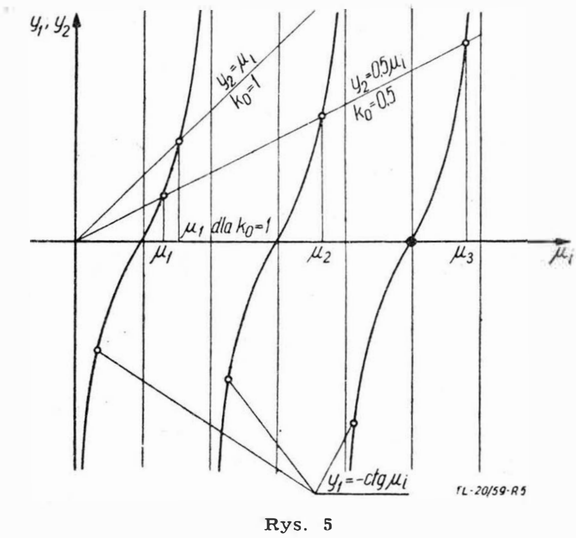
Po uwzględnieniu warunków brzegowych otrzymano

$$\bar{\vartheta}_i = \sin \mu_i \eta - k_o \mu_i \cos \mu_i \eta \quad \cdots\cdots [4.5]$$

oraz

$$k_o \mu_i = -\operatorname{ctg} \mu_i \quad \cdots\cdots [4.5]$$

Równanie [4.5] jest równaniem typu przestępnego. Dla znanej wartości k_o można wyznaczyć wielkości μ_i, odpowiadające poszczególnym postaciom drgań skrętnych, posługując się metodą wykreślną, lub metodą kolejnych przybliżeń. Wykreślną metodę wyznaczania współczynników pokazano na rys. 5 .



Rys. 5

Funkcje [4.3] i [4.4] odpowiadają łopacie o stałych parametrach. Celem określenia przybliżonych postaci funkcji właściwych dla łopaty o zmiennych wzdłuż długości parametrach, wykorzystano warunek ortogonalności [3 .5]. Założono przy tym, że:

$$\vartheta_1 = \bar{\vartheta}_1 \quad \cdots\cdots [4.6]$$

Dla następnych postaci drgań przyjęto, że funkcje dają się przedstawić jako:

$$\vartheta_n = \overline{\vartheta}_n + \sum_{m=1}^{n-1} k_{nm}\vartheta_m \qquad [4.7]$$

Współczynniki k_{nm} występujące w równaniu [4.7] są współczynnikami ortogonalności i — jak już wspomniano — mogą być wyznaczone z uogólnionego warunku ortogonalności, który można napisać w postaci

$$\int_o^1 I_o\, \vartheta_n\, \vartheta_m\, d\eta = 0 \qquad [4.8]$$

Podstawiając do związku [4.8] równanie [4.7] otrzymano:

$$\int_o^1 I_o \left(\overline{\vartheta}_n + \sum_{m=1}^{n-1} k_{nm}\,\vartheta_m\right) \vartheta_m\, d\eta =$$

$$= \int_o^1 I_o\, \overline{\vartheta}_n\, \vartheta_m\, d\eta + k_{nm}\int_o^1 I_o\, \vartheta^2_m\, d\eta = 0$$

a stąd

$$k_{nm} = -\frac{\int_o^1 I_o\, \overline{\vartheta}_n\, \vartheta_m\, d\eta}{\int_o^1 I_o\, \vartheta^2_m\, d\eta} \qquad [4.9]$$

Ze związku [4.9] można wyznaczyć współczynniki ortogonalności k_{nm}, co pozwala określić według równania [4.7] funkcje właściwe, odpowiadające różnym postaciom drgań swobodnych łopaty rzeczywistej. Pochodne funkcji właściwych mogą być określone przez różniczkowanie równania [4.7], co prowadzi do związków ogólnych typu

$$\frac{d^k\,\vartheta_n}{d\,\eta^k} = \frac{d^k\,\overline{\vartheta}_n}{d\,\eta^k} + \sum_{m=1}^{n-1} k_{nm}\frac{d^k\,\vartheta_m}{d\,\eta^k} \qquad [4.10]$$

Przy obliczeniach częstości kątowej drgań własnych skrętnych wyłania się konieczność określenia tylko pierwszych pochodnych funkcji ϑ_i względem η.

5. Związki dla wyznaczenia częstości kątowych drgań własnych skrętnych

Aby wyznaczyć częstości kątowe drgań własnych skrętnych ω_n, określone równaniem [3.9], konieczne jest obliczenie wartości $\omega^2{}_{no}$ i S_n dla każdej z postaci drgań określonej przez ϑ_n.

Dla ułatwienia rachunków wprowadzono następujące relacje:

$$GI_p = (GI_p)_o \cdot \overline{GI_p} \qquad [5.1]$$

$$I_o = (I_o)_o \cdot \overline{I_o} \qquad [5.2]$$

$$\Delta I = (\Delta I)_o \cdot \overline{\Delta I} \qquad [5.3]$$

gdzie: $/GI_p/_o$, $/I_o/_o$, $/\Delta I/_o$ — odpowiednie wartości dla $\eta = 0$. Wielkości $\overline{GI_p}$ i $\overline{I_o}$ i $\overline{\Delta I}$ są bezwymiarowe.

Przez wprowadzenie omówionych związków do równań [3.7] i [3.8] oraz [4.9] otrzymano

$$\omega^2{}_{no} = \frac{1}{R^2}\cdot\frac{(GI_p)_o}{(I_o)_o}\cdot\frac{\int_o^1 \overline{GI_p}\left(\frac{d\,\vartheta_n}{d\,\eta}\right)^2 d\,\eta + \frac{1}{k_o}\,\vartheta^2{}_{no}}{\int_o^1 \overline{J_o}\,\vartheta^2{}_n\, d\,\eta} \qquad [5.4]$$

$$S_n = 2\varrho\cdot\frac{(\Delta I)_o}{(I_o)_o}\cdot\frac{\int_o^1 \frac{d\,\vartheta_n}{d\,\eta}\int_\eta^1 \overline{\Delta I}\,\vartheta_n\, d\,\eta\, d\,\eta}{\int_o^1 \overline{I_o}\,\vartheta^2{}_n\, d\,\eta} \qquad [5.5]$$

oraz współczynnik ortogonalności w postaci

$$k_{nm} = -\frac{\int_o^1 \overline{I_o}\,\vartheta_n\,\vartheta_m\, d\,\eta}{\int_o^1 \overline{I_o}\,\vartheta^2{}_m\, d\,\eta} \qquad [5.6]$$

Funkcje właściwe ϑ_n i ich pochodne oblicza się na podstawie związków [4.7] i [4.10].

Równania [5.4] ... [5.6] wraz ze wspomianymi wyżej równaniami wyrażającymi funkcje właściwe i ich pochodne są podstawą do obliczeń częstości kątowych drgań własnych skrętnych łopaty w zależności od prędkości kątowej wirnika nośnego.

Funkcje $\overline{\vartheta}_n$ potrzebne do wyznaczenia funkcji właściwych ϑ_n zostały obliczone dla różnych wartości parametru k_o i dołączone są do niniejszej pracy w postaci tabel.

6. Przykład

Dla zilustrowania metody wykonano obliczenia częstości kątowych drgań własnych skrętnych w funkcji prędkości kątowej wirnika Ω, przyjmując następujące dane:
$R = 8$ m; $(GI_p)_o = 4{,}5 \cdot 10^2$ kGm²

$$I_0 = 0{,}48 \cdot 10^{-2} \text{ kG sek}^2;\ \frac{1}{\varrho}(I_0)_0 = 600 \text{ cm}^4$$

$$(\Delta I)_0 = 500 \text{ cm}^4$$

Założono, że funkcje GI_p, I_o oraz ΔI, określone przy pomocy związków [5.1], [5.2], [5.3] można przedstawić w postaci $(1-0{,}2\ \eta)$. Przyjęto wielkość sztywności zamocowania łopaty $K_0 = 37{,}5 \frac{\text{kGm}}{\text{rad}}$

$$\text{a stąd } k_0 = \frac{(GIp)_0}{RK_0} = \frac{4{,}5 \cdot 10^2}{8 \cdot 37{,}5} = 1{,}3$$

Obliczono następujące wielkości pomocnicze

$$\frac{1}{R^2}\cdot\frac{(GIp)_0}{(I_{om})_0} = \frac{4{,}5 \cdot 10^2}{8^2 \cdot 0{,}48 \cdot 10^{-2}} = 1464{,}5\ [\text{sek}^{-2}]$$

$$2\cdot\varrho\left(\frac{\Delta I}{I_o}\right)_o = 2\cdot\frac{500}{600} = 1{,}6667\,;$$

$$\frac{1}{k_o} = \frac{1}{1{,}3} = 0{,}66667\,;$$

Współczynniki ortogonalności wyznaczono wg związku [5.6]

$$K_{21} = -0{,}110214;$$
$$K_{31} = -0{,}032696;$$
$$K_{32} = -0{,}086464;$$

Częstości kątowe drgań własnych skrętnych łopaty dla $\Omega = 0$, obliczone ze związku [5.5].

$$\omega^2_{10} = \sim 1464{,}5 \cdot 11{,}58 = 16945 \text{ sek}^{-2};$$
$$\omega^2_{20} = \sim 1464{,}5 \cdot 40{,}84 = 59850 \text{ sek}^{-2};$$
$$\omega^2_{30} = \sim 1464{,}5 \cdot 90{,}33 = 132200 \text{ sek}^{-2};$$

stąd

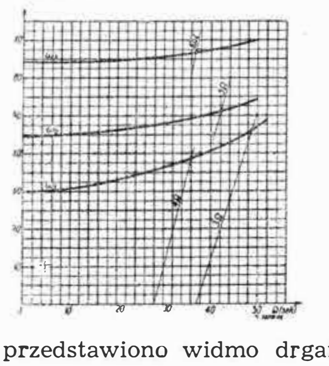
$$\omega_{10} = 130 \text{ sek}^{-1};\ \omega_{20} = 244{,}6 \text{ sek}^{-1};\ \omega_{30} = 364 \text{ sek}^{-1};$$

Współczynniki S_n obliczono według związku [5.5]

$$S_1 = 1{,}6667 \cdot 1{,}061 = 1{,}769$$
$$S_2 = 1{,}6667 \cdot 1{,}025 = 1{,}710$$
$$S_3 = 1{,}6667 \cdot 1{,}037 = 1{,}727$$

Po zastosowaniu wyrażenia [3.9] uzyskano następujące wyniki:

Lp.	Ω	ω_1	ω_2	ω_3
	sek⁻¹	sek⁻¹	sek⁻¹	sek⁻¹
1	0	130,0	244,6	364,0
2	10	131,0	245,4	364,0
3	20	133,2	246,3	364,5
4	30	136,2	248,0	366,0
5	40	140,5	250,4	367,5
6	50	146,2	253,5	370,0



Rys. 6

Na rysunku 6 przedstawiono widmo drgań skrętnych łopaty.

7. Tablice i wykresy pomocnicze

Dla ułatwienia obliczeń częstości kątowej drgań własnych skrętnych wirującej łopaty wirnika nośnego ułożone zostały tabele funkcji właściwych i ich pierwszych pochodnych, określające kolejne postacie odkształceń skrętnych łopaty o stałych rozkładach masy i sztywności skręcania, dla różnych wartości k_o.

Tabele 1—5. Wspomniane tabele obejmują trzy pierwsze postacie drgań.

Dla przypadku nieskończenie wielkiej sztywności skręcania w miejscu utwierdzenia łopaty podano tablicę, w której określona jest funkcja właściwa (i jej pochodna) odpowiadająca tylko pierwszej postaci drgań (tabela 6).

Na rys. 7 pokazano zależność $\mu_i = f(k_o)$ dla trzech pierwszych postaci drgań.

Na rys. 8a, b, c, d, e podano odniesieniowe wartości funkcji właściwych $\overline{\vartheta}_{10}$ dla różnych k_o.

Funkcje $\overline{\vartheta}_{10}$ spełniają relację:

$$\overline{\vartheta}_{ie} = \frac{1}{(\overline{\vartheta}_i)_{\eta=1}} \cdot \overline{\vartheta}_i \quad \ldots\ldots\ldots [7.1]$$

Tabela 1

$k_0 = 1,0$		$\mu_1 = 2,79839$		$\mu_2 = 6,121276$		$\mu_3 = 9,317920$	
Lp.	η	$\overline{\vartheta}_1$	$\overline{\vartheta}_1'$	$\overline{\vartheta}_2$	$\overline{\vartheta}_2'$	$\overline{\vartheta}_3$	$\overline{\vartheta}_3'$
1	0,00	−2,798390	2,798390	−6,121276	6,121276	−9,317920	9,317920
2	0,05	−2,631575	3,863170	−5,535504	17,126770	−7,875587	47,327940
3	0,10	−2,413330	4,852460	−4,435211	26,540430	−4,753672	75,253910
4	0,15	−2,147922	5,746880	−2,922687	33,487220	−0,619917	87,130890
5	0,20	−1,840518	6,529000	−1,138518	37,321590	3,646803	80,439600
6	0,25	−1,497142	7,183500	0,751476	37,687020	7,136152	56.601180
7	0,30	−1,124510	7,697960	2,571618	34,549550	9,104358	20,697500
8	0,35	−0,729887	8,061240	4,152739	28,200900	9,131877	−19,613360
9	0,40	−0,321007	8,267350	5,347882	19,231100	7,212822	−55,751020
10	0,45	−0,094138	8,311800	6,045949	8,473770	3,756291	−80.000260
11	0,50	0,507462	8,163830	6,182085	− 3,071190	−0,500972	−87,197220
12	0,55	0,910852	7,915690	5,743620	−14,330510	−4,651405	−75,806880
13	0,60	1,296438	7,482860	4,771306	−24,037720	−7,810352	−48,257290
14	0,65	1,656697	6,903780	3,355575	−31,930890	−9,304445	−10,421170
15	0,70	1,984568	6,189740	1,627834	−36,635790	−8,815191	29,636300
16	0,75	2,273649	5,354710	−0,251145	−37,935520	−6,446863	63,376540
17	0,80	2,518295	4,415050	−2,106733	−35,709360	−2,734332	83,607290
18	0,85	2,713715	3,389070	−3,766588	−30,164250	1,614666	86,016320
19	0,90	2,856098	2,296850	−5,076308	−21,815290	5,589508	70,089700
20	0,95	2,942656	1,159740	−5,914218	−11,438740	8,372819	39,223130
21	1,00	2,971694	−0,000031	−6,202413	0,000930	9,371419	− 0,004240

Tabela 2

$k_0 = 0,8$		$\mu_1 = 2,709315$		$\mu_2 = 6,080415$		$\mu_3 = 9,291058$	
Lp.	η	$\overline{\vartheta}_1$	$\overline{\vartheta}_1'$	$\overline{\vartheta}_2$	$\overline{\vartheta}_2'$	$\overline{\vartheta}_3$	$\overline{\vartheta}_3'$
1	0,00	−2,167452	2,709315	−4,864332	6,08041500	−7,432846	9,291058
2	0,05	−2,012544	3,477563	−4,341892	14,65575000	−6,197089	39,246265
3	0,10	−1,820760	4,182080	−3,421229	21,88687000	−3,647846	60,883188
4	0,15	−1,595614	4,809988	−2,186773	27,11054000	−0,325435	69,615547
5	0,20	−1,341235	5,349746	−0,751735	29,84767000	−3,066000	63,592423
6	0,25	−1,062486	5,791196	0,752245	29,84723000	5,807555	44,090372
7	0,30	−0,763854	6,127102	2,187213	27,10924000	7,318151	15,243309
8	0,35	−0,451437	6,350461	3,421590	21.88477000	7,277467	−16,841576
9	0,40	−0,072081	6,464214	4,342138	14,65310000	5,694576	−45,344767
10	0,45	0,192104	6,446203	4,864431	6,07742000	2,904519	−64,243411
11	0,50	0,511900	6,316714	4,940560	− 3,05568000	−0,501177	−69,525359
12	0,55	0,822083	6,071537	4,563550	−11,90843000	−3,800637	−60,071038
13	0,60	1,117200	5,715121	3,767985	−19,66900000	−6,294533	−37,883233
14	0,65	1,391845	5,253974	2,626807	−25,62559000	−7,454272	− 7,667539
15	0,70	1,640990	4,696554	1,244704	−29,23175000	−7,034018	24,174181
16	0,75	1,860071	4,053116	−0,251548	−30,15692000	−5,122860	50,892060
17	0,80	2,045084	3,335354	−1,724739	−28,31607000	−2,125905	66,823119
18	0,85	2,192589	2,556539	−3,039727	−23,87812000	1,321666	68,590650
19	0,90	2,299941	1,730851	−4,075893	−17,25032000	4,489094	55,819998
20	0,95	2,365143	0,873456	−4,738279	− 9,03997000	6,705036	31,217881
21	1,00	2,387011	0,000027	−4,966054	− 0,00054116	7,499801	− 0,001087

Tabela 3

$k_0 = 0,6$		$\mu_1 = 2,565453$		$\mu_2 = 6,012734$		$\mu_3 = 9,246246$	
Lp.	η	$\overline{\vartheta}_1$	$\overline{\vartheta}_1'$	$\overline{\vartheta}_2$	$\overline{\vartheta}_2'$	$\overline{\vartheta}_3$	$\overline{\vartheta}_3'$
1	0,00	−1,539278	2,565463	− 3,607640	6,012734	−1,000000	9.246246
2	0,05	−1,404633	3,031569	−3,149702	12,166593	−4,519354	31,154340
3	0,10	−1,235161	3,483509	−2,409230	17,229044	−2,542086	46,521770
4	0,15	−1,051314	3,860242	−1,452629	20,746031	−0,031126	52,121690
5	0,20	−0,850192	4,173547	−0,365731	22,402004	2,486371	46,778450
6	0,25	−0,635107	4,418279	0,753941	22,048455	4,481862	31,614010
7	0,30	− 0,409574	4,590398	1,806049	19,717054	5,536367	9,812030
8	0,35	−0,177321	4,687111	2,696118	15,616946	5,428488	−14.049940
9	0,40	0,057851	4,706786	3,344324	10,115950	4,180899	−34,962040
10	0,45	0,292069	4,649129	3,692536	3,707524	2,055491	−48,533920
11	0,50	0,521488	4,515084	3,709514	− 3,033527	−0,501117	−51,916350
12	0,55	0,742334	4,306856	3,393739	− 9,502362	− 2,953111	−44,397950
13	0,60	0,950996	4,027844	2,773532	−15,118833	−4,784762	−27,558570
14	0,65	1,144017	3,682668	1,904530	−15,379138	−5,611842	− 4,933130
15	0,70	1,318252	3,276961	0,864579	− 21,901029	−5,260700	18,727970
16	0,75	1,470818	2,817420	− 0,252134	−22,758373	−3,805051	38,457130
17	0,80	1,599221	2,311577	−1,347478	−21,001019	−1,550074	50,111930
18	0,85	1,701344	1,767761	−2,321347	− 17,659845	1,029536	51,235880
19	0,90	1,775511	1,194885	− 3,086982	12,734520	3,393445	41,620410
20	0,95	1,820739	0,597754	−3,575698	− 6,666841	5,048895	23,256810
21	1,00	1,835555	−0,000015	− 3,743765	− 0,003241	5,637144	0,010041

Tabela 4

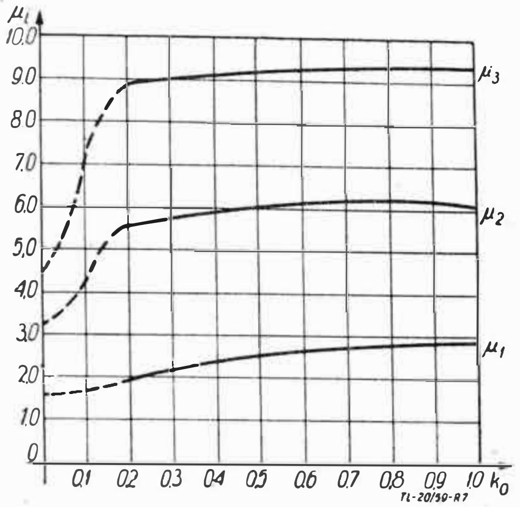
$k_0 = 0,4$		$\mu_1 = 2,31856$		$\mu_2 = 5,881126$		$\mu_3 = 9,158329$	
Lp.	η	$\overline{\vartheta}_1$	$\overline{\vartheta}_1'$	$\overline{\vartheta}_2$	$\overline{\vartheta}_2'$	$\overline{\vartheta}_3$	$\overline{\vartheta}_3'$
1	0,00	−0,927424	2,318560	−2,352504	5,881260	−3,663331	9,158329
2	0,05	−0,805271	2,551717	−1,961686	9,639000	−2,843841	23,045523
3	0,10	−0,672823	2,750619	−1,402448	12,569160	−1,438370	32,186123
4	0,15	−0,531085	2,912596	0,772709	14,420270	0,263390	34,693893
5	0,20	−0,382214	3,035480	0,018898	15,033430	1,911016	30,052773
6	0,25	−0,228216	3,117605	0,758971	14,355870	3,164806	19,219385
7	0,30	−0,071153	3,157885	1,433882	12,445840	3,766482	4,426001
8	0,35	0,086865	3,155769	1,985394	9,467320	3,592092	−11,279435
9	0,40	0,243716	3,111290	2,367031	5,676050	2,677552	−24,660752
10	0,45	0,397298	3,025044	2,545163	1,397590	1,211306	−32,960725
11	0,50	0,545545	2,898195	2,504775	− 3,001050	−0,504538	−34,469212
12	0,55	0,686469	2,732430	2,249355	− 7,142030	−2,116408	−28,875250
13	0,60	0,818178	2,529992	1,800818	−10,669780	−3,292197	−17,331680
14	0,65	0,938902	2,293587	1,197685	−13,281540	−3,789643	− 2,217012
15	0,70	1,047023	2,026396	0,491716	−14,753000	−3,506231	13,354694
16	0,75	1,141086	1,732008	−0,256447	−14,957930	−2,500353	26,174513
17	0,80	1,219842	1,414340	−0,982608	−13,878720	−0,978930	33,602101
18	0,85	1,282211	1,077727	−1,624405	−11,607960	0,743558	34,104289
19	0,90	1,327366	0,726614	−2,126743	− 8,340660	2,313193	27,580280
20	0,95	1,354706	0,365755	−2,446507	− 4,357310	3,406191	15,373473
21	1,00	1,363863	0,000000	−2,556221	0,000176	3,797368	− 0,001200

Tabela 5

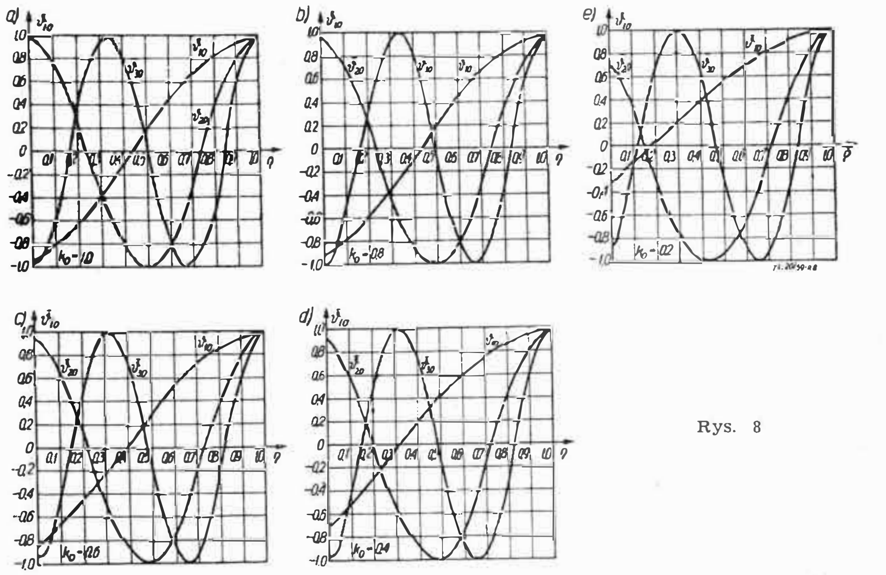
$k_0 = 0,2$		$\mu_1 = 1,941147$		$\mu_2 = 5,549882$		$\mu_3 = 8,913563$	
Lp.	η	$\overline{\vartheta}_1$	$\overline{\vartheta}_1'$	$\overline{\vartheta}_2$	$\overline{\vartheta}_2'$	$\overline{\vartheta}_3$	$\overline{\vartheta}_3'$
1	0,00	−0,338229	1,941147	− 1,109976	5,549882	1,782713	8,913563
2	0,05	− 0,239735	1,995635	− 0,793567	7,025141	1,162847	14,891658
3	0,10	−0,138984	2,031335	− 0,416442	7,962910	0,343897	17,930265
4	0,15	− 0,036918	2,047992	− 0,007456	8,291140	0,559855	17,522853
5	0,20	−0,065492	2,045227	0,402100	7,985581	1,352593	13,660044
6	0,25	0,167283	2,023283	0,780894	7,068752	1,881083	7,128524
7	0,30	0,267499	1,982290	1,099940	5,614033	2,042079	− 0,795625
8	0,35	0,365201	1,922644	1,334829	3,724121	1,804132	− 8,564312
9	0,40	0,423794	1,844897	1,467590	7,552224	1,213887	−14,658800
10	0,45	0,517295	1,749796	1,488066	−0,738434	0,386196	−17,891474
11	0,50	0,605927	1,638204	1,394690	−2,972594	− 0,516779	−17,627685
12	0,55	0,688773	1,511340	1,94606	−4,979337	− 1,318782	−13,920151
13	0,60	0,765300	1,369976	0,903129	−6,603960	− 1,863164	− 7,493053
14	0,65	0,834543	1,215859	0,542548	−7,725475	− 2,043541	0,397812
15	0,70	0,895924	1,050294	0,140458	−8,254811	− 1,824693	8,210934
16	0,75	0,948877	0,874838	− 0,272381	−8,152222	− 1,249357	14,420059
17	0,80	0,992932	0,690990	− 0,664379	−7,426569	− 0,429948	17,811991
18	0,85	1,027548	0,501105	− 1,005370	−6,133241	0,473460	17,724094
19	0,90	1,052577	0,306053	− 1,269778	−4,368956	1,284365	14,173603
20	0,95	1,067671	0,108265	− 1,436859	−2,271284	1,844357	7,854088
21	1,00	1,072714	− 0,090444	− 1,494003	0,000178	2,044030	0,005090

Tabela 6

η	$\sin \frac{\pi}{2} \eta$	$\cos \frac{\pi}{2} \eta$	η	$\sin \frac{\pi}{2} \eta$	$\cos \frac{\pi}{2} \eta$
0,00	0,00000	1,00000	0,50	0,70711	0,70711
0,02	0,03141	0,99951	0,52	0,72897	0,68455
0,04	0,06279	0,99803	0,54	0,75011	0,66131
0,06	0,09411	0,99556	0,56	0,77051	0,63742
0,08	0,12533	0,99211	0,58	0,79016	0,61291
0,10	0,15643	0,98769	0,60	0,80902	0,58779
0,12	0,18738	0,98229	0,62	0,82708	0,56208
0,14	0,21814	0,97592	0,64	0,84433	0,53583
0,16	0,24869	0,96858	0,66	0.86074	0,50904
0,18	0,27899	0,96029	0,68	0,87631	0,48175
0,20	0,30902	0,95106	0,70	0,89101	0,45399
0,22	0,33874	0,94088	0,72	0,90483	0,42578
0,24	0,36812	0,92978	0,74	0,91775	0,39715
0,26	0,39715	0,91775	0,76	0,92978	0,36812
0,28	0,42578	0,90483	0,78	0,94088	0,33874
0,30	0,45399	0,89101	0,80	0,95106	0,30902
0,32	0,48175	0,87631	0,82	0,96029	0,27899
0,34	0,50904	0,86074	0,84	0,96858	0,24869
0,36	0,53583	0,84433	0,86	0,97592	0,21814
0,38	0,56208	0,82708	0.88	0,98229	0,18738
0,40	0,58779	0,80902	0,90	0,98769	0,15643
0,42	0,61291	0,79016	0,92	0,99211	0,12533
0,44	0,63742	0,77051	0,94	0,99556	0,09411
0,46	0,66131	0,75011	0,96	0,99803	0,06279
0,48	0,68455	0,72897	0,98	0,99951	0,03141
0,50	0,70711	0,70711	1,00	1,00000	0,00000



Rys. 7



Rys. 8

Tablica 7a

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
LP	η	$\bar{J}_0$	$\vartheta_1 = \bar{\vartheta}_1$	$\bar{J}_0 \vartheta_1$	$\bar{J}_0 \vartheta_1^2$	$\bar{\vartheta}_2$	$\bar{J}_0 \bar{\vartheta}_2 \vartheta_1$	ϑ_3	$\bar{J}_0 \bar{\vartheta}_3 \vartheta_1$	$k_{21} \vartheta_1$	ϑ_2	$\bar{J}_0 \vartheta_2$	$\bar{J}_0 \vartheta_2^2$	$\bar{J}_0 \bar{\vartheta}_3 \vartheta_2$	$k_{31} \vartheta_1$	$k_{32} \vartheta_2$	ϑ_3
-	-	—	z tablic	3 4	4 5	z tablic	5 7	z tablic	5 9	k_{21} 4	7 + 11	3 12	12 13	9 13	k_{31} 4	k_{32} 12	9 + 16 + 17

Tablica 7b

1	2	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
LP	η	$\vartheta_1' = \bar{\vartheta}_1'$	$\bar{\vartheta}_2'$	$k_{21} \vartheta_1'$	ϑ_2'	$\bar{\vartheta}_3'$	$k_{31} \vartheta_1'$	$k_{32} \vartheta_2'$	ϑ_3'	$(\vartheta_1')^2$	$(\vartheta_2')^2$	$(\vartheta_3')^2$	$G\bar{J}_p$	$G\bar{J}_p(\vartheta_2')^2$	$G\bar{J}_p(\vartheta_2')^2$	$G\bar{J}_p(\vartheta_3')^2$
—	-	z tablic	z tablic	k_{21} 19	20 + 21	z tablic	k_{31} 19	k_{32} 22	23 + 24 + 25	19^2	22^2	26^2	—	27 30	28 30	29 30

Tablica 7c

1	2	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
LP	η	$\Delta\bar{J}$	$\Delta\bar{J}\vartheta_1$	$\Delta\bar{J}\vartheta_2$	$\Delta\bar{J}\vartheta_3$	$\int_\eta^1 \Delta\bar{J}\vartheta_1 d\eta$	$\int_\eta^1 \Delta\bar{J}\vartheta_2 d\eta$	$\int_\eta^1 \Delta\bar{J}\vartheta_3 d\eta$	ϑ_1' 38	ϑ_2' 39	ϑ_3' 40	$\bar{J}_0 \vartheta_3^2$
—	—	—	4 34	12 34	18 34	$\int_\eta^1$ 35 $d\eta$	$\int_\eta^1$ 36 $d\eta$	$\int_\eta^1$ 37 $d\eta$	19 38	22 39	26 40	3 18^2

TL-20/59-8

Omówione powyżej tabele i wykresy umożliwiają przeprowadzenie praktycznych obliczeń częstości kątowych drgań własnych skrętnych dla dowolnych łopat przy $k_o \leq 1$.

Jako uzupełnienie niniejszej pracy pokazano wzór tabeli (tabela 7a, b, c) do tabelarycznych obliczeń częstości kątowych drgań własnych skrętnych dla dowolnych łopat. Wielkości podkreślone w kolumnach tabeli 7 podlegają całkowaniu od $\eta = 0$ do $\eta = 1{,}0$.

LITERATURA

1. J. Lipka — Częstość drgań własnych wirujących łopat wirników nośnych śmigłowca, Archiwum Budowy Maszyn. Tom III, zeszyt 4. 1956 r.
2. I. W. Ananiew — Sprawocznik po rasczetu sobstwiennych kolebanij uprugich sistem, GOIZ-GOSTEHIZDAT. 1946 r.
3. I. W. Babakow — Teorija kolebanij, Moskwa, 1958 r.
4. J. G. Panewka — Osnowy prikładnoj teorii uprugich kolebanij, MASZGIZ, Moskwa 1957 r.
5. S. Timoschenko — Vibration problems in engineering, D. Van Nostrand Company, Inc. London, New York, 1955 r.
6. R. E. D. Bishop & D. C. Johnson — Vibration analysis tables, Cambridge University Press, 1956 r.

Mgr inż. JERZY CHOMIAK
Instytut Lotnictwa

Zastosowanie teorii nie ustalonego jednowymiarowego ruchu płynu ściśliwego do obliczania silników pulsacyjnych bezzaworowych

W pracy przedstawiona została metoda obliczania silników pulsacyjnych, oparta na równaniach jednowymiarowego ruchu płynu ściśliwego w przewodach i modelu spalania, odpowiadającemu przebiegowi zjawisk w komorach spalania silników pulsacyjnych. Ze względu na weryfikację założeń w trakcie obliczeń, ich rezultaty są w pełni niezależne od przyjętych w obliczeniach wartości liczbowych. Obliczenia i pomiary dla jednego z silników wykazały, że dokładność metody wynosi około 7%.

