

Stabilność termiczna silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych

Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska
Wydział Elektrotechniki i Informatyki
ul. Nadbystrzycka 38A
20-618 Lublin

Paweł Surdacki

Stabilność termiczna silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych



Politechnika Lubelska
Lublin 2012

Recenzent:

prof. dr hab. inż. Tadeusz Janowski

Redakcja i skład: Paweł Surdacki

Praca zrealizowana w ramach projektu badawczego N510 038 32/3678
finansowanego ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2012

ISBN: 978-83-63569-01-3

Wydawca: Politechnika Lubelska

ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin

Realizacja: Biblioteka Politechniki Lubelskiej

Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej

ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin

tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl

www.biblioteka.pollub.pl

Druk: TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak

www.agencjatop.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl

Nakład: 100 egz.

SPIS TREŚCI

Wykaz ważniejszych oznaczeń	7
Wykaz ważniejszych skrótów i terminów.....	8
1. WPROWADZENIE	9
1.1. Cel i teza pracy.....	12
1.2. Zakres pracy.....	13
2. NADPRZEWODNIKI I URZĄDZENIA NADPRZEWODNIKOWE	15
2.1. Materiały nadprzewodnikowe do zastosowań silnoprządowych	15
2.2. Nadprzewodnikowe przewody nawojowe	18
2.3. Budowa urządzeń nadprzewodnikowych.....	21
2.4. Warunki pracy nadprzewodników w urządzeniach silnoprządowych	24
2.5. Silnoprządowe urządzenia nadprzewodnikowe	25
2.6. Wybrane konstrukcje uzwojeń nadprzewodnikowych.....	29
3. PODSTAWY TEORII STABILNOŚCI URZĄDZEŃ NADPRZEWODNIKOWYCH	32
3.1. Mechanizm niestabilności nadprzewodników w urządzeniach silnoprządowych .	33
3.2. Równanie dyfuzji cieplnej	35
3.3. Pojęcia, teorie i kryteria stabilności	36
3.4. Równowaga cieplna	45
3.5. Procesy dyfuzji prądu i ciepła w przewodzie nadprzewodnikowym	46
3.6. Parametry wpływające na stabilność przewodu i uzwojenia nadprzewodnikowego	50
3.6.1. Parametry materiałowe przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych	50
3.6.2. Parametry krytyczne materiałów nadprzewodnikowych.....	55
3.6.3. Parametry stabilności przewodów nadprzewodnikowych.....	58
3.7. Porównanie stabilności nadprzewodników LTS i HTS	62
3.8. Podsumowanie	64
4. KOMPUTEROWY MODEL ZANIKANIA NADPRZEWODZENIA W PRZEWODACH NADPRZEWODNIKOWYCH.....	65
4.1. Model matematyczny zanikania nadprzewodzenia w przewodach nadprzewodnikowych	66
4.1.1. Założenia modelu matematycznego	68
4.1.2. Aproksymacja charakterystyk materiałowych	69
4.1.3. Generacja ciepła w przewodzie	70
4.1.4. Model podziału prądu w przewodzie	72
4.2. Algorytm obliczeń numerycznych	73
4.3. Program <i>TapeStab</i> zanikania nadprzewodzenia.....	74
4.4. Podsumowanie	82
5. BADANIA STABILNOŚCI TERMICZNEJ PRZEWODÓW NADPRZEWODNIKOWYCH.....	83
5.1. Wyniki eksperymentalne.....	83
5.2. Minimalna energia utraty nadprzewodzenia przewodu MgB ₂ /Cu	84

5.3. Dynamiczny proces odzyskania nadprzewodzenia w przewodzie	87
5.4. Dynamiczny proces nieodwracalnej utraty nadprzewodzenia	92
5.5. Wpływ energii zaburzenia na parametry dynamiczne zanikania nadprzewodzenia.....	94
5.6. Wpływ prądu i temperatury pracy na parametry zanikania nadprzewodzenia..	97
5.7. Wpływ impulsu zaburzającego na parametry zanikania nadprzewodzenia	101
5.8. Prędkość propagacji strefy rezystywnej.....	104
5.9. Analiza stabilności nadprzewodzenia taśmy warstwowej YBCO.....	106
5.10. Wpływ prądu i temperatury pracy na parametry zanikania nadprzewodzenia w przewodzie YBCO	109
5.11. Porównanie parametrów stabilności przewodów MgB_2 i YBCO	111
5.12. Wnioski.....	112
6. KOMPUTEROWY MODEL ZANIKANIA NADPRZEWODZENIA W UZWOJENIU NADPRZEWODNIKOWYM	114
6.1. Model matematyczny zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu nadprzewodnikowym NbTi/Cu.....	116
6.2. Algorytm numerycznego rozwiązania równania dyfuzji cieplnej.....	127
6.3. Program <i>SuperMagnes</i> obliczeń zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu ...	135
6.4. Podsumowanie	138
7. BADANIA STABILNOŚCI TERMICZNEJ UZWOJENIA NADPRZEWODNIKOWEGO.....	139
7.1. Proces zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu	140
7.2. Rozkłady temperatury, temperatury przejścia i gęstości mocy cieplnej	145
7.3. Wpływ miejsca wystąpienia zaburzenia na przebiegi zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu nadprzewodnikowym.....	147
7.4. Przebiegi temperatury w wybranych obszarach uzwojenia.....	148
7.5. Rozkłady frontu temperatury przejścia i temperatury krytycznej.....	150
7.6. Wpływ energii zaburzenia na przebiegi temperatury maksymalnej.....	152
7.7. Wpływ rezystancji zewnętrznej na charakterystyki rozładowania uzwojenia	153
7.8. Wnioski.....	155
8. PODSUMOWANIE	157
LITERATURA	160
ZAŁĄCZNIKI	172
Streszczenie.....	181
Summary	182

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- A – pole przekroju poprzecznego przewodu, m^2 ,
 A_{sc} – pole przekroju poprzecznego materiału nadprzewodnika w przewodzie kompozytowym, m^2 ,
 A_m – pole przekroju poprzecznego materiału stabilizatora w przewodzie kompozytowym, m^2 ,
 a, b – współrzędne odcinka przewodu, m ,
 B_{c2} – górna indukcja krytyczna, T ,
 C_p – ciepło właściwe ośrodka, $J/(kg \cdot K)$,
 C_v – pojemność cieplna ośrodka, $J/(m^3 \cdot K)$,
 E_c – wartość natężenia pola w kryterium pola elektrycznego, V/m ,
 E_z – energia zaburzenia, J ,
 E_q – minimalna energia utraty nadprzewodzenia, J ,
 h_r, h_z – długości kroku siatki uzwojenia w kierunku osi r i z , m ,
 I_c – prąd krytyczny, A ,
 I_{min} – minimalny prąd utraty nadprzewodzenia, A ,
 I_r – prąd roboczy, A ,
 J – gęstość prądu, A/m^2 ,
 J_c – gęstość prądu krytycznego, A/m^2 ,
 J_e – uśredniona powierzchniowo (inżynierska) gęstość prądu w przewodzie kompozytowym, A/m^2 ,
 J_m – gęstość prądu w stabilizatorze, A/m^2 ,
 J_r – gęstość prądu roboczego, A/m^2 ,
 J_{sc} – gęstość prądu w nadprzewodniku, A/m^2 ,
 k – długość kroku czasowego, s ,
 k_z – liczba kroków dyskretyzacji czasu trwania zaburzenia,
 l_{MPZ} – minimalna długość propagacji strefy rezystywnej, m ,
 n – wykładnik potęgowy w charakterystyce $E=f(J)$ nadprzewodnika,
 p, g, f – gęstość mocy cieplnej, W/m^3 ,
 p_{ini}, g_d – gęstość mocy cieplnej zewnętrznego zaburzenia cieplnego, W/m^3 ,
 p_{gen}, g_q – gęstość mocy cieplnej generowanej w przewodzie, W/m^3 ,
 $p_{gen m}$ – gęstość mocy cieplnej w matrycy stabilizatora, W/m^3 ,
 $p_{gen sc}$ – gęstość mocy cieplnej w nadprzewodniku, W/m^3 ,
 P_z – całkowita moc zaburzenia, W ,
 T_c – temperatura krytyczna, K ,
 T_{cs} – temperatura podziału prądu, K ,
 T_{max} – maksymalna temperatura w uzwojeniu, K ,
 T_q – temperatura utraty nadprzewodzenia, K ,
 T_r – temperatura robocza, K ,
 T_z – maksymalna temperatura zaburzenia, K ,
 t_q – czas utraty nadprzewodzenia, s ,

- t_z – czas trwania zaburzenia cieplnego, s,
 x_1, x_2 – współrzędne odcinka w którym występuje zaburzenie, m,
 Δx – długość odcinka dyskretyzacji przestrzennej, m,
 x_z – długość przedziału zaburzenia, m,
 V_q – prędkość propagacji strefy rezystywnej, m/s,
 λ, k – przewodność cieplna ośrodka, W/(m·K),
 γ – gęstość ośrodka, kg/m³,
 ρ_n – rezystywność przewodu w stanie rezystywnym, Ωm ,
 ρ_m – rezystywność materiału stabilizatora, Ωm ,
 ρ_{sc} – rezystywność nadprzewodnika, Ωm ,
 η – współczynnik wypełnienia przewodu nadprzewodnikiem.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SKRÓTÓW I TERMINÓW

- LTS – nadprzewodnik niskotemperaturowy (Low Temperature Superconductor),
 HTS – nadprzewodnik wysokotemperaturowy (High Temperature Superconductor),
 MTS – nadprzewodnik średniotemperaturowy (Medium Temperature Superconductor),
 Bi2223 – nadprzewodnik $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$,
 Bi2212 – nadprzewodnik $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$,
 YBCO – nadprzewodnik $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (Y123),
 MgB₂ – dwuborek magnezu,
 BCS – teoria Bardeena, Coopera i Schrieffera,
 PIT – technologia rurkowo-proszkowa (Powder-In-Tube),
 CC – przewód warstwowy YBCO II generacji (Coated Conductor),
 CICC – przewód kanałowy chłodzony wewnątrznie (Cable-In-Conduit Conductor),
 HEP – fizyka wysokich energii (High Energy Physics)
 CERN – Europejskie Centrum Badań Jądrowych w Genewie
 ITER – Międzynarodowy Eksperymentalny Reaktor Termojądrowy (International Thermonuclear Experimental Reactor)
 SMES – nadprzewodnikowy zasobnik energii (Superconducting Magnetic Energy Storage),
 SFCL – nadprzewodnikowy ogranicznik prądu zwarcia (Superconducting Fault Current Limiter),
 MRI – tomografia oparta na magnetycznym rezonansie jądrowym (Magnetic Resonance Imaging),
 MQE – minimalna energia utraty nadprzewodzenia (Minimum Quench Energy),
 MPZ – minimalna strefa utraty nadprzewodzenia (Minimum Propagation Zone),
 ADI – niejawna metoda naprzemiennych kierunków
 quench – nieodwracalna utrata nadprzewodzenia,
 recovery – odzyskanie właściwości nadprzewodzenia.

1. WPROWADZENIE

Udoskonalenie technologii wytwarzania materiałów nadprzewodnikowych, zarówno niskotemperaturowych (LTS - Low Temperature Superconductor) II rodzaju jak i wysokotemperaturowych (HTS - High Temperature Superconductor), wraz z uzyskiwaniem coraz lepszych ich parametrów w silnych polach magnetycznych, stworzyło warunki do wykorzystania ich w elektroenergetyce. Urządzenia nadprzewodnikowe charakteryzują się unikalną właściwością bezrezystancyjnego przewodzenia prądów, których gęstości są większe kilka rzędów wielkości niż w konwencjonalnych urządzeniach elektroenergetycznych [58,66,69,93,183]. Mogą one zatem być konkurencyjne wobec klasycznych przewodów nawojowych, wykonanych z nich uzwojeń, kabli energetycznych, generatorów, transformatorów i silników, dzięki znacznie większej sprawności urządzeń nadprzewodnikowych, ich niezawodności oraz stosowaniu technologii przyjaznej dla środowiska. Technologie nadprzewodnikowe otwierają też drogę dla zastosowań, które nie były wykonalne z użyciem konwencjonalnych urządzeń elektroenergetycznych [87,140,141].

Silnoprądowymi urządzeniami nadprzewodnikowymi, których technologia i zakres zastosowań są obecnie najbardziej rozwijane, są nadprzewodnikowe ograniczniki prądu zwarcia (SFCL), nadprzewodnikowe zasobniki energii (SMES) oraz transformatory i kable nadprzewodnikowe. Urządzenia te, dzięki wykorzystaniu zjawiska nadprzewodnictwa, wprowadzają do elektroenergetyki zupełnie nowe rozwiązania, niemożliwe do realizacji z użyciem konwencjonalnych urządzeń [43,63,64,68,70,162].

W elementach nadprzewodnikowych, takich jak uzwojenia nadprzewodnikowych zasobników energii, stan nadprzewodzenia musi być stale utrzymywany [15,28,59], natomiast w pierścieniach lub uzwojeniach nadprzewodnikowych ograniczników prądu zwarcia stan ten powinien być kontrolowany. W tej ostatniej grupie urządzeń (SFCL) przechodzenie od stanu nadprzewodzenia do stanu rezystywnego jest naturalnym i kontrolowanym procesem wynikającym z zasady działania ogranicznika prądu [65,87].

Zaburzenia nadprzewodzenia mogą być wywołane czynnikami natury mechanicznej, elektromagnetycznej i cieplnej, lecz w efekcie objawiają się one dostarczeniem do elementu nadprzewodnikowego dodatkowej energii cieplnej.

Z powodu niewielkiej pojemności cieplnej materiałów w bardzo niskich temperaturach, nawet niewielka wartość doprowadzonej energii może spowodować gwałtowny lokalny wzrost temperatury ponad temperaturę krytyczną nadprzewodnika i powstanie strefy rezystywnej. Staje się ona dodatkowym źródłem ciepła, które podwyższając temperaturę elementu nadprzewodnikowego, nasila proces generacji ciepła.

Niekontrolowane lawinowe rozszerzanie się strefy rezystywnej może doprowadzić do gwałtownego rozładowania zgromadzonej w urządzeniu znacznej ilości energii pola magnetycznego. W wyniku tego może nastąpić przegrzanie

się i przepalenie elementu nadprzewodnikowego oraz w przypadku uzwojenia – przepięcie i przebicie [60,93,183]. Gwałtowne nagrzanie uzwojenia prowadzi do zwiększenia ciśnienia cieczy kriogenicznej, a następnie jej odparowania oraz zniszczenia całego urządzenia.

Zapobieganie takim sytuacjom jest zadaniem stabilizacji elementów nadprzewodnikowych w urządzeniu. Zrealizowanie jej wymaga przeprowadzenia analizy warunków stabilności nadprzewodników w przewodach i uzwojeniach, które są zasadniczymi elementami urządzeń nadprzewodnikowych. Stabilność elementu nadprzewodnikowego w silnoprądowym urządzeniu elektrycznym oznacza zdolność samoczynnego odzyskiwania stanu nadprzewodzenia, utraczonego pod wpływem zaburzeń energetycznych [28,108,131,140].

Analiza stabilności i procesu zanikania nadprzewodzenia (ang. „quench”) jest niezbędna dla projektowania urządzeń nadprzewodnikowych pracujących w stanie nadprzewodzenia. Parametry pracy nadprzewodnika w tych urządzeniach powinny charakteryzować się wystarczającym marginesem bezpieczeństwa w stosunku do parametrów krytycznych. Stacjonarna teoria stabilności kriogenicznej nadprzewodników opracowana została przez Stekly’ego [28,93,133,141], a następnie zmodyfikowana przez Maddocka-Jamesa-Norrisa [183] w postaci kryterium „równych powierzchni” na wspólnej charakterystyce strumienia chłodzenia (wrzenia cieczy kriogenicznej) i nagrzewania przewodu nadprzewodnikowego. Teoria ta opisuje elektromagnesy nadprzewodnikowe wykonane z niskotemperaturowych przewodów kanałowych CICC (Cable-in-Conduit Conductor), chłodzonych wymuszonym przepływem cieczy kriogenicznej (helu), będące elementami akceleratorów cząstek elementarnych (np. w CERN - Genewa) lub reaktora termojądrowego (ITER - Cadarache) [10,30]. Elektromagnesy nawinięte takimi przewodami charakteryzują się małą, jak na możliwości urządzeń nadprzewodnikowych, inżynierską (uśrednioną w przekroju poprzecznym) gęstością prądu i energii w uzwojeniu. W olbrzymich i kosztownych eksperymentalnych projektach fizyki wysokich energii (HEP) dopuszczalne jest podejście zakładające duży margines stabilności nadprzewodzenia, a co za tym idzie także bezpieczeństwa elektromagnesu, które prowadzi do zwiększenia zużycia materiału nadprzewodnika i stabilizatora [42].

W silnoprądowych urządzeniach nadprzewodnikowych, mających zastosowanie w elektroenergetyce, uzwojenia nadprzewodnikowe występują w postaci pakietów gęsto nawiniętych cienkim przewodem kompozytowym. Dla takich konfiguracji bardziej adekwatne jest podejście adiabatyczne [51,60], w którym zakłada się brak wymiany ciepła z otoczeniem podczas trwania stosunkowo krótkiego procesu przejściowego zanikania nadprzewodzenia.

Klasycznymi zagadnieniami dla silnoprądowych nadprzewodników niskotemperaturowych LTS (NbTi, Nb₃Sn oraz Nb₃Al) są: stabilizacja przewodów od przeskoków strumienia magnetycznego oraz minimalizacja strat przemiennoprądowych [60,93,183]. Rozwiązane zostały one poprzez zmniejszanie średnicy

włókien nadprzewodnika oraz ich skręcanie w matrycy przewodu kompozytowego o minimalnej krytycznej długości skoku skrętu [176].

Wraz z rozpoczęciem projektowania i wytwarzania urządzeń energetycznych wykorzystujących wysokotemperaturowe nadprzewodniki silnoprądowe HTS (Bi-2223, Bi-2212, YBCO, MgB_2) pojawiła się potrzeba uwzględnienia w analizie stabilności nowych zagadnień charakterystycznych dla tych nadprzewodników [59,118], a więc anizotropii taśm i cienkich warstw, ziarnistości nadprzewodnika, zjawiska pełzania strumienia magnetycznego oraz nieliniowości charakterystyki magnesowania materiału. Ostatnie wymienione zagadnienie dotyczy przewodu włóknistego z dwuborku magnezu MgB_2 , pracującego we wzmacniającej osnowie żelaznej, nie stosowanej do tej pory w przewodach nadprzewodnikowych [83,110,111].

Analiza stabilności w dotychczas stosowanym podejściu projektowym nie uwzględnia wszystkich tych zjawisk, prowadząc do szacunkowych, najczęściej nadmiarowych, wartości projektowanych parametrów pracy urządzeń nadprzewodnikowych. Może to prowadzić do niepełnego wykorzystania ich możliwości przewodzenia prądów o znacznych gęstościach, nieosiągalnych w konwencjonalnych urządzeniach, a tym samym nieekonomicznego wykorzystania kosztownego (szczególnie w przypadku HTS) materiału nadprzewodnikowego. Coraz powszechniejsze wykorzystywanie kriochłodziarek mechanicznych wymaga również nowego podejścia uwzględniającego warunki chłodzenia w analizie stabilności silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych [20,27,88,95,98,132].

Problematyka stabilności termicznej nadprzewodników silnoprądowych, ze względu na duże znaczenie w projektowaniu urządzeń energetycznych, poruszana była od dawna w licznych pracach, m. in. [8,28,184,133,140,184]. Oparte były one głównie na podejściu stacjonarnym, nie wymagającym analizy polowobwodowej. Prace prowadzone w ostatniej dekadzie w światowych ośrodkach zastosowań nadprzewodników [3,6,29,34,52-54,98,99,103,110-112,116,117,120,125,143-146,174,178,179-181,191,192] koncentrują się na opracowaniu modelu matematycznego, bazującego na dynamicznym podejściu do zagadnienia stabilności przewodów i uzwojeń urządzeń silnoprądowych. Wskazuje to na ważność i aktualność podejmowanego zagadnienia. Trudność w całościowym ujęciu zagadnienia stabilności termicznej urządzeń nadprzewodnikowych wynika ze złożonych i szybkich procesów przejściowych zachodzących w nadprzewodnikach przy wzajemnie na siebie wpływających parametrach krytycznych: temperaturze, gęstości prądu i indukcji. Ponadto zróżnicowana budowa przewodów nadprzewodnikowych LTS i HTS, włóknistych matrycowych (pierwszej generacji 1G) oraz warstwowych (drugiej generacji 2G), różne konstrukcje układów chłodzenia i rodzaj przewodzonego prądu (stały lub przemienny) w różnych urządzeniach powoduje, że niezwykle trudne jest całościowe ujęcie problematyki stabilności termicznej urządzeń nadprzewodnikowych.

Prace realizowane od lat dziewięćdziesiątych przez autora niniejszej monografii, opisane w pracy doktorskiej [147], związane były z opisem zależności pomiędzy parametrami krytycznymi podczas stanów przejściowych w elektromagnesach nadprzewodnikowych. Analiza ta oparta była na uproszczonym płaskorównoległym modelu uzwojenia cylindrycznego. W następnych pracach autora sformułowany został ulepszony, w pełni cylindryczny model stanów dynamicznych w uzwojeniach nadprzewodnikowych [148,149,152,154,155,158]. Autor podjął również prace dotyczące wielokryterialnej optymalizacji zarówno konstrukcji uzwojeń nadprzewodnikowych zapewniającej warunki stabilnej pracy [151,153], jak też parametrów pracy uzwojeń pod kątem kształtowania ich charakterystyk podczas utraty nadprzewodzenia [150]. Kolejne prace dotyczyły problematyki zastosowań nadprzewodników w energetyce [156,162,165], a następnie stabilności termicznej nawojowych przewodów nadprzewodnikowych [160,161,163,164,166-169] i obliczania jej parametrów.

Tematyka ta, wraz z coraz szerszym wykorzystaniem nadprzewodników wysokotemperaturowych w urządzeniach elektroenergetycznych, pojawiła się także w badaniach wielu światowych ośrodków zastosowań nadprzewodników [4,6,12,13,27,45,61,73] i jest wciąż aktualna.

1.1. Cel i teza pracy

Celem rozprawy jest pogłębienie teorii stabilności termicznej silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych oraz udoskonalenie metod obliczania parametrów stabilności przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych będących elementami tych urządzeń.

Do realizacji celu wykorzystano opracowane przez autora komputerowe modele zanikania nadprzewodzenia w przewodach oraz uzwojeniach nadprzewodnikowych. Modele te oparte są na jedno- lub dwuwymiarowym równaniu dyfuzji cieplnej, uwzględniającym nieliniowość temperaturową i niejednorodny, zmieniający się w czasie i przestrzeni, rozkład przewodności i pojemności cieplnej oraz rezystywności w elemencie nadprzewodnikowym. W algorytmie obliczeń dokonano sprzężenia tego równania z modelem stanu krytycznego nadprzewodnika oraz niejednorodnym rozkładem pola magnetycznego w uzwojeniu. Uwzględniono również zmienność czasowo-przestrzenną gęstości mocy cieplnej, decydującej o generacji ciepła w elemencie nadprzewodnikowym podczas zanikania nadprzewodzenia.

Opracowane komputerowe modele umożliwiły przeprowadzenie obliczeń przestrzenno-czasowych rozkładów temperatury roboczej, temperatury krytycznej, prądu krytycznego oraz gęstości mocy cieplnej we włóknistych matrycowych przewodach nadprzewodnikowych MgB_2/Cu i przewodach warstwowych YBCO drugiej generacji, a także w cylindrycznych uzwojeniach nadprzewodnikowych $NbTi/Cu$ podczas dynamicznych procesów zanikania nadprzewodzenia.

Obliczenia te pozwoliły na zbadanie wpływu parametrów pracy elementów nadprzewodnikowych: prądu roboczego i temperatury przewodu na minimalną

energię utraty nadprzewodzenia, prędkość propagacji strefy rezystywnej oraz zaproponowane przez autora parametry dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia. Zbadano również wpływ parametrów impulsu zaburzającego nadprzewodzenie: energii zaburzenia, czasu trwania oraz długości impulsu zaburzającego na parametry dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia.

Dla uzwojenia nadprzewodnikowego NbTi/Cu przeprowadzono badania wpływu miejsca wystąpienia zaburzenia oraz jego energii na niestacjonarne rozkłady temperatury, temperatury przejścia i gęstości mocy cieplnej oraz przebiegi rezystancji i prądu oraz napięcia strefy rezystywnej.

Założenie powyższych celów prowadzi do sformułowania **tezy pracy: komputerowe modele dynamicznych procesów zanikania nadprzewodzenia w przewodach i uzwojeniach nadprzewodnikowych pozwalają na wyznaczenie wpływu temperatury i prądu roboczego tych elementów oraz parametrów impulsów zaburzających nadprzewodzenie na parametry stabilności termicznej elementów nadprzewodnikowych.**

1.2. Zakres pracy

W kolejnych rozdziałach pracy przedstawiono realizację postawionych celów.

Rozdział drugi poświęcony jest opisowi parametrów krytycznych i materiałowych nadprzewodników do zastosowań silnoprądowych, zarówno niskotemperaturowych jak i wysokotemperaturowych oraz wykonanych z nich przewodów nawojowych i uzwojeń. Znajomość tych parametrów jest niezbędna do opisu matematycznego zjawisk zachodzących w silnoprądowych elementach nadprzewodnikowych poddanych zaburzeniom energetycznym. Opisano również warunki pracy nadprzewodników w urządzeniach silnoprądowych, budowę tych urządzeń oraz ich najważniejsze realizacje.

W rozdziale trzecim opisano podstawowe pojęcia i zagadnienia oraz wynikające z nich kryteria teorii stabilności nadprzewodników i urządzeń nadprzewodnikowych. Przedstawione modele oparte są na rozpatrywaniu szczególnych przypadków pełnego równania dyfuzji cieplnej, umożliwiających analityczne podejście obliczeniowe. Przeanalizowano również proces dyfuzji prądu i ciepła w kompozytowym przewodzie nawojowym podczas zanikania nadprzewodzenia oraz sformułowano parametry stabilności przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych wykorzystane do analizy w następnych rozdziałach.

Rozdział czwarty zawiera opis opracowanego przez autora numerycznego modelu dynamicznych procesów zanikania nadprzewodzenia w nadprzewodnikowych przewodach nawojowych oraz napisanego na jego podstawie programu komputerowego. Przedstawiono strukturę programu i możliwości graficznej prezentacji wyników obliczeń.

W rozdziale piątym wykorzystano opisany wcześniej model komputerowy do badań stabilności termicznej przewodów nadprzewodnikowych MgB₂/Cu oraz

taśm warstwowych YBCO drugiej generacji. Przeprowadzono obliczenia niestacjonarnych rozkładów temperatury, prądu krytycznego oraz gęstości mocy cieplnej w przewodach podczas dynamicznych procesów zanikania nadprzewodzenia. Rozpatrzono zarówno proces całkowitej i nieodwracalnej utraty nadprzewodzenia, jak i odzyskania nadprzewodzenia po doprowadzeniu impulsów zaburzających. Zbadano wpływ parametrów zaburzenia oraz temperatury i prądu przewodu na parametry dynamiczne zanikania nadprzewodzenia i porównano uzyskane wyniki dla obu typów przewodów.

W rozdziale szóstym opracowano komputerowy model i program analizy zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu nadprzewodnikowym nawiniętym przewodem kompozytowym, oparty na autorskim algorytmie numerycznym. Algorytm ten uwzględnia zmienność czasową rozkładów parametrów krytycznych, parametrów materiałowych oraz gęstości mocy cieplnej, jak i mieszane warunki brzegowe opisujące charakter wymiany ciepła z otoczeniem.

Rozdział siódmy poświęcony jest badaniom rozkładów i przebiegów temperatury, temperatury przejścia i gęstości mocy cieplnej oraz rezystancji, prądu, napięcia i frontu temperatury przejścia w uzwojeniu z przewodu nawojowego NbTi/Cu podczas niestacjonarnego procesu zanikania nadprzewodzenia w zależności od miejsca wystąpienia zaburzenia. Zbadano również wpływ energii zaburzenia na przebiegi temperatury maksymalnej uzwojenia i wyznaczono minimalną energię utraty nadprzewodzenia w uzwojeniu.

W podsumowaniu wiążącym badania stabilności termicznej elementów nadprzewodnikowych przedstawiono wnioski końcowe potwierdzające zrealizowanie celów rozprawy i prawdziwość postawionej tezy.

2. NADPRZEWODNIKI I URZĄDZENIA NADPRZEWODNIKOWE

Nadprzewodnikowe elementy elektrycznych urządzeń silnoprządowych, takie jak przewody nawojowe i wykonane z nich uzwojenia nadprzewodnikowe oraz przepusty prądowe są kluczowymi składnikami tych urządzeń, decydującymi o ich stabilnej pracy w przypadku wystąpienia różnego typu zaburzeń nadprzewodzenia. W rozdziale opisane zostały właściwości współczesnych technicznych materiałów nadprzewodnikowych oraz wykonanych z nich przewodów, jak też budowa i wybrane typy współczesnych silnoprządowych urządzeń nadprzewodnikowych.

Obecność nadprzewodników w przewodach decyduje o możliwości ich pracy przy uśrednionych (inżynierskich) gęstościach prądu ok. 2-3 rzędy wielkości większych niż w konwencjonalnych miedzianych przewodach [64,68,73]. Równocześnie na możliwe do osiągnięcia charakterystyki prądowe i stabilną pracę uzwojeń wykonanych z przewodów nadprzewodnikowych istotny wpływ ma pole magnetyczne wytwarzane przez te uzwojenia. Uzwojenia są istotną z punktu widzenia analizy stabilności termicznej częścią składową silnoprządowych urządzeń nadprzewodnikowych do wytwarzania wysokich pól magnetycznych jak i urządzeń energetycznych. Stabilność termiczna elementów nadprzewodnikowych decyduje zatem o prawidłowej i bezpiecznej pracy całego urządzenia nadprzewodnikowego.

2.1. Materiały nadprzewodnikowe do zastosowań silnoprządowych

W ciągu stu lat od odkrycia zjawiska nadprzewodnictwa w rtęci Hg (nadprzewodnik I rodzaju) w temperaturze wrzenia helu 4,2 K (Heike Kamerlingh Onnes, 1911) [11,24,142] odkryto kilka tysięcy różnorodnych materiałów, wykazujących nadprzewodnictwo w bardzo niskich temperaturach [42]. Jednak tylko niektóre z nich wykazują się właściwościami pozwalającymi na ich zastosowania w urządzeniach silnoprządowych, w których nadprzewodnik pracuje w znacznym polu magnetycznym o indukcji dochodzącej do kilkunastu tesli. W silnych polach magnetycznych na uzwojenia nadprzewodnikowe wiodące prądy rzędu $10 \cdot 10^6$ A [143,183] działają znaczne siły elektrodynamiczne, które powodują naprężenia i odkształcenia znacznie przewyższające wartości występujące w konwencjonalnych uzwojeniach. Tylko niektóre materiały nadprzewodnikowe nadają się do wytwarzania przewodów nawojowych, które charakteryzują się niezbędną wytrzymałością na naprężenia mechaniczne.

Pierwszym materiałem nadprzewodnikowym II rodzaju [24,142], zaliczanym do grupy nadprzewodników niskotemperaturowych (LTS), który spełnia podstawowe wymagania do pracy w urządzeniach silnoprządowych, jest międzymetaliczny związek niobu i cyny Nb_3Sn o temperaturze krytycznej $T_{c,0} = 18$ K (tab. 2.1). Został on odkryty dopiero w 1954 roku, a uformowany w postaci drutu nawojowego w roku 1961. Wkrótce potem (1962 r.) odkryto inny materiał silnoprządowy z grupy związków międzymetalicznych A15 (związek niobu

i aluminium Nb_3Al o temperaturze krytycznej $T_{c,0} = 18,9$ K) oraz stop niobu z tytanem $NbTi$ o temperaturze krytycznej $T_{c,0} = 9,8$ K, który jak dotąd jest najszerszej stosowanym materiałem nadprzewodnikowym w urządzeniach silnoprądowych [11,42,43]. Zjawiska fizyczne zachodzące w nadprzewodnikach niskotemperaturowych opisane zostały teorią BCS (Bardeen, Cooper, Schrieffer, 1957 r. [24,142]), która ustaliła górną temperaturę nadprzewodnictwa niskotemperaturowego na $T_{c,0} = 25$ K.

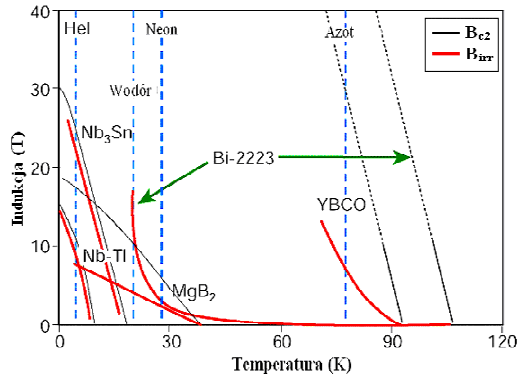
Tab. 2.1. Podstawowe właściwości nadprzewodników silnoprądowych [15,90,130]

Materiał	T_c	Anizotropia	B_{c2}	B_{irr}	J_c	$\rho_n(T_c)$
	K		przy 4,2 K	przy 4,2 K	przy $B=0$ T	w st. rezyst.
			T	T	A/m^2	$\Omega m \times 10^{-8}$
NbTi	9,8	pomijalna	11-12	10-11	4×10^9 przy $B=5$ T	60
Nb_3Sn	18	pomijalna	25-29	21-24	$\sim 10^{10}$	5
Nb_3Al	19	--	28-32	--	--	50
MgB_2	39	1,5-5	15-20	6-12	$\sim 10^{10}$	0,4
YBCO	92	5-7	>100	5-7 (77 K)	$\sim 10^{11}$	40-60
Bi-2223	108-110	50-200	>100	0.3 (77 K)	$\sim 10^{10}$	150-800
Bi-2212	85-95	--	>100	--	$\sim 10^9$	--

Odkrycie nadprzewodnictwa wysokotemperaturowego w tlenkach miedzi (Bednorz i Mueller, 1986), spowodowało lawinowy rozwój badań nad wieloma nowymi materiałami ceramicznymi o coraz większych wartościach temperatury krytycznej $T_{c,0}$ (przy indukcji $B = 0$ T). Obecnie materiałem, który osiągnął największą wartość temperatury krytycznej $T_{c,0} = 138$ K w warunkach normalnych ($T_{c,0} = 164$ K przy zwiększonym ciśnieniu), jest nadprzewodnik $Hg_{0,8}Tl_{0,2}Ba_2Ca_2Cu_3O_{8,33}$. Materiał ten jednak nie może przewodzić prądów o dużych wartościach w zewnętrznym polu magnetycznym. Jest on więc, mimo dużej wartości $T_{c,0}$, zupełnie nieprzydatny do zastosowań silnoprądowych. Spośród licznej grupy nadprzewodników wysokotemperaturowych, jedynie ceramiczne tlenki miedzi oparte na bizmucie $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$ (Bi2223, o temperaturze krytycznej $T_{c,0} = 108$ K, odkryty w 1987 r.) i $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ (Bi2212, o temperaturze krytycznej $T_{c,0} = 95$ K) oraz nadprzewodnik oparty na itrze $YBa_2Cu_3O_7$ (YBCO lub Y123 o temperaturze krytycznej $T_{c,0} = 92$ K, odkryty w 1986 r.), mają zastosowania silnoprądowe. Podstawowe właściwości nadprzewodników mających zastosowanie w urządzeniach silnoprądowych zestawiono w tab. 2.1.

Na rys. 2.1 przedstawiono charakterystyki krytycznej indukcji magnetycznej w zależności od temperatury dla dwóch nadprzewodników niskotemperaturowych ($Nb47wt\%-Ti$ i Nb_3Sn) oraz trzech nadprzewodników wysokotemperaturowych (Bi2223, YBCO i MgB_2). Cienkie linie dotyczą górnej indukcji krytycznej B_{c2} , przy której nadprzewodzenie ulega zanikowi, natomiast pogrubione

linie opisują wartości indukcji nieodwracalności B_{irr} , przy której gęstość prądu krytycznego zanika do zera. Dla nadprzewodników wysokotemperaturowych o zakresie zastosowań decyduje wartość indukcji B_{irr} , która w temperaturze 77 K dla materiału YBCO wynosi ok. 7 T, zaś dla Bi2223 zaledwie 0,3 T. W tab. 2.1 zestawiono parametry wymienionych pięciu materiałów nadprzewodnikowych, które są podstawowymi składnikami istniejących lub projektowanych silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych.



Rys. 2.1. Zależność górnej indukcji krytycznej B_{c2} i indukcji nieodwracalności B_{irr} od temperatury dla nadprzewodników silnoprądowych [90]

Zjawiska fizyczne zachodzące w strukturze atomowej nadprzewodników wysokotemperaturowych opisywane są różnymi podejściami mikroskopowymi, odbiegającymi znacznie od teorii BCS, jednak do tej pory nie powstał jednolity opis teoretyczny nadprzewodnictwa wysokotemperaturowego [11,24].

Nadprzewodniki wysokotemperaturowe (HTS) charakteryzują się ziarnistością, znaczną anizotropią i małymi wartościami długości koherencji w porównaniu z nadprzewodnikami niskotemperaturowymi (LTS). Oznacza to, że materiały te muszą mieć dobrze wyrównane główne płaszczyzny a - b budowy krytalicznej, aby zapewnić małe wartości kąta pomiędzy brzegami ziaren, niezbędne do przewodzenia prądu o dużej wartości pomiędzy ziarnami. Spełnienie tego warunku w przewodach o długościach rzędu kilometra, wymagającego wytworzenia długich pojedynczych kryształów, jest bardzo trudne. Prace nad wytworzeniem takich przewodów o coraz lepszych parametrach użytkowych trwają nieprzerwanie od 1986 roku [11,15,90].

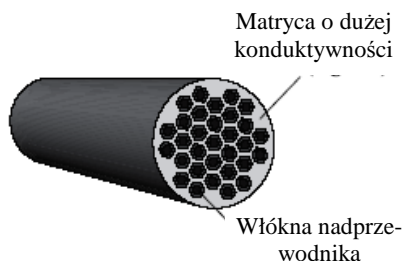
Materiałem, którego syntezy dokonano już w latach pięćdziesiątych zeszłego stulecia, ale jego właściwości nadprzewodzące odkryto dopiero w 2001 r., jest dwuborek magnezu MgB_2 [11,42,32]. Posiada on temperaturę krytyczną $T_{c,0} = 39$ K, która zgodnie z teorią BCS klasyfikuje go w grupie nadprzewodników wysokotemperaturowych ($T_{c,0} > 25$ K). Jego struktura atomowa jest warstwowa, podobnie jak wysokotemperaturowych tlenków miedzi, co prowadzi do znacznej anizotropii parametrów materiałowych. Wykazuje on jednak pewne

podobieństwo do nadprzewodników niskotemperaturowych poprzez swój charakter metaliczny, stosunkowo prostą strukturę metaliczną i opisane przez teorię BCS występowanie oddziaływań pomiędzy parami elektronów poprzez fonony. Dlatego dwuborek magnezu jest w niektórych pracach [32,59, 132] określany jako nadprzewodnik średniotemperaturowy (MTS – Medium Temperature Superconductor).

2.2. Nadprzewodnikowe przewody nawojowe

Ze względu na konieczność zapewnienia stabilnej pracy i zminimalizowania strat cieplnych przewody nadprzewodnikowe mają złożoną (kompozytową) budowę [64,68,69]. Nadprzewodnik jest podzielony na włókna o średnicach od ułamka do kilkudziesięciu mikrometrów, które są umieszczone w matrycy (stabilizatorze) z materiału o dobrej przewodności elektrycznej i cieplnej (rys. 2.2). Włókna są skręcane i transponowane w celu zmniejszenia strat od pola magnetycznego zewnętrznego i własnego. Materiałem matrycy może być miedź lub aluminium (w przypadku LTS) bądź srebro (w przypadku HTS). Stosowane są również bariery wysokorezystancyjne (np. z Cu-Ni) na włóknach i wiązkach w celu zmniejszenia strat cieplnych od prądów wirowych. Nadprzewodnik zajmuje więc tylko część całkowitego przekroju przewodu. Skomplikowana budowa wewnętrznego przewodu nadprzewodnikowego ma zminimalizować straty w stanach przejściowych oraz straty przemiennoprądowe.

Przewód nadprzewodnikowy charakteryzują następujące parametry: charakterystyka krytyczna przewodu, średnica przewodu, liczba włókien nadprzewodnikowych oraz stosunek objętości matrycy do nadprzewodnika C_{sc} (współczynnik stabilizacji) [69,87].

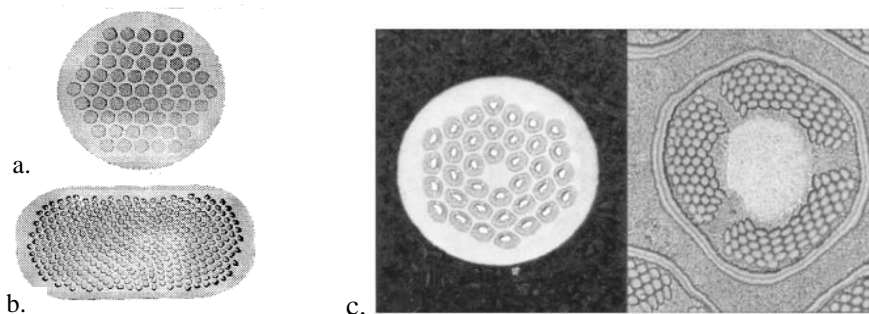


Rys. 2.2. Nadprzewodnikowy przewód nawojowy; włókna nadprzewodnika umieszczone są w matrycy z dobrze przewodzącego metalu pełniące funkcje stabilizatora cieplnego i elektrycznego [182,184]

Przewody LTS ($Nb-Ti$, Nb_3Sn)

Wytwarzanie przewodów nawojowych LTS na skalę przemysłową rozpoczęto w latach sześćdziesiątych. Są to nadprzewodniki NbTi oraz Nb_3Sn , w postaci drutów o strukturze włóknistej i w matrycy metalowej (Cu, Cu-Sn) (rys. 2.3a-c). Przewody ze stopu NbTi/Cu, mimo bardzo małej wartości temperatury krytycznej $T_{c0} = 9,8$ K w stosunku do nadprzewodników wysokotemperaturowych, są wciąż najbardziej rozpowszechnionymi w zastosowaniach silnoprądowych. Również niski koszt wytwarzania przewodów kompozytowych NbTi w stosunku

do przewodów z innych nadprzewodników wpływa na jego szerokie zastosowanie w urządzeniach silnoprądowych, m.in. do wytwarzania wysokich pól magnetycznych oraz do tomografii opartej na rezonansie magnetycznym (MRI). Przewody ze stopu NbTi stosowane są w elektromagnesach wytwarzających pola magnetyczne o indukcji do 8 T. Dla większych indukcji magnetycznych, do 14 T, stosowane są przewody ze związku międzymetalicznego Nb₃Sn, natomiast do wytwarzania pól magnetycznych w zakresie 18 – 30 T stosowane są przewody ze związku Nb₃Al [64,68,69]. Wymienione przewody chłodzone są ciekłym helem.



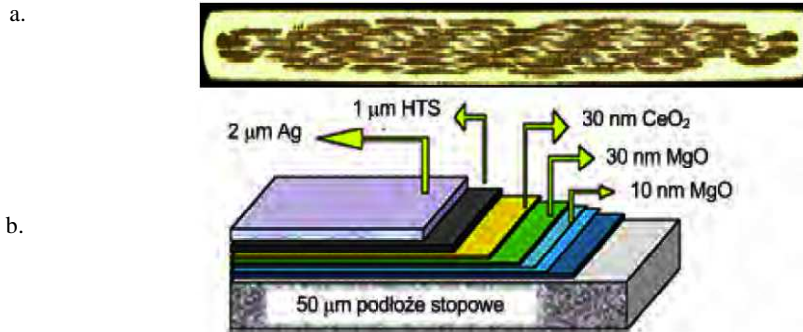
Rys. 2.3. Przekroje przewodów nadprzewodnikowych: a) i b) NbTi [183], c) Nb₃Sn [130]

Przewody HTS (*Bi2212, Bi2223, YBCO, MgB₂*)

W kilka lat po odkryciu nadprzewodnictwa wysokotemperaturowego (1986 r.) rozpoczęto produkcję ceramicznych przewodów I generacji (*Bi2212* i *Bi2223*) w postaci przewodów o strukturze włóknistej (rys. 2.4a) lub nadprzewodników monolitycznych [122] oraz nadprzewodników II generacji (*YBCO*) w postaci taśm warstwowych (rys. 2.4b). Podział przewodów nadprzewodnikowych na dwie generacje (1G i 2G) wynika z różnicy w ich budowie i technologii wytwarzania.

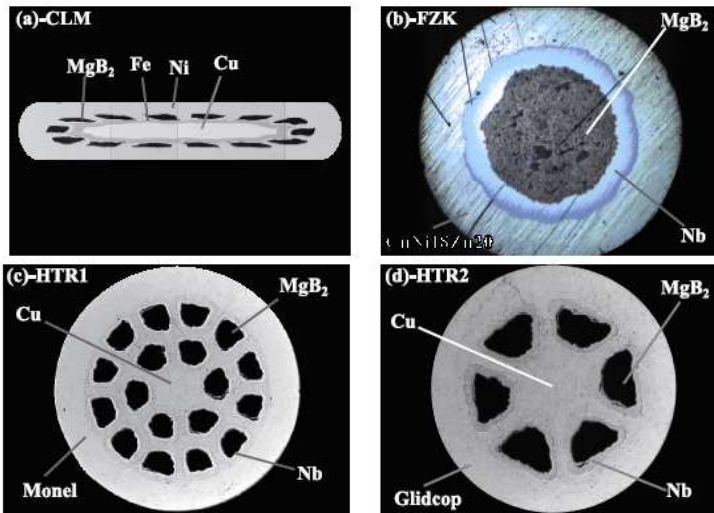
Przewody pierwszej generacji (1G), wytwarzane w postaci taśm lub drutów, mają budowę kompozytową i składają się z wielu włókien nadprzewodnika HTS otoczonych srebrną matrycą. Przewody te wytwarzane są techniką rurowoproszkową (PIT – Powder In Tube). Taśmy nadprzewodnikowe drugiej generacji (2G), wytwarzane na bazie nadprzewodnika *YBCO*, składają się z wielu warstw: podłoża – zapewniającego dobre parametry elektryczne, stabilizatora – poprawiającego właściwości mechaniczne i termiczne oraz warstwy nadprzewodnika. Kolejne warstwy nanoszone są na podłożu techniką fizycznego (PVD) lub chemicznego (CVD) osadzania próżniowego lub osadzania metalorganicznego (MOD) [15,64,68,90].

Największymi producentami przewodów HTS są: American Superconductor [33], Super Power [134] i Trithor [173].



Rys. 2.4. Taśmy nadprzewodnikowe HTS: a) Bi2223 (1G), b) YBCO (2G) [69,87,90]

Wytwarzanie przewodów nawojowych MgB₂ rozpoczęto wkrótce po odkryciu w 2001 r. właściwości nadprzewodzących tego związku chemicznego. Charakteryzują się one łatwością produkcji (technika rurowo-proszkowa PIT – rys. 2.5) i stosunkowo niewielkim kosztem materiałów wchodzących w jego skład. Na skalę przemysłową produkowane są one przez firmy: Columbus Superconductor (Włochy), HyperTech Research (USA) i Hitachi (Japonia) [144,182].



Rys. 2.5. Przekroje przewodów nawojowych MgB₂: a) taśma CLM (ex-situ, 14 włókien, Columbus SC, Genua, Włochy); b) przewód FZK (1-włóknowy, in-situ, FZ Karlsruhe, Niemcy); c) przewód HTR1 (18 włókien, in-situ, Hypertech Research, Columbus, Ohio, USA); d) przewód HTR2 (6 włókien, in-situ, Hypertech Research) [182]

Ponadto wytwarzane są do celów badania i optymalizacji parametrów materiałowych w laboratoriach badawczych [41,83,110,111,182].

2.3. Budowa urządzeń nadprzewodnikowych

Urządzenie elektryczne nazywamy nadprzewodnikowym, jeżeli w swej budowie zawiera elementy wykonane z nadprzewodnika które pracują w stanie nadprzewodzenia. Elementem nadprzewodnikowym może być uzwojenie, przepust, tor prądowy, złącze Josephsona, rura, cylinder, bifilarny stos lub element monolityczny. Materiał nadprzewodnikowy zajmuje zazwyczaj tylko część objętości i masy urządzenia. Najczęściej tylko elementy nadprzewodnikowe urządzenia są umieszczone w kriostacie i chłodzone do temperatur kriogenicznych w przedziale od kilku do kilkudziesięciu kelwinów, a pozostałe podzespoły urządzenia pracują w temperaturze otoczenia powyżej 290 K [87,69].

Praca urządzeń nadprzewodnikowych uwarunkowane jest trzema czynnikami: materiałami nadprzewodnikowymi, układami chłodzenia niezbędnymi do utrzymania stanu nadprzewodzenia oraz przepustami prądowymi, łączącymi elementy nadprzewodnikowe pracujące w warunkach kriogenicznych z układami znajdującymi się w temperaturze pokojowej [65,66].

Zastosowanie materiałów nadprzewodnikowych zamiast przewodników konwencjonalnych pozwala na zwiększenie średnich gęstości prądu w urządzeniach nawet o 2 rzędy wielkości. Tak duże gęstości prądu pozwalają na generowanie pól magnetycznych o indukcjach do 30 T za pomocą uzwojeń z nadprzewodników niskotemperaturowych i do 60 T za pomocą uzwojeń z nadprzewodników wysokotemperaturowych [87]. Duża wartość indukcji magnetycznej oraz duże gęstości prądu generują olbrzymie naprężenia mechaniczne, wywołane siłą Lorentza, przekraczające wytrzymałość mechaniczną materiałów nadprzewodnikowych i dlatego konieczne jest stosowanie dodatkowych elementów konstrukcyjnych [66,69].

Układy chłodzenia urządzeń nadprzewodnikowych

Podstawowym i najtrudniejszym do utrzymania parametrem decydującym o nadprzewodnictwie jest temperatura. Do chłodzenia urządzeń nadprzewodnikowych wykorzystywane mogą być kriochłodziarki oraz ciecze kriogeniczne: ciekły hel (temperatura wrzenia 4,2 K), ciekły wodór (temperatura wrzenia 20,4 K) oraz ciekły azot (temperatura wrzenia 77,4 K).

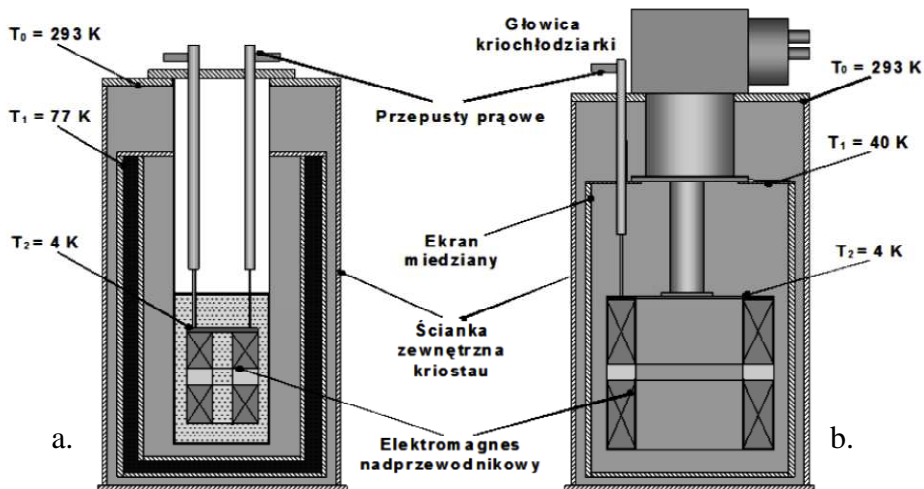
Urządzenia z nadprzewodników niskotemperaturowych pracują w temperaturze 4,2 K lub niższej przy technikach chłodzenia z użyciem ciekłego helu [21,69]. Temperatura ta może być wyższa (np. 10 K) przy chłodzeniu kriochłodziarką. Urządzenia nadprzewodnikowe są izolowane termicznie od otoczenia, co realizowane jest przez umieszczenie ich w specjalnych kriostatach wyposażonych w złożoną izolację termiczną minimalizującą dopływ ciepła z zewnątrz drogą przewodnictwa, konwekcji i promieniowania. Jest to zazwyczaj wysokopróżniowa izolacja termiczna z wielowarstwowymi ekranami z folii aluminiowej minimalizującymi dopływ ciepła przez promieniowanie (izolacja wielowarstwowa) i z miedzianymi ekranami cieplnymi schładzanymi parami helu lub ciekłym azotem, bądź połączonymi z pierwszym stopniem kriochłodziarki. Za-

biegi te mają zminimalizować dopływ ciepła z zewnątrz i utrzymać temperaturę urządzeń na poziomie umożliwiającym pracę w stanie nadprzewodzącym.

System chłodzenia urządzeń nadprzewodnikowych odbiera ciepło dopływające do wnętrza kriostatu z zewnątrz przez izolację termiczną, ścianki kriostatu, przepusty prądowe i pomiarowe oraz ciepło wydzielane podczas pracy w stanach przejściowych (załączanie i wyłączenie urządzenia oraz zmiany prądu roboczego), ciepło wydzielane w skutek zakłóceń oraz ciepło wynikające ze strat przemiennoprądowych w nadprzewodnikach.

Można wyróżnić cztery podstawowe techniki chłodzenia urządzeń nadprzewodnikowych: chłodzenie w kąpeli kriogenicznej, chłodzenie wymuszone (kable typu CICC, uzwojenia z kanałami chłodzącymi), chłodzenie kontaktowe (z wykorzystaniem kriochłodziarki mechanicznej lub rur pulsacyjnych) oraz chłodzenie w kąpeli ze wspomaganie [21,87].

Wykorzystanie techniki kontaktowej do chłodzenia uzwojeń nadprzewodnikowych upraszcza budowę kriostatu, w którym to uzwojenie jest umieszczone. Na rys. 2.6 porównano budowę elektromagnesu nadprzewodnikowego, którego uzwojenie znajduje się w kriogenicznej kąpeli helowej lub chłodzone jest za pomocą kriochłodziarki. Przy technice kontaktowej (rys. 2.6b) konstrukcja urządzenia nie wymaga dodatkowych elementów chłodzenia (zbiornika ciekłego azotu, helu) [21,22,69].



Rys. 2.6. Techniki chłodzenia urządzeń nadprzewodnikowych:
a) kąpiel kriogeniczna, b) kontaktowa [69]

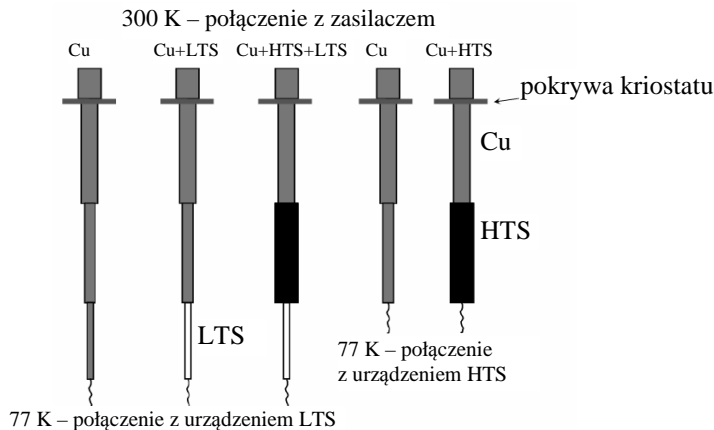
Kriochłodziarki mechaniczne są układami chłodzenia kontaktowego, gdyż obiekty chłodzone przylegają bezpośrednio lub poprzez miedziany mostek cieplny do zimnego końca głowicy chłodzącej. Dzięki usprawnionemu procesowi przyjmowania ciepła od obiektu chłodzonego następuje zmniejszenie strat

ciepła i zwiększenie sprawności całego układu chłodzenia. Kontaktowe kriochłodziarki mechaniczne oparte na cyklu Gifforda-McMahona zapewniają pełny zakres temperatur chłodzenia począwszy od 3 K [21].

Krioprzepusty prądowe

Krioprzepusty prądowe, łączące zimne elementy nadprzewodnikowe z ciepłym zewnętrznym obwodem elektrycznym, stanowią integralny składnik całego urządzenia nadprzewodnikowego. Typy konstrukcji krioprzepustów prądowych z miedzi oraz materiałów LTS i HTS przedstawia rys. 2.7.

Prąd roboczy płynący od zasilacza do urządzenia nadprzewodnikowego umieszczonego w kriostacie przepływa przez krioprzepusty prądowe. Ciepły koniec krioprzepustu prądowego przyłączony do źródła prądu ma temperaturę pokojową (293 K). Zimny koniec krioprzepustu, przyłączony do urządzenia nadprzewodnikowego pracuje zwykle w temperaturze ciekłego helu (4,2 K) albo ciekłego azotu (77 K). Krioprzepusty prądowe mogą być wykonane z konwencjonalnego przewodnika (Cu) jak i z nadprzewodnika, zarówno LTS jak i HTS. Strumień ciepła dopływający przez krioprzepust prądowy do wnętrza kriostatu oraz ciepło Joule'a generowane w konwencjonalnych lub nienadprzewodzących częściach krioprzepustu przez prąd zasilający urządzenie elektryczne mogą zwiększyć zużycie cieczy kriogenicznych, gdy stosowana jest technikach chłodzenia w kąpeli lub nawet uniemożliwić schłodzenie urządzenia do wymaganej temperatury pracy, gdy stosowana jest technika chłodzenia kontaktowego [69].



Rys. 2.7. Typy konstrukcji przepustów prądowych silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych [69,87]

Krioprzepusty stanowią zwykle największe źródło ciepła dopływającego do elementów nadprzewodnikowych, wpływając na sprawność całego urządzenia nadprzewodnikowego. Optymalny przepust prądowy powinien być doskonałym przewodnikiem elektrycznym i bardzo złym przewodnikiem ciepła [25]. Rezystancja krioprzepustów i przewodów łączących zasilacz z krioprzepustami oraz

rezystancja wewnętrzna zasilacza przy zerowej rezystancji urządzenia nadprzewodnikowego są czynnikami ograniczającymi maksymalny prąd w obwodzie z elementami nadprzewodnikowymi. Ze względu na konieczność minimalizacji rezystancji, krioprzepusty prądowe powinny mieć możliwie duży przekrój poprzeczny. Z drugiej strony przez duży przekrój poprzeczny dopływa duży strumień ciepła do wnętrza kriostatu na drodze przewodnictwa cieplnego. Zmniejszenie przekroju krioprzepustu zmniejsza dopływ ciepła z zewnątrz ale jednocześnie zwiększa straty Joule'a w krioprzepuscie, przez który płynie duży prąd. Krioprzepusty miedziane mają stopniowany przekrój, ponieważ wraz ze spadkiem temperatury przepustu zmniejsza się rezystywność miedzi i można zmniejszyć przekrój nie powodując wzrostu strat Joule'a, a zmniejszając dopływ ciepła wzdłuż przepustu [64,69].

2.4. Warunki pracy nadprzewodników w urządzeniach silnoproudowych

O warunkach pracy technicznych nadprzewodników, oprócz parametrów krytycznych wymienionych w rozdz. 2.1, decydują także parametry mechaniczne i cieplne. Powinny one uwzględniać występowanie znacznych sił oddziałujących na nadprzewodnik podczas jego pracy w urządzeniu silnoproudowym, co może prowadzić do procesu zmęczenia materiałowego i uszkodzenia urządzenia. Uwzględnienia jeszcze na etapie wytwarzania przewodów nadprzewodnikowych wymagają parametry mechaniczne, takie jak plastyczność, ciągliwość, twardość i tolerancja na odkształcenia. Wpływają one na stopień trudności produkcji przewodów nadprzewodnikowych oraz na proces nawijania z nich uzwojeń o wymaganym kształcie. Uwzględnienia w projektowaniu wymaga też oddziaływanie ostrych krawędzi kompozytowych drutów nadprzewodnikowych na izolację i elementy konstrukcyjne urządzenia. Istotnym parametrem przewodów przy nawijaniu uzwojeń jest ich minimalny promień gięcia. Z uwagi na ograniczoną długość odcinków produkowanych nawojowych przewodów nadprzewodnikowych, konieczne jest tworzenie złączy pomiędzy tymi odcinkami. Złącza te również powinny być nadprzewodnikowe, jeśli prąd ma płynąć bezstratnie przez uzwojenie nadprzewodnikowe w trybie zwartym (*persistent mode*) [58,183]. W tablicy 2.2 zestawiono wybrane zagadnienia i parametry istotne dla zapewnienia odpowiednich warunków budowy i pracy urządzeń nadprzewodnikowych.

Materiały nadprzewodnikowe i wykonane z nich przewody nawojowe pracują zwykle w bardzo niskich temperaturach kriogenicznych (zazwyczaj w zakresie pomiędzy temperaturą ciekłego helu 4,2 K a temperaturą ciekłego azotu 77 K). W takim przedziale temperatur ich pojemność cieplna jest bardzo mała, co czyni je bardzo podatnymi na niespodziewane zaburzenia cieplne, mechaniczne lub magnetyczne o niewielkich energiach. Prowadzi to do utraty nadprzewodzenia w uzwojeniach (ang. quench) i konieczności trenowania uzwojenia.

Tab. 2.2. Zagadnienia i parametry istotne dla urządzeń nadprzewodnikowych [11]

Margines (zapas) stabilności temperatury krytycznej T_c i indukcji krytycznej B_c
Margines (zapas) stabilności inżynierskiej (uśrednionej) gęstości prądu J_c
Wytrzymałość izolacji na przepięcia przy utracie nadprzewodzenia, wewnętrzym zwarciu i rezonansie
Straty przemiennoprądowe
Wydajność procesu wytwarzania przewodów
Parametry cieplne i mechaniczne stabilizatorów (zabezpieczenie przed utratą nadprzewodzenia)
Koszt wytwarzania (dla Nb-Ti $\sim 1\$/kAm$)
Podatność na nawijanie (minimalny promień zgięcia)
Zdolność do połączeń odcinków przewodu złączami nadprzewodnikowymi
Dostępność w długich odcinkach
Kompatybilność parametrów mechanicznych i cieplnych przewodów i elementów konstrukcyjnych

Przewody z nadprzewodników niskotemperaturowych pracują w silnych polach magnetycznych dochodzących do 20 T, przy uzyskiwanych gęstościach prądu w materiale nadprzewodnika rzędu 10^9 A/m². Elektromagnesy nadprzewodnikowe mogą zapewniać silniejsze i bardziej jednorodne pola magnetyczne, niż konwencjonalne uzwojenia miedziane. Urządzenia nadprzewodnikowe mogą być mniejsze i lżejsze od ich konwencjonalnych odpowiedników ze względu na małe przekroje przewodów (możliwe gęstości prądu o 2 rzędy wielkości większe niż w miedzi) oraz brak rdzeni stalowych (zbędne jest stosowanie żelaza, gdyż uzyskiwana indukcja jest są znacznie większa od indukcji nasycenia żelaza). Charakteryzują się także niewielkimi stratami, a do zasilania wymagają źródeł o małej mocy [66].

Wraz z rozwojem technologii wytwarzania nadprzewodników wysokotemperaturowych, których temperatura krytyczna przekracza temperaturę 77 K wrzenia azotu stosowanego do ich chłodzenia, pojawiła się możliwość szerszego wykorzystania urządzeń nadprzewodnikowych, dzięki radykalnemu zmniejszeniu problemów związanych z układem chłodzenia. Obecnie wytwarzane wysokotemperaturowe przewody nadprzewodnikowe [31,45,134,137,188], podobnie jak ich niskotemperaturowe odpowiedniki, charakteryzują się zwiększoną wytrzymałością mechaniczną na naprężenia występujące podczas nawijania uzwojenia i schładzania, a także na siły elektrodynamiczne działające podczas pracy urządzenia. Ponadto udoskonalane są technologie wytwarzania odpowiednio długich przewodów i kabli, które będą przewodziły prądy rzędu setek i tysięcy amperów przy kosztach porównywalnych z przewodami miedzianymi [129,134,188].

2.5. Silnoprądowe urządzenia nadprzewodnikowe

Materiały nadprzewodnikowe i wytwarzane z nich przewody nawojowe są elementami urządzeń silnoprądowych, mających zastosowanie w elektroenergetyce, badaniach wykorzystujących silne pola magnetyczne, medycynie, transporcie i ochronie środowiska [11,35,42,81,173]. Urządzenia te pracują przy prądzie stałym lub przy prądzie przemiennym.

Elektromagnesy nadprzewodnikowe

Elektromagnesy nadprzewodnikowe są silnoprądowymi urządzeniami, które mogą wytwarzać pola magnetyczne o znacznie większych indukcjach, niż w konwencjonalnych elektromagnesach wykonanych z drutu miedzianego. Chłodzenie przewodów miedzianych, które przewodziłyby prądy o gęstościach inżynierskich (uśrednionych) rzędu 10^6 - 10^7 A/m² osiągniętych w przewodach nadprzewodnikowych, byłoby całkowicie nieopłacalne. Ponadto indukcja pola magnetycznego wytwarzanego przez uzwojenia nadprzewodnikowe (rzędu 10^1 - 10^2 T) nie jest możliwa do osiągnięcia w konwencjonalnych elektromagnesach z uzwojeniami miedzianymi nawiniętymi na stalowych rdzeniach, w których zjawisko nasycenia charakterystyki magnesowania stali $B(H)$ ogranicza osiągnięte wartości indukcji.

Elektromagnesy wykorzystywane są do wytwarzania silnych pól magnetycznych w dużych przestrzeniach roboczych podczas eksperymentów fizyki wysokich energii. W fizyce cząstek elementarnych stosowane są do skupiania i odchylenia strumienia cząstek. Największym na świecie urządzeniem, w którym znalazły zastosowanie uzwojenia z przewodów NbTi/Cu, jest Wielki Zderzacz Hadronów LHC w Europejskim Centrum Badań Jądrowych CERN. Uzwojenia nadprzewodnikowe LHC wytwarzające pole robocze o indukcji 8,3 T o bardzo dużej jednorodności umożliwiają nadawanie wiązce cząstek elementarnych olbrzymiej energii ok. 7 TeV.

Drugim obszarem, który jednak w przeciwieństwie do eksperymentalnych poznawczych badań cząstek elementarnych przyniesie w perspektywie kilkunastu lat rozwój nowej gałęzi energetyki, są badania syntezy termojądrowej. Reaktory termojądrowe wymagają do uzyskania samopodtrzymującej się wysokoenergetycznej syntezy jąder detery i trytu silnych pól magnetycznych o indukcji rzędu 10 T w znacznych przestrzeniach roboczych [165]. Pole magnetyczne o takiej indukcji zapewnią elektromagnesy o uzwojeniach wykonanych z przewodów NbTi oraz Nb₃Sn.

Największe zastosowanie na skalę komercyjną znajdują od wielu lat elektromagnesy z nadprzewodników NbTi w urządzeniach MRI (Magnetic Resonance Imaging) do obrazowania ciała ludzkiego w medycynie opartego na magnetycznym rezonansie jądrowym (NMR - Nuclear Magnetic Resonance) [11,42,196]. W urządzeniach tych uzyskiwane jest silne pole magnetyczne ok. 3 T o wysokiej jednorodności w dużych przestrzeniach roboczych obejmujących ciało człowieka. Ze względu na zapewnienie niezawodności pracy komercyjnych urządzeń MRI ich uzwojenia nadprzewodnikowe pracują przy dużym prądowym marginesie stabilności, tzn. przy prądzie roboczym stanowiącym ok. 50% prądu krytycznego, natomiast margines temperaturowy w stosunku do temperatury krytycznej wynosi kilka kelwinów. Dzięki postępowi w technologii kriochłodziarek mechanicznych następuje dalsze ulepszenie technologii urzą-

dzeń MRI i wykorzystanie nadprzewodników wysokotemperaturowych Bi-2212 i MgB₂.

Ważnym obszarem zastosowań elektromagnesów nadprzewodnikowych na skalę przemysłową są separatory magnetyczne. Urządzenia te służą do wychwytywania (separatory typu HGMS – High Gradient Magnetic Separation) lub odchylania (typu OGMS - Open Gradient Magnetic Separation) małych cząstek ferromagnetycznych lub paramagnetycznych w procesach przemysłowych [22].

Istotnym w projektowaniu wszystkich tych urządzeń jest zagadnienie stabilności termicznej uzwojeń nadprzewodnikowych oraz układy zabezpieczające przed utratą stanu nadprzewodzenia [107, 42,132,138,196].

Kable nadprzewodnikowe

Wykorzystanie kabli nadprzewodnikowych w elektroenergetyce pozwala znacznie obniżyć straty energii podczas jej przesyłu. Kable nadprzewodnikowe mogą mieć zdolność przesyłową co najmniej 10 razy większą, przy zachowaniu tych samych wymiarów geometrycznych, niż konwencjonalne kable miedziane.

Do wytwarzania kabli wykorzystuje się taśmy z nadprzewodników wysokotemperaturowych Bi2223 oraz YBCO. Wyróżnia się kable z zimnym dielektrykiem (cold dielectric), w których izolacja elektryczna znajduje się w sąsiedztwie ciekłego azotu oraz kable z ciepłym dielektrykiem (warm dielectric), w których izolacja termiczna stanowi warstwę zewnętrzną w postaci osłony kriogenicznej [101,102,127].

Nadprzewodnikowe zasobniki energii

Nadprzewodnikowy zasobnik energii (SMES – Superconducting Magnetic Energy System) jest układem uzwojeń pozwalającym na magazynowanie energii elektrycznej w polu magnetycznym przepływającego prądu stałego. Charakteryzuje on się dużą gęstością mocy, którą może pobrać lub oddać w krótkim czasie. Nadprzewodnikowe uzwojenia zasobnika energii są utrzymywane w niskiej temperaturze zapewnianej przez układ kriogeniczny, który chłodzi również krioprzepusty prądowe. Te ostatnie stanowią elektryczne i termiczne połączenie elektromagnesu nadprzewodnikowego z układem przekształtnikowym, który łączy elektrycznie sieć energetyczną z zasobnikiem energii i wrażliwym odbiornikiem [156]. Głównym obszarem zastosowań nadprzewodnikowych zasobników energii jest zabezpieczenie przed nieplanowanymi przerwami w dostawie energii, zapewnienie jakości dostarczanej energii elektrycznej poprzez łagodzenie efektów chwilowych zaników napięcia, a także do wyrównywania obciążeń mocy odbiorników energii pracujących w sposób impulsowy i przerywany [156,189,197].

Pierwszy w Polsce eksperymentalny układ SMES został zbudowany i zbadany w zespole Instytutu Elektrotechniki i Politechniki Lubelskiej [85]. Elektromagnes tego zasobnika energii składa się z 7 podwójnych cewek typu pancake nawiniętych taśmą Bi-2223/Ag firmy AMSC o przekroju 4,2 x 0,31 mm

i łącznej długości 1621 m. Dwucewkowe uzwojenia nadprzewodnikowe o średnicy wewnętrznej 210 mm i zewnętrznej 315 mm nawinięte są na aluminiowych karkasach. Łączna masa elektromagnesu wynosi 53 kg. W temperaturze 13 K osiąganą za pomocą kriochłodziarki mechanicznej zgromadzono maksymalną energię przy prądzie 264 A. [86,185].

Nadprzewodnikowe ograniczniki prądu zwarcia

Nadprzewodnikowe ograniczniki prądów zwarciovych (SFCL – Superconducting Fault Current Limiter) składają się z nieliniowych elementów o zmiennej impedancji, włączanych szeregowo w obwód elektryczny. Wykazują one małą impedancję podczas pracy w warunkach znamionowych chronionego obwodu elektrycznego oraz dużą impedancję w warunkach zwarcia w chronionym obwodzie. Głównymi zaletami nadprzewodnikowych ograniczników prądów zwarciovych są: szybki powrót do stanu wyczekiwania po ustąpieniu zwarcia oraz długi czas pracy przy niewielkich kosztach eksploatacyjnych [64].

Badania nad nadprzewodnikowymi ogranicznikami prądowymi prowadzone są w wielu centrach badawczych na całym świecie [63,64,65]. Prace te doprowadziły do powstania szeregu projektów i prototypów, opartych na konstrukcjach typu rezystancyjnego, indukcyjnego, hybrydowego jak i opartego na układzie z mostkiem półprzewodnikowym, zarówno w układach jedno jak i trójfazowych [63]. W Polsce badania nad układami SFCL prowadzone w zespole Politechniki Lubelskiej i Instytutu Elektrotechniki obejmują ograniczniki typu rezystancyjnego [89] oraz indukcyjnego z rdzeniem zamkniętym [89], otwartym [84] i bezrdzeniowym [86].

Nadprzewodnikowe transformatory

Zastosowanie wysokotemperaturowych uzwojeń nadprzewodnikowych w transformatorach energetycznych w miejsce uzwojeń konwencjonalnych przynosi wiele korzyści. Ze względu na zerową rezystancję nadprzewodnika wyeliminowane są straty Joule'a w uzwojeniach, dzięki czemu zmniejszony jest koszt transformacji i zwiększona sprawność łączna z uwzględnieniem mocy wydatkowanej na chłodzenie [170,193]. Dzięki wyeliminowaniu olejowego układu chłodzenia poprawione jest bezpieczeństwo użytkowania oraz zmniejszony negatywny wpływ urządzenia na otoczenie. Nastąpiło też znaczne zmniejszenie wymiarów geometrycznych i ciężaru transformatorów w porównaniu z konwencjonalnymi o takiej samej mocy znamionowej. Wskutek zmniejszenia impedancji transformatora nadprzewodnikowego wobec impedancji transformatora konwencjonalnego następuje też wzrost przepustowości sieci przesyłowej [73,194]. W ostatnich latach prowadzone są badania nad wykorzystaniem transformatorów nadprzewodnikowych do ograniczania prądów zwarciovych po przekroczeniu prądu krytycznego powodującego wychodzenie uzwojenia ze stanu nadprzewodzenia [44,70]. Ze względu na istotne obniżenie strat przemien-

noprądowych obecnie do budowy transformatorów nadprzewodnikowych, zamiast przewodów matrycowych BSCCO, wykorzystuje się przewody warstwowe drugiej generacji YBCO.

Maszyny elektryczne

W generatorach nadprzewodnikowych uzwojenie wzbudzenia wykonane z nadprzewodnika wysokotemperaturowego HTS umieszczone jest na konstrukcji wsporczej wirnika, natomiast konwencjonalne miedziane uzwojenie twornika znajduje się w bezżłobkowym jarzmie stojana. Zastosowanie nadprzewodnikowego uzwojenia wzbudzenia pozwala na zmniejszenie strat mocy w wirniku. Twornik generatora nadprzewodnikowego nie posiada żłobków i pole magnetyczne w szczelinie maszyny wzbudzone przez nadprzewodnikowe uzwojenie wirnika jest mniej odkształcone. Dzięki zastosowaniu nadprzewodnikowego uzwojenia wzbudzenia i podwyższeniu indukcji w szczelinie generatora niemal dwukrotnie, objętość generatora HTS jest około 2 do 3 razy mniejsza niż generatora z uzwojeniami miedzianymi [69,73].

Silniki nadprzewodnikowe budowane są jako maszyny synchroniczne prądu przemiennego, w których miedziane uzwojenie wirnika zastąpione jest uzwojeniem nadprzewodnikowym HTS [73]. Wirnik silnika HTS nie zawiera żelaza, a uzwojenie zamontowane jest na specjalnej konstrukcji wsporczej. Ponieważ gęstość prądu w uzwojeniu nadprzewodnikowym jest znacznie większa niż w konwencjonalnym, możliwe jest uzyskanie wyższej indukcji magnetycznej w szczelinie [69].

Zastosowanie wirujących maszyn nadprzewodnikowych w miejsce konwencjonalnych umożliwia zwiększenie ich sprawności, cichą pracę ze względu na brak żłobków w stojanie i wirniku, małą reaktancję synchroniczną, co pozwala na pracę przy bardzo małych kątach obciążenia, oraz wytwarzanie napięć z bardzo małą zawartością wyższych harmonicznych [73,114].

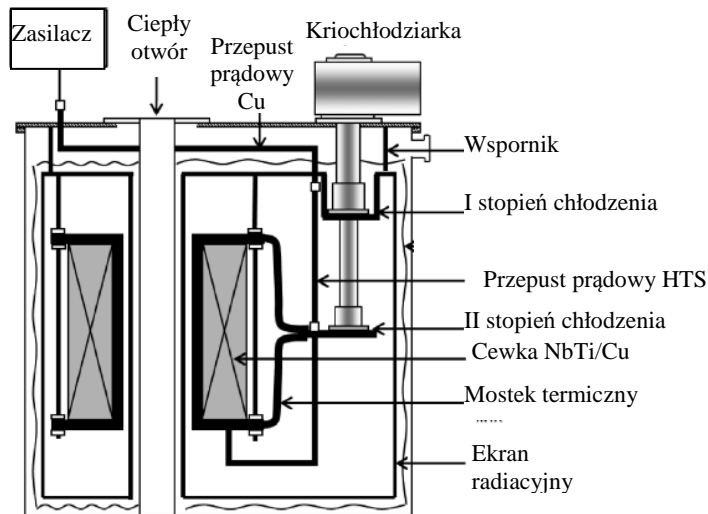
W ostatnich latach zainteresowanie badaczy wzbudza nadprzewodnikowe reluktancyjne maszyny synchroniczne wykorzystujące monolityczne nadprzewodniki wysokotemperaturowe jako ekrany pola magnetycznego w strukturze wirnika [121]. Monolityczne nadprzewodniki wysokotemperaturowe są również istotnymi elementami łożysk nadprzewodnikowych, służących do realizacji bezstykowego magnetycznego zawieszenia wałów wirników zarówno maszyn elektrycznych, urządzeń transportowych (m.in. pociągów na poduszce magnetycznej [81]), jak i kinetycznych zasobników energii [122]. Na uwagę zasługuje nowa koncepcja łożyska nadprzewodnikowego wykorzystującą różnicę pól nieodwracalności dwóch elementów nadprzewodnikowych YBCO i MgB_2 do zwiększenia gęstości siły lewitacji [124].

2.6. Wybrane konstrukcje uzwojeń nadprzewodnikowych

Uzwojenia nadprzewodnikowe są elementami elektromagnesów nadprzewodnikowych do wytwarzania silnych pól magnetycznych, badań cząstek ele-

mentarnych, magnetycznego utrzymywania plazmy w reaktorach termojądrowych, tomografii opartej na rezonansie magnetycznym MRI, spektroskopii opartej na magnetycznym rezonansie jądrowym NMR, separacji magnetycznej HGMS i OGMS, a w ostatnich latach także w przemysłowych urządzeniach elektroenergetycznych takich jak nadprzewodnikowe zasobniki energii (SMES), ograniczniki prądu (SFCL) typu indukcyjnego, transformatory nadprzewodnikowe oraz uzwojenia maszyn elektrycznych (rozdz. 2.5).

W zależności od typu urządzenia, geometrii przewodu nadprzewodnikowego (druć, taśma lub przewód typu CICC) i typu nadprzewodnika (LTS, HTS) użytego do nawinięcia uzwojenia oraz zastosowanego układu chłodzenia (kąpiel w cieczy kriogenicznej, chłodzenie kontaktowe), różne są konstrukcje tych uzwojeń. Najczęściej spotykane konfiguracje, to uzwojenia cylindryczne (soloidalne) pojedyncze lub wielokrotne (w tym także zagnieżdżone) – z wewnętrznymi kanałami chłodzącymi lub adiabatyczne (bez tych kanałów), typu „*race-track*” (siodłowe dipole lub kwadrupole), krążkowe (pojedyncze „*pancake*” lub podwójne „*double-pancake*”) oraz toroidalne [60,72,87,183].



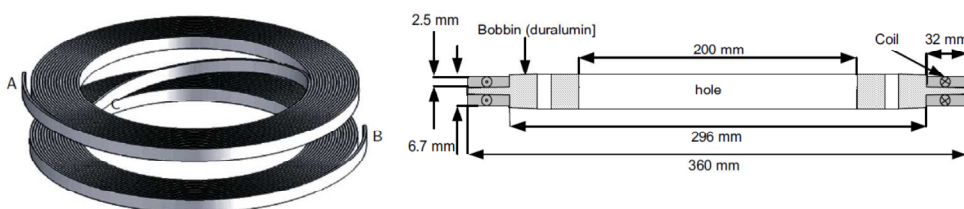
Rys. 2.8. Układ elektromagnesu nadprzewodnikowego z uzwojeniem cylindrycznym NbTi/Cu [20]

Uzwojenia nadprzewodnikowe do zastosowań energetycznych o geometrii cylindrycznej (rys. 2.8), wytwarzające silne pola magnetyczne, posiadają uzwojenia gęsto nawinięte, dzięki czemu uśrednione gęstości prądu mają duże wartości rzędu 10^6 A/m². Cechą takich silnoprądowych i silnopolowych („*high-performance*”) uzwojeń o bardzo dobrej wytrzymałości mechanicznej jest brak wewnętrznej przestrzeni chłodzącej. W uzwojeniach chłodzonych wewnątrz następuje zmniejszenie ogólnej gęstości prądu, a co za tym idzie także generowanego pola magnetycznego, w wyniku zajęcia części uzwojenia przez czynnik

chłodzący oraz zmniejszenie wytrzymałości uzwojenia na obciążenia mechaniczne.

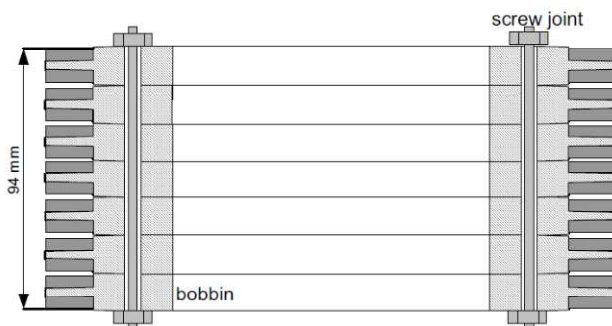
Brak wewnętrznego chłodzenia w uzwojeniach nadprzewodnikowych naraża je na utratę stabilności, szczególnie w niskich temperaturach pracy, dla których pojemności cieplne materiałów uzwojenia są bardzo małe. Aby w przestrzeni uzwojenia zminimalizować zaburzenia generujące ciepło, stosuje się impregnowanie uzwojenia. Przestrzenie nie zajmowane przez zwoje przewodu są wypełnione materiałem organicznym, najczęściej żywicą epoksydową, co powoduje, że całe uzwojenie staje się sztywną konstrukcją.

Na rys. 2.9 przedstawiony jest widok oraz przekrój podwójnego uzwojenia krążkowego nawiniętego taśmą nadprzewodnikową Bi2223.



Rys. 2.9. a) Uzwojenie krążkowe podwójne („double-pancake”) [60], b) moduł złożony z dwóch uzwojeń krążkowych pojedynczych („single-pancake”) [186]

Na rys. 2.10 przedstawiono elektromagnes nadprzewodnikowego zasobnika energii złożonego z 14 pojedynczych uzwojeń krążkowych nawiniętych taśmą Bi2223.



Rys. 2.10. Elektromagnes nadprzewodnikowego zasobnika energii złożonego z 14 pojedynczych [186]

Dla zapewnienia prawidłowej pracy wszystkich opisanych typów urządzeń nadprzewodnikowych niezbędne jest utrzymanie elementów nadprzewodnikowych w stanie nadprzewodzenia, co jest zagadnieniem złożonym, wymagającym rozwinięcia i pogłębienia teorii stabilności termicznej tych urządzeń.

3. PODSTAWY TEORII STABILNOŚCI URZĄDZEŃ NADPRZEWODNIKOWYCH

Warunkiem prawidłowej i niezawodnej pracy silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych jest utrzymanie ich elementów nadprzewodnikowych, takich jak przewody, uzwojenia i elementy monolityczne w stanie nadprzewodzenia, pomimo występujących zaburzeń tego stanu. Element nadprzewodnikowy może być w stanie nadprzewodzenia, jeśli punkt pracy nadprzewodnika znajduje się poniżej tzw. powierzchni krytycznej ograniczonej przez trzy parametry: gęstość prądu J , indukcję magnetyczną B i temperaturę T (rys. 3.11). Na etapie projektowania i podczas pracy urządzenia nadprzewodnikowego można sterować gęstością prądu i indukcją magnetyczną. Trzeci z wymienionych parametrów, temperatura, jest najtrudniejszy do określenia zarówno podczas projektowania jak i działania urządzenia. Fluktuacje temperatury w stosunku do założonych wartości znamionowych mogą występować w elemencie nadprzewodnikowym zarówno w czasie jak i w przestrzeni i często projektant i użytkownik urządzenia nie ma bezpośredniego wpływu na wielkość tych fluktuacji. Określenie możliwego zakresu wartości fluktuacji temperatury podczas pracy urządzenia nadprzewodnikowego mieści się w obszarze zagadnienia jego stabilności termicznej [28,59,82,108].

Zaburzenia powodujące fluktuacje temperaturowe w elementach nadprzewodnikowych mogą być wywołane czynnikami natury mechanicznej, elektromagnetycznej i termicznej. Objawiają się one dostarczeniem do elementu nadprzewodnikowego dodatkowej energii cieplnej. Mimo niewielkiej wartości doprowadzonej energii może ona spowodować lokalny wzrost temperatury i powstanie strefy rezystywnej, która rozszerzając się w sposób niekontrolowany może doprowadzić do gwałtownego rozładowania zgromadzonej w urządzeniu energii pola magnetycznego. W wyniku tego może nastąpić przegrzanie się i przepalenie elementu nadprzewodnikowego oraz w przypadku uzwojenia – przepięcia i przebicia izolacji przewodu nawojowego [60,183].

Z pojęciem stabilności urządzenia nadprzewodnikowego wiąże się zdolność samoczynnego powrotu do stanu nadprzewodzenia (i tym samym do znamionowej pracy urządzenia nadprzewodnikowego) po wystąpieniu zaburzenia powodującego lokalną i chwilową utratę tego stanu.

Zaburzenie dostarcza porcję energii w określonym obszarze (np. na odcinku przewodu, w obszarze uzwojenia), powodując lokalnie zmianę parametrów pracy i powstanie lokalnej strefy rezystywnej dążącej samoczynnie do rozprzestrzeniania się w wyniku dyfuzji cieplnej. Stabilność elementu lub urządzenia nadprzewodnikowego polega na nierozprzestrzenianiu się tej strefy, bądź jej zaniku, co oznacza zdolność elementu do samoczynnego odzyskania stanu nadprzewodzenia, utraconego lokalnie pod wpływem występujących zaburzeń.

W rozdziale tym opisano klasyczne pojęcia, teorie i kryteria stabilności, które oparte są głównie na podejściu analitycznym. Bazuje ono na uproszczeniu analizy i zawężeniu jej do stanów stacjonarnych, z pominięciem opisu stanów dynamicznych, których opis wymaga opracowania złożonych modeli komputerowych.

W celu prowadzenia w dalszych rozdziałach komputerowej analizy stabilności elementów nadprzewodnikowych, w rozdziale tym omówiono także parametry, od których zależy stabilność elementów nadprzewodnikowych, a więc parametry materiałowe, parametry krytyczne oraz parametry opisujące samo pojęcie stabilności. Określenie tych parametrów jest niezbędne dla opracowania modelu matematycznego stanów dynamicznych przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych, umożliwiających analizę stabilności tych elementów.

3.1. Mechanizm niestabilności nadprzewodników w urządzeniach silnoprządowych

Niestabilność nadprzewodników wiodących prąd, znajdujących się w silnym zewnętrznym polu magnetycznym, przejawia się generacją ciepła w obszarach, które tracą nadprzewodzenie. Istnieje wiele mechanizmów, prowadzących do powstania tej generacji ciepła. Z powodu niewielkiej pojemności cieplnej materiałów w bardzo niskich temperaturach, generacja ciepła może spowodować powstanie obszaru, zwanego strefą rezystywną. W tym obszarze elementu nadprzewodnikowego następuje gwałtowny wzrost temperatury ponad temperaturę krytyczną, a tym samym lokalny zanik stanu nadprzewodzenia, czyli pojawienia się niezerowej rezystywności.

Strefa rezystywna, przez którą płynie prąd, staje się dodatkowym źródłem ciepła, które podwyższając temperaturę, nasila proces generacji ciepła i może spowodować niekontrolowane rozprzestrzenianie się strefy rezystywnej w całym przewodzie lub uzwojeniu nadprzewodnikowym. Efektem tego jest całkowity zanik nadprzewodzenia i gwałtowne samoczynne rozładowanie znacznej energii pola magnetycznego zgromadzonej w uzwojeniu, w postaci ciepła. Prowadzi to do zwiększenia ciśnienia a następnie odparowania cieczy kriogenicznej oraz znacznego przegrzania całego urządzenia. Zapobieganie takim sytuacjom jest zadaniem stabilizacji, które wymaga analizy warunków stabilności nadprzewodników [10,28,131,133,161].

Zaburzenia w silnoprządowych urządzeniach nadprzewodnikowych mogą być krótkotrwałe i punktowe lub wydłużone w czasie i rozłożone w przestrzeni (tzw. spektrum zaburzeń [183]). Mogą one być pochodzenia magnetycznego (przeskoki strumienia magnetycznego podczas wnikania pola magnetycznego do wnętrza materiału nadprzewodnikowego), mechanicznego (naprężenia termiczne, tarcie zwojów cewki wywołane siłami elektrodynamicznymi, nagłe pęknięcie materiału impregnującego uzwojenie) lub cieplnego (stały dopływ ciepła z ciepłego otoczenia do środowiska kriogenicznego poprzez przepusty prądowe i elementy konstrukcyjne) (tab. 3.1).

Tab. 3.1. Przyczyny niestabilności nadprzewodników [10,28,183]

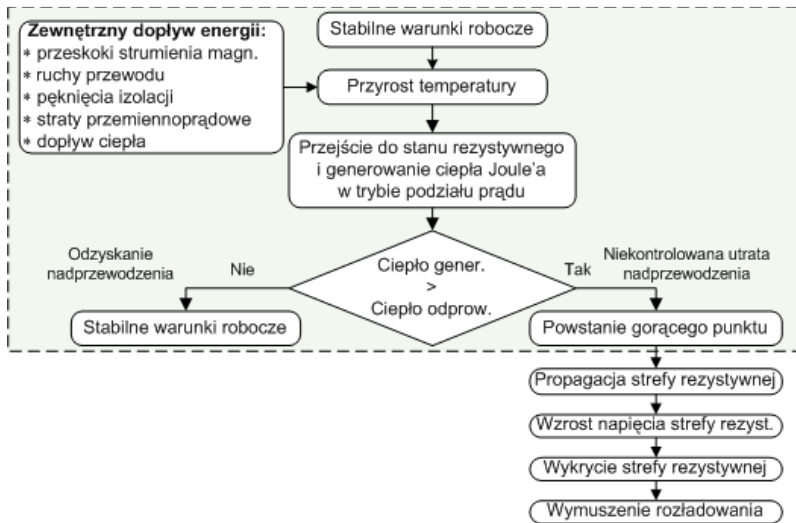
Przyczyny termiczne	Przyczyny mechaniczne	Przyczyny magnetyczne
- Generacja ciepła Joule'a	- Naprężenia wywołane zmianą temperatury	- Wnikanie zewnętrznego pola magnetycznego
- Nieszczelności izolacji cieplnej	- Naprężenia wywołane siłami elektrodynamicznymi	- Impulsy magnetyczne

Dostarczona do elementu nadprzewodnikowego zewnętrzna energia powoduje zwiększenie jej temperatury i może być wystarczająca do przesunięcia punktu pracy nadprzewodnika do obszaru powyżej powierzchni krytycznej. W nowych warunkach pracy materiał nadprzewodnikowy staje się lokalnie rezystywny. Przepływ prądu przez rezystywną część uzwojenia nadprzewodnikowego powoduje wytwarzanie ciepła Joule'a. Obszar przewodu lub uzwojenia, który przeszedł ze stanu nadprzewodzenia do stanu rezystywnego, jest nazywany strefą rezystywną.

Wartość marginesu (zapasu) temperatury, stanowiącego różnicę pomiędzy temperaturą roboczą T i temperaturą T_{cs} przy której rozpoczyna się podział prądu i generacja ciepła w przewodzie, powinna być utrzymywana na niskim poziomie w celu zapewnienia ekonomiczności pracy urządzenia. W wyniku tego energia wystarczająca do wytworzenia strefy rezystywnej może być bardzo mała [183].

Po wystąpieniu zewnętrznego zaburzenia temperatura strefy rezystywnej zwiększa się, zaś czoło strefy rezystywnej rozszerza się powodując, że nadprzewodnik może w sposób niekontrolowany przejść od ustalonej pracy znamionowej do nieodwracalnego dynamicznego procesu prowadzącego do całkowitego zaniku nadprzewodnictwa w elemencie nadprzewodnikowym (ang. *quench*). Taka niepożądana sytuacja zachodzi w przypadku, gdy urządzenie nadprzewodnikowe jest niewłaściwie stabilizowane oraz niezabezpieczone przed utratą nadprzewodzenia. Dobrze zaprojektowany pod kątem stabilizacji termicznej element nadprzewodnikowy nie powinien jako całość wyjść ze stanu nadprzewodzenia przy znamionowych warunkach pracy.

Schemat blokowy (rys. 3.1) obejmuje możliwe zdarzenia następujące po doprowadzeniu zewnętrznej energii do elementu nadprzewodnikowego, tzn. odzyskanie nadprzewodzenia lub niekontrolowaną lawinową utratę nadprzewodzenia. W ujęciu klasycznym zagadnienie stabilności obejmuje głównie część schematu zaznaczoną szarym obszarem, natomiast w niniejszej pracy analizowane są również zjawiska dynamiczne związane z propagacją strefy rezystywnej. Zagadnienia wykrywania strefy rezystywnej i wymuszania bezpiecznego rozładowania energii uzwojenia nadprzewodnikowego wiążą się z problematyką układów zabezpieczenia przed niekontrolowanym wyjściem z nadprzewodnictwa [131] i nie wchodzą w zakres niniejszej pracy.



Rys. 3.1. Schemat blokowy zdarzeń następujących po doprowadzeniu zewnętrznego dopływu energii do elementu nadprzewodnikowego [10]

Pomimo znacznego rozwoju wiedzy i ulepszeniu technik wytwarzania urządzeń nadprzewodnikowych, stabilność termiczna jest wciąż ważnym zagadnieniem, które powinno być analizowane podczas projektowania współczesnych urządzeń nadprzewodnikowych.

3.2. Równanie dyfuzji cieplnej

Podstawą rozpatrywania wszelkich aspektów analizy stabilności termicznej przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych jest niestacjonarne równanie przewodnictwa cieplnego, zwane też równaniem dyfuzji cieplnej, którego najogólniejszą postać przedstawia równanie

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \underbrace{\operatorname{div}(k \operatorname{grad} \nabla T)}_{\text{przewodzenie}} + \underbrace{p_{\text{gen}}}_{\text{generacja}} + \underbrace{p_{\text{diss}}}_{\text{rozpraszanie}} \quad (3.1)$$

gdzie: C_v – pojemność cieplna, $\text{J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$, k – przewodność cieplna, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, p_{gen} – objętościowa gęstość mocy generowania ciepła (obejmującego zarówno początkowy impuls zaburzenia jak i ciepło generowane podczas przepływu prądu), W/m^3 , p_{diss} – objętościowa gęstość mocy rozpraszania związanego z chłodzeniem przewodu lub uzwojenia, W/m^3 , t – czas, s, T – temperatura, K.

Objętościowa gęstość mocy generowania ciepła określona jest jako

$$p_{\text{gen}} = \frac{1}{V} \frac{dQ_{\text{gen}}}{dt} \quad (3.2)$$

gdzie: Q_{gen} – ciepło generowane w wyniku działania impulsu zaburzenia oraz przepływu prądu, J, V – objętość obszaru, w którym wydzielane jest ciepło, m^3 .

Dyfuzja ciepła w określonym punkcie przewodu określona jest równowagą pomiędzy objętościowymi gęstościami mocy ciepła przewodzonego, ciepła wytwarzanego i energii zaburzenia, mocy chłodzenia oraz bezwładnością cieplną.

Równanie (3.1) dla przewodu wiodącego prąd można uszczegółowić do postaci:

$$C_v(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}[k(T) \text{grad } T] + \rho(T) J(t)^2 + g_d(t) - \frac{f_p P}{A} g_q(T) \quad (3.3)$$

Lewa strona równania (3.3) reprezentuje szybkość zmian gęstości energii cieplnej przewodu, gdzie $C_v(T)$ jest uśrednioną objętościowo pojemnością cieplną nawojowego przewodu kompozytowego, składającego się z nadprzewodnika i matrycy metalu stabilizującego, najczęściej miedzi.

Przy klasycznym stacjonarnym podejściu stabilności składnik ten powinien stale być równy zeru. W praktyce jednak dopuszczalne są niewielkie odchylenia ΔT_o od temperatury roboczej T_o podczas pracy przewodu w większości uzwojeń, nawet adiabatycznych.

Po prawej stronie równania (3.3) pierwszy składnik opisuje przewodzenie ciepła do jednostkowej objętości kompozytowego przewodu nadprzewodnikowego, gdzie $k(T)$ jest uśrednioną przewodnością cieplną tej objętości. Drugi składnik reprezentuje gęstość mocy ciepła Joule'a, gdzie $\rho(T)$ jest rezystywnością przewodu kompozytowego, równą zeru w stanie nadprzewodzenia, $J(t)$ - zmieniającą się w czasie gęstością prądu roboczego przewodu $I(t)$, g_d - gęstością generowanej mocy cieplnej zaburzenia, głównie natury mechanicznej lub magnetycznej. Ostatni składnik reprezentuje gęstość mocy chłodzenia, gdzie f_p jest ułamkiem określającym część obwodu P przewodu poddaną chłodzeniu, A - pole przekroju poprzecznego przewodu kompozytowego, g_q - gęstość mocy chłodzenia.

Pełne równanie opisujące dyfuzję cieplną w elemencie nadprzewodnikowym podczas zanikania nadprzewodzenia jest nieliniowym równaniem różniczkowym cząstkowym typu parabolicznego o zależnych od temperatury parametrach materiałowych, które zmieniają się w czasie procesu dyfuzji, o zmieniających się w czasie składnikach reprezentujących zarówno generację ciepła jak i jego odprowadzanie, zależne od punktu pracy nadprzewodnika na charakterystyce fazowej J - T - B i od zjawiska podziału prądu pomiędzy włóknami nadprzewodnika i matryca stabilizująca. Analityczne rozwiązywanie pełnego równania dyfuzji uwzględniającego wszystkie zjawiska dynamiczne występujące podczas zanikania nadprzewodzenia jest zagadnieniem niezwykle trudnym i jak dotąd niewykonalnym, szczególnie gdy wymagany jest bardziej realistyczny dwu- lub trójwymiarowy opis zjawisk.

3.3. Pojęcia, teorie i kryteria stabilności

Rozwój pojęć i teorii stabilności, jak też teorii zabezpieczania przed utratą nadprzewodzenia, związany jest z rozwiązywaniem uproszczonych wariantów

równania dyfuzji cieplnej, które można prowadzić głównie metodami analitycznymi.

W tablicy 3.2 zestawiono najważniejsze pojęcia i wiążące się z nimi teorie i kryteria stabilności wynikające z uproszczeń pełnego równania dyfuzji cieplnej. Symbol 0 przy kolejnych składnikach równania oznacza, że składniki te są pomijalne lub nierozpatrywane przez odpowiadające im podejście do analizy stabilności nadprzewodników, natomiast symbol \surd przypisany wybranym składnikom oznacza uwzględnienie ich w analizie związanej z danym podejściem.

Tab. 3.2. Pojęcia i kryteria stabilności wynikające z uproszczeń równania dyfuzji cieplnej [60,164,183]

$C_v(T) \partial T / \partial t$	$\nabla[k(T)\nabla T]$	$\rho(T) J(t)^2$	g_d	g_c	Pojęcie stabilności
\surd	0	0	\surd	0	Przeskoki strumienia
0	0	\surd	0	\surd	Kriostabilizacja
\surd	\surd	\surd	0	\surd	Stabilność dynamiczna
0	\surd	\surd	0	\surd	Kryterium równych powierzchni
0	\surd	\surd	0	0	Minimalna strefa propagacji
\surd	0	\surd	0	0	Zabezpieczanie przed utratą nadprzewodzenia
\surd	\surd	\surd	0	0	Adiabatyczna propagacja strefy rezystywnej

Poniżej opisano poszczególne pojęcia, które w wielu przypadkach rozwinięte zostały na przestrzeni lat do postaci rozbudowanych teorii. W teoriach tych z kolei sformułowano kryteria stabilności i praktyczne metody stabilizacji, które gwarantują utrzymanie stanu nadprzewodzenia elementu nadprzewodnikowego lub odzyskanie tego stanu w przypadku lokalnego i czasowego jego zaniku, umożliwiające nieprzerwaną pracę całego urządzenia.

Przeskoki strumienia magnetycznego

Stabilizacja od przeskoków strumienia magnetycznego [141,176,183,184] powstrzymuje zapoczątkowanie cyklu zaburzeń, powodujących przejście do stanu rezystywnego. Realizuje się ją poprzez wytwarzanie bardzo cienkich (o średnicy 10-100 μm) włókien nadprzewodnikowych, dzięki czemu zmniejsza się energię uwalnianą podczas przejścia linii strumienia magnetycznego w poprzek włókna nadprzewodnika. Włókna nadprzewodnika umieszcza się w matrycy miedzianej (dla nadprzewodnika niskotemperaturowego) lub srebrnej (dla nadprzewodnika wysokotemperaturowego), która przejmuje prąd w przypadku lokalnej utraty nadprzewodzenia. Straty przemiennoprądowe, powstające w wyniku sprzęgania prądów płynących włóknami poprzez matrycę stabilizatora, minimalizuje się przez skręcanie przewodu kompozytowego tak, aby włókna były przesunięte wzdłuż długości drutu. Dodatkowym sposobem stabilizacji przeciwko stratom przemiennoprądowym jest dodawanie wokół zewnętrznej

powierzchni przewodu kompozytowego warstwy metalu o zwiększonej rezystywności np. Cu-Ni, dzięki czemu następuje odprężanie włókien nadprzewodnika i zmniejszenie prądów wirowych w matrycy stabilizatora.

Kriostabilizacja

Kriostabilizacja (stabilizacja kriogeniczna) jest ukierunkowana na przywrócenie trybu pracy nadprzewodnikowej, gdy zaburzenie już wywołało powstanie strefy rezystywnej. Ciepło wytworzone przez przewód nadprzewodnikowy powinno być usunięte w celu utrzymania przez układ chłodzący założonej temperatury roboczej. Układ ten może stanowić ciecz kriogeniczna w stanie wrzenia pęcherzykowego, w której zanurzone jest urządzenie nadprzewodnikowe, lub kanały chłodzące z wymuszonym obiegiem płynu kriogenicznego o ciśnieniu nadkrytycznym, w celu uniknięcia problemu przepływu dufazowego, bądź helu nadkrytycznego o doskonałych właściwościach przenoszenia ciepła. W kriostabilnym przewodzie kompozytowym zawartość metalu przewodzącego matrycy stabilizującej w przekroju poprzecznym całego przewodu jest dużo większa niż włókien nadprzewodnika. Ponadto znaczna część powierzchni przewodu jest w bezpośrednim kontakcie z cieczą chłodzącą [133].

Dla kryterium kriostatycznego wprowadza się parametr stabilności Stekly'ego [28,133,184]:

$$\alpha = \frac{G}{Q} = \frac{(\rho_m I_{c,b}^2) / (A_m P)}{f_p h (T_{c,0} - T_b)} = \frac{\rho_m I_{c,b}^2}{f_p h P A_m (T_{c,0} - T_b)} \quad (3.4)$$

określający stosunek szybkości generacji energii cieplnej G do szybkości przenoszenia ciepła na drodze konwekcji Q , gdzie: $T_{c,0}$ – temperatura krytyczna nadprzewodnika na granicy stabilności przy zerowym prądzie roboczym, T_b – temperatura kąpieli chłodzącej, h – współczynnik przenoszenia ciepła (W/m^2K), f_p – współczynnik równy części obwodu przewodu faktycznie wystawionego na działanie czynnika chłodzącego.

W warunkach podziału prądu napięcie na jednostkę długości przewodu U_L , określone jest wzorem:

$$U_L = I_m \frac{\rho_m}{A_m} = (I - I_c) \frac{\rho_m}{A_m} = \left[I - I_{c,b} \left(1 - \frac{T_l - T_b}{T_{c,0} - T_b} \right) \right] \frac{\rho_m}{A_m} \quad (3.5)$$

Dzieląc obie strony równania przez ρ_m/A_m a następnie przez prąd $I_{c,b}$ otrzymuje się równanie

$$\frac{U_L}{I_{c,b}(\rho_m/A_m)} = \frac{I}{I_{c,b}} - 1 + \frac{T_l - T_b}{T_{c,0} - T_b} \quad \text{lub} \quad v = i - 1 + \theta \quad (3.6)$$

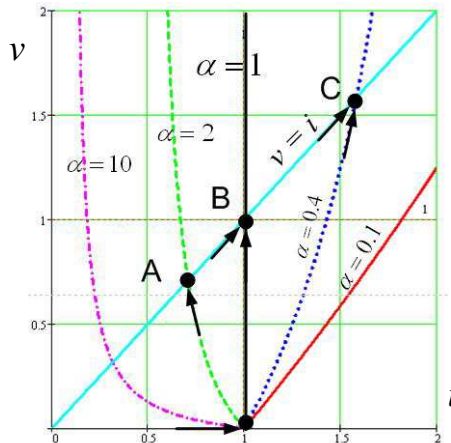
dla znormalizowanego napięcia $v = \frac{U_L}{I_{c,b}(\rho_m/A_m)}$, znormalizowanego prądu $i = \frac{I}{I_{c,b}}$

oraz znormalizowanej temperatury $\theta = \frac{T_l - T_b}{T_{c,0} - T_b}$.

Poprzez wyeliminowanie znormalizowanej temperatury z równań: $\theta = v - i + 1$ i $v = \theta / \alpha i$ otrzymuje się zredukowane napięcie w funkcji zredukowanego prądu w macierzy:

$$v(i) = \frac{-i + 1}{\alpha i - 1} \quad (3.7)$$

Linia $v = i$ na wykresie zależności zredukowanego napięcia od zredukowanego prądu (rys. 3.2) przedstawia stan rezystywny. Jeśli przewodnik jest w pełni nadprzewodzący, wtedy zredukowana wartość prądu zawiera się między $0 < i < 1$ (linia 0-1). W przypadku podziału prądu, prąd zawiera się w granicach $1 < i < 1/\alpha^{1/2}$. Pełna kriostabilność odpowiada krzywej 0-1-C ($\alpha < 1$) i dostatecznemu chłodzeniu. Krzywa 0-1-A ($\alpha > 1$) odpowiada niedostatecznemu chłodzeniu. Wraz ze wzrostem prądu i z 0 do 1, nadprzewodnik traci nadprzewodzenie dla $i = 1$. Podczas obniżania prądu przy stanie rezystywnym (wzdłuż linii $v = i$) przewodnik przełącza się z powrotem do stanu nadprzewodzenia dla $i = 1/\alpha^{1/2}$.



Rys. 3.2. Zależność zredukowanego napięcia v od zredukowanego prądu i dla różnych wartości parametru Stekly'ego [133,164]

Dla $\alpha > 1$ (przypadek braku kriostabilności), gdy przewodnik przejdzie w stan rezystywny, prąd transportu musi zostać obniżony do wartości w punkcie A, by nastąpiło przywrócenie stanu nadprzewodnictwa [133,164].

W przypadku stabilizacji przewodów z nadprzewodników wysokotemperaturowych stosuje się te same metody, jak dla nadprzewodników niskotemperaturowych, jednak zadanie jest ułatwione ze względu na to, że ciepło właściwe jest znacznie większe w podwyższonych zakresach temperatury pracy. Dzięki temu wzrost temperatury wywołany tą samą ilością energii cieplnej jest mniejszy, niż dla zakresu niskich temperatur. Ponadto, gdy układ pracuje w górnym zakresie temperatur, prąd musi mieć znacznie mniejsze wartości, co

zmniejsza też wartości sił elektrodynamicznych, a co za tym idzie, prawdopodobieństwo wystąpienia przeskoków strumienia magnetycznego.

Stabilność dynamiczna

W nadprzewodnikach II rodzaju dyfuzyjność magnetyczna jest znacznie większa niż dyfuzyjność cieplna, przeskoki strumienia magnetycznego mogą występować, gdy kryterium rozmiaru nadprzewodnika w stosunku do matrycy stabilizującej nie może być spełnione, np. w przewodach taśmowych. Poprzez zwiększenie w przewodzie zawartości materiału o dużej dyfuzyjności cieplnej (np. miedzi) można zrównoważyć obie dyfuzyjności i uzyskać stabilną pracę przewodu bez przeskoków strumienia magnetycznego. Ponieważ taśmy z nadprzewodników niskotemperaturowych obecnie praktycznie nie są stosowane, a przeskoki strumienia magnetycznego w nadprzewodnikach są mało prawdopodobne, zagadnienie stabilności dynamicznej obecnie nie wymaga zainteresowania [183,184].

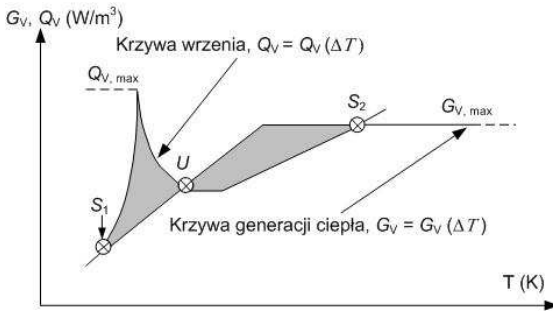
Kryterium równych powierzchni

Kryterium równych powierzchni jest szczególnym przypadkiem kriostabilności, dla którego uwzględniono składnik przewodzenia ciepła w równaniu dyfuzji cieplnej (3.3). Dzięki temu uzyskano w stosunku do kryterium Stekly'ego podwyższenie inżynierskiej gęstości prądu, dla której przewód i uzwojenie są stabilne.

Kryterium Stekly'ego uwzględniało usuwanie wytworzonej energii termicznej z przewodu tylko przez konwekcję, tak więc mechanizm przewodzenia został zaniedbany. Jest to konsekwencją przyjęcia założenia istnienia jednorodnego rozkładu temperatury wzdłuż przewodnika. Założenie to może zostać łatwo naruszone, ponieważ materiał matrycy (zazwyczaj miedź) jest termicznym przewodnikiem.

Założmy, że kompozytowy przewód nadprzewodnikowy przewodzący prąd stały I w geometrii jednowymiarowej (np. długi cylindryczny pręt z $D/L \ll 1$, gdzie D - średnica zewnętrzna, L - długość przewodu) jest zanurzony w kąpeli ciekłego helu. Zaburzenie wywołane niestabilnością inicjuje pojawienie się strefy rezystywnej w części nadprzewodnikowej przewodu, co prowadzi do zjawiska podziału prądu. Generowana energia termiczna wywołana ciepłem Joule'a w matrycy przewodu przewodzącej prąd, spowoduje wzrost temperatury przewodu. Gdy w końcu cały prąd zacznie przepływać przez matrycę, każdemu następnemu wzrostowi temperatury będzie towarzyszyć wytwarzanie stałej energii cieplnej G (przy stałym natężeniu prądu). Z powodu wzrostu temperatury powierzchni przewodnika, przepływ ciepła do cieczy chłodzącej może zmienić się z wrzenia pęcherzykowego (początkowo przy niewielkich zmianach temperatury) we wrzenie warstewkowe (dla bardziej znaczących różnic temperatury). Charakterystyka wrzenia (np. krzywa wielkości przepływu ciepła w funkcji różnicy temperatur) będzie określać wielkość ciepła usuwanego. Na rys. 3.3 obie

wielkości: wytworzona energia cieplna i ciepło chłodzenia są przedstawione w funkcji różnicy temperatury pomiędzy powierzchnią przewodu i kąpieli ciekłego helu [28,133].



Rys. 3.3. Twierdzenie o równych powierzchniach: krzywa wrzenia Q_V i krzywa wytwarzanej energii cieplnej G_V . Równość dwóch wielkości energii (równość odpowiadających powierzchni) odpowiada warunkowi równowagi $Q_V = G_V$ w całym przewodzie [28,183]

Powierzchnia zamknięta pomiędzy krzywą generowanej energii cieplnej i krzywą wrzenia cieczy chłodzącej a odcinkiem S1–U, jest proporcjonalna do nadmiaru energii termicznej usuniętej z przewodu. Podobnie, powierzchnia zamknięta odcinkiem U–S2 pomiędzy krzywą wytwarzanej energii cieplnej i odpowiadającym odcinkiem wrzenia warstewkowego charakterystycznej krzywej wrzenia, jest proporcjonalna do nadmiaru energii cieplnej generowanej wewnątrz przewodu. Z powodu różnicy temperatur pomiędzy ciepłym i zimnym końcem, przewodzenie ciepła będzie miało miejsce wzdłuż przewodu, prowadząc do usunięcia nadmiaru energii cieplnej z ciepłego końca, poprzez przejmowanie ciepła przy wrzeniu z końca zimnego. Równowaga stała dla tego procesu przepływu ciepła będzie osiągnięta, jeśli wielkości dwóch nadmiarów energii termicznej (reprezentowanego przez zacienioną powierzchnie pomiędzy krzywymi na rys. 3.3) są dokładnie takie same.

Sytuacja ta odpowiada granicznemu przypadkowi stabilizacji kriogenicznej. Jeśli szybkość zmian energii cieplnej dla zimnego końca jest większa niż dla ciepłego końca, to temperatura przewodu ostatecznie powróci do temperatury początkowej, równej temperaturze cieczy chłodzącej. Prowadzi to do zaniknięcia strefy rezystywnej i odzyskania stanu nadprzewodzenia przewodu.

W postaci analitycznej dla jednowymiarowego przepływu ciepła, równowaga ta przedstawia się następująco:

$$\frac{d}{dx} \left[k(T) \frac{dT}{dx} \right] = \frac{f_p P h}{A} (T - T_b) - \frac{\rho_m(T) I_{c,b}^2}{A A_m} \left(\frac{T - T_b}{T_{c,0} - T_b} \right) \quad (3.8)$$

gdzie: A – powierzchnia przekroju poprzecznego przewodu, m^2 , k – przewodność cieplna matrycy, $W/m \cdot K$, T_b – temperatura chłodziwa.

Opiera się ona na jednowymiarowym równaniu równowagi cieplnej dla długiego przewodu nadprzewodnikowego, chłodzonego cieczą kriogeniczną. Równanie to jest reprezentowane przez punkty przecięcia się charakterystyk chłodzenia Q_V i nagrzewania G_V (rys. 3.3). Z dwóch widocznych punktów przecię-

cia, tylko punkt S_2 leżący po prawej stronie jest stabilny przy zewnętrznych zaburzeniach. Prowadzi to do równania całkowego

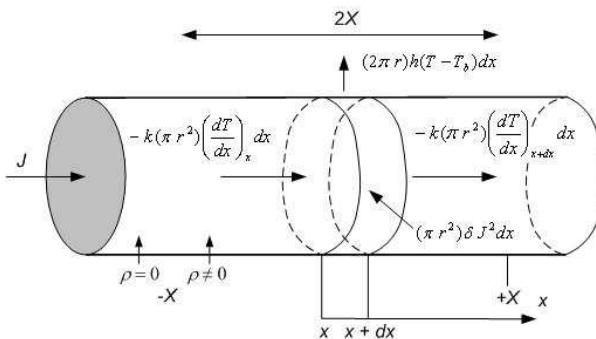
$$\int_{T_b}^{T_s} (Q-q)k dT = 0 \quad (3.9)$$

gdzie: k – przewodność cieplna przewodu nadprzewodnikowego.

Kryterium minimalnej strefy propagacji

Koncepcja minimalnej strefy propagacji (minimum propagation zone – MPZ) [60,133,183] rozwinięta została w obszerną teorię stabilności. Pierwotnie podejście opierało się na prostym bilansie energetycznym materiału nadprzewodnikowego idealizowanego, nieskończonego w przestrzeni, lecz ze zlokalizowanymi źródłami energii cieplnej generowanej wewnątrz istniejącej strefy rezystywnej o skończonych rozmiarach.

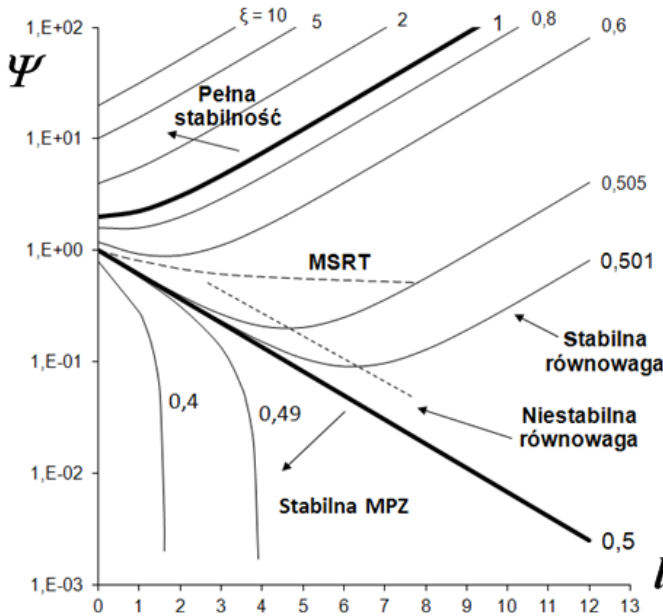
Podejście to zakłada równowagę pomiędzy energią termiczną generowaną przez ciepło Joule'a (wewnątrz uprzednio wytworzonych stref rezystywnych) i wielkością przenoszenia ciepła ze strefy rezystywnej poprzez przewodzenie wzdłuż przewodu. Dlatego fizyczny rozmiar strefy rezystywnej, która prowadzi do całkowitej utraty nadprzewodzenia, według przyjętej zasady, zależy od równowagi pomiędzy ciepłem Joule'a w strefie rezystywnej i ciepłem przewodzoną na zewnątrz strefy rezystywnej. W rezultacie przy założeniu spełnienia warunków bilansu energetycznego opisanego powyżej, strefa rezystywna nie będzie wzrastać ani też zanikać. Strefa rezystywna zdefiniowana w ten sposób jest nazywana minimalną strefą propagacji (MPZ).



Rys. 3.4. Odcinek drutu nadprzewodnikowego z utworzoną strefą rezystywną ($\rho \neq 0$) o długości $2X$. Na zewnątrz strefy rezystywnej przewód jest w stanie nadprzewodzenia ($\rho = 0$). Przewodnik jest wystawiony na działanie chłodzenia konwekcyjnego. Wewnątrz strefy rezystywnej wytwarzana jest energia cieplna usuwana z przewodu przez przewodzenie [133]

Na rys. 3.5, przedstawiającym bezwymiarowe nagrzewanie $\Psi(l)$ w zależności od bezwymiarowej długości strefy rezystywnej l dla różnych wartości parametru stabilności $\xi=1/\alpha$ można zaobserwować trzy wyraźne obszary. Pierwszy obszar odpowiada parze wartości: bezwymiarowego nagrzewania Ψ i bezwymiarowej długości strefy rezystywnej l , takich, że parametr stabilności $\xi < 0,5$. Drugi obszar odpowiada parametrowi stabilności w granicach $0,5 < \xi < 1$, a trzeci obszar dla $\xi > 1$. W pierwszym obszarze, np. dla współczynnika stabilności $\xi = 0,49$, nadprzewodnik jest w najmniej stabilnej sytuacji. W obszarze tym minimalna

strefa propagacji istnieje dla każdego $0 < \xi < 0,5$. Przy $\xi = 0,5$ minimalna strefa propagacji jest teoretycznie nieskończenie duża. Drugi obszar ($0,5 < \xi < 1$) charakteryzuje się wzrastającą stabilnością. Każda linia $\xi = \text{const.}$ w tym obszarze posiada minimum, dlatego lewa strona każdego rozgałęzienia tych linii odpowiada niestabilnej równowadze (pomiędzy wartością $l = 0$ i l przy Ψ_{\min} , dla każdego ξ). Położenie tych minimum definiuje rozgałęzienie pomiędzy niestabilną i stabilną równowagą. Linia MSRT - Maximum Size of Recoverable Transition.



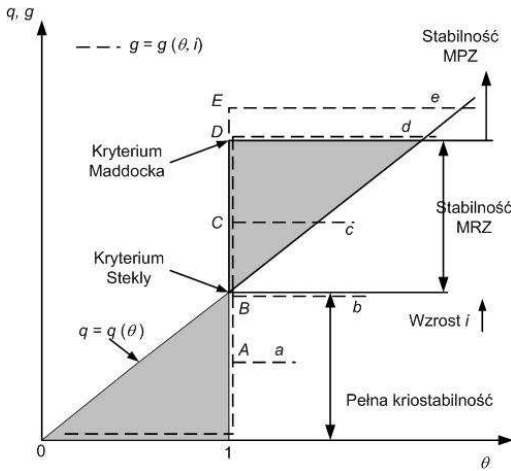
Rys. 3.5. Zależność bezwymiarowego nagrzewania Ψ od bezwymiarowej długości strefy rezystywnej l dla różnych wartości parametru stabilności ξ [133,164]

Porównanie wybranych kryteriów stabilności

Zależność zredukowanego strumienia chłodzenia w funkcji zredukowanej temperatury dla trzech najważniejszych kryteriów stabilności: Stekly'ego (kriostabilności), Maddocka (równych powierzchni) i Wipfa (MPZ) przedstawiono na rys. 3.6. Założono, że strumień chłodzenia ma liniową zależność w funkcji temperatury i nie występuje podział prądu.

Dla zredukowanego wytwarzania ciepła, dla przypadku opisanego krzywą a, nadprzewodnik jest w trybie pełnej stabilności (przypadek kriostabilności). Ograniczenie takiego typu zachowania opisuje kryterium Stekly'ego (zredukowany strumień ciepła jest określony przez krzywą b). Jeśli prąd dalej wzrośnie (pokazuje to wzrost prądu i na rys. 3.6), nadprzewodnik osiągnie obszar stabilności MRZ (minimalna strefa odzyskiwania nadprzewodzenia), opisany przez Wipfa (linia c). Dalszy wzrost prądu mogą w końcu zapewnić warunki, które odpowiadają kryterium równych powierzchni Maddocka (linia d). Dla linii d powierzchnie pomiędzy krzywymi reprezentującymi zredukowany strumień

chłodzenia i zredukowany strumień generacji ciepła są równe. Jeśli prąd wzrośnie jeszcze bardziej, zostanie osiągnięta strefa stabilności MPZ (krzywa e).



Rys. 3.6. Zależność zredukowanego strumienia chłodzenia $q = Q/[h(T_{c,0} - T_b)]$ i zredukowanego strumienia generowanej energii cieplnej $g = G/[h(T_{c,0} - T_b)]$, w funkcji zredukowanej temperatury $\theta = (T_1 - T_b)/(T_{c,0} - T_b)$ [133,164]

Krzywe 0–1–A–a, 0–1–B–b, 0–1–C–c, 0–1–D–d i 0–1–E–e, (każda oznaczona linią przerywaną) odpowiadają różnym wartościom wytworzonego ciepła g , każda dla ustalonego prądu. Krzywa zredukowanego strumienia chłodzenia jest taka sama dla wszystkich przypadków. W obszarze pełnej kriostabilności (krzywa 0–1–A–a) odpowiedni prąd powoduje, że ciepło Joule'a jest mniejsze niż wielkość chłodzenia dla każdej osiągniętej temperatury. Warunki stabilności dla krzywej 0–1–B–b spełniają kryterium Stekly'ego (krzywa dla $\xi = 1,0$ na rys. 3.5). Warunki stabilności dla krzywej 0–1–D–d spełniają kryterium Maddocka (obie zaciemnione powierzchnie poniżej i powyżej krzywej chłodzenia są sobie równe – por. krzywą dla $\xi = 0,5$ na rys. 3.5).

Opisane w rozdz. 3.3 konwencjonalne teorie stabilności termicznej nadprzewodników ograniczają się do stacjonarnych przepływów ciepła w nadprzewodnikach. Nie opisują one dynamicznych zjawisk termicznych, które są istotne przy analizie stabilności związanej z projektowaniem urządzeń nadprzewodnikowych.

Zjawisko utraty i powrotu do stanu nadprzewodzenia ma charakter przejściowy, związany z rozprzestrzenianiem się strefy rezystywnej, podczas którego zmieniają się parametry cieplne i krytyczne materiałów nadprzewodnikowych i stabilizujących. Współczesna teoria stabilności powinna opierać się na niestacjonarnej analizie propagacji tej strefy, a nie tylko na wyznaczonej wcześniej jej prędkości.

Zastosowanie nadprzewodników wysokotemperaturowych w urządzeniach silnoprądowych [42,43] zapoczątkowało nowe badania nad właściwościami termofizycznymi oraz wymianą ciepła dla szerokiego zakresu temperatur od helowych do azotowych. W wyniku tego istnieje konieczność uwzględnienia

w analizie stabilności silnej nieliniowości oraz anizotropowości przewodów z nadprzewodników wysokotemperaturowych.

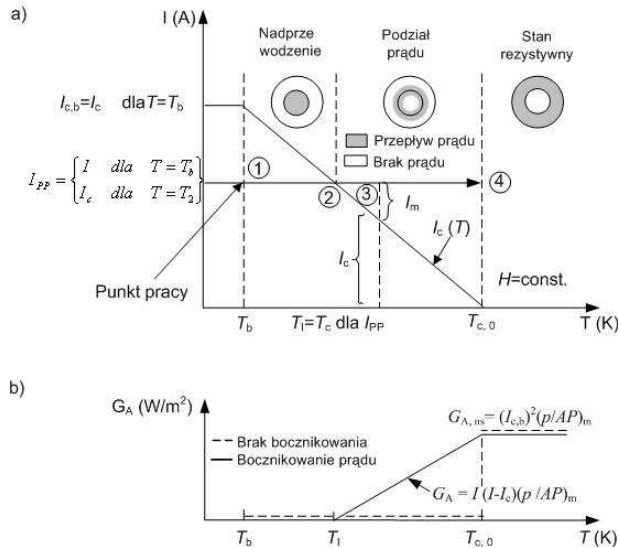
3.4. Równowaga cieplna

Głównym założeniem projektowym, niezbędnym do zdefiniowania pojęcia stabilności jest bilans energetyczny przewodu lub urządzenia elektromagnetycznego, który może być opisany następująco:

szybkość zmian energii termicznej przewodnika = szybkość przepływu ciepła przez przewodzenie + szybkość wytwarzania energii cieplnej – szybkość przepływu ciepła poprzez konwekcję.

Równowaga opisana powyżej dotyczy kompozytowego przewodu otoczonego przez czynnik chłodzący, będącego pod wpływem zarówno wewnętrznych jak i zewnętrznych zaburzeń nadprzewodzenia. Celem tego założenia jest utrzymanie punktu pracy przewodu w zakresie granic wyznaczanych przez powierzchnię krytyczną, przy spełnieniu dodatkowego wymagania, że jeżeli wystąpi zaburzenie, to przywrócenie stanu nadprzewodnictwa jest ciągle możliwe.

Można wyróżnić trzy stany fizyczne w przewodzie kompozytowym, pracującym w polu magnetycznym o natężeniu H , przenoszącym stały prąd I i znajdującym się w różnych temperaturach T . Stany te są przedstawione na rys. 3.7a jako stan nadprzewodzenia, stan podziału prądu i stan rezystywny.



Rys. 3.7. a. Zależność prądu kompozytowego przewodu nadprzewodnikowego w funkcji temperatury przy stałym natężeniu pola; b. Zależność strumienia wytworzonego ciepła Joule'a w funkcji temperatury dla danego prądu [60,133,160]

W pełnym stanie nadprzewodzenia wartość płynącego prądu jest mniejsza od wartości krytycznej, podobnie jak indukcja magnetyczna i temperatura. W stanie podziału prądu, prąd częściowo przepływa przez matrycę stabilizatora z powodu

pojawienia się stref rezystywnych w nadprzewodniku, charakteryzujących się o wiele większą rezystancją w porównaniu z rezystancją matrycy. W trzecim przypadku, gdy temperatura wzrośnie powyżej wartości krytycznej, nadprzewodnik przejdzie do stanu rezystywnego, a prąd będzie przenoszony w całości przez matrycę.

Na dolnym wykresie (rys. 3.7b), przedstawiono generowane ciepło Joule'a, odpowiadającą trzem stanom pracy. W stanie nadprzewodzenia ciepło Joule'a jest zerowe. W trybie podziału prądu energia termiczna generowana na jednostkę powierzchni przewodnika jest równa:

$$G = I \cdot I_m (\rho / A_m P_m) = I(I - I_c) (\rho_m / A_m P_m) \quad (3.10)$$

gdzie: ρ_m – rezystywność elektryczna materiału stabilizatora ($\Omega \text{ m}$), I – ustalony prąd pracy przewodu kompozytowego, I_c – prąd krytyczny (wartość zależna od temperatury przewodu), $I_m = I - I_c$ – prąd płynący przez matrycę stabilizatora, A_m – pole przekroju poprzeczny matrycy stabilizatora, m^2 , P_m – obwód przekroju poprzecznego przewodu, m .

W stanie rezystywnym dla $I = I_{c,b}$, strumień energii cieplnej wygenerowanej ma stałą wartość

$$G = I_{c,b}^2 (\rho / A_m P_m) \quad (3.11)$$

gdzie: $I_{c,b}$ – gęstość prądu krytycznego w temperaturze kąpieli kriogenicznej.

3.5. Procesy dyfuzji prądu i ciepła w przewodzie nadprzewodnikowym

Zaburzenie cieplne w kompozytowym przewodzie nadprzewodnikowym może spowodować wyzwolenie procesu niekontrolowanej utraty nadprzewodzenia, gdy ciepło wytwarzane jest większe od ciepła odprowadzanego przez układ chłodzenia. Proces ten wywołany jest dyfuzją prądu i ciepła w przewodzie kompozytowym w jego kierunku promieniowym oraz w kierunku wzdłużnym. Dyfuzja ta ma w ogólności charakter trójwymiarowy, jednak dla potrzeb analizy stabilności może być rozważana jako zagadnienie jednowymiarowe, co zostanie uzasadnione w niniejszym rozdziale.



Rys. 3.8. Kompozytowy przewód nadprzewodnikowy, w którym w wyniku zaburzenia cieplnego następuje dyfuzja prądu do matrycy stabilizującej [182]

Na rys. 3.8 przedstawiono kompozytowy przewód nadprzewodnikowy, w którym po zainicjowaniu procesu zanikania nadprzewodzenia następuje dyfuzja prądu w kierunku promieniowym od włókien nadprzewodnikowych do ma-

trycy stabilizującej z metalu. Wypadkowym efektem zanikania nadprzewodzenia jest propagacja strefy rezystywnej wzdłuż przewodu kompozytowego z prędkością V_q .

Dyfuzja prądu w przewodzie opisana jest równaniami Maxwella. W przypadku matrycy stabilizującej z metalu, którego przewodnictwo opisane jest prawem Ohma, dyfuzja prądu wyraża się równaniem

$$\mu_0 \frac{\partial J_m}{\partial t} = \rho_m \nabla^2 J_m \quad (3.12)$$

gdzie: μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni, J_m – gęstość prądu w matrycy, ρ_m – rezystywność materiału matrycy.

Dla włókien z nadprzewodnika, który opisywany jest potęgową zależnością napięciowo-prądową (tzw. prawem potęgowym Rhynera [14,171])

$$E = E_c \left(\frac{J_{sc}}{J_c} \right)^n \quad (3.13)$$

równanie (3.12) przyjmuje postać

$$\mu_0 \frac{\partial J_{sc}}{\partial t} = E_c \nabla^2 \left(\frac{J_{sc}}{J_c} \right)^n \quad (3.14)$$

gdzie: E – natężenie pola elektrycznego, $E_c = 1 \mu\text{V/cm} = 10^{-4} \text{ V/m}$ – natężenie pola elektrycznego, przy którym zdefiniowana jest gęstość prądu krytycznego J_c [14,40], J_{sc} – gęstość prądu we włóknach nadprzewodnikowych, n – wykładnik w potęgowej zależności napięciowo-prądowej nadprzewodnika.

Jednowymiarowe podejście w analizie dyfuzji kompozytowego przewodu nadprzewodnikowego wyraża się stosowaniem parametrów skupionych (uśrednionych w kierunku promieniowym przewodu), takich jak pojemność cieplna C_V i przewodność cieplna k . Zakłada ono, że rozkład temperatury w całym przekroju poprzecznym przewodu kompozytowego jest jednorodny.

Weryfikacja tego założenia opiera się na kryterium jednowymiarowego modelowania stabilności dynamicznej [183]. Stwierdza ono, że charakterystyczny czas dyfuzji cieplnej we włóknach nadprzewodnika $\tau_{t,f}$ powinien być mniejszy od charakterystycznego czasu dyfuzji magnetycznej w przewodzie kompozytowym $\tau_{m,c}$

$$\tau_{t,f} < \tau_{m,c}. \quad (3.15)$$

W przypadku, gdy nierówność (3.15) nie jest spełniona, promieniowy gradient temperatury we włóknach nadprzewodnika nie jest pomijalny, tak więc gęstość prądu krytycznego J_c oraz generacja ciepła stają się promieniowo niejednorodne [182].