INDEKS OZNACZEŃ

A — powierzchnia przekroju poprzecznego silnika (m^2)
a — lokalna prędkość dźwięku (m/sek)
u — prędkość przepływu względem silnika (m/sek)

$\bar{a} = \frac{a}{a_o}$ bezwymiarowa postać a

$\bar{u} = \frac{u}{a_o}$ bezwymiarowa postać u

V_f = prędkość płomienia względem czynnika (m/sek)

I = mechaniczny równoważnik ciepła $\left[\frac{\text{kGm}}{\text{kcal}}\right]$

s = entropia właściwa [kcal/kg°C]

$\bar{s}$ = bezwymiarowa postać s

t = czas (sek)

x = współrzędna położenia wzdłuż silnika (m)

$\tau = a_o \frac{t}{L_o}$ = bezwymiarowa postać t

$\xi = \frac{x}{L_o}$ = bezwymiarowa postać x

L_o = długość całkowita silnika (m)

c_p, c_v = ciepło właściwe, przy stałym ciśnieniu i objętości $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kG °C}}\right]$

$k = \frac{c_p}{c_v}$ = wykładnik adiabaty

R = stała gazowa $\left[\frac{\text{kGm}}{\text{kG° C}}\right]$

$$\left.\begin{array}{ll} P = \dfrac{2}{k-1} & a + \bar{u} \\ Q = \dfrac{2}{k-1} & \bar{a} - \bar{u} \end{array}\right\} \text{zmienne Riemanna}$$

p = ciśnienie [kG/m²]

q = wartość opałowa mieszanki $\left[\dfrac{\text{kcal}}{\text{kG}}\right]$

1. WSTĘP

We współczesnej technice napędów lotniczych silniki pulsacyjne — pierwsze silniki odrzutowe stosowane na szeroką skalę w lotnictwie jako napęd do bomb latających V-1 — mają już tylko znaczenie marginesowe.

Spadek ciągu wraz ze wzrostem prędkości lotu, maksymalna sprawność ogólna rzędu 3,5—6%, niekorzystny aerodynamicznie kształt, silny hałas wytwarzany podczas pracy — oto przyczyny, które ograniczają ich zastosowanie [Lit. 13].

Można jednak wymienić co najmniej cztery powody, dla których warto tym silnikom poświęcić nieco uwagi.

1. Obok silnika rakietowego na paliwo stałe są to najprostsze i najtańsze urządzenia, mogące wytworzyć ciąg w miejscu.

2. Istnieją możliwości znacznego zwiększenia osiągów tych silników związane z budową urządzeń kombinowanych i realizacją spalania detonacyjnego.

3. W silnikach tych występują przepływy nie ustalone w najogólniejszej postaci, a więc metody analizy ich pracy mogą być stosowane w wielu zagadnieniach, jak na przykład obliczanie nie ustalonych procesów w silnikach strumieniowych i rakietowych, układów wydechowych szybkobieżnych silników tłokowych, nie ustalonych przepływów w rurociągach gazowych itp.

4. Nie opracowano dotychczas metody obliczeń o zadowalającej dokładności. Przy obliczaniu silników albo przyjmuje się wiele współczynników ustalonych doświadczalnie [Lit. 3], albo stosuje się daleko idące uproszczenia procesów wewnętrznych, jak zastąpienie spalania nagłym izentropowym wzrostem ciśnienia [Lit. 5], szeregiem nagłych izentropowych wzrostów ciśnienia rozciągniętych w czasie [Lit. 9], doprowadzeniem ciepła wzdłuż komory spalania częściowo przy stałej objętości, częściowo przy stałym ciśnieniu [Lit. 4].

Wyniki obliczeń oparte o prace [Lit. 4, 5, 9] — i to jest ich wadą zasadniczą — mają charakter odpowiedzi na pytanie co by było, gdyby w silniku uzyskano założone wielkości, nie stwarzają więc możliwości obliczenia ciągu.

Najbardziej interesującą obecnie próbę stanowi metoda obliczania silników, oparta na założeniu natychmiastowego zajścia procesów chemicznych przy przejściu przez mieszankę frontu płomienia [Lit. 4], o tyle tylko nieścisła, że spalanie w silniku ma charakter heterogeniczny, a wzrost ciśnienia nie jest wywołany przez jedną falę uderzeniową o dużym skoku ciśnienia.

2. UWAGI O WEWNĘTRZNYCH PROCESACH W SILNIKU PULSACYJNYM BEZZAWOROWYM

a. Wytwarzanie mieszanki

Mieszankę w silniku pulsacyjnym bezzaworowym otrzymuje się przez wtrysk paliwa za pomocą wtryskiwaczy wirowych do czynnika w elemencie wlotowym, poprzecznie do kierunku przepływu. Ciśnienie wtrysku jest niewielkie i wynosi 1,5—3 atn.

Ponieważ każdy z parametrów głównych, decydujących o koncentracji i wielkości kropel, jak temperatura i prędkość przepływu czynnika wokół wtryskiwacza oraz czas odparowania zmieniają się w szerokich granicach, mieszanka jest bardzo niejednorodna, przy czym składa się wyraźnie z dwóch warstw: silnie wzbogaconych paliwem spalin z poprzedniego obiegu, które przechodzą dwukrotnie przez strefę zasilania, gdzie paliwo jest dobrze odparowane i zimnej, ubogiej warstwy mieszanki, powstającej przy końcu ssania i w czasie spalania.

Niejednorodność mieszanki i duży współczynnik resztek spalin powodują znaczny spadek sprawności spalania.

Poprawną pracę silnika uzyskuje się przy średnich współczynnikach nadmiaru powietrza $\alpha = 1{,}1$—$1{,}4$.

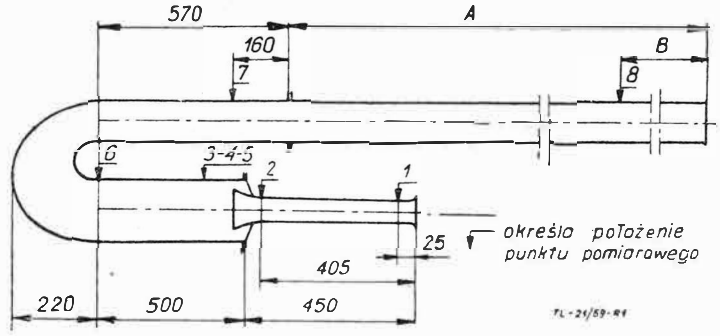
b. Zapłon

Istnieją dwie teorie, objaśniające mechanizm zapłonu. Według Schmidta [Lit. 8], twórcy silników bomby V-1, zapłon w silniku pulsacyjnym inicjują fale zgęszczeniowe, zatrzymujące wlot mieszanki do silnika. Mimo eksperymentalnego potwierdzenia w niektórych szczególnych przypadkach, nie znano teoretycznego uzasadnienia „zdumiewającego" — jak określa go autor teorii—faktu, że fala ciśnienia rzędu maksimum 0,3 ata może wywołać zapłon w silniku. Przyczynkiem do uzasadnienia tych poglądów może być analiza stateczności płynnych powierzchni nieciągłości [Lit. 12]. Okazuje się, że płynna powierzchnia nieciągłości gęstości (np. granica między świeżą mieszanką a spalinami), przyspieszona w kierunku objętości o wyższej gęstości rozpada się, przy czym powstają strugi gazu o większej gęstości wnikające w obszary o niskiej gęstości.

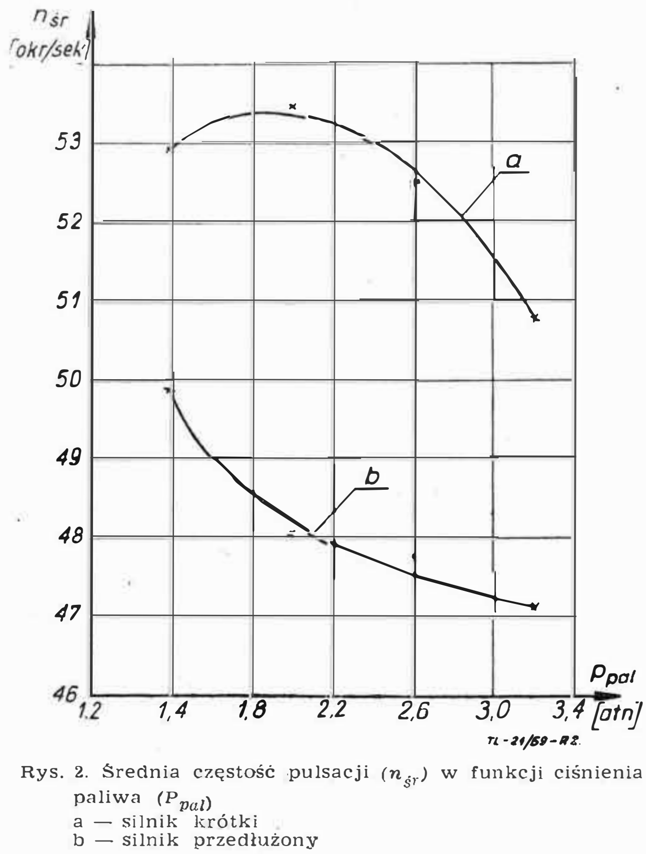
Inną koncepcję zapłonu przedstawił [Lit. 10, 11] F. Staab.

Opierając się na zdjęciach płomienia dla kilku małych silników stwierdził, że zapłon wynika z podgrzania mieszanki przez gazy spalinowe. W silnikach zaworowych średnia temperatura mieszanki przed zapłonem wynosi co najmniej 600°K, a w bezzaworowych nawet 700—1000°K, przy czym temperaturę wyższą od średniej posiada około 1/3 objętości mieszanki.

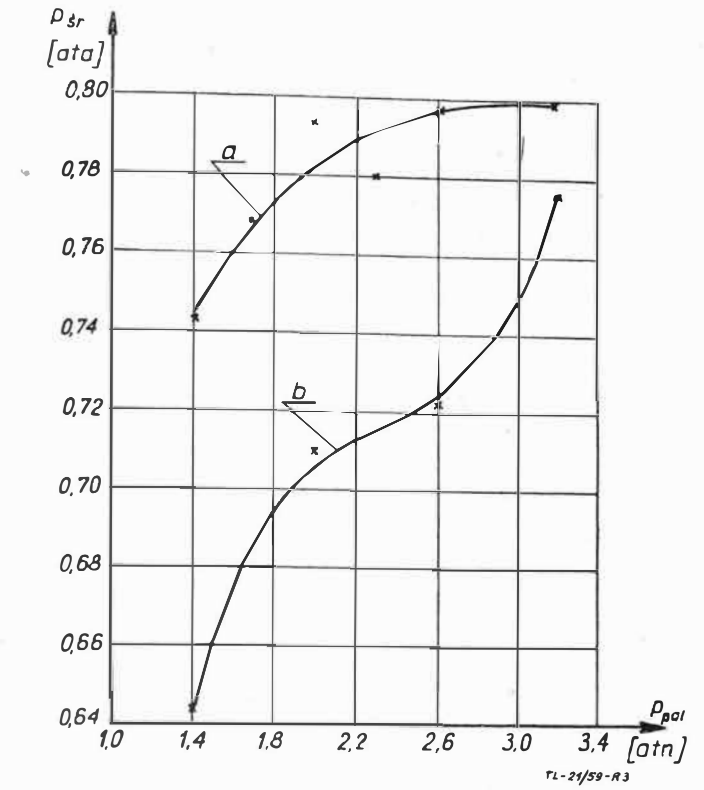
Badania częstości pulsacji przeprowadzone na silnikach bezzaworowych potwierdziły hipotezę Staaba.



Rys. 1. Schemat badanego silnika
silnik krótki A 1580 B 500 silnik przedłużony A 2330 B 1250



Rys. 2. Średnia częstość pulsacji ($n_{śr}$) w funkcji ciśnienia paliwa (P_{pal})
a — silnik krótki
b — silnik przedłużony



Rys. 3. Średnia amplituda pulsacji ciśnienia ($P_{śr}$) w funkcji ciśnienia paliwa (P_{pal})
a — silnik krótki
b — silnik przedłużony

Dla silnika, jak na rys. 1, częstość pulsacji prawie nie zależy od ilości paliwa i nie zmienia się proporcjonalnie do długości silnika, mimo dość znacznych różnic w całkowitej amplitudzie ciśnienia (rys. 2 i 3).

Gdyby zapłon zależał od fal zatrzymujących ruch mieszanki, częstość pulsacji powinna być odwrotnie proporcjonalna do długości silnika oraz powinna wzrastać wraz ze zwiększeniem ilości doprowadzonego paliwa, ze względu na wzrost średniego ciśnienia i temperatury gazów, a więc i prędkości poruszania się zaburzeń.

Tezę Staaba dodatkowo potwierdza fakt, że jako reguła występują znaczne różnice w okresie trwania poszczególnych cyklów silnika, średnio wynoszące 15÷20% okresu całkowitego, co może być wytłumaczone jedynie przypadkowym powstawaniem zapłonu.

Dodać należy, że optymalne osiągi posiada silnik, w którym zapłon powstaje w chwili dojścia do komory spalania fal zgęszczeniowych, zatrzymujących ruch mieszanki.

W przypadku braku synchronizacji tych czasów powstają długookresowe zmiany amplitud ciśnienia, prowadzące aż do przerw w pracy silnika.

c. Spalanie

Zdjęcia płomienia w silnikach pulsacyjnych zaworowych [Lit. 10, 11] i bezzaworowych [Lit. 1] wykazują, że spalanie ma charakter heterogeniczny.

Przebieg spalania jest następujący: już w okresie ssania, przy maksymalnym podciśnieniu, zapoczątkowane zostaje spalanie drobnych kropel paliwa od tyłu komory spalania.

Prędkość frontu płomienia początkowo niewysoka 30—40 m/sek wzrasta do 50—80 m/sek.

Spalanie wstępne przechodzi przez cały obszar mieszanki wywołując szybki wzrost temperatury i niekorzystny, bo zmniejszający okres ssania wzrost ciśnienia.

Powstają w ten sposób warunki do dobrego odparowania, a więc szybkiego spalania pozostałego paliwa.

Spalanie główne obejmuje jednocześnie prawie całą komore spalania i utrzymuje się przez czas nieco dłuższy od 0,25 okresu trwania całego obiegu.

Pomiary temperatur chwilowych w silnikach wykazały, że maksymalne temperatury spalania na skutek niskiej sprawności spalania wynoszą 2000°K.

Temperatura ścianek nie ma wpływu na spalanie. W czasie rozruchu otrzymuje się pracę stabliną silnika po upływie ułamka sekundy, kiedy temperatura ścianek wzrasta jeszcze niezbyt silnie.

3. JEDNOWYMIAROWY NIE USTALONY PRZEPŁYW PŁYNU ŚCIŚLIWEGO

a. Założenia i dane wyjściowe

Wyprowadzone równania i ich zastosowania obejmują przepływy, które traktować można jako quasi-jednowymiarowe.

Zakłada się, że stała gazowa R i ciepła właściwe c_p i c_v są stałe, a ich ewentualne zmiany następują skokami w czasie lub wzdłuż długości przewodu.

Do rozwiązania konkretnych zagadnień potrzebne jest określenie kształtu przewodu jako funkcji czasu lub warunków przepływu, warunków początkowych i brzegowych dla przepływu, sposobów doprowadzenia ciepła oraz danych o siłach masowych i wymianie masy przez ścianki.

b. Wybór zmiennych przepływu

Przepływ można uważać za rozwiązany jeżeli dla dowolnego czasu i miejsca określone zostaną stan i prędkość ruchu czynnika.

W zasadzie użyć można trzech dowolnych niezależnych parametrów, jednak najwygodniejsze okazały się:

u — prędkość przepływu

a — lokalna prędkość dźwięku, dlatego, że drobne zaburzenia przemieszczają się w gazie z tą właśnie prędkością

s — entropia właściwa, gdyż wiele przepływów można traktować jako inzentropowe i wtedy ilość zmiennych zmniejsza się do dwu.

Grafo-analityczne rozwiązywanie problemów można znacznie uprościć stosując zmienne bezwymiarowe

$$\bar{u} = \frac{u}{a_o} \qquad \bar{s} = \frac{s}{c_p(k-1)} = \frac{gIs}{kR} \qquad \bar{a} = \frac{a}{a_o}$$

Ze względu na to, że a i u są prędkościami, dowolna ich kombinacja może być także zmienną przepływu.

Bardzo istotne znaczenie posiadają wyrażenia

$$P = \frac{2}{k-1}\bar{a} + \bar{u}$$

$$Q = \frac{2}{k-1}\bar{a} - \bar{u}$$

zwane zmiennymi Riemanna.

Zmienne niezależne stanowią współrzędne: czas t i odległość x.

W postaci bezwymiarowej

$$\xi = \frac{x}{L_o} = \frac{x}{a_o t_o}$$

$$\tau = \frac{a_o t}{L_o} = \frac{t}{t_o}$$

$$L_o = a_o t_o$$

gdzie L_o jest długością całkowitą silnika.

b. Równanie podstawowe

Do opisania ruchu jednowymiarowego płynu ściśliwego konieczne są następujące równania:

1. Równanie ciągłości

$$\frac{\partial \varrho A}{\partial t} + \frac{\partial \varrho u A}{\partial x} + \psi = 0 \qquad \text{[1]}$$

gdzie:
ψ — wydatek wymiany masy na jednostkę długości silnika
A — powierzchnia przekroju poprzecznego

2. Równanie Eulera

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x} + f \qquad \text{[2]}$$

gdzie:
f — siła masowa na jednostkę masy.

3. Równanie stanu

$$p = \varrho RT \qquad \text{[3]}$$

lub inne znane związki między parametrami stanu

$$a^2 = k\frac{p}{\varrho} = kRT \qquad \text{[4]}$$

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{a}{a_1}\right)^{\frac{2k}{k-1}} e^{-\frac{gI}{R}(s-s_1)} \qquad \text{[5]}$$

$$\frac{\varrho}{\varrho_{,}} = \left(\frac{a}{a_{,}}\right)^{\frac{2}{k-1}} e^{\frac{-gI}{R}(s-s_{,})} \quad \cdots\cdots\cdots [6]$$

4. Warunki określające entropię

$$\frac{Ds}{Dt} = \frac{\partial s}{\partial t} + u\frac{\partial s}{\partial x} = f\,(x, t, s, a, u) \quad \cdots\cdots [7]$$

Wstawiając do równań [1] i [2] napisanych w formie logarytmicznej równania [5] i [6] odpowiednio przekształcone oraz dodając i odejmując otrzymane równania, uzyskujemy:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{2}{k-1}a \pm u\right) + \left(u \pm a\right)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2}{k-1}a \pm u\right) =$$

$$= -au\frac{\partial \ln A}{\partial x} - a\frac{\partial \ln A}{\partial t} + a\frac{gI}{R}\left(\frac{Ds}{Dt} \pm \frac{a}{k}\frac{\partial s}{\partial x}\right) \pm f -$$

$$- \frac{a^3}{kpA}\psi \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots [8]$$

Stosując podstawienie

$$\frac{\delta_+}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} + \left(u + a\right)\frac{\partial}{\partial x}$$

$$\frac{\delta_-}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} + \left(u - a\right)\frac{\partial}{\partial x} \quad \cdots\cdots\cdots [9]$$

uzyskuje się dla zmiennych bezwymiarowych

$$\frac{\delta + P}{\delta\tau} = -\bar{a}\,\bar{u}\frac{\partial \ln A}{\partial \xi} - \bar{a}\frac{\partial \ln A}{\partial \tau} + \bar{a}\frac{\delta + \bar{s}}{\delta\tau} +$$

$$+ \left(k - 1\right)\bar{a}\frac{D\bar{s}}{D\tau} + \bar{f} - \bar{\psi}\,\bar{a}^{\frac{k-3}{k-1}} e^{k\bar{s}} \quad \cdots [10]$$

$$\frac{\delta - Q}{\delta\tau} = -\bar{a}\,\bar{u}\frac{\partial \ln A}{\partial \xi} - \bar{a}\frac{\partial \ln A}{\partial \tau} + \bar{a}\frac{\delta - \bar{s}}{\delta\tau} +$$

$$+ (k - 1)\bar{a}\frac{D\bar{s}}{D\tau} - \bar{f} - \psi\,\bar{a}^{\frac{k-3}{k-1}} e^{k\bar{s}} \quad \cdots\cdots [11]$$

gdzie

$$\bar{f} = \frac{fL_o}{a_o^2}; \quad \bar{\psi} = \frac{L_o\,a_o\,\psi}{kp_o\,A};$$

Równanie [7] w formie bezwymiarowej posiada postać

$$\frac{D\bar{s}}{D\tau} = f\,(\bar{a}, \bar{u}, \bar{s}, \xi, \tau) \quad \cdots\cdots\cdots [12]$$

Równania [10], [11], [12] stanowią podstawę do rozwiązywania przepływów nie ustalonych, to znaczy do wyznaczania $\bar{a}$, $\bar{u}$ i $\bar{s}$ za pomocą metod numerycznych lub grafo-analitycznych. Równania przedstawiają zmiany P, Q i $\bar{s}$ na płaszczyźnie ζ, τ wzdłuż krzywych

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \bar{u} + \bar{a} \qquad \text{dla } P$$

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \bar{u} - \bar{a} \qquad \text{dla } Q \quad \cdots\cdots [13]$$

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \bar{u} \qquad \text{dla } \bar{s}$$

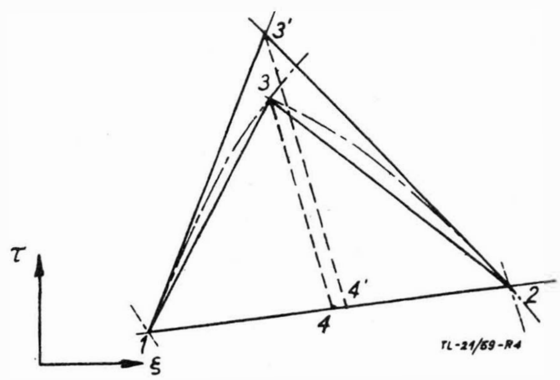
Krzywe te zgodnie z terminami stosowanymi w teorii równań różniczkowych zwiemy charakterystykami.

Równania [10] i [11] są równaniami falowymi, dlatego często wykresy charakterystyk nazywa się także wykresami falowymi.

c. Metoda obliczeń

Przez każdy punkt płaszczyzny ζ, τ (rys. 4) przechodzi jedna krzywa każdej z trzech rodzin charakterystyk (na rys. 4 linie kropkowane dla P i Q oraz kreskowane dla $\bar{s}$).

Jeżeli wychodząc z danych parametrów przyływu $\bar{a}$, $\bar{u}$ i $\bar{s}$ w dwu punktach płaszczyzny ζ, τ na przykład 1 i 2 obliczy się zmienne przepływu w innym punkcie, to poczynając od warunków początkowych zwykle zadanych w postaci rozkładu $\bar{a}$, $\bar{u}$ i $\bar{s}$ wzdłuż dowolnej krzywej nie będącej charakterystyką, można rozwiązać cały przepływ.



Rys. 4. Ustalenie nowego punktu 3 wykresu falowego wg znanych punktów 1 i 2

Żeby obliczyć zmienne przepływu w miejscu przecięcia się charakterystyk P i Q wychodzących z punktów 1 i 2, to znaczy w punkcie 3 równania [10], [11] i [12], należy napisać w formie równań w różnicach skończonych i rozwiązać je podstawiając średnie wartości wyrażeń między odpowiednimi punktami

$$\bar{s}_3 = \bar{s}_4 + \bar{s} = \bar{s}_4 + \left(\frac{D\bar{s}}{D}\right)_{3,4} \cdot \Delta\tau = \bar{s}_4 +$$

$$+ \left(\frac{D\bar{s}}{D\tau}\right)_{3,4}(\tau_3 - \tau_4) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots [14]$$

$$P_3 = P_1 + \Delta + P = P_1 + \left(\frac{\delta + P}{\delta\tau}\right)_{1,3}\Delta + \tau = P_1 +$$

$$+ \left(\frac{\delta + P}{\delta\tau}\right)_{1,3}(\tau_3 - \tau_1) \quad \cdots\cdots\cdots [15]$$

$$Q_3 = Q_2 + \Delta - Q = Q_2 + \left(\frac{\delta - Q}{\delta\tau}\right)_{2,3}\Delta - \tau =$$

$$= Q_2 + \left(\frac{\delta - Q}{\delta\tau}\right)_{2,3}(\tau_3 - \tau_2) \quad \cdots\cdots [16]$$

gdzie indeks n, m oznacza wartość średnią między punktami n i m.

Ponieważ wielkości średnie w powyższych wzorach nie są tak długo określone dopóki nie znane są parametry w punkcie 3, należy otrzymać je przez zastosowanie jakiegokolwiek procesu iteracyjnego.

Procedura iteracyjna może być następująca. Za pomocą wartości $\left(\frac{D\bar{s}}{D\tau}\right)_4$, $\left(\frac{\delta + P}{\delta\tau}\right)_1$ oraz $\left(\frac{\delta - Q}{\delta\tau}\right)_2$ obliczamy parametry w punkcie 3'.

Położenie punktu 4' wyznaczamy z punktu 3' na podstawie interpolacji prędkości między punktami 1 i 2.

Z interpolacji wyznacza się także $\bar{s}_4$. Następne przybliżenie położenia i parametrów w punkcie 3 otrzymuje się stosując średnie wartości $\left(\frac{D\bar{s}}{D\tau}\right)_{3',4'}$, $\left(\frac{\delta + P}{\delta\tau}\right)_{1,3'}$ oraz $\left(\frac{\delta - Q}{\delta\tau}\right)_{2,3'}$ aż do uzyskania wystarczającej dokładności.

4. POSZCZEGÓLNE RODZAJE PRZEPŁYWÓW

W celu dokładniejszego przedstawienia metod postępowania rozpatrzone zostaną dwa spośród bardziej skomplikowanych przypadków przepływu.

a. Przepływ przez zawory sprężyste w silniku pulsacyjnym zaworowym.

W tym przypadku powierzchnia przekroju kanału powinna być daną funkcją parametrów przypływu, na przykład ciśnienia.

Przyrosty zmiennych Riemanna można obliczać według następujących wzorów:

$$\Delta + P = -\bar{a}\left[\bar{u}\frac{\partial \ln A}{\partial \xi} + \frac{\partial \ln A}{\partial \tau}\right]\Delta + \tau \quad \cdots [17]$$

$$\Delta - Q = -\bar{a}\left[\bar{u}\frac{\partial \ln A}{\partial \xi} + \frac{\partial \ln A}{\partial \tau}\right]\Delta - \tau$$

W ogólnym przypadku dla rozwiązania tych równań należy użyć procesu iteracyjnego. Najlepiej zakładać powierzchnię przekroju kanału w nowym punkcie wykresu falowego, następnie obliczyć warunki przepływu w tym punkcie i w końcu sprawdzić czy założona powierzchnia przekroju odpowiada obliczonym warunkom przepływu.

b. Przepływ z doprowadzeniem ciepła.

Dla tego przypadku

$$\Lambda + P = \bar{a}\left[(k-1)\frac{D\bar{s}}{D\tau}\Lambda + \tau + \Lambda + \bar{s}\right]$$
$$\Lambda - Q = \bar{a}\left[(k-1)\frac{D\bar{s}}{D\tau}\Lambda - \tau + \Lambda - \bar{s}\right] \quad [18]$$

Wartość $\frac{D\bar{s}}{D\tau}$ przedstawiająca zmiany entropii elementu płynu musi być zadana jako część informacji niezbędnych do konstrukcji wykresu falowego, na przykład przy doprowadzeniu ciepła

$$\frac{Ds}{Dt} = \frac{1}{T}\frac{Dq}{Dt} \quad [19]$$

Stosując zmienne bezwymiarowe

$$\frac{D\bar{s}}{D\tau} = \frac{1}{\bar{a}^2}\frac{glt_o}{a_o^2}\frac{Dq}{Dt} \quad [20]$$

Dla najczęściej spotykanych przepływów związanych ze spalaniem mieszanki paliwowo powietrznej

$$q = \frac{H \cdot \eta_c}{(1 + \alpha l_o)(1 + \beta)} \quad [21]$$

gdzie η_c — sprawność spalania

l_o — ilość powierza na kG paliwa przy spalaniu stechiometrycznym

β — współczynnik resztek spalin.

Szybkość wydzielania się ciepła $\frac{Dq}{Dt}$ w dowolnym elemencie płynu, który w zagadnieniach jednowymiarowych reprezentuje warstwę mieszanki, należy ze względu na brak jakichkolwiek dokładniejszych danych na ten temat założyć. Niezależnie od charakteru założeń trzeba jednak pamiętać, że całkowita ilość ciepła wydzielana w czasie spalania nie może przekroczyć wartości q obliczonej ze wzoru [21].

Spalanie w dowolnej warstwie musi się zakończyć po czasie t_c, który obliczyć można z równania

$$q = \int_{t_i}^{t_i+t_c}\frac{Dq}{Dt}\cdot dt = \frac{a_o^2}{gJ}\int_{\tau_i}^{\tau_i+\tau_c}\bar{a}^2\frac{D\bar{s}}{D\tau}d\tau \quad [22]$$

gdzie t_i jest czasem, w którym nastąpił zapłon w danej warstwie.

5. WARUNKI BRZEGOWE I NIECIĄGŁOŚCI

Przedstawione powyżej metody rozwiązywania przepływu stosować można tylko wewnątrz obszarów ograniczonych przez końce silnika lub przez nieciągłości w przepływie.

Istotnym problemem jest więc umiejętność powiązania przepływu w silniku z warunkami zewnętrznymi oraz określenia wzajemnego wpływu dwu wykresów falowych przez powierzchnie nieciągłości zgodnie z jej charakterem.

a. Zamknięty koniec silnika

W celu obliczenia zmiennych przepływu $\bar{a}_e$, $\bar{u}_e$, $\bar{s}_e$ na brzegu wykorzystuje się następujące zależności:

Warunek brzegowy $\bar{u}_e = O$, $\bar{s}_e$ obliczone jak dla innych punktów we wnętrzu silnika oraz jedną ze zmiennych Riemanna na przykład P_e. Ponieważ $\bar{u}_e = O$ to $P_e = Q_e$, czyli od zamkniętego końca fala odbija się z tym samym znakiem i tą samą intensywnością.

b. Otwarty koniec silnika

b. 1. Wypływ

Jak długo wypływ pozostaje poddźwiękowy a gaz z zewnątrz jest w spoczynku, ciśnienie na wylocie i zewnątrz jest równe.

Oznaczając parametry na zewnątrz silnika indeksem E warunek brzegowy $p_e = p_E$ wyrazić można w postaci

$$\bar{a}_e = \left(\frac{p_E}{p_o}\right)e^{\frac{k-1}{2}\bar{s}_e} \quad [23]$$

$\bar{s}_e$ obliczamy jak dla innych punktów we wnętrzu silnika. W przypadku przepływu izentropowego $\bar{a}_e$ = const i stąd $P_e + Q_e = const$. Fala zgęszczeniowa odbija się więc jako rozrzedzeniowa i odwrotnie.

b. 2. Wlot izentropowy

Gaz zewnętrzny ze stanu spoczynku zostaje przyspieszony do prędkości wlotu bez strat ciśnienia wywołanych załamaniem linii prądu. Warunki brzegowe są następujące: spełnienie równania energii

$$\bar{u}_e^2 + \frac{2}{k-1}\bar{a}_e^2 = \frac{2}{k-1}\bar{a}_E^2 \quad [24]$$

oraz warunek izentropowości wlotu

$$\bar{s}_e = \bar{s}_E$$

Ponieważ znana jest dodatkowo jedna ze zmiennych Riemanna można obliczyć

$$\bar{a}_e = \frac{P_e(lub\, Q_e) + \sqrt{\frac{k+1}{k-1}\bar{a}_E^2 - \frac{k-1}{2}P_e^2\,(lub Q_e^2)}}{\frac{k+1}{k-1}} \quad [25]$$

W praktyce spotyka się na ogół problemy, dla których $\bar{a}_E$ jest stałe, a więc $\bar{a}_e$ pozostaje funkcją tylko zmiennej Riemanna.

Pozwala to na znaczne uproszczenie obliczeń. Najczęściej stosowaną metodą jest w tym przypadku obliczenie wykresu $\bar{a}_e = f(P_e$ lub $Q_e)$ dla danego $\bar{a}_E$ i bezpośrednie odczytywanie z tego wykresu $\bar{a}_e$ dla danego P_e lub Q_e.

b. 3. Wlot nieizentropowy

Jeżeli indeksem e oznaczymy parametry po wyrównaniu linii prądu na wlocie, to równania warunków brzegowych są te same jak dla wlotu izentropowego, z tym, że inna jest entropia w punkcie e i zmienna Riemanna, które obliczać należy z uwzględnieniem zmian wywołanych przez przyrost entropii.

Ze względu na to, że entropia w punkcie e musi być znana zanim można obliczyć zmienną Riemanna fali dochodzącej do końca, a jednocześnie przyrost entropii jest funkcją parametrów na wlocie po przejściu charakterystyki, problem trzeba rozwiązać przez iterację.

Najlepiej jest zakładać wartość zmiennej Riemanna w punkcie e, obliczyć warunki przepływu, za ich pomocą wyznaczyć $\bar{s}_e$ i stąd ponownie zmienną Riemanna, która powinna być równa założonej. Wzrost entropii w zależności od parametrów przepływu dla danego wlotu należy określić eksperymentalnie ze spadku ciśnienia całkowitego dla różnych warunków wlotu.

c. Płynne powierzchnie nieciągłości

Na skutek ssania z przodu i od tyłu w silnikach pulsacyjnych powstają obszary gazów o różnych własnościach fizycznych i entropii, oddzielone od siebie płynną powierzchnią nieciągłości.

Dla obu stron nieciągłości znane są P_L, Q_R, $\bar{s}_L$ i $\bar{s}_R$, nie znane $\bar{a}_L$, $\bar{u}_L$, $\bar{a}_R$ i $\bar{u}_R$; gdzie indeksy L i R oznaczają odpowiednio lewą i prawą stronę nieciągłości.

Warunkami łączącymi wykresy falowe z obu stron płynnej powierzchni nieciągłości są jednakowe prędkości i ciśnienia

$$\bar{u}_L = \bar{u}_R$$
$$p_L = p_R \quad [26]$$

Eliminując p_L i p_R otrzymuje się

$$\bar{a}_L = \left(\frac{p_L}{p_o}\right)^{\frac{k_L-1}{2k_L}} e^{\frac{k_L-1}{2}\bar{s}_L} \quad [27]$$

$$\bar{a}_R = \left(\frac{p_R}{p_o}\right)^{\frac{k_R-1}{2k_R}} e^{\frac{k_R-1}{2}\bar{s}_R} \quad [28]$$

Najlepszy sposób rozwiązania powyższego układu oparty jest na procesie iteracyjnym, polegającym na założeniu jednej z niewiadomych, na przykład $\bar{a}_L$. Z równania [27] można obliczyć $\frac{p_L}{p_o}$ i stosując warunek [26] $\bar{a}_R$. Dalej oblicza się $\bar{u}_L$ z $\bar{a}_L$ i P_L oraz Q_R z $\bar{u}_R = \bar{u}_L$ i $\bar{a}_R$.