Rozwiązania równań dyfuzji cieplnej (3.1) i prądu (3.3) w cylindrycznym układzie współrzędnych dla kierunku promieniowego, przy założeniu parame-

trów materiałowych C_V i λ niezależnych od temperatury prowadzą do funkcji wykładniczych o stałych czasowych:

$$\text{cieplnej we włóknach nadprzewodnikowych} \quad \tau_{t,f} = R_f^2 / (\gamma_{1,1} D_{t,f}) \quad (3.16)$$

$$\text{i magnetycznej w przewodzie kompozytowym} \quad \tau_{m,c} = R_c^2 / (\gamma_{1,1} D_{m,c}) \quad (3.17)$$

gdzie: R_f i R_c - odpowiednio promień włókna i całego przewodu kompozytowego, $\gamma_{1,1}$ - pierwiastek pierwszego rzędu funkcji Bessela pierwszego rodzaju [182,183] oraz

$$\text{dyfuzyjność cieplna} \quad D_{t,f} = k / C_V \quad (3.18)$$

$$\text{dyfuzyjność magnetyczna} \quad D_{m,c} = \rho / \mu_0 \cdot \quad (3.19)$$

Po uwzględnieniu stałych czasowych (3.16) i (3.17) nierówność (3.19) przyjmuje postać

$$(R_f / R)^2 < D_{t,f} / D_{m,c} \quad (3.20)$$

W celu wykazania słuszności aproksymacji jednowymiarowej dla kompozytowego przewodu nadprzewodnikowego rozważone zostaną dwa przypadki przewodu z dwuborku magnezu MgB_2 stabilizowanego: (1) matrycą stalową Fe oraz (2) matrycą miedzią Cu.

Dla uproszczenia rozważań założymy, że oba przewody mają promień całkowitego przekroju poprzecznego $R = 0,5$ mm i pojedyncze włókna o promieniach $R_f = 0,3$ mm (współczynnik wypełnienia nadprzewodnikiem $f = A_{sc}/A = R_f^2/R^2 = (3/5)^2 = 0,36$) oraz pracują w temperaturze $T = 20$ K.

Rezystywności stali, miedzi oraz dwuborku magnezu wynoszą [15]:

$$\begin{aligned} \rho_{Fe} &= 7 \cdot 10^{-9} \Omega m, \quad \rho_{Cu} = 0,2 \cdot 10^{-9} \Omega m \quad (\text{przy } B=0 \text{ T, } RRR=100), \\ \rho_{MgB_2} &= 64 \cdot 10^{-9} \Omega m, \end{aligned} \quad (3.21)$$

natomiast pojemność cieplna i przewodność cieplna dwuborku magnezu są równe odpowiednio:

$$C_{MgB_2} = 3892 \text{ J}/(\text{m}^3 \text{ K}), \quad k_{MgB_2} = 5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}). \quad (3.22)$$

Zastępcza rezystywność przewodu kompozytowego MgB_2/Fe (równoległe połączenie włókien nadprzewodnikowych i matrycy metalowej) wyraża się wzorem

$$\rho_{MgB_2/Fe} = \frac{\rho_{Fe} \rho_{MgB_2} A}{\rho_{Fe} A_{MgB_2} + \rho_{MgB_2} A_{Fe}} \quad (3.23)$$

gdzie: A , A_{MgB_2} , A_{Fe} - pola przekroju poprzecznego odpowiednio przewodu kompozytowego, włókien MgB_2 i matrycy stabilizującej Fe.

Po uwzględnieniu współczynnika wypełnienia $f = A_{MgB_2}/A$ zastępcza rezystywność przewodu kompozytowego obliczona została następująco

$$\rho_{MgB_2/Fe} = \frac{\rho_{Fe} \rho_{MgB_2}}{\rho_{Fe} f + \rho_{MgB_2} (1-f)} = 10,3 \cdot 10^{-9} \Omega m \quad (3.24)$$

Analogicznie dla przewodu kompozytowego MgB_2/Cu zastępcza rezystywność wynosi

$$\rho_{\text{MgB}_2/\text{Cu}} = \frac{\rho_{\text{Cu}} \rho_{\text{MgB}_2}}{\rho_{\text{Cu}} f + \rho_{\text{MgB}_2} (1-f)} = 0,312 \cdot 10^{-9} \Omega\text{m} \quad (3.25)$$

Zatem dyfuzyjność magnetyczna zgodnie ze wzorem (3.19) dla przewodu MgB_2/Fe wynosi $D_m = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$, zaś dla przewodu MgB_2/Cu wynosi $D_m = 2,48 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$.

Dyfuzyjność cieplna włókna nadprzewodnikowego MgB_2 obliczona zgodnie z wzorem (3.18) wynosi $D_{t,f} = k_{\text{MgB}_2}/C_v = 1,285 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$.

W tab. 3.3 zestawiono parametry dyfuzji magnetycznej i cieplnej dla kompozytowych przewodów nadprzewodnikowych z oboma rodzajami matryc stabilizujących.

Tab. 3.3. Parametry dyfuzji magnetycznej i cieplnej kompozytowych przewodów nadprzewodnikowych MgB_2/Fe i MgB_2/Cu

Parametr		Kompozytowy przewód nadprzewodnikowy	
		MgB_2/Fe	MgB_2/Cu
ρ	Ωm	$10,3 \cdot 10^{-9}$	$0,312 \cdot 10^{-9}$
D_m	m^2/s	$8,2 \cdot 10^{-3}$	$2,48 \cdot 10^{-4}$
$D_{t,f}$	m^2/s	$1,285 \cdot 10^{-3}$	$1,285 \cdot 10^{-3}$
D_t/D_m	-	0,1567	5,182

Ponieważ lewa strona nierówności (3.20) określająca wymiary przekroju poprzecznego wynosi $(R_f/R)^2 = 0,36$, można zauważyć, że nierówność ta spełniona jest dla kompozytowego przewodu z matrycą miedzianą Cu, natomiast matryca stalowa Fe nie spełnia powyższego kryterium stosowania aproksymacji jednowymiarowej w analizie zagadnienia dyfuzji temperatury i prądu.

W omówionym przykładzie rezystywność matrycy stabilizatora jest czynnikiem decydującym o spełnieniu warunku (3.20). Można jednak spełnić tę nierówność poprzez zmniejszenie promienia R_f włókna nadprzewodnika MgB_2 . Współcześnie wytwarzane przewody kompozytowe zawierają zazwyczaj kilkadziesiąt bardzo cienkich włókien, co powoduje, że warunek ten jest spełniony.

Powyższa analiza zaniedbuje fakt, że włókna nadprzewodnika są podczas dyfuzji przez pewien czas w stanie nadprzewodzenia. Dyfuzja prądu jest wtedy opisana równaniem (3.14) i dyfuzyjności magnetycznej nie można określić uproszczonym wzorem $D_m = \rho/\mu_0$, gdyż zależy ona efektywnie od samej gęstości prądu. Ponieważ równanie (3.14) jest nieliniowe, pełne uzasadnienie jednowymiarowej aproksymacji wymagałoby dwuwymiarowego modelu numerycznego uwzględniającego występowanie stanu nadprzewodzenia włókien nadprzewodnikowych.

3.6. Parametry wpływające na stabilność przewodu i uzwojenia nadprzewodnikowego

Na przebieg procesu zanikania nadprzewodzenia w przewodzie i uzwojeniu nadprzewodnikowym, którego charakter decyduje o stabilności analizowanych elementów, wpływają parametry materiałowe przewodu, jego składników i całego uzwojenia, parametry krytyczne nadprzewodników, z których wykonane są przewody oraz parametry stabilności określające warunki utraty nadprzewodzenia (tab. 3.4). Ta ostatnia grupa parametrów określana jest dla danego przewodu lub uzwojenia w określonych warunkach pracy tych elementów i związana jest z warunkami rozprzestrzeniania bądź zanikania w nich strefy rezystywnej.

Tab. 3.4. Parametry wpływające na stabilność przewodu i uzwojenia nadprzewodnikowego

Parametry materiałowe przewodu i uzwojenia	Parametry krytyczne nadprzewodnika	Parametry stabilności przewodu i uzwojenia
<ul style="list-style-type: none"> - Przewodność cieplna ośrodka λ, W/(mK) - Pojemność cieplna ośrodka C_v, J/(m³K) - Ciepło właściwe ośrodka C_p, J/(kgK) - Rezystywność przewodu w stanie rezystywnym ρ_n, Ωm - Wykładnik n w zależn. E-J 	<ul style="list-style-type: none"> - Gęstość prądu krytycznego $J_{c,0}$, A/m², przy $T = 0$ K i $B = 0$ T - Temperatura krytyczna $T_{c,0}$, K, przy $B = 0$ T - Indukcja krytyczna B_{c2}, T, przy $T = 0$ K 	<ul style="list-style-type: none"> - Minimalna energia utraty nadprzewodzenia E_q, J - Prędkość propagacji strefy rezystywnej V_q, m/s - Minimalny prąd utraty nadprzewodzenia I_{\min}, A

3.6.1. Parametry materiałowe przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych

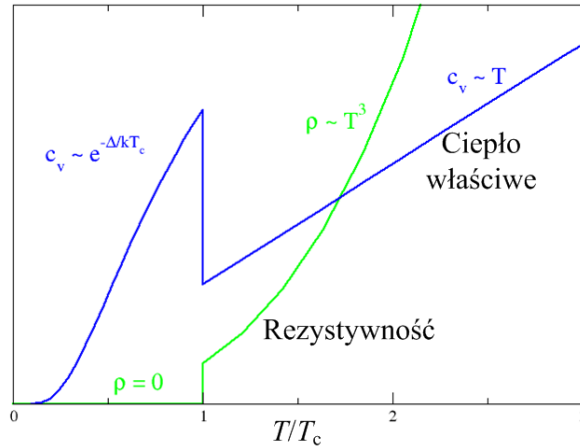
Pojemność cieplna i ciepło właściwe

W nadprzewodniku przy przejściu do stanu nadprzewodzenia występują duże zmiany własności termodynamicznych. W temperaturze krytycznej znacznie zmienia się ciepło właściwe nadprzewodnika. Przy przejściu ze stanu rezystywnego do stanu nadprzewodzenia następuje gwałtowny wzrost ciepła właściwego, a następnie dość szybki spadek (rys. 3.9).

W niektórych pracach pojemność cieplna wyrażana jest poprzez ciepło właściwe. Pomiędzy oboma wielkościami jest następujący związek

$$C_v = C_p \gamma \quad (3.26)$$

gdzie: C_v – pojemność cieplna, J/(m³·K), C_p – ciepło właściwe, J/(kg·K), γ – gęstość materiału, kg/m³.



Rys. 3.9. Charakterystyki temperaturowe rezystywności $\rho(T/T_c)$ oraz ciepła właściwego $c(T/T_c)$ nadprzewodnika w otoczeniu temperatury krytycznej T_c [15,24]

W tab. 3.5 zestawiono przybliżone wartości pojemności cieplnych wybranych nadprzewodników technicznych w odpowiednich dla nich zakresach temperatur roboczych oraz innych najważniejszych materiałów wchodzących w skład przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych. Zakresy pracy wynoszą odpowiednio 2 – 10 K (dla NbTi), 20 - 30 K (dla MgB₂) i 2 – 90 K (dla YBCO).

Tab. 3.5. Pojemności cieplne materiałów przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych [60]

Zakres temperatury roboczej nadprzewodnika	← NbTi ($T_c=9,8$ K) →						
	← MgB ₂ ($T_c=39$ K) →						
	← YBCO ($T_c=93$ K) →						
	C _v (T) [10^6 J/(m ³ K)]						
Materiał	2 K	4 K	10 K	20 K	30 K	50 K	90 K
Miedź	0,00025	0,00089	0,00760	0,067	0,236	0,857	2,07
NbTi	0,00018	0,00140	0,02200	—	—	—	—
MgB ₂	0,000040	0,00032	0,00181	0,0081	0,0242	—	—
YBCO	0,000086	0,0007	—	—	0,120	0,454	1,12
Stal nierdzewna	0,0014	0,003	0,01	0,04	0,1	0,4	1,5
Żywica epoksyd.	0,00008	0,00066	0,014	0,080	—	—	—

Dla stabilności najważniejszym materiałem jest miedź reprezentująca elektrycznie przewodzący metal tworzący matrycę stabilizującą. Innymi stabilizatorami mogą być aluminium i srebro. Ciepło właściwe $C_p(T)$ miedzi w zakresie temperatur 10 – 20 K (zakres dla MgB₂) jest kilka rzędów wielkości większe niż dla zakresu 2 – 4 K (zakres dla NbTi), a w zakresie 50 – 90 K (dla YBCO) większe o następny rząd wielkości. Wynika z tego, że dla nadprzewodników wysoko-

temperaturowych YBCO i MgB_2 łatwiej zapewnić stabilną pracę, niż dla nisko-temperaturowego nadprzewodnika NbTi.

W następnych rozdziałach do obliczeń będzie wykorzystywana uśredniona pojemność cieplna C_v dla kompozytowego przewodu nadprzewodnikowego złożonego z włókien nadprzewodnika i materiału stabilizatora (wyrażoną w jednostkach $\text{J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$). Charakterystyka, która jest bazą dla interpolacji przy wyznaczaniu pojemności cieplnej dla danej temperatury wyznaczana jest na podstawie dostępnych danych pomiarowych.

Przewodność cieplna

W metalach niebędących nadprzewodnikami iloczyn przewodności cieplnej i rezystywności jest w przybliżeniu stały. Zależność tę opisuje prawo Wiedemanna-Franza [15]:

$$k \cdot \rho = \Lambda \cdot T \quad (3.27)$$

gdzie: k – przewodność cieplna, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, ρ – rezystywność, Ωm , T – temperatura, K , Λ – stała Lorentza $\Lambda = 2,44 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega/\text{K}$.

Z prawa Wiedemanna-Franza (3.27) wynika, że metale o małej wartości rezystywności są również dobrymi przewodnikami ciepła.

W tab. 3.6 zestawiono przybliżone wartości przewodności cieplnych $k(T)$. W przeciwieństwie do pojemności cieplnych (ciepła właściwego) przewodność cieplna każdego z materiałów wchodzących w skład przewodu lub uzwojenia zmienia się mniej gwałtownie w zależności od temperatury. Przewodność cieplna miedzi jest od jednego do nawet czterech rzędów większa niż pozostałych materiałów. Miedź jest materiałem niezbędnym dla zapewnienia stabilności i zabezpieczenia przed utratą nadprzewodzenia w wielu typach przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych LTS i HTS. Może ona jednak powodować pewne problemy związane z energetycznymi stratami przemiennoprądowymi, które jednak są minimalizowane poprzez złożone konstrukcje przewodów kompozytowych.

W przypadku nadprzewodników w stanie nadprzewodzenia wartość przewodności cieplnej zmniejsza się wraz ze spadkiem temperatury i prawie zanika w okolicach zera bezwzględnego. Zależność przewodności cieplnej od temperatury ma istotny wpływ na stabilność przewodu nadprzewodnikowego.

W dalszej części pracy uśrednione wartości przewodności cieplnej dla analizowanych temperatur uzyskiwane są przez interpolację dostępnych charakterystyk pomiarowych $k = f(T)$ poszczególnych składników przewodu nadprzewodnikowego.

W tab. 3.6 zamieszczono również wartości rezystywności $\rho(T)$ miedzi i stali nierdzewnej w zależności od temperatury, które mogą być wykorzystywane do aproksymacji charakterystyki $\rho(T)$ nadprzewodnika w stanie rezystywnym.

Tab. 3.6. Przewodności cieplne materiałów przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych oraz rezystywność miedzi i stali nierdzewnej [60]

Zakres temperatury roboczej nadprzewodnika	← NbTi ($T_c=9,8$ K) →						
	← MgB ₂ ($T_c=39$ K) →						
	← YBCO ($T_c=93$ K) →						
	$k(T)$ [10^{-2} W/(m·K)]						
Materiał	2 K	4 K	10 K	20 K	30 K	50 K	90 K
Miedź	2	4,2	8,5	15	15	9	5
NbTi	0,0006	0,0017	0,0057	—	—	—	—
MgB ₂			0,024	0,068	0,110	—	—
YBCO	0,020	0,080	0,120	0,225	0,250	0,240	0,125
Stal nierdzewna	0,001	0,0027	0,009	0,02	0,035	0,057	0,088
Żywica epoksyd.	0,0001	0,0003	0,0012	0,0027	0,004	0,006	0,007
Materiał	$\rho(T)$ [$\mu\Omega$ cm]						
Miedź (rrr=100)	0,015	0,015	0,015	0,017	0,02	0,07	0,3
Stal nierdzewna	54	54	54	54	55	56	57

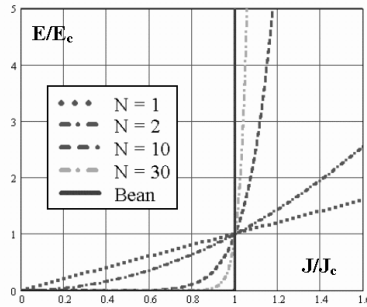
Wykładnik potęgowy „ n ” w charakterystyce $E=f(J)$

Nadprzewodniki wysokotemperaturowe są materiałami o małej wartości wykładnika potęgowego „ n ” w zależności $E=f(J)$ lub $U=f(J)$. Jako wartość krytyczną natężenia pola magnetycznego przyjmuje się $1\mu\text{V/cm}$ przy prądzie krytycznym. Na podstawie tego założenia oraz stosunku chwilowej wartości prądu do wartości krytycznej możemy obliczyć natężenie pola elektrycznego. Zależność natężenia pola elektrycznego E od gęstości prądu J opisana jest równaniem [14,40,57,171]

$$E = E_c \left(J_{sc} / J_c \right)^n \quad (3.28)$$

gdzie: E – natężenie pola elektrycznego, V/m, E_c – wartość krytycznego natężenia pola elektrycznego, $E_c = 1 \mu\text{V/cm} = 10^{-4}\text{V/m}$, J_{sc} – gęstość prądu w nadprzewodniku, A/m², J_c – gęstość prądu krytycznego nadprzewodnika, A/m², n – bezwymiarowy wykładnik potęgowy charakterystyczny dla materiału nadprzewodnikowego.

Utrata nadprzewodzenia w nadprzewodnikach niskotemperaturowych (LTS) oraz wysokotemperaturowych (HTS) przebiega odmiennie. W nadprzewodniku niskotemperaturowym utrata nadprzewodzenia jest gwałtowna. Przy przekroczeniu krytycznej gęstości prądu nadprzewodnik natychmiast przechodzi do stanu rezystywnego. Sytuację tą opisuje model Bean’a według którego nadprzewodnik znajduje się w jednym z dwóch stanów: rezystywnym lub nadprzewodzenia (rys. 3.10).



Rys. 3.10. Charakterystyki $E/E_c=f(J/J_c)$ obrazujące model Rhynera dla nadprzewodników o różnych wartościach wykładnika potęgowego n (HTS) oraz model Bean'a ($n=\infty$) (LTS) [157,171]

W nadprzewodnikach wysokotemperaturowych model prawa potęgowego zakłada współlistnienie stanu nadprzewodzenia oraz stanu rezystywnego w nadprzewodniku podczas przepływu prądu. Charakterystyka $E(J)$ jest nachylna pod mniejszym kątem, a natężenie pola elektrycznego ma niezerową wartość już przy małych wartościach gęstości prądu. Prawo potęgowe opisuje zależność natężenia pola elektrycznego w nadprzewodniku od gęstości prądu oraz wykładnika n (równ. 3.28). Wartości wykładnika potęgowego dla nadprzewodników wysokotemperaturowych wynoszą kilka do kilkunastu, natomiast w przypadku nadprzewodników niskotemperaturowych wartości wykładnika n zaczynają się od kilkudziesięciu.

Wartość wykładnika potęgowego n ma duży wpływ na stabilność przewodu nadprzewodnikowego. Ocenia się, że wartość minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q przy prądzie równym $0,9 I_c$ dla przewodu o wykładniku równym 20 jest 100% większa niż dla przewodu o $n=50$ [143].

Rezystywność przewodu w stanie nadprzewodzenia i rezystywnym

Wypadkowa rezystywność kompozytowego przewodu nadprzewodnikowego zależy między innymi od rezystywności poszczególnych jego składników oraz temperatury. W dalszych obliczeniach (rozdz. 5) wykorzystane zostaną charakterystyki $\rho(T)$ uzyskane z danych pomiarowych. Do obliczenia rezystywności poszczególnych składników taśmy wykorzystany zostanie współczynnik η wypełnienia przekroju poprzecznego przewodu nadprzewodnikiem:

$$\eta = A_{sc} / A \quad (3.29)$$

gdzie: A_{sc} – pole przekroju poprzecznego nadprzewodnika w przewodzie włóknistym, m^2 , A – pole przekroju poprzecznego przewodu włóknistego, m^2 .

Nadprzewodniki wysokotemperaturowe wykazują pewną rezystywność przy prądzie o wartości niższej, niż wartość prądu krytycznego w danej temperaturze $I_c(T)$. Rezystywność ta zależy od wykładnika n w charakterystyce $E = f(J)$ przewodu nadprzewodnikowego, chwilowej wartości prądu oraz użytego kryterium natężenia pola elektrycznego. Wartość rezystywności nadprzewodnika poniżej temperatury krytycznej opisuje zależność [159]

$$\rho_{sc}(T) = E_c J_{sc}^{n-1} / J_c(T)^n \quad (3.30)$$

gdzie: E_c – wartość kryterium pola elektrycznego, $\mu\text{V/m}$, n – wykładnik potęgowy w zależności $E=f(J)$, J_{sc} – gęstość prądu roboczego w nadprzewodniku, A/m^2 , J_{sc} – gęstość prądu w nadprzewodniku, A/m^2 ,

Kompozytowy przewód nadprzewodnikowy można potraktować jako połączenie równoległe nadprzewodnika i stabilizatora. Bazując na tym założeniu można zapisać równanie opisujące rezystancję odcinka przewodu:

$$1/R = 1/R_{sc} + 1/R_m \quad (3.31)$$

gdzie: R – rezystancja zastępcza przewodu, Ω , R_{sc} – rezystancja nadprzewodnika, Ω , R_m – rezystancja stabilizatora, Ω .

Równanie (3.31) można zapisać w postaci uwzględniającej wymiary odcinka przewodu oraz jego rezystywność:

$$A/(\rho \cdot l) = A_{sc}/(\rho_{sc} \cdot l) + A_m/(\rho_m \cdot l) \quad (3.32)$$

gdzie: A – pole przekroju poprzecznego przewodu kompozytowego, m^2 , $A_{sc} = \eta A$ – pole przekroju poprzecznego nadprzewodnika w przewodzie, m^2 , $A_m = A(1 - \eta)$ – pole przekroju poprzecznego materiału stabilizatora w przewodzie, m^2 , l – długość przewodu, m , ρ_{sc} – rezystywność nadprzewodnika, Ωm , ρ_m – rezystywność stabilizatora, Ωm , ρ – rezystywność przewodu, Ωm , η – współczynnik wypełnienia przewodu nadprzewodnikiem.

Po uwzględnieniu współczynnika wypełnienia przewodu nadprzewodnikiem otrzymujemy równanie:

$$A/(\rho \cdot l) = \eta \cdot A/(\rho_{sc} \cdot l) + A(1 - \eta)/(\rho_m \cdot l) \quad (3.33)$$

Z którego uzyskujemy zależność opisującą rezystywność materiału stabilizatora kompozytowego przewodu nadprzewodnikowego w stanie nadprzewodzącym:

$$\rho_m = \frac{\rho_{sc}\rho(1-\eta)}{\rho_{sc} - \eta\rho} \quad (3.34)$$

gdzie: ρ_{sc} – rezystywność nadprzewodnika, Ωm , ρ_m – rezystywność stabilizatora, Ωm , ρ – rezystywność przewodu, Ωm , η – współczynnik wypełnienia nadprzewodnikiem.

W przypadku gdy temperatura nadprzewodnika przekracza temperaturę krytyczną, wartość rezystancji przewodu określa się na podstawie danych pomiarowych.

3.6.2. Parametry krytyczne materiałów nadprzewodnikowych

Nadprzewodniki wykazują zerową rezystywność tylko w ściśle określonych warunkach, gdy każda z wielkości: temperatura T , gęstość prądu J oraz indukcja magnetyczna B ma wartości mniejsze od wartości krytycznych T_c , J_c , B_c .

Przyjmuje się, że parametr osiąga wartość krytyczną, gdy rezystywność nadprzewodnika lub natężenie pola elektrycznego w nadprzewodniku osiąga wartość przyjętego kryterium. Wyróżnia się kryteria polowe i rezystancyjne. Dla nadprzewodników niskotemperaturowych są to kryteria rezystancyjne $10^{-14} \Omega\text{m}$

i 10^{-13} Ωm lub kryteria połowe 10 $\mu\text{V/m}$ i 100 $\mu\text{V/m}$. W przypadku nadprzewodników wysokotemperaturowych stosuje się kryteria rezystancyjne 10^{-13} Ωm i 10^{-12} Ωm bądź kryteria połowe 100 $\mu\text{V/m}$ i 500 $\mu\text{V/m}$ [87].

Wartości parametrów krytycznych są charakterystyczne dla danego nadprzewodnika. Mogą one ulegać zmianom w zależności od budowy krystalicznej nadprzewodnika, domieszkowania, obróbki termicznej itp. Poprawa tych parametrów jest obiektem ciągłych badań. Temperatura krytyczna jest graniczną wartością temperatury, po przekroczeniu której nadprzewodnik traci stan nadprzewodzenia. Jest ona wyznaczana w zerowym polu magnetycznym oraz przy zerowym prądzie. Jest to parametr, którego wartość jest niezmienna dla danego materiału nadprzewodnikowego.

Gęstość prądu krytycznego jest wielkością charakterystyczną dla danego materiału nadprzewodnikowego i zależy od temperatury oraz indukcji magnetycznej. Prąd krytyczny określa maksymalną wartość prądu (w określonej temperaturze i przy określonej indukcji) w przewodzie nadprzewodnikowym nie powodującego przejścia przewodu do stanu rezystywnego. Jest to, obok temperatury krytycznej oraz krytycznej indukcji, najważniejszy parametr charakteryzujący przewód nadprzewodnikowy.

W dalszych rozdziałach pracy zależność temperaturową $I_c(T)$ gęstości prądu krytycznego przewodu nadprzewodnikowego została wyznaczona na podstawie danych pomiarowych metodą interpolacyjną.

Wartość temperatury krytycznej jest podstawowym kryterium doboru zakresu temperatur, w których możliwa jest praca urządzenia nadprzewodnikowego, a tym samym wpływa ona na wybór rodzaju chłodzenia. Nadprzewodniki niskotemperaturowe wymagały chłodzenia ciekłym helem o temperaturze wrzenia $4,2$ K. Nadprzewodniki wysokotemperaturowe oferują dobre parametry w temperaturze ciekłego azotu 77 K. Większy zakres temperatur pracy urządzeń nadprzewodnikowych uzyskuje się poprzez zastosowanie kriochłodziarek mechanicznych.

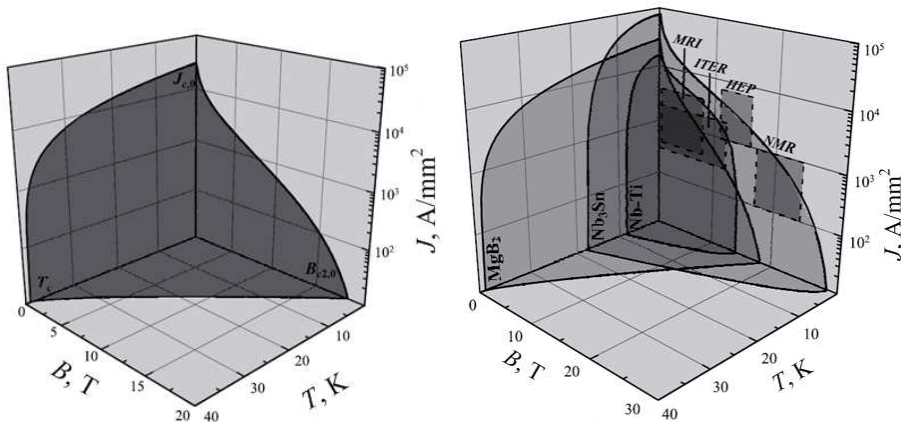
Wszystkie techniczne nadprzewodniki silnoprądowe, które są rozpatrywane w pracy, są nadprzewodnikami II rodzaju, które opisywane są dwoma wartościami granicznymi krytycznej indukcji magnetycznej dolnej B_{c1} i górnej B_{c2} [15,24,142]. W zastosowaniach silnoprądowych, przy znacznych wartościach indukcji magnetycznej zakłada się, że zewnętrzne pole magnetyczne całkowicie wnika do wnętrza nadprzewodnika, powodując powstanie w nim stanu rezystywnego, z pominięciem stanu mieszanego (nadprzewodzenia i rezystywnego), reprezentowanego przez kwanty strumienia magnetycznego (fluksony).

Powierzchnia krytyczna nadprzewodników silnoprądowych

Zastosowanie nadprzewodników w urządzeniach silnoprądowych wymaga spełnienia przez materiały i elementy nadprzewodnikowe jednocześnie wielu wymagań, które są niezbędne do zapewnienia ich stabilnej pracy w temperaturach kriogenicznych, przy przewodzeniu dużych prądów

w obecności silnego pola magnetycznego oraz w warunkach występowania znacznych sił elektrodynamicznych, naprężeń mechanicznych i odkształceń.

Podstawowymi wielkościami fizycznymi, które decydują o utrzymaniu stanu nadprzewodzenia w materiale nadprzewodnikowym, są: temperatura T , indukcja magnetyczna B oraz gęstość prądu J . Wielkości te wyznaczone są w nadprzewodniku powierzchnią krytyczną (rys. 3.11a), która ograniczona jest trzema niezależnymi parametrami: temperaturą krytyczną $T_{c,0}$, górną indukcją krytyczną $B_{c2,0}$ oraz gęstością prądu krytycznego $J_{c,0}$ przy zerowych wartościach pozostałych dwóch wielkości fizycznych. Bezwzględne wartości krytyczne $J_{c,0}$, $B_{c,0}$ i $T_{c,0}$ są parametrami charakterystycznymi dla danego materiału nadprzewodnikowego i każdy z nich jest niezależny od pozostałych dwóch. Rzeczywiste parametry krytyczne $J_{c(B,J)}$, $B_{c(T,J)}$ i $T_{c(B,J)}$ dla aktualnego punktu pracy nadprzewodnika określonego trzema wielkościami fizycznymi (J , B , T) mają jednak obniżone wartości w stosunku do bezwzględnych parametrów krytycznych $J_{c,0}$, $B_{c,0}$ i $T_{c,0}$ i wyrażają się funkcjami dwóch zmiennych.

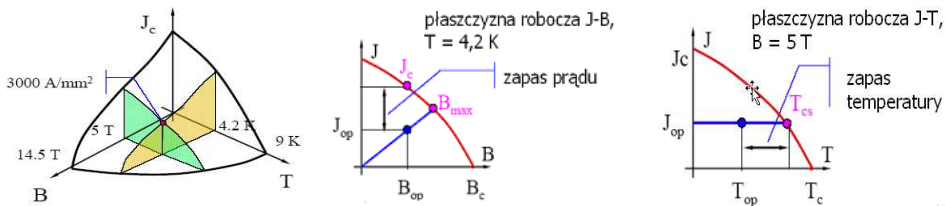


Rys. 3.11. a) Powierzchnia krytyczna nadprzewodnika MgB₂ scharakteryzowana trzema bezwzględnymi parametrami krytycznymi: gęstością prądu krytycznego $J_{c,0}$, górną indukcją krytyczną $B_{c2,0}$ i temperaturą krytyczną $T_{c,0}$, b) Porównanie powierzchni krytycznych silnoproudowych nadprzewodników Nb₃Sn, Nb-Ti oraz MgB₂ ze wskazaniem obszarów ich zastosowań w urządzeniach silnoproudowych [9,182]

Przykładowo, gęstość prądu krytycznego nadprzewodnika przy temperaturze T i indukcji B określona jest powierzchnią opisaną funkcją dwóch zmiennych $J_{c(B,J)} = f(B, T)$, natomiast temperatura krytyczna przy indukcji B i gęstości prądu J wyrażona jest funkcją $T_{c(B,J)} = f(B, J)$. Każdy z tych parametrów jest zatem funkcją pozostałych dwóch parametrów poniżej ich wartości krytycznych. Podstawowym warunkiem utrzymania materiału lub elementu nadprzewodnikowego w stanie nadprzewodzenia jest lokalizacja jego punktu pracy, określonego trzema wielkościami fizycznymi (J, B, T), poniżej powierzchni krytycznej.

Najistotniejszymi parametrami z punktu widzenia zastosowań inżynierskich są: prąd krytyczny $I_c(B,T)$ oraz temperatura krytyczna $T_c(B,J)$. W przypadku przewodów nadprzewodnikowych pracujących tylko we własnym polu magnetycznym o niewielkich wartościach (rzędu 10^{-3} - 10^{-2} T), indukcja nie wpływa w sposób istotny na zmniejszenie aktualnych wartości krytycznych $I_c(B,T)$ i $T_c(B,J)$ w stosunku do bezwzględnych wartości krytycznych $I_{c,0}$ i $T_{c,0}$. Jednak praca przewodów nadprzewodnikowych w uzwojeniach, w których pole magnetyczne ma indukcję rzędu tesli, powoduje istotne obniżenie wartości aktualnych parametrów krytycznych $I_c(B,T)$ i $T_c(B,J)$.

Zatem warunki pracy nadprzewodnika w urządzeniach silnoprządowych projektuje się przy znacznie obniżonych wartościach (I,B,T) roboczego prądu, indukcji i temperatury w stosunku do bezwzględnych parametrów krytycznych $I_{c,0}$, $B_{c,0}$ i $T_{c,0}$. Dzięki temu uzyskuje się pewien margines umożliwiający stabilną pracę nadprzewodnika na wypadek fluktuacji podstawowych parametrów roboczych (I, B, T) (rys. 3.12). Zwiększenie marginesu (zapasu) stabilności nadprzewodnika w urządzeniu silnoprządowym powoduje podwyższenie poziomu bezpieczeństwa całego urządzenia nadprzewodnikowego na wypadek nieprzewidzianej lokalnej utraty nadprzewodzenia, jednak odbija się to niekorzystnie na ekonomicznym wykorzystaniu materiału nadprzewodnikowego i zwiększeniu kosztów całego urządzenia. Dlatego proces projektowania urządzenia powinien uwzględniać właściwy kompromis pomiędzy zapasem stabilności nadprzewodnika i ekonomicznym jego wykorzystaniem.



Rys. 3.12. Marginesy (zapasy) stabilności nadprzewodnika przedstawione na charakterystykach krytycznych b) i c) tworzących powierzchnię krytyczną a)

3.6.3. Parametry stabilności przewodów nadprzewodnikowych

Dla oceny stabilności przewodu nadprzewodnikowego stosuje się kryteria których spełnienie określa stabilną lub niestabilną pracę przewodu. Wyznaczenie wartości kryterialnych jest zagadnieniem dość trudnym ze względu na dużą liczbę parametrów od których zależy dynamika zjawisk w przewodzie nadprzewodnikowym. Opracowane wcześniej metody analizy stabilności nadprzewodników niskotemperaturowych okazały się nieodpowiednie w przypadku materiałów wysokotemperaturowych. W analizie nadprzewodników niskotemperaturowych wykorzystuje się koncepcję minimalnej długości strefy propagacji (ang. MPZ – Minimum Propagation Zone), natomiast w przypadku nadprzewod-

ników wysokotemperaturowych bardziej adekwatne jest pojęcie minimalnej energii utraty nadprzewodzenia (ang. MQE - Minimum Quench Energy).

Dla przewodów nadprzewodnikowych można określić dwa podstawowe kryteria decydujące o ich stabilności: minimalną energię utraty nadprzewodzenia E_q oraz prędkość propagacji strefy rezystywnej V_q . Dodatkowo możliwe jest określenie minimalnej wartości prądu I_{\min} , przy której następuje niekontrolowane rozprzestrzenianie się strefy rezystywnej.

Minimalna energia utraty nadprzewodzenia i minimalna długość propagacji

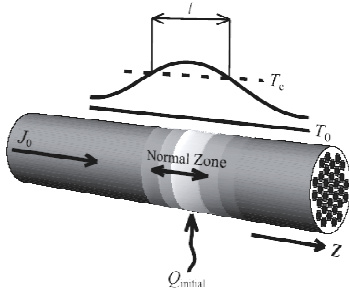
Minimalna energia utraty stanu nadprzewodzenia E_q (MQE – Minimum Quench Energy) [2,96,135] jest parametrem określającym najmniejszą porcję energii dostarczoną do przewodu, która spowoduje powstanie samoczynnie powiększającej się strefy rezystywnej. Impuls energii o wartości mniejszej niż minimalna energia utraty nadprzewodzenia nie spowoduje rozprzestrzeniania się strefy rezystywnej. Wartości minimalnej energii utraty nadprzewodzenia zależą od parametrów materiałowych danego nadprzewodnika oraz od sposobu stabilizacji termicznej. Generalnie dla nadprzewodników wysokotemperaturowych wartości E_q są wyższe niż w przypadku nadprzewodników niskotemperaturowych.

Na wartość minimalnej energii utraty nadprzewodzenia przewodu nadprzewodnikowego największy wpływ mają pojemność cieplna C_v oraz przewodność cieplna k . W przypadku dwóch materiałów o różnych wartościach pojemności cieplnej, do których dostarczony zostanie impuls energii, bardziej wzrośnie temperatura tego o mniejszej wartości pojemności cieplnej.

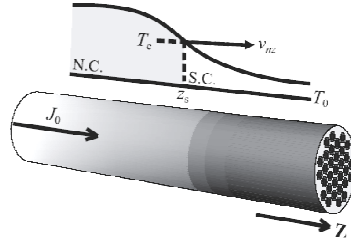
W klasycznym podejściu [183] wielkość minimalnej energii utraty nadprzewodzenia powodującej propagację strefy rezystywnej odpowiada:

1. wzrostowi temperatury ponad temperaturę krytyczną przy prądzie transportu I_0 (o gęstości $J_m = I_0/A_m$) płynącym w całości przez matrycę stabilizatora, powodującym wydzielanie energii o mocy $p_{\text{diss}} = J_m^2 \rho_m$,
2. długości obszaru generacji ciepła powinna wystarczająco dużej, aby całkowite ciepło generowane w obszarze strefy rezystywnej było większe od energii chłodzenia.

Na rys. 3.13 przedstawiono włóknisty przewód matrycowy, w którego włóknach nadprzewodnikowych płynie początkowo prąd o gęstości J_0 . Lokalne zaburzenie cieplne Q_{init} wytworzone w przewodzie powoduje wzrost temperatury ponad temperaturę krytyczną T_c na długości l . Jeśli początkowa długość zaburzenia jest zbyt krótka, nastąpi dyfuzja ciepła do obszarów przyległych i temperatura obniży się ponownie poniżej temperatury krytycznej T_c . Minimalna długość strefy rezystywnej niezbędna do jej propagacji, przy której generacja ciepła jest większa od jego rozpraszania jest określana jako minimalna długość strefy propagacji l_{MPZ} (ang. *Minimum Propagation Zone*).



Rys. 3.13. Strefa rezystywna wytworzona w przewodzie z prądem przez zaburzenie ciepłe; l – długość obszaru o temperaturze $T > T_c$ w którym generowane jest ciepło



Rys. 3.14. Przewód kompozytowy wiodący prąd, w którym strefa rezystywna przemieszcza się z prędkością V_q ; T_c – temperatura powyżej której generowane jest ciepło, z_c – współrzędna czoła strefy rezystywnej

Porównanie mocy ciepła generowanego w matrycy stabilizatora na długości l_{MPZ} z mocą jego rozpraszania można zapisać w postaci

$$\rho_m J_m^2 A_m l_{MPZ} = \frac{2k_m A_m (T_c - T_0)}{l_{MPZ}} \quad (3.35)$$

z której otrzymujemy wyrażenie na minimalną długość strefy propagacji

$$l_{MPZ} = \sqrt{\frac{2k_m (T_c - T_0)}{\rho_m J_m^2}} \quad (3.36)$$

gdzie: ρ_m – rezystywność matrycy stabilizatora, k_m – przewodność cieplna stabilizatora, A_m – pole przekroju poprzecznego materiału matrycy stabilizatora.

Stąd można obliczyć energię niezbędną do podwyższenia temperatury roboczej T_0 ponad temperaturę krytyczną T_c na minimalnej długości propagacji l_{MPZ}

$$E_q = A \int_{l_{MPZ}} \int_{T_0}^{T_c} C_v(T) dT dz \quad (3.37)$$

gdzie: A – pole przekroju poprzecznego przewodu kompozytowego.

Oba parametry E_q oraz l_{MPZ} są ze sobą bezpośrednio związane. Minimalna długość strefy rezystywnej l_{MPZ} przy której następuje niekontrolowana utrata nadprzewodzenia w przewodzie lub uzwojeniu powstaje przy dostarczeniu do niego minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q . Parametr ten jest często wykorzystywany w analizie stabilności nadprzewodników LTS i HTS [28,184].

Prędkość propagacji strefy rezystywnej

Obszar zaniku nadprzewodzenia w przewodzie nadprzewodnikowym niezależnie od źródła niestabilności, może się rozprzestrzeniać, utrzymywać stałe rozmiary, bądź ulec zanikowi. W przypadku gdy strefa rezystywna rozprzestrzenia się, możliwe jest wyznaczenie jej prędkości.

Prędkość propagacji strefy rezystywnej zależy od parametrów materiałowych oraz elektrycznych nadprzewodnika. Parametrami materiałowymi mającymi bezpośredni wpływ na prędkość propagacji są przewodność cieplna k i pojemność cieplna C_v , czyli parametry, od których zależy lokalny wzrost tem-

peratury nadprzewodnika. Parametrami elektrycznymi są prąd roboczy oraz rezystywność nadprzewodnika w stanie rezystywnym, które decydują o generacji ciepła w wyniku przepływu prądu w stanie rezystywnym.

Gdy nastąpi już zainicjowanie strefy rezystywnej w przewodzie, rozszerzanie się ona wzdłuż przewodu z prędkością V_q . Można wtedy wyróżnić w przewodzie dwie części: 1) obszar rezystywny o temperaturze $T > T_c$, w którym następuje wydzielanie się ciepła w wyniku przepływu prądu przez matrycę stabilizatora; 2) obszar nadprzewodzenia przewodu, w którym w dalszym ciągu prąd płynie bezstratnie przez włókna nadprzewodnikowe, który jednak odbiera ciepło od obszaru rezystywnego. Oba obszary rozdzielone są przemieszczającym się frontem strefy rezystywnej o współrzędnej z_s , dla której temperatura robocza T_0 jest równa temperaturze krytycznej T_c , zaś prąd zostaje gwałtownie przechwycony przez matrycę stabilizatora.

W klasycznej teorii [60,183] prędkość propagacji strefy rezystywnej V_q warunkach adiabatycznych można obliczyć ze wzoru

$$V_q = \frac{I_r}{A} \cdot \frac{1}{C_v} \sqrt{\rho_n \cdot k / (T_s - T_0)} \quad (3.38)$$

gdzie: V_q – prędkość propagacji strefy rezystywnej, m/s, A – pole przekroju poprzecznego przewodu, m^2 , C_v – uśredniona pojemność cieplna ośrodka, $J/(m^3 \cdot K)$, I_r – prąd roboczy, A, k – przewodność cieplna ośrodka, $W/(m \cdot K)$, ρ_n – rezystywność przewodu w stanie rezystywnym, Ωm , $T_s = (T_{cs} + T_c) / 2$, K, $T_0 = T_r$ – temperatura robocza, K, lub z uproszczonego wyrażenia [28,183]

$$V_q = \frac{J_m}{C_v} \sqrt{\frac{\rho_m k_m}{T_c - T_0}} = \frac{J_m}{C_v} \sqrt{\frac{L_0 T_c}{T_c - T_0}} \quad (3.39)$$

gdzie liczba Lorentza $L_0 = 2,45 = 10^{-8} W\Omega/K^2$.

W obliczeniach numerycznych obliczane są rozkłady temperatury w kolejnych krokach obliczeń dla poszczególnych chwil czasu. Odstęp pomiędzy kolejnymi warstwami czasowymi jest parametrem wejściowym programu. Na podstawie rozkładu temperatury możliwe jest obliczenie prędkości rozprzestrzeniania się strefy rezystywnej pomiędzy poszczególnymi chwilami czasu. W rozdziałach 4 i 5 niniejszej pracy wykorzystano właśnie to podejście.

Prędkości propagacji strefy rezystywnej w nadprzewodnikach wysokotemperaturowych są generalnie mniejsze, niż w nadprzewodnikach niskotemperaturowych. Ma to związek z wyższą wartością pojemności cieplnej materiałów wysokotemperaturowych. Ocenia się że dla uzwojeń nadprzewodnikowych wartość prędkości propagacji strefy rezystywnej w uzwojeniu niskotemperaturowym jest od 10 do 100 razy większa niż w uzwojeniu wysokotemperaturowym [58,60].

Minimalny prąd zaniku nadprzewodzenia

Mechanizm propagacji strefy rezystywnej oparto na założeniu że po lokalnym przekroczeniu parametrów krytycznych pod wpływem przepływu prądu przez strefę rezystywną występuje w niej generacja ciepła Joule'a.

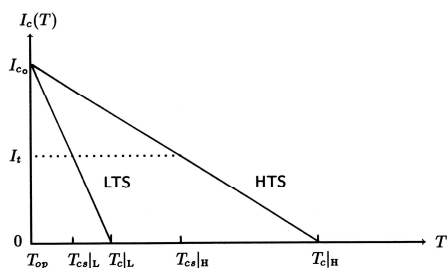
Ilość wygenerowanego w przewodzie ciepła zależy od wartości prądu w przewodzie. Im większa jest wartość prądu roboczego tym większa jest maksymalna ilość ciepła możliwa do wydzielenia w przewodzie. Z drugiej strony niska wartość prądu w przewodzie powoduje wydzielenie mniejszej ilości ciepła w przypadku przekroczenia temperatury krytycznej T_c bądź prądu krytycznego $I_c(T)$ w przewodzie.

Z założenia tego wynika, że istnieje minimalna wartość prądu, przy którym wystąpienie rozprzestrzeniającej się strefy rezystywnej jest w ogóle możliwe. Właśnie tę minimalną wartość prądu, przy której generacja ciepła jest wystarczająca do wytworzenia trwałej strefy rezystywnej, określa się jako minimalny prąd zaniku nadprzewodzenia [28,60].

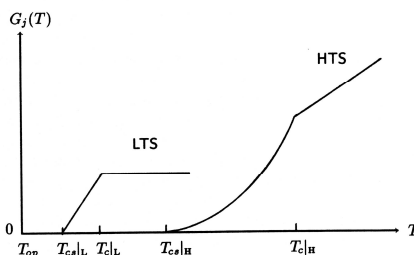
W klasycznych modelach stabilności [28,59,133,183] opartych na obliczeniach analitycznych opisane parametry wyznaczone są przy założeniu, że parametry materiałowe, takie jak rezystywność oraz pojemność i przewodność cieplna, nie zależą od temperatury, zaś dyfuzja prądu transportu (całkowitego prądu płynącego w przewodzie kompozytowym) zachodzi skokowo od włókien nadprzewodnika do matrycy stabilizującej. Te założenia mogą prowadzić do znacznej rozbieżności wyników obliczeń analitycznych w stosunku do wyników pomiarowych. Szczególnie dotyczy to nadprzewodników wysokotemperaturowych, dla których zachodzi gładkie przejście od bezoporowego przepływu prądu do generacji ciepła Joule'a, opisywane modelem Rhynera w postaci charakterystyk napięciowo-prądowych $E-J$ [Syk]. Ponadto duży margines temperatury w dwuborku magnezu MgB_2 ($\Delta T = T_c - T_0 = \approx 39\text{ K} - 20\text{ K} = 19\text{ K}$) wymaga uwzględnienia temperaturowej zależności podstawowych parametrów materiałowych.

3.7. Porównanie stabilności nadprzewodników LTS i HTS

Wraz ze wzrostem temperatury roboczej nadprzewodnika warunki do utrzymania jego stabilności polepszają się. Dla takiej samej wartości prądu roboczego (prądu transportu) temperaturowy margines stabilności, będący różnicą temperatur $T_c - T_{cs}$ (temperatury krytycznej i temperatury podziału prądu), dla nadprzewodnika HTS jest dużo większy niż dla LTS. Pokazują to charakterystyki prądu krytycznego $I_c = f(T)$ w funkcji temperatury dla nadprzewodników LTS oraz HTS (rys. 3.15).



Rys. 3.15. Charakterystyki krytyczne $I_c = f(T)$ dla LTS i HTS o takich samych parametrach I_t , I_{co} , i T_{op} [59,60]



Rys. 3.16. Gęstość mocy ciepłej $G_j(T)$ wydzielanej w LTS i HTS w funkcji temperatury [59,60]

Na charakterystyce temperaturowej $G_j = f(T)$ gęstości generowanej mocy ciepłej (rys. 3.16) zależność dla nadprzewodnika HTS jest proporcjonalna do T^2 z powodu rezystywności matrycy, która jest stała do około 30 K i rośnie liniowo z temperaturą. Dla nadprzewodnika LTS G_j w stanie rezystywnym jest stała i mniejsza niż dla HTS. Prędkość propagacji strefy rezystywnej (równ. 3.39) proporcjonalna do pierwiastka z wydzielanego ciepła i odwrotnie proporcjonalna do C_v sugeruje, że ze względu na znacznie większy zakres temperatur pomiędzy T_{cs} i T_c dla HTS niż LTS prędkość rozchodzenia się strefy rezystywnej w nadprzewodniku wysokotemperaturowym będzie mniejsza o współczynnik nawet większy niż wynikałoby to tylko z porównania pojemności cieplnych.

Tab. 3.7. Obliczone wartości prędkości strefy rezystywnej dla LTS i HTS [8,60]

Materiał	B	T_{op}	T_c	I_t	J_m	T_{cs}	$T_{cs} - T_{op}$	V
	T	K	K	A	A/mm ²	K	K	cm/s
Bi2223	20	4,2	51	70	159	15,3	11,1	10,8
	5	25	63	70	159	33,6	8,6	2,8
	0	65	93	70	159	65,8	0,8	2,5
Nb ₃ Sn	12	4,2	7,5	111,4	159	5,6	1,4	400

W tab. 3.7 przedstawione są prędkości rozchodzenia się strefy rezystywnej dla dwóch taśm nadprzewodnikowych o podobnych wymiarach: Nb₃Sn w miedzianej matrycy oraz Bi2223 w srebrnej matrycy przy jednakowej gęstości prądu $J_m = 159 \text{ A/mm}^2$ i czterech różnych wartościach indukcji magnetycznej.

Z obliczeń tych wynika, że rozchodzenie się strefy rezystywnej w nadprzewodnikach wysokotemperaturowych jest znacznie wolniejsze niż w niskotemperaturowych, a prędkość ta maleje ze wzrostem temperatury pracy.

Badania eksperymentalne i obliczeniowe [8,51,52] potwierdzają tezę, że w nadprzewodnikach LTS dominującym mechanizmem zanikania nadprzewodzenia jest propagacja strefy rezystywnej odbywająca się z dużą prędkością, natomiast w nadprzewodnikach HTS mechanizmem tym jest bardziej równomierny i niekontrolowany wzrost temperatury całego przewodu

W tab. 3.7 porównano mechanizm zanikania nadprzewodzenia i jego najważniejsze parametry dla nadprzewodników LTS i HTS.

Tab. 3.8. Porównanie parametrów zanikania nadprzewodzenia w nadprzewodnikach nisko-(LTS) i wysokotemperaturowych (HTS) [52]

Parametr	LTS	HTS
Dominujący mechanizm zanikania nadprzewodzenia	propagacja strefy rezystywnej	równomierny i niekontrolowany wzrost temperatury przewodu
Prędkość propagacji strefy rezystywnej	$\sim 10^2$ m/s	$\sim 10^{-2}$ m/s
Przedział temperatury roboczej	~ 1 K	~ 10 K
Minimalna energia utraty nadprzewodzenia MQE	$\sim 10^{-3}$ J	~ 1 J (dla $I_q < I_c$)
Wykładnik n w zależności $E=f(J)$	duży ($n \sim 50$) (przy $I_q < I_c$)	mały (przy $I_q > I_c$)
Współczynnik obciążenia	$I_q/I_c < 1$	mało istotny
Strefa podziału prądu	wąska	szeroka

3.8. Podsumowanie

Zagadnienie stabilności termicznej nadprzewodników jest bardzo szerokie i można je rozpatrywać na kilku poziomach. Pierwszym z nich jest stabilność samego materiału nadprzewodnikowego, następnym stabilność elementu nadprzewodnikowego, np. przewodu nawojowego lub uzwojenia, wreszcie trzeci poziom dotyczy określenia stabilności całego urządzenia nadprzewodnikowego.

Analiza stabilności termicznej pozwala określić odpowiedni punkt pracy zapewniający bezpieczną pracę urządzenia nadprzewodnikowego. Analiza ta jest podstawą opracowania układów zabezpieczeń przed uszkodzeniem urządzenia w wyniku niekontrolowanego wyjścia ze stanu nadprzewodzenia. Aby zapewnić bezpieczną i stabilną pracę urządzenia, już na etapie projektowania potrzebne są odpowiednie modele obliczeniowe pozwalające przeanalizować projektowane urządzenie nadprzewodnikowe pod kątem stabilności.

W rozdziale przedstawiono analityczne modele stabilności wykorzystywane w projektowaniu urządzeń nadprzewodnikowych, parametry materiałowe i krytyczne wpływające na stabilność przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych oraz klasyczne parametry stabilności. Zaprezentowane klasyczne teorie i parametry zazwyczaj nie opisują dynamiki zjawisk, ze względu na konieczność ograniczenia się w analitycznych podejściach do uproszczonych modeli stacjonarnych.

4. KOMPUTEROWY MODEL ZANIKANIA NADPRZEWODZENIA W PRZEWODACH NADPRZEWODNIKOWYCH

Przedstawione w rozdziale 3 analityczne teorie stabilności opierają się na różnorodnych szczególnych przypadkach uogólnionego równania dyfuzji cieplnej, w których też zazwyczaj pomija się nieliniowe zależności temperaturowe parametrów materiałowych. W podejściu analitycznym trudne jest do zrealizowania badanie pełnej dynamiki procesu zanikania nadprzewodzenia oraz przestrzennych i zmieniających się w czasie rozkładów temperatury, gęstości mocy cieplnej, lokalnych parametrów krytycznych, cieplnych i elektrycznych.

Rozwijane w ostatniej dekadzie modele obliczeniowe stabilności opierają się głównie na numerycznym rozwiązywaniu równania dyfuzji cieplnej. Badania dotyczą zarówno stabilności przewodów niskotemperaturowych NbTi/Cu [57,173] i Nb₃Sn/Cu [12,13,39,136], jak i wysokotemperaturowych Bi-2223/Ag [71,104,115], Bi-2212 [3], MgB₂/Cu [49,83,110-112,143-146,181,182,195] oraz YBCO [4,53,55,100,113,123,125,128,139]. Ostatnie dwa typy przewodów cieszą się dużym zainteresowaniem badaczy ze względu na ich znacznie ulepszone właściwości elektryczne i mechaniczne oraz wejście na etap produkcji komercyjnej. Pojawiło się też zainteresowanie badaniem stabilności hybrydowych nadprzewodników LTS/HTS, tzn. Bi2223/Ag-NbTi/Cu [99,126]. Ważność i aktualność zagadnienia modelowania stabilności przewodów nadprzewodnikowych nowej generacji potwierdza rosnąca ostatnio liczba prac poświęconych temu zagadnieniu.

Równolegle prowadzone są badania eksperymentalne, które bądź przynoszą nowe dane i obserwacje dotyczące procesu zanikania nadprzewodzenia w przewodach [4,6], bądź są podstawą weryfikacji konstruowanych modeli obliczeniowych [18,76,123].

W modelowaniu procesów zanikania nadprzewodzenia, szczególnie nadprzewodników HTS, ważną rolę odgrywają badania [14,40,178] umożliwiające precyzyjne odwzorowanie charakterystyk napięciowo-prądowych $U(I)$ elementów nadprzewodnikowych opisywanych prawem potęgowym Rhynera [171] poprzez wartości wykładnika n występującego w tym równaniu. Prowadzone są też badania eksperymentalno-obliczeniowe nad występowaniem procesu podziału prądu pomiędzy nadprzewodnikiem a matrycą stabilizującą [83,105] wskazujące, że uwzględnianie jego w modelowaniu przewodów HTS jest konieczne, podobnie jak dla przewodów LTS.

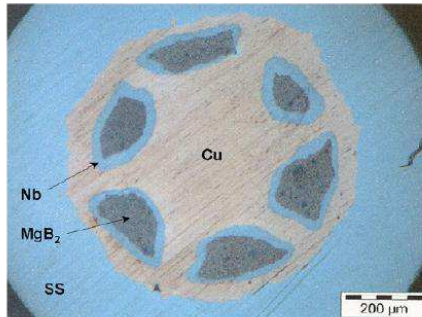
W niniejszym rozdziale przedstawiony został opracowany przez autora komputerowy model zanikania nadprzewodzenia oparty na numerycznej analizie pełnego równania dyfuzji cieplnej [167-169]. W modelu tym wykorzystano autorski algorytm i program numerycznego rozwiązywania jednowymiarowego nieliniowego równania dyfuzji cieplnej o temperaturowo zależnych współczynnikach, w którym gęstość generowanej mocy cieplnej, tak jak temperatura, zmienia się dynamicznie w czasie i przestrzeni. Ze względu na niewielkie wy-

miary przekroju poprzecznego przewodu w stosunku do jego długości uproszczono geometrię do jednowymiarowej. Pozwoliło to na skupienie się na modelowaniu procesów dynamicznych propagacji strefy rezystywnej, których modelowanie nie jest przewidziane w komercyjnych dwu- lub trójwymiarowych programach opartych na metodzie elementów skończonych FEM.

Opracowany dla przewodów MgB_2/Cu model komputerowy umożliwi w następnym rozdziale przeprowadzenie analizy warunków stabilności termicznej tych przewodów przy występowaniu zaburzeń nadprzewodzenia o różnych wartościach energii, długości i czasu trwania.

4.1. Model matematyczny zanikania nadprzewodzenia w przewodach nadprzewodnikowych

Do analizy stanów dynamicznych zanikania nadprzewodzenia przyjęto nawojowy przewód nadprzewodnikowy MgB_2/Cu (rys. 4.1) o przekroju kołowym wykonany metodą rurkowo-proszkową (PIT), składający się z 6 włókien nadprzewodnika MgB_2 osłoniętych cienką warstwą buforową z niobu Nb. Włókna te zostały umieszczone w matrycy z miedzi Cu pełniącej rolę stabilizatora, otoczonej wzmacniającą powłoką ze stali nierdzewnej SS. Parametry pracy przewodu oraz zaburzenia energetycznego przyjęte do analizy przedstawiono w tab. 4.1.



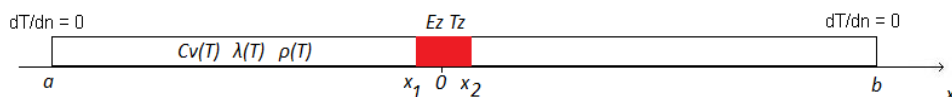
Rys. 4.1. Przekrój poprzeczny przewodu nawojowego z dwuborku magnezu MgB_2/Cu produkcji Forschungszentrum Karlsruhe [111]

Ze względu na niewielkie wymiary poprzeczne przewodu MgB_2/Cu w stosunku do jego długości, w modelu matematycznym dokonano uśrednienia parametrów cieplnych przewodu w jego przekroju poprzecznym.

Przewód jest poddany zaburzeniu cieplnemu o energii E_z działającemu w czasie t_z na długości Δx_z odcinka przewodu (rys. 4.2). Założono stałą wartość prądu roboczego w czasie procesu zanikania nadprzewodzenia, brak zewnętrznego pola magnetycznego wokół przewodu oraz adiabatyczne cieplne warunki brzegowe na krańcach analizowanego odcinka, który jest fragmentem dłuższego przewodu. Przyjęto początkową wartość temperatury w analizowanym odcinku przewodu $T(x,0) = T_0$.

Tab. 4.1. Parametry przewodu $MgB_2/Ni/Fe/Cu$ badanego eksperymentalnie w [111] przyjęte do analizy numerycznej wraz z parametrami roboczymi i impulsu zaburzającego

Parametr	Jednostka	Wartość
Temperatura krytyczna T_c	K	39
Współczynnik η wypełnienia drutu kompozytowego nadprzewodnikiem	%	7
Pole przekroju poprzecznego A	mm^2	1
Długość badanego odcinka przewodu	m	0,09
Temperatura robocza (początkowa) T_0	K	27
Prąd roboczy I_r	A	100
Długość przedziału zaburzenia Δx	mm	2
Czas trwania zaburzenia t_z	ms	40

Rys. 4.2. Geometria modelu matematycznego kompozytowego przewodu nadprzewodnikowego MgB_2/Cu wraz z parametrami materiałowymi, warunkami brzegowymi oraz parametrami impulsu zaburzającego stan nadprzewodzenia

Model ten opiera się na równaniu dyfuzji 3.3 (rozdz. 3.2) opisującym niestacjonarne pole temperatury z dynamicznym w czasie i przestrzeni obszarem generacji ciepła, reprezentującym strefę rezystywną, sprzężonym ze zmieniającym się w czasie prądem przewodu. Podczas procesu dyfuzji ciepła w przewodzie zachodzi również przestrzenno-czasowa zmiana temperatury przejścia ze stanu nadprzewodzenia do stanu rezystywnego, zależna od lokalnych wartości indukcji i gęstości prądu.

Do opisu zanikania nadprzewodzenia opracowano model stanu krytycznego nadprzewodnika w przewodzie, uwzględniający zjawisko niestacjonarnego podziału prądu w przewodzie kompozytowym pomiędzy włóknami (lub warstwami – w przypadku taśm warstwowych YBCO) nadprzewodnika, a matrycą z miedzi, stanowiącą stabilizator elektryczny i cieplny. Analizę zjawisk utrudnia silna nieliniowość w temperaturach kriogenicznych parametrów cieplnych [15,95,113], takich jak pojemność cieplna (ciepło właściwe) i przewodność cieplna, jak też rezystywności materiałów stabilizujących. W przypadku nadprzewodników HTS złożoność analizy stabilności i utraty nadprzewodzenia pogłębia zjawisko pełzania strumienia magnetycznego w zakresie prądów nie przekraczających wartości prądu krytycznego [47,93], co w przypadku pracy przy prądzie przemiennym (np. w ogranicznikach prądu zwarcia) prowadzi do strat przemiennoprądowych [141]. Wymusza to konieczność odejścia od klasycznego modelu stanu krytycznego Beana i zaimplementowanie w algorytmie obliczeń charakterystyk prądowo-napięciowych $E=f(J)$ opisanych modelem potęgowym Rhynera [14,40,171].

4.1.1. Założenia modelu matematycznego

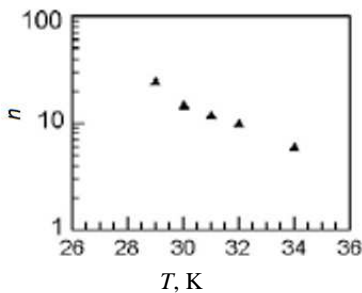
1) Przewód nadprzewodnikowy znajduje się w obszarze, w którym nie ma zewnętrznego pola magnetycznego. Pole własne o niewielkiej wartości indukcji rzędu 10^{-3} T wytwarzane przez prąd stały w przewodzie nie wpływa na charakterystyki krytyczne nadprzewodnika.

2) Wartość prądu roboczego nie zmienia się podczas procesu zanikania nadprzewodzenia i wynosi I_r

W trakcie procesu zanikania nadprzewodzenia zmienia się rozkład temperatury w przewodzie. Rezystywność przewodu jest zależna od temperatury. Z prawa Ohma, wynika że wartość prądu jest odwrotnie proporcjonalna do rezystancji. Z prawa Joule'a wynika, że ilość ciepła wydzielona na elemencie o niezerowej rezystancji (a w konsekwencji temperatura tego elementu) zależy od prądu przewodu. Z kolei od temperatury zależą parametry krytyczne oraz materiałowe. Aby wyeliminować to sprzężenie zwrotne zakładamy, że wartość prądu płynącego w przewodzie nadprzewodnikowym nie zmienia się.

3) Znana jest pojemność cieplna przewodu C_v (bądź jej ciepło właściwe C_p), w postaci charakterystyki $C_v(T)$ zależności od temperatury. Przewód nadprzewodnikowy jest elementem kompozytowym, składającym się z nadprzewodnika, materiałów stabilizujących, wzmacniających itp. W związku z tym jego budowa wewnętrzna może być dość skomplikowana. Opis mikroskopowych zjawisk wpływających na pojemność cieplną nie wchodzi w zakres niniejszej pracy, dlatego w modelu przyjmujemy charakterystykę $C_v(T)$ na podstawie pomiarów.

4) Znana jest zależność przewodności cieplnej przewodu w funkcji temperatury $k(T)$. Podobnie jak w przypadku pojemności cieplnej wyznaczenie zależności przewodności cieplnej od temperatury wymaga osobnej analizy, dlatego też założono znajomość charakterystyki $k(T)$.



Rys. 4.3. Zależność wykładnika $n=f(T)$ dla przewodu MgB_2/Cu [111]

5) Zakłada się, że wykładnik potęgowy n w zależności $E=f(J)$ jest stały.

Wartość wykładnika potęgowego n jest parametrem trudnym do dokładnego wyznaczenia [40,178]. Wartości wykładnika n w funkcji temperatury wyznaczone eksperymentalnie dla przewodu MgB_2/Cu [111] (rys. 4.3) obejmują nie-

wielki zakres temperatury, a zmiany ich w analizowanym obszarze są stosunkowo niewielkie (porównując do znacznie bardziej zmieniających się parametrów takich, jak prąd krytyczny $I_c(T)$, przewodność cieplna k czy pojemność cieplna C_v). Stosunkowo niewielki zakres zmian wartości oraz trudność uzyskania odpowiedniej charakterystyki $n(T)$ powodują, że wprowadzono założenie, że wartość wykładnika potęgowego n w zależności $E = f(J)$ jest stała.

6) Przewód jest poddany zaburzeniu cieplnemu o określonej energii E_z . Program pozwala zdefiniować wartość zaburzenia oraz jego położenie (przedział $\langle x_1, x_2 \rangle$) i czas trwania t_z impulsu zaburzającego.

7) Rozkład temperatury początkowej jest stały i jest parametrem wejściowym analizy.

Niestacjonarne procesy termiczne wywołane zaburzeniem energetycznym, powiązane z modelem podziału prądu w przewodzie kompozytowym, uwzględniające zmienność temperaturową parametrów materiałowych i funkcji wymuszenia w czasie i wzdłuż przewodu opisane zostały jednowymiarowym równaniem dyfuzji cieplnej

$$C_v(T) \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k(T) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right] + p(T,I) \quad (4.1)$$

gdzie: $T(x,t)$ – temperatura punktu przewodu o współrzędnej x w chwili t , $C_v(T)$ – pojemność cieplna, $k(T)$ – przewodność cieplna, $p(T,I)$ – objętościowa gęstość mocy cieplnej generowanej w przewodzie, I – prąd w przewodzie.

4.1.2. Aproksymacja charakterystyk materiałowych

Podczas procesu zanikania nadprzewodzenia zmieniają się w czasie i wzdłuż długości przewodu parametry materiałowe $k(T)$ i $C_v(T)$ zależne od temperatury, dlatego w programie *TapeStab* dokonano aproksymacji tych parametrów funkcją wielomianową trzeciego stopnia [38,109].

Program *TapeStab* pozwala na wprowadzenie pojemności cieplnej C_v wyrażonej w $J/(m^3K)$ lub ciepła właściwego C_p wyrażonego w $J/(kgK)$ i gęstości materiału γ wyrażonej w kg/m^3 . W przypadku wprowadzenia ciepła właściwego i gęstości, dokonywane jest obliczenie pojemności cieplnej na podstawie tych dwóch parametrów (równ. 3.26).

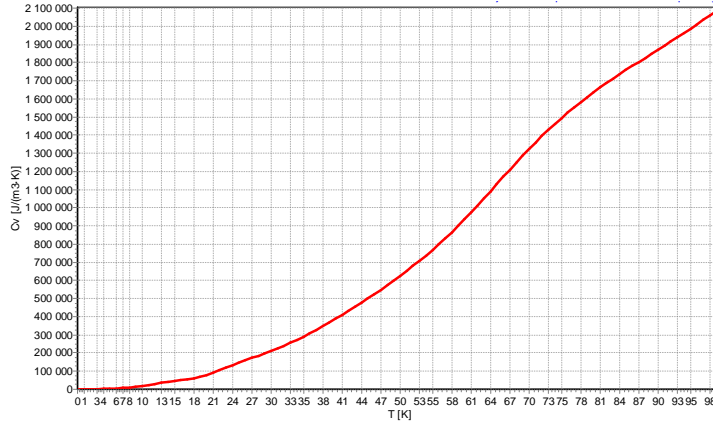
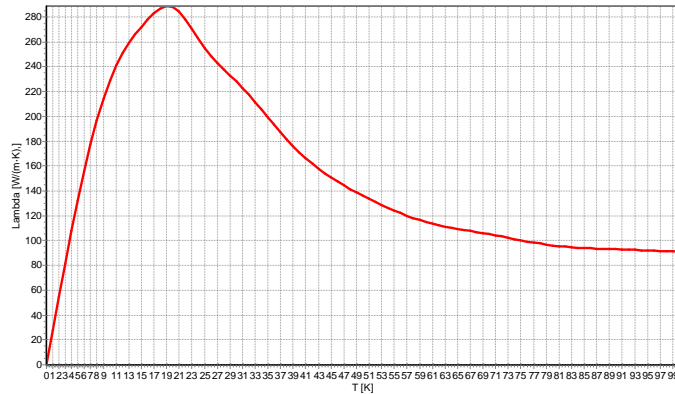
Na podstawie procentowej zawartości składników obliczono uśrednioną gęstość materiału przewodu uwzględniającą udział składników w przewodzie i ich gęstość (tab. 4.2):

$$\gamma = \sum_i \gamma_i / S_i \quad (4.2)$$

gdzie: S_i – zawartość i -tego składnika w przewodzie, γ_i – gęstość i -tego składnika przewodu, której wartość wynosi $\gamma = 7797,39 \text{ kg/m}^3$.

Tab. 4.2. Zawartość składników przewodu wraz z ich gęstością [13, 47]

Materiał	Zawartość w przewodzie [%]	Gęstość γ [kg/m ³]
MgB ₂	7,1	2570
Nb	6,3	8570
Cu	25	8933
Stal nierdzewna	61,6	7860

Rys. 4.4. Zależność pojemności ciepłej od temperatury $C_v(T)$ dla przewodu MgB₂/Cu interpolowana w programie *TapeStab*Rys. 4.5. Zależność przewodności ciepłej $k(T)$ od temperatury dla przewodu MgB₂/Cu interpolowana w programie *TapeStab*

Na podstawie danych eksperymentalnych [111] otrzymano numeryczne funkcje wielomianowe trzeciego stopnia wykorzystane w programie *TapeStab* do interpolacji charakterystyk temperaturowych pojemności ciepłej $C_v(T)$ (rys. 4.4) oraz przewodności ciepłej $k(T)$ (rys. 4.5).

4.1.3. Generacja ciepła w przewodzie

Wzrost temperatury w określonym fragmencie przewodu nadprzewodnikowego może być spowodowany dostarczeniem ciepła z zewnątrz w postaci im-

pulsu zaburzającego nadprzewodzenie lub wygenerowaniem ciepła pod wpływem przepływu prądu elektrycznego. Przyjęto, że w przewodzie objętościowa gęstość mocy składa się z mocy pochodzących od dwóch źródeł:

$$p(x,t,T,I) = p_{mi}(x,t) + p_{gen}(T,I) \quad (4.3)$$

gdzie: $p_{mi} = E_z / (t_z \Delta x_z A)$ – objętościowa gęstość mocy cieplnej zaburzenia, t_z – czas zaburzenia, $\Delta x_z = x_2 - x_1$ – długość odcinka przewodu, w którym występuje zaburzenie cieplne, A – pole przekroju poprzecznego przewodu, p_{gen} – objętościowa gęstość mocy ciepła Joule'a generowanego w stanie rezystywnym przewodu.

Gęstość objętościową p_{gen} mocy cieplnej generowanej w przewodzie kompozytowym opisuje zależność:

$$p_{gen} = p_{gen m} + p_{gen sc} = I_m^2(T) \cdot \rho_m(T) / A_m^2 + I_{sc}(T) E_{sc}(T) / A_{sc} \quad (4.4)$$

gdzie: $p_{gen m}$ – gęstość objętościowa mocy cieplnej w matrycy stabilizatora, $p_{gen sc}$ – gęstość objętościowa mocy cieplnej w nadprzewodniku, ρ_m – rezystywność materiału matrycy stabilizującej, A_m – pole powierzchni przekroju materiału stabilizatora, A_{sc} – pole powierzchni przekroju nadprzewodnika, I_{sc} – prąd płynący przez włókna nadprzewodnika, I_m – prąd płynący przez matrycę stabilizatora, E_{sc} – natężenie pola elektrycznego w nadprzewodniku.

Charakterystyka natężenia pola elektrycznego E_{sc} w funkcji gęstości prądu J_{sc} nadprzewodnika opisana jest zależnością potęgową:

$$E_{sc}(J_{sc}) = E_0 [J_{sc} / J_c(T)]^n \quad (4.5)$$

gdzie: E_0 – graniczna wartość natężenia pola elektrycznego (przyjęto kryterium $E_0 = 1 \mu\text{V/cm} = 10^{-4} \text{ V/m}$), J_{sc} – gęstość prądu roboczego w nadprzewodniku, J_c – gęstość prądu krytycznego nadprzewodnika, n – wykładnik potęgowy w zależności $E = f(J)$ charakterystyczny dla danego nadprzewodnika.

Wraz ze wzrostem temperatury przewodu prąd roboczy I_r przenosi się stopniowo z obszaru włókien nadprzewodnika do matrycy stabilizatora, w zależności od aktualnej lokalnej wartości prądu krytycznego przewodu $I_c(T)$. Zależność ta charakteryzuje dany kompozytowy przewód nadprzewodnikowy.

Wraz z czasowymi zmianami rozkładu temperatury wzdłuż przewodu zmienia się charakter lokalnej generacji ciepła. W zakresie temperatury $T_0 \leq T \leq T_{cs}$ (T_{cs} – temperatura podziału prądu) główna generacja ciepła wynika z charakterystyki $E = f(J)$ nadprzewodnika. Następnie w przedziale $T_{cs} \leq T \leq T_{c,0}$ ($T_{c,0}$ – temperatura krytyczna nadprzewodnika) wraz ze wzrostem temperatury zmniejsza się wartość prądu w nadprzewodniku, a rośnie wartość prądu w matrycy stabilizatora Cu i tym samym rośnie ilość ciepła wygenerowanego w niej. W zakresie temperatury $T \geq T_{c,0}$ ciepło jest generowane w całości przez prąd płynący przez matrycę stabilizatora.

Wraz z temperaturą zmienia się prąd krytyczny oraz rezystywność przewodu nadprzewodnikowego (zarówno nadprzewodnika jak i stabilizatora), czyli parametry od których zależy generacja ciepła w przewodzie.

4.1.4. Model podziału prądu w przewodzie

Odcinek kompozytowego przewodu nadprzewodnikowego objęty zaburzeniem termicznym jest układem, w którym zmienia się w czasie rozpliw prądów w nadprzewodniku i stabilizatorze. Pomimo założenia, że prąd roboczy podczas analizy ma stałą wartość, może się on zachowywać odmiennie w różnych obszarach i składnikach przewodu. Głównym czynnikiem, od którego zależy wartość prądu w poszczególnych składnikach jest temperatura, której rozkład wzdłuż przewodu zmienia się w czasie.

Wraz z temperaturą zmienia się prąd krytyczny oraz rezystywność przewodu nadprzewodnikowego (zarówno nadprzewodnika jak i stabilizatora), czyli parametry od których zależy generacja ciepła w taśmie.

Przy zmianie temperatury roboczej wysokotemperaturowego przewodu nadprzewodnikowego (przy ustalonej wartości prądu roboczego) można wyróżnić trzy zakresy temperatury (rozd. 3.4, rys. 3.7a,b).

1) Zakres, w którym wartość prądu roboczego I_r jest mniejsza lub równa wartości prądu przejścia do stanu rezystywnego $I_c(T)$ (temperatura w tym obszarze nie przekracza temperatury podziału prądu T_{cs}). W obszarze tym wartość prądu w matrycy I_m jest równa zeru.

$$I_r \leq I_c(T) \quad (4.6)$$

gdzie: I_r – prąd roboczy przewodu, A, $I_{c,0}$ – prąd krytyczny nadprzewodnika przy zerowej temperaturze, A, $I_c(T)$ – prąd krytyczny nadprzewodnika przy temperaturze T , A.

2) Zakres temperatury, w którym wartość prądu roboczego I_r przekracza wartość prądu przejścia krytycznego $I_c(T)$ w danej temperaturze roboczej. Wartość temperatury przy której prąd roboczy jest większy lub równy prądowi przejścia do stanu rezystywnego jest określany jako temperatura podziału prądu T_{cs} . W takim przypadku przez nadprzewodnik płynie prąd równy prądowi przejścia do stanu rezystywnego natomiast pozostała część prądu roboczego płynie przez matrycę stabilizatora.

$$I_m(T) = I_r - I_c(T) \quad (4.7)$$

gdzie: I_r – prąd roboczy przewodu, A, $I_c(T)$ – prąd krytyczny przy temperaturze T , A, I_m – prąd bocznikowany przez stabilizator, A.

3) Zakres, w którym temperatura przekracza temperaturę krytyczną $T_{c,0}$ przy zerowym polu magnetycznym. W zakresie tym nadprzewodnik jest w stanie rezystywnym. Zakłada się, że dla nadprzewodników wysokotemperaturowych rezystywność w stanie rezystywnym jest dużo większa od rezystywności matrycy, a co za tym idzie, że prąd roboczy płynie w całości przez stabilizator:

$$I_m = I_r \quad (4.8)$$

gdzie: I_r – prąd roboczy przewodu, A , I_m – prąd płynący przez stabilizator, A .

Dla stabilności nadprzewodników o małej wartości wykładnika potęgowego n w zależności natężenia pola elektrycznego od gęstości prądu $E = f(J)$ bardzo ważnym zagadnieniem jest podział prądu w przewodzie w temperaturze poniżej temperatury krytycznej $T_{c,0}$. W analizie opartej na propagacji strefy rezystywnej, przez strefę rezystywną rozumiany jest obszar, w którym nadprzewodnik traci stan nadprzewodzenia całkowicie, czyli jego temperatura przekracza temperaturę krytyczną $T_{c,0}$.

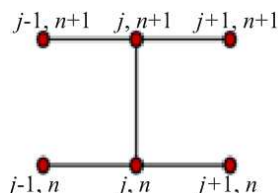
Dla przyjętego modelu podziału prądu w nadprzewodniku, oprócz prędkości propagacji strefy rezystywnej V_q można wyróżnić prędkość propagacji strefy podziału prądu V_{cs} , określającej prędkość, z jaką rozprzestrzenia się obszar, w którym występuje zjawisko podziału prądu.

4.2. Algorytm obliczeń numerycznych

Do numerycznego rozwiązywania równania dyfuzji cieplnej (4.1), które jest jednowymiarowym, niejednorodnym i nieliniowym równaniem różniczkowym cząstkowym typu parabolicznego, wykorzystano różnicowy algorytm Crank-Nicolsona [38,109]. Oparty jest on na uśrednianiu wartości temperatury uzyskanej z metod pierwszego rzędu: jawnej (*explicit*) oraz niejawnej (*implicit*):

$$T_j^{n+1} = T_j^n + \frac{\alpha}{2} \left[(T_{j+1}^n - 2T_j^n + T_{j-1}^n) + (T_{j+1}^{n+1} - 2T_j^{n+1} + T_{j-1}^{n+1}) \right] \quad (4.9)$$

dla warstw czasowych n i $n+1$ trzech sąsiednich węzłów $j-1$, j i $j+1$ (rys. 4.6), gdzie: T_j^n – temperatura węzła j w n -tej warstwie czasowej, $\alpha = \Delta t / \Delta x^2$, Δt – krok czasu, Δx – krok dyskretyzacji w kierunku osi x .



Rys. 4.6. Warstwy czasowe n i $n+1$ dla trzech sąsiednich węzłów $j-1$, j i $j+1$ w algorytmie Crank-Nicolsona [38]

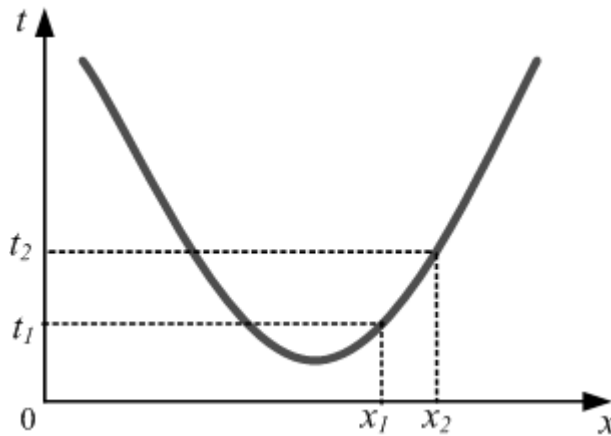
W programie wykorzystano procedury bazujące na bibliotece procedur numerycznych zaimplementowanych w języku *Turbo Pascal* [109], które dotyczą najprostszego wyidealizowanego przypadku jednorodnego równania dyfuzji z niezależnymi od temperatury jednostkowymi współczynnikami i warunkami brzegowymi Dirichleta.

Dla potrzeb algorytmu propagacji strefy rezystywnej opracowane zostały przez autora rozszerzone procedury rozwiązywania równania dyfuzji. Uwzględ-

niają one zależność parametrów materiałowych (przewodności cieplnej, pojemności cieplnej, rezystywności) od temperatury. Wprowadzona została niejednorodność równania (powiązanie gęstość generowanej mocy cieplnej z modelem podziału prądu). Wprowadzono możliwość założenia niejednorodnych lub jednorodnych warunków brzegowych II rodzaju dla każdego z krańców przewodu. Przyjęto dodatkowy parametr procedury, poprzez który przekazywany jest rozkład temperatury z poprzedniej warstwy czasowej obliczeń.

Prędkość propagacji strefy rezystywnej

Dysponując rozkładami temperatury $T(x,t)$ w poszczególnych warstwach czasowych obliczono prędkości propagacji strefy rezystywnej oraz strefy podziału prądu.



Rys. 4.7. Profil rozchodzenia się czoła strefy rezystywnej w czasie

Ciągła linia (rys. 4.7) przedstawia czoło strefy rezystywnej rozprzestrzeniającej się w kierunku osi x i w czasie t . Dysponując rozkładami temperatury w kolejnych warstwach czasowych, określono współrzędne punktów, w których zostaje przekroczona temperatura krytyczna T_c bądź prąd krytyczny $I_c(T)$. Stąd obliczono zmiany położenia czoła strefy rezystywnej w czasie, czyli prędkości propagacji strefy rezystywnej

$$V_q = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (4.10)$$

gdzie: V_q – prędkość propagacji strefy rezystywnej, m/s, x_1, x_2 – współrzędne położenia czoła strefy rezystywnej w warstwach czasowych t_1 i t_2 .

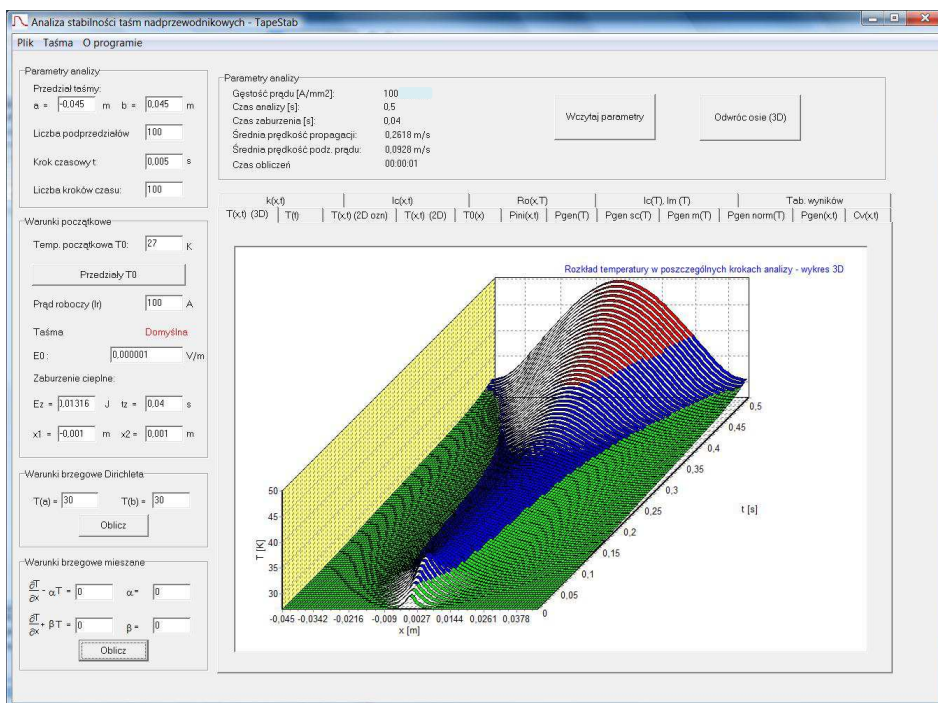
4.3. Program *TapeStab* zanikania nadprzewodzenia

Na podstawie sformułowanego modelu matematycznego i algorytmów numerycznych opracowano program *TapeStab* do komputerowej analizy stanów dynamicznych zanikania nadprzewodzenia w przewodach nadprzewodnikowych.

Charakterystyka programu

Autorski program *TapeStab* został napisany w języku Object Pascal zaimplementowanym w środowisku Borland Delphi 7. Program ten realizuje następujące zadania:

- oblicza rozkłady temperatury w czasie, na podstawie zadanych parametrów materiałowych, parametrów analizy numerycznej oraz warunków początkowych,
- pozwala na określenie rozkładu temperatury początkowej w przewodzie nadprzewodnikowym,
- umożliwia zdefiniowanie zewnętrznego zaburzenia cieplnego o określonej energii w określonym wycinku przewodu,
- oblicza prędkość propagacji strefy rezystywnej,
- eksportuje wyniki obliczeń do plików,
- zapisuje parametry analizy do plików i z nich odczytuje,
- zapisuje parametry przewodu nadprzewodnikowego do plików i z nich odczytuje.



Rys. 4.8. Główne okno programu *TapeStab*

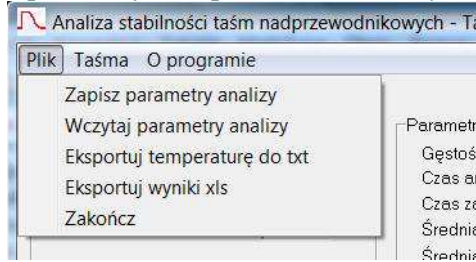
Interfejs użytkownika programu

Na interfejs użytkownika składają się dwa okna: okno analizy stanów dynamicznych przewodu (rys. 4.8), będący głównym oknem programu, w którym

zadawane są parametry analizy i warunki brzegowe oraz formularz edycji parametrów materiałowych przewodu (rys. 4.10).

Główne okno programu

W menu *Plik* (rys. 4.9) umieszczono opcje odpowiedzialne za eksport wyników obliczeń oraz za zapis i wczytanie parametrów analizy.



Rys. 4.9. Menu główne programu *TapeStab*

Parametry analizy odpowiedzialne są za określenie dyskretyzacji przestrzennej i czasowej badanego obszaru.

Przedział taśmy określa długość badanego odcinka przewodu, który podzielony jest na określoną liczbę przedziałów. Liczba przedziałów wpływa na dokładność obliczeń. Większa liczba podprzedziałów lepiej oddaje ciągły charakter rzeczywistego przewodu.

Krok czasowy oraz *liczba kroków* są parametrami określającymi czas analizowanego procesu. Długość kroku czasowego określa odstęp między chwilami dla których dokonujemy obliczeń. Długość kroku czasowego pomnożona przez liczbę kroków jest całkowitym czasem analizy.

W polu *Warunki początkowe* głównego okna umieszczono parametry bezpośrednio wpływające na wyniki obliczeń. *Parametry analizy* są parametrami numerycznymi dyskretyzacji.

Temperatura początkowa to wartość temperatury w pierwszym kroku obliczeń. Możliwe jest zdefiniowanie podprzedziałów w których temperatura początkowa jest inna niż T_0 . Do zdefiniowania dodatkowych przedziałów temperatury początkowej służy przycisk *Przedziały*, który wywołuje okno zawierające odpowiednie pola.

Rozkłady temperatury obliczane są przy stałej zadanej wartości *prądu roboczego* I_r .

Pole *Zaburzenie cieplne* opisuje zestaw parametrów, które określają jego położenie na modelowanym odcinku przewodu nadprzewodnikowego (wartości x_1 i x_2 określają zewnętrzne granice przedziału w którym występuje zaburzenie), całkowitą wartość energii dostarczonej do modelowanego przewodu oraz czas t_z w którym ta energia jest dostarczana.

Warunki brzegowe mogą być zdefiniowane na dwa sposoby. Pierwszy z nich to *warunki brzegowe Dirichleta*. W tej części umieszczono pola do wprowadze-

nia temperatury na końcach przedziałów. Z tej opcji należy skorzystać gdy na końcach rozpatrywanego przedziału jest ustalona wartość temperatury.

Drugim typem są *warunki brzegowe mieszane* (warunki Cauchy'ego). W tym polu należy zdefiniować odpowiednie parametry na obu końcach przewodu.

W części *Parametry analizy* głównego okna programu zebrano podstawowe parametry analizy, takie jak czas procesu analizy, obliczone parametry zaburzenia cieplnego oraz obliczoną na podstawie wyników prędkość propagacji strefy rezystywnej. Ta część głównego okna programu ma funkcję informacyjną.

Na karcie centralnej części okna programu umieszczono zestaw zakładek prezentujących wyniki obliczeń. Wśród zakładek są zakładki prezentujące obliczone rozkłady temperatury (*Wykres 3d*, *Wykres 2d*, *Tabela wyników i inne*), wykresy zależności temperaturowych parametrów materiałowych przewodu interpolowanych na podstawie danych wprowadzonych w oknie edycji przewodu (pojemność cieplna, przewodność cieplna, prąd krytyczny, rezystywność przewodu) oraz wykres zaburzenia cieplnego w funkcji czasu i położenia.

W zakładce *Tabela wyników* umieszczono tabelę z wynikami obliczeń, dzięki czemu możliwe jest skopiowanie wyników obliczeń i wykorzystanie ich do obróbki w innych programach.

Edycja parametrów przewodu

Okno edycji przewodu zawiera pola w których użytkownik definiuje jego parametry materiałowe. Parametry te podawane są w postaci ciągów wpisywanych z klawiatury i można je podzielić na dwa rodzaje: parametry będące pojedynczymi wartościami oraz parametry w postaci charakterystyk.

W przypadku parametrów będących charakterystykami należy wypełnić dwa pola, pole argumentów (wartości x na wykresie) oraz wartości w danych punktach (wartość y na wykresie). Wartości podaje się po kolei, zaczynając od początku układu współrzędnych, oddzielając je średnikami. W przypadku wartości nie będących liczbami całkowitymi część ułamkową oddziela się przecinkiem.

W oknie edycji przewodu określone są wartości podanych parametrów:

- *Temperatura krytyczna* T_c nadprzewodnika użytego do konstrukcji przewodu; Parametr ten wykorzystano przy implementacji generacji ciepła w przewodzie. Przekroczenie wartości T_c oznacza wyjście ze stanu nadprzewodzenia, natomiast poniżej T_c rozważany jest podział prądu w danym przedziale dyskretyzacji analizowanego odcinka przewodu;
- *Pole przekroju* – wartość pola przekroju taśmy, mm^2 ;
- *Wykładnik n* w prawie potęgowym – parametr bezwymiarowy;
- *Współczynnik wypełnienia* – określa procentową objętościową zawartość materiału nadprzewodnika w przewodzie;

The screenshot shows the 'Edytor Taśm - TapeStab' window with the following fields and options:

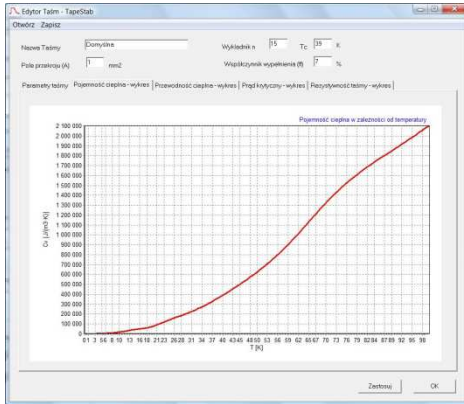
- Nazwa Taśmy:** Domyślna
- Wykładnik n:** 15
- T_c :** 39 K
- Pole przekroju (A):** 1 mm²
- Współczynnik wypełnienia (ff):** 7 %
- Parametry taśmy:**
 - Pojemność cieplna:**
 - Wartości: 0;0.00236;0.006;0.01;0.019;0.027;0.05;0.08;0.12;0.17;0.21;0.24;0.27
 - Argumenty: 0;10;15;20;25;30;40;50;60;70;80;90;100
 - Unit: $\times 10^3$ J/(m²·K)
 - Radio buttons: J/(m²·K), J/(kg·K)
 - Gęstość: 7797.39 kg/m³
 - Przewodność cieplna:**
 - Wartości: 0;229;272;288;255;228;171;136;115;105;96;93;91
 - Argumenty: 0;10;15;20;25;30;40;50;60;70;80;90;100
 - Unit: W/(m·K)
 - Prąd krytyczny:**
 - Wartości: 700;240;165;130;110;80;50;10;1.0
 - Argumenty: 0;25;28;29;30;31;32;34;37;39
 - Unit: A
 - Rezystywność taśmy:**
 - Wartości: 0.01;0.17;0.18;0.22;0.38;0.6;0.8;1.2;1.45;1.7;2;15;5.4
 - Argumenty: 1;20;25;30;40;50;60;70;80;90;100;200
 - Unit: $\times 10^{-8}$ Ohm·m
- Buttons:** Zastosuj, OK

Rys. 4.10. Okno edycji parametrów materiałowych przewodu w programie *TapeStab*

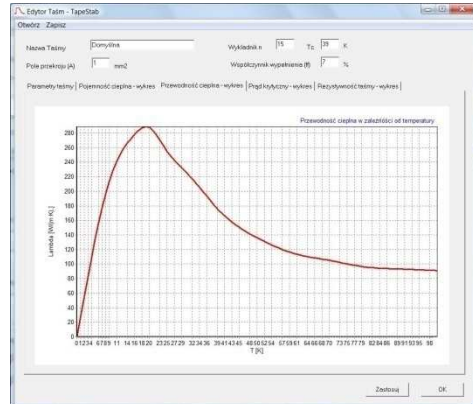
- *Nazwa taśmy* – nazwa jaką użytkownik nadaje danemu zestawowi parametrów przewodu;
 - *Pojemność cieplna* – badanego przewodu. W przypadku tym istnieje możliwość podania ciepła właściwego (w J/(kg·K)) oraz gęstości materiału przewodu. Wówczas program dokona przeliczenia ciepła właściwego na pojemność cieplną. Dodatkowe pole określające wykładnik ułatwia podawanie wartości parametrów o różnych rzędach wielkości;
 - *Przewodność cieplna* – określa charakterystykę przewodności cieplnej (w W/(m·K)) w funkcji temperatury;
 - *Prąd krytyczny* – określa temperaturową charakterystykę prądu krytycznego.
- Rezystywność przewodu* w stanie rezystywnym (nienadprzewodzącym) wraz z ekstrapolacją rezystywności poniżej T_c (wartość podkrytyczna rezystywności przewodu jest wykorzystywana do obliczenia generacji ciepła w przewodzie podczas podziału prądu).

W oknie edycji przewodu udostępniono podgląd wprowadzonych charakterystyk materiałowych w postaci wykresów. Do wykonania wykresów wykorzysta-

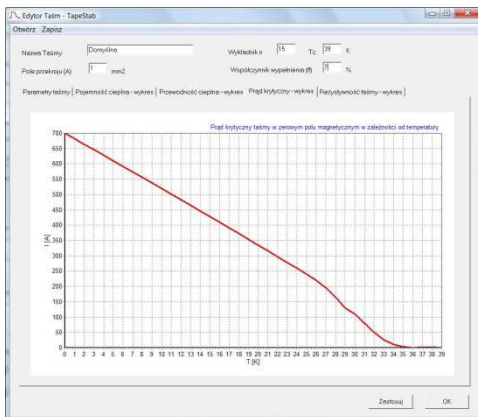
no funkcją interpolującą która jest wykorzystywana do obliczania wartości parametrów podczas obliczeń stabilności. W programie umożliwiono podgląd charakterystyk przedstawionych na rysunkach 4.11 - 4.14.



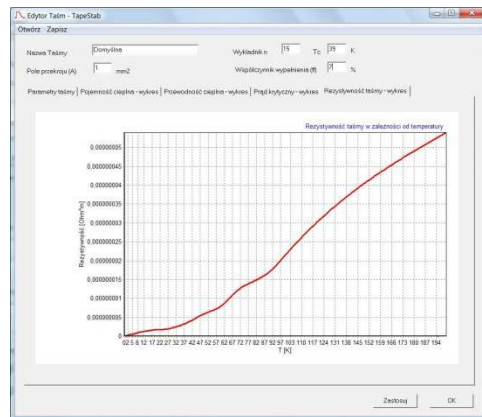
Rys. 4.11. Zależność temperaturowa pojemności cieplnej przewodu MgB₂



Rys. 4.12. Zależność temperaturowa przewodności cieplnej przewodu MgB₂



Rys. 4.13. Zależność temperaturowa prądu krytycznego przewodu MgB₂



Rys. 4.14. Zależność temperaturowa rezystywności przewodu MgB₂

Podgląd charakterystyk materiałowych (pojemność cieplna, przewodność cieplna, rezystywność) oraz zależności prądu krytycznego od temperatury pozwalają na lepszą kontrolę parametrów wejściowych programu. Wyświetlanie tych charakterystyk przez program umożliwia szybsze wychwycenie i skorygowanie ewentualnych błędów wynikających z błędnie wprowadzonych wartości punktów jak też z interpolacji tych charakterystyk.

Pliki w programie TapeStab

Program *TapeStab* obsługuje kilka formatów plików, których zadania są przypisane plikom o następujących rozszerzeniach:

- *tan* – zawierają zdefiniowane parametry analizy numerycznej,
- *tap* – zawierają zdefiniowane parametry materiałowe przewodu,
- *xls* – wyniki analizy w formacie arkusza kalkulacyjnego.
- *txt* – wyniki analizy w pliku tekstowym.

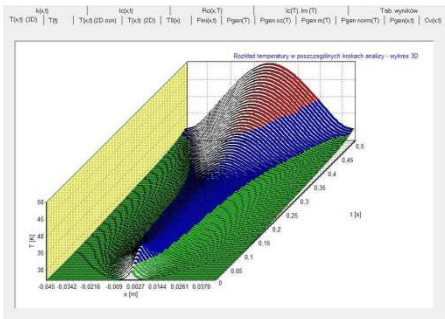
Prezentacja wyników obliczeń

Jako główną metodę wyprowadzania wyników obliczeń przyjęto eksport do pliku arkusza kalkulacyjnego *xls*, dzięki czemu jest możliwość stosunkowo łatwej dalszej analizy wyników obliczeń. Dzięki temu użytkownik nie jest ograniczony do prezentacji wyników zaimplementowanej w programie *TapeStab*. Użytkownik ma możliwość dalszej ich obróbki, jak również porównania wyników analizy dla różnych zestawów parametrów wejściowych.

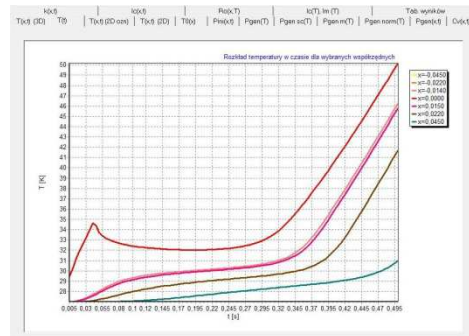
Do pliku zapisywane są wyniki analizy w postaci rozkładu temperatury w czasie, jak również parametry cząstkowe, takie jak rozkłady pojemności cieplnej $C_v(x,t)$, przewodności cieplnej $k(x,t)$, rezystywności taśmy $\rho_n(x,t)$ oraz wartości prądu krytycznego $I_c(x,t)$.

Podczas numerycznej analizy stabilności przewodu program *TapeStab* oblicza wiele parametrów. W celu zapewnienia wglądu w obliczane wartości charakterystyk, program udostępnia je w postaci wykresów. Mogą to być interpolowane charakterystyki materiałowe przewodu, obliczone parametry analizy takie, jak energia zaburzenia, jak również wyniki obliczeń w postaci przestrzenno-czasowych rozkładów temperatury.

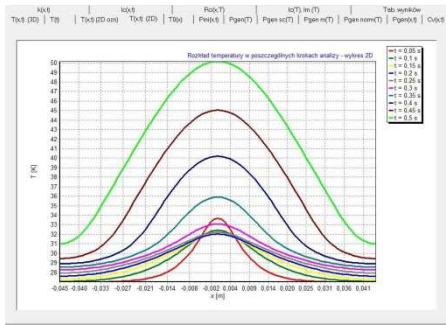
Wyniki obliczeń oraz ważniejsze parametry analizy prezentowane są w głównym oknie programu. Poszczególne zakładki zawierają rozkłady przestrzenno-czasowe temperatury $T(x,t)$ w wersji dwu i trójwymiarowej (rys. 4.15 - 4.17) oraz tabeli wyników, rozkłady gęstości mocy cieplnej $p(x,t)$, pojemności cieplnej $C_v(x,t)$ (rys. 4.19), przewodności cieplnej $k(x,t)$ (rys. 4.20), rezystywności przewodu $\rho_n(x,t)$ (rys. 4.22) oraz wartości prądu krytycznego $I_c(x,t)$ (rys. 4.21).



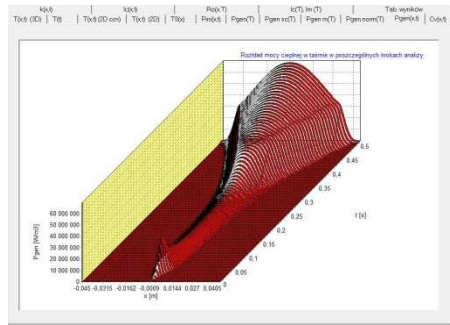
Rys. 4.15. Przestrzenno–czasowy wykres temperatury $T(x,t)$ w przewodzie



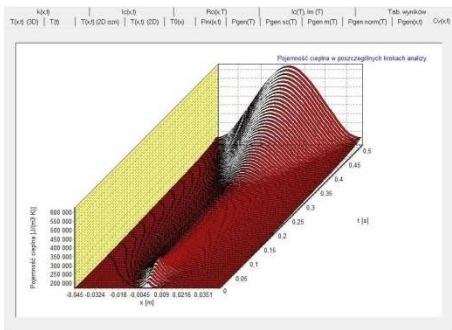
Rys. 4.16. Przebiegi temperatury $T(t)$ w wybranych punktach przewodu



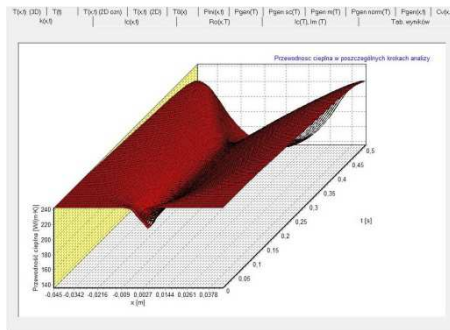
Rys. 4.17. Rozkłady temperatury $T(x)$ w wybranych chwilach czasu



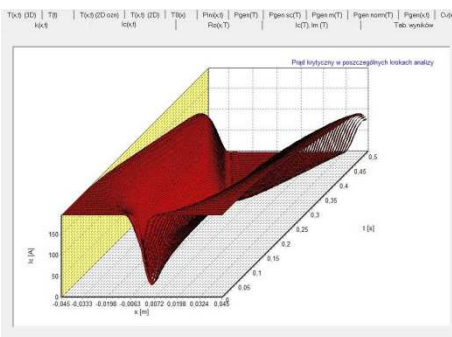
Rys. 4.18. Przestrzenno-czasowy rozkład gęstości mocy ciepłej $p(x,t)$



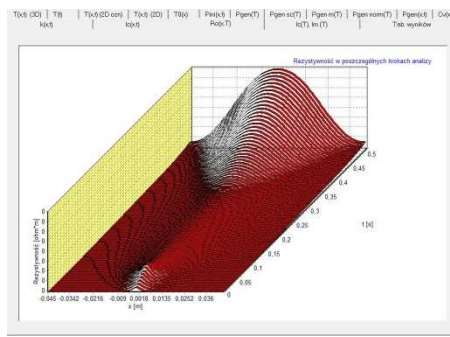
Rys. 4.19. Przestrzenno-czasowy rozkład pojemności ciepłej $C_v(x,t)$ w przewodzie



Rys. 4.20. Przestrzenno-czasowy rozkład przewodności ciepłej $k(x,t)$ w przewodzie



Rys. 4.21. Przestrzenno-czasowy rozkład prądu krytycznego $I_c(x,t)$ w przewodzie



Rys. 4.22. Przestrzenno-czasowy rozkład rezystywności $\rho(x,t)$ w przewodzie

Zawierają także wykresy parametrów początkowych, takie jak rozkład temperatury początkowej, charakterystykę zaburzenia oraz wykres wartości objętościowej mocy ciepłej w zależności od temperatury.

4.4. Podsumowanie

W rozdziale przedstawiony został opracowany przez autora model matematyczny procesów dynamicznych zanikania nadprzewodzenia w przewodzie nadprzewodnikowym oraz algorytm numerycznego rozwiązywania pełnego jednowymiarowego równania dyfuzji cieplnej opisującego te procesy. Na tej podstawie skonstruowany został program *TapeStab*, który umożliwia eksperymenty numeryczne procesów zanikania nadprzewodzenia. W następnym rozdziale posłużą one do przeprowadzenia numerycznego badania stabilności przewodów nadprzewodnikowych.

Część kodu programu została napisana obiektowo (klasy odpowiedzialne za parametry analizy oraz za parametry materiałowe). W przypadku dalszych prac nad programem *TapeStab* wskazana jest modyfikacja kodu źródłowego w kierunku w pełni obiektowej implementacji.

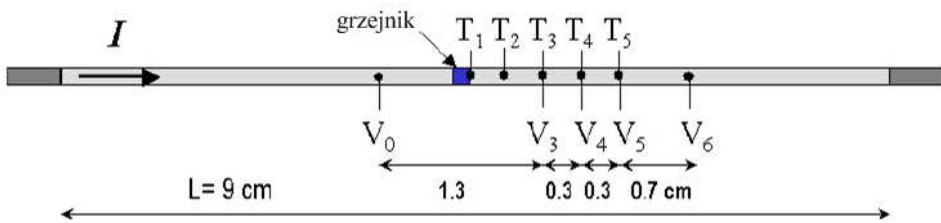
5. BADANIA STABILNOŚCI TERMICZNEJ PRZEWODÓW NADPRZEWODNIKOWYCH

Opracowany w rozdziale 4 model komputerowy zanikania nadprzewodzenia w przewodzie nadprzewodnikowym zostanie w niniejszym rozdziale wykorzystany jako narzędzie do badań stabilności termicznej włóknistych przewodów matrycowych MgB_2/Cu oraz warstwowych przewodów II generacji YBCO/Ag.

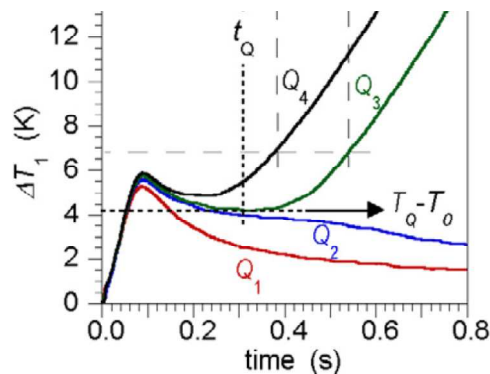
5.1. Wyniki eksperymentalne

W celu weryfikacji zastosowanego modelu podstawowe obliczenia przebiegów temperatury $T(t)$ zostaną w dalszej części rozdziału przeprowadzone dla parametrów rzeczywistego układu pomiarowego i porównane z otrzymanymi na jego bazie wynikami eksperymentalnymi [111].

Układ pomiarowy do badań zanikania nadprzewodzenia w przewodzie nadprzewodnikowym MgB_2/Cu [110,111] składa się z 5 miniaturowych termopar przylutowanych bezpośrednio do badanego odcinka przewodu MgB_2/Cu , w celu uzyskania szybkiej odpowiedzi dzięki małej pojemności cieplnej i rezystancji styku oraz 5 zaczerpów napięciowych (rys. 5.1). Pomiar czasowych przebiegów temperatury i napięcia wzdłuż przewodu monitorowany jest przez układ akwizycji danych. Badany odcinek przewodu, znajdujący się w próżni, ma długość 11 cm (w tym 9 cm pomiędzy stykami prądowymi).



Rys. 5.1. Układ pomiarowy zanikania nadprzewodzenia w przewodzie nadprzewodnikowym [111]



Rys. 5.2. Przyrost temperatury mierzony przez termoparę T_1 dla różnych wartości impulsów energii zaburzenia: $Q_1 = 34,7$ mJ, $Q_2 = 36,2$ mJ, $Q_3 = 36,8$ mJ, $Q_4 = 37,8$ mJ [111]

Do przewodu doprowadzano energie zaburzenia o wartosciach odpowiednio $Q_1 = 34,7$ mJ, $Q_2 = 36,2$ mJ, $Q_3 = 36,8$ mJ, $Q_4 = 37,8$ mJ, przy prądzie $I = 100$ A mniejszym od prądu krytycznego przewodu $I_c = 140$ A poprzez doprowadzanie prostokątnych impulsów prądowych o długości $t_p = 40$ ms do mikrogrzejnika o długości $L_h = 2$ mm wykonanego z pasty grafitowej ECCOBOND 60L [110]. Temperaturę początkową próbki ustawiono na 27 K dzięki kriochłodziarce mechanicznej Gifforda-MacMahona. W celu zapobieżenia zniszczeniu przewodu w wyniku niekontrolowanej utraty nadprzewodzenia, prąd zasilający był wyłączany po czasie 0,3 – 2 s (w zależności od prądu i temperatury roboczej) po doprowadzeniu impulsu energii

Uzyskane przebiegi temperatury wskazują, że wartość energii utraty nadprzewodzenia E_q w danych warunkach pracy zawiera się w przedziale $\langle 36,2$ mJ, $36,8$ mJ \rangle (rys. 5.2). Charakter przebiegów temperatury $T(t)$ dla różnych wartości energii zaburzenia, jak i rząd wielkości wartości minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q uzyskane z obliczeń, wykonanych w programie *TapeStab* (rozd. 5.2) przy podobnych danych wejściowych, wskazuje na poprawność opracowanego modelu matematycznego. Rozbieżności otrzymanych wyników mogą pochodzić z założenia w obliczeniach numerycznych, że prąd podczas procesu zanikania nadprzewodzenia nie jest wyłączany, po doprowadzeniu impulsu zaburzającego. Sytuacja taka jest z punktu widzenia badania stabilności bardziej interesująca, gdyż daje wyobrażenie o procesach niekontrolowanej utraty nadprzewodzenia w urządzeniach nie będących układami eksperymentalnymi.

5.2. Minimalna energia utraty nadprzewodzenia przewodu MgB_2/Cu

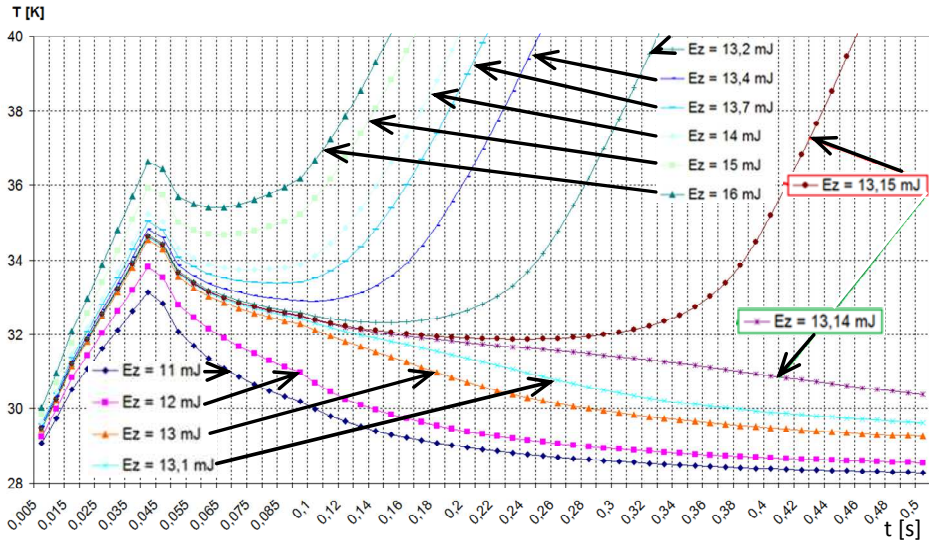
W celu wyznaczenia minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q przeprowadzono analizę stanów dynamicznych zanikania nadprzewodzenia badanego przewodu MgB_2/Cu (rys. 4.1) przy użyciu autorskiego programu *TapeStab* opartego na opracowanym modelu matematycznym. Do obliczeń przyjęto parametry przewodu (rozd. 5.2), który był badany eksperymentalnie w pracy [111].

Analizy dokonano dla odcinka przewodu o długości 90 mm przy prądzie roboczym $I_r = 100$ A, temperaturze roboczej (początkowej) w całym przewodzie $T_0 = 27$ K oraz wartościach energii zaburzenia E_z w zakresie od 11 mJ do 16 mJ dostarczanej do przewodu na odcinku o długości $x_z = 2$ mm w czasie $t_z = 40$ ms.

Podczas analizy zwiększano wartość energii zaburzenia E_z aż do uzyskania utraty stanu nadprzewodzenia w badanym przewodzie. Maksymalna wartość energii, przy której nie wystąpiła jeszcze utrata nadprzewodzenia wynosi $E_z = 13,142$ mJ (rys. 5.3). Dalsze zwiększenie energii zaburzenia o 1 μ J spowodowało niekontrolowaną i nieodwracalną utratę nadprzewodzenia.

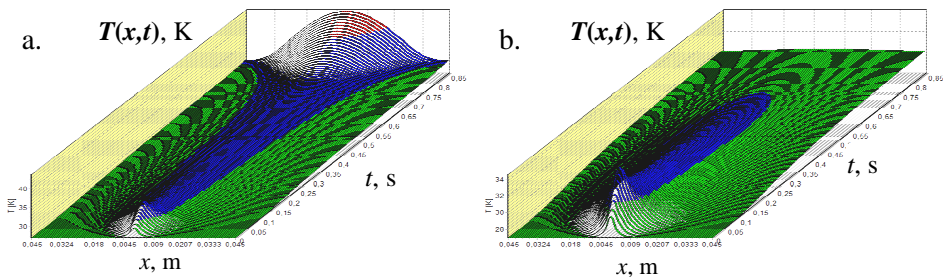
Przeprowadzona analiza numeryczna pozwoliła na wyznaczenie dwóch granicznych wartości energii zaburzenia: $E_z = 13,142$ mJ, przy której nie wystąpiła

jeszcze utrata nadprzewodzenia oraz $E_q = 13,143$ mJ, którą można uznać za minimalną wartość energii utraty nadprzewodzenia.



Rys. 5.3. Przebiegi temperatury $T(t)$ w miejscu wystąpienia zaburzenia nadprzewodzenia dla różnych wartości energii impulsu zaburzającego w przewodzie kompozytowym MgB_2/Cu

Opracowany model umożliwia analizę przestrzenno-czasowych rozkładów temperatury, gęstości objętościowej mocy cieplnej oraz prądu krytycznego w przewodzie nadprzewodnikowym podczas procesów dynamicznych zarówno w przypadku niekontrolowanej utraty nadprzewodzenia (rys. 5.4a) jak i przypadku odzyskania nadprzewodzenia (rys. 5.4b.).

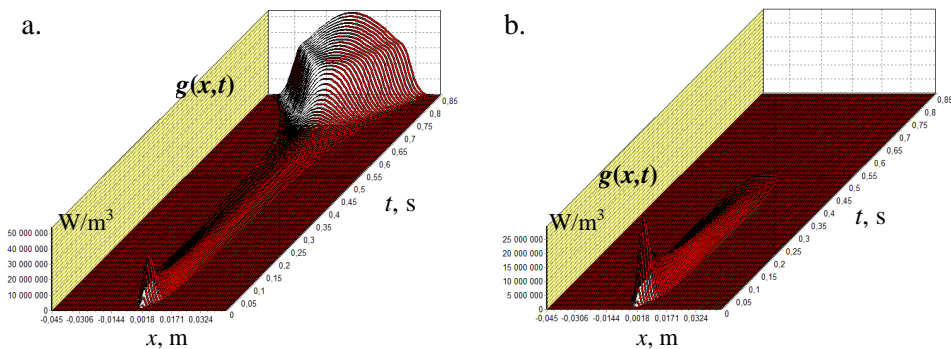


Rys. 5.4. Przestrzenno-czasowe rozkłady temperatury w kompozytowym przewodzie MgB_2/Cu uzyskane przy energii zaburzenia: a) powodującego utratę nadprzewodzenia $E_z = 13,143$ mJ, b) nie powodującego utraty nadprzewodzenia $E_z = 13,142$ mJ. Parametry procesu: prąd roboczy $I_r = 100$ A, temperatura robocza (początkowa) $T_0 = 27$ K, czas trwania zaburzenia $t_z = 40$ ms, długość zaburzenia $x_z = 2$ mm

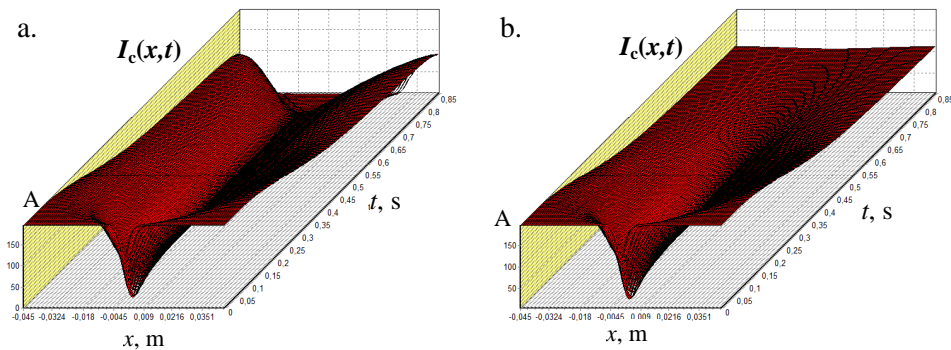
Na wykresach (rys. 5.4) kolorem czerwonym oznaczono obszar o temperaturze przekraczającej temperaturę krytyczną $T_{c1}(J)$, kolorem niebieskim - obszar, w którym wartość prądu roboczego I_r przekroczyła wartość prądu

krytycznego $I_c(T)$, kolorem zielonym oznaczono obszar, w którym nie zostały przekroczone temperatura krytyczna T_c ani prąd krytyczny $I_c(T)$.

W początkowym przedziale czasu analizowane rozkłady temperatury są bardzo podobne, gdyż wartości energii zaburzenia niewiele się różnią w obu przypadkach. Bardzo niewielka różnica energii zaburzenia o wartości 1 μJ powoduje niewielkie zmiany rozkładów temperatury, które jednak w bardzo istotny sposób wpływają na generację ciepła w przewodzie w kolejnym etapie stanu przejściowego. Rys. 5.5 ilustruje przestrzenno-czasowe rozkłady objętościowej gęstości mocy cieplnej w wysokotemperaturowym przewodzie nadprzewodnikowym MgB_2/Cu poddanym zaburzeniu $E_z = 13,142$ mJ (a) oraz $E_z = 13,143$ mJ (b).



Rys. 5.5. Przestrzenno-czasowe rozkłady objętościowej gęstości mocy cieplnej w kompozytowym przewodzie $\text{MgB}_2/\text{Cu}/\text{Fe}$ uzyskane przy zaburzeniu powodującym a) utratę nadprzewodzenia oraz b) nie powodującym utraty nadprzewodzenia, dla $I_r = 100$ A, $T_0 = 27$ K, $t_z = 40$ ms, $x_z = 2$ mm



Rys. 5.6. Porównanie przestrzenno-czasowych rozkładów prądu krytycznego w przewodzie uzyskane przy zaburzeniu powodującym utratę nadprzewodzenia (a) oraz przy zaburzeniu nie powodującym utraty nadprzewodzenia (b), $I_r = 100$ A, $T_0 = 27$ K, $t_z = 40$ ms, $x_z = 2$ mm

Rozkłady te pokazują, że wyraźna różnica w przebiegach przejściowych zainicjowanych zaburzeniami o energiach $E_z = 13,143$ mJ (a) oraz $E_z = 13,142$ mJ (b) pojawia się dopiero po czasie 250-300 ms od chwili wystąpienia impulsu zaburzenia. Większa wartość energii zaburzenia powoduje, że po upływie tego

czasu wypadkowa energia cieplna generowana w analizowanym przewodzie nadprzewodnikowym zaczyna wzrastać. Poszerza się również rozmiar obszaru, w którym występuje generacja ciepła. Wyrażna różnica występuje również w przestrzenno czasowym rozkładzie wartości prądu krytycznego $I_{c,T}(x,t)$ podczas analizowanego procesu przejściowego (rys. 5.6).

5.3. Dynamiczny proces odzyskania nadprzewodzenia w przewodzie

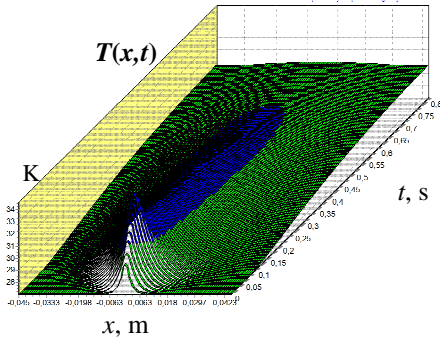
Korzystając z programu *TapeStab* dokonano analizy numerycznej kompozytowego drutu nadprzewodnikowego MgB_2/Cu opisanego w rozdz. 4.2. Parametry materiałowe analizy odpowiadają parametrom, przy których dokonano pomiarów w [111], przedstawionym w rozdz. 5.2. W trakcie analizy uzyskano maksymalną wartość energii zaburzenia $E_z = 13,142$ mJ, przy której nie występuje nieodwracalna utrata stanu nadprzewodzenia.

Program *TapeStab* pozwala na wprowadzenie wartości energii zaburzenia z większą dokładnością, jednak dalsze zwiększanie dokładności nie jest celowe. Program oblicza bowiem rozwiązania przybliżone, korzystając z parametrów materiałowych o wartościach również obciążonych błędem trudnym do oszacowania (błąd pomiaru, obliczanie wartości w programie metodą interpolacyjną). Dlatego dokładność doboru wartości energii zaburzenia na poziomie 10^{-6} J wydaje się być w zupełności wystarczająca.

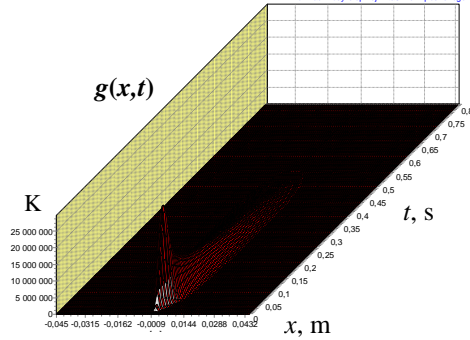
Przestrzenno-czasowe rozkłady temperatury, gęstości mocy cieplnej i parametrów materiałowych

Przestrzenno-czasowy rozkład temperatury $T(x,t)$ (rys. 5.7) obrazuje zmiany temperatury odcinka przewodu w trakcie impulsu zaburzającego oraz bezpośrednio po jego ustąpieniu. Doprowadzone zaburzenie nie spowodowało utraty stanu nadprzewodzenia w analizowanym odcinku przewodu. Temperatura w tym odcinku wzrasta w wyniku zaburzenia do poziomu ok. 34,5 K (rys. 5.7), a następnie obniża się do wartości ustalonej. Obszar zaznaczony kolorem zielonym jest obszarem w którym nie zostały przekroczone parametry krytyczne (prąd krytyczny $I_c(T)$ oraz temperatura krytyczna T_c). Na obszarze zaznaczonym kolorem niebieskim została przekroczona wartość prądu krytycznego $I_c(T)$.

W analizowanym obszarze wystąpił podział pomiędzy włóknami nadprzewodnika a stabilizatorem (obszar niebieski na rys. 5.7). Podział prądu i związana z nim generacja ciepła zakończyła się po ok. 700 ms nie powodując utraty nadprzewodzenia na całym odcinku przewodu. W badanym przewodzie objętym zewnętrznym zaburzeniem cieplnym o energii $E_z = 13,142$ mJ utrzymany został stan nadprzewodzenia i nastąpił powrót do pracy znamionowej. Z przestrzenno-czasowego rozkładu objętościowej gęstości mocy cieplnej (rys. 5.8) wynika, że generacja ciepła w przewodzie zakończyła się po ok. 500 ms. Po zakończeniu procesu generacji ciepła następuje wyrównanie rozkładu temperatury w całym analizowanym odcinku przewodu.

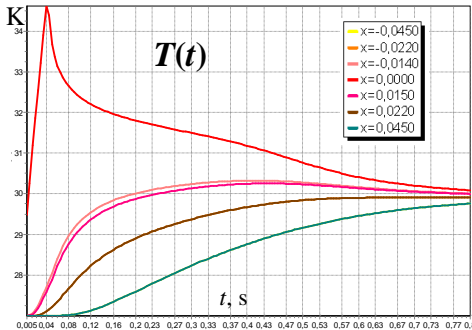


Rys. 5.7. Przestrzenno-czasowy rozkład temperatury $T(x,t)$ wzdłuż przewodu MgB_2/Cu dla energii zaburzenia $E_z = 13,142$ mJ, nie powodującej utraty nadprzewodzenia, $I_r = 100$ A, $T_0 = 27$ K, $t_z = 40$ ms, $x_z = 2$ mm

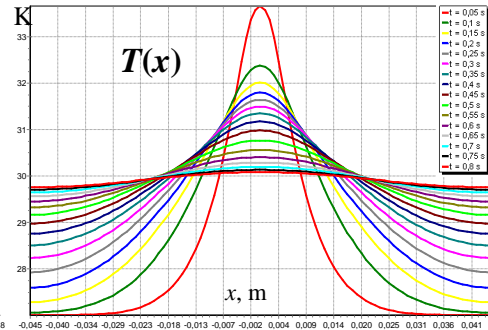


Rys. 5.8. Przestrzenno-czasowy rozkład gęstości mocy cieplnej $p_{gen}(x,t)$ dla $E_z = 13,142$ mJ, $I_r = 100$ A, $T_0 = 27$ K, $t_z = 40$ ms, $x_z = 2$ mm

Rys. 5.9 przedstawia przebiegi temperatury w wybranych punktach przewodu, natomiast rys. 5.10 - rozkłady temperatury wzdłuż odcinka przewodu w wybranych chwilach czasu. Wykresy te są dwuwymiarowe, co pozwala na odczytanie współrzędnych wybranych punktów tych wykresów.



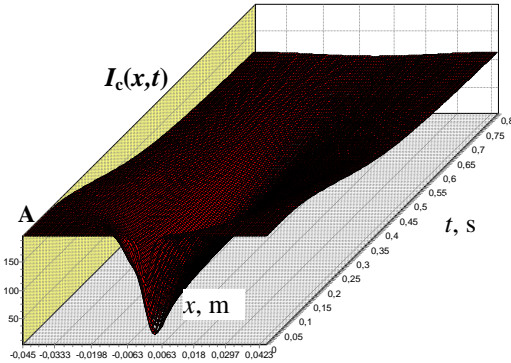
Rys. 5.9. Przebiegi temperatury $T(t)$ w wybranych punktach odcinka przewodu MgB_2/Cu dla energii zaburzenia $E_z = 13,142$ mJ (odzyskanie nadprzewodzenia)



Rys. 5.10. Rozkłady temperatury $T(x)$ wzdłuż kompozytowego drutu $MgB_2/Cu/Fe$ w wybranych chwilach czasu, $E_z = 13,142$ mJ, $I_r = 100$ A, $T_0 = 27$ K, $t_z = 40$ ms, $x_z = 2$ mm

W analizowanym przedziale czasu $\langle 0;0,8s \rangle$ wystąpiła znaczna zmiana charakteru przestrzenno-czasowego rozkładu prądu krytycznego $I_c(x,t)$ (rys. 5.11). Prąd ten przyjmuje wartości najmniejsze w obszarze zainicjowania zaburzenia i w czasie trwania impulsu zaburzającego, gdy temperatura robocza przyjmuje największe wartości. Po zakończeniu działania impulsu zaburzającego wartość prądu krytycznego $I_c(x,t)$ rośnie na całej długości analizowanego odcinka prze-

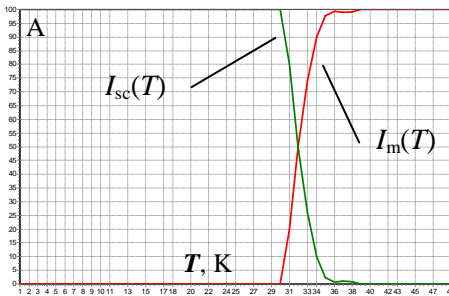
wodu. Taki rozkład prądu krytycznego stwarza warunki stabilnej pracy przewodu nadprzewodnikowego.



Rys. 5.11. Rozkład przestrzenno-czasowy prądu krytycznego $I_c(x,t)$ w badanym odcinku przewodu MgB_2/Cu (odzyskanie nadprzewodzenia)

Podział prądu w przewodzie kompozytowym

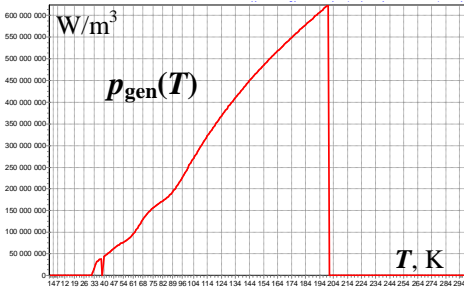
Zanikanie nadprzewodzenia w przewodzie kompozytowym wiąże się z przejmowaniem prądu przez matrycę stabilizującą Cu z włókien nadprzewodnika MgB_2 . W sytuacji, gdy występuje przepływ prądu przez stabilizator, generowane jest w nim ciepło. Na rys. 5.12 przedstawiono zależności temperaturowe prądu w nadprzewodniku I_{sc} (linia zielona) oraz prądu w stabilizatorze I_m (linia czerwona). Wykres ten ilustruje przechodzenie prądu roboczego I_r o wartości 100 A z nadprzewodnika do matrycy stabilizatora wraz ze zmianą temperatury. Obliczenia przeprowadzono dla zaburzenia o parametrach $E_z = 13,142$ mJ, $t_z = 40$ ms, $x_z = 2$ mm przy prądzie roboczym $I_r = 100$ A i temperaturze pracy $T_0 = 27$ K.



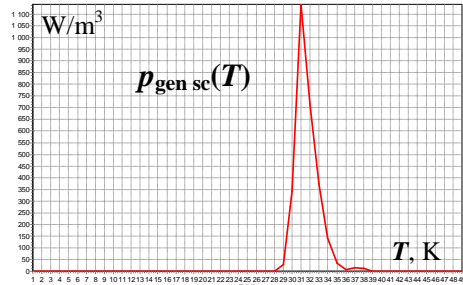
Rys. 5.12. Zależność temperaturowa prądu w nadprzewodniku $I_{sc}(T)$ oraz w stabilizatorze $I_m(T)$

Przy stałej wartości prądu roboczego I_r zmiana temperatury lokalnej przewodu powoduje zmianę wartości prądu krytycznego $I_c(T)$. Przekroczenie wartości krytycznej prądu w nadprzewodniku powoduje bocznikowanie prądu przez matrycę stabilizatora (rys. 5.12). Podczas procesu przejścia od przepływu prądu roboczego przez nadprzewodnik do jego przepływu przez stabilizator następuje przyrost temperatury o 9 K. Zakres temperatury, w którym występuje zjawisko podziału prądu, jest istotny dla stabilności przewodu nadprzewodnikowego.

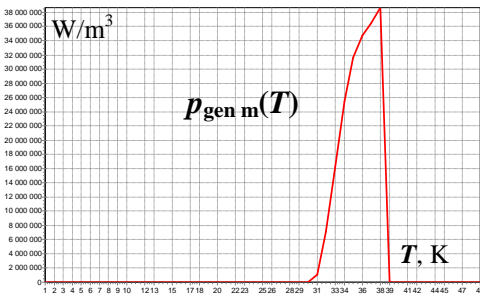
Generacja ciepła w tym zakresie temperatury decyduje o tym, czy przewód wróci do stanu pracy znamionowej, czy też wystąpi gwałtowny wzrost temperatury i nieodwracalna utrata stanu nadprzewodzenia.



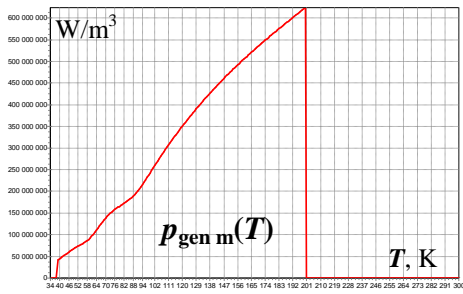
Rys. 5.13. Zależność temperaturowa gęstości mocy cieplnej $p_{\text{gen}}(T)$ w przewodzie MgB_2/Cu



Rys. 5.14. Zależność temperaturowa gęstości mocy cieplnej $p_{\text{gen sc}}(T)$ we włóknach nadprzewodnika



Rys. 5.15. Zależność temperaturowa gęstości mocy cieplnej w matrycy $p_{\text{gen m}}(T)$ w zakresie temperatur $T < T_{c,J}$



Rys. 5.16. Zależność gęstości mocy cieplnej $p_{\text{gen m}}(T)$ w matrycy w zakresie temperatur $T > T_{c,J}$

Przepływ ciepła przez stabilizator powoduje wystąpienie generacji ciepła. Wykres objętościowej gęstości mocy cieplnej w zależności od temperatury (rys. 5.13) przedstawia sumę poszczególnych składników gęstości mocy cieplnej przedstawionych na rys. 5.14, 5.15 i 5.16.