Jeżeli wartość Q_R obliczona w ten sposób różni się od znanej wartości Q_R należy poprawić wybór $\bar{a}_L$.

Obliczenia mogą być znacznie uproszczone dla $k_L = k_R = k$, wtedy bowiem uzyskać można bezpośrednio wyrażenie na $\bar{a}_L$ i $\bar{a}_R$ złożone z wartości znanych

$$\bar{a}_L + \bar{a}_R = \frac{k-1}{2}(P_L + Q_R)$$

$$\frac{\bar{a}_L}{\bar{a}_R} = e^{\frac{k-1}{2}(\bar{s}_L - \bar{s}_R)}$$

stąd

$$\bar{a}_L = \frac{P_L + Q_R}{\frac{2}{k-1}\left[1 + e^{\frac{k-1}{2}(\bar{s}_R - \bar{s}_L)}\right]} \quad \cdots \cdot [29]$$

$$\bar{a}_R = \frac{P_L + Q_R}{\frac{2}{k-1}\left[1 + e^{\frac{k-1}{2}(\bar{s}_L - \bar{s}_R)}\right]} \quad \cdots \cdot [30]$$

d. Nagła zmiana przekroju

Przy przepływie przez nieciągłą zmianę przekroju znane są zwykle A_L i A_R, P_L i Q_L oraz entropia strumienia na wejściu w nieciągłość.

Nie znane są $\bar{a}_L$, $\bar{u}_L$, $\bar{a}_R$, $\bar{u}_R$ i entropia przepływu opuszczającego przekrój.

Definicja zmiennych Riemanna dostarcza dwie zależności, dwie dalsze otrzymuje się z zasady zachowania energii i z równania ciągłości. Dla zwykle spotykanego przepływu poddźwiękowego z obu stron zmiany przekroju $\bar{s}_L = \bar{s}_R$.

Zasadę zachowania energii i równanie ciągłości można napisać w postaci

$$\bar{u}_L^2 + \frac{2}{k-1}\bar{a}_L^2 = \frac{2}{k-1}\bar{a}_L^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M_L^2\right) = \frac{2}{k-1}\bar{a}_R^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M_R^2\right) \quad \cdots\cdots [31]$$

$$\bar{a}_L^{-\frac{2}{k-1}} A_L|\bar{u}_L| = \bar{a}_L^{\frac{k+1}{k-1}} A_L M_L = \bar{a}_R^{\frac{k+1}{k-1}} A_R M_R \quad \cdots [32]$$

w drugim równaniu zawarte jest założenie $\bar{s}_L = \bar{s}_R$

Jeżeli wyeliminować $\bar{a}$ z powyższych równań

$$A_L \frac{M_L}{\left(1 + \frac{k-1}{2}M_L^2\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}} = A_L D_L = A_R D_R \quad \cdots [33]$$

gdzie M oznacza liczbę Macha.

Dla rozwiązania jakiegokolwiek przepływu przez przewężenie niezbędna jest znajomość zależności M_L od M_R lub odwrotnie oparta na równaniu [33] dla danego $\frac{A_L}{A_R}$.

Możliwe jest otrzymanie tej zależności w postaci wykresu, który sporządzamy w następujący sposób.

Wykreśla się krzywą $D = f(M)$. Następnie dla danego M_L odczytuje się D_L i oblicza D_R, by ponownie odczytać M_R z wykresu $D = f(M)$. Wygodnie jest też posiadać w postaci wykresu zależność $\frac{\bar{a}_R}{\bar{a}_L}$, wykreśloną na podstawie równania [31].

Dalszą drogę do uzyskania parametrów przepływu stanowi proces iteracyjny.

Zakłada się $\bar{a}$ (lub $\bar{u}$) dla jednego z przekrojów, ze znanej zmiennej Riemanna, otrzymuje $\bar{u}$ (lub $\bar{a}$) i stąd M. Na podstawie wymienionych uprzednio wykresów odczytuje się M i $\bar{a}$ dla drugiego przekroju. Z M i $\bar{a}$ wyznacza się $\bar{u}$ oraz $\bar{z}$ $\bar{a}$ i $\bar{u}$ zmienną Riemannna dla drugiego przekroju, która powinna równać się znanej.

W przypadku rozbieżności należy powtórzyć obliczenie z poprawionym założeniem.

6. MODEL SPALANIA

Wszystkie zjawiska w silniku pulsacyjnym mogą zostać zinterpretowane matematycznie przy użyciu bardziej lub mniej dokładnego modelu.

Podstawowym elementem obiegu silnika pulsacyjnego jest spalanie. W czasie spalania powstają fale zgęszczeniowe, których odbicia i wzajemna interferencja kształtują pracę silnika. Przyjęcie poprawnego modelu spalania posiada więc zasadnicze znaczenie dla wszelkich obliczeń, tym bardziej, że wszystkie inne procesy w silniku można — bez wielkich niedokładności — traktować jako izentropowe.

Poprawny model spalania powinien uwzględniać:

1) wpływ warunków brzegowych i początkowych na kształtowanie się parametrów przepływu podczas spalania, oraz

2) heterogeniczny charakter spalania w pierwszym rzędzie,

3) kinematyczny przebieg spalania, przemiany własności fizycznych czynnika w czasie spalania oraz straty na promieniowanie i tarcie — w drugim rzędzie.

Dla uzyskania metody obliczeń, pozwalającej na uwzględnienie wszystkich wymienionych warunków, przyjęto następujący model:

Zapłon pojawia się w jednym z końców słupa mieszanki będącej w ruchu określonym przez przebieg procesów w poprzednim obiegu.

Z miejsca zapłonu wychodzi czoło płomienia poruszające się ze stałą prędkością względem gazu, będące początkiem spalania w poszczególnych warstwach mieszanki.

Spalanie elementów mieszanki uwarunkowane jest odparowaniem kropel rozpylonego w powietrzu paliwa i rozciąga się na pewien okres czasu.

Wydzielane przez płonące cząstki ciepło wywołuje wzrost entropii, temperatury i ciśnienia w obszarze spalania.

Wzrost ciśnienia przekazywany jest otoczeniu przez fale zgęszczeniowe wywołujące ruch w całym silniku na zasadach ujętych przez teorię ruchu nie ustalonego płynu ściśliwego w przewodach.

Nieustannie zmieniający się wraz z rozwijaniem się spalania przepływ w silniku kształtuje odpowiednio szybkość bezwzględną frontu płomienia oraz ruch płonących cząstek paliwa, powodując rozrastanie się obszaru spalania i zmianę wszystkich parametrów zgodnie ze wszystkimi warunkami brzegowymi. Spalanie w poszczególnych elementach gazu kończy się po upływie pewnego czasu, określonego na podstawie rozważań teoretycznych lub przyjmowanego dla danego rodzaju silników.

Ważnym zagadnieniem, które należy rozwiązać przy przytoczonej powyżej interpretacji spalania, jest określenie szybkości wydzielania się ciepła w zależności od warunków przepływu. W chwili obecnej, dla tak skomplikowanych warunków jak w silniku pulsacyjnym, określenie tej zależności — nawet w sposób przybliżony — jest niewykonalne.

Trzeba więc założyć przypadek najprostszy analitycznie $\frac{Dq}{Dt} = \text{const}$. Obliczenia silnika pulsacyjnego i sprawdzenie doświadczalne wyników tych obliczeń wykazały, że błędy wprowadzone tym założeniem są nieistotne.

Dla przyjętego modelu spalania, szybkość przyrostu ciśnienia, temperatura i entropia elementów płynu w całym silniku i inne parametry przepływu są ściśle określone warunkami wydzielania ciepła oraz warunkami brzegowymi i początkowymi.

7. OBLICZENIA

Jako ilustracja uprzednich wywodów podane zostaną przykłady metod postępowania przy liczbowym rozwiązywaniu pewnych zagadnień oraz rezultaty obliczeń kontrolnych i pomiarów dla jednego z prostych silników bezzaworowych.

Schemat silnika przedstawia rys. 1. Ze względu na to, że zgięcie silnika stosowane w celu wykorzystania ciągu od gazów wypływających przodem nie wywołuje zmian w wykresie falowym, rozpatrywać można silnik wyprostowany.

Część stożkowa na wyjściu z komory spalania dla prostoty może być zastąpiona nieciągłością przekroju.

a. Obszar spalania

Do obliczeń pierwszego obiegu, z których otrzymać należy jedynie poprawne założenia do dokładnego przeliczenia silnika, przyjąć można na przykład następujące wartości liczbowe:

wartość opałowa paliwa $H = 10\,000$ [kcal/kG]
sprawność spalania $\eta_c = 0{,}9$
współczynnik nadmiaru powietrza $a = 1{,}25$
współczynnik resztek spalin $\beta = 0{,}3$
początkowa prędkość dźwięku $a_o = 340$ [m/sek]
wykładnik adiabaty dla powietrza i gazów spalinowych $k = 1{,}4$
prędkość czoła płomienia $v_f = 50$ [m/sek]

Wzorując się na podobnych współczesnych silnikach można założyć także dwa najbardziej istotne parametry, czas spalania w warstwie mieszanki $t_c = 5$ m/sek oraz objętość zajmowaną przez mieszankę wynoszącą $\sim 20\%$ objętości komory spalania. Niektóre z założeń można realizować dokładnie na przykład a doprowadzeniem paliwa, niektóre częściowo jak t_c przez odpowiedni układ wtryskowy, inne ulegają weryfikacji po obliczeniach pierwszego obiegu jak na przykład t_c, który należy przyjąć jako równy 0,25 okresu trwania całego obiegu, czy ilość zassanej mieszanki. Z tych względów nie trzeba obawiać się pewnej dowolności założeń w tym stadium obliczeń.

Przyjmuje się poza tym, że mieszanka przed zapłonem posiada temperaturę otoczenia i wraz z całym gazem w silniku znajduje się w spoczynku.

Wartość opałowa mieszanki wynosi:

$$q = \frac{H \cdot \eta_c}{(1 + al_o)(1 + \beta)} = \frac{10\,000 \cdot 0{,}9}{(1 + 1{,}25 \cdot 15)(1 + 0{,}3)} = 350 \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kG}}\right]$$

przy założeniu stałej szybkości wydzielania się ciepła

$$\frac{dq}{dt} = \frac{q}{t_c}$$

i stąd

$$\frac{D\bar{s}}{D\tau} = \frac{1}{\bar{a}^2} \frac{gIL_o}{a_o^3} \frac{q}{t_c} = \frac{K}{\bar{a}^2} =$$

$$= \frac{9{,}81 \cdot 427 \cdot 3{,}4 \cdot 350}{340^3 \cdot 0{,}5 \cdot \bar{a}^2} = \frac{25{,}4}{\bar{a}^2};$$

Konstrukcja wykresu falowego opiera się na następujących zależnościach:

$$\Delta\bar{s} = \frac{K}{\bar{a}^2}\,\Delta\tau$$

$$\Delta + P = (k - 1)\,K\,\frac{\Delta + \tau}{\bar{a}} + \bar{a}\,\Delta + \bar{s}$$

$$\Delta - Q = (k - 1)\,K\,\frac{\Delta - \tau}{\bar{a}} + \bar{a}\,\Delta - \bar{s}$$

Od wybranego punktu zapłonu na końcu słupa mieszanki wykreśla się drogę frontu płomienia (rys. 5).

Front płomienia odgranicza obszar o entropii $\bar{s} = 0$ od obszaru przyrostu entropii. W pewnej odległości od punktu początkowego, której wielkość zależna jest od wymaganej dokładności wykreśla się pierwszą falę P. Przechodzi ona przez obszar spalania, w którym następuje przyrost P i dociera do powierzchni nieciągłości entropii, to znaczy powierzchni między gazami spalinowymi a świeżą mieszanką w punkcie 3.

$$\bar{s}_3 = \bar{s}_1 + \Delta\bar{s} = {}_1\bar{s} + \frac{K}{\bar{a}^2_{1,3}}\,\Delta\tau$$

$$P_2 = P_2 + \Delta + P = P_2 + (k - 1)\,K\,\frac{\Delta + \tau}{\bar{a}_{2,3}} + a_{2,3}\,\Delta + \bar{s}$$

stosując do obliczenia pierwszego przybliżenia $\bar{a}_{1,3} = \bar{a}_{2,3} = 1{,}1$ uzyskuje się

$$\bar{s}_3 = 0 + \frac{25{,}4}{1{,}1^2} \cdot 0{,}04 = 0{,}84$$

$$P_3 = 5 + 0{,}4 \cdot 25{,}4\,\frac{0{,}005}{1{,}1} + 1{,}1 \cdot 0{,}84 = 5 + 0{,}046 + 0{,}924 = 5{,}97$$

$$\text{gdyż } P_2 = \frac{2}{k - 1}\,\bar{a}_2 = 5 \text{ dla } a_2 = 1.$$

Parametrów przepływu w punkcie 3 nie określi się jednak dopóty, dopóki nie znana jest wartość zmiennej Riemanna Q_R dla gazów spalinowych.

Dla uzyskania Q_R niezbędna jest znajomość entropii gazów spalinowych.

Ponieważ gazy spalinowe z poprzedniego obiegu powinny posiadać taką samą entropię jak spalona mieszanka, gdyż rozprężanie po zakończeniu spalania jest izentropowe, poziom entropii ustalić można w sposób przybliżony zakładając przybliżoną wartość ciśnienia pod koniec spalania ze wzorów

$$\bar{s}_R = \frac{K}{\bar{a}^2_{śr}}\,\tau_c \qquad [34]$$

gdzie

$$\bar{a}^2_{śr} = \frac{1}{3}\left(\bar{a}_1^2 + \bar{a}_1\,\bar{a}_2 + \bar{a}_2^2\right) \qquad [35]$$

oraz

$$\frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{2k}} e^{\frac{k-1}{2}\bar{s}_R}$$

Indeks 2 oznacza stan po zakończeniu spalania.

Zastosować należy następujący proces iteracyjny: dla wybranego $\bar{a}_1$ i $\frac{p_2}{p_1}$ przy kolejno zakładanych $\bar{s}_R$ oblicza się $\bar{a}_2$, następnie — po obliczeniu $\bar{a}_{śr}$ wg wzoru [35] — określa się $\bar{s}_R$ ze wzoru [34]. Obliczenie to należy powtarzać aż do uzyskania tych samych wartości $\bar{s}_R$ założonej i obliczonej. W rozpatrywanym przypadku otrzymuje się przy $\bar{a}_1 = 1$ i $\frac{p_2}{p_1} = 1{,}6$ $\bar{s}_R = 4{,}1$ stąd po rozprężeniu gazu $\bar{a}_R = e^{\frac{k-1}{2}\bar{s}_R} = 2{,}27$ i dla $\bar{u} = 0$ $Q_R = 11{,}35$.

Z tak otrzymanym pierwszym przybliżeniem $\bar{s}_R$ i Q_R należy przeprowadzić konstrukcję wykresu falowego dla obszaru spalania uzyskując pod koniec spalania wartość $\bar{s}_R$ nieco inną (w rozpatrzonym przypadku otrzymano $\bar{s}'_R = 4{,}295$), którą można użyć do następnego dokładnego obliczenia. Nie trzeba więc obawiać się, że założona wartość ciśnienia pod koniec spalania zaważy na obliczeniach. Mając $P_{L3} = 5{,}97$, $Q_{R3} = 11{,}35$, $\bar{s}_R - \bar{s}_L = 3{,}26$ obliczyć można według wzorów [29], [30].

$$\bar{a}_L = \frac{5{,}27 + 11{,}35}{\frac{2}{k - 1}\left[1 + e^{\frac{k-1}{2}3{,}26}\right]} = 1{,}183$$

$$\bar{a}_R = \frac{5{,}27 + 11{,}35}{\frac{2}{k - 1}\left[1 + e^{-\frac{k+1}{2}3{,}26}\right]} = 2{,}281$$

i stąd parametry z obu stron nieciągłości w punkcie 3 są następujące: $P_{L3} = 5{,}97$, $Q_{L3} = 5{,}86$, $\bar{a}_{L3} = 1{,}183$, $\bar{u}_{L3} = 0{,}055$; $Q_{R3} = 11{,}35$, $P_{R3} = 11{,}46$, $\bar{a}_{R3} = 2{,}281$, $\bar{u}_{R3} = 0{,}055$. Mając $\bar{a}_{L3}$, można obecnie dokładniej obliczyć $\bar{s}_{L3}$ i P_{L3}, stosując na miejsce przyjętej przybliżonej wartości średniej $\bar{a}_{1,3} = \bar{a}_{2,3} = 1{,}1$ dokładniejszą 1,0915, co jest jednak nie uzasadnione dokładnością metody. Przy technicznych obliczeniach dopuszczalna jest odchyłka w przyjętej wartości $\bar{a}$ równa $\pm$ 0,02.

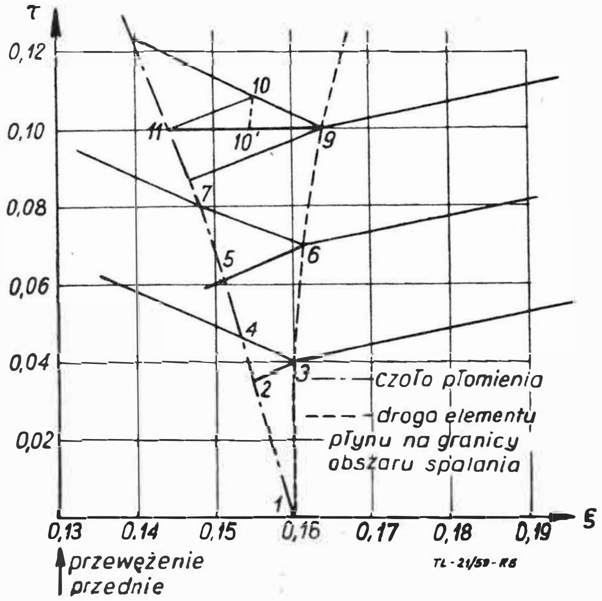
Tak więc fala P_{L2} po dojściu do punktu 3 na granicy odbija się częściowo od powierzchni nieciągłości w postaci Q_{L3} i przechodzi przez nią jako P_{R3} wywołując prędkość $\bar{u}_3$. Wprowadzając coraz nowe fale z gęstością uzależnioną od wymaganej dokładności obliczeń uzyskuje się pełne rozwiązanie przepływu. Wyniki obliczeń dla kilku innych

Tabela 1

Zjawiska falowe w obszarze spalania

Pkt	P	Q	$\bar a$	$\bar u$	$\bar u+\bar a$	$\bar u-\bar a$	$\bar s$	τ	$\Delta+P$: $\bar a_{śr}$	$\Delta+P$: $\bar a_{śr}\Delta+\bar s$	$\Delta+P$: $\frac{(k-1)K\Delta+\tau}{\bar a_{śr}}$	$\Delta+P$: $\Delta+P$	$\Delta-Q$: $\bar a_{śr}$	$\Delta-Q$: $\bar a_{śr}\Delta-\bar s$	$\Delta-Q$: $\frac{(k-1)K\Delta-\tau}{\bar a_{śr}}$	$\Delta-Q$: $\Delta-Q$	$\Delta\bar s$: $\vec{a}^{\,2}_{śr}$	$\Delta\bar s$: $\Delta\bar s$	Nieciągłość: P_R	Nieciągłość: $\bar a_R$
1	5	5	1	0	1	−1	0	0											11,35	2,27
3	5,97	5,86	1,183	0,055	1,238	−1,128	0,84	0,04	1,1	0,924	0,046	0,97					1,21	0,84	11,46	2,281
4	5,00	5,01	1,001	−0,005	0,996	−1,006	0	0,047					1,09	−0,915	0,065	−0,85				
6	6,63	6,47	1,31	0,08	1,39	−1,23	1,335	0,07	1,16	1,55	0,079	1,63					1,54	0,495	11,51	2,286
7	5,00	5,05	1,005	−0,025	0,98	−1,03	0	0,08					1,13	−1,51	0,09	−1,42				
9	7,223	7,00	1,422	0,111	1,533	−1,311	1,75	0,1	1,22	2,14	0,083	2,223					1,84	0,414	11,573	2,292
10	6,229	6,15	1,238	0,04	1,278	−1,198	1,05	0,108	1,1	1,155	0,074	1,229	1,30	−0,91	0,062	−0,848	1,40	0,145		
10	6,193	6,066	1,226	0,063	1,289	−1,163	1,00	0,108	1,12	1,12	0,073	1,193	1,33	−0,995	0,061	−0,934	1,46	0,139		

punktów przedstawia tabela 1. Z chwilą, gdy odległość między punktami staje się zbyt duża należy obliczać przepływ także w miejscach pośrednich, jak na przykład w punkcie 10 na rys. 5.



Rys. 5. Wykres falowy dla początku spalania w silniku

Na podstawie spodziewanych wartości średnich $(\bar u-\bar a)_{9,10} = -1,25$ i $(\bar a+\bar u)_{11,10} = 1,13$ określa się przybliżone położenie punktu 10. Z interpolacji między $\bar u_{11}=\bar u_7$ i $\bar u_9$ uzyskuje się $\bar u_{10}=0,05$ i stąd położenie punktu 10, z ponownej interpolacji wyznacza się $\bar s_{10}'=0,86$ i oblicza

$$\bar s_{10} = \bar s_{10'} + \frac{K}{\bar a^2_{10,10'}}\Delta\tau = 0,86 + \frac{25,4\cdot 0,008}{1,40} = 1,05$$ gdyż przyjęto

$\bar a_{10,10'} = 1,185$ oraz $P_{10} = P_{11} + (k-1)\frac{K}{\bar a_{11,10}}\Delta + \tau + \bar a_{11,10}\Delta + \bar s$

$$= 5,00 + \frac{(k-1)\,25,4\cdot 0,008}{1,1} + 1,1\cdot 1,05 = 6,229$$

$$Q_{10} = Q_9 + (k-1)\frac{K}{\bar a_{9,10}}\Delta - \tau + \bar a_{9,10}\Delta - \bar s =$$

$$= 7,00 + \frac{(k-1)\,25,4\cdot 0,008}{1,3} - 1,3\cdot 0,7 = 6,15$$

i stąd pozostałe parametry przepływu w punkcie 10 : $\bar u_{10} = 0,04$, $\bar a_{10} = 1,238$. Ze względu na to, że w pierwszym przybliżeniu przyjęto niedokładne wartości średnie powtórzono obliczenia z nowymi wartościami, otrzymując:

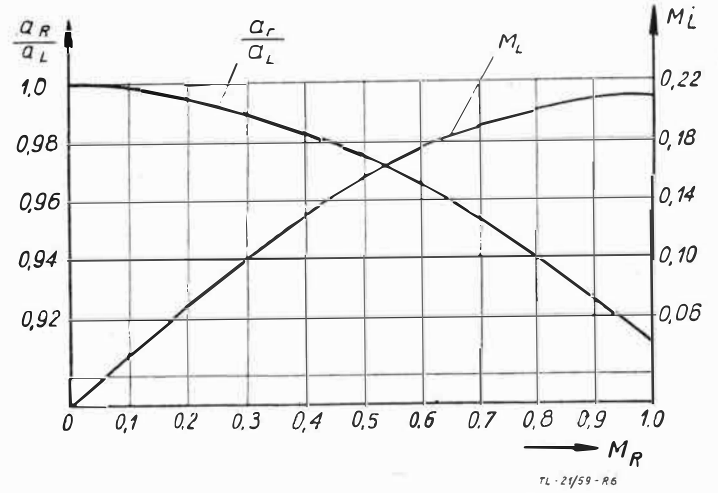
$P_{10}'' = 6,193$, $Q_{10}'' = 6,066$, $\bar s_{10}'' = 1,00$, $\bar a_{10}'' = 1,226$, $\bar u_{10}'' = 0,063$;

Fale wychodzące z obszaru spalania kształtują odpowiednio cały przepływ w silniku; analizując ich przebieg obliczyć można cały cykl pracy silnika.

b. Nieciągłość przekroju

W obszarach znacznych zmian przekroju na krótkim odcinku, gdzie przepływ nie może być traktowany jako jednowymiarowy, nie można stosować uprzednio wyprowadzonych wzorów inaczej, jak wprowadzając nieciągłość w przepływie.

W rozpatrywanym silniku obydwa przewężenia na wyjściu z komory spalania zastąpiono nagłym skokiem przekroju.



Rys. 6. Zmiana przekroju poprzecznego (przepływ izentropowy) $\frac{A_R}{A_L} = 0,36$; $k = 1,4$

Pierwszym krokiem przy obliczaniu przejścia przez nieciągłość jest otrzymanie dla danego stosunku powierzchni $\frac{A_R}{A_L}$ wykresów $M_L = f(M_R)$ oraz $\frac{\bar a_R}{\bar a_L} = f(M_R)$ jak na rys. 6 przy $\frac{A_R}{A_L} = 0,36$ dla przewężenia tylnego rozpatrywanego silnika. Jako przykład obliczone zostanie przejście przez przewężenie tylne fali $P_L = 11,80$ gdy $Q_R = 11,35$.

Tabela 2

Przejście fal przez przewężenie tylne $\frac{AL}{AR} = 0,36$ proces iteracyjny

pkt.	P_L	Założenie $\bar a_L$	$\bar u_L$	M_L	M_R	$\frac{\bar aR}{\bar aL}$	$\bar aR$	$\bar uR$	Sprawdzenie: Q oblicz	Sprawdzenie: Q_R
1,2	11,80	2,34	0,100	0,043	0,125	0,998	2,338	0,292	11,398	11,35
		2,33	0,150	0,0645	0,205	0,995	2,320	0,475	11,125	
		2,338	0,110	0,047	0,135	0,997	2,335	0,315	11,350	
				przyjmujemy			2,334	0,320	11,350	

Proces iteracyjny przedstawiony jest w tabeli 2. Z założonej wartości $\bar a_L$ i znanej P_L można obliczyć $\bar u_L$ i stąd $M_L = \frac{\bar u_L}{\bar a_L}$. Za pomocą wykresów otrzymuje się M_R i $\frac{\bar a_R}{\bar a_L}$, co pozwala na obliczenie parametrów przepływu na prawo od przewężenia przy czym otrzymana wartość Q musi być równa znanej $Q_R = 11,35$.

W zasadzie zakładać można wartość z dowolnej strony nieciągłości, ponieważ jednak zmiany parametrów przepływu po stronie o mniejszej średnicy są większe, błędy wyboru są widoczniejsze, jeżeli zakłada się parametry po stronie o większej średnicy. Mając $\bar{a}_L$, $\bar{u}_L$ oraz $\bar{a}_R$ i $\bar{u}_R$ można obliczyć falę odbitą $Q_L = 11{,}58$ oraz przechodzącą przez przewężenie $P_R = 11{,}99$.

c. Przejście do obliczeń następnego obiegu

Ze względu na przyjęcie w pierwszym obiegu szeregu dowolnych założeń oraz stanu spoczynku czynnika w silniku, czyli pominięcie wpływów poprzednich obiegów na obliczany, wyniki obliczeń wstępnych mogą stanowić jedynie podstawę do wyboru właściwych założeń i stanu przepływu w silniku przed rozpoczęciem obliczeń nowego obiegu.

Z reguły ulegają korekcji trzy istotne elementy założeń wstępnych: ilość zassanej mieszanki, czas spalania w warstwie mieszanki oraz współczynnik resztek spalin, ulegają więc zmianie także wartości q, $\frac{D\bar{s}}{D\tau}$ oraz $\bar{s}_R$.

Wartości zmiennych Riemanna należy przekształcić w ten sposób, by przy przejściu z obiegu do obiegu nie uległy zmianie reprezentowane przez nie ciśnienia i prędkości, stąd $P - Q = 2 \cdot \bar{u} = \text{const}$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_1}\right)^{\frac{2k}{k-1}} e^{-\bar{k}(\bar{s}_2-\bar{s}_1)} = 1$$

gdzie indeksy 1 i 2 oznaczają odpowiednio wartości obiegu pierwszego i drugiego.

Z powyższego $\bar{a}_2 = e^{\frac{k-1}{2}(\bar{s}_2-\bar{s}_1)}\,\bar{a}_1$

$$\bar{a}_2 = B\,\bar{a}_1$$

B jest stałe dla danego przejścia.

$\bar{a}_2$ i $\bar{u}_2 = \bar{u}_1$ stają się podstawą do obliczenia fal Q_2 określających wpływ pierwszego obiegu na drugi.

WYNIKI OBLICZEŃ

Według przedstawionych metod przeprowadzono obliczenia dwóch obiegów silnika jak na rys. 1.

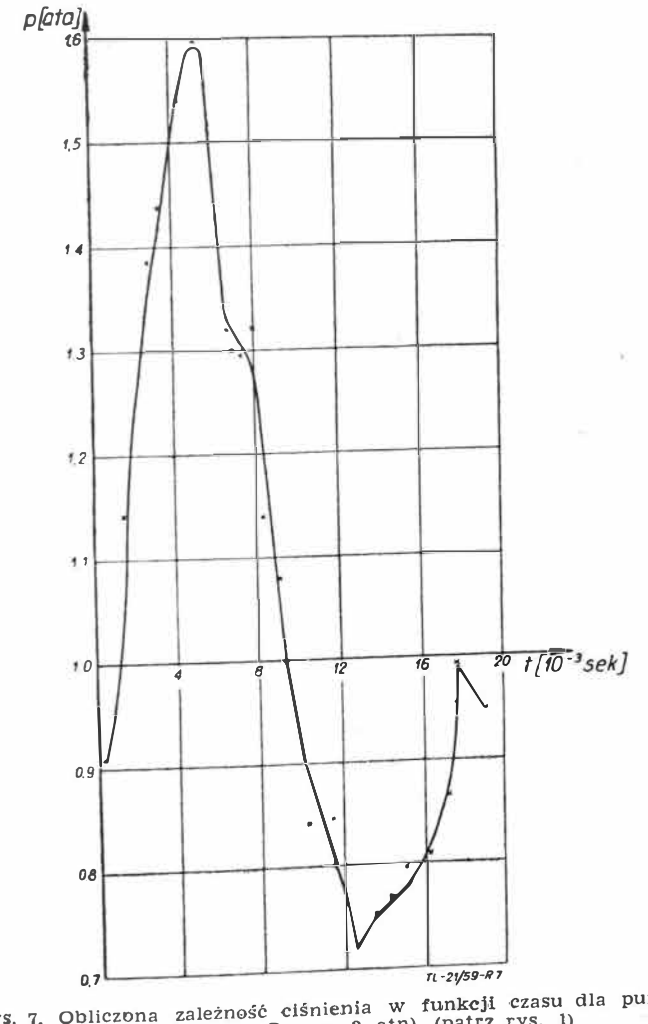
Określano dla każdego obiegu parametry przepływu w około 80 punktach obszaru spalania i 500 innych punktach i obszarach przepływu.

Najostrzejszym kryterium poprawności obliczeń jest zmienność ciśnienia w funkcji czasu w poszczególnych przekrojach silnika. Porównując wykresy ciśnień otrzymane doświadczalnie (rys. 10) z wykresami obliczeniowymi dla drugiego obiegu (rys. 7, 8 i 9) można stwierdzić dużą zgodność kształtów obu wykresów we wszystkich sprawdzanych punktach z wyjątkiem kształtu krzywej podciśnienia w punkcie 8, co wynika z trudności dokładnego uwzględnienia wpływów obiegu pierwszego na drugi.

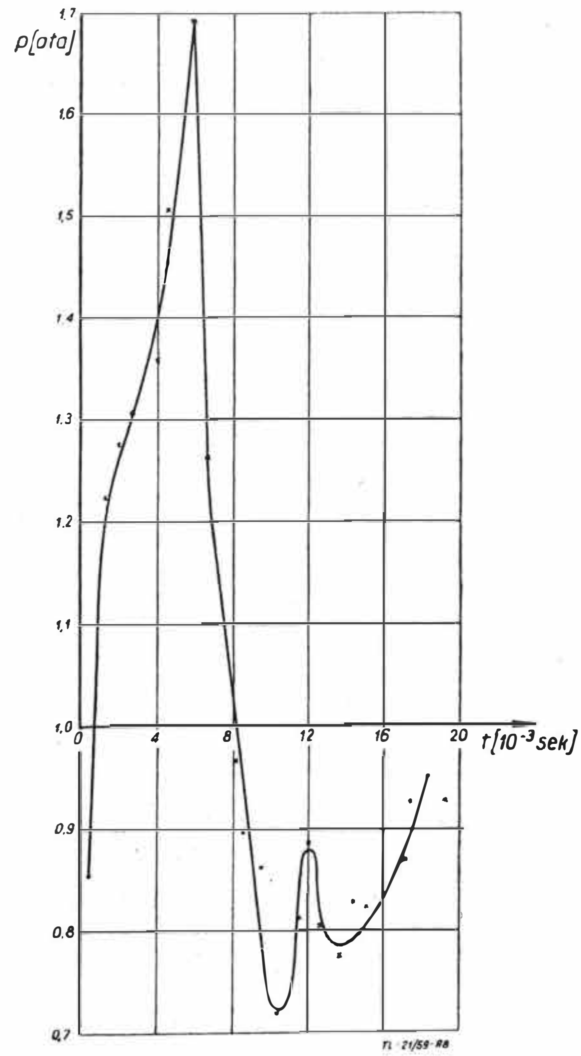
Całkowita, teoretyczna amplituda ciśnienia w komorze spalania 0,85 ata (bez ostro zakończonego wierzchołka przy podciśnieniu) jest nieco wyższa od pomierzonej 0,782 ata (rys. 3 P_{pal} 2 atn). Teoretyczny stosunek nadciśnienia do podciśnienia wynosi $\sim 2{,}4$ i różni się znacznie od pomierzonego 1,9. Za poprawny uznać należy raczej stosunek teoretyczny ze względu na duże trudności w oznaczeniu punktu zerowego w czasie pomiarów i wynikające stąd błędy.