Generacja ciepła w przewodzie (przy prądzie $I_r = 100$ A) pojawia się przy temperaturze 28 K. Jest to ciepło wydzielane w nadprzewodniku wynikające z zależności $E = f(J)$ określonej prawem potęgowym. Wraz ze wzrostem temperatury wzrasta ilość wydzielanego ciepła. W temperaturze ok. 30 K rozpoczyna się podział prądu w badanym przewodzie, a co za tym idzie, pojawia się ciepło wydzielane w stabilizatorze w wyniku przepływu prądu. Wraz ze wzrostem temperatury zmieniają się wartości prądu w nadprzewodniku i w matrycy stabilizatora. Coraz większa część prądu włókien nadprzewodnikowych jest bocznikowana przez stabilizator, powodując zwiększanie się generacji ciepła

w stabilizatorze. Gdy temperatura osiąga temperaturę krytyczną, całość prądu płynie w matrycy stabilizatora i przewód jest w stanie rezystywnym.

W analizowanym przypadku objętościowa gęstość mocy cieplnej przyjmuje wartości większe od zera przy temperaturze wyższej niż ok. 28 K (rys. 5.14). W tej temperaturze za generację ciepła odpowiedzialna jest moc cieplna wynikająca z zależności potęgowej $E = f(J)$ (równ. 3.28, rozdz. 3.6.1).

W temperaturze podziału prądu $T_{cs} \approx 30$ K (rys. 5.12 - punkt w którym prąd matrycy stabilizatora I_m przyjmuje po raz pierwszy wartość większą od zera) pojawia się generacja ciepła wywołana przez przepływ prądu w stabilizatorze. Rys. 5.15 ilustruje zależność objętościowej gęstości mocy cieplnej od temperatury w przedziale temperatur $T < T_{c,0}$.

Wykresy na rys. 5.14 i 5.15 odpowiadają składnikom gęstości mocy cieplnej $p_{gen\ sc}$ i $p_{gen\ m}$ generowanej w przewodzie nadprzewodnikowym w zakresie temperatur $T < T_{c,j}$ opisanym w rozdziale 4.1.3.

Zależność temperaturową objętościowej gęstości mocy cieplnej w przewodzie przy prądzie $I_r = 100$ A dla zakresu temperatur $T > T_{c,j}$ przedstawia rys. 5.16.

Przestrzenno-czasowe rozkłady parametrów cieplnych przewodu

Pojemność i przewodność cieplna są parametrami materiałowymi przewodu nadprzewodnikowego, które wpływają na proces dyfuzji ciepła w przewodzie a tym samym na czasowe rozkłady temperatury w przewodzie.

Od wartości pojemności cieplnej zależy dynamika zmienności odcinka przewodu po dostarczeniu do niego porcji energii cieplnej. Im większa pojemność cieplna w danym miejscu przewodu, tym mniejszy jest wzrost temperatury w wyniku dostarczenia danej porcji energii. Duża wartość pojemności cieplnej taśmy nadprzewodnikowej pozytywnie wpływa na jej stabilność, pozwala wchłoniąć większe porcje energii przy mniejszym wzroście temperatury.

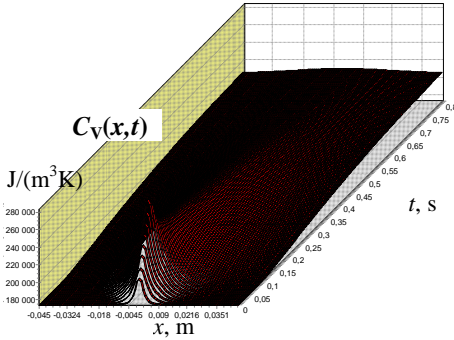
Przewodność cieplna k decyduje o strumieniu ciepła przekazywanego do sąsiednich obszarów przewodu na drodze przewodnictwa cieplnego. Duża wartość przewodności cieplnej poprawia stabilność przewodu kompozytowego pozwalając na odprowadzenie większych ilości ciepła do innych obszarów przewodu.

Kolejne wykresy (rys. 5.17 i 5.18) przedstawiają rozkłady przestrzenno-czasowe pojemności cieplnej $C_v(x,t)$ oraz przewodności cieplnej $k(x,t)$ w badanym odcinku przewodu w przedziale czasu $\langle 0;0,8s \rangle$.

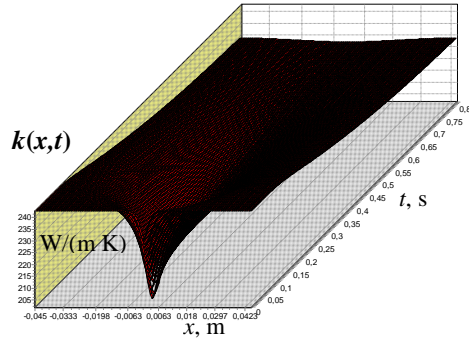
Rys. 5.17 ilustruje zmienność rozkładu pojemności cieplnej badanego odcinka przewodu w przedziale czasu $\langle 0;0,8s \rangle$. W przypadku badanego przewodu MgB_2 pojemność cieplna przyjmuje wartości największe w obszarze zaburzenia. Pojemność cieplna przewodu w rozpatrywanym zakresie temperatur (kilkanaście do kilkudziesięciu K) rośnie wraz z temperaturą (rozdz. 3.6.1).

Przestrzenno-czasowy rozkład przewodności cieplnej badanego przewodu MgB_2 zamieszczono na rys. 5.18. Wartość przewodności cieplnej zmniejsza się wraz ze wzrostem temperatury. Zmiana przewodności cieplnej o takim charakte-

rze niekorzystnie wpływa na stabilność przewodu, gdyż spadek przewodności cieplnej wraz z temperaturą zmniejsza ilość ciepła, jaka może zostać odprowadzona do sąsiednich obszarów taśmy na drodze przewodzenia.



Rys. 5.17. Przestrzenno-czasowy rozkład pojemności cieplnej $C_v(x,t)$ przewodu

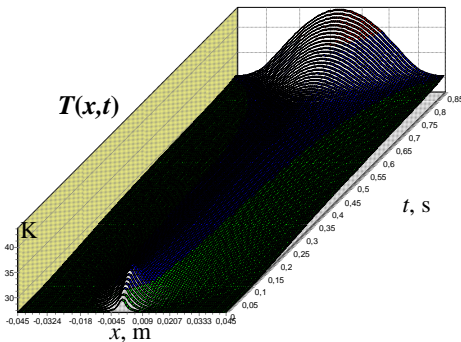


Rys. 5.18. Przestrzenno-czasowy rozkład przewodności cieplnej $k(x,t)$ przewodu

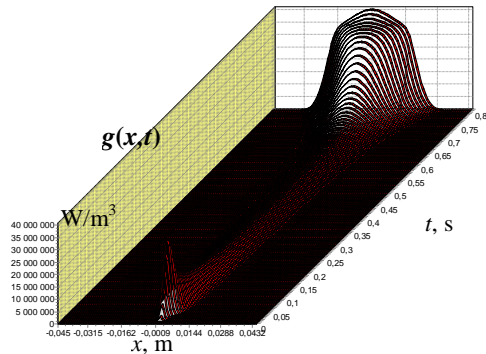
5.4. Dynamiczny proces nieodwracalnej utraty nadprzewodzenia

Doprowadzenie do przewodu nadprzewodnikowego MgB_2/Cu zaburzenia o energii $E_q = 13,143$ mJ (większej o $1 \mu J$ w stosunku do poprzednio rozpatrywanej wartości) powoduje nieodwracalną utratę nadprzewodzenia.

Przestrzenno-czasowy rozkład temperatury w analizowanym odcinku przewodu w przedziale czasu $\langle 0; 0,85s \rangle$ (rys. 5.19) przedstawia trzy możliwe stany pracy przewodu kompozytowego.



Rys. 5.19. Przestrzenno-czasowy rozkład temperatury $T(x,t)$ przewodu MgB_2/Cu w przedziale czasu $\langle 0; 0,85s \rangle$ dla zaburzenia o energii $E_z = 13,143$ mJ (utrata nadprzewodzenia)

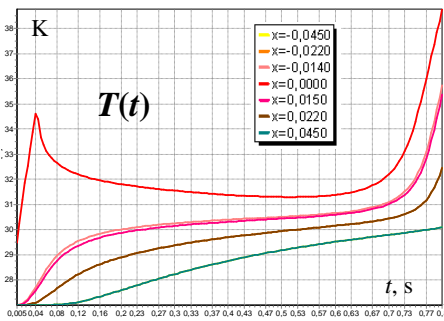


Rys. 5.20. Przestrzenno-czasowy rozkład gęstości mocy cieplnej $p_{gen}(x,t)$ dla zaburzenia o energii $E_z = 13,143$ mJ

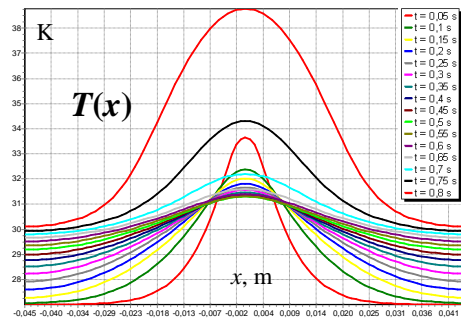
Obszar koloru zielonego reprezentuje fragmenty przewodu, w których prąd roboczy nie przekracza aktualnych wartości prądu krytycznego $I_c(T)$. Kolor niebieski wskazuje obszary, w których przekroczony został ten parametr. W obsza-

rze tym następuje proces podziału prądu pomiędzy włóknami nadprzewodnika a stabilizatorem. Kolor czerwony obrazuje obszar zwany strefą rezystywną, w którym temperatura robocza przekroczyła temperaturę krytyczną $T_{c,0}$ przy zerowej wartości prądu w nadprzewodniku. W obszarze rezystywnym nadprzewodzenie całkowicie zanikło, a prąd płynie wyłącznie w matrycy stabilizatora miedzianego generując ciepło.

Doprowadzenie energii zaburzenia E_z większej zaledwie o 1 μJ w stosunku do poprzednio analizowanego przypadku spowodowało zupełnie inny charakter procesów dynamicznych w przewodzie nadprzewodnikowym. Po upływie ok. 550 ms (rys. 5.21) temperatura obszaru do którego doprowadzono impuls zaburzający zaczyna rosnąć. Przy $t = 750$ ms wzrost ten staje się bardzo gwałtowny.



Rys. 5.21. Przebiegi temperatury $T(t)$ w wybranych punktach przewodu dla zaburzenia o energii $E_q = 13,143$ mJ (utrata nadprzewodzenia)

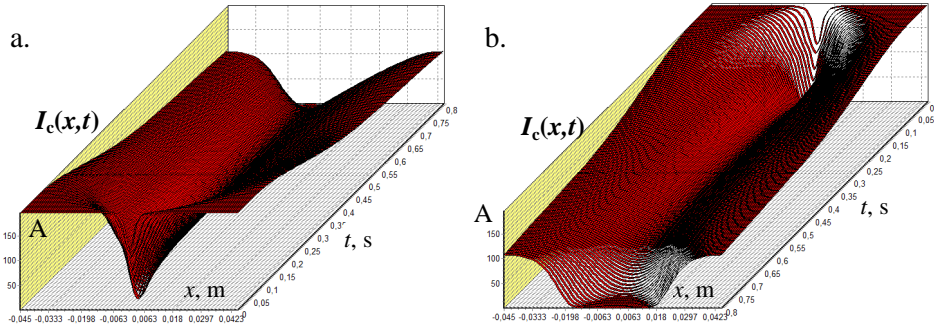


Rys. 5.22. Rozkłady temperatury $T(x)$ kompozytowego przewodu MgB_2 w wybranych chwilach czasu dla $E_z = 13,143$ mJ, $I_t = 100$ A, $T_0 = 27$ K, $t_z = 40$ ms, $x_z = 2$ mm

Przestrzenno-czasowy rozkład objętościowej gęstości mocy cieplnej $p_{gen}(x,t)$ w analizowanym przedziale czasu (rys. 5.20) wskazuje na początkowy wzrost jej wartości. Wynika on z przewodzenia ciepła do obszarów sąsiadujących z obszarem zaburzenia i rozprzestrzeniania się strefy podwyższonej temperatury wzdłuż przewodu. Po upływie ok. 50 ms szerokość tego obszaru stabilizuje się, uzyskując wartość ok. 20 mm. Po upływie ok. 700 ms od rozpoczęcia impulsu zaburzającego (i ok. 660 ms od zakończenia działania tego impulsu) następuje gwałtowne poszerzenie obszaru, w którym generowane jest ciepło. Bardzo szybko rośnie też gęstość mocy generowanego w tym obszarze ciepła. Proces ten następuje mimo wcześniejszego pozornego ustabilizowania się zarówno temperatury (rys. 5.21 i 5.22) jak i generacji ciepła (rys. 5.20) w przewodzie podczas stanu dynamicznego.

W obszarze, w którym wartość objętościowej gęstości mocy oraz powierzchnia strefy generacji ciepła zmieniają się w bardzo małym stopniu, następuje równowaga ciepła wygenerowanego oraz sumy ciepła zaabsorbowanego przez materiał (bez wyraźnego wzrostu temperatury) i ciepła odprowadzonego do sąsiednich obszarów przewodu.

Przestrzenno-czasowy rozkład wartości prądu krytycznego podczas procesu zanikania nadprzewodzenia (rys. 5.23) jest bardzo niejednorodny zarówno w początkowej fazie procesu, gdy działa impuls zaburzający, w jego fazie środkowej (pozornego ustabilizowania się strefy rezystywnej), jak i końcowej (niekontrolowanego rozprzestrzeniania się strefy rezystywnej).



Rys. 5.23. Przestrzenno-czasowy rozkład prądu krytycznego $I_c(x,t)$ dla zaburzenia o energii $E_z = 13,143$ mJ (utrata nadprzewodzenia)

W tej ostatniej fazie procesu prąd krytyczny przyjmuje wartości niższe od prądu roboczego $I_r = 100$ A wzdłuż całej długości przewodu, co powoduje lawinową generację ciepła, niekontrolowany wzrost temperatury oraz całkowitą i nieodwracalną utratę nadprzewodzenia w przewodzie. W przypadku granicznej wartości energii zaburzenia $E_z = E_q$ proces utraty nadprzewodzenia odbywa się zasadniczo w strefie podziału prądu w zakresie temperatur poniżej lokalnej wartości temperatury krytycznej $T_{c,l}$.

5.5. Wpływ energii zaburzenia na parametry dynamiczne zanikania nadprzewodzenia

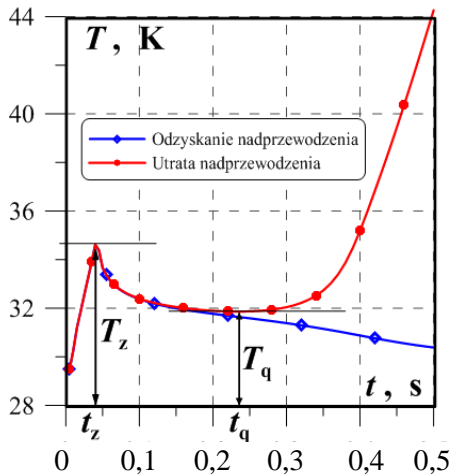
Wartość energii jaka jest dostarczona do obszaru przewodu objętego zaburzeniem decyduje o tym, czy przewód przejdzie do stanu rezystywnego, czy też wróci do znamionowych parametrów pracy.

W celu określenia przebiegu procesu utraty nadprzewodzenia w przewodzie poddanym zaburzeniom o różnych wartościach energii E_z , przeprowadzono analizę numeryczną z wykorzystaniem programu *TapeStab*. Parametry analizy są takie jak w poprzednich podrozdziałach. Analizie poddano odcinek przewodu o długości $l = 90$ mm i temperaturze pracy $T_0 = 27$ K, w którym płynie prąd roboczy $I_r = 100$ A, a przewód został poddany zaburzeniu na odcinku $x_z = 2$ mm trwającemu $t_z = 40$ ms.

Aby określić zachowanie przewodu przy różnych wartościach energii zaburzenia E_z , przeprowadzono serię obliczeń zmieniając wartość tej energii. Wartości energii zaburzenia E_z dobrano tak, aby analiza obejmowała energię o wartości niższej, niż minimalna energia utraty nadprzewodzenia E_q , równej oraz wyższej.

Wykres przedstawiony na rys. 5.3 przedstawia przebiegi temperatury podczas stanu dynamicznego przewodu objętego zaburzeniami o różnych wartościach energii. Przy zmianie energii zaburzenia w sytuacji, gdy jest ona większa od minimalnej energii utraty nadprzewodzenia, zmienia się maksymalna wartość temperatury jaką osiąga przewód w wyniku zaburzenia. Zmienia się również czas potrzebny na rozwinięcie się strefy rezystywnej. Z wykresu tego (rys. 5.3) można odczytać wartości czasu utraty nadprzewodzenia t_q , temperatury zaburzenia T_z oraz temperatury utraty nadprzewodzenia T_q .

Dysponując przebiegiem czasowym temperatury w obszarze zaburzenia cieplnego w przewodzie nadprzewodnikowym można wyznaczyć kilka parametrów określających dynamikę procesu utraty nadprzewodzenia w przewodzie (rys. 5.24).



Rys. 5.24.
Przebieg temperatury w miejscu poddanym zaburzeniu energetycznemu podczas dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia i jego parametry:
 t_z – czas trwania zaburzenia,
 T_z – maksymalna temperatura zaburzenia,
 t_q – czas utraty nadprzewodzenia,
 T_q – temperatura utraty nadprzewodzenia.

Korzystając z opracowanego modelu komputerowego dokonano określenia wpływu temperatury T_0 przewodu oraz prądu roboczego I_r na wybrane parametry dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia: minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q , temperatury zaburzenia T_z , temperatury utraty nadprzewodzenia T_q i czasu utraty nadprzewodzenia t_q (rys. 5.24).

Temperatura w miejscu zaburzenia po osiągnięciu lokalnego maksimum T_z maleje, a następnie w zależności od wartości dostarczonego impulsu energetycznego w danych warunkach pracy, powraca do wartości początkowej (odzyskanie nadprzewodzenia) albo rośnie w sposób lawinowy i niekontrolowany (całkowita utrata nadprzewodzenia).

Czas utraty nadprzewodzenia t_q oraz temperatura utraty nadprzewodzenia T_q są współrzędnymi lokalnego minimum funkcji $T = f(t)$, w którym przebieg temperatury przewodu w miejscu zaburzenia (a dokładniej w środku odcinka na którym wystąpiło zaburzenie) zaczyna rosnąć po zakończeniu czasu trwania impulsu zaburzającego. W przypadku, gdy występuje odwracalna utrata nad-

przewodzenia w wyniku jego zaburzenia i powrót do stanu nadprzewodzenia, przebieg temperatury $T(t)$ od momentu ustania zaburzenia jest malejący i nie występuje na nim punkt przegięcia.

Czas zaburzenia t_z jest to czas w którym do obszaru zaburzenia o długości x_z dostarczana jest energia E_z . Temperatura zaburzenia T_z jest to temperatura do której nagrzewa się przewód w wyniku wydzielenia w nim energii zaburzenia.

Tab. 5.1. Wpływ energii zaburzenia na parametry zanikania nadprzewodzenia

Energia zaburzenia E_z [mJ]	Maksymalna temperatura zaburzenia T_z [K]	Temperatura utraty nadprzewodzenia T_q [K]	Czas utraty nadprzewodzenia t_q [ms]
11	33,2	-	-
12	33,8	-	-
13	34,5	-	-
13,1	34,55	-	-
13,14	34,55	-	-
13,15	34,6	31,9	240
13,2	34,7	32,3	155
13,4	34,8	32,9	110
13,7	35,0	33,4	90
14	35,2	34,7	70
15	35,9	35,4	65
16	36,6	35,4	60

Wartość czasu utraty nadprzewodzenia t_q mówi o dynamice procesu utraty nadprzewodzenia w przewodzie poddanym zaburzeniu. Dynamika ta zmienia się wraz z wartością energii zaburzenia E_z , wartością prądu roboczego I_r , jak również wraz z temperaturą. Zaburzenie o energii bliskiej minimalnej energii utraty nadprzewodzenia przyczynia się do wzrostu czasu utraty nadprzewodzenia. Przewód nadprzewodnikowy poddany zaburzeniu o energii równej E_q powinien utracić nadprzewodzenie na pewnym odcinku. W odcinku tym występuje wówczas generacja ciepła w ilości równej ilości ciepła odprowadzonego w wyniku chłodzenia. Przewód pozostaje wówczas w stacjonarnym stanie pracy z „gorącym punktem”. Podczas zwiększania energii zaburzenia czas utraty nadprzewodzenia t_z zmienia się, wydłużając się wraz ze zbliżaniem się energii zaburzenia E_z do wartości równej minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q . Oznacza to że dla energii zaburzenia bliskich E_q (ale o wartościach wyższych niż E_q), proces zanikania nadprzewodzenia przebiega wolniej, jest mniej dynamiczny, reprezentowany przez stacjonarną strefę rezystywną. Przy zaburzeniach o wartościach mniejszych niż E_q czasu utraty nadprzewodzenia nie można wyznaczyć. Wzrost czasu utraty nadprzewodzenia t_q w wyniku analizy numerycznej przy zmieniającej się energii zaburzenia o stałych wartościach pozostałych parametrów impulsu x_z i t_z oznacza, że wartość energii zaburzenia zbliża się do minimalnej energii utraty nadprzewodzenia.

5.6. Wpływ prądu i temperatury pracy na parametry zanikania nadprzewodzenia

W celu wyznaczenia wpływu prądu roboczego i temperatury początkowej na parametry procesu dynamicznego zanikania nadprzewodzenia niezbędne jest przygotowanie danych do obliczeń. W tab. 5.2 zestawiono rzeczywiste wartości prądu roboczego odpowiadające względnym wartościom prądu roboczego $i_r = I_r/I_c(T_0)$ odniesionym do wartości krytycznej prądu $I_c(T)$ dla temperatur w zakresie <25 K, 31 K>. Obliczenia tych wartości dokonano na podstawie charakterystyki $I_c(T)$ będącej parametrem wejściowym programu.

Tab. 5.2. Wartości prądu roboczego I_r [A] odpowiadających względnym wartościom prądu roboczego $i_r = I_r/I_c$ odniesionym do wartości krytycznej prądu I_c przewodu MgB_2/Cu dla temperatur w zakresie <25 K, 31 K>

T_0 [K]	$i_r = I_r/I_c(T)$ [A]							
	I_c	$0,9I_c$	$0,8I_c$	$0,7I_c$	$0,6I_c$	$0,5I_c$	$0,4I_c$	$0,3I_c$
25	240	216	192	168	144	120	96	72
26	220	198	176	154	132	110	88	66
27	196	176	157	137	117	98	78	59
28	165	148,5	132	115,5	99	82,5	66	49,5
29	130	117	104	91	78	65	52	39
30	110	99	88	77	66	55	44	33
31	80	72	64	56	48	40	32	24

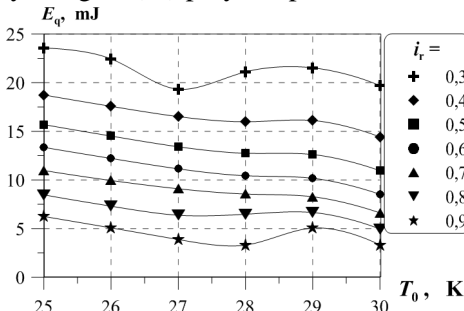
Wartości prądu roboczego I_r oraz temperatury roboczej zamieszczone w tab. 5.2 posłużyły w tym rozdziale do analizy wpływu tych wielkości na parametry procesu dynamicznego zanikania nadprzewodzenia i minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q (rys. 5.25), temperatury zaburzenia T_z (rys. 5.26), temperatury utraty nadprzewodzenia T_q (rys. 5.27) oraz czasu utraty nadprzewodzenia t_q (rys. 5.28).

Dla każdej wartości prądu roboczego i_r w danej temperaturze początkowej T_0 zamieszczonej w tab. 5.2 dokonano analizy numerycznej badanego przewodu w celu uzyskania parametrów utraty nadprzewodzenia. Podczas każdej analizy zmieniano wartość energii zaburzenia tak, aby uzyskać minimalną energię przy której w analizowanym przewodzie wystąpi nieodwracalny zanik nadprzewodzenia. Uzyskaną w ten sposób energię zaburzenia przyjmujemy jako minimalną energię utraty nadprzewodzenia E_q . Następnie z przebiegu temperatury $T(t)$ odczytuje się pozostałe parametry utraty nadprzewodzenia.

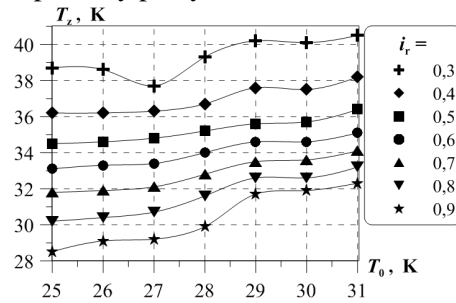
Minimalna energia utraty nadprzewodzenia

W wyniku analizy stanów dynamicznych zanikania nadprzewodzenia w przewodzie MgB_2/Cu uzyskano zależność (rys. 5.25) minimalnej energii utraty nadprzewodzenia $E_q(T_0, i_r)$ od temperatury roboczej T_0 przy różnych warto-

ściach względnego prądu roboczego $i_r = I_r/I_c(T_0)$ odniesionego do prądu krytycznego $I_c(T_0)$ przy temperaturze T_0 dla temperatury pracy $T_0 \in \langle 25 - 31 \text{ K} \rangle$.



Rys. 5.25. Zależność minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q od temperatury roboczej T_0 przy różnych wartościach względnego prądu roboczego $i_r = I_r/I_c(T_0)$



Rys. 5.26. Zależność temperatury zaburzenia T_z od temperatury roboczej T_0 przy różnych wartościach względnego prądu roboczego $i_r = I_r/I_c(T_0)$

Z zależności tej wynika że minimalna energia utraty nadprzewodzenia dla analizowanego przewodu maleje wraz ze wzrostem temperatury początkowej w której znajduje się przewód. Im niższa jest temperatura robocza przewodu, tym większa energia zaburzenia niezbędna jest do wywołania odpowiednio dużej generacji ciepła w przewodzie, aby doszło w nim do nieodwracalnej utraty. Większy margines temperatury roboczej T_0 w stosunku do temperatury krytycznej $T_{c \text{ MgB}_2} = 39 \text{ K}$, a w szczególności do temperatury krytycznej $T_c(J)$ powoduje zwiększenie stabilności przewodu przy zaburzeniach nadprzewodzenia.

W temperaturze 31 K wartość prądu krytycznego badanego drutu jest już stosunkowo niewielka i wynosi $I_c(31 \text{ K}) = 80 \text{ A}$. Niewielka wartość prądu roboczego w wyższych temperaturach zmniejsza dynamikę procesu utraty nadprzewodzenia oraz utrudnia określenie energii utraty nadprzewodzenia.

Wartość energii utraty nadprzewodzenia E_q zmienia się też wraz ze zmianą prądu roboczego I_r . Wzrost względnej wartości prądu roboczego i_r powoduje zmniejszenie minimalnej energii utraty nadprzewodzenia. Minimalna energia utraty nadprzewodzenia E_q dla danej względnej wartości prądu roboczego i_r zmniejsza się wraz ze wzrostem temperatury pracy T_0 .

Temperatura zaburzenia

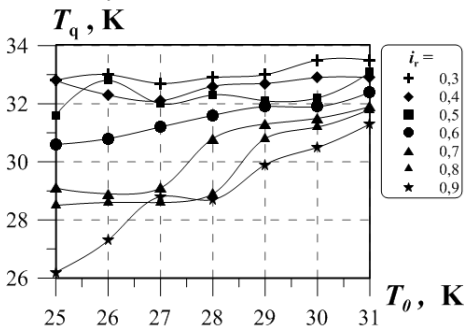
Temperaturą zaburzenia T_z określana jest w pracy maksymalna temperatura do której nagrzewa się przewód nadprzewodnikowy (rys. 5.24) w wyniku działania zaburzenia cieplnego o energii E_z . Wartość tej temperatury zależy od energii zaburzenia E_z , czasu trwania zaburzenia t_z , długości obszaru zaburzenia x_z , pojemności cieplnej C_v i przewodności cieplnej k przewodu oraz gęstości mocy cieplnej p_{ini} generowanej w wyniku przepływu prądu w czasie trwania zaburzenia.

W wyniku numerycznej analizy procesu dynamicznego zanikania nadprzewodzenia w przewodzie MgB_2/Cu wywołanego zaburzeniami o energiiach

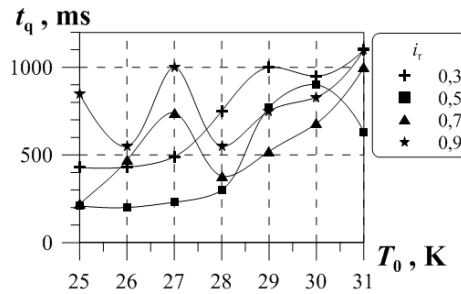
$E_z = E_q$ uzyskano zależność temperatury zaburzenia $T_z(T_0, i_r)$ od temperatury roboczej T_0 przy różnych wartościach względnego prądu roboczego $i_r = I_r/I_c(T_0)$ (rys. 5.26). Z zależności tej wynika, że temperatura zaburzenia T_z rośnie wraz ze wzrostem temperatury pracy T_0 , natomiast maleje wraz ze wzrostem względnego prądu roboczego odniesionego do prądu krytycznego $I_c(T_0)$ w danej temperaturze. Wraz ze wzrostem wartości prądu zmniejsza się energia E_z niezbędna do wywołania zaburzenia nadprzewodzenia, a tym samym spada uzyskiwana temperatura zaburzenia T_z .

Temperatura utraty nadprzewodzenia

Temperaturą utraty nadprzewodzenia T_q określana jest w pracy najmniejsza wartość temperatury uzyskiwana przez najgorętszy punkt przewodu przed ponownym wzrostem prowadzącym do nieodwracalnej utraty stanu nadprzewodzenia (rys. 5.24).



Rys. 5.27. Zależność temperatury utraty nadprzewodzenia T_q od temperatury pracy T_0 przy różnych wartościach względnego prądu roboczego $i_r = I_r/I_c(T)$



Rys. 5.28. Zależność czasu utraty nadprzewodzenia t_q od temperatury pracy T_0 przy różnych wartościach względnego prądu roboczego $i_r = I_r/I_c(T)$

W wyniku analizy procesu dynamicznego zanikania nadprzewodzenia w przewodzie MgB_2/Cu wywołanego zaburzeniami o energiach zaburzenia E_q uzyskano zależność temperatury utraty nadprzewodzenia $T_q(T_0, i_r)$ od temperatury pracy T_0 przy różnych wartościach względnego prądu roboczego $i_r = I_r/I_c(T)$ (rys. 5.27).

Z zależności tej wynika, że wzrost temperatury początkowej T_0 powoduje znacznie zmniejszanie się różnicy między temperaturą początkową a temperaturą utraty nadprzewodzenia T_q . Przy małych wartościach względnego prądu roboczego i_r temperatura T_q w niewielkim stopniu zmienia się dla różnych temperatur pracy T_0 , natomiast przy dużych wartościach prądu roboczego i_r wartości temperatury T_q dla różnych temperatur początkowych T_0 wykazują znaczne znicowanie.

Czas utraty nadprzewodzenia

Czas utraty nadprzewodzenia t_q , tzn. czas pomiędzy wystąpieniem zaburzenia a początkiem nieodwracalnej utratą nadprzewodzenia, określa dynamikę

utruty nadprzewodzenia w przewodzie. Im mniejsza jest wartość parametru t_q , tym krócej i gwałtowniej przebiega proces nieodwracalnej utraty nadprzewodzenia.

Podczas analizy dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia dla kolejnych malejących wartości doprowadzanej energii zaburzenia E_z (rys. 5.3), rosnąca wartość czasu utraty nadprzewodzenia t_q pozwala określić, czy aktualna wartość energii zaburzenia E_z zbliża się do minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q .

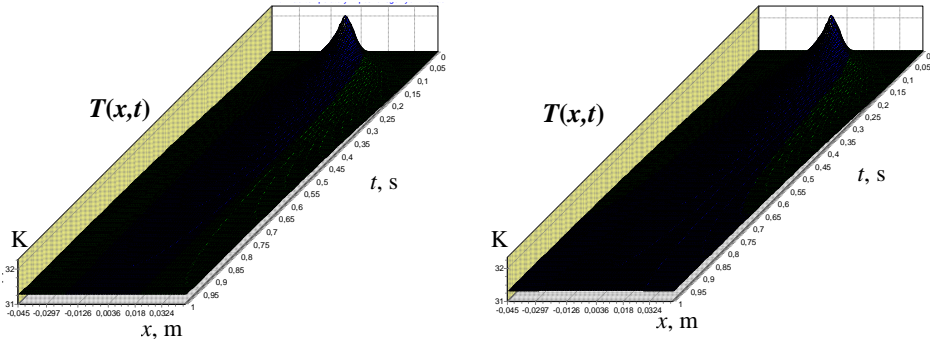
W wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskano zależność czasu utraty nadprzewodzenia t_q od temperatury pracy T_0 przy różnych wartościach względnego prądu roboczego $i_r = I_r/I_c(T)$ (rys. 5.28). Otrzymane zależności pokazują, że czas utraty nadprzewodzenia jest parametrem, którego interpretacja jest trudna i niejednoznaczna.

Czas t_q wydłuża się wraz ze spadkiem wartości prądu roboczego. Zmniejszenie wartości prądu roboczego powoduje równoczesny spadek maksymalnej gęstościowej mocy cieplnej generowanej w przewodzie, tym samym wydłuża czas nagrzewania przewodu, a w konsekwencji zmniejsza się szybkość utraty nadprzewodzenia.

Z drugiej strony, gdy przewód doznaje zaburzenia o energii E_z o wartości bliskiej minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q , występuje lokalny wzrost temperatury i w obszarze o podwyższonej temperaturze rozpoczyna się generacja ciepła. Ciepło to jest odprowadzone do sąsiednich obszarów przewodu bądź do czynnika chłodzącego. Jeżeli ilość generowanego ciepła jest równa ciepłu odprowadzonemu, występuje wówczas stacjonarna strefa rezystywna, której rozmiary nie zmieniają się. Model matematyczny sformułowany wykorzystany w pracy zakłada jednak adiabatyczność przewodu, co wyklucza chłodzenie. Ciepło wygenerowane w obszarze o podwyższonej temperaturze może jedynie zostać rozproszony wzdłuż przewodu na drodze przewodzenia.

Ilustracją zmieniającej się dynamiki procesu utraty nadprzewodzenia są przestrzenno-czasowe rozkłady (rys. 5.29) pokazujące, jak zmienia się rozkład temperatury w czasie dla dwóch wartości energii zaburzenia E_z , przy czym jedna ma wartość mniejszą od minimalnej energii utraty nadprzewodzenia $E_z = 2,45$ mJ, natomiast wartość drugiej przyjęto jako minimalną energię utraty nadprzewodzenia $E_q = 2,55$ mJ. W obu przypadkach w trakcie analizy nie zaobserwowano klasycznej strefy rezystywnej w której prąd płynie w całości w matrycy stabilizatora. Rozprzestrzenianiu ulega tylko strefa podziału prądu w przewodzie. Na podstawie tego, czy strefa podziału prądu rozprzestrzenia się czy nie, oszacowano wartość minimalnej energii utraty nadprzewodzenia.

W przypadku pokazanym na rys. 5.29 dynamika utraty nadprzewodzenia jest bardzo mała. Analiza dokonywana jest przy założeniu adiabatyczności przewodu, zatem nawet niewielkie zwiększenie mocy chłodzenia mogłoby znacząco zwiększyć minimalną energię utraty nadprzewodzenia.

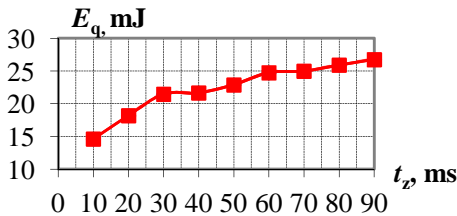


Rys. 5.29. Przechylenie przestrzenno-czasowe rozkładów temperatury w przewodzie MgB_2 dla energii zaburzenia: a) $E_z = 2,45$ mJ, b) $E_q = 2,55$ mJ. Parametry pracy: $T_0 = 31$ K, $I_r = 72$ A

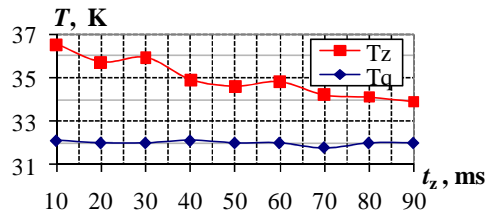
5.7. Wpływ impulsu zaburzającego na parametry zanikania nadprzewodzenia

Wpływ czasu trwania zaburzenia t_z na parametry zanikania nadprzewodzenia

Badania wpływu czasu trwania zaburzenia t_z na wartość minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q przeprowadzono dla odcinka przewodu o długości 100 mm, prądu roboczego $I_r = 100$ A, temperatury początkowej $T_0 = 26$ K i długości obszaru zaburzenia $x_z = 4$ mm.



Rys. 5.30. Zależność minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q od czasu trwania zaburzenia t_z , $x_z = 4$ mm, $I_r = 100$ A, $T_0 = 26$ K



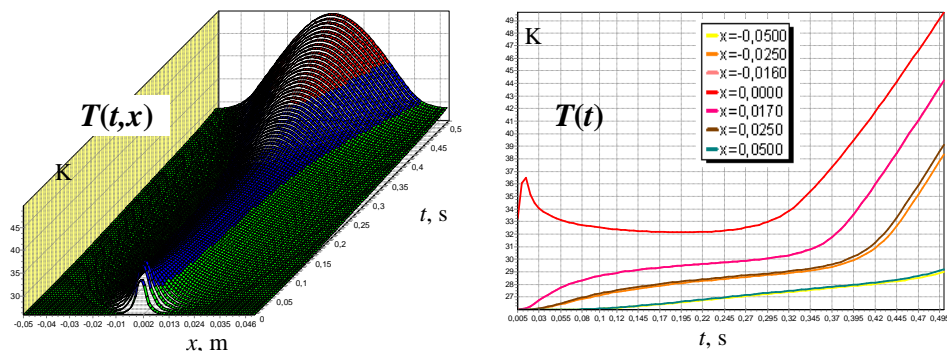
Rys. 5.31. Zależność temperatury zaburzenia T_z oraz temperatury utraty nadprzewodzenia T_q od czasu trwania zaburzenia t_z , $x_z = 4$ mm, $I_r = 100$ A, $T_0 = 26$ K

Z zależności minimalnej energii utraty nadprzewodzenia od czasu zaburzenia $E_q(t_z)$ (rys. 5.30) wynika, że im dłuższy jest czas zaburzenia, tym większa energia może zostać dostarczona do przewodu bez wywołania utraty nadprzewodzenia. W przypadku badanego przewodu MgB_2 dziewięciokrotne zwiększenie czasu trwania zaburzenia t_z (od 10 do 90 ms) powoduje ok. dwukrotne zwiększenie minimalnej energii utraty nadprzewodzenia (z 14,62 do 26,77 mJ). Mechanizmem odpowiedzialnym za zwiększenie wartości energii powodującej utratę nadprzewodzenia jest przewodnictwo cieplne wzdłuż przewodu.

Zależności temperatury utraty nadprzewodzenia T_q oraz temperatury zaburzenia T_z od czasu trwania zaburzenia t_z zamieszczono na wspólnym wykresie

(rys. 5.31). Wynika z niego, że temperatura utraty nadprzewodzenia (czyli temperatura od której zaczyna się wzrost temperatury przewodzący do gwałtownego rozprzestrzenienia się obszaru rezystywnego) ma w przybliżeniu stałą wartość. Zatem przy ustalonych parametrach analizy, tj. $x_z = 4$ mm, $I_r = 100$ A, $T_0 = 26$ K, wzrost wartości całkowitej energii zaburzenia spowodowany jest tym, że już podczas trwania zaburzenia część jego energii przepływa do obszaru sąsiadującego z obszarem zaburzenia.

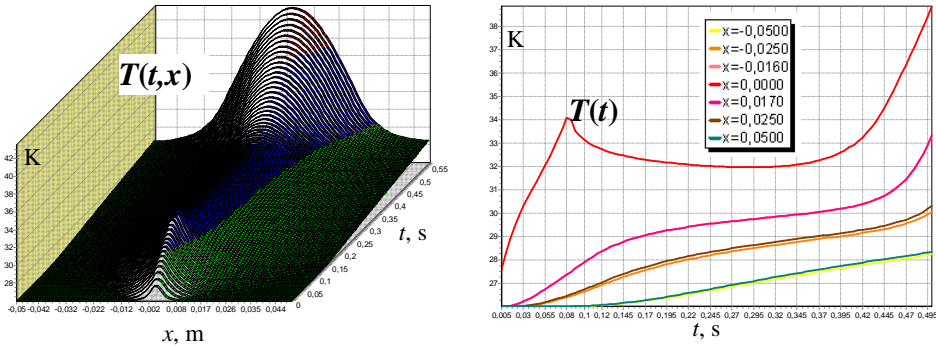
Na kolejnych ilustracjach zamieszczono przestrzenno–czasowe rozkłady temperatury oraz przebiegi temperatury w wybranych punktach przewodu MgB_2 poddanego zaburzeniu trwającemu $t_z = 10$ ms (rys. 5.32) oraz zaburzeniu trwającemu $t_z = 80$ ms. W obu przypadkach na odcinku przewodu o długości $l = 9$ mm działa zaburzenie o długości $x_z = 4$ mm, przy prądzie roboczym $I_r = 100$ A i temperaturze pracy $T_0 = 26$ K, które spowodowało nieodwracalną utratę nadprzewodzenia w przewodzie.



Rys. 5.32. a) Przestrzennoczasowy rozkład temperatury, b) przebiegi temperatury w wybranych punktach przewodu MgB_2 dla energii $E_q = 14,62$ mJ i czasu zaburzenia $t_z = 10$ ms, przy których $T_z = 36,5$ K, $T_q = 32,1$ K, $t_q = 190$ ms

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że wraz ze zmianą czasu trwania zaburzenia t_z zmienia się minimalna energia utraty nadprzewodzenia E_q . Dla zaburzenia trwającego $t_z = 10$ ms wynosi ona $E_q = 14,62$ mJ, natomiast dla zaburzenia o czasie $t_z = 80$ ms $E_q = 25,91$ mJ.

Wydłużenie czasu trwania zaburzenia prowadzi do wzrostu energii, jaką może wchłonąć przewód bez nieodwracalnej utraty nadprzewodzenia. W analizowanym przypadku zwiększenie czasu trwania zaburzenia z $t_z = 10$ ms do $t_z = 80$ ms spowodowało wzrost minimalnej energii utraty nadprzewodzenia blisko dwukrotnie (różnica wynosi 12,15 mJ przy początkowej energii $E_q = 14,62$ mJ). Zmienia się również różnica między temperaturą zaburzenia T_z a temperaturą utraty nadprzewodzenia T_q . Przy $t_z = 10$ ms $T_z - T_q = 4,4$ K, natomiast przy $t_z = 80$ ms zmniejsza się do $T_z - T_q = 2,1$ K, zatem przy dłuższym czasie trwania zaburzenia proces utraty nadprzewodzenia przebiega mniej gwałtownie.

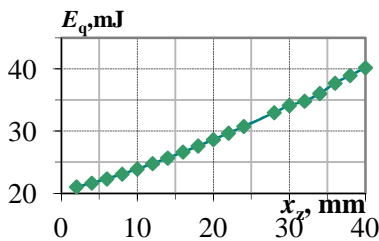


Rys. 5.33. a) Przestrzennoczasowy rozkład temperatury, b) przebiegi temperatury w wybranych punktach przewodu MgB_2 dla energii $E_q = 25,91$ mJ i czasu zaburzenia $t_z = 80$ ms, przy których $T_z = 34,1$ K, $T_q = 32,1$ K, $t_q = 300$ ms

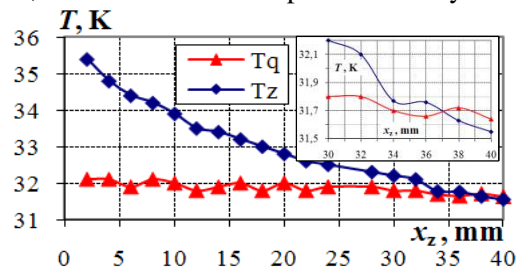
Wpływ długości zaburzenia x_z na parametry zanikania nadprzewodzenia

Długość obszaru x_z w którym działa impuls zaburzający również wpływa na parametry procesu zanikania nadprzewodzenia. Wpływ tego parametru na stabilność wysokotemperaturowego przewodu nadprzewodnikowego, zbadano dla wartości $x_z \in \langle 2 \text{ mm}; 40 \text{ mm} \rangle$, przy czasie trwania zaburzenia $t_z = 40$ ms, temperaturze roboczej $T_0 = 26$ K, prądzie roboczym $I_r = 100$ A, długości analizowanego odcinka przewodu $l = 100$ mm.

Z zależności minimalnej energii utraty nadprzewodzenia $E_q(x_z)$ od długości obszaru zaburzenia x_z (rys. 5.34) widać, że ma ona charakter prawie liniowy.



Rys. 5.34. Zależność minimalnej energii utraty nadprzewodzenia $E_q(x_z)$ od długości obszaru zaburzenia x_z przy $t_z = 40$ ms, $I_r = 100$ A, $T_0 = 26$ K

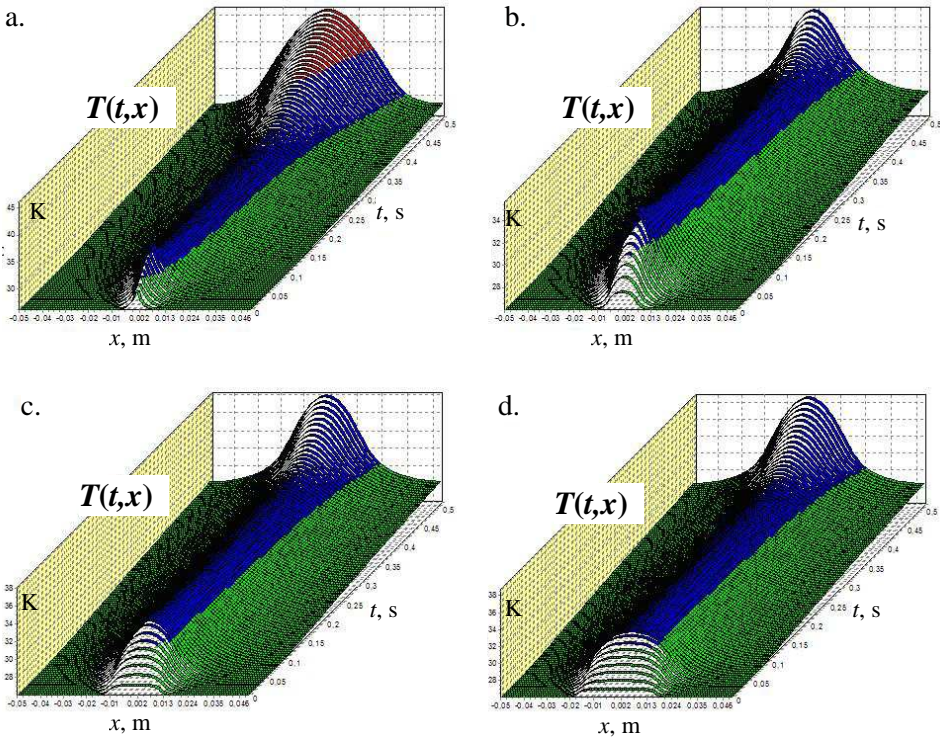


Rys. 5.35. Zależność temperatury zaburzenia $T_z(x_z)$ oraz temperatury utraty nadprzewodzenia $T_q(x_z)$ od długości przedziału zaburzenia x_z , przy $t_z = 40$ ms, $I_r = 100$ A, $T_0 = 26$ K

Na rys. 5.35 zamieszczono wykresy zależności temperatury utraty nadprzewodzenia T_q oraz temperatury zaburzenia T_z od długości obszaru zaburzenia. Wynika z nich, że przy małych długościach zaburzenia x_z temperatura zaburzenia T_z znacznie przewyższa temperaturę utraty nadprzewodzenia T_q . Przy długości zaburzenia rzędu $x_z = 34$ mm temperatury te zbliżają się do siebie. Przy zaburzeniu o długości ok. 37 mm następuje przecięcie tych charakterystyk i wartość

temperatury utraty nadprzewodzenia T_q przewyższa wartość temperatury zaburzenia T_z .

Dość istotna zmiana charakteru procesu utraty nadprzewodzenia w badanym przewodzie przy zmianie długości obszaru zaburzenia w granicach 30-40 mm pozwala przypuszczać, że minimalna długość propagacji strefy rezystywnej badanego przewodu (przy $t_z = 40$ ms, $I_r = 100$ A, $T_0 = 26$ K) wynosi ok. 37 mm.



Rys. 5.36. Przestrzenno-czasowe rozkłady temperatury w przewodzie kompozytowym MgB_2 dla różnych długości przedziału zaburzenia: a) $x_z = 2$ mm, b) $x_z = 12$ mm, c) $x_z = 22$ mm, d) $x_z = 32$ mm

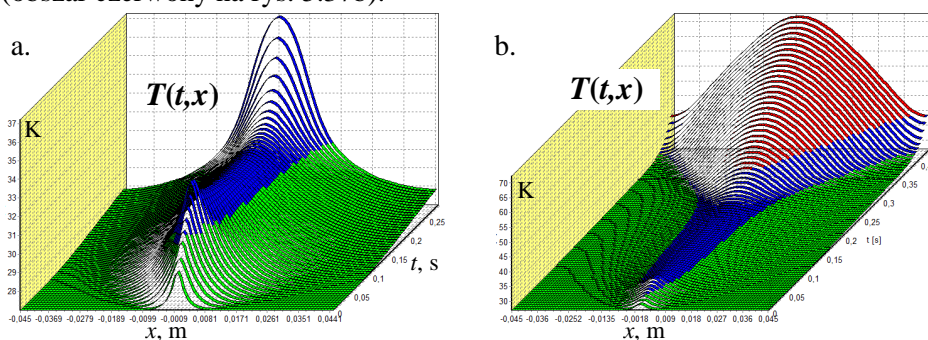
Na rys. 5.36 zamieszczono porównanie rozkładów temperatury w czasie obliczeń. Można zauważyć że wraz ze zwiększaniem długości przedziału zaburzenia zmniejsza się różnica pomiędzy temperaturą zaburzenia a temperaturą utraty nadprzewodzenia.

5.8. Prędkość propagacji strefy rezystywnej

Jednym z podstawowych parametrów analizy procesu utraty nadprzewodzenia przewodu nadprzewodnikowego jest prędkość, z jaką powiększa się obszar, w którym wystąpiła utrata stanu nadprzewodzenia. Program *TapeStab* oblicza średnią prędkość rozchodzenia się strefy podziału prądu oraz średnią prędkość rozchodzenia strefy rezystywnej w której temperatura odcinka przewodu prze-

kracza temperaturę krytyczną $T_{c,j}$. Prędkość propagacji strefy rezystywnej obliczana jest automatycznie podczas przygotowania wyników obliczeń.

Potraktowanie prędkości propagacji strefy rezystywnej jako parametru wymagającego oddzielnej analizy wynika z tego, że podczas poszukiwania wartości minimalnej energii utraty nadprzewodzenia parametry numeryczne dobierano tak, aby jak najdokładniej zobrazować przebiegi i rozkłady temperatury w czasie bezpośrednio poprzedzającym gwałtowną utratę nadprzewodzenia (obszar niebieski na rys. 5.37a). Podczas wyznaczania prędkości propagacji strefy rezystywnej parametry numeryczne dobierano tak, aby w czasie analizy w jak największym stopniu uzyskać obszar gwałtownej utraty stanu nadprzewodzenia (obszar czerwony na rys. 5.37b).



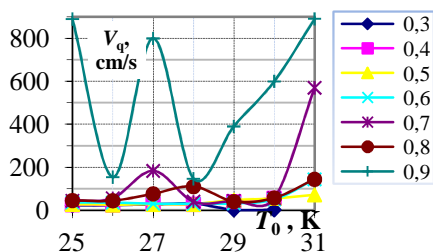
Rys. 5.37. Porównanie uzyskanych w rozkładów temperatury dla parametrów zoptymalizowanych do badania: a) minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q , b) prędkości propagacji strefy rezystywnej V_q

Obliczone prędkości propagacji są prędkościami uśrednionymi w trakcie trwania procesu. Obliczanie tych prędkości rozpoczyna się w momencie przekroczenia temperatury krytycznej T_c , kończy się w momencie, gdy czoło analizowanej strefy przekroczy granice analizowanego odcinka przewodu.

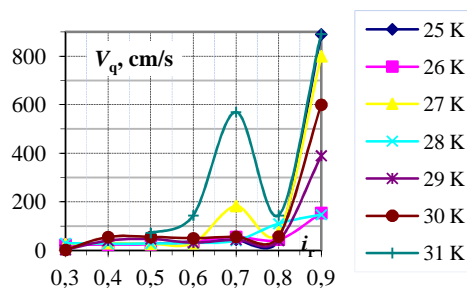
Przeprowadzono szereg analiz numerycznych w celu określenia zależności prędkości propagacji strefy rezystywnej oraz strefy podziału prądu od temperatury roboczej T_0 przewodu oraz od wartości prądu roboczego I_r .

Prędkości propagacji strefy rezystywnej obliczono dla temperatury roboczej w przedziale $\langle 25 \text{ K}; 31 \text{ K} \rangle$ oraz dla względnych wartości prądu roboczego odniesionego do prądu krytycznego $I_c(T_0)$ w danej temperaturze roboczej (rys. 5.38). Obliczenia przy temperaturze roboczej powyżej 31 K nie pozwalały na uzyskanie dokładnych wyników ze względu na zbyt małe wartości prądu krytycznego dla tych temperatur, niewielkie marginesy temperatury, a co za tym idzie długie czasy utraty nadprzewodzenia. Przy dużym prądzie roboczym $I_r = 0,9 I_c$ uzyskane prędkości propagacji mają znaczne wartości i jednocześnie wykazują duże rozbieżności na charakterystyce $V_q(T_0)$. Przy prądach roboczych bliskich prądowi krytycznemu margines stabilności przewodu jest mały, a co za tym idzie proces utraty nadprzewodzenia jest znacznie bardziej

gwałtowny, niż przy niższych wartościach prądu roboczego. Podobnie w przypadku wysokich wartości temperatury pracy margines temperatury jest na tyle mały, że obliczenie parametrów utraty nadprzewodzenia jest trudne nawet przy wykorzystaniu analizy numerycznej. Można stwierdzić jednak, że prędkość rozprzestrzeniania się strefy rezystywnej ma tendencję rosnącą wraz ze wzrostem temperatury roboczej.



Rys. 5.38. Zależność prędkości propagacji strefy rezystywnej $V_q(T_0)$ od temperatury pracy dla różnych i_r



Rys. 5.39. Zależność prędkości propagacji strefy rezystywnej $V_q(I_r)$ od prądu roboczego

Zależność prędkości propagacji strefy rezystywnej od prądu roboczego $V_q(I_r)$ zamieszczona na rys. 5.39 jest znacznie bardziej czytelna, niż w przypadku zależności temperaturowej $V_q(T_0)$ i ma zdecydowanie charakter rosnący.

Dla temperatur pracy wyższych niż 31 K nie przeprowadzono obliczeń prędkości propagacji strefy rezystywnej. W tym zakresie temperatur wartość prądu krytycznego badanego przewodu jest poniżej $I_c(31\text{ K}) = 80\text{ A}$. Dla prądu roboczego wynoszącego $I_r = 0,9 I_c = 72\text{ A}$ wartość minimalnej energii utraty nadprzewodzenia wynosi zaledwie $E_q = 2,55\text{ mJ}$ (rys. 5.25), zatem przewód jest bardzo podatny na utratę nadprzewodzenia. W tym przypadku temperatura rośnie równomiernie na całym analizowanym odcinku a mechanizmem utraty nadprzewodzenia jest jednorodne nagrzewanie się przewodu zamiast klasycznej propagacji strefy rezystywnej. Utrata nadprzewodzenia jest nagła i występuje na dużym obszarze pomimo stosunkowo niewielkiego wzrostu temperatury spowodowanego zaburzeniem ($T_z - T_0 < 1\text{ K}$).

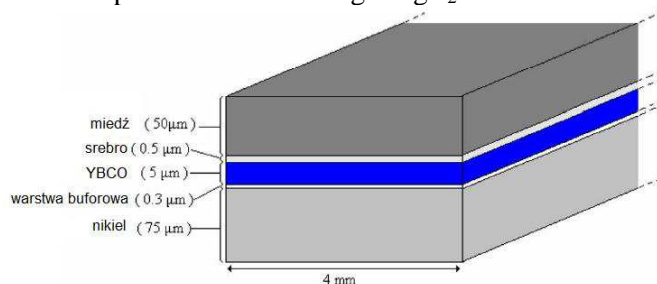
5.9. Analiza stabilności nadprzewodzenia taśmy warstwowej YBCO

Przewody warstwowe II generacji YBCO ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$) weszły w fazę produkcji przemysłowej i stają się bardzo obiecującym składnikiem nadprzewodnikowych urządzeń elektroenergetycznych. Przewody te wykazują znaczne wartości gęstości prądu w obecności silnych pól magnetycznych przy wysokim poziomie temperatur ok. 77 K, które zapewnione są poprzez chłodzenie ciekłym azotem. Taki sposób chłodzenia eliminuje znaczne rozmiary całego układu i koszty chłodzenia kriochłodziarką mechaniczną. W zakresie temperatur 60 – 80 K właściwości cieplne taśm YBCO powodują jednak bardzo powolną dyfuzję ciepła wzdłuż przewodu. Prowadzi to do nadmiernego lokalnego nagrzewa-

nia się przewodu w przypadku wystąpienia zaburzenia nadprzewodzenia. W rezultacie zarówno prędkość propagacji strefy rezystywnej w przewodzie jak i przyrost napięcia są niewielkie, co utrudnia działanie układu zabezpieczającego przed niekontrolowaną utratą nadprzewodzenia.

Mimo prowadzonych ostatnio badań eksperymentalnych nad zanikaniem nadprzewodzenia w taśmach warstwowych YBCO [18,139], wciąż trudny jest do opracowania jego model matematyczny, który uwzględniałby złożone procesy fizyczne, takie jak wpływ rezystancji styków, zjawisko Halla, efekty pojemnościowe oraz szybkie oddziaływania elektrotermiczne pomiędzy warstwami [76,179,180,192,195].

W rozdziale tym do badania procesu zanikania nadprzewodzenia w taśmie warstwowej YBCO wykorzystano opracowany w rozdziale 4 makroskopowy model komputerowy zanikania nadprzewodzenia w przewodzie, który uwzględnia silnie nieliniową zależność temperaturową pojemności i przewodności cieplnej oraz rezystywności przewodu. Korzystając z tego modelu dokonano określenia wpływu temperatury T_0 przewodu oraz prądu roboczego I_r na wybrane parametry dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia w taśmie warstwowej YBCO. Otrzymane wyniki porównano w rozdz. 5.11 z odpowiednimi parametrami stabilności dla przewodu włóknistego MgB_2 .



Rys. 5.40. Przekrój taśmy nadprzewodnikowej YBCO II generacji [113]

Tab. 5.3. Parametry materiałowe badanej taśmy YBCO [113]

Wykładnik potęgowy n	15
Temperatura krytyczna T_c	92 K
Współczynnik wypełnienia η	3,8 %
Pole przekroju poprzecznego A	0,52 mm ²
Średnia gęstość taśmy γ	8650 kg/m ³
Prąd krytyczny (przy 77 K)	100 A

Przewód nadprzewodnikowy YBCO w kształcie cienkiej taśmy warstwowej II generacji (rys. 5.40) [113] ma szerokość 4 mm i grubość zaledwie 130,8 μm , na którą składa się pięć warstw. Podłoże taśmy wykonane ze stopu niklu (grubość 75 μm) oddzielone jest od warstwy nadprzewodnika YBCO (5 μm) warstwą buforową (0,3 μm). Nadprzewodnik jest z kolei oddzielony od warstwy miedzi (50 μm), pełniącej funkcję stabilizatora cieplnego i elektrycznego, cienką warstwą srebra (0,5 μm). Parametry taśmy warstwowej YBCO zamieszczono

w tab. 5.3. W modelu założono liniowość charakterystyki prądu krytycznego $I_c(T)$ taśmy nadprzewodnikowej YBCO przy braku zewnętrznego pola magnetycznego. Przyjęto liniowość charakterystyki prądu krytycznego $I_c(T)$ taśmy nadprzewodnikowej YBCO w zerowym polu magnetycznym.

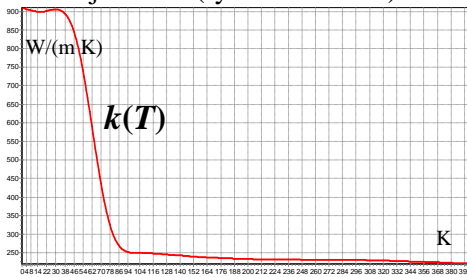
Do obliczenia zastępczej pojemności cieplnej $C_v(T)$ [J/(m³ K)] na podstawie ciepła właściwego c [J/(kg K)] wyznaczono uśrednioną gęstość analizowanej taśmy (tab. 5.4). Ze względu na bardzo niewielki udział w przekroju poprzecznym warstwę srebra oraz buforową pominięto przy obliczaniu średniej gęstości. Na podstawie danych z rys. 5.40 wyznaczono procentową zawartość składników w taśmie (tab. 5.4).

Tab. 5.4. Procentowa zawartość składników taśmy YBCO wraz z ich gęstością [14, 48, 47]

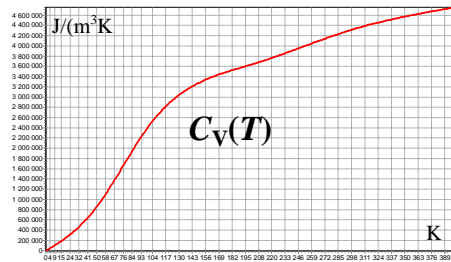
Materiał	Zawartość	Gęstość [kg/m ³]
Ni	57,7%	8350-8900 (8700)
Cu	38,5%	8933
YBCO	3,8%	4400-5300 (5000)

Charakterystyki temperaturowe parametrów taśmy YBCO

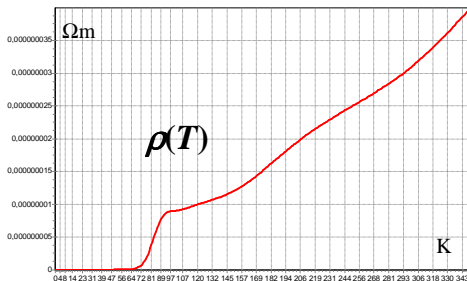
Na podstawie parametrów wejściowych w programie *TapeStab* otrzymano aproksymowane charakterystyki temperaturowe taśmy YBCO (analogicznie jak dla przewodu włóknistego MgB₂/Cu): przewodności cieplnej $k(T)$, pojemności cieplnej $C_v(T)$, rezystywności taśmy $\rho(T)$ i prądu krytycznego $I_c(T)$ taśmy warstwowej YBCO (rys. 5.41 – 5.44).



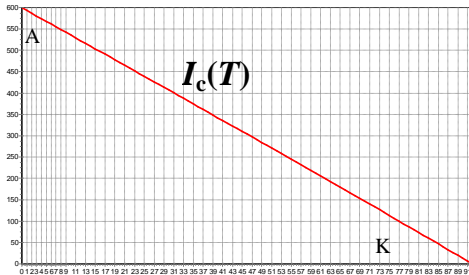
Rys. 5.41. Charakterystyka temperaturowa przewodności cieplnej $k(T)$ taśmy YBCO



Rys. 5.42. Charakterystyka temperaturowa pojemności cieplnej $C_v(T)$ taśmy YBCO



Rys. 5.43. Charakterystyka temperaturowa rezystywności $\rho(T)$ taśmy YBCO

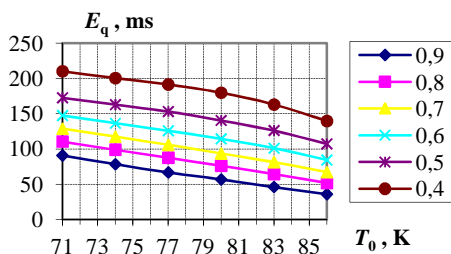


Rys. 5.44. Charakterystyka temperaturowa prądu krytycznego $I_c(T)$ taśmy YBCO

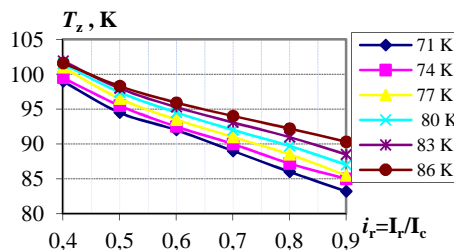
5.10. Wpływ prądu i temperatury pracy na parametry zanikania nadprzewodzenia w przewodzie YBCO

Obliczenia stanów dynamicznych zanikania nadprzewodzenia przeprowadzono dla taśmy YBCO o prądzie roboczym $I_r = 90$ A chłodzonej ciekłym azotem o temperaturze wrzenia $T_0 = 77$ K, będącym czynnikiem chłodzącym w wielu zastosowaniach energetycznych (kable, ograniczniki prądu), jak też w zakresie temperatur roboczych $T_0 \in \langle 71 \text{ K}; 86 \text{ K} \rangle$, uzyskiwanych na drodze chłodzenia kontaktowego przy użyciu kriochłodziarki mechanicznej. Do analizy przyjęto odcinek taśmy o długości $l = 200$ mm oraz zaburzenie cieplne o czasie trwania $t_z = 10$ ms i długości $x_z = 4$ mm. Prąd roboczy zmieniano w zakresie $I_r \in \langle 16 \text{ A}; 126 \text{ A} \rangle$ co odpowiada względnemu prądowi robocemu $i_r = I_r/I_c(T)$ odniesionemu do prądu krytycznego w danej temperaturze $i_r \in \langle 0,3; 0,9 \rangle$.

Na podstawie przebiegów czasowych temperatury w obszarze zaburzenia cieplnego w taśmie YBCO wyznaczono wpływ prądu i temperatury pracy na podstawowe parametry określające dynamikę procesu zanikania nadprzewodzenia.



Rys. 5.45. Zależność minimalnej energii utraty nadprzewodzenia $E_q(T_0, i_r)$ od temperatury T_0 i prądu roboczego i_r



Rys. 5.46. Zależność temperatury zaburzenia $T_z = f(i_r, T_0)$ od prądu i_r i temperatury T_0

Minimalna energia utraty nadprzewodzenia

Minimalna energia utraty nadprzewodzenia $E_q = f(T_0, I_r)$ (rys. 5.45) rośnie wraz ze spadkiem wartości prądu roboczego I_r w przewodzie, natomiast maleje wraz ze wzrostem temperatury pracy T_0 . Zatem wraz ze zmniejszaniem się marginesu temperatury zmniejsza się minimalna energia utraty nadprzewodzenia E_q , pogarszając stabilność nadprzewodzenia taśmy.

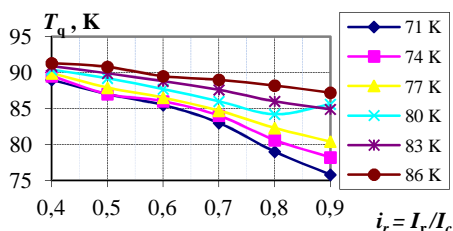
Temperatura zaburzenia

Dzięki analizie stanu dynamicznego zanikania nadprzewodzenia można uzyskać wartość temperatury zaburzenia T_z , do jakiej nagrzewa się przewód w wyniku wystąpienia zaburzenia cieplnego o energii E_z . Obliczenia wartości temperatury zaburzenia przeprowadzono dla zaburzeń o energii równej minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q .

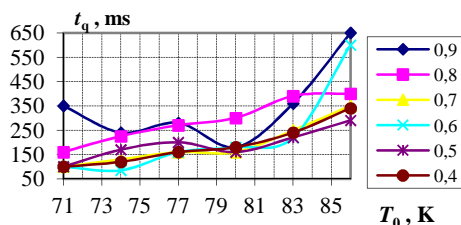
Z zależności $E_q=f(I_r, T_z)$ (rys. 5.46) wynika, że im niższa jest wartość prądu roboczego w przewodzie, tym większy musi być lokalny wzrost temperatury, aby wystąpiła nieodwracalna utrata stanu nadprzewodzenia. Jednocześnie przy dużych wartościach prądu roboczego temperatury zaburzenia przyjmują wartości znacznie mniej zbliżone do siebie, niż ma to miejsce w przypadku małych wartości prądu roboczego. Wskazuje to na znacznie większą dynamikę procesu utraty nadprzewodzenia przy prądach bliższych prądowi krytycznemu.

Temperatura utraty nadprzewodzenia

W warunkach niestabilnej pracy przewodu w stanie dynamicznym po osiągnięciu przez temperaturę wartości równej temperaturze utraty nadprzewodzenia T_q rozpoczyna się gwałtowny wzrost temperatury przewodu nadprzewodnikowego, prowadzący do nieodwracalnej utraty stanu nadprzewodzenia (rys. 5.24). Z zależności $T_q = f(I_r, T_0)$ (rys. 5.47) uzyskanej z obliczeń stanów dynamicznych wynika, że wartość tej temperatury wzrasta wraz ze spadkiem wartości prądu roboczego w przewodzie oraz że temperatury utraty nadprzewodzenia dla różnych temperatur początkowych zbliżają się do siebie. Przy dużym prądzie roboczym gwałtowny wzrost temperatury przewodu rozpoczyna się od znacznie niższych wartości niż przy małym prądzie I_r .



Rys. 5.47. Zależność temperatury utraty nadprzewodzenia $T_q=f(i_r, T_0)$ od prądu i_r dla różnych wartości temperatury pracy T_0



Rys. 5.48. Zależność czasu utraty nadprzewodzenia od temperatury $t_q=f(T_0, i_r)$ dla różnych wartości prądu roboczego i_r

Czas utraty nadprzewodzenia

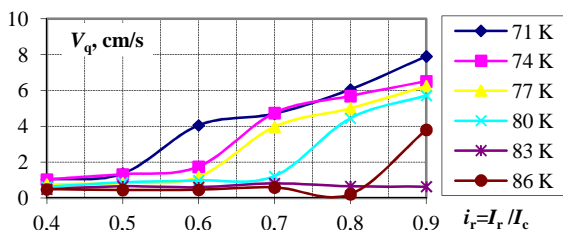
Parametrem określającym dynamikę procesu utraty nadprzewodzenia w przewodzie nadprzewodnikowym jest czas utraty nadprzewodzenia t_q (rys. 5.24). Określa on długość czasu jaki upływa od początku impulsu zaburzającego nadprzewodzenie do chwili, gdy temperatura przewodu zaczyna gwałtownie rosnąć, powodując nieodwracalną utratę stanu nadprzewodzenia w przewodzie.

Z otrzymanej zależności czasu utraty nadprzewodzenia $t_q = f(I_r, T_0)$ (rys. 5.48) dla taśmy nadprzewodnikowej YBCO wynika, że dynamika procesu utraty nadprzewodzenia zależy przede wszystkim od wartości prądu roboczego I_r . W niższych temperaturach względny prąd roboczy (odniesiony do prądu krytycznego w danej temperaturze) $I_c(T)$ ma większe wartości, a jednocześnie czas

utruty nadprzewodzenia t_q ma niższe wartości niż w temperaturach bliższych temperaturze krytycznej T_c .

Prędkość propagacji strefy rezystywnej

Z charakterystyk prędkości propagacji strefy rezystywnej $V_q = f(I_r, T_0)$ (rys. 5.49) otrzymanych w wyniku obliczeń zanikania nadprzewodzenia wynika, że parametrem mającym największe znaczenie dla prędkości V_q jest wartość prądu roboczego w przewodzie. Prąd ten został dobrany w odniesieniu do prądu krytycznego $I_c(T_0)$ w danej temperaturze pracy, tzn. że w niższych temperaturach wartość prądu roboczego dla np. $0,9 I_c$ jest większa niż w wyższych.



Rys. 5.49. Zależność prędkości propagacji strefy rezystywnej od prądu roboczego $V_q = f(i_r)$, dla wybranych temperatur pracy T_0 taśmy YBCO

Wartość prądu w przewodzie określa maksymalną możliwą do osiągnięcia gęstość mocy cieplnej w przewodzie, a to z kolei określa maksymalną szybkość wydzielania w nim ciepła, co z kolei wpływa na prędkość propagacji strefy rezystywnej. Bardzo ważnym czynnikiem wpływającym na szybkość z jaką ciepło przepływa wewnątrz taśmy na drodze przewodzenia, są parametry materiałowe takie jak pojemność cieplna C_v i przewodność cieplna k .

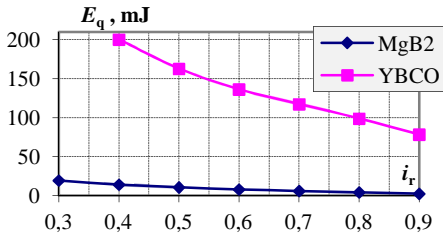
5.11. Porównanie parametrów stabilności przewodów MgB_2 i YBCO

Na podstawie komputerowych badań przewodów włóknistych MgB_2 i taśm warstwowych YBCO (rozdz. 5.2 - 5.10) porównano charakterystyki wybranych parametrów stabilności: minimalnej energii utraty nadprzewodzenia $E_q(i_r)$ (rys. 5.50) i prędkości propagacji strefy rezystywnej $V_q(i_r)$ (rys. 5.51) w zależności od prądu roboczego.

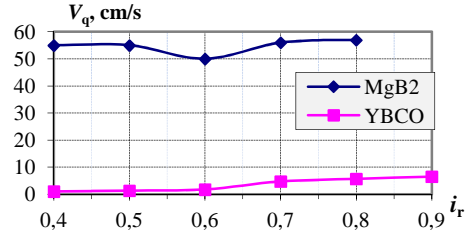
Dla szacunkowego porównania charakterystyk obu przewodów mających zupełnie inne temperatury pracy założono, że oba przewody pracują w temperaturze stanowiącej 80% wartości temperatury krytycznej T_c każdego z tych przewodów ($T_{c, MgB_2} = 39$ K, $T_{c, YBCO} = 92$ K). Zależności $E_q(i_r, T_0)$ (rys. 5.50) obliczono zatem odpowiednio dla temperatur roboczych $I_{r, MgB_2} = 31$ K oraz $I_{r, YBCO} = 74$ K. Otrzymane wartości minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q dla przewodu MgB_2 są w całym analizowanym zakresie prądu roboczego o rząd wielkości mniejsze niż dla taśmy YBCO. Zatem taśma ta ma znacznie większą odporność na zaburzenia termiczne niż przewód MgB_2 .

Dla porównania charakterystyk prędkości propagacji strefy rezystywnej $V_q(i_r)$, podobnie jak dla energii $E_q(i_r)$, wyznaczono te charakterystyki dla odpowiednich temperatur roboczych $T_0 = 0,8 T_c$ obu przewodów (rys. 5.51). Prędko-

ści V_q w przewodzie MgB_2 są o rząd wielkości większe niż dla taśmy YBCO, co wskazuje na znacznie większą dynamikę zanikania nadprzewodzenia w tym przewodzie. Na prędkość V_q wpływ ma także prąd roboczy i_r oraz parametry cieplne: pojemność C_v i przewodność k przewodu.



Rys. 5.50. Zależność minimalnej energii utraty nadprzewodzenia $E_q(i_r)$ dla przewodów MgB_2 oraz YBCO w temperaturze $T_0 = 0,8 T_c$



Rys. 5.51. Zależność prędkości propagacji strefy rezystywnej $V_q(i_r)$ dla przewodów wykonanych z nadprzewodników MgB_2 oraz YBCO w temperaturze $T_0 = 0,8 T_c$

5.12. Wnioski

Wraz ze wzrostem temperatury początkowej spada margines stabilności analizowanych przewodów. W przypadku przewodu MgB_2 jak i taśmy YBCO uzyskane minimalne wartości energii utraty nadprzewodzenia E_q maleją w miarę zbliżania się temperatury początkowej do temperatury krytycznej T_c .

Różnicę między temperaturą zaburzenia a temperaturą utraty nadprzewodzenia $\Delta T = T_z - T_q$ można również interpretować jako temperaturowy margines stabilności. W przypadku analizowanych przewodów wraz ze wzrostem temperatury początkowej różnica ta zmniejsza się.

Wraz ze wzrostem prądu roboczego (zbliżaniem się wartości prądu roboczego I_r do wartości prądu krytycznego $I_c(T_0)$ w danej temperaturze początkowej) zmniejsza się prądowy margines stabilności oraz wartość minimalnej energii utraty nadprzewodzenia.

Czas utraty nadprzewodzenia t_q jest parametrem niejednoznacznym, jego interpretacja jest trudna a uzyskane czasy nie pozwalają na wyciągnięcie konkretnych wniosków. Na parametr ten wpływają następujące czynniki.

- Prąd roboczy; Im większy jest prąd płynący w przewodzie (niezależnie od temperatury początkowej, ważna jest wartość prądu), tym krótszy jest czas utraty nadprzewodzenia, a tym samym proces utraty nadprzewodzenia jest bardziej dynamiczny. Wydłużenie wartości czasu utraty nadprzewodzenia jest spowodowane tym, że prądy robocze są uzależnione od temperatury pracy T_0 . Przykładowo $0,8 I_c(T_0 = 30 \text{ K}) > 0,8 I_c(T_0 = 31 \text{ K})$, co potwierdza, że czas utraty nadprzewodzenia zależy od wartości bezwzględnej prądu.
- Energia zaburzenia; Im wartość energii zaburzenia E_z jest bliższa minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q , tym większy jest czas utraty nadprzewodzenia.

nia t_q . Gdy przewód jest w stanie równowagi termicznej, wystąpi stacjonarna strefa rezystywna. Wówczas czas t_q dąży do nieskończoności.

Wartości parametrów pracy (temperatura robocza T_0 oraz prąd roboczy I_r) wpływają na złożoność i dokładność numerycznego wyznaczania minimalnej energii utraty nadprzewodzenia. W niektórych przypadkach obliczeniowych, parametry pracy T_0 i I_r mają jednocześnie duże wartości bliskie wartościom parametrów krytycznych T_c i I_c . W takich sytuacjach uzyskanie dokładnej wartości energii utraty nadprzewodzenia E_q dla każdego punktu charakterystyki $E_q(I_r, T_0)$ wymaga kilkunastu próbnych procesów obliczeniowych, z których każdy zajmuje po kilka minut.

Przy małych wartościach energii zaburzenia czasy utraty nadprzewodzenia są duże, a zmiany energii zaburzenia nie powodują istotnych zmian w uzyskanych rozkładach przestrzenno-czasowych, co utrudnia jednoznaczną interpretację uzyskanych wyników. Odwrotna sytuacja ma miejsce przy małych wartościach temperatury pracy, gdy niewielkie zmiany energii zaburzenia powodują duże różnice w przestrzenno-czasowych rozkładach temperatur.

6. KOMPUTEROWY MODEL ZANIKANIA NADPRZEWODZENIA W UZWOJENIU NADPRZEWODNIKOWYM

Niezbędnym etapem projektowania warunków pracy uzwojenia nadprzewodnikowego jest analiza jego stabilności w sytuacji wystąpienia zewnętrznego zaburzenia energetycznego. Może ono spowodować lokalny zanik nadprzewodzenia, prowadzący następnie do jego odzyskania lub do niekontrolowanej gwałtownej utraty tego stanu. W tym drugim przypadku następuje gwałtowne rozładowanie zgromadzonej energii i zanik prądu. Uzwojenie narażone wtedy jest na odkształcenia i rozrywanie zwojów wywołane znacznymi siłami elektrodynamicznymi i naprężeniami. Występuje również nadmierne nagrzewanie się uzwojenia prowadzące do stopienia przewodu i izolacji oraz zwarć, a także przepięć na odcinkach przewodu objętych strefą rezystywną [58,60,131,183].

Najdokładniejszym sposobem poznania procesów zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniach nadprzewodnikowych są badania eksperymentalne prowadzone przy użyciu skomputeryzowanych układów pomiarowych i systemu czujników [62,106,107]. Ciekawą metodą wykrywania i lokalizacji słabych (tzw. gorących) punktów (*hot spots*) w uzwojeniach jak i pojedynczych przewodach, narażonych najbardziej na utratę nadprzewodzenia, jest metoda emisji akustycznej [79,91,187]. Badania te są jednak kosztowne w przypadku uzwojeń z nadprzewodników niskotemperaturowych LTS wymagających chłodzenia ciekłym helem lub kriochłodziarką mechaniczną, bądź w przypadku uzwojeń z wciąż jeszcze drogich nadprzewodników HTS i ograniczają się tylko do zbudowanego już obiektu. Inna sytuacja jest w przypadku projektowania nowego urządzenia nadprzewodnikowego pod kątem zapewnienia jego stabilności termicznej. Nieodzowne staje się wtedy analizowanie dynamicznych procesów zanikania nadprzewodzenia dla wielu wartości parametrów uzwojenia nadprzewodnikowego w celu doboru najwłaściwszego rozwiązania. Dlatego też celowe jest rozwijanie i doskonalenie modeli komputerowych procesu zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniach nadprzewodnikowych.

Klasyczne modele analizy zanikania nadprzewodzenia i stabilności uzwojeń nadprzewodnikowych opierają się głównie na analitycznych stacjonarnych zależnościach przedstawionych w rozdziale 3. Analiza propagacji strefy rezystywnej pomiędzy zwojami w uzwojeniu bazuje na statycznej zależności pomiędzy prędkościami czoła strefy rezystywnej i przewodnościami cieplnymi w kierunku podłużnym i poprzecznym przewodu nawojowego [1,60,77,131,183]. W ujęciu tym nie uwzględniona jest zmienność parametrów krytycznych nadprzewodnika w przestrzeni uzwojenia podczas procesu zanikania nadprzewodzenia. Pomijany jest także dwuwymiarowy silnie niejednorodny rozkład pola magnetycznego w przekroju poprzecznym uzwojenia, szczególnie w przypadku uzwojenia cylindrycznego. Realizacja obliczeniowa modeli analitycznych dynamiki propagacji strefy rezystywnej jest dość kłopotliwa ze względu na konieczność analitycznego rozwiązywania podwójnego równania całkowitego z nieliniowym jądrem

[183]. Z kolei próba potraktowania uzwojenia jako jednorodnego środowiska o uśrednionych właściwościach sprowadziła się, ze względu na ograniczone możliwości obliczeń analitycznych, do rozpatrzenia stacjonarnej generacji ciepła, co jest przypadkiem sztucznym, zachodzącym wyłącznie w warunkach laboratoryjnych. Obszerne omówienie wielu klasycznych modeli matematycznych, wykorzystujących głównie podejście obwodowe w analizie zarówno symbolicznej jak i numerycznej, opartych jednak w dużej mierze na wyznaczonych wcześniej empirycznie prędkościach propagacji strefy rezystywnej zawarto w rozprawie [147].

W ostatniej dekadzie opracowano technologię i komercyjne wykorzystanie w urządzeniach nadprzewodnikowych przewodów nawojowych MgB_2 [36] i przewodów drugiej generacji YBCO [33,134]. Polepszeniu uległy też parametry użytkowe przewodów NbTi [30] i BSCCO [119]. Dlatego ponownie wzrosło zainteresowanie modelowaniem matematycznym zanikania nadprzewodzenia i stabilności uzwojeń wykonanych z tych przewodów [27,29,34,53,75,76,94,116,120,143,177]. Formułowane modele matematyczne zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniach zależne są od typu geometrii uzwojenia (rozdz. 2.6) (cylindryczne [32,37,51,72,148] lub krążkowe [27,75,78,97,118,172], zastosowanego przewodu (NbTi [13,51,74,88,148], Bi2223 [50,56,80,97], Bi2212 [175], MgB_2 [1,29,34,103,144], YBCO [75,78,116,172,177]), obecności [192] lub nieobecności [191] stabilizatora Cu w przewodzie drugiej generacji 2G oraz typu chłodzenia (kontaktowe [52,98], cieczą kriogeniczną - ciekłym wodorem [117], suchym azotem SN_2 [139]).

Zwiększenie mocy obliczeniowej, szybkości działania i pamięci operacyjnej współczesnego sprzętu komputerowego zachęca do nowego polowo-obwodowego podejścia w analizie dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu. Polega ono na sprzęgnięciu trójwymiarowego opisu zagadnienia niestacjonarnego przewodzenia ciepła w uzwojeniu z równaniami opisującymi jego obwód elektryczny i pole magnetyczne [17]. W tej trójwymiarowej analizie wciąż jednak trudność sprawia uwzględnienie temperaturowo-zależnej nieliniowości i zmienności w czasie parametrów materiałowych. Z kolei próbę uwzględnienia anizotropowości przewodności cieplnej uzwojenia zrealizowano w pracy [95]. Zastosowanie komercyjnego oprogramowania polowego opartego na metodzie elementów skończonych [7,16], które najczęściej nie uwzględnia specyfiki zjawiska nadprzewodnictwa i jego zanikania, ograniczone jest tylko do analizy zjawiskowo uproszczonych, zazwyczaj stacjonarnych zagadnień polowo-obwodowych. Ponadto analiza numeryczna stabilności uzwojenia nadprzewodnikowego wymaga przeprowadzenia powtarzających się obliczeń dla wielu wartości parametrów wejściowych (np. lokalizacji, energii, rozmiaru i czasu trwania impulsu zaburzającego nadprzewodzenie). Dzięki temu możliwe jest ustalenie wartości parametrów pracy uzwojenia, przy których następuje zmiana

charakteru procesu zanikania nadprzewodzenia z kontrolowanego na lawinowy (niekontrolowany).

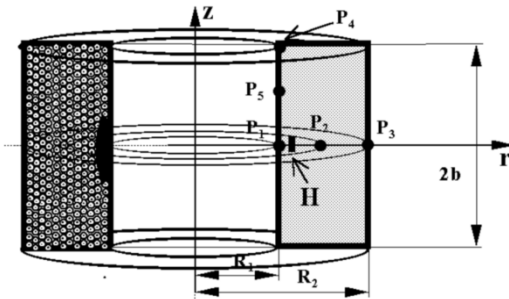
W rozdziale tym zaprezentowany został komputerowy model i program dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu nawiniętym przewodem NbTi/Cu oparty na autorskim algorytmie numerycznym bazującym na pełnej geometrii cylindrycznej, opracowanym i zbadanym m.in. w [151,152,155,158]. W algorytmie tym uwzględnione zostały różnorodne powiązania zjawisk cieplnych, magnetycznych i elektrycznych oraz ich zmienność w przestrzeni uzwojenia podczas procesu zanikania nadprzewodzenia.

Opisany model komputerowy posłuży w rozdziale 7 do badania rozkładów i przebiegów wielkości charakteryzujących proces zanikania nadprzewodzenia, które są niezbędne do badania stabilności termicznej uzwojenia nadprzewodnikowego.

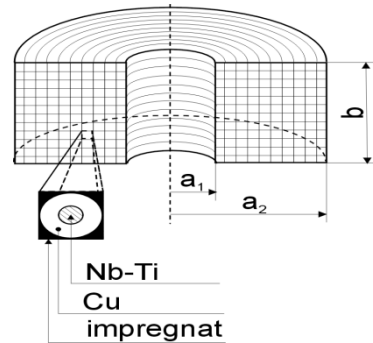
6.1. Model matematyczny zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu nadprzewodnikowym NbTi/Cu

Założenia modelu matematycznego

1. Uzwojenie cylindryczne ma geometrię osiowosymetryczną, pozwalającą na dwuwymiarową analizę pola magnetycznego i cieplnego w kierunku promieniowym r i osiowym z uzwojenia (rys. 6.1). Założenie to możliwe jest do przyjęcia dzięki zastąpieniu uproszczonej geometrii kartezjańskiej [148,149] nowym algorytmem numerycznego rozwiązywania niestacjonarnego równania różniczkowego przewodnictwa cieplnego w pełnym układzie cylindrycznym [154,155,158].



Rys. 6.1. Osiowosymetryczna geometria (r,z) modelu matematycznego cylindrycznego uzwojenia nadprzewodnikowego NbTi/Cu: R_1 – promień wewnętrzny uzwojenia, R_2 – promień zewnętrzny, $2b$ – wysokość uzwojenia, H – lokalizacja zaburzenia nadprzewodzenia, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 – lokalizacja punktów obserwacji wielkości charakteryzujących proces zanikania nadprzewodzenia



Rys. 6.2. Dyskretyzacja przekroju poprzecznego cylindrycznego uzwojenia nadprzewodnikowego NbTi/Cu; w powiększeniu pokazano model pojedynczej elementarnej komórki shomogenizowanego uzwojenia

2. Dyfuzja cieplna w uzwojeniu cylindrycznym ma charakter dwuwymiarowy w kierunkach r i z (rys. 6.1, lewa część przekroju): prędkość propagacji ciepła wzdłuż zwoju $V_l \gg V_r$ i $V_l \gg V_z$ z czego wynika, że dominującym zjawiskiem jest dyfuzja ciepła w kierunku r i z [60,146,148,183].

Strefa rezystywna zainicjowana w pojedynczym punkcie przemieszcza się azymutalnie wzdłuż przewodów okrążając obwód uzwojenia i spotyka się w punkcie położonym po przeciwnej stronie uzwojenia. Zachodzi to w czasie

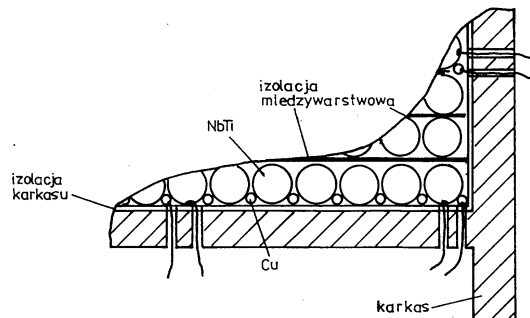
$$t_1 = \pi R_b / V_l \quad (6.1)$$

gdzie R_b jest promieniem otworu magnesu. Dla czasu $t > t_1$ wzrost strefy rezystywnej jest zasadniczo dwuwymiarowy: osiowy i promieniowy. Względny udział poprzecznego i podłużnego rozchodzenia się jest zależny od względnych rozmiarów uzwojenia i przewodu. Propagacja poprzeczna dominuje w uzwojeniu, jeżeli

$$V_l / V_r > R_w / (\pi R_b) \quad (6.2)$$

gdzie R_w - promień przekroju poprzecznego przewodu. Ponieważ stosunek prędkości poprzecznej do podłużnej jest rzędu 10^{-2} , to propagacja poprzeczna dominuje we wszystkich uzwojeniach adiabatycznych impregnowanych żywicami epoksydowymi, z wyjątkiem uzwojeń o małym otworze, nawiniętych przewodem o dużej średnicy. Dla większości uzwojeń silnoprądowych jest więc możliwe zredukowanie zagadnienia trójwymiarowego do dwuwymiarowego [51], co prowadzi do uproszczenia modelu obliczeniowego propagacji strefy rezystywnej w uzwojeniu, uzasadnione eksperymentalnie [72].

3. Przestrzeń uzwojenia, złożona z gęsto nawiniętych zwojów cienkiego kompozytowego przewodu nadprzewodnikowego o strukturze włóknistej zaimpregnowanych żywicą epoksydową, traktowana jest jako środowisko sztywne, jednorodne i ciągłe. Ze względu na dużą liczbę zwojów przypadającą na jednostkę powierzchni w stosunku do wymiarów zewnętrznych uzwojenia nie jest możliwe uwzględnienie w obliczeniach bardzo gęstej i w rzeczywistości nieciągłej struktury uzwojenia oraz poszczególnych zwojów (rys. 6.3).



Rys. 6.3. Fragment przekroju cylindrycznego uzwojenia nadprzewodnikowego NbTi/Cu [107]

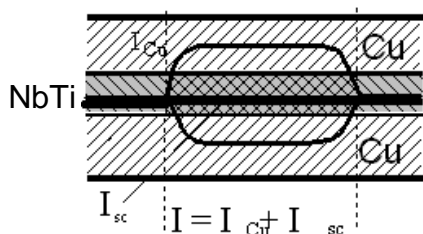
4. Elementarna prostokątna komórka uzwojenia (rys. 6.2), przyjęta do obliczeń numerycznych, ma jednakowe uśrednione wartości ciepła właściwego, przewodności cieplnej, rezystywności nadprzewodnika i stabilizatora, indukcji magnetycznej oraz parametry krytyczne nadprzewodnika.

Założenie to, poza przydatnością w obliczeniach numerycznych, ma także uzasadnienie merytoryczne, gdyż dla komercyjnego przewodu nie ma potrzeby rozpatrywania rozkładu wielkości fizycznych w jego strukturze wewnętrznej.

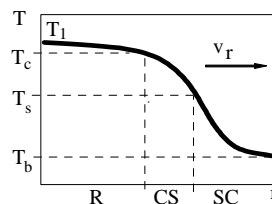
5. Możliwe jest uwzględnienie w opisie zjawisk nieliniowej zależności temperaturowej pojemności $C_V(T)$ i przewodności cieplnej $k(T)$, natomiast nie uwzględnia się anizotropowości tego ostatniego parametru. W autorskim algorytmie numerycznego rozwiązywania równania dyfuzji nie rozwiązano jeszcze tego zagadnienia numerycznego, co jednak dla przewodu NbTi/Cu o przekroju kołowym nie wykazującego anizotropowości nie prowadzi do istotnych rozbieżności [95].

6. Chwilowa uśredniona (inżynierska lub techniczna) gęstość prądu jest jednakowa w całym przekroju poprzecznym uzwojenia, bez względu na lokalny podział prądu $I = I_{sc} + I_{Cu}$ pomiędzy nadprzewodnikiem (I_{sc}) a stabilizatorem (I_{Cu}) (rys. 6.4).

W obliczeniach parametrów krytycznych nadprzewodnika w danym punkcie uzwojenia uwzględnia się gęstość prądu w nadprzewodniku, natomiast generację ciepła w matrycy miedzianej oblicza się na podstawie gęstości prądu w miedzi. Wielkości te obliczane są dla znanej wewnętrznej struktury i składu procentowego pojedynczego kompozytowego drutu nadprzewodnikowego.



Rys. 6.4. Podział prądu I w kompozytowym przewodzie nadprzewodnikowym NbTi/Cu pomiędzy nadprzewodnikiem I_{sc} a matrycą miedzianą I_{Cu}

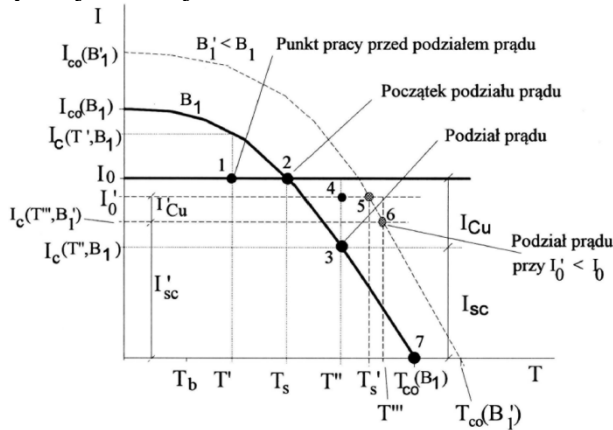


Rys. 6.5. Typy obszarów występujące przy propagacji strefy rezystywnej w kierunku promieniowym r uzwojenia: R - obszar całkowicie rezystywny, w którym prąd płynie tylko w miedzi, CS - obszar podziału prądu, SC - obszar całkowicie nadprzewodzący

7. Kryterium przejścia ze stanu nadprzewodzenia do rezystywnego jest temperatura podziału prądu (przejścia rezystywnego) $T_s(B, J)$ (rys. 6.5), zależna od chwilowych wartości indukcji $B(r, z, t)$ w danym punkcie uzwojenia i uśrednionej gęstości prądu $J(t)$.

Założenie to odwraca kolejność obliczeń stosowaną w klasycznych modelach [58,131,183] propagacji strefy rezystywnej w uzwojeniach nadprze-

wodnikowych. W autorskim modelu prędkości propagacji V_r i V_z obliczane są dopiero w końcowej fazie obliczeń jako skutki propagacji a nie ich przyczyny, co wynika z logicznej kolejności analizy przyczyn i skutków zjawiska propagacji strefy rezystywnej w uzwojeniu.



Rys. 6.6. Charakterystyki krytyczne nadprzewodnika $I_c=f(T)$ dla wybranej lokalizacji w uzwojeniu o indukcji B_1 (w chwili t_1) oraz o indukcji B_1' (w chwili t_1') podczas procesu zanikania nadprzewodzenia i obniżania się prądu I_0 w uzwojeniu; Pokazano przechodzenie lokalnego punktu pracy uzwojenia podczas przejmowania prądu w nadprzewodniku przez matrycę miedzianą

8. Wymuszenie zaburzenia cieplnego realizowane jest poprzez początkowy rozkład temperatury $T_0(r, z, t_0)$ uwzględniający lokalne zaburzenie temperaturowe lub impuls energetyczny reprezentowany w równaniu dyfuzji cieplnej (równ. 3.3) przez lokalną początkową wartość gęstości mocy cieplnej $g_d(r, z, t)$ o określonej lokalizacji (r, z) i czasie trwania t .

9. Funkcja objętościowej gęstości mocy cieplnej $g(r, z, t)$, zależna od temperatury (rys. 6.7), zmieniająca się w przestrzeni i czasie, reprezentuje strefę rezystywną w dwuwymiarowej przestrzeni r - z uzwojenia:

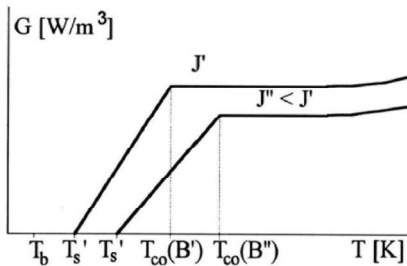
$$g(r, z, t) = \delta(B, T) \cdot \rho_{Cu}(t) \cdot \frac{I_{Cu}(t) \cdot I(t)}{A_{Cu} \cdot A} \quad (6.3)$$

przy czym współczynnik $\delta(B, T)$ określony jest w zależności od typu obszaru (SC – obszar nadprzewodzenia, CS – obszar podziału prądu, R – obszar rezystywny)

$$\delta(B, T) = \begin{cases} 0 & \text{dla } T_0 < T < T_s \quad (\text{SC}) \\ \frac{T - T_s}{T_{co}(B) - T_s} & \text{dla } T_s < T < T_{co}(B) \quad (\text{CS}), \\ 1 & \text{dla } T > T_{co}(B) \quad (\text{R}) \end{cases} \quad (6.4)$$

gdzie: $\rho_{Cu}(T, B)$ – rezystywność miedzi zależna od temperatury i indukcji magnetycznej, A_{Cu} – powierzchnia przekroju poprzecznego miedzi w przewodzie,

A_{sc} – powierzchnia przekroju poprzecznego nadprzewodnika w przewodzie, $A = A_{sc} + A_{Cu}$ – powierzchnia przekroju całego przewodu kompozytowego (bez izolacji i impregnatu), $I(t)$ – prąd w uzwojeniu, T_0 – temperatura robocza (początkowa) zapewniana przez ciecz kriogeniczną (hel) lub kriochłodziarkę mechaniczną, $T_{co}(B) = T_c(B, 0)$ – temperatura krytyczna nadprzewodnika dla indukcji B i gęstości prądu $J = 0$, $T_s = T_c(B, J)$ – temperatura przy której zaczyna się podział prądu między włóknami nadprzewodnika a matryca miedzianą (temperatura przejścia rezystywnego).



Rys. 6.7. Zależność lokalnej gęstości mocy cieplnej $g(T)$ od temperatury przy gęstości prądu w uzwojeniu J' oraz $J'' < J'$

10. Rozkład indukcji magnetycznej w uzwojeniu dla chwilowej wartości prądu $I(t)$ (lub uśrednionej gęstości prądu $J(t)$), niezbędny do obliczania chwilowego rozkładu temperatury podziału prądu $T_s[B(r, z, t), J(t)]$ przy uśrednionej gęstości prądu $J(t)$ oblicza się na podstawie znormalizowanego rozkładu indukcji. Rozkład ten obliczany jest jednorazowo w komercyjnym programie opartym na metodzie elementów skończonych FEM (rys. 6.8).

Ponieważ uzwojenie nawinięte jest na karkasie aluminiowym i nie zawiera elementów ferromagnetycznych, można je potraktować jako jednorodną (założenie 3) cewkę powietrzną, w której indukcja magnetyczna zależy liniowo od uśrednionej gęstości prądu. W przypadku zmiany wymiarów poprzecznych uzwojenia (grubości $b = R_2 - R_1$ i długości $2d$) w programie obliczeniowym następuje skalowanie indukcji w stosunku do rozkładu znormalizowanego obliczonego dla przykładowych (znormalizowanych) parametrów.

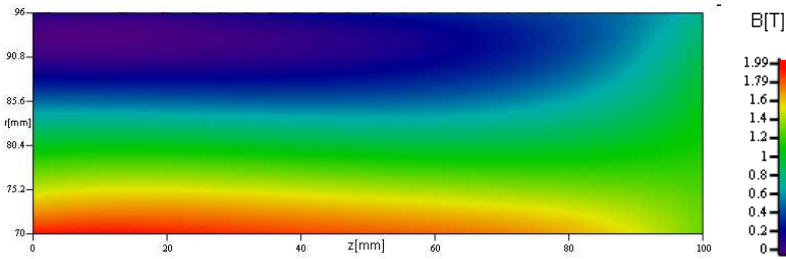
Tab. 6.1. Parametry uzwojenia wykorzystanego do wyznaczenia znormalizowanego rozkładu indukcji magnetycznej

Parametr	Oznaczenie	Wartość
Średnica wewnętrzna	$2 R_1$	0,140 m
Średnica zewnętrzna	$2 R_2$	0,192 m
Długość	d	0,200 m
Zawartość nadprzewodnika	f_{sc}	31,4%
Prąd	I	250 A
Uśredniona gęstość prądu	J_z	$0,785 \cdot 10^8$ A

Uśredniona gęstość prądu uwzględnia zawartość poszczególnych składników w całym przekroju poprzecznym uzwojenia

$$J = \frac{J_{sc} \cdot A_{sc}}{A_{sc} + A_{Cu} + A_{ep}} \quad (6.5)$$

przy czym $A = A_{sc} + A_{Cu} + A_{ep}$ jest polem powierzchni pojedynczej komórki elementarnej, tj. sumą pól powierzchni nadprzewodnika, miedzi i impregnatu (żywicy epoksydowej).



Rys. 6.8 Niejednorodny rozkład indukcji magnetycznej $B(r,z)$ w połowie przekroju uzwojenia cylindrycznego dla uśrednionej gęstości prądu $J(t)$, powodujący niejednorodny rozkład temperatury $T_s(r,z)$ przejścia do stanu rezystywnego

Znormalizowany rozkład indukcji magnetycznej został zinterpolowany dwuwymiarową funkcją wielomianową piątego stopnia w programie Mathcad. Dla uzwojeń o dowolnych wymiarach rozkład indukcji $B(r,z)$ wyznacza się w algorytmie według wzorów

$$B' = B(r', z') \cdot \frac{J'}{J} \quad r' = r \cdot \frac{d}{d'} \quad z' = z \cdot \frac{b}{b'} \quad (6.6)$$

gdzie: $d' = R_2 - R_1$ – grubość rzeczywistego uzwojenia, b' – połowa długości rzeczywistego uzwojenia, J' – uśredniona gęstość prądu rzeczywistego uzwojenia.

11. Długi czas procesu cieplnego zanikania nadprzewodzenia w stosunku do czasu trwania zjawisk elektromagnetycznych pozwala na zaniedbanie prądów wirowych indukowanych w przewodach.

Samorzutny proces rozładowywania energii zgromadzonej w uzwojeniu towarzyszący zanikaniu nadprzewodzenia trwa zwykle, jak wskazują pomiary [51,62,72] oraz obliczenia stałej czasowej τ procesu [183] od 0,5 s do kilku sekund. Jest to więc proces powolny, w którym głębokość wnikania fali elektromagnetycznej do miedzi jest rzędu 0,01 m. Przy średnicy zastosowanego drutu kompozytowego rzędu 0,001 m zjawiska wnikania fali elektromagnetycznej jak również indukowanych prądów wirowych w procesie zanikania nadprzewodzenia praktycznie nie odgrywają roli.

12. Parametrem wiążącym dyfuzję ciepła w uzwojeniu z obwodem elektrycznym uzwojenia jest rezystancja strefy rezystywnej, obliczana jako suma rezystancji n komórek elementarnych, w których następuje generacja ciepła:

$$R(t_n) = \sum_i^n \rho_{Cu(i)}(T, B) \frac{l_{(i)}}{A_{Cu}} \quad (6.7)$$

gdzie: $\rho_{Cu(i)}(T, B)$ – rezystywność miedzi w komórce elementarnej zależna od temperatury i indukcji, $l_{(i)} = 2 \pi r_{(i)}$ – zależna od promienia r długość pojedynczego i -tego zwoju uzwojenia, A_{Cu} - pole przekroju poprzecznego miedzi w komórce elementarnej. Rezystancja ta zmienia się podczas procesu zanikania nadprzewodzenia.

Obwód elektryczny uzwojenia opisany jest równaniami:

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\frac{1}{L} R(t) I(t) \quad (6.8)$$

$$U_R(t) = R(t) I(t) \quad (6.9)$$

W każdym kroku czasowym procesu zanikania nadprzewodzenia obliczana jest chwilowa wartość rezystancji $R(t)$ (równ. 6.7) oraz chwilowa wartość prądu $I(t)$ (równ. 6.8), a następnie chwilowa wartość napięcia $U_R(t)$ (równ. 6.9).

13. Składowe prędkości propagacji strefy rezystywnej wyznacza się z wzorów

$$\text{składowa promieniowa} \quad V_r(P_i) = dr_p/dt \quad (6.10)$$

$$\text{składowa osiowa} \quad V_z(P_i) = dz_p/dt \quad (6.11)$$

dla wszystkich komórek elementarnych $P_i(r, z)$, które po raz pierwszy osiągnęły temperaturę $T_s = T_c(B, J)$ podziału prądu, stając się w ten sposób komórkami generującymi ciepło.

Mechanizm zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu

Przyjęte założenia o cieplnym i dwuwymiarowym charakterze propagacji strefy rezystywnej w uzwojeniu kriomagnesu pozwalają na powiązanie procesu zanikania nadprzewodzenia z dyfuzją ciepła w uzwojeniu.

Strefa rezystywna zostaje zainicjowana w wyniku powstania zaburzenia nadprzewodzenia o określonej energii cieplnej E_z . Dostarczenie impulsu wyzwalamy strefę rezystywną związane jest z osiągnięciem lub przekroczeniem lokalnym temperatury krytycznej $T \geq T_c(B, J)$ nadprzewodnika. Temperatura ta ma w uzwojeniu cylindrycznym bardzo nierównomierny rozkład $T(r, z)$. Zainicjowanie strefy rezystywnej następuje najczęściej w tzw. słabym punkcie, w którym indukcja magnetyczna ma największą a temperatura krytyczna najmniejszą wartość. W uzwojeniu cylindrycznym jest to zazwyczaj punkt leżący przy wewnętrznej powierzchni uzwojenia w jego płaszczyźnie przekroju środkowego (rys. 6.1). Może też nim być dowolny inny punkt uzwojenia, w którym w sposób sztuczny zwiększono temperaturę (np. mikrogrzejnikiem) lub nastąpiło mechaniczne zaburzenie nadprzewodzenia (np. w wyniku tarcia spowodowanego mikroruchami przewodów, mikropęknięcia w drucie kompozytowym lub izolacji).

Zwiększenie temperatury w określonym punkcie uzwojenia (rys. 6.6) powoduje, że zmniejsza się lokalnie wartość prądu krytycznego poniżej wartości prądu transportu, jaki płynął przed zaburzeniem nadprzewodnictwa. Nadprzewod-

nik nie jest już w stanie bezoporowo przewodzić nadwyżki tego prądu przekraczającej obniżoną wartość prądu krytycznego. Nadwyżka prądu transportu zostaje przechwycona przez matrycę miedzianą otaczającą włókna nadprzewodnikowe, a nadprzewodnik nadal przewodzi prąd bezoporowo. Jest to jednak prąd o mniejszej chwilowej wartości krytycznej. Nadwyżka prądu płynąca w matrycy miedzianej posiadającej skończoną rezystywność zaczyna generować ciepło oporowe. Zwiększa się lokalna temperatura odcinka przewodu, który się nagrzewa.

W obwodzie elektrycznym uzwojenia, które w stanie pełnego nadprzewodzenia poprzedzającego wystąpienie zaburzenia rezystywnego miało zerową rezystancję, pojawia się rezystancja odcinka matrycy miedzianej, przez który płynie prąd częściowo przechwycony od włókien nadprzewodnikowych (rys. 6.4). W wyniku tego prąd transportu w uzwojeniu zaczyna zmniejszać się. Pociąga to za sobą zmianę chwilowego rozkładu pola magnetycznego, co przy zmniejszającej się gęstości prądu w uzwojeniu powoduje zmianę rozkładu parametrów krytycznych nadprzewodnika w uzwojeniu.

Zgodnie z przyjętym założeniem, temperatura całej powierzchni elementarnej komórki, obejmującej włókna nadprzewodnikowe, miedź i materiały izolująco-impregnujące, jest jednakowa a parametry cieplne uwzględniają procentowy skład wszystkich składników tej komórki. Jeden z tych parametrów, przewodność cieplna, jest w ogólności anizotropowy. Wynika to z możliwości istnienia dodatkowych warstw izolacyjnych pomiędzy warstwami uzwojenia (rys. 6.3).

Na drodze przewodnictwa cieplnego wytwarzana energia przechodzi do przyległych obszarów o niższej temperaturze, które jeszcze są w stanie nadprzewodzenia, powodując zwiększenie ich temperatury.

Przyległe komórki elementarne uzwojenia dopiero jednak z chwilą osiągnięcia lokalnej wartości temperatury krytycznej przechodzą do trybu generacji ciepła związanego z przechwytywaniem prądu przez matrycę miedzianą od włókien nadprzewodnika, podobnie jak to było w przypadku miejsca, gdzie została pierwotnie zainicjowana strefa rezystywna. Zgodnie z założeniem 7 strefa rezystywna powiększa się o te przyległe komórki elementarne, które stają się teraz elementami generującymi ciepło, w dalszym ciągu otrzymując na drodze dyfuzji cieplnej dodatkowe ciepło z obszaru, który wcześniej stał się rezystywny. Powiększenie się strefy rezystywny oznacza zwiększenie się sumarycznej rezystancji komórek objętych tą strefą. To z kolei wymusza dalsze zmniejszenie się prądu w uzwojeniu, zmianę rozkładu pola magnetycznego, rozkładu parametrów krytycznych itd.

Wraz ze zwiększającą się temperaturą w uzwojeniu następuje zwiększanie się pojemności cieplnej $C_V(T)$, przewodności cieplnej $k(T)$ i rezystywności $\rho(T)$ poszczególnych komórek elementarnych. Zmieniający się w czasie rozkład indukcji magnetycznej $B(r,z,t)$ pociąga za sobą zmiany rezystywności $\rho(T,B)$ komórek wynikające z efektu magnetorezystancji miedzi.

Postępująca dyfuzja cieplna może w sposób niekontrolowany podwyższać temperaturę T poszczególnych komórek elementarnych uzwojenia, natomiast zmniejszający się prąd może podwyższać temperaturę krytyczną $T_c(B, J)$ tych komórek. Uzwojenie zachowuje się w sposób niestabilny, gdy doprowadzony został do niego impuls zaburzenia E_z równy lub większy od minimalnej energii utraty nadprzewodzenia E_q . Gdy energia impulsu zaburzenia E_z jest mniejsza od E_q , uzwojenie może odzyskać stan nadprzewodzenia wskutek odpowiednich warunków stabilności w nim panujących. Warunki te mogą zależeć od m. in. zjawiska kumulowania ciepła przez elementy o dużej pojemności cieplnej C_v i odbierania ciepła przez sąsiadujące elementy na drodze przewodzenia ciepłego w środowisku uzwojenia o dużej przewodności cieplnej k , a także od lokalizacji zaburzenia, wymiarów uzwojenia.

Występujące zmiany czasowe wszystkich wielkości charakteryzujących komórkę elementarną uzwojenia: T , J , B , $T_c(B, J)$, $g(T, B, J)$, $C_v(T)$, $k(T)$, $\rho(T)$ powodują, że na drodze klasycznej analizy trudno wywnioskować o ilościowym przebiegu procesu zanikania nadprzewodzenia oraz o jego stabilnym lub niestabilnym charakterze, tzn. odzyskaniu lub całkowitej utracie nadprzewodzenia.

Ponadto zaburzenia nadprzewodzenia mogą nastąpić w kilku punktach uzwojenia. Powstanie wtedy kilka rozszerzających się obszarów generujących ciepło, które mogą się po pewnym czasie połączyć.

Przeanalizowanie takich złożonych przypadków zanikania nadprzewodzenia na drodze analizy klasycznej nie jest możliwe. Jedynie model komputerowy tego procesu może dać rozwiązania dla różnorodnych parametrów geometrycznych i roboczych uzwojenia oraz impulsów zaburzających nadprzewodzenie.

Algorytm obliczeń zanikania nadprzewodzenia

Analiza zanikania nadprzewodzenia opiera się na rozwiązywaniu niestacjonarnego równania przewodnictwa cieplnego (3.1) (rozd. 3.2) w układzie cylindrycznym

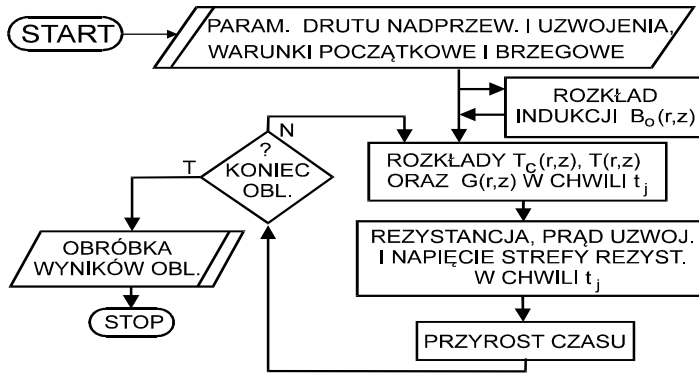
$$C_v(T) \frac{\partial T}{\partial t} = k(T) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + g_q(r, z, t) + g_d(r, z, t) \quad (6.12)$$

gdzie: lewa strona równania (6.12) reprezentuje szybkość zmian gęstości energii cieplnej, $C_v(T)$ – objętościowo uśrednioną pojemność cieplną uzwojenia, $k(T)$ - objętościowo uśredniona przewodność cieplna uzwojenia, $g_q(T)$ - gęstość mocy cieplnej generowanej w strefie rezystywnej, g_d - gęstość energii zewnętrznego zaburzenia.

Równanie (6.12) jest sprzężone z równaniami obwodu elektrycznego uzwojenia nadprzewodnikowego (równ. 6.8 i 6.9) poprzez charakterystyki $T_c(B, J)$ temperatury krytycznej nadprzewodnika, model podziału prądu przewodu kompozytowego pomiędzy nadprzewodnikiem i stabilizatorem miedzianym (rys. 6.4) oraz niejednorodne i niestacjonarne rozkłady indukcji (rys. 6.8)

i temperatury $T_s(r,z)$ przejścia nadprzewodnika do stanu rezystywnego w uzwojeniu cylindrycznym.

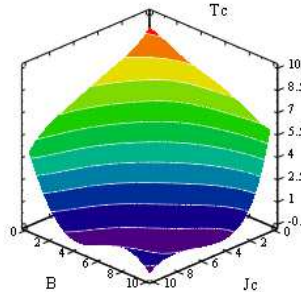
Silnie niejednorodny i zmieniający się w czasie rozkład temperatury w uzwojeniu powoduje czasową i przestrzenną zmienność rezystywności, przewodności cieplnej i pojemności cieplnej (rys. 6.11). Powiązanie tych wszystkich procesów zostało zrealizowane w modelu numerycznym, w którym równanie dyfuzji cieplnej o zmieniających się współczynnikach $\rho(T)$, $k(T)$, $C_v(T)$ i funkcji gęstości mocy cieplnej $g_q(r,z,t)$ rozwiązywane jest niejawną metodą naprzemiennych kierunków ADI z mieszanymi warunkami brzegowymi Cauchyego, jednorodnymi warunkami brzegowymi Neumanna (proces adiabatyczny) lub warunkami Dirichleta.



Rys. 6.9. Algorytm obliczeń procesu zanikania nadprzewodzenia w cylindrycznym uzwojeniu nadprzewodnikowym

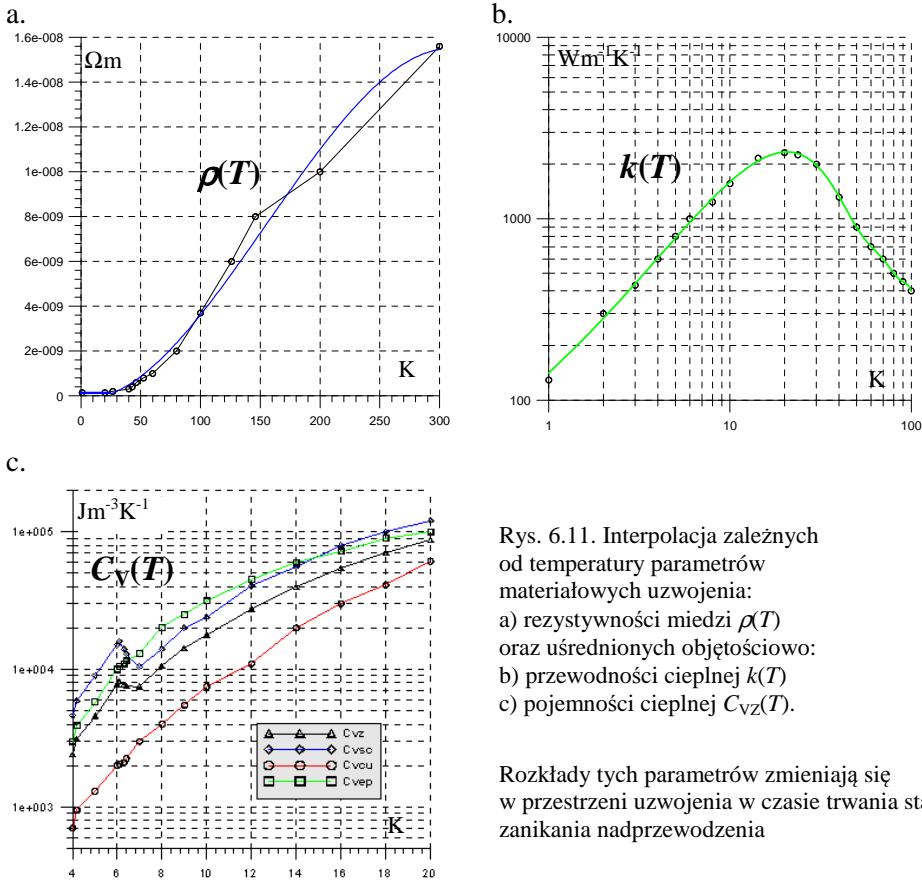
Interpolacja parametrów krytycznych i materiałowych

Na podstawie charakterystyk zamieszczonych w pracach [9,183] wykonano w programie *Grapher* interpolację rodziny charakterystyk zależności $T_c(J)$ dla różnych wartości indukcji magnetycznej B , która była podstawą sporządzenia wykresu powierzchni krytycznej $T_c(B,J)$ nadprzewodnika NbTi (rys. 6.10).



Rys. 6.10 Interpolacja powierzchni krytycznej $T_c(B,J)$ nadprzewodnika NbTi

Zależności temperaturowe parametrów materiałowych uzwojenia (rezystywności, przewodności cieplnej, pojemności cieplna) uzyskane drogą interpolacji z danych pomiarowych przedstawiono na rys. 6.11.



Rys. 6.11. Interpolacja zależnych od temperatury parametrów materiałowych uzwojenia:
a) rezystywności miedzi $\rho(T)$
oraz uśrednionych objętościowo:
b) przewodności cieplnej $k(T)$
c) pojemności cieplnej $C_{Vz}(T)$.

Rozkłady tych parametrów zmieniają się w przestrzeni uzwojenia w czasie trwania stanu zanikania nadprzewodzenia

Funkcja parametryczna interpolująca zastępczą pojemność cieplną C_{Vz} otrzymana w programie *Grapher* składa się z trzech wielomianów drugiego stopnia

$$C_{Vz}(T) = \begin{cases} 5127.60862 - 2808,801975 \cdot T + 543,2115803 \cdot T^2 & \text{dla } T \in [4, 6.1) \\ 107492.463 - 29736,22568 \cdot T + 2207,486339 \cdot T^2 & \text{dla } T \in [6.1, 7) \\ 311.2107655 - 812,1198177 \cdot T + 260,3699271 \cdot T^2 & \text{dla } T \in [7, 20] \end{cases} \quad (6.13)$$

6.2. Algorytm numerycznego rozwiązania równania dyfuzji cieplnej

Równanie (6.12) dyfuzji cieplnej opisujące procesy termiczne zanikania nadprzewodzenia jest niejednorodnym równaniem różniczkowym cząstkowym drugiego rzędu typu parabolicznego o nieliniowych, temperaturowo zależnych, współczynnikach materiałowych i funkcji wymuszenia o dynamicznych przestrzenno-czasowych rozkładach.

Model matematyczny procesu zanikania nadprzewodzenia ma wprawdzie stosunkowo prostą dwuwymiarową geometrię uzwojenia cylindrycznego o przekroju prostokątnym, jednak występują w nim jednocześnie bardzo złożone powiązania pomiędzy wielkościami pola cieplnego, magnetycznego oraz modelem elektrycznym i stanem krytycznym przewodu nadprzewodnikowego w uzwojeniu. Komercyjne programy analizy pól elektromagnetycznych i cieplnych bazujące na metodzie elementów skończonych FEM umożliwiają analizę dużo bardziej skomplikowanych nieregularnych geometrycznie modeli dwu- i trójwymiarowych, jednak nie są przewidziane do analizy tak szczególnego zagadnienia, jakim jest dynamiczny proces zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu nadprzewodnikowym. Ze względu na brak dostępu do kodu źródłowego tych programów konieczne staje się stworzenie własnego algorytmu numerycznego i programu, który uwzględniałby skomplikowany zjawiskowo model matematyczny procesu.

Metoda niejawna naprzemiennych kierunków

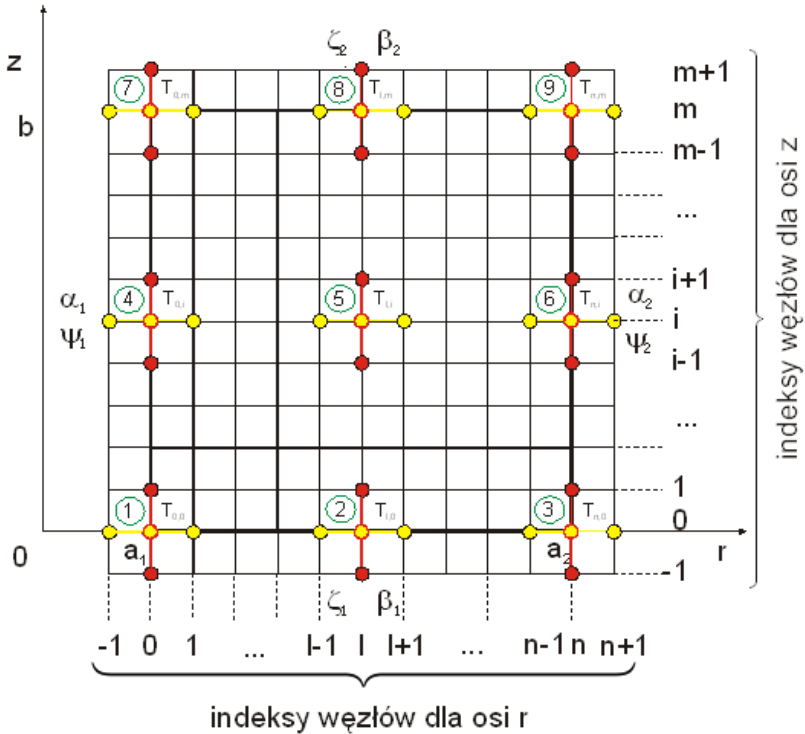
Do numerycznego rozwiązywania dwuwymiarowego równania dyfuzji w geometrii cylindrycznej wybrany został różnicowy algorytm niejawnej metody naprzemiennych kierunków *ADI* (*Alternating Direction Implicit*) opracowany przez Peacemana-Rachforda [26,38,109]. Dostępne w literaturze implementacje numeryczne i programistyczne tej metody ograniczają się do jednorodnego, tzn. nie posiadającego funkcji wymuszającej, równania różniczkowego cząstkowego typu parabolicznego. Implementacje te opisują znormalizowany obszar kwadratowy $0 < x < 1$, $0 < y < 1$ we współrzędnych kartezjańskich x , y o jednostkowych (a więc stałych) współczynnikach, jedynie dla warunków brzegowych Dirichleta. Model matematyczny zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu wymaga rozwiązywania pełnego niejednorodnego dwuwymiarowego równania cząstkowego typu parabolicznego o zmiennych w czasie niejednostkowych współczynnikach. Geometrię zagadnienia stanowi obszar prostokątny we współrzędnych cylindrycznych o niejednostkowych wymiarach, zaś dla brzegów przyjęto mieszane warunki brzegowe Cauchy'ego lub Dirichleta. Opracowanie numerycznego rozwiązywania takiego zagadnienia było dla autora dużym wyzwaniem algorytmicznym, które zostało zrealizowane w pracach [154,158].

Idea metody niejawnej naprzemiennych kierunków *ADI* polega na rozwiązywaniu równania różniczkowego cząstkowego (6.12) dla j -tej warstwy czasowej w dwóch półkrokach: $j-1/2$ (dla kierunku osi r) oraz j -tym (dla kierunku osi z).

Pierwszy półkrok czasowy

Przybliżając w równaniu różniczkowym (6.12) pochodne cząstkowe odpowiednimi ilorazami różnicowymi pierwszego lub drugiego rzędu, dla pierwszego półkroku czasowego $j-1/2$ obliczeń otrzymamy równanie różnicowe dla poszukiwanych wartości temperatury $T_{l-1,i}^{j-1/2}$, $T_{l,i}^{j-1/2}$, $T_{l+1,i}^{j-1/2}$ w warstwie czasowej $j-1/2$, w węzłach siatki o współrzędnych $(l-1,i)$, (l,i) i $(l+1,i)$ leżących w kierunku osi r na podstawie znajomości wartości temperatury $T_{l,i-1}^{j-1}$, $T_{l,i}^{j-1}$ i $T_{l,i+1}^{j-1}$ w poprzedniej warstwie czasowej $j-1$, w węzłach o współrzędnych $(l,i-1)$, (l,i) i $(l,i+1)$ leżących w kierunku osi z (rys. 6.12)

$$\underbrace{T_{l,i}^{j-1/2} - T_{l,i}^{j-1}}_{\substack{\text{przybliża } \frac{\partial T}{\partial t} \text{ dla } j-1/2 \\ \text{wyraz niejawni}}} = \frac{k\lambda_{r,i}^{j-1}}{2\gamma c_{l,i}^{j-1}} \left[\underbrace{\frac{T_{l-1,i}^{j-1/2} - 2T_{l,i}^{j-1/2} + T_{l+1,i}^{j-1/2}}{h_r^2}}_{\substack{\text{przybliża } \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \text{ dla } j-1/2 \\ \text{wyrazy niejawni}}} + \frac{1}{a_1 + lh_r} \underbrace{\frac{T_{l+1,i}^{j-1} - T_{l-1,i}^{j-1}}{2h_r}}_{\substack{\text{przybliża } \frac{\partial T}{\partial r} \text{ dla } j-1/2}} + \underbrace{\frac{T_{l,i-1}^{j-1} - 2T_{l,i}^{j-1} + T_{l,i+1}^{j-1}}{h_z^2}}_{\substack{\text{przybliża } \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \text{ dla } j-1 \\ \text{wyraz jawny}}} \right] + \frac{kf_{l,i}^{j-1}}{2\gamma c_{l,i}^{j-1}} \tag{6.14}$$



Rys. 6.12. Obszar prostokątny dla pierwszego półkroku obliczeń z mieszanymi warunkami brzegowymi Cauchy'ego

Oznaczenia w równaniach (6.14) i (6.15) są następujące: h_r, h_z - kroki siatki wzdłuż osi r i z , a_1 - odległość brzegu siatki od początku układu współrzędnych, l, i - indeksy węzłów wzdłuż osi r i z , j - numer warstwy czasu, k - wartość (stała) kroku czasu, λ - przewodność cieplna ośrodka, c - ciepło właściwe ośrodka, γ - gęstość ośrodka, f - funkcja wymuszenia (objętościowa gęstość mocy cieplnej, T - wartość temperatury w danym punkcie.

Przenosząc niejawne wyrazy $T^{j-1/2}$ dla warstwy czasowej $j-1/2$ na lewą stronę równania otrzymamy uporządkowany zapis równania (6.14) dla pierwszego półkroku w postaci

$$\begin{aligned} & -h_z^2 \left(1 - \frac{h_r}{2(a_1 + lh_r)} \right) T_{l-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + 2h_z^2 \left(1 + \frac{h_r^2 \gamma c_{l,i}^{j-1}}{k \lambda_{l,i}^{j-1}} \right) T_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} - h_z^2 \left(1 + \frac{h_r}{2(a_1 + lh_r)} \right) T_{l+1,i}^{j-\frac{1}{2}} = \\ & = h_r^2 T_{l,i-1}^{j-1} + 2h_r^2 \left(\frac{h_z^2 \gamma c_{l,i}^{j-1}}{k \lambda_{l,i}^{j-1}} - 1 \right) T_{l,i}^{j-1} + h_r^2 T_{l,i+1}^{j-1} + \frac{h_z^2 h_r^2}{\lambda_{l,i}^{j-1}} f_{l,i}^{j-1} \end{aligned} \quad (6.16)$$

Wprowadzając oznaczenia upraszczające zapis

$$\begin{aligned} \eta_1 &= h_z^2 \left(1 - \frac{h_r}{2(a_1 + lh_r)} \right), \quad \alpha_{l,i}^{j-1} = 2h_z^2 \left(1 + \frac{h_r^2 \gamma c_{l,i}^{j-1}}{k \lambda_{l,i}^{j-1}} \right), \\ \eta_2 &= h_z^2 \left(1 + \frac{h_r}{2(a_1 + lh_r)} \right), \quad \beta_{l,i}^{j-1} = 2h_r^2 \left(\frac{h_z^2 \gamma c_{l,i}^{j-1}}{k \lambda_{l,i}^{j-1}} - 1 \right), \quad e_{l,i}^{j-1} = \frac{h_z^2 h_r^2}{\lambda_{l,i}^{j-1}} \end{aligned} \quad (6.17)$$

otrzymuje się równanie o zwartej postaci dla pierwszego półkroku czasowego:

$$-\eta_1 T_{l-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{l,i}^{j-1} T_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{l+1,i}^{j-\frac{1}{2}} = h_r^2 T_{l,i-1}^{j-1} + \beta_{l,i}^{j-1} T_{l,i}^{j-1} + h_r^2 T_{l,i+1}^{j-1} + e_{l,i}^{j-1} f_{l,i}^{j-1} \quad (6.18)$$

Przenosząc wyrazy niejawne T^j dla warstwy czasowej j na lewą stronę równania otrzymamy uporządkowany zapis równania (6.15) dla drugiego półkroku w postaci

$$\begin{aligned} & -h_r^2 T_{l,i-1}^j + 2h_r^2 \left(1 + \frac{h_z^2 \gamma c_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}}{k \lambda_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}} \right) T_{l,i}^j - h_r^2 T_{l,i+1}^j = \\ & = h_z^2 \left(1 - \frac{h_r}{2(a_1 + lh_r)} \right) T_{l-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + 2h_z^2 \left(\frac{h_r^2 \gamma c_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}}{k \lambda_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}} - 1 \right) T_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} + h_z^2 \left(1 + \frac{h_r}{2(a_1 + lh_r)} \right) T_{l+1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \frac{h_r^2 h_z^2}{\lambda_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}} f_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (6.19)$$

Wprowadzając oznaczenia upraszczające zapis

$$\alpha_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} = 2h_r^2 \left(1 + \frac{h_z^2 \gamma c_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}}{k \lambda_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}} \right), \quad \eta_1 = h_z^2 \left(1 - \frac{h_r}{2(a_1 + lh_r)} \right), \quad \beta_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} = 2h_z^2 \left(\frac{h_r^2 \gamma c_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}}{k \lambda_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}} - 1 \right) \quad (6.20a)$$

$$\eta_2 = h_z^2 \left(1 + \frac{h_r}{2(a_1 + lh_r)} \right), \quad e_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} = \frac{h_r^2 h_z^2}{\lambda_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}} \quad (6.20b)$$

otrzymuje się równanie o zwartej postaci dla drugiego półkroku czasowego

$$-h_r^2 T_{l,i-1}^j + \alpha_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,i}^j - h_r^2 T_{l,i+1}^j = \eta_1 T_{l-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{l+1,i}^{j-\frac{1}{2}} + e_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} f_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} \quad (6.21).$$

Warunki brzegowe

Najbardziej ogólne mieszane warunki brzegowe Cauchy'ego (rys. 6.12, 6.13) mają postać

$$\begin{cases} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} - \alpha_1 T(r, z, t) = \psi_1(t) & \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} + \alpha_2 T(r, z, t) = \psi_2(t) \\ \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} - \beta_1 T(r, z, t) = \zeta_1(t) & \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} + \beta_2 T(r, z, t) = \zeta_2(t) \end{cases} \quad (6.22)$$

Przyjmując, że współczynniki w równaniach (6.22) mają wartości zerowe

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \psi_1(t) = 0, \psi_2(t) = 0, \zeta_1(t) = 0, \zeta_2(t) = 0$$

otrzymamy jednorodne warunki brzegowe drugiego rodzaju (Neumanna)

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=a_1} &= 0 & \left. \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r=a_2} &= 0 \\ \left. \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} &= 0 & \left. \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} \right|_{z=b} &= 0 \end{aligned} \quad (6.23)$$

Warunki takie można przyjąć dla uzwojenia nadprzewodnikowego w pełni adiabatycznego (brak wymiany ciepła z otoczeniem przez krawędzie brzegowe uzwojenia). Dla potrzeb bardziej uniwersalnego modelu matematycznego, który może odwzorowywać bardziej zróżnicowane warunki chłodzenia, opracowano autorskie algorytmy numerycznego rozwiązywania równania dyfuzji cieplnej z mieszanymi warunkami brzegowymi Cauchy'ego oraz z warunkami Dirichleta. Ze względu na znaczną złożoność wzorów matematycznych w dalszej części rozprawy ograniczono się tylko do przedstawienia rozwiązania dla warunków Cauchy'ego.