Mimo nie uwzględnienia strat przepływu niespodziewanie uzyskano z obliczeń nieco niższy ciąg od pomierzonego odpowiednio 6,96 i 7,25 kG.

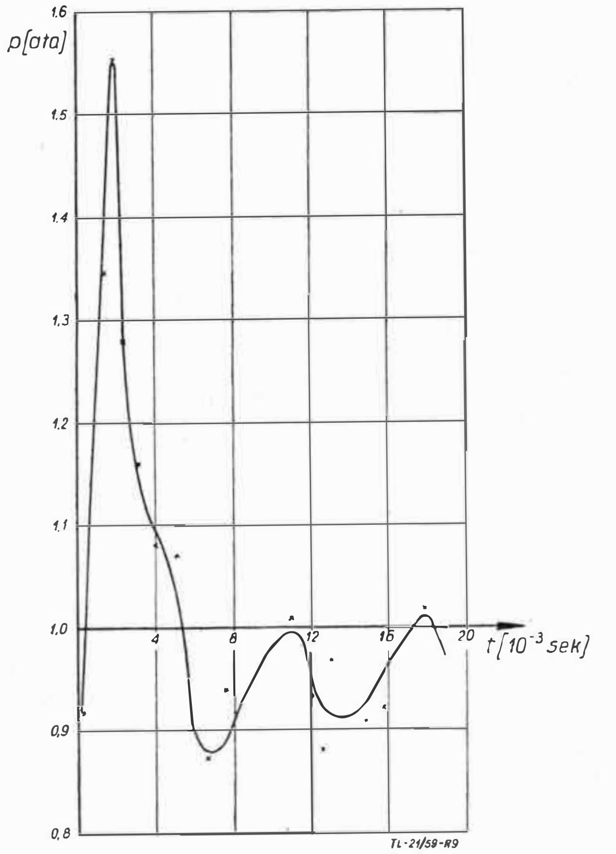
Wynika to stąd, że ilość zassanego od tyłu powietrza po pierwszym obiegu $\xi = 0{,}04$ jest znacznie niższa od zassanej pod koniec drugiego $\xi = 0{,}12$. Jednostkowe zużycie paliwa wynosi $C_e = 3{,}1 \dfrac{\text{kG}}{\text{kG ciągu } h}$, jest więc znacznie wyższe od zużycia silników z elementem wylotowym



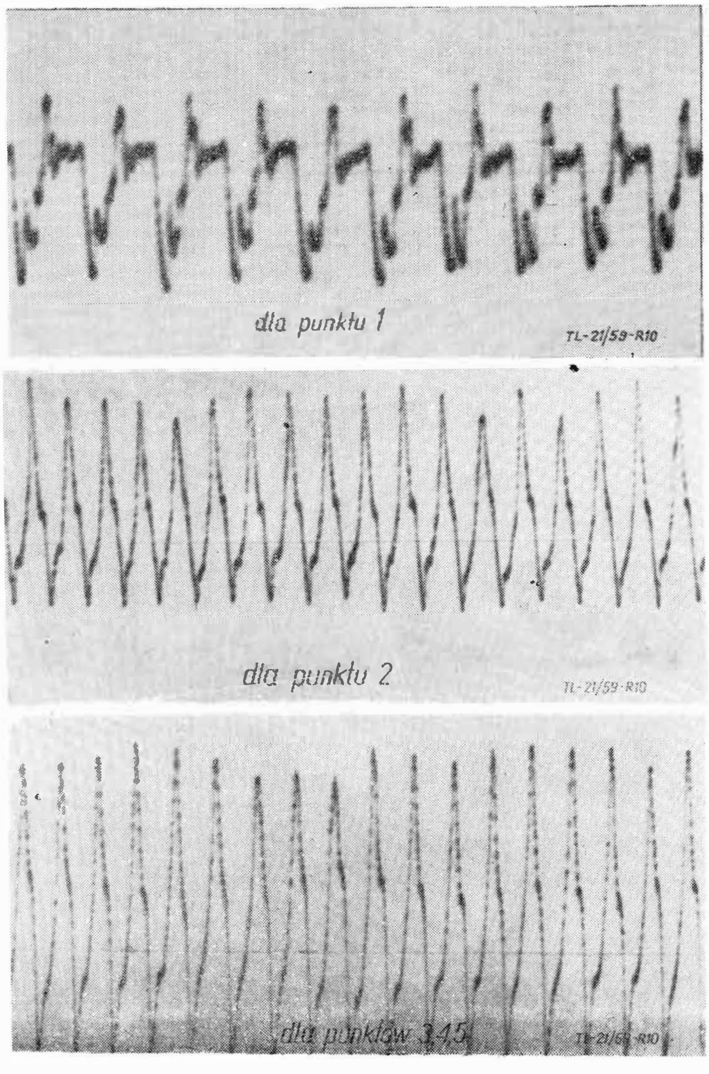
Rys. 7. Obliczona zależność ciśnienia w funkcji czasu dla punktu pomiarowego 6 (P_{pal} = 2 atn) (patrz rys. 1)

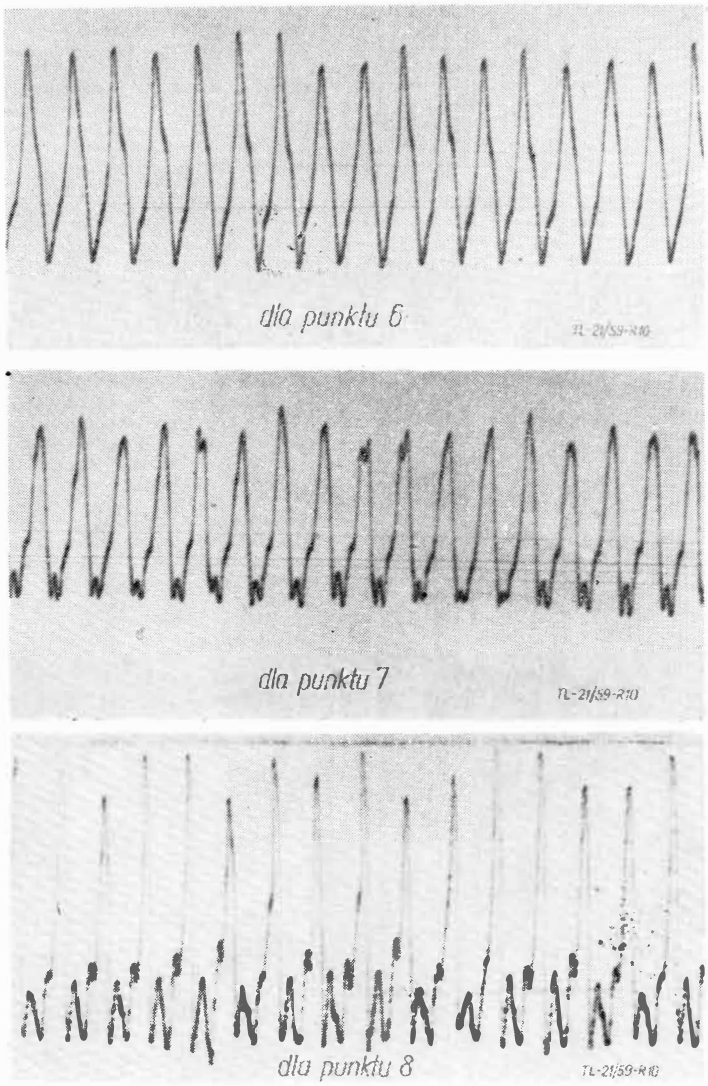


Rys. 8. Obliczona zależność ciśnienia w funkcji czasu dla punktu pomiarowego 7 (P_{pal} = 2 atn) (patrz rys. 1)

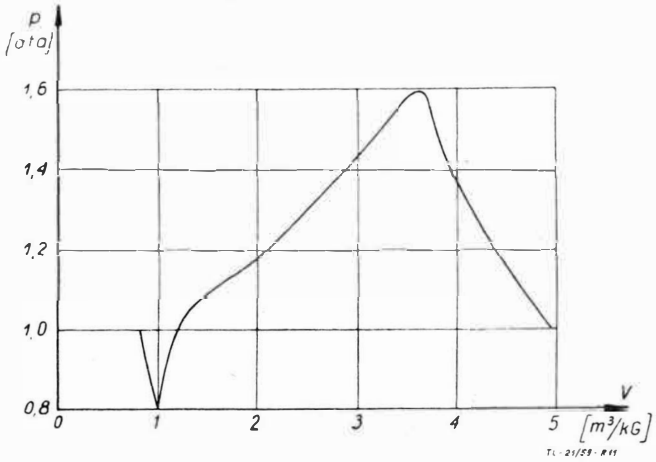


Rys. 9. Obliczona zależność ciśnienia w funkcji czasu dla punktu pomiarowego 8 (P_{pal} = 2 atn) (patrz rys. 1)





Rys. 10. Pomierzone zależności ciśnienia w funkcji czasu (P_{pal}= 2 atn) dla różnych punktów pomiarowych na rys. 1



Rys. 11. Obieg silnika

$L = 10312 \frac{\text{kGm}}{\text{kG}}$ $q = 350 \frac{\text{kcal}}{\text{kG}}$ $\eta = \frac{L}{I_q} = 0{,}069$

w kształcie dyfuzora $C_e = 1{,}8 \frac{\text{kG}}{\text{kG ciągu } h}$, oczywiście ze względu na niższe ciągi statyczne silników z elementem wylotowym o stałej średnicy. Obieg silnika przedstawia rys. 11. Otrzymana sprawność obiegu 6,9% stanowi przeciętną wartość dla tego typu silników.

Ze względu na to, że nie stwierdzono rozbieżności wielkości mierzonych i teoretycznych, przekraczających 7%, przyjąć można, że dokładność metody mieści się w tych granicach.

LITERATURA

1. Bertin I. — Quelques propriétés de la combustion pulsatoire: Le pulsoreacteur, action des carburants dopés. Selected Combustion Problems. Advisory Group for Aeronautical Research North Atlantic Treaty Organisation, 1954
2. Bertin I. — Le Foll I. Das Pulso-Düsentriebwerk SNE-CMA „Escopette", Interavia nr 6, 1953
3. Busemann A. — Bericht über den Paul Schmidt'schen Strahlrohr — Antrieb. Zentralle für wissenschaftliches Berichtwesen über Luftfahrtforschung, Forchungsbericht FB 530
4. Dino Dini — Aplicatione della teoria della corrente unidimensionale allo studio del motto non stazionario del fluido in pulsogetti ruotanti L'Aerotecnica, Giugno, 1957
5. Poggi L. — Contributto allo studio della pulsoreazione. Parte I e II L'Aerotecnica, volume XXIX, nr 5 i 6
6. Rościszewski J. — Aerodynamika stosowana. Wyd. MON, 1957
7. Rudinger G. — Wave Diagrams for Nonsteady Flow in Ducts, D. Van Nostrand Company, Toronto-New York-London, 1955
8. Schmidt Paul — Die Entwicklung der Zündung periodisch arbeitender Strahlgeräte, Zeitschrift V. D. I. Bd. 52, nr 16
9. Schultz-Grunow — Gasdynamic Investigation of the Pulsjet Tube, NACA TM 1131, Parts I and II, February, 1947
10. Staab F. — Über Strahltriebwerke auf der Grundlage des Schmidtrohres, Zeitschrift für Flugwissenschaften, nr 2, 1954
11. Staab F. — Vorgänge in Pulsierenden Strahl-triebwerken, Zeitschrift für Flugwissenschaften, nr 3, 1957
12. Sir G. I. Taylor — The Instability of Liquid Surfaces when Accelerated in a Direction Perpendicular to their Planes, Part I Proc. Roy. Soc., London A 201, 192, 1950 and D. I. Lewis, same title, Part II A 202, 81, 1950
13. Wójcicki St. — Możliwości rozwojowe silników pulsacyjnych, Technika Lotnicza, rok VIII (1953), zeszyt 6
14. Sauer R. — Ecdulements des fluides compressibles, Paris et Liege, 1951

Mgr inż. *ANDRZEJ KOWALEWICZ*
Instytut Lotnictwa

Analogia hydrauliczna przepływu gazu ściśliwego

W artykule podano podstawy analogii między jedno- i dwuwymiarowymi przepływami gazu ściśliwego, a przepływami „płytkiej wody". Przeprowadzono analizę stosowalności analogii do celów eksperymentalnych, przy badaniu przepływów izentropowych, z falami uderzeniowymi i przepływów ze spalaniem.

GŁÓWNE OZNACZENIA:

u, v, w — składowe wektora prędkości $\vec{V}$ w kierunku osi współrzędnych $x, y, z.$

t — czas

$p, \varrho\ T$ — parametry stanu

$v = \dfrac{1}{\varrho}$ — objętość właściwa

$k = \dfrac{C_p}{C_v}$ — wykładnik izentropy

V — moduł wektora prędkości

$Fr = \dfrac{V}{\sqrt{g\,Z}}$ — liczba Macha

$M = \dfrac{V}{\sqrt{k\,p\,v}}$ — liczba Mach'a

$m = q = V \cdot \varrho$ — wydatek masowy

1. WSTĘP

Istnieje pewna analogia między dwu- i jednowymiarowym przepływem płytkiej warstwy cieczy nielepkiej (za taką można przyjąć wodę) oraz gazu ściśliwego. Podstawy analogii hydraulicznej w zakresie przepływów izentropowych pierwszy podał Riabouchinsky, precyzując prawa analogii oraz opisując urządzenie do jej zastosowania przy badaniu przepływu przez dyszę Lavala. W dalszym ciągu analogia zastosowana została do eksperymentalnego badania opływów aerodynamicznych profili w przepływie dwuwymiarowym i przepływów z falami uderzeniowymi [1, 4, 8] oraz w ostatnich latach do jednowymiarowych przepływów ze spalaniem detonacyjnym [5, 6, 7]. Podstawy analogii przepływu ze spalaniem podał Oppenheim. Analogia ta może znaleźć zastosowanie do badania przepływu przez silnik pulsacyjny, lub strumieniowy o spalaniu detonacyjnym.

Stosowanie analogii do celów eksperymentalnych jest bardzo zachęcające z uwagi na prostotę i taniość stoiska badawczego — kanału wodnego, przyrządów pomiarowych i samych pomiarów, w porównaniu do tychże w przypadku badania przepływów gazu. Poprawność wyników uzyskanych drogą analogii stwierdzono w badaniach przeprowadzonych w wielu ośrodkach naukowych, m. in. w N. A. C. A. W pewnych jednak przypadkach analogia nie posiada charakteru ogólnego z uwagi na odmienne własności fizyczne cieczy i gazu, np. dla przepływów z silnymi falami uderzeniowymi. W tym przypadku analogia ogranicza się do wizualnego porównywania przepływów.

Celem artykułu jest podanie podstaw analogii hydraulicznej, przypadków przepływów, dla których analogia ta zachodzi, jaki jest jej charakter oraz wynikająca stąd jej przydatność do eksperymentalnego badania przepływów.

2. ANALOGIA HYDRAULICZNA PRZEPŁYWÓW GAZU BEZ REAKCJI CHEMICZNEJ

2. 1. Analogia równań różniczkowych rządzących przepływem „płytkiej wody" i przepływem gazu ściśliwego.

Poniżej wyprowadzone zostaną równania różniczkowe rządzące ruchem „płytkiej wody". Pod tym określeniem rozumiana jest warstwa cieczy nielepkiej (wody) o głębokości małej w porównaniu z długością fal grawitacyjnych na jej swobodnej powierzchni.

Niech układ współrzędnych prostokątnych x, y, z będzie usytuowany tak względem swobodnej powierzchni wody, że pł. (x, y) jest równoległa do niej oraz $z = 0$ na dnie i $z = Z$ (x, y, t) na powierzchni warstwy cieczy. Składowe prędkości w kierunkach osi współrzędnych x, y, z oznaczono: u, v, w, przy czym są one funkcjami x, y, z, t.

Dla przepływu cieczy w polu grawitacyjnym (wektor przyśpieszenia ziemskiego równoległy do osi z), przy pominięciu lepkości napisać można równanie ciągłości

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \cdots\cdots [1]$$

i równanie ruchu Eulera

$$\varrho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}; \quad \varrho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial y}; \quad \varrho \frac{dw}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} - g \cdot \varrho \quad \cdots\cdots [2]$$

gdzie p jest nadciśnieniem w stosunku do ciśnienia atmosferycznego, tak że $p = 0$ na powierzchni, tj. $z = Z$.

Warunek brzegowy na prędkość wyrażony jest przez $w = 0$ na dnie, t.j. $z = 0$

oraz $w = \dfrac{\partial Z}{\partial t} + u\dfrac{\partial Z}{\partial x} + v\dfrac{\partial Z}{\partial y}$ na powierzchni swobodnej $z = Z$.

Funkcje u, v, w są ciągłe w przedziale $(0, Z)$, zatem równanie ciągłości [1] można całkować w tym przedziale

$$w \Big|_{z=0}^{z=Z} + \int_0^Z \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_0^Z \frac{\partial v}{\partial y} dz = 0$$

Po uwzględnieniu warunków brzegowych na prędkość równanie powyższe może być napisane w postaci:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \left(\frac{\partial Z}{\partial x} u + \int_0^Z u dz\right) + \left(\frac{\partial Z}{\partial y} v + \int_0^Z v dz\right) = 0$$

i z uwagi na to, że funkcja półcałkowa jest funkcją górnej granicy całki t.j. $Z(x, y, t)$ otrzymuje się:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\int_0^Z u dz\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\int_0^Z v dz\right) = 0 \quad \cdots [3]$$

W celu dalszego przekształcania równań ruchu i ciągłości do postaci analogicznej jak dla przepływu gazu ściśliwego i nielepkiego przyjęto upraszczające założenie, że przyśpieszenie pionowe cząsteczek cieczy $\frac{dw}{\partial t}$ równa się zeru. Założenie to uzasadnione jest faktem, że istotnie pionowe przyśpieszenia są małe w stosunku do przyśpieszeń poziomych $\frac{du}{dt}$ i $\frac{dv}{dt}$ z uwagi na ograniczenie się do przepływu jedynie płytkiej warstwy cieczy.

Po uwzględnieniu równania ruchu [2] względem osi z i warunku $p = 0$ dla $z = Z$ założenie powyższe sprowadza się do postaci:

$$p = g \cdot \varrho \cdot (Z - z) \quad \cdots\cdots [4]$$

która wyraża, że wartość zmiany ciśnienia w dowolnym punkcie pod powierzchnią cieczy w stosunku do ciśnienia panującego na jej swobodnej powierzchni równoważna jest ciśnieniu hydrostatycznemu. Stąd wynika wniosek, że gradient ciśnienia grad p nie zależy od współrzędnej z, podobnie jak pozostałe składowe przyśpieszenia $\frac{du}{dt}$, $\frac{dv}{dt}$, $\frac{dw}{dt}$ (co wynika z równań ruchu [2]). Dalszym wnioskiem jest niezależność składowych prędkości od współrzędnej z, u i v są odtąd funkcjami x, y, t, bowiem pionowe kolumny cieczy posiadają stałą prędkość w danej chwili.

Równanie [3] można zatem napisać w postaci:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uZ) + \frac{\partial}{\partial y}(vZ) = 0 \quad \cdots\cdots [5]$$

Po uwzględnieniu równania [4] i rozpisaniu pochodnych otrzymuje się równania ruchu w postaci:

$$\varrho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -g \cdot \varrho \cdot \frac{\partial Z}{\partial x} \quad \cdots [6]$$

$$\varrho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -g \cdot \varrho \cdot \frac{\partial Z}{\partial y}$$

Następnie wprowadzono nowe zmienne

$$\bar{p} = \int_0^Z p\,dz = \frac{1}{2} g \cdot \varrho \cdot Z^2$$

$$\cdots\cdots [7]$$

$$\bar{\varrho} = \varrho \int_0^Z dz = \varrho Z$$

które po podstawieniu do równań ciągłości [5] i ruchu [6] przekształcają te równania do postaci analogicznej, jak dla gazu

$$\frac{\partial \bar{\varrho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\varrho} u) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\varrho} v) = 0 \quad \cdots\cdots [8]$$

$$\bar{\varrho}\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$$

$$\bar{\varrho}\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \quad \cdots [9]$$

Zależność między „ciśnieniem" i „gęstością" wynikająca z równań [7]:

$$\frac{\bar{p}}{\bar{\varrho}^2} = \frac{1}{2}\frac{g}{\varrho} = \text{const.} \quad \cdots\cdots [10]$$

jest analogiczna jak dla gazu politropowego, o wykładniku politropy $k = 2$.

2. 2. Prędkość rozprzestrzeniania się fal grawitacyjnych na swobodnej powierzchni „płytkiej wody".

Obecnie wyprowadzona zostanie zależność na prędkość rozprzestrzeniania się fal grawitacyjnych, których długość jest duża w porównaniu z głębokością w nieograniczonym obszarze dwuwymiarowym. Fale takie powstają na powierzchni cienkiej warstwy cieczy nielepkiej pod wpływem jakiegokolwiek zakłócenia równowagi cieczy, która znajdowała się w spoczynku w polu grawitacyjnym. Przy rozpatrywaniu ruchu cieczy można w równaniu ruchu pominąć wyrażenie $(\vec{V}\nabla)\vec{V}$ jako małe w porównaniu z pochodną prędkości względem czasu $\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}$ z uwagi na fakt, że pochodne prędkości względem współrzędnych są rzędu amplitudy fali, a pochodne prędkości względem czasu — rzędu długości fali. Założenie to jest w pełni usprawiedliwione, ponieważ ograniczono się do rozpatrywania długich fal w płytkiej warstwie cieczy. Położenie układu współrzędnych niech będzie identyczne jak w punkcie poprzednim. Równania ciągłości i ruchu wyprowadzone uprzednio pozostają oczywiście w mocy, przy czym równania [6] upraszczają się dzięki

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{\partial u}{\partial y} \approx 0 \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial v}{\partial x} \approx \frac{\partial v}{\partial y} \approx 0$$

do postaci:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uZ) + \frac{\partial}{\partial y}(vZ) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g\frac{\partial Z}{\partial x} \qquad [11]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g\frac{\partial Z}{\partial y}$$

Oznaczono następnie chwilową lokalną odległość powierzchni swobodnej cieczy od dna zależnością

$$Z = Z_0 + \zeta \quad \cdots\cdots [12]$$

gdzie Z_0 oznacza odległość powierzchni swobodnej od dna w stanie równowagi, a ζ zmienną składową współrzędnej dowolnego punktu na tej powierzchni (x, y) w określonej chwili t. Przy założeniu, że dno jest płaskie (leży w płaszczyźnie x, y) $Z_0 = \text{const.}$, natomiast ζ jest funkcją zmiennych x, y, t.

Po podstawieniu do równania ciągłości zależności [12] i pominięciu wielkości małych otrzymuje się:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + Z_0\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0 \quad \cdots\cdots [13]$$

a po zróżniczkowaniu względem czasu i podstawieniu $\frac{\partial u}{\partial t}$ i $\frac{\partial v}{\partial t}$ z równań [11]:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + Z_0\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) + Z_0\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) =$$

$$= \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - gZ_0\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2}\right) = 0 \quad \cdots [14]$$

Jest to równanie falowe w przestrzeni dwuwymiarowej, opisujące ruch długich fal grawitacyjnych rozprzestrzeniających się z prędkością $c = \sqrt{g\,Z_0}$ na powierzchni swobodnej płytkiej warstwy cieczy. Analogiczne równanie rządzi rozchodzeniem się małych zaburzeń w gazie:

$$\frac{\partial^2 \varrho}{\partial t^2} - a\nabla^2\varrho = 0$$

gdzie $a = \sqrt{k\frac{p}{\varrho}}$ — prędkość dźwięku.

Prędkość rozprzestrzeniania się fal na powierzchni cieczy jest więc odpowiednikiem rozchodzenia się dźwięku w gazie. Istotnie, podstawiając do wzoru na prędkość dźwięku w gazie „ciśnienie" i „gęstość" określone zależnościami [7] oraz wykładnik politropy gazu $k = 2$ otrzymamy:

$$a = \sqrt{k\frac{\bar{p}}{\bar{\varrho}}} = \sqrt{g\,Z_0} = c$$

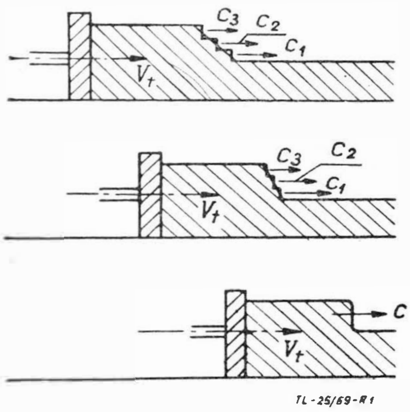
Określonemu przepływowi gazu o wykładniku politropy $k = 2$, który charakteryzuje liczba Macha $M = \frac{\mathbf{V}}{a}$ odpowiada przepływ cienkiej warstwy cieczy, dla którego liczba Frouda $Fr = \dfrac{V}{\sqrt{gZ}}$ równa się liczbie Macha dla przepływu gazu.

2. 3. Analogia między długimi falami grawitacyjnymi na swobodnej powierzchni „płytkiej wody" a falami zgęszczeniowymi w gazie.

Poniżej omówiona zostanie analogia zachodząca między jednokierunkowym ruchem długich fal grawitacyjnych na powierzchni płytkiej wody a rozchodzeniem się fal zgęszczeniowych w gazie w przypadku ruchu jednowymiarowego.

Niech w kanale wodnym o równoległych ściankach powstaną np. wskutek ruchu tłoka następujące kolejno po sobie długie fale grawitacyjne. Prędkość rozchodzenia się każdej następnej fali w stosunku do poprzedniej jest większa, gdyż grubość warstwy cieczy przed każdą kolejną falą wzrasta, oraz fala ta posiada już pewną składową prędkość w kierunku rozchodzenia się fal od fali poprzedniej. Powstaje zatem znane zjawisko doganiania się fal, które utworzą jeden silny skok grubości warstwy cieczy (hydraulic jump), analogiczny do fali uderzeniowej w gazie. Nieciągłość ta przemieszcza się z prędkością wyższą niż każda z poprzednich fal grawitacyjnych. Co więcej, charakter tej fali, która nosi nazwę hydraulicznej fali uderzeniowej, jest odmienny — w poprzednich falach bowiem zmiana poziomu cieczy była mała i zachodziła w sposób ciągły, analogicznie jak rozprzestrzenianie się słabych fal zgęszczeniowych w gazie, podczas gdy w hydraulicznej fali uderzeniowej zmiana poziomu następuje nagle na bardzo krótkim odcinku, podobnie jak zmiana parametrów przy przejściu przez falę uderzeniową w gazie.

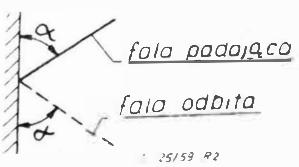
Przedstawiony powyżej model powstawania hydraulicznej fali uderzeniowej można uprościć do jednej fali grawitacyjnej, której spiętrzenie rośnie wskutek przyśpieszającego ruchu tłoka w kanale (rys. 1).



Rys. 1. Schemat powstawania hydraulicznej fali uderzeniowej w kanale o stałym przekroju w wyniku przyśpieszającego ruchu tłoka. Prędkości kolejnych wyższych warstw cieczy są większe $c_3 > c_2 > c_1$

Analogiczne dla gazu zjawisko doganiania się fal zgęszczeniowych i powstanie fali uderzeniowej ma miejsce w rurze o stałym przekroju nie ograniczonej z jednej i zamkniętej dnem tłoka z drugiej strony, w przypadku ruchu tłoka z przyśpieszeniem.

Również prawa rządzące odbiciem fal grawitacyjnych od sztywnej ścianki są identyczne jak dla fal zgęszczeniowych w gazie [9]. Powyższe przedstawia rys. 2.



Rys. 2. Odbicie fali grawitacyjnej od ścianki

2. 4. Związki między parametrami w izentropowym przepływie gazu a grubością warstwy „płytkiej wody" w hydraulicznej analogii przepływu.

Na podstawie związków [7] i równań [8], [9] oraz zależności między gęstością, ciśnieniem i temperaturą w przemianach izentropowych gazu fikcyjnego, o wykładniku izentropy $k = 2$, napisać można następujące zależności:

$$\frac{Z}{Z_o} = \frac{\varrho}{\varrho_o} = \left(\frac{p}{p_o}\right)^{1/2} = \frac{T}{T_o} \quad \ldots\ldots [15]$$

Powyższe zależności pozwalają określić parametry gazu: ϱ, p i T w przepływie izentropowym na podstawie grubości warstwy cieczy. Wyniki zatem pomiarów w kanale wodnym pozwalają określić przepływ gazu fikcyjnego. Poniżej podane zostanie, kiedy i w jakim stopniu wyniki ilościowe analogii hydraulicznej mogą być przenoszone na przepływ rzeczywistego gazu o wykładniku izentropy $k = 1{,}4$ (powietrze). Należy więc, przyjmując związek między ciśnieniem gazu o wykładniku politropy $k = 2$ a grubością warstwy cieczy wg równania [15] określić funkcję $\dfrac{Fr}{M} = f\left(\dfrac{Z_o}{Z}\right)$ i sprawdzić dla jakich wartości zmiennej niezależnej $\left(\dfrac{Z_o}{Z}\right)$ funkcja ta równa się jedności ($M = Fr$) przy określonym wykładniku k. W tym celu wykorzystane zostaną równania:

$$\frac{p_o}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

gdzie p_o jest ciśnieniem spiętrzenia strumienia gazu

$$V = \sqrt{2g\,(Z_o - Z)}; \qquad Fr = \frac{V}{\sqrt{g\,Z}}$$

gdzie V jest prędkością przepływu, wywołaną różnicą poziomów powierzchni swobodnej cieczy przed i za falą oraz związku [15], z których otrzymuje się

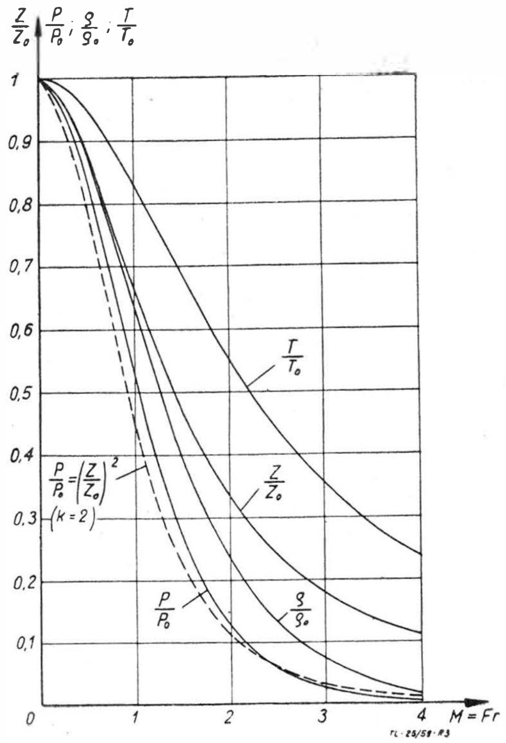
$$\frac{Fr}{M} = \sqrt{\frac{\left(\dfrac{Z_o}{Z} - 1\right)}{\dfrac{1}{k-1}\left[\left(\dfrac{Z_o}{Z}\right)^{\frac{2(k-1)}{k}} - 1\right]}}; \quad \ldots [16]$$

Funkcja $\dfrac{Fr}{M} = f\left(\dfrac{Z_o}{Z}\right)$ równa się jedności dla dowolnych wartości $\dfrac{Z_o}{Z}$ jedynie dla $k = 2$, a w przypadku $k = 1{,}4$ tylko dla $\dfrac{Z_o}{Z} = 4$, tzn. $\dfrac{p}{p_o} = 0{,}0625$ oraz $M = Fr = 2{,}45$.

Nawet w przypadku $\dfrac{Z_o}{Z} = 4$ analogia odnosi się tylko do ciśnienia, różnice jednak wartości $\dfrac{Z}{Z_o}$ oraz $\dfrac{p}{p_o}$ i $\dfrac{\varrho}{\varrho_o}$ dla różnych liczb $M = Fr$ są niewielkie [1]. Wartości $\dfrac{T}{T_o}$ i $\dfrac{Z}{Z_o}$ różnią się jednak znacznie, co widać na wykresie (rys. 3), na którym przedstawiono przebieg wyżej wspomnianych wielkości w funkcji liczby Frouda (Macha). Analogia hydrauliczna może być zatem zawsze stosowana do pomiaru ciśnień i gęstości przy opływie ciał w strumieniu gazu bez fal uderzeniowych przy różnych liczbach Macha.

Różnice wartości $\dfrac{T}{T_o}$ i $\dfrac{Z}{Z_o}$ występują tak silnie, ponieważ w przemianie izentropowej gazu ma miejsce zmiana energii wewnętrznej, podczas gdy dla przepływu cieczy zmian energii wewnętrznej (równoważnej wysokości ciśnienia na tarcie i ruch wirowy) nie uwzględniono. Poza tym ilościowe zmiany tej energii są innego rzędu.

Wyniki otrzymane drogą pomiarów w analogii hydraulicznej różnią się nieco od rzeczywistych parametrów dla przepływu gazu nie tylko ze względu na stosunek ciepeł właściwych, ale także z uwagi na wpływ grubości warstwy cieczy, wyrażający się istnieniem różnych od zera przyśpieszeń pionowych $\dfrac{dw}{dt}$, wpływ lepkości oraz istnienie fal kapilarnych, których wpływ na rozpatrywane fale grawitacyjne jest istotny, zwłaszcza przy niezbyt długich falach grawitacyjnych [1,4].

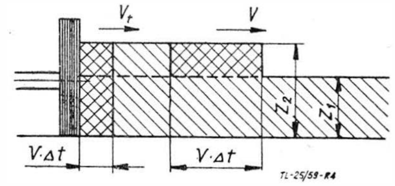


Rys. 3. Wykres wielkości: $\frac{Z}{Z_0}$, $\frac{\varrho}{\varrho_0}$, $\frac{p}{p_0}$, $\frac{T}{T_0}$ w funkcji liczby Frouda (Macha) dla $k = 1{,}4$

2. 5. Analogia przepływów z falą uderzeniową.

Podobnie jak w przypadku przepływów gazu, rozróżnia się dwa rodzaje przepływów cieczy, w zależności od wartości liczby Frouda. Przypadkowi $Fr < 1$ odpowiada przepływ spokojny (analogiczny do poddźwiękowego), oraz $Fr > 1$ — gwałtowny (analogiczny do naddźwiękowego). W przypadku umieszczenia określonego ciała w tym ostatnim przepływie, podobnie jak w opływie naddźwiękowym gazu, powstaje przed jego krawędzią natarcia fala uderzeniowa.

W przypadku fali uderzeniowej w przepływie gazu ciśnienie nie jest już funkcją jednego parametru stanu, jak to miało miejsce w przemianie izentropowej, lecz jest funkcją dwu parametrów: $p = p(\varrho, S)$. Nie może być zatem w ogólnym przypadku analogii między przepływem gazu i cieczy odnośnie ciśnień. To samo dotyczy innych parametrów stanu. Zależności 2.4 zatem, słuszne dla przepływu izentropowego gazu o wykładniku izentropy $k = 2$, nie mają miejsca dla przepływu z falą uderzeniową. W przypadku jednak słabych fal uderzeniowych zależności te z pewnym przybliżeniem mogą być stosowane dla gazu o wykładniku izentropy $k = 1{,}4$. Można również wykazać, że w sensie ilościowym odnośnie gęstości istnieje analogia między przepływami gazu i „płytkiej wody" w pewnym szczególnym przypadku.



Rys. 4. Schemat do określenia zależności między stanem przed i za hydrauliczną falą uderzeniową

Niech fala uderzeniowa zostanie wywołana spiętrzającym ruchem tłoka w kanale o równoległych ściankach (w analogii do fali uderzeniowej wywołanej ruchem tłoka w rurze). Model fali podany został na rys. 4. Z zasady zachowania masy i pędu wynikają równania:

$$V(Z_2 - Z_1) = V_t Z_2$$
$$\frac{1}{2} g (Z_2^2 - Z_1^2) = Z_1 V V_t \quad \cdots\cdots \quad [17]$$

z których po wprowadzeniu wyrażenia na liczbę Frouda otrzymuje się stosunek grubości warstw cieczy za i przed falą w funkcji liczby Frouda przed falą:

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8 Fr_1^2} - 1\right) \quad \cdots\cdots \quad [18]$$

Analogicznie stosunek gęstości gazu za i przed falą w funkcji liczby Macha przed falą

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{(k+1) M_1^2}{2 + (k-1) M_1^2} \quad \cdots\cdots \quad [19]$$

Z powyższych związków stosunek liczby Frouda do Macha przedstawia zależność

$$\frac{Fr_1}{M_1} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}\frac{Z_2}{Z_1}\left(\frac{Z_2}{Z_1} + 1\right)}{2\frac{\varrho_2}{\varrho_1} : \left[(k+1) - (k-1)\frac{\varrho_2}{\varrho_1}\right]}} \quad \cdots \quad [20]$$

Jeśli przyjąć, że $\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{Z_2}{Z_1}$ to przepływ gazu o wykładniku izentropy $k = 1{,}4$ i „płytkiej wody" są porównywalne dla $\frac{Fr_1}{M_1} = 1$. Z równania [20] wynika wtedy, że $\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{Z_2}{Z_1} = 4$.

Wnioskowanie zatem w ogólnym przypadku za pomocą $\frac{Z_2}{Z_1}$ o stosunkach parametrów gazu przed i za falą w przypadku ogólnym obarczone jest pewnym błędem. Tym niemniej badania opływów profili, walców i przepływów przez dysze Lavala, przy $Fr > 1$, w których pojawiały się skośne fale uderzeniowe o niedużej intensywności, nie wykazały istotnych ilościowych różnic w porównaniu do pomiarów wykonanych w przypadku rzeczywistych przepływów gazu [1,4, 8].

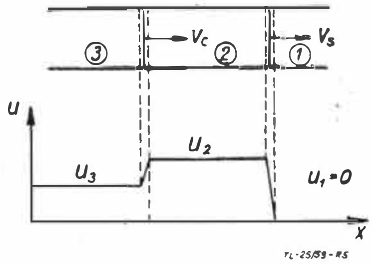
We wszystkich przypadkach analogia hydrauliczna przepływów z falą uderzeniową posiada charakter jakościowy. Pozwala ona zbadać zachowanie się fal uderzeniowych przy wzajemnej interferencji, „rozmywanie" fali uderzeniowej, przejście fali przez przewody o zmiennym polu przekroju itp. Są to niewątpliwie zalety eksperymentalnego stosowania analogii z uwagi na uniknięcie dużych trudności, jakie napotyka się przy badaniu fal uderzeniowych w gazie.

3. ANALOGIA HYDRAULICZNA PRZEPŁYWÓW ZE SPALANIEM W FALI DETONACYJNEJ

Poniżej podana zostanie analogia hydrauliczna spalania w fali detonacyjnej, opracowana po raz pierwszy w r. 1952 przez A. K. Oppenheima.

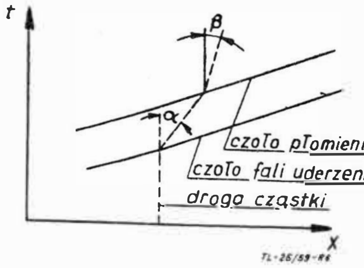
3.1. Model spalania w fali detonacyjnej.

Załóżmy, że w rurze o stałym przekroju, z jednej strony nie ograniczonej, wypełnionej gazem palnym, znajdującym się w stanie spoczynku, przemieszcza się fala uderzeniowa i w pewnej odległości za nią czoło płomienia. Przepływ w ogólnym przypadku posiada charakter nieustalony. W pewnym przypadku, gdy ciśnienie i temperatura za falą wzrosną do określonych wartości, czoło płomienia może „dogonić" falę uderzeniową i od tej chwili przemieszczać się wraz z nią. Ma się wówczas do czynienia z falą detonacyjną Chapmana-Jougueta, która względem gazu za falą (spalin) przemieszcza się z prędkością dźwięku [2, 3, 6]. Falę tę w dalszym ciągu traktować można jako układ dwu powierzchni nieciągłości, składający się z fali uderzeniowej i czoła płomienia.



Rys. 5. Model fali detonacyjnej

Wyżej podany model fali detonacyjnej i jej powstawanie podali Jouguet i von Neuman. Schemat modelu fali detonacyjnej przedstawia rys. 5. Drogę cząstki gazu przy przejściu przez falę detonacyjną przedstawia wykres na rys. 6.



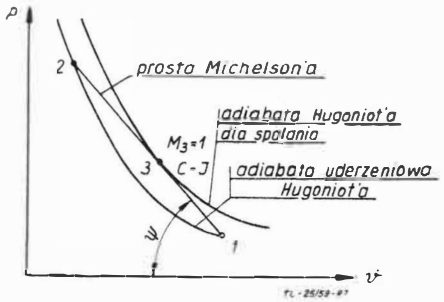
Rys. 6. Wykres drogi cząstki gazu przy przejściu przez falę detonacyjną wg modelu podanego na rys. 5. $u_2 = tg\alpha$; $u_3 = tg\beta$

Przebieg zmian parametrów gazu przy przejściu przez falę detonacyjną Chapmana-Jougueta przedstawiony został na wykresie p-v, rys. 7. Przy przejściu przez falę uderzeniową stan gazu zmienił się wg liniowej zależności

$$\frac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2} = \varrho_1^2 \cdot D^2 = m^2 \quad \cdots\cdots \quad [21]$$

przedstawionej na wykresie odcinkiem prostej Michelsona $\overline{12}$. W ciągu następnej przemiany — przejściu przez czoło płomienia stan gazu zmienił się wg zależności, słusznej dla stanów 2 i 3 (odc. $\overline{23}$)

$$\frac{p_3 - p_2}{V_2 - V_3} = \varrho_2 (u_2 - D)^2 = m^2 \quad \cdots\cdots \quad [22]$$

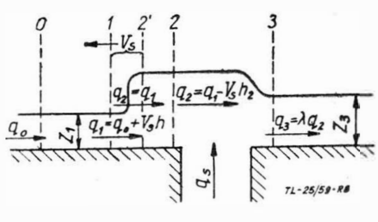


Rys. 7. Przebieg zmian parametrów stanu przy przejściu przez falę detonacyjną Chapmana-Jougueta. Prędkość fali detonacyjnej $D = v_1 \sqrt{tg\psi} = \text{const}$

Występująca w powyższych równaniach prędkość fali detonacyjnej Chapmana—Jougueta względem gazu nieruchomego D jest jednocześnie prędkością fali uderzeniowej oraz czoła płomienia. W okresie, nim uformowała się detonacja, nachylenie prostych Michelsona $\overline{12}$ i $\overline{23}$ nie było to samo, wobec innej prędkości przemieszczania się fali uderzeniowej i czoła płomienia względem gazu nieruchomego ($V_p \neq V_c \neq D$).

3.2. Podstawy analogii.

Model jednowymiarowego przepływu z falą detonacyjną reprezentowany jest w analogii hydraulicznej kombinacją jednowymiarowego przepływu ze źródłem. Przepływ ten został zrealizowany w kanale wodnym o równoległych ściankach, z otworem w dnie, przez który doprowadzany jest pewien kontrolowany wydatek cieczy q_s.



Rys. 8. Schemat przepływu jednowymiarowego ze źródłem jako analogii fali detonacyjnej. W okresie poprzedzającym uformowanie się fali stojącej przekroje 1 i 2' poruszają się z prędkością V_s w zaznaczonym kierunku. W przypadku fali stojącej $V_s = 0$

Schemat przepływu przedstawiony został na rys. 8. Dla powyższego przepływu, dla kolejno po sobie następujących stanów (1 i 2 oraz 2 i 3) zachodzą równania, wynikające z zasady zachowania masy i pędu:

$$q = \int_0^Z V\, dz = \text{const.} \quad \cdots\cdots \quad [23]$$

$$\int_0^Z (pz + V^2)\, dz = \frac{1}{2} gZ^2 + V_s^2 Z = \text{const.} \quad \cdots \quad [24]$$

Równanie wynikające z zasady zachowania energii nie zostanie wykorzystane w analogii, z uwagi na fakt, że równania zachowania masy i pędu są w przypadku cieczy, dla której ciśnienie jest funkcją tylko gęstości, wystarczające do określenia przepływu [2]. Stosując oznaczenia:

$y = \frac{1}{2}\, g\, Z^2$ — analogia do ciśnienia (patrz r. 7)

$x = \frac{\lambda^2}{Z}$ — analogia do objętości właściwej

oraz

$$\lambda = \frac{q_{i+1}}{q_i} \quad \cdots\cdots \quad [25]$$

gdzie $i = 1; 2 \left(\text{dla } i = 1, \lambda = 1; \text{ dla } i = 2, \lambda = 1 + \frac{q_s}{q_2}\right)$

Z powyższych równań otrzymać można dla przemiany ze stanu 1 do stanu 2 równanie prostej w układzie (y, x)

$$\frac{y - y_1}{x_1 - x} = q_1^2 = \left(\frac{q}{\lambda}\right)^2 \quad \cdots\cdots \quad [26]$$

które w analogii hydraulicznej przepływu wyraża prosta Michelsona (patrz równanie [21]).

Liczba Frouda przy użyciu nowych oznaczeń wyraża się związkiem:

$$Fr = \frac{q/Z}{\sqrt{gZ}} = \frac{q}{\lambda} \sqrt{\frac{x}{2y}} \quad \cdots\cdots \quad [27]$$

analogicznym liczby Macha

$$M = m \sqrt{\frac{v}{k\, p}}$$

Jak widać, analogia jest całkowita w przypadku $k = 2$, o czym wspomniano już poprzednio.

W układzie (y, x) równanie „izentropy" przedstawia zależność słuszną dla $\lambda = \text{const.}$

$$yx^2 = \frac{g}{2} \lambda^4 \quad \cdots\cdots \quad [28]$$

podczas gdy dla gazu

$$pv^k = \text{const.}\ exp\,(\Delta S/c_v)$$

Z równań [28], [25] i [26] otrzymać można równanie adiabaty uderzeniowej Hugoniota, dla stałego wydatku źródła $q_s = \text{const.}$, przy założeniu, że stan jest określony ($y_1 = \text{const.}$, $x_1 = \text{const.}$):

$$yx^2 = \frac{g}{2} \left(1 + q_s \sqrt{\frac{x_1 - x}{y - y_1}}\right)^4 \quad \cdots\cdots \quad [29]$$

Krzywa ta, analogicznie jak adiabata uderzeniowa dla gazu, jest styczna do izentropy w punkcie styczności prostej Michelsona, przy czym $M = 1$ ($Fr = 1$) [6].

W przypadku przepływu bez źródła ($q_s = 0$) równanie adiabaty uderzeniowej [29] sprowadza się do „izentropy" [28], która określa stan za hydrauliczną falą uderzeniową, aczkolwiek w przepływie gazu odnośna przemiana nie jest wcale izentropowa. Dla schematu przepływu przedstawionego na rys. 8, w przypadku ustalonego położenia hydraulicznej fali uderzeniowej ($V_s = 0$), przemiana ze stanu 1 do stanu 2 wyraża się właśnie przez równanie:

$$y_1 x_1^2 = y_2 x_2^2, \quad \cdots\cdots \quad [30]$$

będące równaniem adiabaty uderzeniowej dla $\lambda = \frac{q_2}{q_1} = 1$,

czyli $q_s = 0$.

Obecnie określone zostanie równanie adiabaty detonacyjnej (krzywej Hugoniota dla spalania).

Przemiana ze stanu 2 do 3 zachodzić musi wg równania krzywej Hugoniota [29], przy czym dla stanu 3 $Fr = 1$, gdyż fala detonacyjna względem spalin przemieszcza się z prędkością dźwięku ($M_3 = 1$). Z równania [29] przy pomocy [26] i [27] dla $\lambda = \frac{q_3}{q_2}$ otrzymuje się poszukiwany związek

$$y_3 x_3^2 = \frac{g}{2}\left(1 + q_s \sqrt{\frac{x_3}{2\,y_3}}\right)^4 \qquad \cdots\cdots [31]$$

w którym występują jedynie współrzędne stanu za „hydrauliczną falę detonacyjną", co pozornie oznacza niezależność tego stanu od stanu 1 przed falą. Po wprowadzeniu współrzędnych bezwymiarowych

$$\pi = y/y_1 \quad \text{oraz} \quad \nu = x/x_1$$

równanie to przybierze postać

$$\pi\nu^2 = \left(1 + \varepsilon \sqrt{\frac{\nu}{\pi}}\right)^4 \qquad \cdots\cdots\cdots [32]$$

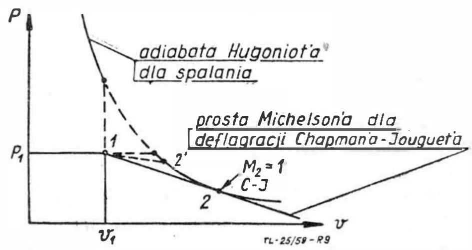
gdzie $\varepsilon = \frac{q_s}{\sqrt{2\,y_1/x_1}} = \text{const.}$

Z powyższej analizy wynika, że analogia hydrauliczna spalania w fali detonacyjnej w ogólnym przypadku zachodzi dla przepływów jednowymiarowych, dla gazu fikcyjnego, o wykładniku izentropy $k = 2$. W przypadku gazów rzeczywistych ilościowe wyniki eksperymentalnego zastosowania analogii nieznacznie odbiegają od wyników uzyskanych drogą teoretyczną [6, 7].

3.3. Proces realizowania fali detonacyjnej w analogii hydraulicznej.

Stacjonarna fala detonacyjna w analogii hydraulicznej została zrealizowana w sposób następujący:

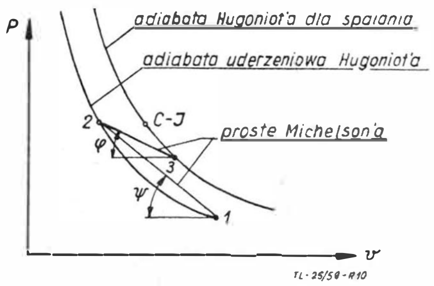
Do ustalonego spokojnego ($Fr < 1$) przepływu wody doprowadzano od dna kanału określony wydatek wody. Za źródłem tworzył się spadek poziomu cieczy, który regulowany był za pomocą dławienia śluzą przy końcu kanału. Spadek poziomu cieczy i przyrost prędkości odpowiada spadkowi ciśnienia, gęstości i przyrostowi prędkości spalin w analogii przepływu ze spalaniem. Opisany stan odpowiada deflagracji. Stopniowe oddławianie pola przekroju kanału poniżej źródła przy stałym jego wydatku doprowadza do wzrostu prędkości cieczy do wartości $V = \sqrt{gZ}$, co w przypadku spalania odpowiada deflagracji Chapmana-Jougueta, której prędkość względem spalin osiąga wartość prędkości dźwięku. Powyższy proces został przedstawiony na rys. 9, na którym prosta Michelsona $\overline{12}$ osiągnęła największe pochylenie odpowiadające prędkości spalonego gazu $V_2 = a_2$.



Rys. 9. Przebieg zmian parametrów gazu przy spalaniu w fali deflagracyjnej Chapmana-Jougueta

Następnie powiększano prędkość przepływu cieczy w kanale do wartości nadkrytycznej ($Fr > 1$) za pomocą oddławiania na wlocie do przestrzeni pomiarowej, przy czym powiększano wydatek źródła (co oznacza przejście na inną krzywą Hugoniota). Przy zbyt małych prędkościach wody w stanie 1, powstała przed źródłem hydrauliczna fala uderzeniowa „uciekała" od źródła w kierunku przeciwnym do kierunku przepływu z prędkości V_s (patrz rys. 8). Przy dostatecznie dużej prędkości w przekroju 0 hydrauliczna fala uderzeniowa przybrała charakter stacjonarny, usytuowując się tuż przed źródłem.

W powyższy sposób osiągnięto układ dwu następujących po sobie nieciągłości, odpowiadający modelowi stacjonarnej detonacji. Dalsze powiększanie prędkości doprowadza do przejścia hydraulicznej fali uderzeniowej poza źródło, co nie odpowiada warunkom analogii, ponieważ czoło płomienia nie wyprzedzi fali uderzeniowej, z uwagi na fakt, że określone ciśnienie i temperatura potrzebne do reakcji chemicznej (spalania) istnieją dopiero za falą uderzeniową.



Rys. 10. Przebieg zmian parametrów stanu gazu w okresie poprzedzającym powstanie detonacji $V_s > V_c$ ($\psi > \varphi$)

Na rys. 10 przedstawiono przebieg zmian parametrów gazu w okresie poprzedzającym powstanie fali detonacyjnej, a na rys. 7 — procesy w stacjonarnej detonacji.

Na koniec należy nadmienić, że analogia hydrauliczna w przypadku deflagracji może być realizowana tylko dla ograniczonych wartości $\varepsilon = \frac{q_s}{\sqrt{2\,y_1/x_1}} < 1$, natomiast w przypadku detonacji nie istnieją żadne tego rodzaju ograniczenia [5].

4. WNIOSKI

Z przeprowadzonej powyżej analizy wynika, że analogia hydrauliczna może znaleźć zastosowanie przy eksperymentalnym badaniu przepływów. W przypadku przepływów z falami uderzeniowymi o niewielkiej intensywności analogia posiada charakter ilościowy. Ze względu na to znalazła ona szerokie zastosowanie przy badaniu opływów profili aerodynamicznych.

W przypadku zastosowania analogii do badania przepływów z silnymi falami uderzeniowymi, posiada ona — jak już wspomniano — charakter tylko jakościowy. W zastosowaniu do badania spalania detonacyjnego analogia hydrauliczna wyjaśnia mechanizm powstawania stacjonarnej fali detonacyjnej (Chapmana-Jougueta), oraz podaje charakter jakościowy tego zjawiska; wyniki ilościowe otrzymane na podstawie prób w kanale wodnym z pewnym przybliżeniem zgodne są z obliczeniami otrzymanymi drogą teoretyczną.

Można spodziewać się, że analogia znajdzie w przyszłości zastosowanie przy badaniu nieustalonych procesów w silniku pulsacyjnym i strumieniowym w zmiennych warunkach pracy oraz przy badaniach nad spalaniem detonacyjnym w wymienionych silnikach.

LITERATURA

1. Bozinowitch Branislawa: „Analogie hydraulique dans l'aeronautique experimentale", Proceedings of the Second European Aeronautical Congress, September 25 th, 1956.
2. R. Courant i K. O. Friedrichs: „Supersonic Flow and Shock Waves".
3. Kowalewicz A.: „Przepływy ze spalaniem detonacyjnym", Technika Lotnicza, zeszyt 4, 1958.
4. E. V. Laitone: „A Study of Transonic Gas Dynamics by the Hydraulic Analogy" Journal of the Aeronautical Science, April 1952.
5. A. K. Oppenheim: „A Contribution to the Theory of the Development and Stability of the Detonation in Gases", Journal of Applied Mechanics, January 1952.
6. A. K. Oppenheim: „Gasdynamic Analysis of the Development of Gaseous Detonation and its Hydraulic Analogy", IV Symposium on Combustion, September 1952.
7. A. K. Oppenheim: „Analoque to High Velocity Combustion", Journal of Applied Mechanics, March 1953.
8. J. W. Orlin, N. J. Linder, J. G. Bitterly: „Aplication of the Analogy between Water Flow with a Free Surface and Two Dimensional Compressible Flow". Report NACA No 875.
9. H. Rouse: „Fluid Mechanics for Hydraulic Engineers".

PRZY RYSOWNICY

OD REDAKCJI

Artykuł poniższy ukazał się w zeszycie 3/59 „Techniki Lotniczej" w dziale „Przy rysownicy". Ponieważ z powodów od nas niezależnych artykuł ten został poważnie zniekształcony przez liczne błędy i usterki, Redakcja uznała za stosowne nie drukować erraty, a powtórzyć w bieżącym zeszycie cały artykuł, aby Czytelnikom naszym przedstawić go w całości i w poprawnej formie. Równocześnie przepraszamy zarówno Autora, jak i Czytelników za skażenie pierwotnej formy tego ciekawego artykułu.

Inż. DYMITR P. PANCZOWSKI
Asystent Politechniki Sofijskiej
Bułgaria

Projektowanie drewnianych dźwigarów skrzynkowych

Ciężar dźwigara sięga 30% całkowitego ciężaru skrzydła, co dowodzi, że duże znaczenie ma prawidłowe i ścisłe określenie jego wymiarów. Pewne typy lekkich samolotów oraz prawie wszystkie typy szybowców posiadają drewniane dwupasowe dźwigary skrzynkowe.

W locie dźwigar skrzydłowy jest obciążony przede wszystkim momentem gnącym. Przy konstrukcji zastrzałowej występuje dodatkowo obciążenie osiowe.

Poniżej przedstawiono metodę projektowania drewnianych dźwigarów skrzynkowych dla najkorzystniejszego ciężarowego stosunku grubości pa ów. Metoda ta uwzględnia rzeczywisty trapezowy kształt gabarytu oraz ewentualne obciążenie osiowe.

Ze wszystkich istniejących obecnie hipotez, do yczących rozkładu naprężeń w pasach dźwigarów drewnianych, najczęściej jest stosowana w praktyce hipoteza Pragera [lit. 1]. Na tej hipotezie oparto niniejszą analizę.

Oznaczenia

H — średnia wysokość przekroju dźwigara (patrz rys. 1)
B — szerokość pasów (patrz rys. 1)
B' — szerokość współpracująca sklejki pokrycia (patrz rys. 1)
δ' — grubość sklejki pokrycia (patrz rys. 1)
δ — grubość sklejki ścianek dźwigara (patrz rys. 1)
T — średnia grubość pasa ściskanego (patrz rys. 1)
t — średnia grubość pasa rozciąganego (patrz rys. 1)
h_1 — odległość skrajnego rozciąganego włókna od osi obojętnej (patrz rys. 1)
t_e — średnia grubość pasa rozciąganego przy uwzględnieniu współpracy ścianek i pokrycia (patrz rys. 1)

$i = \frac{H_1 - h_1}{h_1}$ — współczynnik położenia osi obojętnej

$R_{c\,ss}$ i $R_{c\,sk}$ — wytrzymałość na ściskanie drewna sosnowego i sklejki

$R_{r\,ss}$ i $R_{r\,sk}$ — wytrzymałość na rozciąganie drewna sosnowego i sklejki

$\eta = \frac{R_{r\,ss}}{R_{c\,ss}}$ — stosunek wytrzymałości na rozciąganie i ściskanie dla drewna sosnowego

$\psi = \frac{E_{//\,ss}}{E_{x\,sk}}$ — stosunek modułu sprężystości drewna sosnowego (równolegle do włókien — $E_{//\,ss}$) i sklejki brzozowej (pod kątem 45° do włókien $E_{x\,sk}$)

$x = \frac{H}{t}$ — wysokość względna przekroju

$\mu = \frac{T}{t}$ — stosunek grubości pasów

$a = \frac{b_1}{2H}$; $b = \frac{b_2}{2H}$ — współczynniki kształtu gabarytu przekroju (patrz rys. 1)

$w = \frac{h_1}{t}$ — wysokość względna osi obojętnej

$n = \frac{w}{\eta} = \frac{h_3}{t}$ — współczynnik strefy plastycznej pasa ściskanego

$K = \frac{M}{R_{c\,ss} \cdot B \cdot H^2}$ — bezwymiarowy współczynnik momentu gnącego (M), przenoszonego przez pasy dźwigara

$K_p = \frac{M_p}{R_{c\,ss} B H^2}$ — bezwymiarowy współczynnik momentu gnącego (M_p) przenoszonego przez ścianki i pokrycie

$\beta = \frac{2\,\delta}{B}$ — względna grubość ścianek dźwigara

$\alpha = \frac{B'}{B}$ — względna szerokość współpracującej części pokrycia

$\gamma = \frac{2\,\delta'}{H}$ — względna grubość pokrycia

$\varphi = \frac{t_e - t}{t}$ — współczynnik zmiany grubości pasa rozciąganego

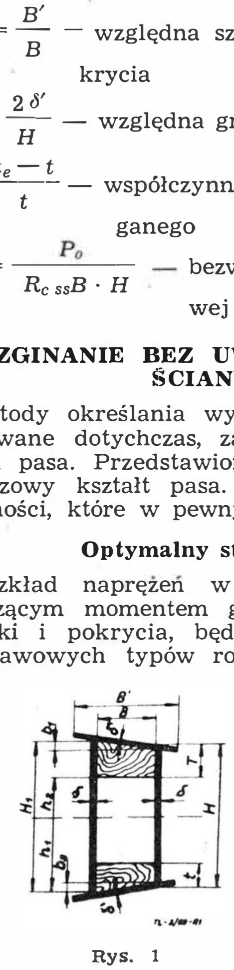
$K_o = \frac{P_o}{R_{c\,ss} B \cdot H}$ — bezwymiarowy współczynnik siły osiowej P_o

1. ZGINANIE BEZ UWZGLĘDNIENIA WSPÓŁPRACY ŚCIANEK I POKRYCIA

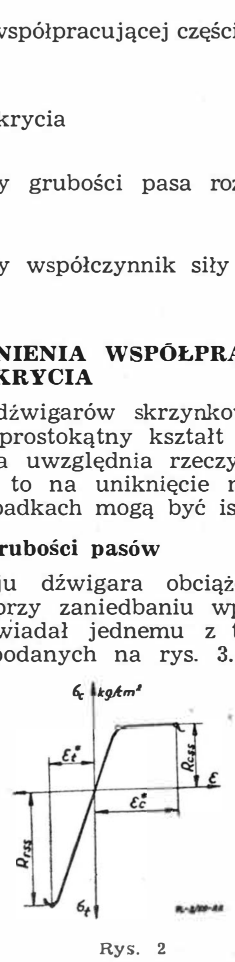
Metody określania wymiarów dźwigarów skrzynkowych, stosowane dotychczas, zakładały prostokątny kształt przekroju pasa. Przedstawiona metoda uwzględnia rzeczywisty trapezowy kształt pasa. Pozwala to na uniknięcie niedokładności, które w pewnych przypadkach mogą być istotne.

Optymalny stosunek grubości pasów

Rozkład naprężeń w przekroju dźwigara obciążonego niszczącym momentem gnącym, przy zaniedbaniu wpływu ścianki i pokrycia, będzie odpowiadał jednemu z trzech podstawowych typów rozkładu, podanych na rys. 3. Wy-

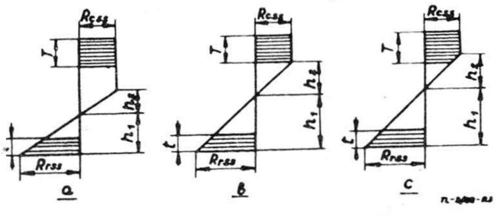


Rys. 1



Rys. 2

nika to z kształtu przekroju (rys. 1) oraz z kształtu krzywej σ w funkcji ε (rys. 2) dla drewna sosnowego. Poszczególne typy rozkładu naprężeń otrzymuje się zmieniając stosunek grubości pasów przy wszystkich innych danych nie zmienionych. Przyjęto tutaj zgodnie z Pragerem, że zniszczenie przekroju rozpoczyna się z chwilą osiągnięcia przez skrajne jego włókno naprężenia równego wytrzymałości na rozciąganie.



Rys. 3

Dany przekrój dźwigara może więc przenieść określony moment gnący przy różnych stosunkach grubości pasów i odpowiadających im rozkładach naprężeń normalnych (rys. 3a, b, c). Najmniejszą powierzchnię łączną pasów będzie miał dźwigar, zaprojektowany na drugi typ rozkładu naprężeń (rys. 3b). Pomijając szczegółowe uzasadnienie powyższego należy wskazać tylko, że właśnie ten rozkład umożliwia najpełniejsze wykorzystanie materiału. Cała powierzchnia pasa ściskanego pracuje w zakresie plastycznym w przeciwieństwie do typu trzeciego, zaś pas rozciągany jest wykorzystany lepiej niż w pierwszym typie rozkładu.

Niszczący moment gnący

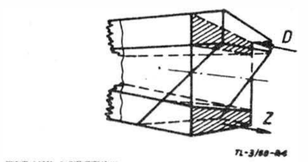
Aby wyznaczyć niszczący moment gnący danego przekroju dźwigara poddanego tylko zginaniu, należy ułożyć warunki równowagi statycznej przekroju.

Jeśli przyjmie się rozkład naprężeń w postaci trójwymiarowej (rys. 4), konieczne jest spełnienie następujących dwu warunków równowagi;

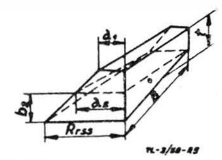
„objętość" naprężeń w pasie ściskanym musi być równa „objętości" naprężeń w pasie rozciąganym, tzn.:

$$D = Z \qquad [1]$$

co daje równowagę w kierunku podłużnej osi dźwigara.



Rys. 4



Rys. 5

Moment obu „objętości" naprężeń względem dowolnej osi (np. względem osi obojętnej), tzn. moment sił wewnętrznych przekroju musi by równy niszczącemu momentowi gnącemu przenoszonemu przez dany przekrój dźwigara.

Uwzględniając, że

$$a_1 = \frac{R_{r\,ss}}{h_1}(h_1 - b_2) \quad \text{oraz} \quad a_2 = \frac{R_{r\,ss}}{h_1}(h_1 - t - 0{,}5\, b_2)$$

można składniki równania [1] wyrazić następująco (rys. 1, 3b, 4 i 5)

$$D = B \cdot R_{c\,ss} \cdot T \qquad [2]$$

$$Z = 0{,}5B\frac{R_{r\,ss}}{h_1}\left[(h_1 - b_2) + (h_1 - t - 0{,}5\, b_2)\right](t - 0{,}5\, b_2) + \frac{B}{6}\left[2\frac{R_{r\,ss}}{h_1}(h_1 - b_2) + R_{r\,ss}\right] b_2 \qquad [3]$$

gdzie zależność [3] przedstawia „objętości" naprężeń rozciągających zgodnie z rys. 5.

Jak wynika z rys. 1

$$h_1 + h_2 = H - T + 0{,}5\, b_2 \qquad [4]$$

Z podobieństwa trójkątów (rys. 3b) będzie

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{R_{r\,ss}}{R_{c\,ss}} = \eta, \quad \text{lub} \quad h_1 + h_2 = (\eta + 1)\, h_2 \qquad [5]$$

Dzieląc równanie [4] przez $(\eta + 1)\cdot t$ i wprowadzając przyjęte oznaczenia otrzymujemy po przekształceniach:

$$\eta = \frac{(a+1)\,x - \mu}{\eta + 1} \qquad [6]$$

Po przyrównaniu zależności [2] i [3] uwzględniając [5] i [6] oraz przyjęte oznaczenia, otrzymuje się po dłuższych przekształceniach równanie kwadratowe na współczynnik μ

$$\mu^2 - [(a+1)\cdot x + \eta]\,\mu + \frac{1}{6}(\eta + 1)(ax)^2 + (\eta - a)\,x - 0{,}5\,(\eta + 1) = 0 \qquad [7]$$

Równanie to posiada rozwiązanie rzeczywiste tylko dla ujemnych wielkości pierwiastka z wyróżnika.