Warunki brzegowe dla pierwszego półkroku czasowego

Dzieląc rozpatrywany prostokątny obszar na siatkę o kroku h_r i h_z (rys. 6.12) i wykorzystując mieszane warunki brzegowe Cauchy'ego (równ. 6.22), dla poszczególnych 9 typów węzłów w pierwszym półkroku czasowym otrzymamy równania różnicowe temperatury węzłów leżących na zewnątrz krawędzi brzegowych, przedstawione w załączniku 1.

Indeksy węzłów, których wartości należy wyznaczyć są ponumerowane od 0 do m wzdłuż osi z i od 0 do n wzdłuż osi r , gdzie m i n oznaczają dyskretyzację obszaru (liczby przedziałów) wzdłuż osi z i r .

Aproksymację równania (6.14) równaniami różnicowymi dla 9 typów węzłów (rys. 6.12) reprezentujących mieszane warunki brzegowe dla warstwy czasowej $j-1/2$ w pierwszym półkroku czasowym zestawiono w załączniku 2.

Równania te można zapisać dla poszczególnych wewnętrznych i brzegowych węzłów $T_{l,i}^{j-1/2}$ rozpatrywanego prostokątnego obszaru przekroju uzwojenia w postaci równania macierzowego

$$[A] \cdot \{T\} = \{a\} \quad (6.24)$$

gdzie macierz $[A]$ układu równań (6.24) ma postać

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & A_{i-1} & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & A_i & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & A_{i+1} & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & A_{m-1} & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & A_m \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

przy czym macierze składowe A_i dla $i = 0, \dots, m$ mają postać: (6.26)

$$A_i = \begin{bmatrix} h_{\alpha_1} & -2h_z^2 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ -\eta_1 & \alpha_{1,i}^{j-1} & -\eta_2 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -\eta_1 & \alpha_{i-1,i}^{j-1} & -\eta_2 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & -\eta_1 & \alpha_{i,i}^{j-1} & -\eta_2 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & -\eta_1 & \alpha_{i+1,i}^{j-1} & -\eta_2 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & -\eta_1 & \alpha_{n-1,i}^{j-1} & -\eta_2 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & -2h_z^2 & h_{\alpha_2} \end{bmatrix}$$

Macierze składowe A_i mają wymiary $[n+1, n+1]$, natomiast macierz A układu (6.24) ma wymiary $[(n+1)(m+1), (n+1)(m+1)]$.

Wyrażenia wektora $\{a\}$ prawej strony równania (6.24) dla 9 typów węzłów w pierwszym półkroku czasowym $j-1/2$ zestawiono w załączniku 3.

Warunki brzegowe dla drugiego półkroku czasowego

Dla poszczególnych 9 typów węzłów (rys. 6.13) w drugim półkroku czasowym otrzymamy równania różnicowe temperatury węzłów leżących na zewnątrz krawędzi brzegowych, przedstawione w załączniku 4. Aproksymację równania (6.15) równaniami różnicowymi dla 9 typów węzłów (rys. 6.13) reprezentujących mieszane warunki brzegowe dla warstwy czasowej j w drugim półkroku czasowym zestawiono w załączniku 5. Wykorzystując te równania, można zapisać liniowy układ równań dla temperatury węzłów $T_{l,i}^j$ w postaci równania macierzowego

$$[\mathbf{B}] \cdot \{T\} = \{b\} \quad (6.27)$$

gdzie macierz $[\mathbf{B}]$ układu równań (6.27) ma postać

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & B_{l-1} & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & B_l & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & B_{l+1} & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & B_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & B_n \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

przy czym macierze składowe B_l dla $l=0, \dots, n$ są postaci:

$$\begin{bmatrix} h_{\alpha 1} & -2h_r^2 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ -h_r^2 & \alpha_{l,1}^{j-\frac{1}{2}} & -h_r^2 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -h_r^2 & \alpha_{l,i-1}^{j-\frac{1}{2}} & -h_r^2 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & -h_r^2 & \alpha_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} & -h_r^2 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & -h_r^2 & \alpha_{l,i+1}^{j-\frac{1}{2}} & -h_r^2 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & -h_r^2 & \alpha_{l,m-1}^{j-\frac{1}{2}} & -h_r^2 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & -2h_r^2 & h_{\alpha 2} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

Macierze składowe \mathbf{B}_i mają wymiary $[m+1, m+1]$, natomiast macierz \mathbf{B} układu równań (6.27) ma wymiary $[(n+1)(m+1), (n+1)(m+1)]$.

Wyrażenia wektora $\{\mathbf{b}\}$ prawych stron równania (6.27) dla drugiego półroku czasowego j zestawiono w załączniku 6.

Rozwiązywanie układu równań

Układy równań liniowych (6.24) i (6.27) są rozwiązywane w algorytmie numerycznym metodą Crouta (zmodyfikowana przez autora procedura *trimtrx.pas* z pracy [109]). W otrzymanych równaniach macierzowych o postaci

$$[\mathbf{A}] \cdot \{\mathbf{T}\} = \{\mathbf{d}\} \quad (6.30)$$

macierz układu $[\mathbf{A}]$ jest trójdzielna

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_0 & b_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ c_1 & a_1 & b_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & a_0 & b_2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & c_{(n+1)(m+1)-1} & a_{(n+1)(m+1)-1} & b_{(n+1)(m+1)-1} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & c_{(n+1)(m+1)} & a_{(n+1)(m+1)} \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

gdzie n i m oznaczają odpowiednio liczbę przedziałów na osi r i z .

Wektor poszukiwanych wartości temperatury $\{\mathbf{T}\}$ i wektor $\{\mathbf{d}\}$ prawej strony równania (6.30) są postaci

$$\{\mathbf{T}\} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_{(n+1)(m+1)} \end{Bmatrix} \quad \{\mathbf{d}\} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{(n+1)(m+1)} \end{Bmatrix} \quad (6.32)$$

Układ równań (6.30) o macierzy trójdzielnej (6.31) rozwiązywano poprzez dekompozycję macierzy \mathbf{A} na iloczyn macierzy dolnotrójkątnej \mathbf{L} i górnortrójkątnej \mathbf{U} [38,109]

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ c_1 & l_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & l_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & c_{(n+1)(m+1)-1} & l_{(n+1)(m+1)-1} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & c_{(n+1)(m+1)} & l_{(n+1)(m+1)} \end{bmatrix} \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & u_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & u_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & u_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & u_{(n+1)(m+1)-1} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

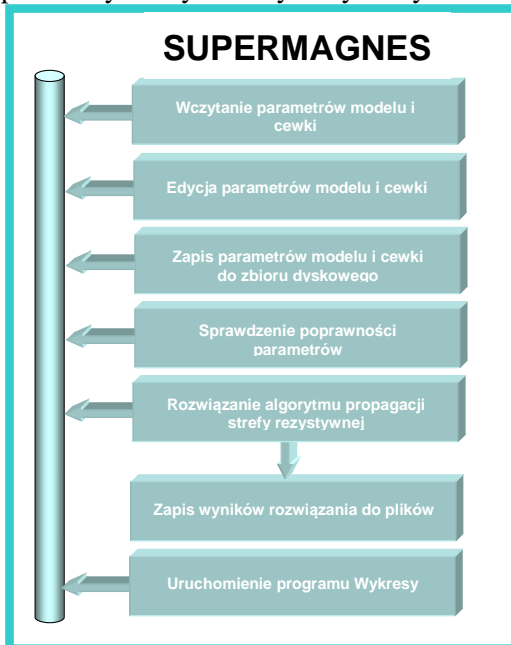
a następnie rozwiązując kolejno układy równań liniowych

$$\begin{aligned} [L] \cdot \{y\} &= \{d\} \\ [U] \cdot \{T\} &= \{y\} \end{aligned} \quad (6.34)$$

Metodę Crouta charakteryzuje duża oszczędność pamięci. Nie ma konieczności dodatkowego rezerwowania pamięci na wektor wynikowy $\{T\}$, ponieważ jest on przepisywany do wektora wyrazów prawej strony układu równań $\{d\}$ (zysk wynosi $10 \cdot (n+1)(m+1)$ bajtów, przykładowo dla $n = 99$ i $m = 99$ oszczędza się pamięć 97,7 kB). Oszczędność pamięci uzyskuje się także przechowując macierz $[A]$ w pamięci w postaci trzech wektorów reprezentujących poszczególne przekątne (zysk $[(n+1)^2(m+1)^2 - 3(n+1)(m+1)] \cdot 10$ bajtów co dla $n = 99$ i $m = 99$ da oszczędność 953,4 MB). Metoda wyróżnia się dużą szybkością ze względu na małą łączną liczbę działań arytmetycznych. Dla warunków brzegowych Cauchy'ego łączna liczba dodawań i mnożeń jest równa $3[(n+1)(m+1) - 1]$ a liczba dzieleni $2[(n+1)(m+1)] - 1$.

6.3. Program *SuperMagnes* obliczeń zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu

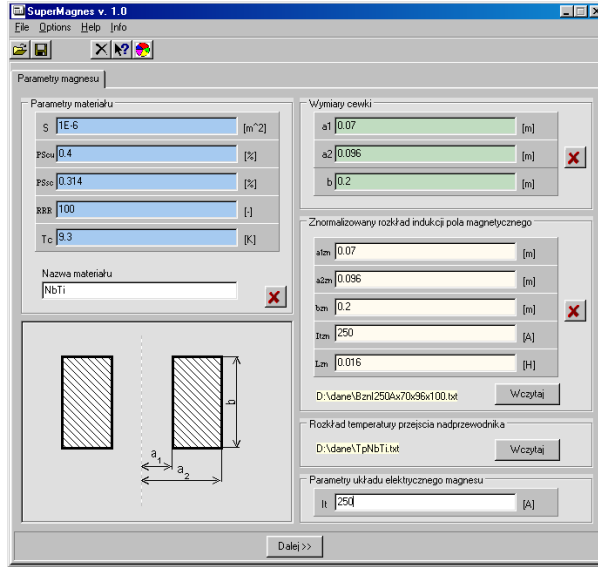
Autorski program obliczeniowy *SuperMagnes* (rys. 6.14) procesu zanikania nadprzewodzenia w cylindrycznym uzwojeniu nadprzewodnikowym napisany został w środowisku programistycznym Delphi. Program ten umożliwia edycję, zapis i odczyt wszystkich parametrów algorytmu, a także wizualizację i zapis do plików dyskowych otrzymanych wyników.



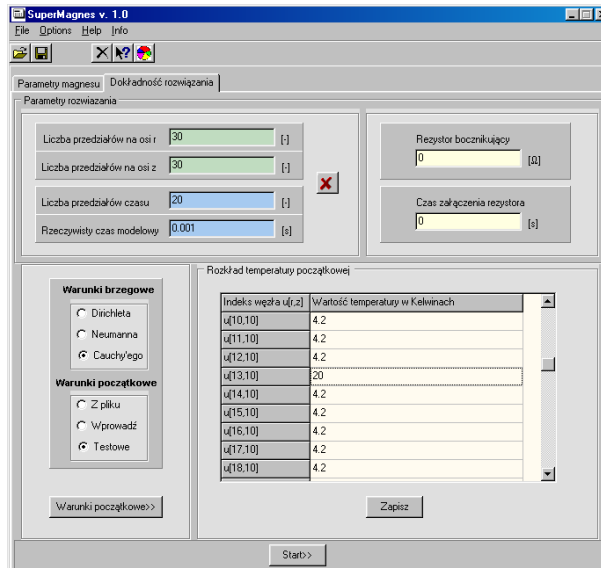
Rys. 6.14. Ogólny schemat programu *SuperMagnes*

Program wykonuje obliczenia przy różnych rodzajach warunków brzegowych: Cauchy'ego, Neumanna oraz Dirichleta (algorytm z tym warunkiem został także zrealizowany, jednak ze względu na, podobnie jak algorytm z warunkami Cauchy'ego, rozbudowane wyprowadzenia równań, w pracy nie został opisany).

Na aplikację programu (rys. 6.14) składa się zestaw wszystkich plików, dzięki którym program opracowany w środowisku Delphi może być w nim modyfikowany oraz wykonywany w środowisku Windows. Niektóre z tych plików są tworzone automatycznie w procesie graficznego konstruowania programu okienkowego i podczas kompilowania projektu.



Rys. 6.15. Pierwsza zakładka interfejsu graficznego programu *SuperMagnes*



Rys. 6.16. Druga zakładka interfejsu graficznego programu *SuperMagnes*

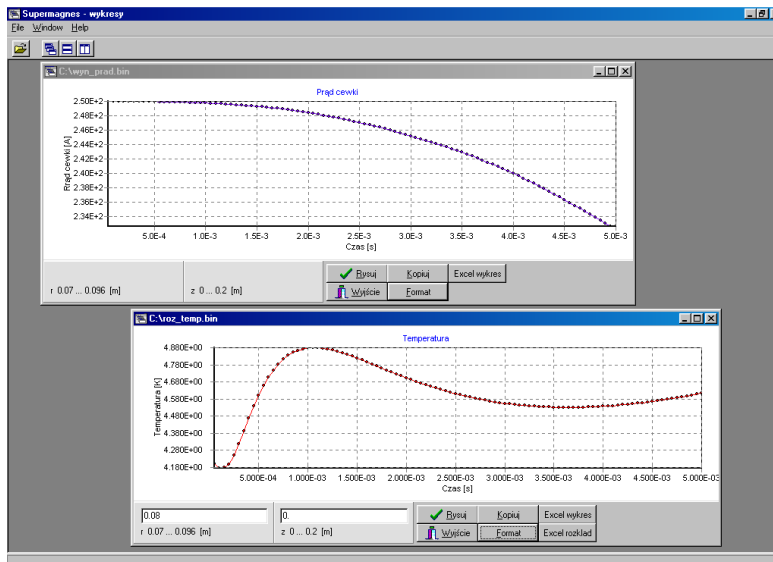
Pierwsza zakładka (rys. 6.15) interfejsu graficznego programu *SuperMagnes* umożliwia edycję parametrów materiałowych przewodu i uzwojenia nadprzewodnikowego, jego wymiarów, znormalizowanego rozkładu indukcji magnetycznej, charakterystyki temperatury krytycznej nadprzewodnika w funkcji indukcji i gęstości prądu oraz parametrów obwodu elektrycznego uzwojenia.

Druga zakładka interfejsu graficznego (rys. 6.16) umożliwia edycję parametrów numerycznych zagadnienia (dyskretyzację obszaru prostokątnego i czasu, określenie czasu analizowanego procesu), wybór typu warunków brzegowych, wprowadzanie i edycję warunków początkowych (rys. 6.17) i brzegowych oraz parametrów rezystora rozładującego uzwojenie nadprzewodnikowe. Dodatkowy formularz (rys. 6.18) umożliwia również wybór typów danych wynikowych do wizualizacji.

r1[m]	r2[m]	z1[m]	z2[m]	G(w)/T[K]	t[s]
0.07	0.07104	0	0.02	15	1e-5
0.08	0.082	0.01	0.02	15	1e-4
0.09	0.091	0.1	0.12	16	0
0.092	0.094	0.15	0.16	20	1e-6

Rys. 6.17. Formularz umożliwiający zadawanie warunków początkowych

Rys. 6.18. Formularz umożliwiający wybór typów danych wynikowych do wizualizacji



Rys. 6.19. Formularz podprogramu *Wykresy* umożliwiający wizualizację wybranych wyników obliczeń; pokazano dwa okienka z przykładowymi wykresami

Podprogram *Wykresy* jest aplikacją typu MDI (Multiple Document Interface), która pozwala na równoczesne otwieranie większej liczby plików wewnątrz tej samej aplikacji wykonanej w środowisku Delphi. Formularz główny tego podprogramu (rys. 6.19) umożliwia wizualizację wybranych wyników obliczeń.

6.4. Podsumowanie

W rozdziale opisano opracowany przez autora algorytm obliczeń dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia w cylindrycznym uzwojeniu nadprzewodnikowym nawiniętym włóknistym przewodem matrycowym NbTi/Cu.

Model matematyczny oparty jest na numerycznym rozwiązywaniu nieliniowego niejednorodnego równania dyfuzji cieplnej, sprzężonego z modelami zjawisk cieplnych, magnetycznych i elektrycznych opisujących środowisko przewodu i uzwojenia nadprzewodnikowego. W modelu numerycznym i w programie komputerowym wykorzystano autorskie algorytmy i procedury rozwiązywania pełnego, niejednorodnego i nieliniowego równania różniczkowego cząstkowego typu parabolicznego w geometrii cylindrycznej z warunkami brzegowymi mieszanymi jak i Dirichleta.

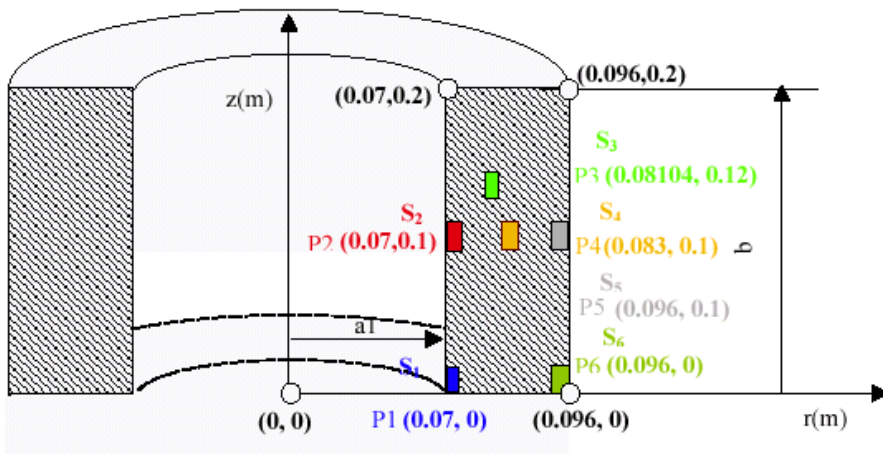
Opracowany program komputerowy stanowi narzędzie do badania rozkładów i przebiegów wielkości charakteryzujących proces zanikania nadprzewodzenia, które są niezbędne w analizie stabilności termicznej uzwojenia nadprzewodnikowego.

7. BADANIA STABILNOŚCI TERMICZNEJ UZWOJENIA NADPRZEWODNIKOWEGO

Korzystając z opracowanego w rozdziale 6 komputerowego modelu zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu nadprzewodnikowym i autorskiego programu *SuperMagnes*, przeprowadzone zostały badania stabilności termicznej uzwojenia cylindrycznego NbTi/Cu (rozdz. 2.6, rys. 2.8), których wyniki przedstawione zostaną w niniejszym rozdziale.

Ze względu na symetrię osiową uzwojenia, obliczenia wykonane zostały tylko dla jednej części jego przekroju wzdłużnego (osiowego) (rys. 7.1).

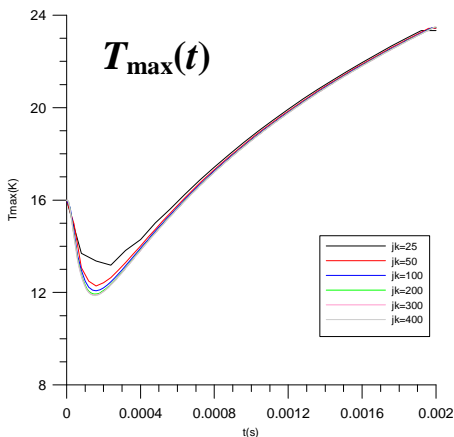
Badania procesu dynamicznego zanikania nadprzewodzenia przeprowadzono dla lokalizacji zaburzenia nadprzewodzenia w sześciu obszarach $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ (rys. 7.1) poprzez zadanie w nich wartości podwyższonej temperatury początkowej $T_0 = 16$ K w chwili czasu $t = 0$. Pola powierzchni obszarów $S_1 - S_6$ są równe $3,85 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, co stanowi 0,074 % powierzchni jednej części przekroju osiowego cewki. Czas analizowanego procesu wynosi $t_k = 4$ ms, a krok czasu ma stałą wartość i jest równy $\Delta t = 2 \cdot 10^{-5}$ s (liczba kroków $j_k = 200$). Liczba przedziałów dyskretyzacji na osi r i z wynosi odpowiednio $n = 30$ i $m = 90$.



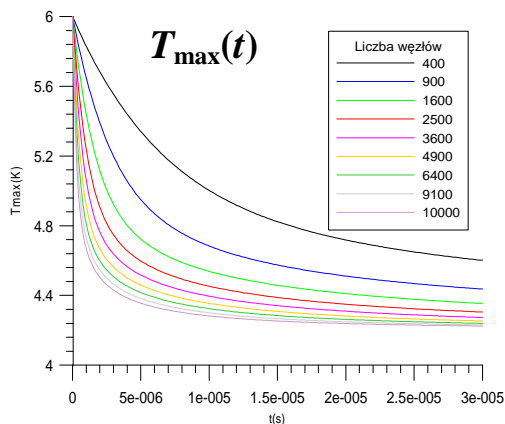
Rys. 7.1. Przekrój osiowy poprzeczny modelu uzwojenia nadprzewodnikowego NbTi/Cu wraz z obszarami zaburzenia nadprzewodzenia $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$

Wpływ dyskretyzacji na wyniki obliczeń numerycznych

W celu określenia wpływu dyskretyzacji na wyniki obliczeń, wykonano obliczenia przebiegu maksymalnej temperatury $T_{\max}(t)$ uzwojenia (rys. 7.2) w czasie 2 ms dla różnych liczb kroków czasu $j_k \in \langle 25; 400 \rangle$ w przypadku wymuszenia zaburzenia nadprzewodzenia w obszarze S_1 . Przy zwiększaniu liczby kroków czasu aż do $j_k = 400$ spodziewane kolejne różnice w wynikach maleją. Dalsze zwiększanie dyskretyzacji w dziedzinie czasu nie jest celowe ze względu na nadmierne wydłużenie czasu obliczeń komputerowych.



Rys. 7.2. Przebiegi temperatury maksymalnej $T_{\max}(t)$ uzwojenia w zależności od liczby kroków czasu j_k



Rys. 7.3. Przebiegi temperatury maksymalnej $T_{\max}(t)$ uzwojenia w zależności od liczby węzłów dyskretyzacji obszaru

W celu zbadania wpływu dyskretyzacji analizowanego prostokątnego obszaru przekroju poprzecznego uzwojenia na wyniki obliczeń zbadano ustalanie się przebiegu temperatury maksymalnej $T_{\max}(t)$ uzwojenia w zależności od liczby węzłów dyskretyzacji (rys. 7.3). Przy zwiększaniu liczby węzłów do ok. 10 000, zmiany wartości obliczonej temperatury $\Delta T_{\max} < 0,1$ K nie powodują już istotnego zwiększenia dokładności obliczeń. Dalsze zwiększanie dyskretyzacji obszaru uzwojenia nie jest celowe ze względu na wydłużenie obliczeń i zajętość pamięci operacyjnej komputera.

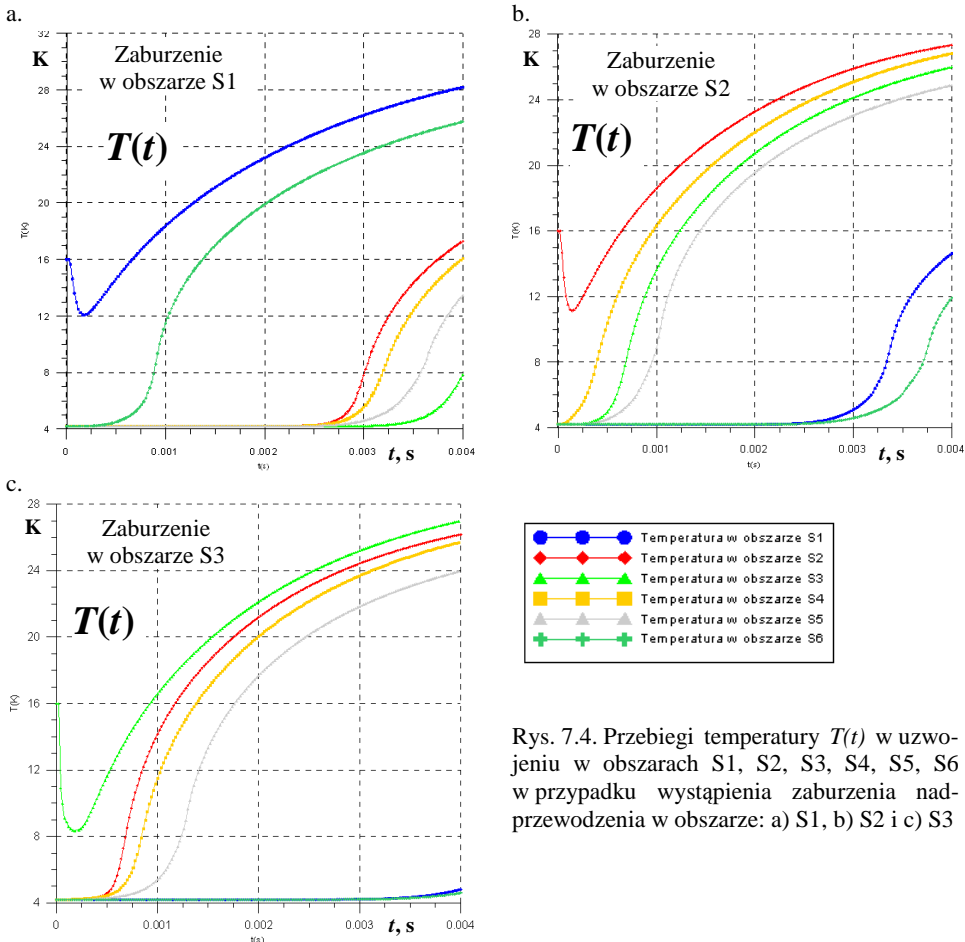
7.1. Proces zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń uzyskano przebiegi temperatury $T(t)$ w punktach przekroju osiowego uzwojenia poddanych zaburzeniom nadprzewodzenia, temperatury maksymalnej uzwojenia $T_{\max}(t)$, rezystancji $R(t)$, prądu $I(t)$ i napięcia $U_R(t)$ uzwojenia, gęstości mocy cieplnej $g(t)$ oraz parametrów materiałowych w wybranych punktach uzwojenia: pojemności $C_V(t)$ i przewodności cieplnej $k(t)$ oraz rezystywności $\rho(t)$. Uzyskano także przestrzenne rozkłady temperatury roboczej $T(r,z)$, temperatury przejścia $T_s(r,z)$ i gęstości mocy cieplnej $g(r,z)$ w wybranych chwilach czasu, oddzielnie dla każdej lokalizacji zaburzenia nadprzewodzenia S1, S2 i S3.

Przebiegi temperatury

Przebiegi $T(t)$ temperatury w obszarach uzwojenia S1, S2, S3, S4, S5, S6 obliczono dla trzech lokalizacji zaburzenia rezystywnego: w obszarze S1, S2 i S3 (rys. 7.4a,b,c). Zaburzenie nadprzewodzenia wywołane zostało podwyższoną temperaturą początkową $T_0 = 16$ K w obszarze S1 (rys. 7.4a), przy temperaturze początkowej całego uzwojenia wynoszącej 4,2 K (temperatura ciekłego helu). Wytworzone ciepło na drodze przewodzenia zostało przekazane do otoczenia

obszaru S1, co spowodowało początkowo spadek temperatury w tym obszarze. Następnie pojawiła się strefa rezystywna generująca moc ciepłą. Po czasie $t = 4 \cdot 10^{-4}$ s temperatura uzwojenia w obszarze S1 wyniosła 28 K, w obszarze S6 - 26 K, a w pozostałych obszarach S2, S3, S4 i S5 - poniżej 17 K. Nagły wzrost temperatury wystąpił w obszarze S6 po czasie 0,75·ms, następnie kolejno w obszarach S2, S4, S5, S6 odpowiednio po czasie 2,75·ms, 3,2·ms, 3,5·ms, 4·ms. Opóźnienie te związane są ze skończoną prędkością przesuwania się frontu temperatury przejścia $T_s(r, z)$.

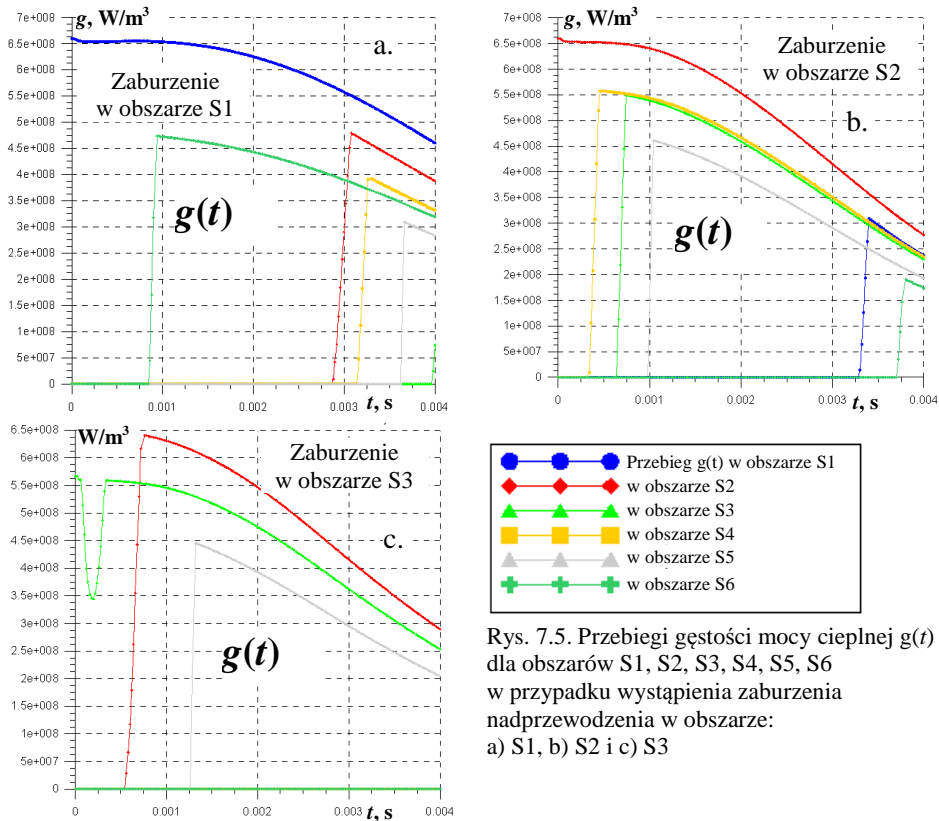


Rys. 7.4. Przebiegi temperatury $T(t)$ w uzwojeniu w obszarach S1, S2, S3, S4, S5, S6 w przypadku wystąpienia zaburzenia nadprzewodzenia w obszarze: a) S1, b) S2 i c) S3

Lokalizacja zaburzenia rezystywnego w postaci podwyższonej temperatury początkowej $T_0 = 16$ K w obszarze S2 (przebiegi temperatury $T(t)$ na rys. 7.4b) przy temperaturze początkowej uzwojenia wynoszącej 4,2 K, spowodowało przekazanie ciepła przez przewodzenie wokół obszaru S2. Po czasie 2,5 ms dla

obszaru S2, a po czasie 3,25 ms dla obszaru S1 wystąpił znaczny przyrost temperatury, co związane było z powstaniem obszaru rezystywnego. Powstanie strefy rezystywnej w obszarze S6 (najdalej położony obszar od obszaru S2) nastąpiło w chwili około 3,5 ms (znaczny wzrost temperatury w tym obszarze), więc czas propagacji strefy dla rozpatrywanego przypadku zaburzenia cieplnego był poniżej 4 ms. Po tym czasie istnienie stanu nadprzewodzenia w żadnej części uzwojenia nie jest możliwe.

Przebiegi temperatury $T(t)$ w różnych obszarach uzwojenia wymuszone podwyższoną temperaturą początkową T_0 w obszarze S3 przedstawiono na rys. 7.4c. W pobliskim obszarze S2 już po czasie $t=0,5$ ms powstała strefa rezystywna, generująca moc cieplną. W obszarach S1 i S6 w czasie poniżej 4 ms nie powstała strefa rezystywna, natomiast w pozostałych obszarach wystąpiła już w czasie poniżej 1,25 ms.



Rys. 7.5. Przebiegi gęstości mocy cieplnej $g(t)$ dla obszarów S1, S2, S3, S4, S5, S6 w przypadku wystąpienia zaburzenia nadprzewodzenia w obszarze: a) S1, b) S2 i c) S3

Przebiegi gęstości mocy cieplnej

Przebiegi $g(t)$ gęstości generowanej mocy cieplnej $g(t)$ dla wybranych obszarów uzwojenia S1, S2, S3, S4, S5, S6 otrzymano dla trzech lokalizacji zaburzenia rezystywnego: w obszarze S1, S2 i S3 (rys. 7.5a,b,c). Dla zaburzenia rezy-

stywnego zlokalizowanego w obszarze S1 (rys. 7.5a), ze względu na skończoną prędkość propagacji strefy rezystywnej, dopiero po czasie ponad 2,75-ms w obszarze S2 pojawił się obszar rezystywny, a w obszarze S3 - po czasie ok. 4-ms.

W przypadku zaburzenia nadprzewodzenia zlokalizowanego w obszarze S2 otrzymano przebiegi gęstości generowanej mocy cieplnej $g(t)$ dla obszarów S1, S2, S3, S4, S5, S6 przedstawione na rys. 7.5b.

Ze względu na szybką propagację strefy rezystywnej wszystkie rozpatrywane obszary w końcowym czasie procesu osiągnęły zdolność generacji ciepła. Spadek wartości gęstości mocy cieplnej wraz z czasem procesu spowodowany jest zanikiem prądu w uzwojeniu. Początkowe strome nachylenie przebiegu $g(t)$ związane jest z występowaniem zjawiska podziału prądu pomiędzy włóknami nadprzewodnika a matrycą miedzianą. W punktach obszaru uzwojenia mających temperaturę T większą od temperatury przejścia T_s , ale mniejszą niż krytyczna T_c , tylko część prądu przepływa przez matrycę przewodu nadprzewodnikowego i zachodzi częściowa generacja ciepła (proces ten trwa około 0,1 ms).

Znaczny początkowy spadek mocy cieplnej generowanej w obszarze S3 o wartość $2,5 \cdot 10^8 \text{ W/m}^3$ w przedziale czasu o długości 0,25 ms występuje w przypadku zaburzenia cieplnego zlokalizowanego w obszarze S3 (rys. 7.5c). Związane jest to z dużą ilością energii cieplnej odprowadzonej z tego obszaru do otoczenia na początku zjawiska propagacji strefy rezystywnej.

Przebiegi prądu, napięcia i rezystancji uzwojenia

Dla przypadków zaburzenia zlokalizowanego w obszarach S1, S2 i S3 przeprowadzono obliczenia przebiegów prądu $I(t)$, napięcia $U_R(t)$ i rezystancji $R(t)$ uzwojenia podczas procesu zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu (rys. 7.6a,b,c).

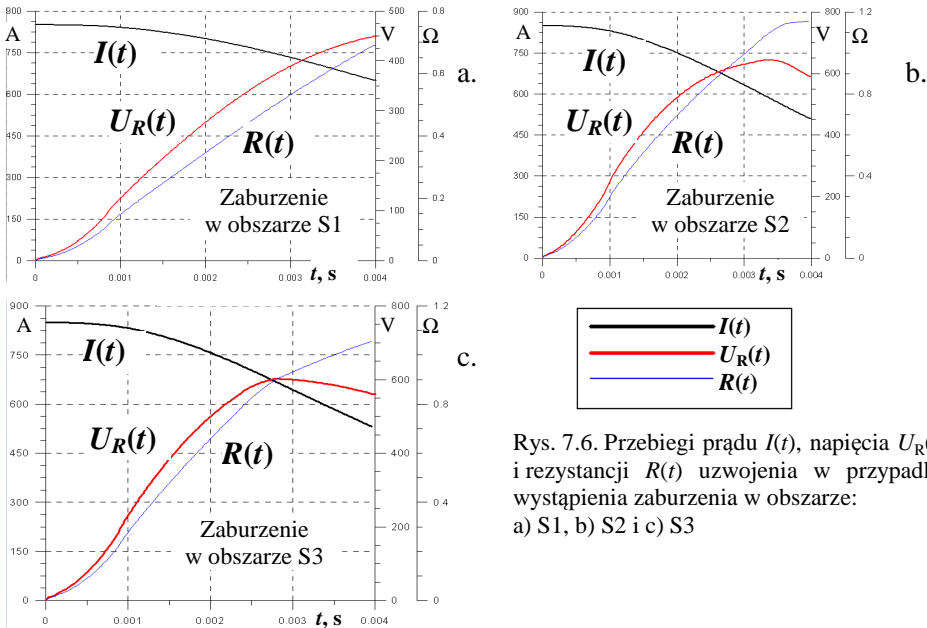
Zanikanie prądu $I(t)$ w uzwojeniu nadprzewodnikowym następuje pod wpływem rozwijającej się strefy rezystywnej. Energia pola magnetycznego uzwojenia rozładowywana jest na rezystancji $R(t)$ obszaru rezystywnego, która stanowi rezystancję wewnętrzną uzwojenia.

Ze względu na powolną propagację strefy rezystywnej, w analizowanym przedziale czasu do 4 ms nie nastąpi objęcie strefą całego uzwojenia.

Podczas zanikania prądu napięcie $U_R(t)$ rośnie, ze względu na wzrost rezystancji uzwojenia $R(t)$ i osiąga znaczne wartości ok. 700 V w przypadku zaburzenia w obszarze S2 (rys. 7.6b).

Rys. 7.6b przedstawia zanikanie prądu w uzwojeniu nadprzewodnikowym pod wpływem rozwijającej się strefy rezystywnej. Ze względu na szybką propagację strefy w czasie mniejszym od 3,5 ms nastąpi objęcie strefą całego uzwojenia. Spowoduje to, że dalsze przyrosty rezystancji $R(t)$ związane będą jedynie ze wzrostem rezystywności matrycy przewodu nadprzewodnikowego. Napięcie od czasu objęcia strefą rezystywną całego uzwojenia będzie malało (po czasie 3,5 ms napięcie wynosi 750V przy wartości natężenia prądu 460 A).

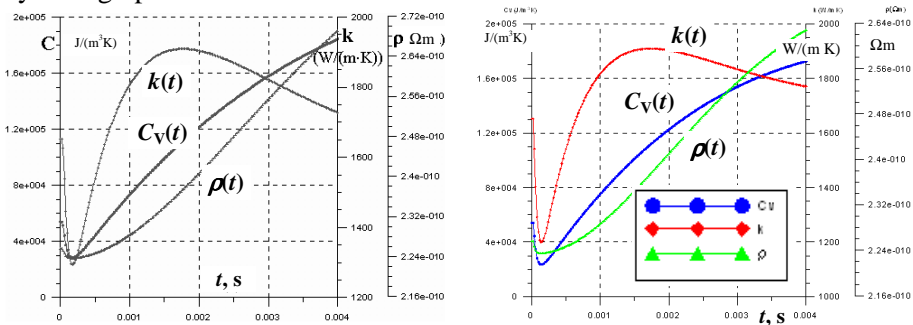
Rys. 7.6c przedstawia przebiegi natężenia prądu $I(t)$, napięcia $U_R(t)$ i rezystancji strefy rezystywnej $R(t)$ przy zaburzeniu nadprzewodzenia w obszarze S3. Maksymalna wartość napięcia (600V) wystąpiła w czasie 2,75 ms (przy $I = 675$ A, $R = 0,89 \Omega$).



Rys. 7.6. Przebiegi prądu $I(t)$, napięcia $U_R(t)$ i rezystancji $R(t)$ uzwojenia w przypadku wystąpienia zaburzenia w obszarze: a) S1, b) S2 i c) S3

Przebiegi pojemności i przewodności cieplnej oraz rezystywności

Rys. 7.7a przedstawia przebiegi parametrów materiałowych uzwojenia dla wybranego punktu obszaru S1.



Rys. 7.7. Przebiegi uśrednionej pojemności cieplnej $C_v(t)$, przewodności cieplnej $k(t)$ i rezystywności $\rho(t)$ uzwojenia w punkcie P1 w przypadku lokalizacji zaburzenia w obszarze: a) S1, b) S2

Największą zmiennością charakteryzuje się uśredniona pojemność cieplna (w podanym czasie zwiększa się ponad pięciokrotnie). Początkowy spadek

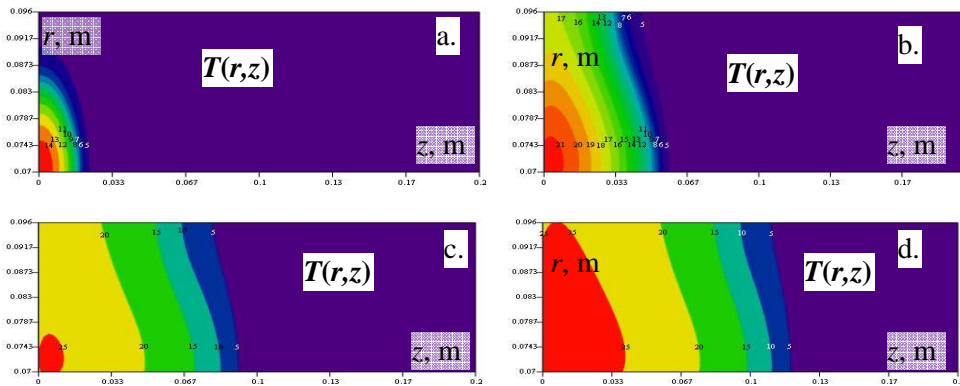
przewodności cieplnej związany jest z obniżeniem się temperatury w obszarze inicjacji strefy rezystywnej. Po czasie $t = 2$ -ms przewodność cieplna maleje, co związane jest z charakterystyką przewodności cieplnej miedzi. Wzrost pojemności cieplnej oraz spadek przewodności cieplnej powoduje spowolnienie zjawiska przewodzenia ciepła.

Rys. 7.7b przedstawia przebiegi parametrów materiałowych $C_V(t)$, $k(t)$ i $\rho(t)$ w obszarze S1 uzwojenia przy wymuszeniu cieplnym w obszarze S2. Przebiegi w przypadku obu lokalizacji zaburzenia rezystywnego w obszarach S1 i S2 są bardzo zbliżone.

7.2. Rozkłady temperatury, temperatury przejścia i gęstości mocy cieplnej

Opracowany na podstawie modelu matematycznego zanikania nadprzewodzenia program *SuperMagnes* umożliwił obliczenie rozkładów temperatury $T(r,z)$ (rys. 7.8), temperatury przejścia $T_s(r,z)$ (rys. 7.9) oraz gęstości mocy cieplnej $g(r,z)$ (rys. 7.10) w wybranych chwilach czasu.

Otrzymane rozkłady temperatury $T(r,z)$ w uzwojeniu wskazują, że punkty obszaru inicjacji strefy rezystywnej są punktami o najwyższej temperaturze przez cały czas trwania procesu propagacji strefy rezystywnej. Kształt linii rozkładu temperatury w uzwojeniu wskazuje na elipsoidalny charakter propagacji czoła strefy rezystywnej (osią obrotu jest oś z).

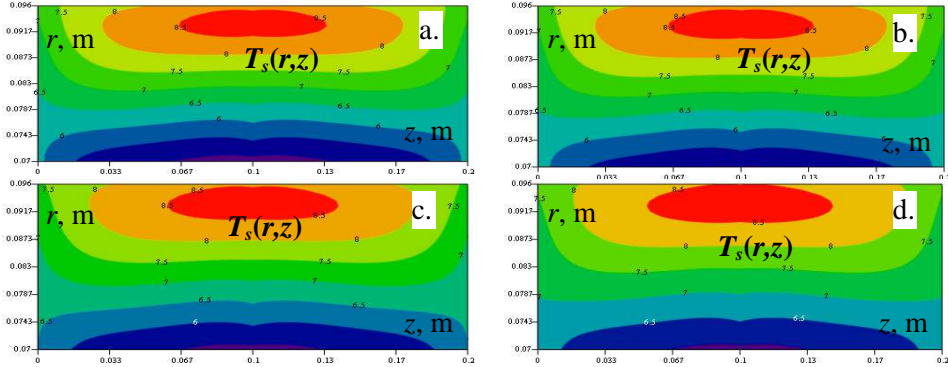


Rys. 7.8. Rozkłady temperatury $T(r,z)$ [K] w uzwojeniu w wybranych chwilach czasu:

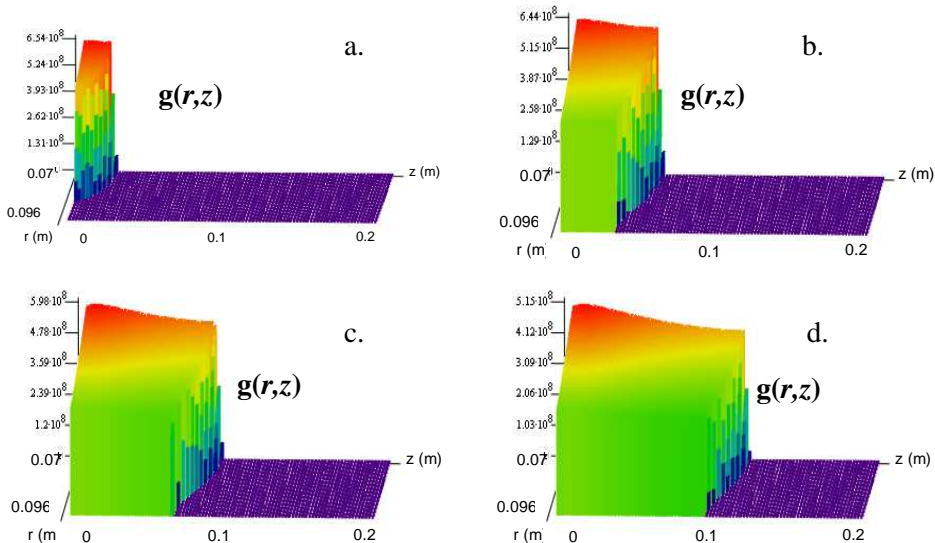
a) $t = 0,5$ -ms, b) $1,5$ -ms, c) $2,5$ -ms, d) $3,5$ -ms

Kształt linii rozkładu temperatury przejścia $T_s(r,z)$ jest zbliżony do linii rozkładu indukcji magnetycznej $B(r,z)$ w uzwojeniu. Małe wartości temperatury przejścia w pobliżu wewnętrznej krawędzi uzwojenia związane są ze zwiększoną wartością indukcji magnetycznej.

Rozkład temperatury przejścia $T_s(r,z)$ zależy również od wartości prądu uzwojenia. Gdy po powstaniu strefy rezystywnej prąd maleje, rośnie temperatura przejścia $T_s(B(r,z),J)$ i polepszają się warunki nadprzewodzenia, jednak ze względu na generowanie objętościowej gęstości mocy cieplnej $g(r,z)$ o znacznych wartościach, powrót do stanu nadprzewodzenia nie jest możliwy.



Rys. 7.9. Rozkłady temperatury przejścia $T_s(r,z)$ [K] w uzwojeniu w wybranych chwilach czasu: a) $t = 0,5$ -ms, b) $1,5$ -ms, c) $2,5$ -ms, d) $3,5$ -ms



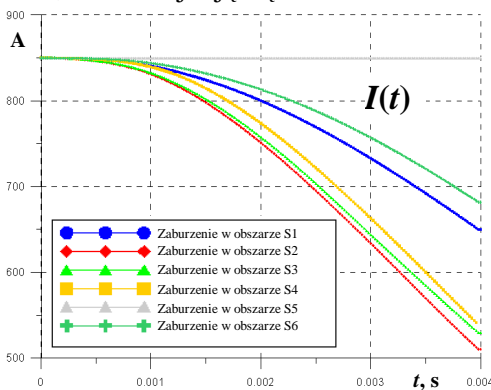
Rys. 7.10. Przestrzenne rozkłady gęstości generowanej mocy cieplnej $g(r,z)$ [W/m^3] w uzwojeniu w wybranych chwilach czasu: a) $t = 0,5$ -ms, b) $1,5$ -ms, c) $2,5$ -ms, d) $3,5$ -ms

Maksimum gęstości mocy cieplnej dla wymuszenia w obszarze S1 wynosi około $6,5 \cdot 10^8 \text{ W/m}^3$. Po czasie $t = 4 \text{ ms}$ maksimum gęstości mocy cieplnej maleje do $4,6 \cdot 10^8 \text{ W/m}^3$, ze względu na spadek prądu uzwojenia.

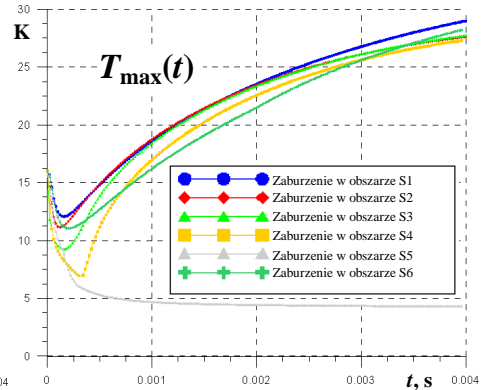
7.3. Wpływ miejsca wystąpienia zaburzenia na przebiegi zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu nadprzewodnikowym

Przy użyciu programu *SuperMagnes* przeprowadzono badania wpływu miejsca wystąpienia zaburzenia nadprzewodzenia na przebiegi prądu $I(t)$ (rys. 7.11), temperatury maksymalnej $T_{\max}(t)$ (rys. 7.12), napięcia $U_R(t)$ (rys. 7.13) oraz rezystancji $R(t)$ (rys. 7.13) uzwojenia nadprzewodnikowego NbTi/Cu.

Największy spadek wartości prądu $I(t)$ (rys. 7.11) występuje przy zaburzeniu nadprzewodzenia zlokalizowanym w obszarze S2. Spowodowane jest to największą wartością prędkości propagacji strefy rezystywnej w warunkach najbardziej sprzyjających powstaniu procesu niekontrolowanej utraty nadprzewodzenia (najmniejsza wartość temperatury przejścia $T_s(r,z)$). Podobne obniżenie wartości prądu po czasie 4-ms występuje przy zaburzeniu cieplnym w obszarach S3 i S4, które znajdują się w blisko obszaru S2.



Rys. 7.11. Przebiegi prądu $I(t)$ uzwojenia w przypadku zaburzenia nadprzewodzenia w obszarach S1, S2, S3, S4, S5, S6



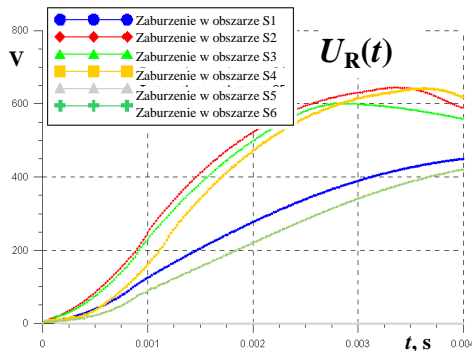
Rys. 7.12. Przebiegi temperatury $T_{\max}(t)$ uzwojenia w przypadku zaburzenia nadprzewodzenia w obszarach S1, S2, S3, S4, S5, S6

Temperatura maksymalna $T_{\max}(t)$ jest największą wartością w rozkładzie temperatury $T(r,z,t)$ w uzwojeniu w chwili t . Maksimum rozkładu temperatury $T(r,z,t)$ w ogólności może zmieniać swoją lokalizację podczas procesu zanikania nadprzewodzenia w zależności od warunków chłodzenia uzwojenia, wyrażanych poprzez warunki brzegowe modelu matematycznego. Także równoczesne wystąpienie większej liczby zaburzeń nadprzewodzenia może powodować przesuwanie się maksimum rozkładu temperatury w obszarze uzwojenia w trakcie procesu zanikania nadprzewodzenia. Jednak w przypadku pojedynczego zaburzenia i ustalonych warunków adiabatycznych na krawędziach obszaru uzwojenia, maksimum temperatury zlokalizowane jest zazwyczaj w miejscu wystąpie-

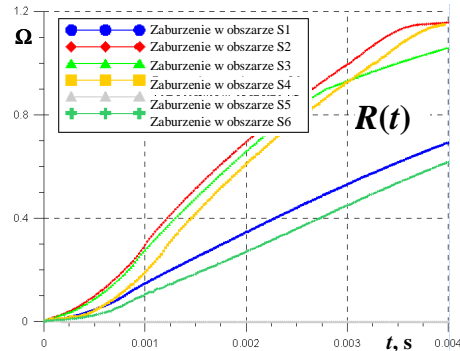
nia zaburzenia. Przebiegi $T_{\max}(t)$ (rys. 7.12) uzyskane dla lokalizacji zaburzenia w obszarach S1 – S4 oraz S6 wykazują chwilowe obniżenie wartości, po czym następuje niekontrolowane zwiększanie temperatury w czasie. Dla lokalizacji zaburzenia w obszarze S5 następuje obniżenie się przebiegu $T_{\max}(t)$ aż do powrotu do temperatury początkowej uzwojenia. Zaburzenie nadprzewodzenia w tym obszarze nie spowodowało utraty nadprzewodzenia przez całe uzwojenie.

Przebiegi napięcia $U_R(t)$ strefy rezystywnej (rys. 7.13) wykazują wraz z zanikaniem prądu w przewodzie, wzrost aż do osiągnięcia maksimum, które występuje w różnym czasie dla poszczególnych lokalizacji zaburzenia rezystywnego. Przy zaburzeniach występujących w obszarach S1 i S6 maksimum to jest wyraźnie opóźnione w stosunku pozostałych przypadków i znalazło się już poza analizowanym czasem procesu. W przypadku zaburzenia w obszarze S5 napięcie uzwojenia przez cały czas trwania procesu zanikania nadprzewodzenia miało wartość zerową, co związane jest z utrzymaniem stanu nadprzewodzenia.

Dla przebiegów rezystancji $R(t)$ uzwojenia (rys. 7.14), przy wymuszeniach w obszarach S3 i S4 widać wyraźną różnicę w szybkości narastania charakterystyki w porównaniu z wymuszeniami w obszarach S1 i S6. Przy wymuszeniu w obszarze S2 rezystancji przestaje stromo narastać po czasie ok. 3,5-ms.



Rys. 7.13. Przebiegi napięcia $U_R(t)$ w uzwojeniu w przypadku zaburzenia nadprzewodzenia w obszarach S1, S2, S3, S4, S5, S6



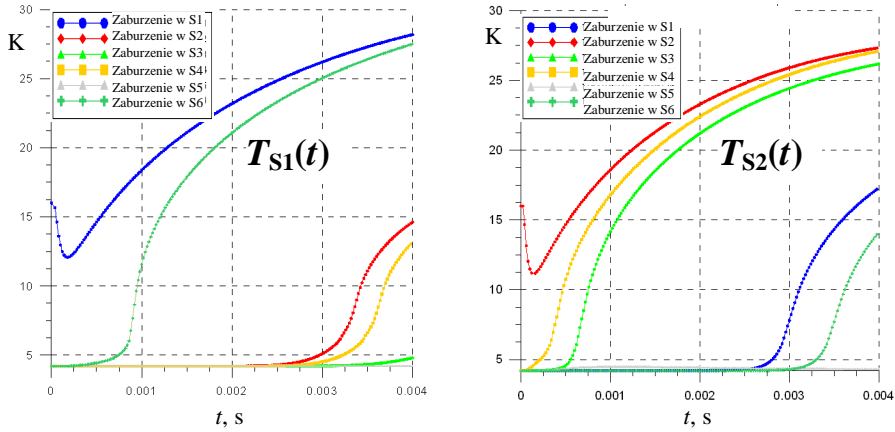
Rys. 7.14. Przebiegi rezystancji $R(t)$ uzwojenia w przypadku zaburzenia nadprzewodzenia w obszarach S1, S2, S3, S4, S5, S6

7.4. Przebiegi temperatury w wybranych obszarach uzwojenia

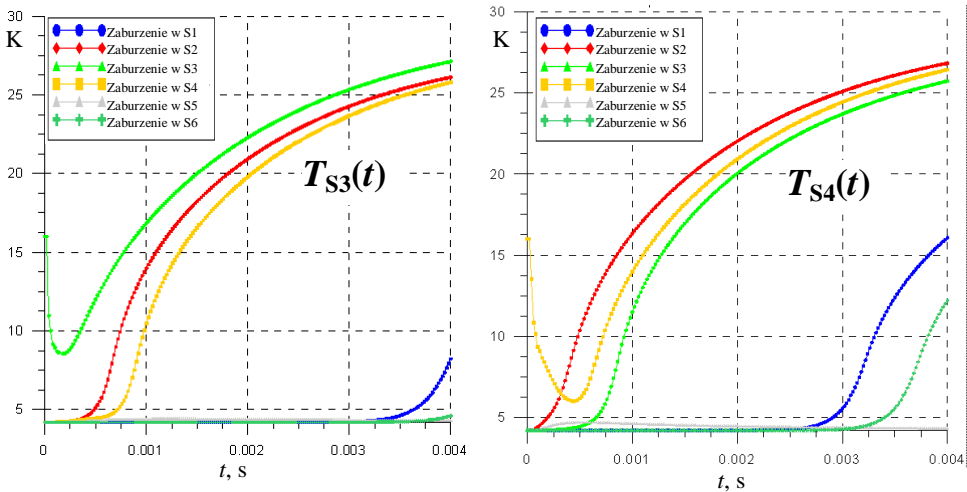
Charakterystyki (rys. 7.15 - 7.17) ilustrują przebiegi temperatury $T(t)$ w wybranych obszarach S1, S2, S3, S4, S5, S6 przekroju poprzecznego uzwojenia, przy różnych miejscach wystąpienia zaburzenia cieplnego S1 – S6.

Tylko w przypadku wystąpienia zaburzenia cieplnego w obszarze S5 i S6 w czasie poniżej 4 ms temperatura $T(t)$ nie przekroczyła temperatury przejścia $T_s(t)$ w obszarze S1 (rys. 7.15a). Tylko w przypadku zaburzenia w obszarze S5 temperatura obszaru S2 (rys. 7.15b) nie zwiększyła się znacząco ponad temperaturę zaburzenia w rozpatrywanym czasie. W przypadku zaburzenia cieplnego

w obszarze S1, S5, i S6 (rys. 7.15b) strefa rezystywna nie objęła obszaru S2 w czasie poniżej 4 ms.

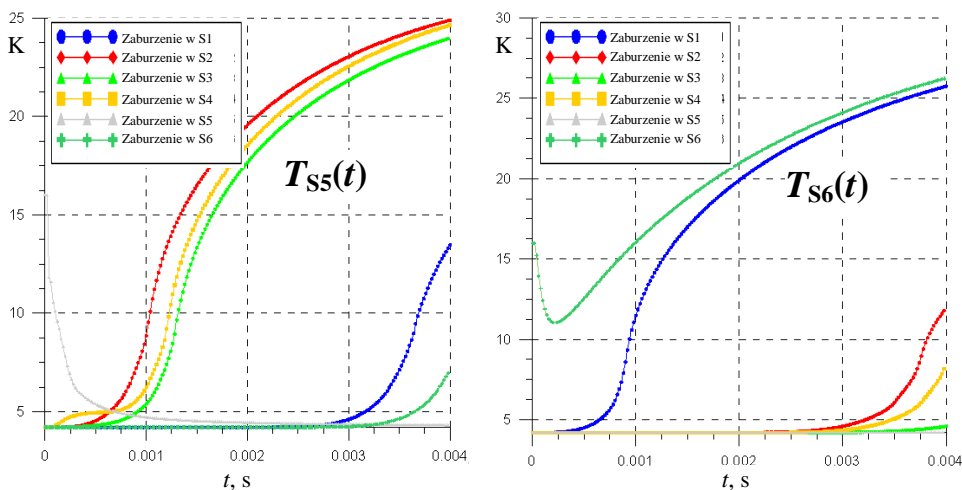


Rys. 7.15. Przebiegi temperatury w obszarze: a) S1 i b) S2 przy lokalizacji zaburzenia w obszarach S1, S2, S3, S4, S5, S6



Rys. 7.16. Przebiegi temperatury w obszarze: a) S3 i b) S4 przy lokalizacji zaburzenia w obszarach S1, S2, S3, S4, S5, S6

W pierwszej części przebiegów temperatury $T(t)$ (rys. 7.15 – 7.17) następuje powolny wzrost temperatury (dla przebiegów, w których nie zachodzi generacja mocy cieplnej). Związane jest to z przepływem energii cieplnej w kierunku przeciwnym do gradientu temperatury w uzwojeniu. Następnie pojawia się nagły skok temperatury rozpatrywanego obszaru po przekroczeniu w nim temperatury przejścia $T_s(t)$.



Rys. 7.17. Przebiegi temperatury w obszarze: a) S5 i b) S6 przy lokalizacji zaburzenia w obszarach S1, S2, S3, S4, S5, S6

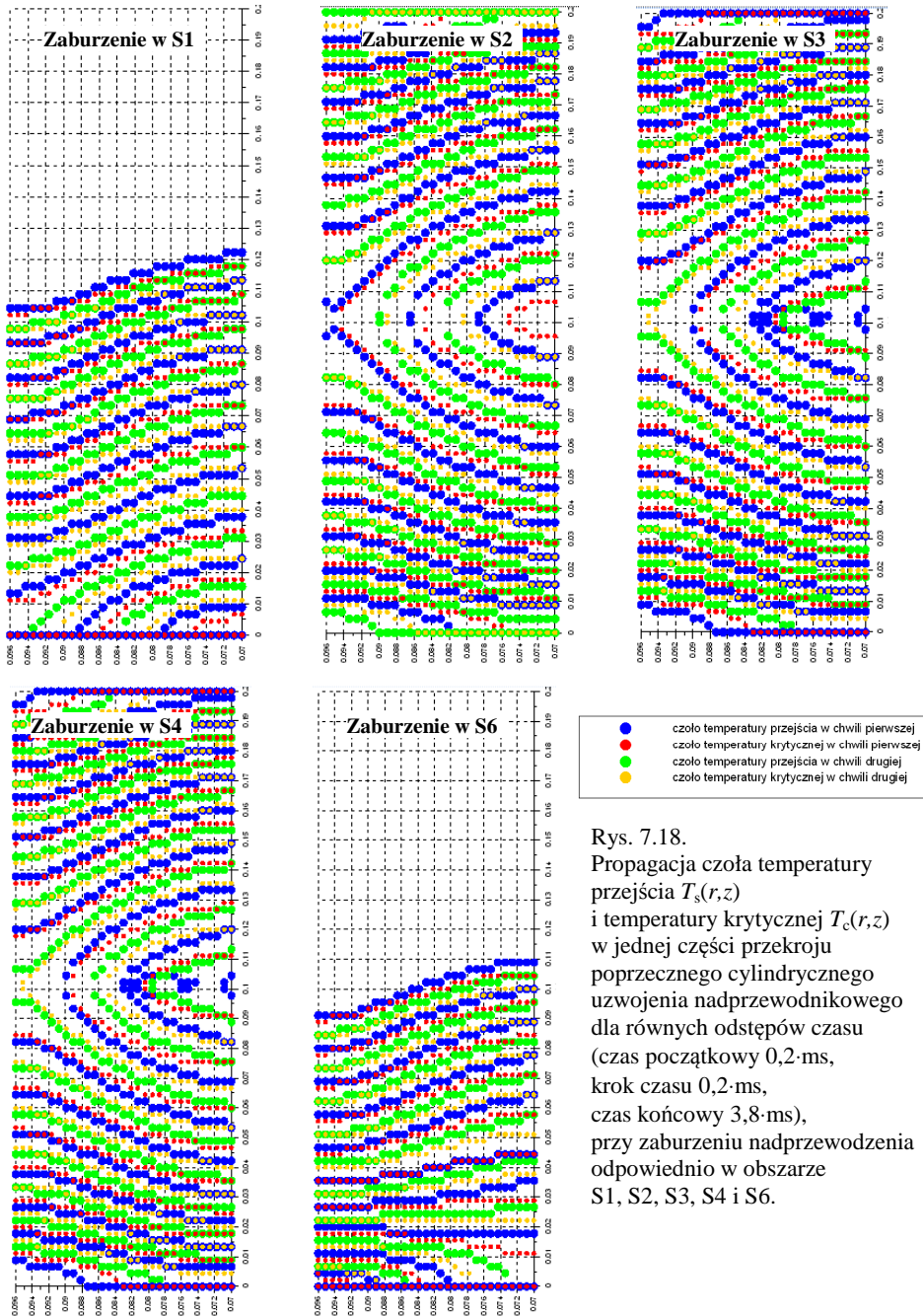
7.5. Rozkłady frontu temperatury przejścia i temperatury krytycznej

W celu zobrazowania zmian kształtu czoła temperatury krytycznej $T_c(r,z)$ i temperatury przejścia $T_s(r,z)$ w czasie, a więc konturów, które ograniczają strefę rezystywną, przedstawiono rodziny charakterystyk we współrzędnych r i z dla stałego kroku czasu 0,2-ms. Zbiór współrzędnych frontu strefy rezystywnej uzyskano dzięki opracowanemu w tym celu algorytmowi.

Współrzędne czoła propagacji wyznaczono na podstawie wyników obliczeń dla zaburzeń cieplnych w obszarach S1, S2, S3, S4, i S6 (dla obszaru S5 strefa rezystywna nie powstała i czoło temperatury przejścia szybko zaniknęło).

Zgodnie z oczekiwaniami czoło temperatury przejścia $T_s(r,z)$ poprzedza czoło temperatury krytycznej $T_c(r,z)$. W części objętości uzwojenia pomiędzy czołami temperatury przejścia $T_s(r,z)$ a temperatury krytycznej $T_c(r,z)$ zachodzi podział prądu pomiędzy włóknami nadprzewodnika a matrycą miedzianą, czyli współistnienie generacji mocy cieplnej oraz stanu nadprzewodzenia. W obszarze wewnątrz czoła temperatury krytycznej $T_c(r,z)$ uzwojenie jest w stanie rezystywnym, natomiast w obszarze na zewnątrz czoła temperatury przejścia $T_s(r,z)$ uzwojenie jest w stanie nadprzewodzenia.

Kształt czoła temperatur $T_s(r,z)$ i $T_c(r,z)$ w przypadku zaburzeń w obszarach S1 i S6 oraz dla S2, S3 i S4 jest podobny. Na podstawie rys. 7.18 można oszacować wartości prędkości propagacji frontu temperatury przejścia.