Dla drugiego warunku równowagi należy posłużyć się znaną zależnością (patrz [lit. 2] str. 277 i 278) na moment niszczący wg hipotezy Pragera dla dowolnego drewnianego dźwigara dwupasowego. Łatwo wykazać, że dla drugiego typu rozkładu naprężeń normalnych przybierze ona formę:

$$M = \dot{R}_{c\,ss}\left(\frac{J_1}{h_2} + S_3\right), \qquad [8]$$

gdzie J_1 jest momentem bezwładności powierzchni przekroju pasa rozciąganego względem osi obojętnej, zaś S_3 — momentem statycznym powierzchni przekroju pasa ściskanego względem tejże osi.

W naszym przypadku:

$$J_1 = \frac{B}{12}(t - 0{,}5\, b_2)^3 + B\,(t - 0{,}5\, b_2)(h_1 - 0{,}5\, t + 0{,}75\, b_2)^2 + \frac{B}{36} - b_2^3 + 0{,}5\, B\cdot b_2\left(h_1 - \frac{2}{3}\, b_2\right)^2$$

$$S_3 = B\,(T - 0{,}5\, b_1)(h_2 + 0{,}5\, T + 0{,}25\, b_1) + 0{,}5\cdot B\cdot b_1\left(h_2 + T - \frac{1}{6}\, b_1\right).$$

Podstawiając wyrażenia na J_1 i S_3 do równania [8], dzieląc to równanie przez $(R_{c\,ss}\, B\cdot H^2)$ i uwzględniając przyjęte oznaczenia, otrzymuje się po przekształceniach następującą zależność bezwymiarową:

$$K = \frac{M}{R_{c\,ss}\cdot B\cdot H^2} = \frac{1}{12\cdot n\cdot x^2}\Big\{(1 - ax)^3 + 3\,(1 - ax)\cdot(2\,n\eta - 3\,ax - 1)^2 + \frac{8}{3}(ax)^3 + \frac{16}{3}\,ax\,(1{,}5\; n\,\eta - 2\,ax)^2 + 6\cdot n\,(\mu - bx)(2\,n + \mu - bx) + 4\,n\cdot b\cdot x\,[3\,(n + \eta) - b\cdot x]\Big\}. \qquad [9]$$

Występują więc trzy równania: [6], [7] i [9], które dla danych wymiarów zewnętrznych przekroju dźwigara oraz określonych własności wytrzymałościowych drewna pozwalają wyznaczyć wszystkie potrzebne wymiary.

Nomogramy robocze

Jedyną praktyczną formą wykorzystania równań [6], [7] i [9] jest zbudowanie nomogramów, z których, mając dane wyjściowe, można wyznaczyć potrzebne wielkości.

Zmiennymi wyjściowymi będą: bezwymiarowy współczynnik momentu gnącego $\underline{K}$, stosunek wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie $\underline{\eta}$ oraz współczynnik kształtu gabarytu $\underline{a}$. Wielkościami szukanymi będą: względna wysokość przekroju $\underline{x}$ oraz stosunek grubości pasów $\underline{\mu}$. Zmienność współczynnika $\underline{b}$ w zakresie pomiędzy wielkościami granicznymi (przy stałym $\underline{a}$) daje tylko 1% zmiany $\underline{K}$ (a więc i momentu $\underline{M}$). Umożliwia to zbudowanie nomogramów dla przeciętnej wielkości $\underline{b}$, określonej przez wielkość stosunku (patrz rys. 1):

$$\frac{H_1}{H_1 - (b_1 + b_2)} \approx 1{,}10$$

Odpowiada temu przeciętna wielkość $b \approx 0{,}05 - 0{,}5a$.

Maksymalny błąd wynikający z tego założenia wynosi do 0,5%. Konieczna liczba nomogramów redukuje się więc do dwóch. Nomogramy te przedstawiają krzywe $\underline{x}$ i $\underline{\eta}$ w układzie współrzędnych $\underline{K}$ i $\underline{\mu}$. Uwzględniono duży zakres zmienności η od 1,2 do 2,6. Zakres ten zawiera wielkości dla sosny rosyjskiej (2,37), bułgarskiej ($\sim$ 1,7) oraz niemieckiej ($\sim$ 2,0).

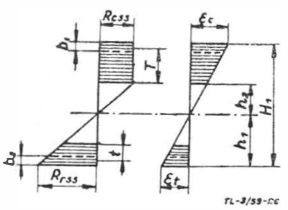
Trzeba podkreślić, że nomogramy są oparte na założeniu, iż złamanie dźwigara rozpoczyna się z chwilą osiągnięcia przez skrajne włókno naprężenia równego wytrzymałości na rozciąganie (założenie Pragera). W pewnych przypadkach ukształtowania dźwigara źródłem jego zniszczenia może być jednak także pas ściskany, pracujący całkowicie w strefie plastycznej. Będzie to miało miejsce wtedy, gdy skrajne włókno pasa ściskanego osiągnie graniczne odkształcenie przy ściskaniu ε^*_c (patrz rys. 2).

Pożądane jest, aby wielkość tego granicznego odkształcenia była znana — na równi z innymi danymi wytrzymałościowymi stosowanego drewna.

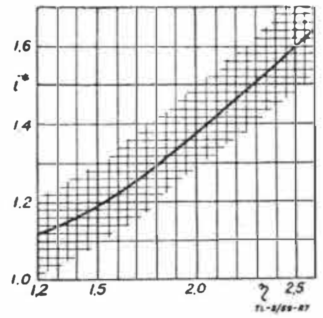
Przy sprawdzeniu, czy pas ściskany nie osiągnął granicznego odkształcenia na ściskanie, można się posłużyć współczynnikiem:

$$i = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_t} = \frac{H_1 - h_1}{h_1} = \frac{h_2 + T + 0{,}5\, b_2}{h_1} = \frac{n + \mu + b \cdot x}{\eta\, n} \qquad [10]$$

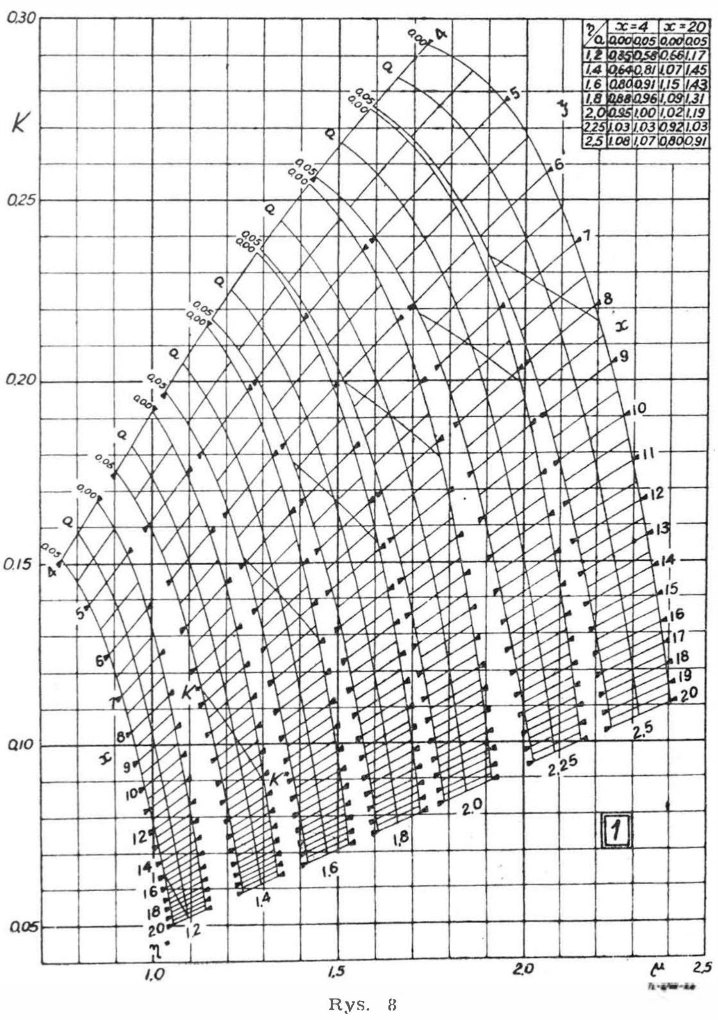
Współczynnik ten opiera się na fakcie, że stosunek odkształceń skrajnych włókien przekroju równa się stosunkowi ich odległości od osi obojętnej (patrz rys. 2 i 6).



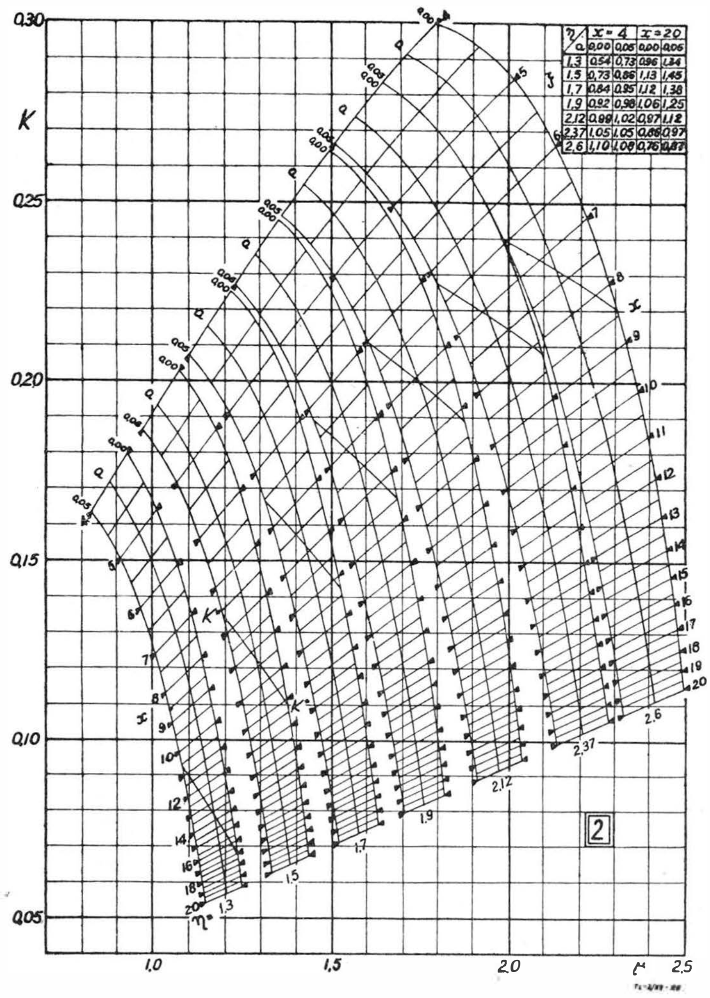
Rys. 6



Rys. 7



Rys. 8



Rys. 9

Jeśli nie ma danych odnośnie ε^*_c $\left(\text{względnie } i^* = \frac{\varepsilon_c^*}{\varepsilon_t^*}\right)$ można zalecić zależność:

$$i^* = 0{,}55 \left(\eta + \frac{1}{\eta}\right) \qquad [11]$$

Zależność ta przedstawiona na wykresie — rys. 7, wynika częściowo z danych doświadczalnych, częściowo zaś z przyjęcia, że złamanie belki drewnianej o przekroju pełnym rozpoczyna się równocześnie w obu skrajnych włóknach.

Sposób korzystania z nomogramów jest następujący: Mając wymiary zewnętrzne projektowanego przekroju B, H, b_1 i b_2 — oblicza się a w celu określenia (przy danym η), z której krzywej należy korzystać. Następnie z momentu M, który ma przenieść dany przekrój, oblicza się bezwymiarowy współczynnik K (patrz [lit. 9] — i na określonej poprzednio krzywej znajduje się punkt, który daje szukane wielkości x i μ, a więc pośrednio grubości pasów T i t. Należy oczywiście sprawdzić, czy współczynnik i otrzymany z zależności [10] nie przewyższa wielkości i^* dla danego materiału. Oznaczałoby to, że pas ściskany pierwszy ulegnie zniszczeniu. W takim przypadku należy zmienić założoną szerokość przekroju B i obliczyć nową wielkość K, której współrzędne powinny leżeć poniżej granicznej wielkości i^*.

Nomogramy robocze są przedstawione na rys. 8 i 9.

Zakres stosowalności nomogramów roboczych

Przy rozważaniu wpływu trapezowego kształtu przekroju może powstać pytanie, czy jego główne osie bezwładności pokrywają się z głównymi osiami bezwładności przekroju prostokątnego. Jeśli tak nie jest, zalety uzyskanych powyżej zależności mogą być ograniczone.

Proste sprawdzenie wskazuje jednak, że dla przypadków granicznych rzeczywiste główne osie bezwładności przekroju trapezowego są obrócone zaledwie o pół stopnia względem osi odpowiedniego przekroju prostokątnego.

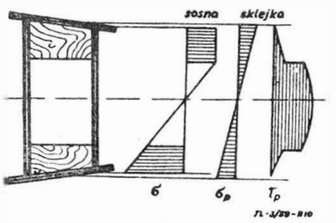
Z drugiej strony wiadomo, że wskaźnik wytrzymałości dla trapezu jest mniejszy od wskaźnika dla odpowiedniego prostokąta o tej samej powierzchni. W związku z tym może znowu powstać pytanie, czy maksymalny moment gnący nie byłby większy, gdyby pominąć udział skrajnych (względem osi obojętnej) włókien rozciąganych w jego przenoszeniu. Innymi słowami, jeśli jest dany trapezowy przekrój i określone grubości pasów, czy nie byłoby korzystniejsze (dla osiągnięcia maksymalnego przenoszonego momentu gnącego) — „obcięcie" skrajnych rozciąganych włókien.

Aby rozstrzygnąć to zagadnienie ułożono dla takiego „obciętego" przekroju równania podobne do równań [6], [7] i [9]. Wynik obliczenia wskazuje, że rzeczywiście maksymalny moment gnący wystąpi przy „obcięciu" skrajnych włókien na grubości około 0,25 b_2. Lecz wielkość tego maksymalnego momentu będzie zaledwie 0,5% większa niż dla przekroju „nieobciążonego". Różnica ta mieści się w zakresie dokładności, możliwej do osiągnięcia przy budowie nomogramów.

Należy tutaj podkreślić, że stosowane dotychczas w praktyce „uproszczenie", polegające na zastąpieniu przekroju trapezowego prostokątnym, daje w skrajnych przypadkach w stosunku do momentu niszczącego błąd około 12%, co odpowiada przyrostowi powierzchni pasów, a więc i ciężaru dźwigara o około 4%.

2. UWZGLĘDNIENIE WSPÓŁPRACY ELEMENTÓW SKLEJKOWYCH W PRZENOSZENIU MOMENTU GNĄCEGO

Głównym zadaniem ścianek dźwigara jest przeniesienie sił tnących. Biorą one jednak także udział, łącznie z pokryciem skrzydła, w przenoszeniu momentu gnącego. Udział ten może w pewnych przypadkach osiągać 25% całego momentu gnącego. W związku z tym konieczne jest dokładne i ścisłe uwzględnienie współpracy tych elementów.

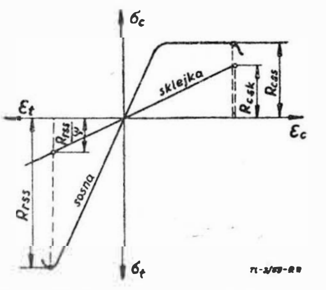


Rys. 10

Rys. 10 pokazuje, że w obszarze, gdzie naprężenia normalne w ściankach są duże, naprężenia styczne są małe, i odwrotnie. Można zatem rozpatrywać oba rodzaje naprężeń oddzielnie. W rzeczywistości przy określaniu grubości ścianek i pokrycia skrzydła bierze się pod uwagę naprężenia normalne.

Rozkład naprężeń normalnych w przekroju przy obciążeniu niszczącym

Aby określić udział elementów sklejkowych dźwigara w przenoszeniu momentu gnącego, należy nałożyć na siebie wykresy σ w funkcji ε Clapeyrona dla drewna sosnowego i sklejki, jak na rys. 11. Wynika to stąd, że odkształcenia sosny i sklejki w każdym punkcie muszą być indentyczne.



Rys. 11

Biorąc pod uwagę własności wytrzymałościowe drewna sosnowego w kierunku równoległym do włókien i sklejki, pod kątem 45° do kierunku włókien warstw zewnętrznych (trzy lub więcej warstw o równej grubości, sklejonych klejem bakelitowym[1]) oraz rys. 11 można stwierdzić, co następuje:

Pęknięcie nie może rozpocząć się ani w ściance dźwigara, ani w pokryciu, ponieważ wytrzymałość na rozciąganie dla drewna sosnowego odpowiadać będzie naprężeniu[2]) w sklejce, równe (w najbardziej niekorzystnym przypadku):

$$\sigma_{r\,sk} = R_{r\,ss}\frac{E_{x\,sk}}{E_{//\,ss}} = \frac{R_{r\,ss}}{\psi} = 901\,\frac{30 \cdot 10^3}{116 \cdot 10^3} = 233\ \mathrm{kGcm^{-2}} <$$
$$< R_{r\,sk} = 300\ \mathrm{kGcm^{-2}},$$

gdzie $R_{r\,sk}$ — wytrzymałość sklejki na rozciąganie.

Po stronie ściskanej niebezpieczeństwo jest jeszcze mniejsze, gdyż graniczne naprężenie ściskające odpowiada dla sklejki większym odkształceniom niż dla sosny i zniszczenie nastąpi dużo później. Biorąc pod uwagę, że $\underline{x}$ praktycznie przybiera wielkość od 8 do 20 można przyjąć wykres naprężeń w funkcji odkształceń dla sklejki w zakresie nas interesującym, jako linię prostą nachyloną do osi ε pod kątem, którego tangens jest równy $E_{x\,sk}$.

Ścisła metoda uwzględnienia współpracy elementów sklejkowych

Pierwszym warunkiem równowagi będzie tutaj, jak poprzednio, warunek aby siła osiowa w przekroju była równa zeru. A więc, jeśli przyjąć rozkład naprężeń normalnych trójwymiarowy, „objętość" naprężeń rozciągających musi być równa „objętości" naprężeń ściskających.

W rozpatrywanym przypadku warunek ten w chwili pęknięcia wyraża się następująco (patrz rys. 1 i 12):

$$F_c \cdot B + (F'_{c1} + F'_{c2})\delta + F_c'' \cdot B' = F_e \cdot B + (F'_{t1} + F'_{t2})\delta + F_t'' B' \quad \cdots\cdots [12]$$

gdzie F'_{c1} i F'_{t1} są polami odpowiednich wykresów naprężeń w dłuższej ściance dźwigara, F'_{c2} i F'_{t2} — w ściance krótszej, zaś F_c'' i F_t'' w pokryciu.

W przypadku, gdy nie brano pod uwagę elementów sklejkowych, obowiązywał warunek $F_c = F_t$ pole F_t jest określone wymiarem $\underline{t}$), który wyrażał się zależnością [7]. Biorąc pod uwagę sklejkę, musi się zmienić grubość pasa dolnego $\underline{t}$ tak, aby był spełniony warunek [12]. Nowa grubość pasa oznacza się symbolem t_e. Będzie więc:

$$F_c - F_e = F_t - F_e =$$
$$= \frac{R_{r\,ss}}{2}\left(\frac{h_1 - t - 0{,}5\,b_2}{h_1} + \frac{h_1 - t_e - 0{,}5\,b_2}{h_1}\right)(t - t_e).$$

Jeśli uwzględni się przyjęte oznaczenie, to po pewnych przekształceniach otrzymuje się:

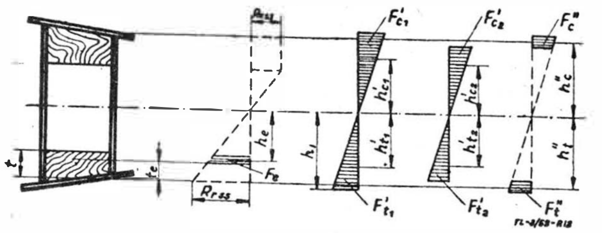
$$F_c - F_e = \frac{R_{r\,ss}}{w}(w - ax - 1 - 0{,}5\,\varphi)(-\varphi)\,t \quad \cdots [13]$$

W podobny sposób biorąc pod uwagę oznaczenia oraz równanie [10] otrzymuje się dla ścianek i pokrycia:

$$\left.\begin{aligned}
F'_{t1} &= \frac{R_{r\,ss}h_1}{2\,\psi} = \frac{R_{r\,ss}}{2\,\psi}\,w \cdot t\\
F'_{t2} &= \frac{R_{r\,ss}}{\psi}\,\frac{(h_1 - b_2)^2}{2\,h_1} = \frac{R_{r\,ss}}{2\,\psi\,w}(w - 2\,ax)^2\,t\\
F'_{c1} &= \frac{R_{r\,ss}}{\psi}\cdot i \cdot \frac{h_1 i}{2} = \frac{R_{r\,ss}}{2\,\psi}\cdot w \cdot i^2 \cdot t\\
F'_{c2} &= \frac{R_{r\,ss}}{\psi}\cdot i \cdot \frac{(h_1 \cdot i - b_1)^2}{2\,h_1 i} = \frac{R_{r\,ss}}{2\,\psi\,w}(wi - 2\,bx)^2 \cdot t\\
F_t'' &= \frac{R_{r\,ss}}{2\,\psi}\left(\frac{h_1 - 0{,}5\,b_2}{h_1} + \frac{h_1 - 0{,}5\,b_2 + \delta'}{h_1}\right)\delta' =\\
&= \frac{R_{r\,ss}}{\psi\,w}\left(w - ax + 0{,}5\,\frac{\delta'}{H}\,x\right)\\
F_c'' &= \frac{R_{r\,ss}}{2\,\psi}\cdot i \cdot \left(\frac{h_1 i - 0{,}5\,b_1}{h_1 i} + \frac{h_1 i - 0{,}5\,b_1 + \delta'}{h_1 i}\right)\delta' =\\
&= \frac{R_{r\,ss}}{\psi\,w}\left(w \cdot i - bx + 0{,}5\,\frac{\delta'}{H}\,x\right)
\end{aligned}\right\}\ [14]$$

1) Patrz literatura [2], [3], [4], [5], [6] itd.

2) Patrz literatura [4], str. 627, 694 i 779.



Rys. 12

Przenosi się wszystkie wyrazy równania [12] na lewą stronę. Uwzględniając zależności [13] i [14] oraz przyjęte oznaczenia po podzieleniu przez $\left(\frac{R_{r\,ss}}{2\,w} \cdot t \cdot B\right)$ przekształceniach otrzymuje się równanie:

$$\varphi^2 - 2\,(w - ax - 1)\,\varphi - \frac{\beta}{2\,\psi}\,[w^2\,(1 - i^2) + (w - 2\,ax)^2 -$$

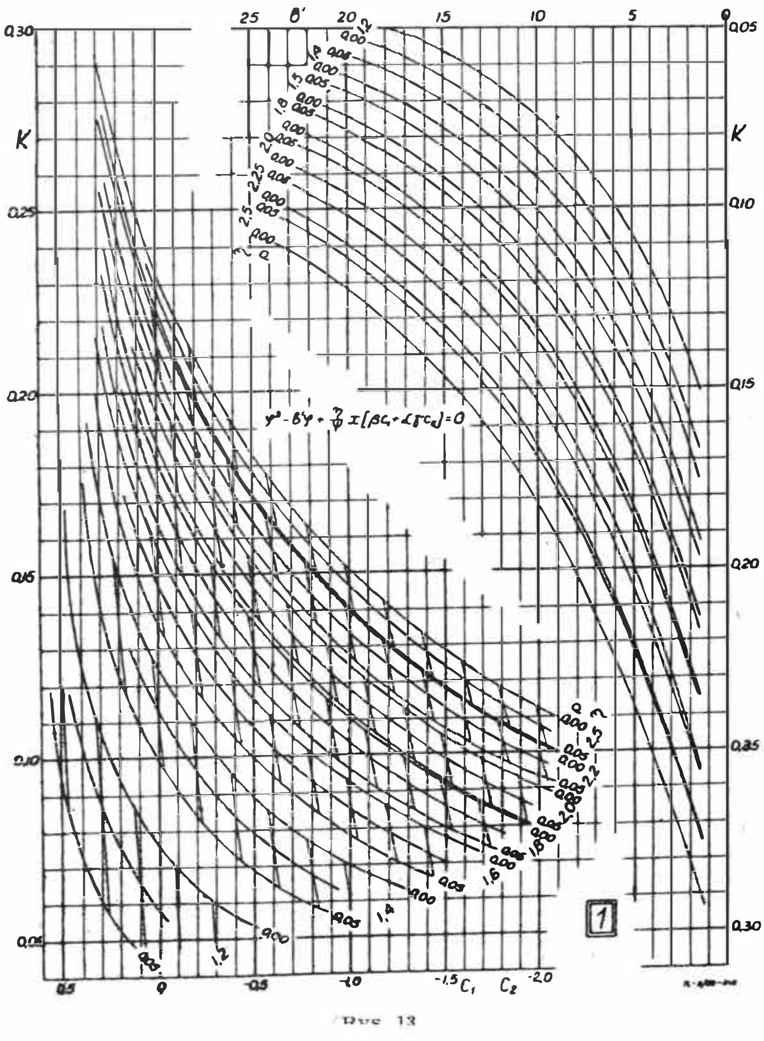
$$- (wi - 2\,bx)^2] - \frac{a\gamma}{\psi}\,x\,[(w - ax) - (wi - bx)] = 0 \quad [15]$$

Rozwiązując to równanie kwadratowe, można otrzymać dodatnią lub ujemną wielkość φ. Trzeba zaznaczyć, że graniczna wielkość φ równa jest ± 1.

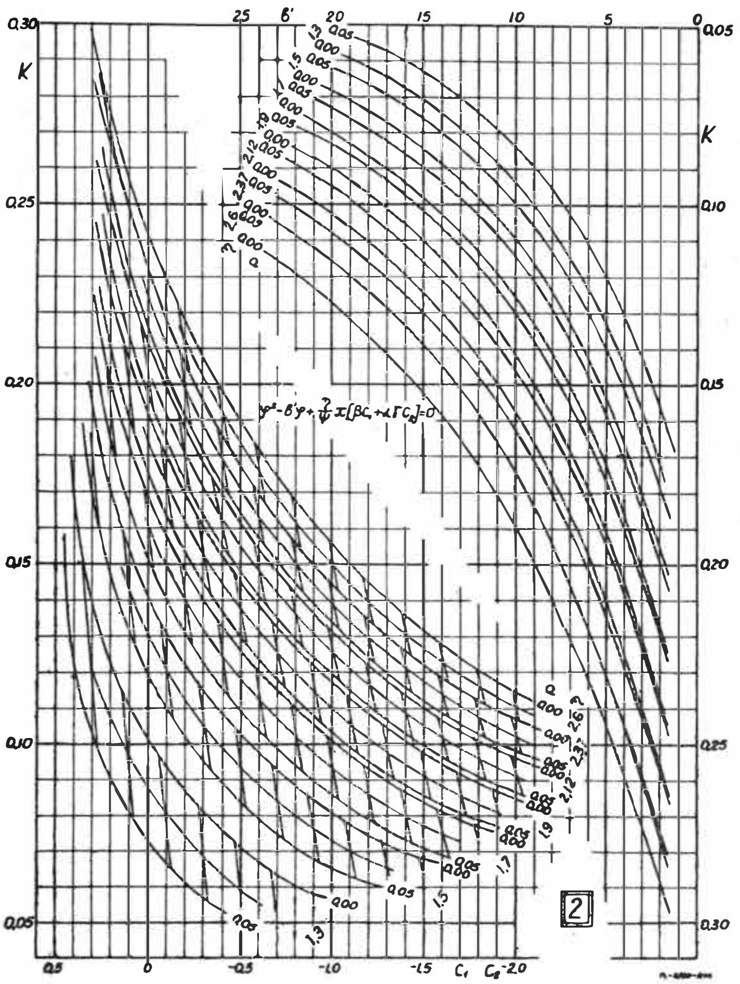
A więc z warunku równowagi sił w kierunku osiowym otrzymuje się równanie dla współczynnika φ. Współczynnik ten wskazuje, w jakim stopniu musi być zwiększona lub zmniejszona grubość pasa rozciąganego z powodu nierówności „objętości" naprężeń w elementach sklejkowych.

Aby ułatwić korzystanie z rówania [15] zbudowano nomogramy dla określenia jego współczynników (patrz rys. 13 i 14). W tym celu przekształcono rówanie następująco:

$$\varphi^2 - b'\,\varphi + \frac{\eta}{\psi} \times (\beta\,c_1 + a\gamma\,c_2) = 0 \quad \cdot \cdot \cdot \cdot [15']$$



Rys. 13



Rys. 14

gdzie:

$$\left.\begin{aligned} b' &= 2\,(w - ax - 1);\ c_1 = -\frac{0{,}5}{\eta\,x}\,w^2\,[(1 - i^2) + (w - 2\,ax)^2 - \\ &- (w \cdot i - 2\,bx)^2];\quad c_2 = -\frac{1}{\eta}\,[w\,(1 - i) - (a - b)\,x] \end{aligned}\right\}[15'']$$

Przy określaniu momentu gnącego, jaki może przenieść dany przekrój dźwigara, musi być koniecznie spełniony warunek [15]. Równanie to posiada rozwiązanie rzeczywiste tylko dla ujemnych wielkości pierwiastka z wyróżnika.

Z drugiego warunku równowagi wynika, że suma momentów sił wewnętrznych, działających w przekroju, jest równa momentowi gnącemu, przenoszonemu przez ten przekrój, tzn.

$$M_o = M - M_\varphi + M' + M'' \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot [16]$$

gdzie M — moment przenoszony przez same pasy; $M\varphi$ — moment tej części „objętości", naprężeń rozciągających, o którą zwiększono lub zmniejszono pełną „objętość" naprężeń pasa rozciąganego, aby spełnić warunek [12]; M' i M'' — moment przenoszony przez ścianki dźwigara wzgl. przez pokrycie.

Zgodnie z **rys.** 12 momenty te liczone względem osi obojętnej będą:

$$\left.\begin{aligned} M\varphi &= (F_c - F_e)\,B \cdot h_e \\ M' &= (F'_{t1} \cdot h'_{t1} + F'_{t2} \cdot h'_{t2} + F'_{c1} \cdot h'_{c1} + F'_{c2} \cdot h'_{c2})\,\delta \\ M'' &= (F_t''\,h_t'' + F_c'' + h_c'')\,B' \end{aligned}\right\}\quad [17]$$

Wielkości ramion h_e, h_c'' i h_t'' zostały przyjęte z przybliżeniem, ze względu na bardzo małe $(t—t_e)$ oraz δ'. Przybliżenie to jest na korzyść pewności, a różnice w stosunku do ścisłych wielkości — pomijalne.

$$\left.\begin{aligned}
h_e &= h_1 - t + 0{,}5\,(t - t_s) - 0{,}5\,b_2 = (w - ax - 1 - 0{,}5\,\varphi)\,t \\
h'_{t1} &= \frac{2}{3}h_1 = \frac{2}{3}\,wt \\
h'_{c2} &= \frac{2}{3}(h_1 - b_2) = \frac{2}{3}(w - 2\,ax)\,t \\
h'_{c1} &= \frac{2}{3}\,w \cdot i \cdot t \\
h'_{c2} &= \frac{2}{3}(w \cdot i - 2\,bx)\,t \\
h_c'' &= (wi - bx + 0{,}25\,\gamma \cdot x)\,t \\
h_t'' &= h_1 - 0{,}5\,b_2 + 0{,}5\,\delta' = (w - ax + 0{,}25\,\gamma\,x)\,t
\end{aligned}\right\} \quad [18]$$

Wyrażenie:

$$M_p = M_o - M = -M_p + M' + M'' \quad \cdot \cdot \cdot \cdot [19]$$

przedstawia wzrost momentu gnącego, przenoszonego przez przekrój dźwigara, spowodowany uwzględnieniem elementów sklejkowych.

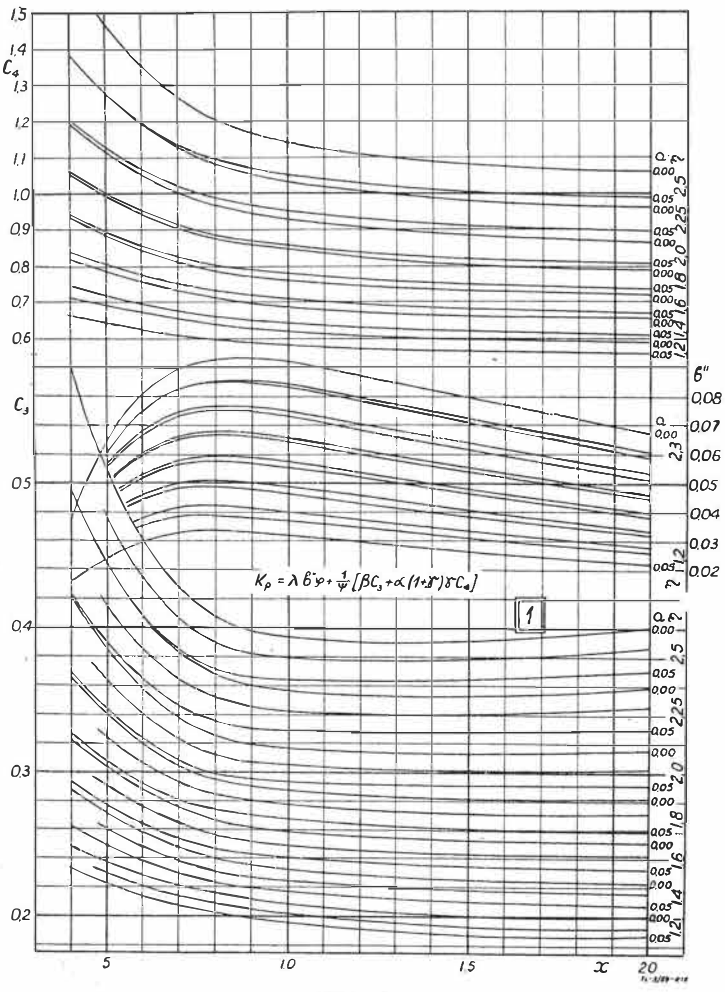
Wstawiając zależności [13], [14] i [18] do zależności [17], a z kolei te do [19], oraz po podzieleniu obu stron przez ($R_{cSS}BH^2$) oraz zgrupowaniu wyrazów otrzymuje się, uwzględniając przyjęte oznaczenia, następujące wyrażenie:

$$K_p = \frac{\eta}{wx^2}\left\{(w - ax - 1 - 0{,}5\,\varphi)^2\,\varphi + \frac{\beta}{6\,\varphi}\,[w^3\,(1 + i^3) + (w - 2\,ax)^3 + (wi - 2\,bx)^3] + \frac{\alpha}{2\,\varphi}\,\gamma\,(1 + \gamma)\,x\,[(w - ax)^2 + (wi - bx)^2]\right\} \quad \cdot \cdot [20]$$

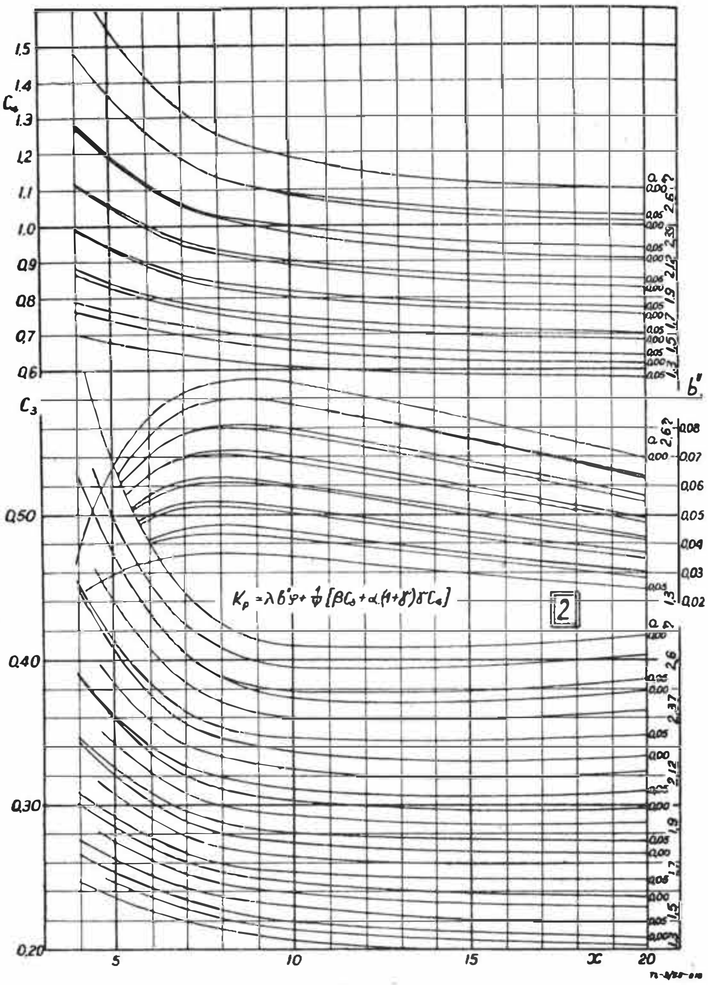
W wyrażeniu tym zastąpiono

$$\frac{(w - ax + 0{,}25\,\gamma\,x) + (wi - bx + 0{,}25\,\gamma\,x)_2}{(w - ax)^2 + (wi - bx)^2} \quad \text{przez } (1 + \gamma) \quad [21]$$

Można łatwo sprawdzić, że jest to słuszne dla większości γ w przedziale (0—0,08).



Rys. 15



Rys. 16

Dla ułatwienia korzystania z zależności [20] zbudowano nomogramy (patrz rys. 15 i 16). Do użytku praktycznego zależność ta została przekształcona następująco:

$$K_p = \lambda\,b''\,\varphi + \frac{1}{\varphi}\,[\beta\,c_3 + \alpha\,(1 + \gamma)\,\gamma\,c_4] \quad \cdot \cdot \cdot \cdot [20']$$

gdzie

$$\left.\begin{aligned}
\gamma &= \frac{(w - ax - 1 - 0{,}5\,\varphi)^2}{(w - ax - 1)^2} = \left(\frac{b' - \varphi}{b'}\right) \\
b'' &= \frac{\eta}{wx^2}\,(w - ax - 1)^2 \\
C_3 &= \frac{\eta}{6\,wx^2}\,[w^3\,(1 + i^3) + (w - 2\,ax)^3 + (wi - 2\,bx)^3] \\
C_4 &= \frac{\eta}{2\,wx^2}\,[(w - ax)^2 + (wi - bx)^2]
\end{aligned}\right\} \quad \cdot \cdot [22]$$

Przy projektowaniu dźwigarów drewnianych z uwzględnieniem współpracy elementów sklejkowych w przenoszeniu momentu gnącego należy posługiwać się równaniami [15'] i [20'].

Pomocnicza przybliżona metoda uwzględnienia współpracy elementów sklejkowych

Przedstawiona powyżej ścisła metoda wymaga stosunkowo długich przeliczeń i starannego odczytywania nomogramów, co jest uzasadnione tylko w bardziej istotnych przypadkach (jak np. przy najbardziej odpowiedzialnych przekrojach dźwigara). W celu uzyskania prostszej metody przybliżonej założono, że obrys przekroju jest prostokątny, a oś obojętna znajduje się w połowie jego wysokości, tzn. że $a = b = 0$; $\varphi = 0$; $i = 1$ oraz $w = 0{,}5x$. Jest to szczególny przypadek ogólnego rozwiązania. Równanie [20] przybiera teraz postać

$$K_p{}^* = \frac{\eta}{2\,\varphi}\left[\frac{\beta}{3} + \frac{1}{4}\,\alpha\,\gamma\,(2 + \gamma)^2\right] \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot [23]$$

Zaletą ostatniego równania jest fakt, że występujące w nim wielkości zależne są bezpośrednio od danych wytrzymałościowych materiału oraz od charakterystyki geometrycznej obrysu i elementów sklejkowych przekroju. Różni się ono od równania [20], po podstawieniu w tym ostatnim $i=1$ i $a=b=o$, tylko zastąpieniem czynnika

$$\frac{2+\gamma)^2}{4} \text{ przez } (1+\gamma).$$

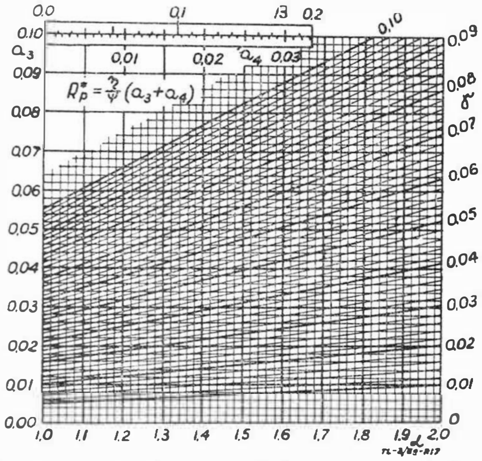
To uproszczenie opiera się na przybliżonej zależności typu $(1+\Delta)^2 \approx (1+2\Delta)$ [gdzie Δ jest bardzo małe w stosunku do jedności]. Łatwe przeliczenie wskazuje, że jest to słuszne dla wszystkich wielkości $\underline{i}$.

Stosując metodę przybliżoną należy przede wszystkim, wychodząc z momentu gnącego M_Σ, który ma przynieść dany przekrój, obliczyć wielkość

$$K_\Sigma = \frac{M_\Sigma}{R_{c\,ss} BH^2}.$$

Na nomogramach — rys. 8 i 9 — przedstawiono linię ciągłą wielkości $\underline{K}$ odpowiadające $i=1$ dla poszczególnych η i $\underline{a}$. Odczytuje się tę wielkość dla podanego przypadku i oznacza się ją przez $\underline{K}^*$. Następnie oblicza się K_p^* z zależności [23], lub odczytuje się ją z wykresu na rys. 17 i wyznacza wielkości:

$$\varkappa = \frac{K_p^*}{K^* + K_p^*} \quad \text{oraz} \quad K = K_\Sigma(1-\xi\cdot\varkappa).$$



Rys. 17

Ostatnia wielkość przedstawia moment gnący przypadający na same pasy. W pierwszym przybliżeniu należy przyjąć $\xi=1$. Jeśli tak obliczonemu $\underline{K}$ odpowiada na odpowiedniej krzywej nomogramu wielkość $\underline{x}$ leżąca poniżej, lub powyżej punktu $i=1$, należy stosownie do tego odchylenia wyznaczyć drugie przybliżenie wielkości $\underline{K}$, posługując się współczynnikiem korekcyjnym ξ. Dla ułatwienia w prawym górnym rogu nomogramu 8 i 9 podano tabelkę wielkości współczynnika ξ dla granicznych wielkości $\underline{a}$ (0,00 i 0,05). Przy pośrednich wielkościach $\underline{x}$ i $\underline{a}$ można określić ξ przez interpolację. A więc stosunkowo łatwo i szybko można osiągnąć zadowalający wynik.

Jeśli punkt odpowiadający $\underline{K}$ znajduje się powyżej krzywej $i=1$, φ jest dodatnie (zwiększenie grubości pasa rozciąganego) i waha się pomiędzy 0,00 i 0,20; gdy jest on poniżej $i=1$, φ jest ujemne (zmniejszenie grubości pasa rozciąganego) i waha się w tym samym zakresie. Posługując się metodą przybliżoną, należy jednak zachować dużą ostrożność przy zmniejszaniu grubości pasa rozciąganego, szczególnie w przypadkach, gdy punkt odpowiadający obliczonemu $\underline{K}$ jest bliski krzywej $i=1$.

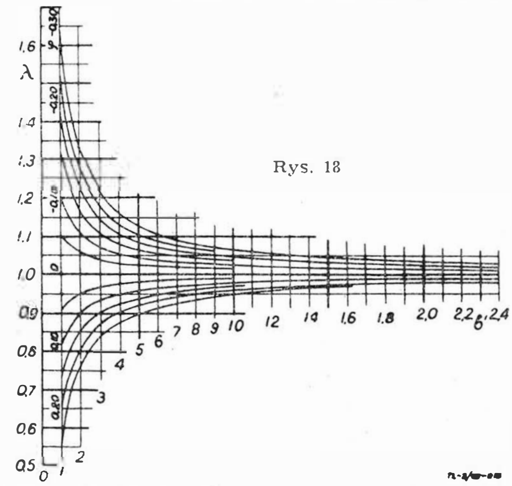
Sposób posługiwania się nomogramami dla uwzględnienia współpracy elementów sklejkowych

Wychodząc z momentu gnącego, jaki ma przenosić przekrój (M_Σ), własności wytrzymałościowych materiału ($R_{c\,ss}$, $R_{r\,ss}$, η i ψ) oraz charakterystyki geometrycznej przekroju (B, H, b_1, b_2, δ, δ' B' i odpowiadające im wielkości bezwymiarowe a, β, γ, i a), nie można bezpośrednio wyznaczyć pozostałych wymiarów, ponieważ trudno jest z góry określić, jaką część momentu przeniosą pasy, a jaką elementy sklejkowe. Zagadnienie to można jednak rozwiązać metodą kolejnych przybliżeń.

Przede wszystkim, posługując się pomocniczą metodą przybliżoną, należy określić przybliżone wielkości $\underline{K}$ i $\underline{x}$.

Współczynniki C_1, C_2 i b' podano w zależności od $\underline{K}$, η i $\underline{a}$. Na nomogramach (rys. 13 i 14) wielkości C_1 i C_2 odczytuje się z jednej wiązki krzywych odpowiadającej danemu η. C_1 jest określone przez podane krzywe. Wielkość C_2 odpowiada linii pionowej, którą przecina odpowiednia lekko nachylona prosta, tak że dla $\underline{a} \approx 0{,}025$ odpowiada $-C_1=C_2$. Jeśli dla dowolnego $\underline{a}$ przyjmiemy $C_1=C_2$, błąd będzie nieznaczny.

Wielkości λ można odczytać z wykresu na rys. 18.



Rys. 18

Dla dużych b' (>10) i małych φ (0,00 do 0,05) można przyjąć $\lambda=1$.

Współczynniki C_3, C_4 i b'' są podane na nomogramach (rys. 15 i 16) w zależności od $\underline{x}$, η i $\underline{a}$.

Opierając się na przybliżonych wielkościach $\underline{K}$ i $\underline{x}$ można więc wyznaczyć z nomogramów wszystkie współczynniki, potrzebne do rozwiązania równań [15'] i [20'] i określenia K_p i φ.

Jeżeli suma $\underline{K}$ i $\underline{K_p}$, wyznaczonych w ten sposób w pierwszym przybliżeniu, różni się od K_Σ, określonego przez moment gnący, który ma przynieść dany przekrój, trzeba przyjąć drugie przybliżenie na $\underline{K}$. Następnie odczytuje się ponownie z nomogramów potrzebne współczynniki i oblicza się nowe φ i K_p. Ostateczny wynik otrzymuje się przez liniową interpolację względnie ekstrapolację, opierając się na wynikach pierwszego i drugiego przybliżenia. W ten sposób można określić potrzebne wymiary pasów, które wynikają z zależności:

$$t_e = \frac{1+\varphi}{x} H \quad \text{i} \quad T = \frac{H}{x}\mu \quad \cdots\cdots [24]$$

gdzie φ jest brane z odpowiednim znakiem.

Jeśli szerokość współpracująca pokrycia B' jest różna dla strony ściskanej i rozciąganej należy we wzorze [23] brać wielkość średnią.

Przy obliczaniu φ i K_p ze ścisłych równań [15] i [20] należy pamiętać, że ostatni człon w nawiasie kwadratowym odnosi się do strefy ściskanej, a przedostatni — do rozciąganej. Trzeba więc obliczyć współczynnik α dla każdej strefy oddzielnie.

3. PROJEKTOWANIE DŹWIGARA OBCIĄŻONEGO MOMENTEM GNĄCYM I SIŁĄ OSIOWĄ

W przypadku skrzydła podpartego zastrzałem dźwigar jest obciążony momentem gnącym i siłą osiową. Często otrzymuje się także dodatkowe obciążenie osiowe jako wynik uwzględnienia w obliczeniu skrzydła momentu, działającego w płaszczyźnie cięciw.

Ponieważ rozważono przypadek siły ściskającej, który jest częściej spotykany i bardziej niebezpieczny, przyjęto, że dane są wielkości momentu gnącego i siły osiowej, nie rozpatrując zagadnienia utraty stateczności.

Po zaprojektowaniu dźwigara można sprawdzić jego stateczność[1]), chociaż w praktyce w większości przypadków nie jest to konieczne, szczególnie dla dźwigarów drewnianych.

[1]) Patrz np. W. Gittleman — „Laterally Loaded Nonuniform Struts — A Tabular Method Requiring only Arithmetical Calculations" — Aircr. Eng. — Febr. 1953.

W analizie uwzględniono trapezowy kształt obrysu przekroju oraz współpracę elementów sklejkowych w przenoszeniu obciążeń.

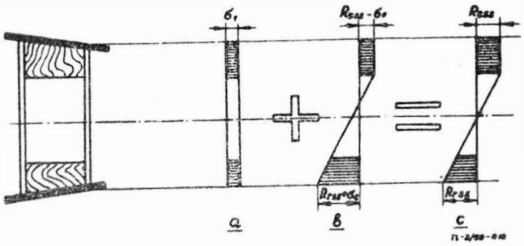
Rozkład naprężeń normalnych

Opierając się na hipotezie Pragera, podającej rozkład naprężeń normalnych dla dźwigara obciążonego samym momentem gnącym, można określić rozkład naprężeń w przypadku obciążenia momentem gnącym i siłą osiową.

Dla samej siły osiowej rozkład naprężeń w przekroju (rys. 19) będzie zgodny z rysunkiem 19a. Naprężenie ściskające będzie równe

$$\sigma_c = \frac{P_o}{F_o}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad [25]$$

gdzie P_o — siła ściskająca, F_o — pełna powierzchnia przekroju (pasy i sklejka).



Rys. 19

Dodając obciążenie momentem gnącym M_Σ otrzymuje się rozkład naprężeń przedstawiony na rys. 19c, przy czym suma sił wewnętrznych w kierunku osi dźwigara będzie równa sile osiowej P_o. Jest oczywiste, że zniszczenie przekroju może nastąpić w dwu przypadkach: jeśli skrajne włókna rozciągane osiągną naprężenie równe wytrzymałości na rozciąganie, względnie jeśli skrajne włókna ściskane ulegną lokalnemu wyboczeniu (osiągną graniczne odkształcenie przy ściskaniu ε^*_c).

Jak widać z rysunku 19, przypadek obciążenia złożonego można sprowadzić do przypadku czystego zginania wprowadzając dla pasów zastępcze wytrzymałości na rozciąganie i ściskanie równe

$$R'_{r\,ss} = R_{r\,ss} + \sigma_c \quad \text{i} \quad R'_{c\,ss} = R_{c\,ss} - \sigma_c \quad \ldots \quad [26]$$

Odpowiada temu współczynnik η równy:

$$\eta' = \frac{R'_{r\,ss}}{R'_{c\,ss}} = \frac{R_{r\,ss} + \sigma_c}{R_{c\,ss} - \sigma_c} \quad \text{lub} \quad \frac{\sigma_c}{R_{c\,ss}} = \frac{\eta' - \eta}{\eta + 1} \quad \ldots \quad [27]$$

W wyniku staje się oczywiste, że zaprojektowanie dźwigara na obciążenie złożone sprowadza się do zagadnienia omówionego uprzednio. Korzystając z omówionych w poprzednich rozdziałach nomogramów należy tylko zastąpić dawny współczynnik η nowym fikcyjnym współczynnikiem η' określonym zależnością [27].

Stosunek $\dfrac{\sigma_c}{R_{c\,ss}}$ określa udział siły osiowej w całkowitym obciążeniu dźwigara.

Ścisłe określenie wymiarów w przypadku momentu gnącego i siły osiowej

Pełna powierzchnia przekroju dźwigara, z uwzględnieniem powierzchni elementów sklejkowych, zredukowanej w stosunku modułów sprężystości sklejki i drewna sosnowego, jest równa:

$$F_o = B(T + t_e) + \frac{E_{x\,sk}}{E_{//\,ss}}(2\delta H + 2\delta' B') =$$

$$= B \cdot H \left[\frac{(\mu + 1)(1 + \varphi)}{x} + \frac{1}{\psi}(\beta + \alpha\gamma)\right] \quad \ldots \quad [28]$$

gdzie $(1+\varphi)$ uwzględnia zmienioną, ze względu na wpływ elementów sklejkowych, grubość pasa rozciąganego (patrz zal. [24]).

Jeśli we wzorze [25] uwzględni się zależność [28] a następnie podzieli się go przez $(R_{c\,ss} B \cdot H)$ i przyrówna do [27], otrzyma się bezwymiarowy współczynnik obciążenia osiowego:

$$K_o = \frac{P_o}{R_{c\,ss} BH} = \frac{\eta' - \eta}{\eta' + 1}\left[\frac{(\mu + 1)(1 + \varphi)}{x} + \frac{1}{\psi}(\beta + \alpha\gamma)\right] \quad [29]$$

Lewa strona tej zależności jest wielkością znaną. Prawa strona natomiast zawiera nieznane wielkości η', x i μ, ponieważ powierzchnia przekroju nie jest z góry określona.

Metodą rozwiązania zagadnienia jest znowu metoda kolejnych przybliżeń. W pierwszym przybliżeniu wygodniej jest pominąć wpływ elementów sklejkowych, tzn. przyjąć $\varphi = \beta = \gamma = 0$. Należy za pomocą kilku prób określić z nomogramów — rys. 8 i 9 — dla jakiej wielkości η' i odpowiadającego R' (wielkość wynikająca z przyjętych oznaczeń i zależności) [27] —

$$K' = K\frac{\eta' + 1}{\eta + 1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad [30]$$

będzie spełniony warunek [29], zmodyfikowany w tym szczególnym przypadku — ze względu na pominięcie sklejki — do postaci

$$K_o = \frac{P_o}{R_{c\,ss} BH} = \frac{\eta' - \eta}{\eta' + 1} \cdot \frac{\mu + 1}{x} \quad \ldots \quad [29']$$

Dalsze postępowanie jest następujące: należy przyjąć z nomogramów dwie sąsiednie wielkości η', pomiędzy którymi zawiera się znalezioną przez nas wielkość i przeprowadza się dla nich wszystkie przeliczenia, przedstawione powyżej przy określaniu wymiarów z uwzględnieniem współpracy sklejki w przypadku samego momentu gnącego. Ostateczny wynik otrzymuje się przez interpolację liniową, wykonaną wykreślnie lub analitycznie. Trzeba oczywiście sprawdzić, czy jest spełnione równanie [29] w swojej pełnej postaci.

W przypadku, gdy należy ściśle określić wymiary pasów dla skrajnej wielkości η podanej w nomogramach — $\eta' = 2{,}6$ pożądane jest rozszerzenie nomogramów zgodnie z wyżej podanymi równaniami, względnie bardzo staranna ekstrapolacja.

Określenie wymiarów w przypadku dużej siły osiowej i małego momentu gnącego i odwrotnie

Przekroje dźwigara skrzydła zastrzałowego, położone blisko okuć kadłuba, są obciążone dużą siłą ściskającą i stosunkowo małym momentem gnącym. Określając wymiary pasów w tych przekrojach omówioną wyżej metodą otrzyma się pas rozciągany zbyt cienki ze względów technologicznych, zaś pas ściskany bardzo gruby. Zresztą w takich przypadkach η' wykracza zwykle daleko poza zakres nomogramów, co komplikuje zagadnienie.

Przekroje te są jednak stosunkowo mniej ważne. Dla ich określenia można przyjąć, że grubość pasa rozciąganego odpowiada minimalnej wielkości, leżącej w zakresie nomogramów i jednocześnie możliwej do przyjęcia ze względów technologicznych. Przybliżone równanie:

$$M \approx R'_{c\,ss} BTh \quad \ldots \ldots \ldots \quad [31]$$

przedstawia moment gnący przenoszony przez same pasy dźwigara.

Ramię wypadkowej pary sił wewnętrznych jest równe

$$h \approx H - 0{,}5(T + t) \quad \ldots \ldots \ldots \quad [32]$$

Biorąc pod uwagę zależności [25], [26], [28] (dla $\varphi = 0$), [31] i [32], otrzymuje się po pewnych przekształceniach:

$$M \approx \left\{R_{c\,ss} - \frac{P_o}{BH\left(\dfrac{\mu + 1}{x} + \dfrac{1}{\psi}(\beta + \alpha\gamma)\right)}\right\} BT[H - 0{,}5(T + t)] \quad \ldots \ldots \quad [33]$$

Lewą stronę zależności [33] można wyrazić następująco

$$M \approx R_{c\,ss} \cdot BH^2 K\Sigma \frac{K^*}{K^* + K_p^*} \quad \ldots \quad [34]$$

Wstawiając [34] do [33], dzieląc równanie [33] przez $(R_{css} BH^2)$ i uwzględniając lewą stronę [29] otrzymuje się po przekształceniach

$$K\Sigma \frac{K^*}{K^* + K_p^*} = \frac{T}{H}\left[1 - \frac{K_o H}{T + t + \dfrac{H}{\psi}(\beta + \alpha\gamma)}\right]\left(1 - \frac{T + t}{2H}\right) \quad \ldots \ldots \quad [35]$$

Dokończenie na III str. okł.

PRZEGLĄD DOKUMENTACYJNY LOTNICTWA

OPRACOWANY PRZEZ OŚRODEK DOKUMENTACJI I WYDAWNICTW INSTYTUTU LOTNICTWA

DODATEK DO DWUMIESIĘCZNIKA „TECHNIKA LOTNICZA"

ROCZNIK IX WARSZAWA, LISTOPAD – GRUDZIEŃ 1959 ZESZYT 5

Gwiazdkami obok liczb porządkowych oznaczone są publikacje znajdujące się w Bibliotece Instytutu Lotnictwa.

AERODYNY

107* 629.135.4:629.135.15 ILot
Witkowski R.: **Śmigłowiec jako środek transportu szybowców.** Technika Lotnicza, 1958, r. 13, nr 6(54), s. 179—182, 186, rys. 10.

Możliwości startu i holowania szybowców przez śmigłowiec. Dokonano analizy osiągów oraz sterowności i wyważenia śmigłowca. Z rozważań, wynika, że śmigłowiec dysponujący dostatecznym nadmiarem mocy może wyholować szybowiec nawet z bardzo małego przygodnego terenu. Praca była przedstawiona na VII Kongresie OSTIV w Lesznie w 1958 r., gdzie autor dał pokaz holowania szybowca za śmigłowcem. (a)

108* 629.136.3 ILot
North American X-15. **Samolot North American X-15.** Flight, 1958, t. 73, nr 2557, A4, s. 100—101, rys. 6.

North American X-15 jest budowanym obecnie pierwowzorem rakietowego samolotu przeznaczonego do lotów poza atmosferą ziemską. Oczekuje się, że w końcu bieżącego roku, po zakończeniu prób w locie, samolot osiągnie wysokość 640 km i tam wejdzie na orbitę, po której będzie krążył, a następnie w kontrolowany sposób uda się pilotowi powrócić wraz z samolotem na ziemię. Ze względu na nieopublikowanie technicznych danych o tym samolocie artykuł podaje jedynie zasadnicze informacje dotyczące konstrukcji, systemu sterowania strumieniowego, silnika, urządzeń ratowniczych i wyposażenia. Wiadomości te jak również trzy rysunki konstr. mają częściowo charakter domysłów. B. Kitzman

CZĘŚCI AERODYN

109* 533.662.6:629.135.4.038 ILot
Ham N. D.: Moser H. H.: Preliminary investigation of a ducted fan in lifting flight. **Wstępne badania śmigła tunelowego w warunkach lotu.** J. Amer. Helicopter, Soc., 1958, t. 3, nr 3, s.17—29, rys. 21.

Rozważania na temat podstawowych właściwości śmigła tunelowego w porównaniu do śmigła nie obudowanego. Oprócz analizy teoretycznej warunków zawisu i wpływu tunelu na osiągi śmigła artykuł zawiera zbiór wyników prób, jakie przeprowadzone zostały na doświadczalnym szybowcu zaopatrzonym na środku rozpiętości w śmigło tunelowe obracające się w płaszczyźnie skrzydła. Tunel śmigła łączył powierzchnię górną i dolną skrzydła. R. Witkowski

110* 629.13.014.37:533.69.045 ILot
Cownie J. R.: Variable geometry for aircraft. **Zastosowanie zmiennej geometrii w samolotach.** The Aeroplane, 23 maj 1958, t. 94, s. 2438, s. 716—720, rys. 14.

Ostatnio staje się nader aktualne zagadnienie wyposażenia samolotu w skrzydło, którego skos mógłby być zmieniany podczas lotu. Cienkie skośne skrzydła o małym wydłużeniu, odpowiednie dla dużych prędkości, są bowiem bardzo niekorzystne z punktu widzenia prędkości startu i lądowania oraz sterowności na dużych kątach natarcia. Zbudowany w r. 1951 doświadczalny samolot amerykański Bell X-5 stanowi duży krok w kierunku opanowania zagadnień związanych ze zmianą skosu skrzydła w czasie lotu. Bell X-5 posiada skrzydło, którego skos można zmieniać w granicach od 20° do 60° w ciągu 30 sekund. J. Sandauer

SILNIKI LOTNICZE

111* 629.135.4:621.438 ILot
Shaft turbine fos helicopters. **Turbina dla napędu śmigłowców przez wał.** Aeroplane, 1958, t. 94, nr 2419, A4, s. 46—48, rys. 5.

Opis silnika turbinowego General Electric T58 przeznaczonego dla napędu nowych śmigłowców amerykańskich Sikorsky S-62 i Kaman HU2K-1. Artykuł zawiera krótki opis silnika oraz programu i wyników prób, jakim poddano silnik nim uzyskał oficjalne dopuszczenie do użytkowania. Próby objęły 6000 godzin pracy. Próby w locie przeprowadzono na specjalnie dostosowanych śmigłowcach S-58 i H-21B. Przy mocy startowej 1024 KM silnik ma jednostkowe zużycie paliwa b = 300 G/KMh. Ciężar silnika łącznie z reduktorem — 151 kG. R. Witkowski

112* 621.454 ILot
Brown D. L.: The origin of the bypass and ducted fan. **Pochodzenie silników dwuprzepływowych.** Aeroplane, 13 marzec 1959, t. 96, nr 2480, s. 313—316, rys. 9.

W artykule omówiono początki rozwoju silnika dwuprzepływowego w Anglii. Pomysł tego rodzaju silnika odrzutowego zawdzięcza się Anglikowi F. Whittle, który od roku 1930 pracował nad pomysłem silnika i ulepszeniem kolejnych jego odmian. Żaden z projektów do roku 1945 nie został jednak urzeczywistniony, a prototyp wykonany w 1945 r. nie doczekał się produkcji seryjnej. W artykule podano schematy i krótkie opisy konstrukcji ważniejszych odmian, omówiono dokonane zmiany i tendencje rozwoju silnika, a także wspomniano o pracach nad współczesnymi konstrukcjami silników dwuprzepływowych. A. Kowalewicz

113* 621.454 ILot
Kowalewicz A.: **Ogólne uwagi o silniku strumieniowym.** Techn. Lotn. 1958, r. 13, nr 2, A4, s. 40—44, rys. 11, poz. bibl. 5.

Wzory na sprawność obiegu termodynamicznego, ciąg wewnętrzny i jednostkowe zużycie paliwa silnika idealnego w funkcji liczby Macha lotu, dla różnych przyrostów temperatury w komorze spalania. Omówiono również czynniki wpływające na sprawność obiegu i charakter pracy rzeczywistego silnika strumieniowego. (a)

114* 621.45 ILot
Charwat A. F.: Thermopropulsive characteristics of high — speed thrust generators. **Termonapędowe charakterystyki silników na wysokie prędkości.** Aero/Space Engng., 1958, t. 17, nr 6,s. 49—55, rys. 8, tabl. 1, poz. bibl. 7.

W artykule dokonano przeglądu zasadniczych napędowych i termodynamicznych własności silników odrzutowych, ze szczególnym uwzględnieniem silników na wysokie prędkości. Oprócz prostych silników omówiono z termodynamicznego punktu widzenia różne teoretycznie możliwe układy, złożone z kilku prostych silników odrzutowych i podano wykresy ciągu z 1 kG wydatku gazu w funkcji liczby Macha dla kilku wartości procentowych wydatku wtórnego. Zdaniem autora — układem, posiadającym odpowiednie osiągi i realne możliwości realizacji konstrukcji w zakresie wyższych prędkości naddźwiękowych, jest układ złożony z silnika rakietowego wbudowanego w silnik strumieniowy. Układ ten posiadałby właściwe osiągi w dużym zakresie prędkości, którego granice wyznaczone są przez możliwości silnika strumieniowego i rakietowego, ograniczone praktycznie od góry wytrzymałością materiału ścianki w wysokiej temperaturze. A. Kowalewicz

115* 621.45/41 ILot
Baxter A. D., Greenwood S. W.: British rocket and ramjet engines. **Angielskie silniki rakietowe i strumieniowe.** Aircr. Engng., wrzes. 1958, t. 30, nr 355, s. 252—268, rys. 64, tab. 2, poz. bibl. 16.

W artykule omówiono rozwój oraz dokonano przeglądu osiągnięć angielskich w dziedzinie silników rakietowych i strumieniowych. Podano zasadnicze cechy tych silników jako napędów stosowanych przy wysokich prędkościach, ich główne elementy konstrukcyjne, materiały, paliwa i utleniacze oraz zastosowanie. Obok zagadnień związanych z konstrukcją i wykonaniem wspomnianych silników przedstawiono trudności ich badania naziemnego i w locie. Artykuł jest ilustrowany zdjęciami silników i ich elementów oraz schematami konstrukcyjnymi. A. Kowalewicz

TŁUMIKI HAŁASU

116* 621.454.06:534.83 ILot
Callaghan E. E.: Noise suppressors for jet engines. **Tłumiki hałasu silników odrzutowych.** Noise Control, 1959, t. 5, nr 1, s. 18—23, 80, rys. 10.

Przedmiotem artykułu są badania nad zmniejszeniem hałasu wywołanego pracą silników odrzutowych, wykonane w NACA. W wyniku badań stwierdzono, że natężenie dźwięku jest funkcją parametru Lighthilla, którego wartość zależy głównie od zmiennej składowej prędkości w ruchu burzliwym, przy mieszaniu się strumienia gazów wylotowych z powietrzem atmosfery. Omówiono konstrukcje kilku tłumików, wyniki zmniejszenia hałasu i stratę ciągu, spowodowaną zastosowaniem określonego tłumika. Artykuł ilustrowany jest zdjęciami różnego rodzaju tłumików i kilkoma wykresami. A. Kowalewicz

117* 629.135—752:534.83 ILot
Kobryński M.: Méthodes d'insonorisation des avions de transport et spécialment du biréacteur S. E. 210 Caravelle. **Metody osłony przeciwdźwiękowej samolotów transportowych, w szczególności dwusilnikowego samolotu odrzutowego S. E. 210 Caravelle.** Recherche Aéronautique, 1958, nr 63, A4, s. 33—39, rys. 12, poz. bibl. 10.

Doświadczenia uzyskane w dziedzinie badań źródeł dźwięków i wykonywania osłony dźwiękowej pozwoliły na zwiększenie wymagań odnośnie wygody pasażerów lotniczych z punktu widzenia zmniejszenia tak bardzo nieprzyjemnych wysokich natężeń dźwiękowych. Te same natężenia, w przypadku wyposażenia samolotów w silniki odrzutowe wpływają w poważnym stopniu na zmęczenie konstrukcji jako całość. W omówionym artykule został pokazany na przykładzie m. in. i Caravelli wpływ doboru silnika i miejsca jego zamocowania na wysokość natężeń dźwiękowych, mierzonych w kabinie pasażerskiej. M. Rabenda

WYTWARZANIE SPRZĘTU LOTNICZEGO

118* 621.791.9:534.321.9:629.13.002 ILot
Jones J. B.: Ultrasonic welding — a new technique grows. **Zgrzewanie ultradźwiękiem — nowy proces technologiczny.** Metal Progress, kw. 1958 r., t. 73, nr 4, s. 68—72, rys. 8, tab. 2.

Nowy proces zgrzewania polega na doprowadzeniu do zgrzewanego miejsca energii drgań rdzenia magnetostrykcyjnego o częstotliwości naddźwiękowej. Za pomocą termoelementu stwierdzono w sferze zgrzewanej temperaturę 200÷300°C przy zgrzewaniu blach aluminiowych, a przy blachach ze stopu aluminium temperaturę ok. 540°C. Przy zgrzewaniu stopu tytanu z dodatkiem 6% Al i 4% V stwierdzono temperaturę 985°C. Temperatura zgrzewania zależy od twardości zgrzewanego stopu. Dużą zaletą tej nowej metody jest możność zgrzewania różnych materiałów np.: mosiądzu, stali, miedzi czy aluminium do płytki cyrkonowej, platyny, molibdenu, mosiądzu, do różnych stali. Wolfram można zgrzewać z miedzią. T. Vorbrodt

119* 629.13.002:621.983.3 ILot
Dawydow Ju. P., Kowalew I. C., Pokrowskij G. W.: Tiechnołogiczeskije osobiennosti listowoj sztampowki samolotnych stalej i spławow. **Zagadnienia technologiczne przeróbki plastycznej blach stalowych i stopowych w produkcji płatowców.** Artykuł z pracy zbiorowej pt. „Obrabotka spławow dawlenjem", Oborongiz, 1958, s. 103—119, rys. 4, tabl. 8, poz. bibl. 17.

Produkcja nowoczesnych płatowców charakteryzuje się dużą objętością prac tłoczniczych. Średnio przypada na te prace około 15% ogólnej pracochłonności wykonawstwa płatowca. Ilość części płatowca wykonywanych tłoczeniem na zimno wynosi dla dużego samolotu powyżej 60 tys., dla samolotu średniej wielkości powyżej 40 tys. i dla małego powyżej 20 tys. Rozwój silników odrzutowych wprowadził do produkcji znaczną ilość części silnikowych, wykonywanych tłoczeniem na zimno z blach stalowych i stopowych. W niniejszej pracy omówiono podstawowe zagadnienia technologiczne przeróbki plastycznej blach stalowych i stopowych, stosowanych do wykonawstwa części płatowców i silników odrzutowych, jak również poruszono pewne zagadnienia poboczne, bezpośrednio związane z tłoczeniem.
M. Kwiatkowski

ZAGADNIENIA OGÓLNO-LOTNICZE

120* 629.13./061.3/:629.135.15 ILot
R. L.: **Sprawozdanie z VII Kongresu OSTIV Leszno-Osieczna 1958.** Techn. Lotn., 1958, nr 5, A4, s. 149—151.

Przy okazji tegorocznych Szybowcowych Mistrzostw Świata odbył się w Osiecznej VII Kongres organizacji OSTIV (Organisation Scientifique et Technique Internationale du Vol a Voile). Zgromadził on wielu specjalistów z Afryki Południowej, Wielkiej Brytanii, Argentyny, Austrii, Czechosłowacji, Danii, Finlandii, Francji, Holandii, Jugosławii, Kanady, Niemiec Zachodnich, Nowej Zelandii, Polski, Szwecji, Stanów Zjednoczonych, Węgier, Włoch i Związku Radzieckiego. Obrady obejmowały zagadnienia techniczne i meteorologiczne. Poza referatami i ożywionymi dyskusjami zademonstrowano szereg ciekawych filmów z dziedziny meteorologii. Omówiono referaty techniczne, poruszające zagadnienia aerodynamiczne, konstrukcyjne, badań w locie, wyposażenia i przyrządów pokładowych. (a)

CIEPŁO POMIARY TEMPERATURA

121* 536.521:621—226.3 ILot
Grabol J., Van Kote J.: Pyrometre infrarouge destiné a la mesure des temperatures dáilettes de turbine. **Optyczny pirometr na promienie podczerwone, przeznaczony do pomiaru temperatury łopatek turbinowych.** Recherche Aéronautique, 1958, nr 66, s. 3—11, rys. 12, poz. bibl. 6.

Artykuł opisuje konstrukcję i zasady działania pirometru CVI, który wskazuje temperaturę łopatek turbiny w czasie lotu maszyny, wykorzystujący podczerwony zakres promieniowania. Nadajnikiem jest galenowa komórka odgrywająca rolę przewodnika światła. Specjalnie przemyślany układ kompensacji (zastosowanie dwu komórek) usuwa wpływ zmian temperatury otoczenia w czasie pomiaru. Odpowiednie urządzenie pozwala na przeprowadzenie pomiaru w kilku miejscach wzdłuż wysokości łopatki. Próby na stoisku w warunkach, odtwarzających rzeczywiste, wykazały szerokie możliwości stosowania pirometru i pozwoliły rozpocząć pracę nad nowym ulepszonym pirometrem.
M. Rabenda

122* 536.521:536.46:621.45 ILot
Moutet A., Veret C., Nadaut L.: Methode optique de mesure instantanée ole la température des flames. **Optyczny sposób doraźnego pomiaru temperatury płomieni.** Rech. Aéronaut., stycz.—luty 1959, nr 68, s. 9—19, rys. 15, poz. bibl. 15.

Opisany w artykule sposób pomiaru temperatury w płomieniach oparty jest na zasadzie Kurlbauna i Feryégo absorpcji linii spektralnych. Do tego celu użyto układu elektryczno-optycznego, umożliwiającego określenie zmienności temperatury w czasie. Artykuł zawiera wyniki pomiarów temperatury spalania w zakresie niestateczności procesu (prochów) dla różnych ciśnień i przy użyciu prochów o różnej grubości ziarna oraz paliw płynnych (w silnikach przepływowych).
M. Rabenda

GIROSKOPY

123* 629.13.05:531.383 ILot
Cannon R. H.: Kinematic drift of single — axis gyroscopes. **Kinematyczne znoszenie jednoosiowego giroskopu.** J. Applied Mech., wrzes. 1958, t. 25, nr 3, s. 357—360, rys. 6.

Zwrócono uwagę na błąd stabilizowanej platformy powstający na skutek ruchów kątowych platformy i wychyleń giroskopów czujnikowych. Błąd ten powstaje na skutek pewnych oddziaływań skrośnych między kanałami stabilizacji. Podano wyniki badań doświadczalnych.
J. Morawski

HYDROAEROMECHANIKA

124* 552.51:533.6.011.3 ILot
Schlichting H., Feindt E. G.: Berechnung der reibungslosen Strömung für ein vorgegebenes Schaufelgitter bei hohen Unterschallgeschwindigkeiten. **Obliczenie przepływu płynu nielepkiego przez zadaną płaską palisadę profilów przy wysokich prędkościach poddźwiękowych.** Forschung Gebiete Ingenieurwesens 1959, t. 24, nr 1, A4, s. 19—28, tabl. 4, rys. 27, poz. bibl. 5.

Przepływ płynu ściśliwego, nielepkiego przez płaską palisadę profilów w obszarze wysokich szybkości poddźwiękowych można obliczyć w sposób przybliżony zastępując daną palisadę równoważną palisadą opływaną przez płyn nieściśliwy i stosując następnie do palisady równoważnej przekształcenie Prandtla — Glauerta. Taki sposób rachunku może być stosowany do palisad o dowolnej gęstości i dowolnym kącie ustawienia złożonych z łopatek o profilach mających umiarkowaną grubość i niewielkie wygięcie. Porównanie wyników obliczenia rozkładu ciśnień wzdłuż profilu przy pomocy podanej metody wykazało dobrą zgodność z pomiarami wykonanymi w tunelu palisadowym na duże prędkości.
W. Gołos

125* 533.6.011.7 ILot
Rose P. H.: Schock tube research in hypersonic aerodynamics. **Zastosowanie rury uderzeniowej do badań w aerodynamice hipersonicznej.** I. S. Journal 1958, t. 5, nr 11, s. 72—80, rys. 22, poz. bibl. 24.

Rura uderzeniowa jest wszechstronnym i względnie tanim urządzeniem do badania zjawisk zachodzących w locie hipersonicznym.

Dzięki spalaniu wodoru w części napędowej uzyskuje się prędkości przepływu odpowiadające lotowi satelity w atmosferze na wysokościach od kilku do kilkudziesięciu kilometrów, a temperatury spiętrzenia osiągają kilkanaście tysięcy stopni. Jedynie rura uderzeniowa może nam dostarczyć zadowalających danych doświadczalnych dla prędkości lotu odpowiadających liczbie Macha większej od 12. Za pomocą rury uderzeniowej i dzięki zastosowaniu licznych metod pomiarowych i obserwacyjnych zdołano odtworzyć warunki termodynamiczne pozwalające na zbadanie zjawisk przenoszenia ciepła a więc nagrzewania się ciał w locie hipersonicznym oraz dokonać obserwacji oraz oceny procesów chemicznych, fizycznych i własności elektrycznych powietrza i gazów w tak wysokich temperaturach. Rura uderzeniowa pozwoliła na stwierdzenie po raz pierwszy zjawiska magnetohydrodynamicznego (MHD), czyli i wpływu pola magnetycznego na opływ powietrza lub gazu wokół ciał. W dalszym ciągu jest ona narzędziem dla badań w dziedzinie lotu hipersonicznego za pomocą metody MHD.
J. Nikol

126* 533.695.3:533.6.011.152 ILot
Hugget D. J.: The ground effect on the jet flap in two dimensions. **Wpływ ziemi na profil z klapą strumieniową w przepływie dwuwymiarowym.** Aeronaut. Quart, 1959, t. 10, cz. I, s. 28—46, rys. 21, poz. bibl. 10.

Badanie wpływu ziemi na profil z „klapą strumieniową" (jet flap). Przepływ dwuwymiarowy. Metoda rozkładu ciśnień na modelu oraz wizualizacja pokryciowa. Uwzględnienie zjawiska uderzenia strugi odrzutowej ku ziemi i jego skutków (blockage — blokowanie). Badanie współczynnika Cz i Cm dla „wychyleń klapy" równych około 30° i 60°, jak również obszar spływu za profilem w okolicy, gdzie umieszcza się usterzenie samolotu. Stwierdzono, że istnieje krytyczna wartość współczynnika Cj odrzutu strumienia — „klapy" dla każdej odległości profilu od ziemi, jeśli mamy uniknąć nagłych zmian wyporu i momentu jako skutku uderzenia (zahamowania przepływu wskutek uderzenia strugi o ziemię). Klapa 60° jest lepsza pod względem energetycznym niż „klapa" 30° o ile chodzi o start lub lądowanie. Dla każdej odległości od ziemi istnieje dopuszczalna minimalna prędkość lotu ze względu na skutki blokowania. Rozpatrzono fakt niezależności maksymalnego współczynnika wyporu ciśnieniowego od kąta „wychylenia klapy". Zaproponowane obliczenie teoretyczne na podstawie zjawiska blokowania okazało się zupełnie zgodne z doświadczeniem.
J. Nikol

127* 533.6.71 ILot
Hydraulic equipment aids cooperative aircraft research. **Urządzenia hydrauliczne jako pomoc w badaniach lotniczych.** Compr. Air. Hydr., stycz.-luty 1959, t. 24, nr 275, s. 48—51, rys. 5.

Opis konstrukcji naddźwiękowego tunelu aerodynamicznego zbudowanego w Bedford przez Aircraft Research Association dla zakresu liczb Macha od 1,4 do 4. Autor omawia szczegółowo urządzenia hydrauliczne umożliwiające regulację prędkości strumienia w tunelu i zmianę położenia modelu przy zachowaniu ciągłości pracy tunelu.
W. Błocki

128* 533.6.011:533.6.07 ILot
Lippisch A. M.: Flow visualization. **Wizualizacja przepływu.** Aeronaut. Engng. Rev. 1958, t. 17, nr 2, A4, s. 24—32, 136, rys. 33, poz. bibl. 3.

Tunel dymny amerykańskiej firmy Collins jest oparty o zasadę działania niemieckiego tunelu DFS i służy do badania przepływów dwuwymiarowych. Tunel firmy Collins posiada ulepszone urządzenia wlotowe dla dymu, którego smugi są całkowicie wolne od zaburzeń, co pozwala na otrzymanie wyraźnych linii prądu o długości 1,2 — 1,8 m w odstępie co 25—38 mm. Opracowano metodę pomiaru rozkładu prędkości polegającą na wypuszczaniu dymu w sposób nieciągły dawkami i fotografowaniu dróg przebytych w krótkich odstępach czasu przez poszczególne linie prądu. Dla badania przepływów trójwymiarowych firma Collins opracowała metody wizualizacji przepływu na latających modelach oraz w tunelu aerodynamicznym o małej turbulencji. W obu przypadkach smugi dymu są wypuszczane z modelu i fotografowane kamerą o dużej prędkości filmowania. Artykuł jest ilustrowany dużą ilością zdjęć uwidocznionych przepływów.
J. Sandauer

MECHANIKA LOTU

129* 533.6.08:551.551 ILot
Hooke F. H.: The measurement and analysis of gust structure. **Pomiary i analiza struktury podmuchów.** J. Royal Aeronaut. Soc., 1958, t. 62, nr 568, A4, s. 304—305.

Podmuchy w burzliwym powietrzu są obciążeniem najczęściej atakującym wytrzymałość samolotu i dlatego muszą być możliwie dokładnie zbadane. Autor podaje krótko kilka metod praktycznych pomiarów podmuchów, z których najdokładniejsza jest metoda mierzenia naprężeń w konstrukcji i przyśpieszeń jakim podlega samolot przelatujący przez obszar burzliwego powietrza. Na podstawie wyników takich pomiarów próbowano ująć zjawisko analityczne. Autor streszcza wyniki tych usiłowań odnośnie przedstawienia podmuchu jako funkcji matematycznej, oraz przedstawienia budowy atmosfery w sposób analityczny i stwierdza, że nie ma dotychczas dokładnej metody na zbadanie ruchu turbulencji powietrza niezależnie od ruchów przyrządów pomiarowych.
B. Kitzman

Niniejszy Przegląd Dokumentacyjny zawiera jedynie część analiz dokumentacyjnych publikacji z zakresu lotnictwa. Pełna dokumentacja ukazuje się w postaci kart dokumentacyjnych wydawanych przez Centralny Instytut Dokumentacji Naukowo-Technicznej (Warszawa, Al. Niepodległości 188). CIDNT przyjmuje prenumeratę kart dokumentacyjnych, która może obejmować zarówno całą dokumentację naukowo-techniczną, jak i oddzielne jej działy lub poszczególne zagadnienia i tematy techniczne. Cena karty dokumentacyjnej wynosi w prenumeracie ok. 20 gr. CIDNT wykonuje (za zwrotem kosztów) fotokopie i mikrofilmy publikacji objętych zarówno Przeglądem Dokumentacyjnym jak i kartami dokumentacyjnymi.

Dalszy ciąg ze str. 134

Jedyną niewiadomą jest tutaj grubość T pasa ściskanego. Wyznacza się ją metodą kolejnych przybliżeń, przy czym pierwsze przybliżenie T oblicza się ze współczynnika μ, odpowiadającego $\eta' = 2{,}6$ i znanemu $\underline{x}$. Tak zaprojektowany przekrój będzie odpowiadał pierwszemu typowi rozkładu naprężeń (rys. 3a), a nie drugiemu (rys. 3b), co jest niekorzystne. Przybliżenia przyjęte w powyższych zależnościach pociągają za sobą błąd rzędu 1% na korzyść pewności.

Przekroje dźwigara, dla których moment gnący zmienia znak, mogą być także obliczone wg zależności [35] (przy założeniu, że dla przekroju o zerowym momencie gnącym $T = t$). W tym przypadku T będzie założone, zaś t — szukane.

Gdy siła osiowa jest stosunkowo niewielka (siła wynikająca ze zginania w płaszczyźnie skrzydła) pominięcie jej wpływu jest usprawiedliwione nawet dla odpowiedzialnych przekrojów. W takim przypadku należy określić wymiary pasów dla samego momentu gnącego i sprawdzić czy spełniają one warunki:

$$\frac{x K_o}{(\eta + 1)\left[(\mu + 1)(1 + \varphi) + \dfrac{x}{\psi}(\beta + \alpha\gamma)\right]} \leqslant 0{,}01\,,$$

co gwarantuje, że dodatkowe naprężenia od siły osiowej nie przekraczają 1% sumy wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie (1100—1400 kG/cm^2 dla drewna sosnowego). Jeśli zaprojektowany przekrój nie spełnia tego warunku, należy przeprowadzić ścisłe obliczenie z uwzględnieniem obciążenia osiowego.

Przeprowadzona powyżej analiza odpowiada przypadkowi siły osiowej ściskającej. Te same podstawowe zależności mogą być wykorzystane przy wprowadzeniu równań dla przypadku siły osiowej rozciągającej.

4. WSKAZÓWKI DLA OKREŚLENIA NAJKORZYSTNIEJSZEJ SZEROKOŚCI PRZEKROJU DŹWIGARA SKRZYNKOWEGO

Projektując dźwigar skrzynkowy, konstruktor ma wolną rękę w określeniu przebiegu zmiany jego szerokości. Szerokość ta całkowicie określa obrys przekroju dla danego procentowego położenia dźwigara i jest przez to wielkością wyjściową dla obliczenia pozostałych wymiarów.

Głównymi wymaganiami dla konstrukcji dźwigara skrzydłowego są: dostateczna wytrzymałość, lekkość i łatwość produkcji. Ze względów technologicznych jest pożądane, aby przebieg zmiany wielkości $\underline{T}$, $\underline{t}$ i $\underline{B}$ był funkcją liniową lub ostatecznie kombinacją dwóch funkcji liniowych. Znając rozkład momentu gnącego i wysokości dźwigara wzdłuż rozpiętości skrzydła, można wykreślić funkcję:

$$K\Sigma B = \frac{M\Sigma}{R_{c\,ss} \cdot H^2}$$

Opierając się na tym wykresie zakłada się przebieg zmiany szerokości dźwigara B w ten sposób, aby wartość funkcji $K\Sigma$ wzdłuż rozpiętości była możliwie stała. W praktyce można to osiągnąć łatwo, z wyjątkiem skrajnych 20% rozpiętości dźwigara, gdzie moment gnący jest bardzo mały. Przy stałym $K\Sigma$, wielkość $\underline{x}$ będzie także w przybliżeniu stała, co z kolei zapewnia liniowy przebieg zmienności $\underline{T}$ i $\underline{t}$. Pożądane jest także przyjęcie rozkładu szerokości B, aby wielkość $\underline{x}$ znajdowała się w przedziale 8—16. O tym, która wielkość $\underline{x}$ w tym przedziale jest najkorzystniejsza decydują właściwości konkretnego przypadku oraz uznanie konstruktora.

WNIOSKI OGÓLNE

Jest oczywiste, że rozumowania przeprowadzone powyżej dla dźwigara skrzynkowego mogą być zastosowane dla każdego dźwigara dwupasowego pod warunkiem, że szerokości obu pasów są równe.

Wychodząc z tych samych założeń, można bez większych trudności wprowadzić konieczne równania dla innych rodzajów dźwigarów dwupasowych.

Łatwo jest sprawdzić, że stosowane dotychczas „uproszczenie", polegające na zastąpieniu obrysu trapezowego prostokątnym, daje wytrzymałość dźwigara mniejszą o około 12% od rzeczywistej. Przy tym powierzchnia przekroju pasów jest o 4% większa niż przy dokładnym obliczeniu. W pewnych skrajnych przypadkach błąd może być jeszcze większy.

Przedstawiona tu metoda analizy momentu niszczącego dźwigarów drewnianych zabezpiecza przed nieprawidłowym zaprojektowaniem pasów, co realnie zagraża w pewnych przypadkach przy posługiwaniu się metodami, podanymi w [1], [2], [4], [9], i [10].

Ścisłe uwzględnienie współpracy elementów sklejkowych, należących do przekroju, wskazuje, że przenoszą one w pewnych przypadkach do 25% momentu gnącego i do 20% siły osiowej (o ile ona występuje). Pozwala to na zmniejszenie wymiarów pasów i zredukowanie ciężaru dźwigara.

Przedstawiona tu analiza wykazuje, że nie zawsze dźwigar cięższy będzie dźwigarem mocniejszym.

Podane nomogramy i metody obliczeń były stosowane w praktyce z dobrymi wynikami.

LITERATURA

[1] W. Prager — „Über die Querschnittsbemessung zweigurtiger Holzholme" — Z. F. M. nr 19; X. 1933.
[2] „Sprawocznaja kniga po rasczistu samolota na procznost" — pod riedakcijej A. A. Dubrowina — Moskwa 1937.
[3] S. N. Kan i I. A. Swierdłow — „Rasczіot samolota na procznost", Oborongiz 1940 r.
[4] S. N. Kan i I. A. Swierdłow — „Rasczіot samolota na procznost", Oborongiz 1945 r.
[5] W. Ł. Władysziewskij i S. D. Tkacziew — „Dwie gipotiezy o popieriecznom izgibie dieriewiannych bałok" — T. W. F. nr 2; II. 1938 r.
[6] „Niemietalliczieskije matierjały, ich obrabotka i primienienje" — pod riedakcijej W. G. Kałużnogo — Oborongiz 1949 r.
[7] Fr. Kollmann — „Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe" — Bd. I. — J. Springer 1951 r.
[8] S. N. Kan — „Procznost samolota" — Oborongiz 1953 r.
[9] M. F. Astachow, A. W. Karawajew, S. Ja. Makarow, Ja. Ja. Suzdalciew — „Sprawocznaja kniga po rasczіotu samolota na procznost" — Oborongiz 1954 r.
[10] Rostowciew G. G. i Panowko Ja. G. — „Stroitielnaja miechanika samolota" — t. II. Izd. ŁKWWJA 1953 r.

Wszystkim Autorom, Czytelnikom i Miłośnikom lotnictwa
Redakcja „Techniki Lotniczej" życzy
Wesołych Świąt i pomyślności w Nowym Roku

Cena zł 12.—

Dalszy ciąg ze str. II okł.

Przeciąganie

Przeciąganie jest obróbką o niewielkim stosunkowo zakresie zastosowania. Ze względu na bardzo wysoki koszt narzędzia opłacalna jest dopiero przy dużych seriach. Metodą tą, stosując przeciąganie wewnętrzne obrabia się przeważnie otwory do wałków wielowypustowych, przy przeciąganiu zewnętrznym natomiast kształtować można bardzo nawet skomplikowane profile.

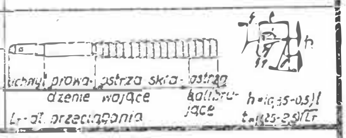
Zasada przeciągania polega na stopniowym skrawaniu materiału przez poszczególne zęby narzędzia. Ostatnie kalibrują przedmiot na wymiar końcowy. W związku z tym konstrukcja narzędzia uzależniona jest ściśle od ilości skrawanego materiału.

Przeciąganie tytanu i jego stopów jest bardzo uciążliwe. Najlepsze warunki uzyskuje się przy małych szybkościach skrawania i obfitym smarowaniu. Głębokość wióra skrawanego przez poszczególne ostrze zawierać się powinna w zakresie 0,05 do 0,125 mm. Zaleca się stosowanie przeciągaczy z zębami prostymi ze spieków.

Niektóre parametry obróbki metodą przeciągania zebrane są w tabeli 12.

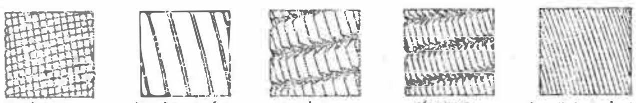
Tabela 12 Warunki obróbki metodą przeciągania

Materiał	Kąty narzędzia $\alpha°$	Kąty narzędzia: zdzieranie $\gamma°$	Kąty narzędzia: wykańczanie $\gamma°$	Szerokość fazy ostrza f mm	Szybkość skrawania m/min	Schemat narzędzia
Stopy walcowane	2-5	10-15	12-18	0,8-1,2	2,5-6	
Stopy lane	5-8	20	25	0,5-0,8	3-6	
Stopy tytanu	—	—	—	—	4,5	



Piłowanie

Piłowanie stopów lekkich wymaga narzędzi różniących się w sposób zasadniczy od stosowanych dla stali, sposobem nacięcia oraz geometrią ostrzy skrawających. Na rys. 31 pokazano przykłady nacięć pilników dla obróbki stopów lekkich.



Rys. 31. Rodzaje nacięć pilników stosowanych do obróbki stopów lekkich.

Ogólnie obowiązuje zasada stosowania nacięcia tym rzadszego i tym mniejszego kąta ostrza β im bardziej miękki obrabiamy materiał. Stopniowanie podziałki nacięć pilników uzależnione jest od wymagań gładkości obrabianej powierzchni.

Dużym usprawnieniem prac piłowania jest stosowanie pilników wirujących (rys. 32) napędzanych wałkiem giętkim. Przy obrotach 750 do 1500 na minutę pozwalają one uzyskać szybkości skrawania w zakresie 150 do 250 m/min. Małe wymiary tych narzędzi ($\phi \leq 50$ mm) pozwalają na łatwą obróbkę miejsc trudno dostępnych.

W tabeli 13 zebrane są warunki obróbki metodą piłowania.

Rys. 32. Przykłady pilników wirujących używanych do obrabiarek z wałkiem giętkim

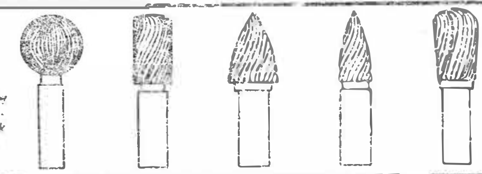
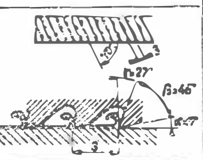


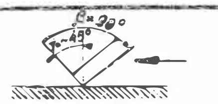
Tabela 13 Warunki obróbki metodą piłowania

Grupa materiałowa	Rodzaj nacięcia	Kąty narzędzia $\alpha°$	Kąty narzędzia $\gamma°$	Średnica narzędzia ϕ mm	Obroty obr/min dla pilników wirujących	Schemat zabiegu
1	grube	17-40	0	≤6	8000-12000	
				≤10	6000-10000	
2	średnie		5	≤15	5000-8000	
				≤20	2500-5000	
3;4	drobne		27	≤30	1000-3000	



Skrobanie

Obróbka skrobaniem stosowana bywa dla usuwania drobnych nierówności i dla stopów miękkich odbywa się z reguły ręcznie. Zasadą tej obróbki jest zbieranie bardzo drobnych wiórków co umożliwia odpowiednia geometria ostrza charakteryzująca się dużym ujemnym kątem natarcia (rys. 33).



Rys. 33 Geometria ostrza

Szlifowanie

Szlifowanie jako obróbka najbardziej dokładna stosowana jest do obróbki stopów lekkich dość rzadko, ponieważ lepsze wyniki uzyskać można przy skrawaniu narzędziami diamentowymi, a nawet przy bardzo małym wiórze narzędziami ze spieków twardych.

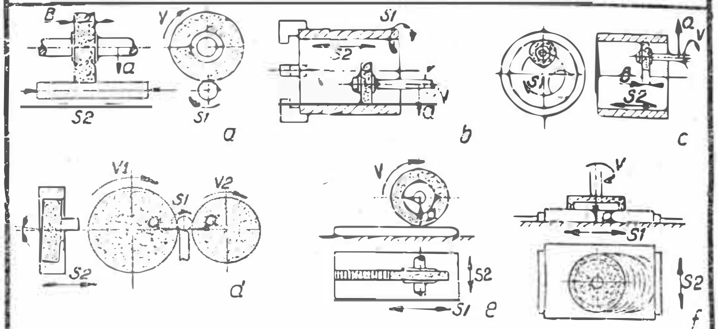
Aluminium i jego stopy miękkie wykazują tendencję do smarowania przy szlifowaniu, twarde natomiast obrabiają się dobrze.

Jakość obróbki zależy od doboru twardości, wielkości ziarna i rodzaju lepiszcza tarczy szlifierskiej w zależności od rodzaju obrabianego materiału.

Ogólnie obowiązuje tu zasada, że twardość tarczy powinna być tym mniejsza im większa jest twardość materiału skrawanego, lub im większa jest jej szybkość obwodowa.

Jako materiału na tarcze do obróbki stopów lekkich używa się karbidków krzemu (SiC), lub bardziej miękkiego elektrokorundu z dużą zawartością tlenków aluminium (Al_2O_3). Lepiszcze ceramiczne, lub z tworzyw sztucznych.

Schematy poszczególnych sposobów obróbki przedstawiono na rys. 34.



Rys 34 Schematy podstawowych zabiegów szlifowania
a - szlifowanie wałków, b - szlifowanie otworów przy ruchomym przedmiocie
c - szlif. obwodowe pł., d - szlif. bezkłowe, e - szlif. obw. pł., f - szlif. czołowe płaszczyzn.

Dla poszczególnych sposobów obróbki obowiązują następujące zasady:

Do szlifowania na okrągło od zewnątrz najlepiej nadają się tarcze o średniej grubości ziarna i niewielkiej twardości (H-J). Jeśli wymagana jest bardzo gładka powierzchnia zaleca się stosować niewielkie prędkości skrawania zwłaszcza jeśli materiał ma tendencję do smarowania. Także posuwy winny być tym mniejsze im wyższe są wymagania gładkości powierzchni. Przy obróbce zgrubnej posługujemy się tarczami o grubym ziarnie, przy dużych posuwach.

Przy szlifowaniu na okrągło od wewnątrz obowiązują podobne zasady z tym, że ze względu na większą powierzchnię styku narzędzia z obrabianym materiałem dobiera się grubsze ziarno.

Przy szlifowaniu płaskim zachodzi większe niebezpieczeństwo zacierania obok więc stosowania grubego ziarna użyte tarcze powinny posiadać elastyczne lepiszcze (guma lub tworzywo sztuczne). Ustalenie parametrów obróbki uzależnione jest od wymiarów przedmiotu, wielkości powierzchni styku narzędzia z przedmiotem i wymagań jakości obróbki.

Szlifowanie tytanu winno odbywać się przy szybkościach niższych niż dla stali z zastosowaniem dobrego chłodzenia. Ponieważ narzędzie ma tendencję do szybkiego zużycia się, należy stosować tarcze karborundowe z miękkim lepiszczem. Obróbka na mokro jest konieczna, ponieważ powstający przy szlifowaniu pył jest w połączeniu z powietrzem materiałem wybuchowym, jak również celem uniknięcia powierzchniowych pęknięć materiału występujących przy silnych przegrzaniach miejscowych. Dla uniknięcia późniejszego wyżarzania przedmiotu obróbkę prowadzić można również na gorąco w temperaturze 250-320°C.

Wytyczne odnośnie doboru warunków szlifowania zestawione są w tabeli 14.

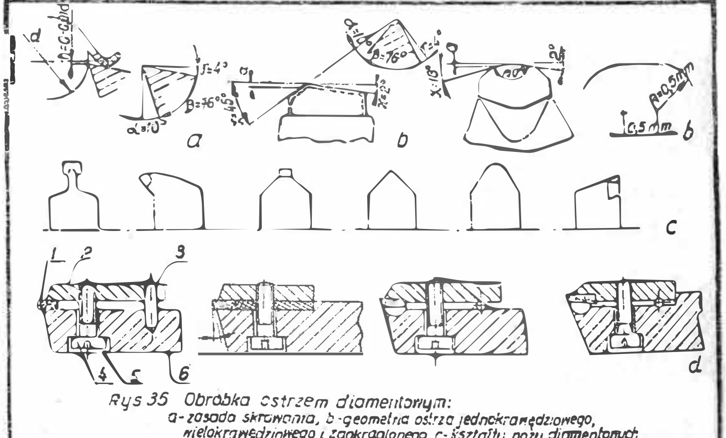
Tabela 14 Wytyczne doboru warunków szlifowania stopów aluminiowych

Rodzaj obróbki		Tarcza ścierna: Materiał ścierny/wiązanie	Tarcza ścierna: Ziarno	Tarcza ścierna: Twardość w skali Nortona	Szybkość obwodowa m/sek: Tarczy ściernej	Szybkość obwodowa m/sek: Przedmiotu przy obróbce zgrubnej	Szybkość obwodowa m/sek: Przedmiotu przy obróbce na gotowo
Szlifowanie na okrągło	zewnętrzne	Silicium karbid/tworzywo sztuczne	46-50	I	35	25-40	20-30
	wewnętrzne	Silicium karbid/tworzywo sztuczne	20-36	I	20	—	30-35
Szlifowanie płaskie	tarczą prostą	Korund 99,8% Al_2O_3/ceramiczne	80	H	25	—	—
	tarczą garnkową	Korund 93-95% Al_2O_3/ceramiczne	20-24	IJ	25	—	—
	tarczą segmentową	Korund 99,8% Al_2O_3/ceramiczne	46	IJ	25	—	—
Odcinanie		Korund/guma	—	—	45-60	—	—

Diamentowanie

Stosowanie obróbki stopów lekkich ostrzem diamentowym pozwala na uzyskanie największych dokładności wymiarów (do 0,001 mm) i jakości powierzchni. Najbardziej rozpowszechnionym rodzajem obróbki ostrzem diamentowym jest toczenie.

Stosowane bywają narzędzia różnych typów, których schematy oraz parametry geometryczne podane są na rys. 35.



Rys 35 Obróbka ostrzem diamentowym:
a - zasada skrawania, b - geometria ostrza jednokrawędziowego, wielokrawędziowego i zaokrąglonego, c - kształty noży diamentowych, d - schematy konstrukcji. 1 - diament, 2 - płytka dociskowa, 3 - kołek prowadzący, 4 - śruba dociągająca płytkę, 5 - plomba, 6 - trzonek noża.