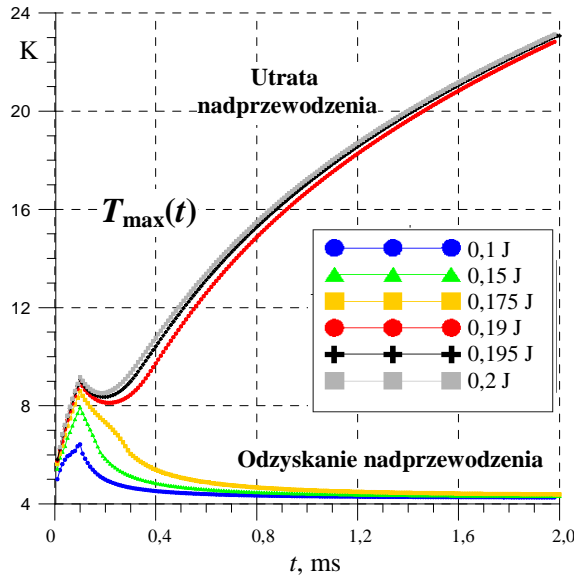


Rys. 7.18. Propagacja czoła temperatury przejścia $T_s(r, z)$ i temperatury krytycznej $T_c(r, z)$ w jednej części przekroju poprzecznego cylindrycznego uzwojenia nadprzewodnikowego dla równych odstępów czasu (czas początkowy 0,2-ms, krok czasu 0,2-ms, czas końcowy 3,8-ms), przy zaburzeniu nadprzewodzenia odpowiednio w obszarze S1, S2, S3, S4 i S6.

7.6. Wpływ energii zaburzenia na przebiegi temperatury maksymalnej

W celu wywołania procesu zanikania nadprzewodzenia doprowadzono do uzwojenia zaburzenie w postaci impulsów cieplnych zaburzających stan nadprzewodzenia. Parametrem wejściowym była wielkość energii E impulsu oraz czas jego trwania t . Na początku uziemienniono wielkość doprowadzonej energii przy stałym czasie trwania impulsu zaburzającego. Następnie zbadano wpływ czasu trwania impulsu cieplnego przy stałej wartości doprowadzonej energii.

Dla jednakowego czasu trwania impulsu $t_z = 0,1$ ms doprowadzano energię o wartościach zmieniających się od $E_z = 0,1$ J do $0,2$ J (rys. 7.19). Energia o wartości $E_z = E_q = 0,19$ J okazała się być minimalną energią, której dostarczenie powoduje wzrost wartości maksymalnej temperatury $T_{\max}(t)$ w przestrzeni uzwojenia i rozpoczęcie procesu propagacji strefy rezystywnej. Dalsze zwiększanie wartości doprowadzanej energii nie prowadzi do znaczącego wzrostu temperatury maksymalnej uzwojenia, gdyż energia ta jest niewielka w stosunku do całkowitej energii rozładowywanej podczas procesu zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu.

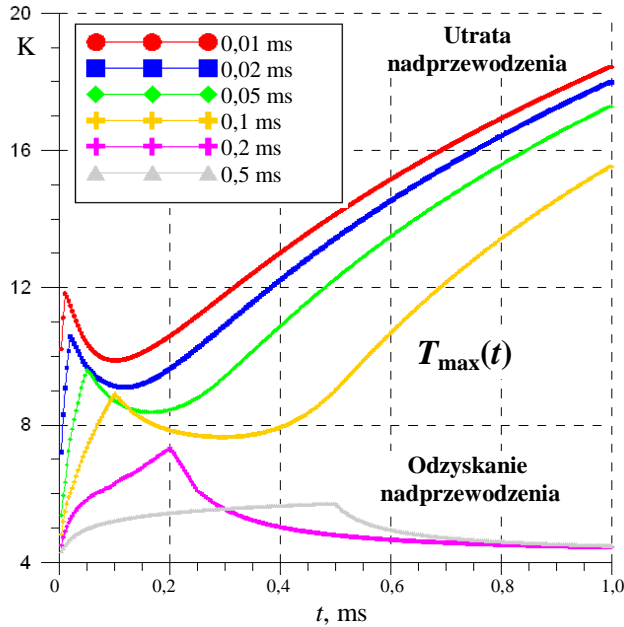


Rys. 7.19. Wpływ energii impulsu cieplnego zaburzającego nadprzewodzenie na przebieg temperatury maksymalnej $T_{\max}(t)$ uzwojenia przy czasie trwania impulsu $t_z = 0,1$ ms

Zbadano również wpływ czasu trwania impulsu t_z zaburzenia cieplnego na przebieg temperatury maksymalnej $T_{\max}(t)$ uzwojenia przy ustalonej wartości energii E_z impulsu zaburzającego nadprzewodzenie.

Dla wartości minimalnej energii utraty nadprzewodzenia $E_z = E_q = 0,19$ J uzyskano maksymalny czas $t_z = 0,1$ ms trwania impulsu (rys. 7.20), przy którym

następuje narastanie przebiegu maksymalnej temperatury uzwojenia $T_{\max}(t)$, świadczące o postępującym niekontrolowanym procesie propagacji strefy rezystywnej i zanikania stanu nadprzewodzenia w uzwojeniu oraz nieodwracalnej utracie tego stanu.



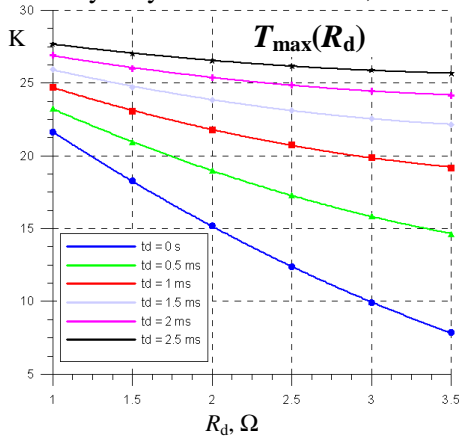
Rys. 7.20. Wpływ czasu trwania impulsu t_z cieplnego zaburzającego nadprzewodzenie na przebieg temperatury maksymalnej $T_{\max}(t)$ uzwojenia przy energii impulsu $E_z = E_q = 0,19$ J

Z kolei przy zmniejszaniu czasu trwania impulsu zaburzającego t_z o tej samej energii E_z uzyskano minimalny czas $t_z = 0,02$ ms, przy którym po chwilowym zaniku nadprzewodzenia następuje odzyskanie tego stanu. Zatem czas trwania zaburzenia, przy którym następuje zmiana charakteru dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia pomiędzy jego odzyskaniem a nieodwracalną utratą zawiera się w przedziale $t_z \in \langle 0,01; 0,02 \rangle$.

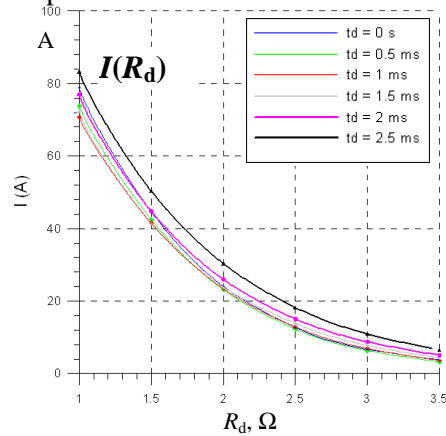
7.7. Wpływ rezystancji zewnętrznej na charakterystyki rozładowania uzwojenia

Korzystając z programu *SuperMagnes* przeprowadzono obliczenia procesu rozładowania energii zgromadzonej w uzwojeniu nadprzewodnikowym NbTi/Cu przez zewnętrzny rezystor zabezpieczający o rezystancji R_d dołączanej przez otwarcie zwory nadprzewodnikowej w chwili wykrycia zanikania nadprzewodzenia. Założono, że czas detekcji i załączenia zwory nadprzewodnikowej jest zerowy, chociaż w rzeczywistości ma on niezerową wartość wynikającą z opóźnienia układu. Celem obliczeń było zbadanie wpływu wartości rezystancji i cza-

su załączania na przebiegi temperatury maksymalnej uzwojenia $T_{\max}(t)$ oraz prądu $I(t)$ rozładowania uzwojenia. Obserwowano proces rozładowania trwający 10 ms. Przyjęto lokalizację zaburzenia nadprzewodzenia w obszarze S2, obliczenia wykonywano do chwili 7,5 ms trwania procesu.



Rys. 7.21. Temperatura maksymalna T_{\max} uzwojenia po czasie 7,5 ms od zainicjowania strefy rezystywnej w obszarze S2 w funkcji rezystancji bocznikującej R_d przy różnych wartościach czasu załączenia rezystora t_d



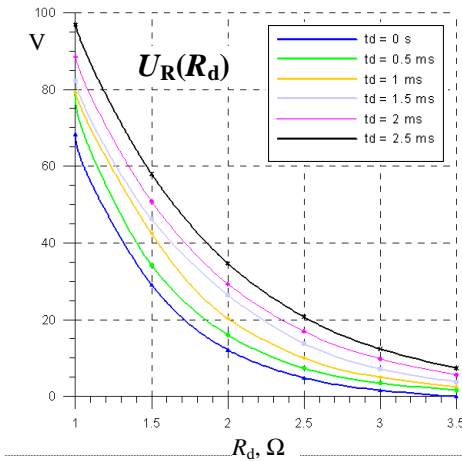
Rys. 7.22. Prąd I uzwojenia po czasie 7,5 ms od zainicjowania strefy rezystywnej w obszarze S2 w funkcji rezystancji bocznikującej R_d przy różnych wartościach czasu załączenia rezystora t_d

W wyniku obliczeń otrzymano rodzinę charakterystyk zależności temperatury maksymalnej uzwojenia $T_{\max}(R_d)$ od rezystancji bocznikującej przy różnych czasach załączenia t_d (rys. 7.21). Zwiększanie rezystancji bocznikującej powoduje wyraźne zmniejszanie się temperatury maksymalnej T_{\max} , przy czym zmiany te są większe przy szybkim załączeniu tej rezystancji. Dlatego istotnym parametrem wpływającym na zdolność ograniczenia temperatury maksymalnej jest czas detekcji strefy rezystywnej i zadziałania przełącznika. Nawet dla mniejszych wartości rezystancji, ale przy szybszym załączeniu jest możliwa skuteczniejsza ochrona uzwojenia. Czas zadziałania układu nie może być mniejszy od czasu, w którym strefa rezystywna obejmie całą objętość uzwojenia (w tym przypadku jest to czas 4 ms). Zgodnie z maksymalną dopuszczalną wartością napięcia na rezystancji bocznikującej należy odpowiednio dobrać parametry R_d i t_d .

Na charakterystykach przedstawionych na rys. 7.22 pokazano wpływ rezystancji R_d na wartość prądu uzwojenia $I(R_d)$ przy różnych wartościach czasu załączenia t_d . Obliczenia wykonano dla czasu 7,5 ms od powstania zaburzenia rezystywnego w obszarze S2. Zmniejszanie się prądu uzwojenia powoduje zmniejszanie generowanego ciepła Joule'a w uzwojeniu, tym samym chroniąc je przed przegrzaniem (generowana moc cieplna zależy od kwadratu prądu). Wpływ czasu załączenia rezystora bocznikującego na wartość prądu nie ma

większego znaczenia np. dla opornika o rezystancji 2Ω zakres zmienności wynosi około 8 A.

Na rys. 7.23 przedstawiono wpływ rezystancji R_d i czasu załączenia t_d na napięcie uzwojenia U_R w czasie 7,5 ms od powstania zaburzenia nadprzewodzenia w obszarze S2. Podobnie jak charakterystyki $I(R)$ (rys. 7.22), zależności $U_R(R)$ mają kształt krzywych eksponencjalnych.



Rys. 7.23. Zależności napięcia uzwojenia $U_R(R)$ w funkcji rezystancji bocznikującej R przy różnych wartościach czasu załączenia rezystora t_d , otrzymane po czasie 7,5 ms od zainicjowania strefy rezystywnej w obszarze S2

7.8. Wnioski

Posługując się opracowanym w rozdziale 6 modelem komputerowym wykonano obliczenia dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu cylindrycznym nawiniętym matrycowym przewodem NbTi/Cu. Rozpatrzono dwa sposoby zaburzenia nadprzewodzenia w uzwojeniu: przez nadanie obszarom zaburzeń cieplnych temperatury początkowej podwyższonej w stosunku do temperatury pozostałej części uzwojenia oraz poprzez dostarczenie do tych obszarów impulsu cieplnego o określonej energii i czasie trwania.

Zbadano wpływ miejsca wystąpienia zaburzenia na przebiegi prądu, temperatury maksymalnej, napięcia i rezystancji uzwojenia podczas zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu nadprzewodnikowym. Przeanalizowano przebiegi temperatury w wybranych obszarach uzwojenia, wskazując lokalizację, w której zaburzenie cieplne nie powoduje utraty nadprzewodzenia. Zobrazowano kształt czoła temperatury przejścia i temperatury krytycznej nadprzewodnika w uzwojeniu. Zbadano wpływ energii i czasu trwania impulsu zaburzającego nadprzewodzenie na przebiegi temperatury maksymalnej uzwojenia. Określono zakresy wartości tych parametrów, przy których następuje zmiana charakteru dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia pomiędzy jego odzyskaniem a nieodwracalną utratą. Zbadano wpływ zewnętrznej rezystancji i czasu jej załączania na charakterystyki rozładowania energii pola magnetycznego zgromadzonej w uzwojeniu.

Analiza wyników obliczeń pozwoliła na potwierdzenie charakteru zjawisk związanych z zanikaniem nadprzewodzenia i propagacją strefy rezystywnej w cylindrycznym uzwojeniu nadprzewodnikowym.

W wyniku powstałych obszarów rezystywnych w uzwojeniu narasta rezystancja, na której rozprasza się energia zgromadzonego pola magnetycznego (rys. 7.14). Po początkowym gwałtownym wzroście wartości rezystancji uzwojenia, w czasie którego do stanu rezystywnego przechodzą kolejno wszystkie zwoje, następuje jej stosunkowo niewielki przyrost związany z temperaturowym wzrostem rezystywności miedzi podczas procesu zanikania nadprzewodzenia.

Czoło strefy rezystywnej ma kształt elipsoidalny, a linie pola temperatury wnikają prostopadle do brzegów obszaru (rys. 7.18). Najbardziej niekorzystne warunki z punktu widzenia utraty stabilności nadprzewodzenia panują w pobliżu wewnętrznej ścianki uzwojenia, ze względu na najniższe wartości temperatury przejścia (rys. 7.9).

Napięcie w uzwojeniu pojawiające się w wyniku powstania strefy rezystywnej rośnie mimo malejących wartości prądu i osiąga maksimum, gdyż dalszy wzrost rezystancji nie kompensuje zaniku prądu (rys. 7.6).

Przy adiabatycznych warunkach brzegowych dla wszystkich krawędzi uzwojenia, obszar o temperaturze maksymalnej podczas procesu zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu zlokalizowany jest zawsze w miejscu wystąpienia zaburzenia cieplnego.

Istnieje pewna minimalna wielkość energii zaburzenia $E_z = E_q$, zwana energią utraty nadprzewodzenia, która w określonym czasie jest w stanie spowodować niekontrolowaną i nieodwracalną utratę nadprzewodzenia w uzwojeniu nadprzewodnikowym (rys. 7.19).

8. PODSUMOWANIE

W rozprawie przedstawiono problematykę stabilności termicznej przewodów i uzwojeń, będących zasadniczymi elementami silnopiędowych stałopiędowych urządzeń nadprzewodnikowych, takich jak elektromagnesy nadprzewodnikowe, i nadprzewodnikowe zasobniki energii.

Klasyczna teoria stabilności termicznej nadprzewodników, umożliwiającą analityczne podejście obliczeniowe, oparta jest na rozwiązywaniu szczególnych, głównie stacjonarnych przypadków pełnego równania dyfuzji cieplnej. Podejścia takie pomijają nieliniową zależność temperaturową parametrów materiałowych oraz zmienność parametrów krytycznych podczas procesu zanikania nadprzewodzenia. Prowadzi to do projektowania pracy urządzenia nadprzewodnikowego przy dużym marginesie stabilności nadprzewodzenia ze względu na prąd, temperaturę i indukcję magnetyczną, w wyniku czego następuje nadmierne zużycie materiału nadprzewodnika i stabilizatora.

Nowe podejście przyjęte przez autora rozprawy, oparte na numerycznym rozwiązywaniu pełnego równania dyfuzji, proponowane jest w najnowszych zagranicznych pracach dotyczących stabilności termicznej nadprzewodników również w sposób niepełny. Podejście to zazwyczaj nie uwzględnia zmienności czasowo-przestrzennej wszystkich wielkości fizycznych podczas procesu zanikania nadprzewodzenia. Z tego względu w pracy uznano za celowe pogłębienie teorii stabilności elementów nadprzewodnikowych poprzez opracowanie i zbadanie nowych modeli komputerowych dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia w przewodach i uzwojeniach nadprzewodnikowych.

Modele te wiążą niestacjonarne pole temperatury ze zmieniającym się w czasie i przestrzeni obszarem generacji ciepła. Funkcja gęstości mocy cieplnej opisująca obszar reprezentujący strefę rezystywną sprzężona jest ze zmieniającym się w czasie prądem uzwojenia, a co za tym idzie, także rozkładem pola magnetycznego. Uwzględniona została nieliniowa temperaturowa zmienność pojemności i przewodności cieplnej oraz rezystywności kompozytowego przewodu nawojowego i uzwojenia pracującego podczas dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia w zakresie temperatur o rozpiętości kilkudziesięciu kelwinów.

Opracowane modele komputerowe umożliwiły zbadanie wpływu parametrów pracy przewodów MgB_2/Cu i $YBCO/Ag$: prądu roboczego i temperatury przewodu na minimalną energię utraty nadprzewodzenia, prędkość propagacji strefy rezystywnej oraz zaproponowane przez autora parametry dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia: czas utraty nadprzewodzenia, maksymalną temperaturę zaburzenia i temperaturę utraty nadprzewodzenia. Zbadano również wpływ parametrów impulsu zaburzającego nadprzewodzenie: energii zaburzenia, czasu trwania oraz długości impulsu zaburzającego na przebiegi procesu zanikania nadprzewodzenia.

Dla uzwojenia nadprzewodnikowego NbTi/Cu przeprowadzono badania wpływu miejsca wystąpienia zaburzenia oraz jego energii na niestacjonarne rozkłady temperatury, temperatury przejścia i gęstości mocy cieplnej oraz przebiegi rezystancji, prądu i napięcia strefy rezystywnej. Zbadano również wpływ energii i czasu trwania zaburzenia na przebiegi temperatury maksymalnej uzwojenia, co pozwoliło na wyznaczenie minimalnej energii utraty nadprzewodzenia i określenie warunków jego stabilnej pracy.

Wyznaczenie wpływu temperatury i prądu roboczego oraz parametrów impulsu zaburzającego nadprzewodzenie na parametry stabilności termicznej przewodów i uzwojenia nadprzewodnikowego z wykorzystaniem opracowanych komputerowych modeli dynamicznych procesów zanikania nadprzewodzenia pozwoliło na wykazanie słuszności postawionej we wprowadzeniu tezy rozprawy.

Poprzez udoskonalenie metod obliczania parametrów stabilności elementów nadprzewodnikowych, stanowiące próbę pogłębienia teorii stabilności termicznej silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych, osiągnięto założony cel pracy.

Do najważniejszych osiągnięć rozprawy można zaliczyć:

- opis i analizę podstawowych parametrów stabilności silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych LTS i HTS: minimalnej energii utraty nadprzewodzenia, minimalnej długości propagacji strefy rezystywnej i prędkości propagacji strefy rezystywnej oraz zdefiniowanie nowych parametrów opisujących stany dynamiczne zanikania nadprzewodzenia: temperatury zaburzenia, temperatury utraty nadprzewodzenia, czasu utraty nadprzewodzenia,
- sformułowanie modeli matematycznych i programów obliczeń procesu zanikania nadprzewodzenia opartych na autorskich jedno- oraz dwuwymiarowych numerycznych algorytmach dyfuzji ciepła, uwzględniających zależne od temperatury, czasu i położenia parametry materiałowe oraz niestacjonarną generację ciepła,
- opracowanie numerycznego algorytmu rozwiązywania pełnego równania różniczkowego cząstkowego dyfuzji cieplnej w geometrii cylindrycznej opartego na metodzie naprzemiennych kierunków ADI, uwzględniającego zarówno warunki brzegowe Dirichleta, jak i mieszane warunki Cauchy'ego,
- przeprowadzenie numerycznych obliczeń przestrzenno-czasowych rozkładów temperatury roboczej, temperatury krytycznej, prądu krytycznego oraz gęstości mocy cieplnej w kompozytowych przewodach nadprzewodnikowych MgB_2/Cu i przewodach warstwowych YBCO drugiej generacji, a także w cylindrycznych uzwojeniach nadprzewodnikowych NbTi/Cu podczas dynamicznych procesów zanikania nadprzewodzenia,
- zbadanie wpływu parametrów pracy elementów nadprzewodnikowych: prądu roboczego i temperatury przewodu na minimalną energię utraty nadprzewo-

dzenia, prędkość propagacji strefy rezystywnej oraz zdefiniowane uprzednio parametry dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia.

- zbadanie wpływu parametrów impulsu zaburzającego nadprzewodzenie: energii zaburzenia, czasu trwania oraz długości impulsu zaburzającego na parametry dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia,
- zbadanie wpływu miejsca wystąpienia zaburzenia oraz parametrów impulsu zaburzającego – energii, czasu trwania i długości na niestacjonarne rozkłady temperatury, temperatury przejścia i gęstości mocy cieplnej oraz przebiegi rezystancji i prądu oraz napięcia strefy rezystywnej w uzwojeniu nadprzewodnikowym NbTi/Cu.

Rozprawa dotyczy ważnej, aktualnej i rozwijającej się problematyki stabilności termicznej silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych, które znajdują coraz większe zastosowania w elektroenergetyce. Autor wyraża nadzieję, że opracowane złożone zagadnienia komputerowego modelowania i badania przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych, w szczególności metod obliczania parametrów stabilności, wzbogacają i pogłębiają teorię stabilności termicznej silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych, niezbędną do ich analizy i projektowania.

Niniejsza rozprawa w pełni nie wyczerpuje obszernej i złożonej problematyki komputerowego badania stabilności termicznej silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych. Dalsze prace powinny dotyczyć opracowania modeli zanikania nadprzewodzenia i badania stabilności taśm II generacji YBCO, uwzględniających wpływ rezystancji styków oraz oddziaływania elektrotermiczne pomiędzy warstwami tych taśm. Osobnego opracowania wymagają również zagadnienia stabilności termicznej uzwojeń nadprzewodnikowych wykonanych z przewodów MgB_2 oraz taśm YBCO. Te ostatnie uzwojenia o konfiguracji krążkowej („pancake”) wymagają jednak sformułowania innej geometrii rozwiązywania równania dyfuzji, niż dla uzwojenia cylindrycznego. We wszystkich przypadkach podejście trójwymiarowe oraz uwzględnienie anizotropowości taśm zwiększyłoby dokładność obliczeń parametrów stabilności termicznej silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych.

LITERATURA

- [1] Alessandrini M., Majkic G., Laskaris E.T., Salama K., Modeling of longitudinal and transverse quench propagation in stacks of superconducting MgB₂ wire, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 2437-2441.
- [2] Al-Odat M.Q., Al-Hussien F. M., Analytical prediction of quench energies of cooled superconductors based on the hyperbolic heat conduction model, *Int. Journal of Thermophysics* 29 (2008), 1523–1536.
- [3] Arbelaez D., Prestemon S. O., Dietderich D. R., Godeke A., Ye L., Hunte F., Schwartz J., Numerical investigation of the quench behavior of Bi₂Sr₂CaCu₂O_x wire, *Trans. Applied Supercond.*, 21 (2011) 3, 2789-2790.
- [4] Armenio AA, Augieri A, Celentano G, et al., Stability measurements on YBCO coated conductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 18 (2008) 2, 1293-6.
- [5] Bae D.K., Park D.K., et al., Quench initiation and propagation characteristics of HTS wires under liquid nitrogen cooling condition, *Journ. Phys. Conf. Ser.*, 43 (2006), 1043-1047.
- [6] Bae J.H., Park H.Y., Eom B.Y., Seong K.C., Baik S.K., Thermal stability of YBCO coated conductor with different Cu stabilizer thickness, *Physica C*, 470 (2010) 1880–1882.
- [7] Bai Z., Wu X., Wu C., Wang J., Quench propagation properties analysis of high-temperat. supercond. using finite element method, *Physica C*, 436 (2006) 99–102.
- [8] Bellis R.H., Iwasa Y., Quench propagation in high T_c superconductors, *Cryogenics*, 34 (1994) 2, 129-144.
- [9] Bottura L., A practical fit for the critical surface of NbTi, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 10 (2000), 1, 1054-1057.
- [10] Bottura L., Luongo C., Stability in forced flow, in: Lee P.J. (ed.): *Engineering Supercond.*, John Wiley & Sons, New York 2001, 306-317.
- [11] Bray J.W., Superconductors in applications; some practical aspects, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 2533-2539.
- [12] Breschi M, Trevisani L, Boselli M, Bottura L, Devred A, Ribani PL, et al. Minimum quench energy and early quench development in NbTi superconducting strands, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 17 (2007) 2, 2702-2705.
- [13] Breschi M., Trevisani L., Bottura L., et al., Comparing the thermal stability of NbTi and Nb₃Sn wires, *Supercond. Sci. Techn.*, 22 (2009) 025019 (10pp).
- [14] Bruzzone P., The index n of the voltage–current curve, in the characterization and specification of technical superconductors, *Physica C*, 401 (2004) 7–14.
- [15] Cardwell D.A., Ginley D.S. (ed.), *Handbook of superconducting materials*, Institute of Physics Publishing, Bristol – Philadelphia, 2003.
- [16] Caspi S., Chiesa L., Ferracin P., et al., Calculating quench propagation with ANSYS, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 13 (2003) 2, 1714–1717.

-
- [17] Cavaliere V., Masullo G., Formisano A., 3-D coupled thermo-electromagnetic modelling of superconducting MgB₂ coils, *IEEE Trans. Magnetics*, 45 (2009) 3, 1190-1193.
- [18] Celentano G., Polli G. M., Angrisani Armenio A., et al., Hot spot stimulated transition in YBCO coated conductors: experiments and simulations, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 2486-2489.
- [19] Chan W.K., Masson P.J., Luongo C.A., Schwartz J., Influence of inter-layer contact resistances on quench propagation in YBa₂Cu₃O_x Coated Conductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 2490-2495.
- [20] Choi Y. S., Kim D. L., Shin D. W., Initial cooldown characteristic of conduction-cooled high field magnet system, *Trans. Appl. Supercond.*, 21 (2011) 3 1604-1607.
- [21] Chorowski M., *Kriogenika. Podstawy i zastosowania*, Wyd. IPPU MASTA, Gdańsk 2007.
- [22] Cieśla A., Use of the low (LTS) and high (HTS) temperature superconductors in the magnetic separation. Economic compar., *Przegl. Elektrot.* 87 (2011) 3, 21-24.
- [23] Cieśla A., Nadprzewodnictwo w stulecie odkrycia: wybrane przykłady zastosowań, *Przegląd Elektrotechniczny*, 87 (2011) 12a, 1-6.
- [24] Cyrot M., Pavuna D., *Wstęp do nadprzewodnictwa. Nadprzewodniki wysokotemperaturowe*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 1996.
- [25] Czerwiński D., Janowski T., Surdacki P., Wybrane zagadnienia projektowe krioprzepustów prądowych urządzeń nadprzewodnikowych, *Przegląd Elektrotechniczny* 78 (1997) 3, 74-77.
- [26] Dai W., A generalized Peaceman-Rachford ADI scheme for solving two-dimensional parabolic differential equations, *Journ. Sci. Comp.* 12 (1997) 4 353-360.
- [27] Dai, T., Li J., et al., Thermal analysis of a conduction-cooled HTS coil with heat disturbances, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 15 (2005) 2, 1679-1682.
- [28] Dresner L., *Stability of Superconductors*, Plenum Press, New York, London 1995.
- [29] Du X., Jin M., Zhang Z., Xu Z., et al., Numerical analysis on the quench process and protection of conduction cooled MgB₂ magnet, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 20 (2010) 3, 2102-2106.
- [30] Duchateau J. L., New considerations about stability margins of NbTi cable in conduit conductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 2, 55-62.
- [31] Eisterer M., Weber H. W., Application prospects of MgB₂ in view of its basic properties, *Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 2788-2792.
- [32] Eyssa Y.M., Markiewicz W.D., Miller J., Quench, thermal, and magnetic analysis computer code for superconducting solenoids, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 7 (1997) 2, 159-162.
- [33] Fleshler S., Buczek D. Carter B., Cedrone P., at al., Scale-up of 2G wire manufacturing at American Superconductor Corporation, *Physica C*, 469 (2009) 1316-1321.

- [34] Fu M., Pan Z., Jiao Z., Kumakura H., et al., Quench characteristics and normal zone propagation of an MgB₂ superconducting coil, *Supercond. Sci. Techn.* 17 (2004) 160-163.
- [35] Fujiwara N., Hayashi H., Nagaya S., Shiohara Y., Development of YBCO power devices in Japan, *Physica C*, 470 (2010) 980-985.
- [36] Gao Z., Ma Y., Wang D., Zhang X., Development of doped MgB₂ wires and tapes for practical applications, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 20 (2010) 3, 1515-1520.
- [37] Gavrilin A.V., Konyukhov A.A., Malginov V.A., Computer simulation and experimental study of quench in superconducting epoxy-impregnated multi-layer coil, *IEEE Trans. Magnetics*, 32 (1996) 4, 2990-2993.
- [38] Gerald C. F., Wheatley P. O., *Applied numerical analysis*, Addison-Wesley Publ. Comp., Reading Massachusetts 1989.
- [39] Ghosh A.K., Gregory E., Peng X., Stability of High-J_c Nb₃Sn wires in the adiabatic limit, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 21 (2011) 3, 2380-2383.
- [40] Ghosh A.K., V-I transition and n-value of multifilamentary LTS and HTS wires and cables, *Physica C*, 401 (2004), 15-21.
- [41] Glowacki B.A., Majoros M., Tanaka K., et al., Critical current and cryogenic stability modelling of filamentary MgB₂ conductors, *Journ. Phys. Conf. Ser.*, 43 (2006), 103-106.
- [42] Gourlay S.A., Challenges and prospects for the large-scale application of superconductivity, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 18 (2008) 3, 1671-1680.
- [43] Gubser D. U., Superconductivity: an emerging power-dense energy-efficient technology, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 14 (2004), 4, 2037-2046.
- [44] Hayakawa N., Kojima H., Hanai M., Okubo H., Progress in development of superconducting fault current limiting transformer (SFCLT), *IEEE Trans. Applied Supercond.*, 21 (2011) 3, 1397-1400.
- [45] Hazelton D.W., Selvamanickam V., Duval J.M., Larbalestier D.C., Markiewicz W. D., Weijers H.W., Holtz R.L., Recent developments in 2G HTS coil technology, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 2218-2222.
- [46] Henning A., Kurrat M., Simulations of the quench-behaviour of coated conductors with hot-spots, *Journ. Phys. Conf. Ser.* 97 (2008) 012086 (4pp).
- [47] Holubek T., Kovac P., Takacs S., Husek I., Melisek T., Current sharing and the stability of composite MgB₂ superconductors, *Supercond. Sci. Techn.* 21 (2008) 065013 (8pp).
- [48] Hornung, F., Rimikis, A., Schneider, T., Current sharing and critical current distrib. in Bi-2223 tapes, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 20 (2010) 3, 1589-1592.
- [49] Huang T., Martínez E., Friend C., Yang Y., Quench characteristics of HTS conductors at low temperatures, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 18 (2008) 2, 1317-1320.
- [50] Ilyin Yu. A., Vysotsky V.S., Kiss T., Takeo M. et al., Stability and quench development study in small HTSC magnet, *Cryogenics* 41 (2001) 665-674.

-
- [51] Ishiyama A., Matsumura H., Takita W., Iwasa Y., Quench propagation analysis in adiabatic supercond. windings, *IEEE Trans. Magnetics*, 27 (1991) 2, 2092-2095.
- [52] Ishiyama A., Asai H., A stability criterion for cryocooler-cooled HTS coils, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 11 (2001) 1, 1832-1835.
- [53] Ishiyama A., Yanai M., Morisaki T., Ueda H., et al., Normal transition and propagation characteristics of YBCO tape, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 15 (2005) 2, part 2, 1659-1662.
- [54] Ishiyama A., Murakami H., Tsuchiya M., Ueda h., Kato H., Nara K., Shiohara Y., Visualization of normal-zone initiation and propagation using fluorescent paints, *Journ. Phys. Conf. Ser.* 97 (2008) 012169 (6pp).
- [55] Ishiyama A., Ueda H., Aoki Y., et al., Quench behavior and protection in cryocooler-cooled YBCO pancake coil for SMES, *Trans. Appl. Supercond.*, 21 (2011) 3, 2398-2401.
- [56] Iwakuma M., Miyazaki H., Tanaka I., Chigusa S., Funaki K., et al., Numerical simulation of thermal properties of Bi2223 conduction-cooled pulse coil for SMES, *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, 16 (2006) 2, 1757-1760.
- [57] Iwasa Y., Adzovie V.Y., Index number (n) below "critical" current in Nb-Ti superconductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 5 (1995) 3, 3437-3441.
- [58] Iwasa Y., HTS magnets: stability, protection, cryogenics, economics, current stability/protection activities at FBML; *Cryogenics* 43 (2003) 303-316.
- [59] Iwasa Y., Stability and protection of superconducting magnets – a discussion, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 15 (2005) 2, 1615-1620.
- [60] Iwasa Y., *Case studies in superconducting magnet: design and operational issues*, Second edition, Springer, New York, 2009 (682 pp.).
- [61] Izumi T., Shiohara, Y., R&D of coated conductors for applications in Japan, *Physica C*, 470 (2010) 967–970.
- [62] Janowski T., Malinowski H., Układ pomiarowy do badań stanów przejściowych krioelektromagnesu, *Zesz. Nauk. Pol. Świętokrz., Elektryka* 26 (1991), 91-97.
- [63] Janowski T., Surdacki P., Współczesne technologie i kierunki badań nadprzewodnikowych ograniczników prądu, *III Semin. "Zastosow. Nadprzewodników"*, Lublin-Naęczów, 22-23.11.2001, IPEiE PL, 101-110.
- [64] Janowski T. (red.), Stryczewska H.D., Kozak S., Malinowski H., Wojtasiewicz G., Surdacki P., Kondratowicz-Kucewicz B., Kozak J., *Nadprzewodnikowe ograniczniki prądu*, Wyd. Druk. LIBER, Lublin 2002.
- [65] Janowski T., Surdacki P., Stan badań i perspektywy zastosowania nadprzewodnikowych ograniczników prądu w systemach energetycznych, *Prace Instytutu Elektrotechniki*, 211 (2002), 55-70.
- [66] Janowski T., Surdacki P., Stan zastosowań silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych, *Przegląd Elektrotechniczny*, 78 (2002) 5s, 168-176.
- [67] Janowski T., Stryczewska H.D., Kozak S., Kondratowicz-Kucewicz B., Wojtasiewicz G., Kozak J., Surdacki P., Malinowski H., Bi-2223 and Bi-2212 tubes for small fault current limiters, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 14 (2004) 2, 851-854.

- [68] Janowski T. (red.), Kondratowicz-Kucewicz B., Kozak J., Kozak S., Majka M., Malinowski H., Surdacki P., Wojtasiewicz G., *Nadprzewodnikowe zasobniki energii*, Wyd. „Liber Duo” SC, Lublin 2007.
- [69] Janowski T., Stryczewska H. D., Wac-Włodarczyk A. (red.), *Technologie nadprzewodnikowe i plazmowe*, Lubelskie Towarzystwo Naukowe Lublin 2009.
- [70] Janowski, T., Wojtasiewicz, G., Possibility of using the 2G HTS superconducting transformer to limit short-circuit currents in power network, *Trans. Appl. Superconductivity*, 22 (2012), 5500904.
- [71] Jarvela J., Stenvall A., Mikkonen R., Quench development at supercritical currents in low n-value superconductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, part 3, 3511–3515.
- [72] Joshi C.H., Williams J.E.C., Iwasa Y., Quenching in epoxy-impregnated supercond. solenoids: prediction and verification, *IEEE Trans. Magnetics*, 23 (1987) 2, 922-925.
- [73] Kalsi S. S., *Applications of high temperature superconductors to electric power equipment*, (332 pp.), Wiley-IEEE Press, 2011.
- [74] Keilin V.E., Kovalev I A, Shutova D I, The influence of thermal disturbance duration on the stability of superconducting windings with extremely large heat capacity dopants, *Supercond. Sci. Techn.* 21 (2008) 025018 (5pp).
- [75] Kim H.M, Kwon Y.K., Lee J.D., Song J.B., Lee H.G., Quench and recovery characteristics of a racetrack double pancake coil wound with YBCO-coated conductor, *Supercond. Sci. Techn.*, 22 (2009) 025014 (5pp).
- [76] Kim H.R., Park C.R., Yim S. Yu S.D., Hyun O.B., Recovery characteristics of coated conductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 20 (2010) 3, 2194-2198.
- [77] Kim S.-B., Sano H., Joo J.-H., Kadota T., Murase S., Kim H.-M., Jo Y.-S., Kwon Y.-K., The characteristics of the normal transition in the longitudinal and transverse directions in cryocooled YBCO coils, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 20 (2010) 3, 2078-2082.
- [78] Kim W.-S., Trillaud F., Ahn M.C., Iwasa Y., Peng X., Tomsic M., Normal zone propagation in 2-dimensional YBCO winding pack models, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 18 (2008) 2, 1249-1252.
- [79] Kim, K.J., Song, J.B., Kim, J.H., Lee, J.H., Kim, H.M., Kim, W.S., Na, J.B., Ko, T.K., Lee, H.G., Detection of AE signals from a HTS tape during quenching in a solid cryogen-cooling system, *Physica C*, 470 (2010) 1883–1886.
- [80] Kiss T., Noda S., Nishimura S., et al., Analysis of quench development in a cryocooler cooled Bi-2223 pancake coil based in the anisotropic transport E-J characteristics in a short tape sample, *Physica C* 357-360 (2001) 1165-1168.
- [81] Kitazawa K. Superconductivity: 100th anniversary of its discovery and its future *Japanese Journal of Applied Physics* 51 (2012) 010001.
- [82] Klimenko E.Yu., Martovetsky N.N., Stability of the superconducting wires, Modern state of the theory, *IEEE Trans. Magnetics*, 28 (1992) 1, 842-845.
- [83] Kováč P. Martínez E. Melišek T. Kopera L. Hušek I. Stability of multi-core MgB₂/Ti/Cu/SS wires, *Cryogenics*, 51 (2011) 16–20.

-
- [84] Kozak J., Janowski T., Kozak S., Malinowski H., Wojtasiewicz G., Kondratowicz-Kucewicz B., Surdacki P., The influence of superconducting fault current limiter structure on the V-I characteristic, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 14 (2004), 2, 811- 814.
- [85] Kozak J., Majka M., Kozak S., Janowski T., Performance of SMES system with HTS magnet, *IEEE Trans. Appl. Superconductivity* 20 (2010) 3 1348-1351.
- [86] Kozak J., Majka M., Kozak S., Janowski T., Design and tests of coreless inductive superconducting fault current limiter, *Trans. Appl. Supercond.*, 22 (2012), 5601804.
- [87] Kozak S., Modelowanie elektrycznych urządzeń nadprzewodnikowych, *Prace Instytutu Elektrotechniki*, 221, (2005), 160 str.
- [88] Kozak S., Janowski T., Wojtasiewicz B., Kondratowicz-Kucewicz B., Kozak J., Surdacki P., NbTi magnet cooled by SRDK-408 cryocooler-results and numerical model, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 14 (2004) 2, 376-379.
- [89] Kozak S., Janowski T., Wojtasiewicz G., Kozak J., Glowacki B.A., Experimental and numerical analysis of electrothermal and mechanical phenomena in HTS tube of inductive SFCL, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 16 (2006), 2, 711- 714.
- [90] Larbalestier D., Gurevich A., Feldmann D. M., Polyanskii A., High- T_c superconducting materials for electric power applications, *Nature*, 414 (2001), 368-377.
- [91] Lee H., Kim H.M, Jankowski J, Iwasa Y. Detection of 'hot spots' in HTS coils and test samples with acoustic emission signals, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 14 (2004) 2, 1298-301.
- [92] Lee J., Kim H.M., Baik S.K., Lee E.-Y., Kwon Y.K., Park M., Yu I.K., Jo Y.-S., Investigation of thermal quench characteristic in the HTS Bi-2223 racetrack coil, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 18 (2008) 2, 1267-1270.
- [93] Lee P.J. (ed.), *Engineering Superconductivity*, Wiley-Interscience, John Wiley & Sons, New York 2001.
- [94] Lehtonen J., Mikkonen R., Paasi J., A numerical model for stability considerations in HTS magnets, *Supercond. Sci. Techn.*, 13 (2000), 251-258.
- [95] Leveque J., Netter D., Caron J.P., Martinez C., Rezzoug A., Influence of the dispersion of physical parameters on the thermal stability of superconducting coils, *Supercond. Sci. Techn.*, 11 (1998), 149-153.
- [96] Lewandowska M., Malinowski L., Analytical method for determining critical energies of uncooled superconductors based on the hyperbolic model of heat conduction, *Cryogenics*, 41 (2001) 4, 267-273.
- [97] Lim H., Iwasa Y., Two-dimensional normal zone propagation in BSCCO-2223 pancake coils, *Cryogenics*, 37 (1997) 12, 789-799.
- [98] Liu H., Wang Q., et al., Stability study on cryocooler-cooled superconducting magnets, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 15 (2005) 2, 1699-1702.
- [99] Liu H., Wang Y., Zhang H., et al., Stability investigation of a LTS/HTS hybrid conductor, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 20 (2010) 3, 2176-2179.

- [100] Mader O., Noe M., Schacherer C., et al., Investigation of the stability behavior of coated conductors, *Trans. Appl. Supercond.*, 21 (2011) 3, 3045-3048.
- [101] Maguire J.F., Yuan J., Status of high temperature superconductor cable and fault current limiter projects at American Superconductor, *Physica C*, 469 (2009) 874–880.
- [102] Maguire J. F., Yuan J., Romanosky W., Schmidt F., Soika R., et al., Progress and status of a 2G HTS power cable to be installed in the Long Island Power Authority (LIPA) grid, *Trans. Appl. Supercond.*, 21 (2011) 3, 961-966.
- [103] Majkic G., Alessandrini M., Laskaris E.T., Salama K., The effect of the wire design parameters on the stability of MgB₂ superconducting coils, *Supercond. Sci. Techn.*, 22 (2009) 034021 (9pp).
- [104] Majoros M., Glowacki B.A., Campbell A.M., Stability of Bi-2223/Ag multifilamentary tapes with oxide barriers – a numerical simulation, *Physica C*, 372-376 (2002) 919-922.
- [105] Majoros M., Campbell A.M., Glowacki B.A., Tomov R.I., Numerical modeling of heating and current-sharing effects on I-V curves of Y₁Ba₂Cu₃O₇ and MgB₂ conductors, *Physica C*, 401 (2004) 140-145.
- [106] Malinowski H., Surdacki P., Badania wpływu naprężeń mechanicznych na charakterystyki kriomagnesu w stanach przejściowych, *Przegląd Elektrotechniczny*, 73 (1997) 10, 278-279.
- [107] Malinowski H. *Układy zasilania zabezpieczenia i kontrolno-pomiarowe elektro-magnesów nadprzewodnikowych*, Praca doktorska, Instytut Elektrotechniki, Warszawa 1990.
- [108] Malinowski L., Stabilność termiczna technicznych nadprzewodników, *Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej*, 462, Katedra Techniki Ciepłej, nr 5, Szczecin 1991.
- [109] Marciniak A., Gregulec D., Kaczmarek J., *Podstawowe procedury numeryczne w języku Turbo Pascal*, Wyd. NAKOM, Poznań 2000.
- [110] Martinez E., Lera F., Martinez-Lopez M., Yang Y., Schlachter S.I., Lezza P., Kovac P., Quench development and propagation in metal/MgB₂ conductors, *Supercond. Sci. Techn.* 19 (2006) 143-150.
- [111] Martinez E., Young E.A., Bianchetti M., Munoz O., Schlachter S.I., Yang Y., Quench onset and propagation in Cu-stabilized multifilament MgB₂ conductors, *Supercond. Sci. Technol.* 21 (2008) 025009 (8pp).
- [112] Martinez E, Munoz O, Angurel L.A., et al., Analysis of the quench onset and propagation in MgB₂ conductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, part 3, 3533-3536.
- [113] Masson P.J., Rouault V.R., Hoffmann G., Luongo C.A., Development of quench propagation models for coated conductors. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 18 (2008) (2),1321-4.
- [114] Miksiewicz R., Zastosowanie wysokotemperaturowych materiałów nadprzewodnikowych w maszynach elektrycznych i transformatorach, *Zeszyty Problematyczne – Maszyny Elektryczne*, 71 (2005), 37-45.

-
- [115] Mingjian J., Liye X., Finite element analysis of the localised thermal quench of an HTS tape, *Cryogenics*, 50 (2010) 347–351.
- [116] Miyazaki H., Iwai S., Tosaka T., et al., Thermal stability of conduction-cooled YBCO pancake coil, *Trans. Appl. Supercond.*, 21 (2011) 3, 2453-2457.
- [117] Nakayama T., Yagai T., et al., Stability analysis of high temperature supercond. coil in liquid hydrogen, *Physica C*, 463–465 (2007) 1285–1288.
- [118] Obana T., Tasaki K., Kuriyama T., Okamura T., Thermal stability analysis of conduction-cooled HTS coil, *Cryogenics*, vol. 43, 2003, 603-606.
- [119] Osabe G., Ayai N., Kikuchi M., et al., Recent progress of high performance Ag-sheathed Bi2223 wire, *Physica C*, 470 (2010) 1365–1368.
- [120] Paasi J., Lehtonen J., Kalliohaka T., Mokkonen R., Stability and quench of a HTS magnet with a hot spot, *Supercond. Sci. Technol.*, 13, 2000, 949-954.
- [121] Pałka R., Maszyny elektryczne z ekranami nadprzewodnikowymi, *Przegląd Elektrotechniczny*, 85 (2009) 5, 174-176.
- [122] Pałka R., *Monolityczne nadprzewodniki wysokotemperaturowe. Modele makroskopowe i zastosowania*, Wyd. Uczeln. Pol. Szczecińskiej, Szczecin 2008.
- [123] Park H.Y., Kim, A.-R., Park M., Yu I.K., Eom B.Y., Bae J.H., Kim S.K., Sim K., Sohn M.H., Analysis of temperature dependent quench characteristics of the YBCO coated conductor, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 20 (2010) 3, 2122-2125.
- [124] Patel A., Pałka R., Glowacki B. A., New fully superconducting bearing concept using the difference in irreversibility field of two superconducting components, *Supercond. Sci. Technol.* 24 (2011) 015009 (8pp).
- [125] Pelegrin J., Martinez E., Angurel L.A., Xie Y.Y., Selvamanickam V., Numerical and experimental analysis of normal zone propagation on 2G HTS wires, *Trans. Applied Superconductivity*, 21 (2011), 3, 3041-3044.
- [126] Pi W., Wang Y., Chen L., Li C., Numerical study of current distrib. and stability of LTS/HTS hybrid supercond., *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 20 (2010) 3, 2180-2183.
- [127] Rakowska A., Rozwój wysokotemperaturowych kabli nadprzewodnikowych, *Przegląd Elektrotechniczny – Konferencje*, 5 (2007) n. 3, 198-201.
- [128] Roy F., Dutoit B., Sirois F., Evaluation of the applicability of phenomenological HTS models for numerical analysis of quenches in coated conductors: simul. vs. experiments, *Trans. Applied Supercond.*, 21 (2011) 3, 1190-1193.
- [129] Rupich M.W., Li X., Thieme C., et al., Advances in second generation HTS wire manufacturing and R&D at AMSC., *Supercond. Sci. Technol.* 23 (2010) 014015 (9pp).
- [130] Scanlan R.M. Malozemoff A.P. Larbalestier D.C. Superconducting materials for large scale applications *Proceedings of the IEEE*, 92 (2004) 10, 1639-1654.
- [131] Schultz J.H., Superconducting magnets, quench protection, in: Lee P.J. (ed.): *Engineering Superconductivity*, Wiley-Interscience, New York 2001, 64-91.
- [132] Schultz J., The medium temperature superconductor (MTS) design philosophy, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 13 (2003) 2, 1604-1607.
- [133] Sekulic D.P., Edeskuty F.J., Cryogenic stabilization, in: Lee P.J. (ed.): *Engineering Superconductivity*, Wiley-Interscience, New York 2001, 204-218.

- [134] Selvamanickam V., Chen Y., et al., High performance 2G wires: from R&D to pilotscale manufacturing, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 3225-3230.
- [135] Seo K., Morita M., Nakamura S., Yamada T., Jizo Y., Minimum quench energy measur. for supercond. wires, *IEEE Trans. Magnetics*, 32 (1996) 4, 3089-3093.
- [136] Seo K., Morita M., Guidelines for LTS magnet design based on transient stability, *Cryogenics* 46 (2006) 354-361.
- [137] Shiohara Y., Yoshizumi M., Izumi T. Yamada Y., Present status and future prospect of coated conductor development and its application in Japan, *Supercond. Sci. Techn.* 21 (2008) 034002 (7pp).
- [138] Skoczeń A., Skała A., Zabezpieczenia nadprzewodzących elementów LHC przed skutkami utraty stanu nadprzewodzącego, *Przegl. Elektrot.*, 85 (2009) 7, 70-77.
- [139] Song H., Schwartz J., Stability and quench behavior of $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ coated conductor at 4.2 K self-field, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 5, 3735-3743.
- [140] Sosnowski J., *Nadprzewodnictwo i zastosowania*, Wyd. Inst. Elektrot, Warszawa 2003.
- [141] Sosnowski J., *Materiały nadprzewodnikowe. Modelowanie, własności i zastosowania*, Wyd. Książk. Instytutu Elektrotechniki, Warszawa 2008.
- [142] Stankowski J., Czyżak B., *Nadprzewodnictwo*, Wyd. Nauk.-Techn., Warszawa 1999.
- [143] Stenvall A., Korpela A., Mikkonen R., Grasso G., Stability considerations of multifilamentary MgB_2 tape, *Supercond. Sci. Techn.* 19 (2006) 184-189.
- [144] Stenvall A., *An electrical engineering approach to the stability of MgB_2 superconductor*, PhD Thesis, Tampere Univ. of Technology, Tampere 2008 (96 pp.)
- [145] Stenvall A., Korpela A., Mikkonen R., Kovác P., Discrepancies in modeling magnets utilizing MgB_2 conductor with ferro- and non-magnetic matrix configurations, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 17 (2007) 2, 2369-2372.
- [146] Stenvall A., Mikkonen R., Kovác P., Relation between transverse and longitudinal normal zone propagation velocities in impregnated MgB_2 windings, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 2403-2406.
- [147] Surdacki P., *Stany przejściowe w elektromagnesach nadprzewodnikowych*, Rozprawa doktorska, Politechnika Lubelska, Lublin 1993.
- [148] Surdacki P., Janowski T., Computation of resistive zone propagation in superconducting winding, *IEEE Trans. Magnetics*, 31 (1995) 3, 1829-1832.
- [149] Surdacki P., Numeryczny model propagacji strefy rezystywnej w uzwojeniu kriomagnesu, *Prace XIX SPETO*, Gliwice - Ustroń, tom II, 194 - 196, 15-18.05.1996.
- [150] Surdacki P., Montusiewicz J., Approach to multicriterion optimization of quench performance of superconducting winding, *IEEE Trans. Magnetics*, 32 (1996) 3, part I, 1266 - 1269.,
- [151] Surdacki P., Analiza wpływu dozwojeń na rozkład pola magnetycznego w kriomagnesie, *Prace XX SPETO*, Gliwice - Ustroń, tom II, 217 - 220, 21-24.05.1997.
- [152] Surdacki P., Numeryczne badanie wpływu miejsca zainicjowania strefy rezystywnej na charakterystyki zanikania nadprzewodzenia w uzwojeniu kriomagnesu, *Prace XXI SPETO*, Gliwice - Ustroń, 20-23.05.1998, 257 - 260.

-
- [153] Surdacki P., Montusiewicz J., Multicriterion designing of additional windings of the cylindrical cryomagnet, *Non-linear Electromagnetic Systems, Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics*, IOS Press, 1998, 111-114.
- [154] Surdacki P., Resistive disturbance location influence on superconducting winding quench performance, *IEEE Trans. Magnetics*, 38 (2002) 2, 909-912.
- [155] Surdacki P., Janowski T., Investigation of the cylindrical superconducting coil quench behavior, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 12 (2002) 1, 1582-1586.
- [156] Surdacki P., Nadprzewodnikowe zasobniki energii - postępy technologii i zastosowań, *Przegląd Elektrotechniczny*, 79 (2003) 9, 605-611.
- [157] Surdacki P., Magnetic field penetration into bulk high-current high-temperature superconductors, *Przegląd Elektrotechniczny*, 79 (2003) 12, 936-939.
- [158] Surdacki P., Influence of resistive zone propagation conditions on the superconducting coil operational stability, *Przegląd Elektrotechniczny*, 80(2004)11, 1091-1094.
- [159] Surdacki P., Majka M., Magnetic field diffusion in the HTS ring for the fault current limiter application, *Przegląd Elektrotechniczny*, 81 (2005) 12, 118-120.
- [160] Surdacki P., Zagadnienia stabilności nadprzewodników silnoprądowych, *VI Semin. i Warsztaty „Zastosow. Nadprzewodników ZN-6”*, Lublin 2006, 117-122.
- [161] Surdacki P., Metody analizy stabilności nadprzewodników silnoprądowych, *VI Semin. Nauk. WZEE'2006*, Lublin-Kazimierz Dolny, 8-10.05.2006, 230-239.
- [162] Surdacki P., Zastosowania nadprzewodnikowych zasobników energii w sieciach elektroenergetycznych, *VI Konf. Nauk. „Postępy w Elektrotechnologii”*, Jamrozowa Polana, 20-22.09.2006, Ofic. Wyd. Polit. Wrocławskiej, 285-291.
- [163] Surdacki P., Model matemat. stabilności i utraty nadprzewodzenia wysokotemperaturowych taśm nadprzewodnikowych II generacji, *Przegląd Elektrotechniczny*, 84 (2008) 12, 252-254.
- [164] Surdacki P., Kryteria stabilności w analizie nadprzewodników silnoprądowych, *Przegląd Elektrotechniczny*, 84 (2008) 5, 99-102.
- [165] Surdacki P., Zastosowanie nadprzewodników w elektromagnesach reaktora termojądrowego, *Przegląd Elektrotechniczny*, 85 (2009) 5, 160-163.
- [166] Surdacki P., Stabilność nadprzewodzenia silnoprądowych urządzeń nadprzewodnikowych nisko- i wysokotemperaturowych, *Przegl. Elektrotechn.* 85 (2009) 12, 150-153.
- [167] Surdacki P., Termiczne stany dynamiczne wysokotemperaturowych przewodów nadprzewodnikowych z dwuborku magnezu, *Przegl. Elektrotechn.* 86 (2010) 12, 149-152.
- [168] Surdacki P., Wpływ prądu i temperatury pracy na parametry zanikania nadprzewodzenia w przewodzie nadprzewodnikowym MgB_2/Cu , *Przegląd Elektrotechniczny*, 87 (2011) 12b, 161-164.
- [169] Surdacki P., Wpływ impulsu zaburzającego na parametry zanikania nadprzewodzenia w przewodzie nadprzewodnikowym MgB_2/Cu , *Przegląd Elektrotechniczny*, 88 (2012) 7a, 147-150.
- [170] Sykulski, J.K., Goddard, K.F., Stoll, R.L., High temperature superconducting demonstrator transformer: design considerations and first test results, *IEEE Trans. Magnetics*, 35 (1999) 5, part 2, 3559-3561.

- [171] Sykulski J.K., Rotaru M., Stoll R.L., 2D modeling of field diffusion and AC losses in high temperature superconducting tapes, *IEEE Trans. Magnetics*, 36, (2000) 4, 1178-1172.
- [172] Thieme C. L. H., Gagnon K. J., Coulter J. Y., Song H., Schwartz J., Stability of second generation HTS pancake coils at 4.2 K for high heat flux applications, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 1626-1632.
- [173] Tixador P., Development of superconducting power devices in Europe, *Physica C*, 470 (2010) 971-979.
- [174] Trillaud F, Ayela F, Devred A, Tixador P. Investigation of the stability of Cu/NbTi multifilament composite wires, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 16 (2006) 2, 1712-1716.
- [175] Trociewitz U.P., Czabaj B., et al., Quench studies on a layer-wound $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_x/\text{Ag}$ coil at 4.2 K, *Supercond. Sci. Technol.* 21 (2008) 025015 (5pp).
- [176] Turck B., Maccioni P., Stabilization against flux jumps, in: Lee P.J. (ed.): *Engineering Superconductivity*, John Wiley & Sons, New York 2001, 317-327.
- [177] Ueda, H., Ishiyama, A., Shikimachi, K., Hirano, N., Nagaya, S., Stability and protection of coils wound with YBCO bundle conductor, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 20 (2010) 3, 1320-1323.
- [178] Vysotsky V.S., Rakhmanov A.L., Ilyin Yu., Influences of voltage-current characteristic difference on quench development in low-Tc and high-Tc superconducting devices (Review), *Physica C*, 401 (2004) 57-65.
- [179] Wang X., Caruso A.R., Breschi M., Zhang G., Trociewitz U.P., Weijers H.W., et al., Normal zone initiation and propagation in Y-Ba-Cu-O coated conductors with Cu stabilizer. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 15 (2005), 2, part 3, 2586-2589.
- [180] Watanabe K., Romanovskii V.R., Ishihara R., Nishijima G., et al., Thermal stability properties of $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ coated conductor tape under the cryocooling condition, *Trans. Applied Supercond.*, 21 (2011), 3, 2449-2452.
- [181] Weeren H., Eijnden N.C., et al., Adiabatic normal zone development in MgB_2 Superconductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 15 (2005) 2, part 2, 1667-1670.
- [182] Weeren H., *Magnesium diboride superconductors for magnet applications*, PhD Thesis, University of Twente, The Netherlands, Enschede 2007.
- [183] Wilson M.N., *Superconducting magnets*, Clarendon Press, Oxford 1983.
- [184] Wipf S.L., Review of stability in high temperature superconductors with emphasis on flux jumping, *Cryogenics* 31 (1991), 936- 948.
- [185] Wojtasiewicz G., Janowski T., Kozak S., Kondratowicz-Kucewicz B., Kozak J., Surdacki P., Glowacki B.A, HTS magnet for 7.3 kJ SMES system, *Journ. Phys. Conf. Ser.*, 43 (2006), 821-824.
- [186] Wojtasiewicz G., Janowski T., Kozak J., Kozak S., Majka M., Kondratowicz-Kucewicz B., Experimental investigation of the model of supercond. transformer with the windings made of 2G HTS tape, *Trans. Appl. Supercond.*, 22 (2012), 5500604.
- [187] Woźny L., Kisiel A., Rutkowski J., Acoustic emission from $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ superconductors, *Supercond. Sci. Technol.*, 23 (2010) 025035 (7pp).

-
- [188] Xie Z.Z., Marchevsky M., Zhang X., et al., Second-generation HTS conductor design and engineering for electrical power applications, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 3009-3013.
- [189] Xue X.D., Cheng K.W.E., Sutanto D., A study of the status and future of superconducting magnetic energy storage in power systems, *Supercond. Sci. Techn.* 19 (2006) R31-R29.
- [190] Yang S.E. Ahn M.C., Park D.K., et al., Normal zone propagation characteristics of coated conductor according to insulation materials, *Physica C*, 463–465 (2007) 1365–1368.
- [191] Young E. A., Friend C.M., Yang Y, Quench characteristics of a stabilizer-free 2G HTS conductor, *Trans. Appl. Supercond.*, 19 (2009) 3, 2500-2503.
- [192] Young E. A., Chappell S., et al., Quench characteristics of a Cu-stabilized 2G HTS conductor, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 21 (2011) 3, 3062-3065.
- [193] Zakrzewski K., Mosiński F., Rys historyczny nadprzewodnictwa i jego zastosowanie w transformatorach, *Wiad. Elektrotechniczne*, 73 (2005) 12, 17-22.
- [194] Zakrzewski K., Kriotechnika i nadprzewodnictwo w zastosowaniu do transformatorów, *Biul. Techn.-Inform. ZO Łódzkiego SEP*, 4 (2008) (43), 2-8.
- [195] Zhang G.M., Lin L.Z., et al., Quench behavior of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_x/\text{Ag}$ tape with AC and DC transport currents and a comparison with $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ conductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 20 (2010) 3, 2146-2149.
- [196] Zhang D., Dai S. T., Wang Z. K., et al., Research on stability of MgB_2 superconducting magnet for MRI, *Trans. Appl. Supercond.*, 21 (2011) 3, 2100-2103.
- [197] Zhou X., Chen X.Y., Jin J.X., Development of SMES technology and its applications in power grid, *Proc. IEEE Int. Conf. Appl. Superconductivity and Electromagn. Devices*, Sydney, Australia, Dec. 14-16, 2011, ID096, 260-269.

ZAŁĄCZNIKI

Załączniki 1 – 6 zawierają równania różnicowe wchodzące w skład opracowanego przez autora algorytmu i komputerowej procedury numerycznego rozwiązywania niejednorodnego równania różniczkowego cząstkowego typu parabolicznego (6.12), opisującego dyfuzję cieplną we współrzędnych cylindrycznych. Równania te stanowią rozwinięcie równań różnicowych (6.14) i (6.15) (rozdz. 6.2) odpowiednio dla pierwszego (załączniki 1-3) i drugiego (załączniki 4-6) półkroku obliczeń w metodzie naprzemiennych kierunków ADI (Alternating Direction Implicit Method) z uwzględnieniem warunków brzegowych Cauchy'ego (6.22).

Załącznik 1.

Równania różnicowe dla 8 typów węzłów brzegowych (rys. 6.12) reprezentujące mieszane warunki brzegowe (6.22) dla warstwy czasowej $j-1/2$ w pierwszym półkroku czasowym

Węzeł	Warunek brzegowy	Równanie węzła poza obszarem
1 $T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} - T_{-1,0}^{j-\frac{1}{2}} \right) - \alpha_1 T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_1^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{-1,0}^{j-\frac{1}{2}} = T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right)$
	$\frac{1}{2h_z} \left(T_{0,1}^{j-1} - T_{0,-1}^{j-1} \right) - \beta_1 T_{0,0}^{j-1} = \zeta_1^{j-1}$	$T_{0,-1}^{j-1} = T_{0,1}^{j-1} - 2h_z \left(\beta_1 T_{0,0}^{j-1} + \zeta_1^{j-1} \right)$
	dla $l=0 \wedge i=0$	
2 $T_{l,0}^{j-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2h_z} \left(T_{l,1}^{j-1} - T_{l,-1}^{j-1} \right) - \beta_1 T_{l,0}^{j-1} = \zeta_1^{j-1}$	$T_{l,-1}^{j-1} = T_{l,1}^{j-1} - 2h_z \left(\beta_1 T_{l,0}^{j-1} + \zeta_1^{j-1} \right)$
	dla $l=1, \dots, n-1 \wedge i=0$	
3 $T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{n+1,0}^{j-\frac{1}{2}} - T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} \right) + \alpha_2 T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_2^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{n+1,0}^{j-\frac{1}{2}} = T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right)$
	$\frac{1}{2h_z} \left(T_{n,1}^{j-1} - T_{n,-1}^{j-1} \right) - \beta_1 T_{n,0}^{j-1} = \zeta_1^{j-1}$	$T_{n,-1}^{j-1} = T_{n,1}^{j-1} - 2h_z \left(\beta_1 T_{n,0}^{j-1} + \zeta_1^{j-1} \right)$
	dla $l=n \wedge i=0$	
4 $T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} - T_{-1,i}^{j-\frac{1}{2}} \right) - \alpha_1 T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_1^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{-1,i}^{j-\frac{1}{2}} = T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right)$
	dla $l=0 \wedge i=1, \dots, m-1$	
5 $T_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}$	węzeł niebrzegowy – brak warunku brzegowego	
	dla $l=1, \dots, n-1 \wedge i=1, \dots, m-1$	
6 $T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{n+1,i}^{j-\frac{1}{2}} - T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} \right) + \alpha_2 T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_2^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{n+1,i}^{j-\frac{1}{2}} = T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right)$
	dla $l=n \wedge i=1, \dots, m-1$	

Węzeł		Warunek brzegowy	Równanie węzła poza obszarem
7	$T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} - T_{-1,m}^{j-\frac{1}{2}} \right) - \alpha_1 T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_1^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{-1,m}^{j-\frac{1}{2}} = T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right)$
		$\frac{1}{2h_z} (T_{0,m+1}^{j-1} - T_{0,m-1}^{j-1}) + \beta_2 T_{0,m}^{j-1} = \zeta_2^{j-1}$	$T_{0,m+1}^{j-1} = T_{0,m-1}^{j-1} - 2h_z (\beta_2 T_{0,m}^{j-1} - \zeta_2^{j-1})$
		dla $l=0 \wedge i=m$	
8	$T_{l,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2h_z} (T_{l,m+1}^{j-1} - T_{l,m-1}^{j-1}) + \beta_2 T_{l,m}^{j-1} = \zeta_2^{j-1}$	$T_{l,m+1}^{j-1} = T_{l,m-1}^{j-1} - 2h_z (\beta_2 T_{l,m}^{j-1} - \zeta_2^{j-1})$
		dla $l=1, \dots, n-1 \wedge i=m$	
9	$T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{n+1,m}^{j-\frac{1}{2}} - T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} \right) + \alpha_2 T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_2^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{n+1,m}^{j-\frac{1}{2}} = T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right)$
		$\frac{1}{2h_z} (T_{n,m+1}^{j-1} - T_{n,m-1}^{j-1}) + \beta_2 T_{n,m}^{j-1} = \zeta_2^{j-1}$	$T_{n,m+1}^{j-1} = T_{n,m-1}^{j-1} - 2h_z (\beta_2 T_{n,m}^{j-1} - \zeta_2^{j-1})$
		dla $l=n \wedge i=m$	

Załącznik 2.

Aproksymacja równania (6.14) równaniami różnicowymi dla 9 typów węzłów, dla warstwy czasowej $j-1/2$ w pierwszym półkroku czasowym (rys. 6.12) przy mieszanych warunkach brzegowych

Węzeł		Równanie
1	$T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}}$	$-\eta_1 T_{-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{0,0}^{j-1} T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} = h_r^2 T_{0,-1}^{j-1} + \beta_{0,0}^{j-1} T_{0,0}^{j-1} + h_r^2 T_{0,1}^{j-1} + e_{0,0}^{j-1} f_{0,0}^{j-1}$
		$-\eta_1 \left(T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) + \alpha_{0,0}^{j-1} T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} =$ $= h_r^2 (T_{0,1}^{j-1} - 2h_z (\beta_1 T_{0,0}^{j-1} + \zeta_1^{j-1})) + \beta_{0,0}^{j-1} T_{0,0}^{j-1} + h_r^2 T_{0,1}^{j-1} + e_{0,0}^{j-1} f_{0,0}^{j-1}$
dla $l=0 \wedge i=0$		
2	$T_{l,0}^{j-\frac{1}{2}}$	$-\eta_1 T_{l-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{l,0}^{j-1} T_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{l+1,0}^{j-\frac{1}{2}} = h_r^2 T_{l,-1}^{j-1} + \beta_{l,1}^{j-1} T_{l,0}^{j-1} + h_r^2 T_{l,1}^{j-1} + e_{l,0}^{j-1} f_{l,0}^{j-1}$
		$-\eta_1 T_{l-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{l,0}^{j-1} T_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{l+1,0}^{j-\frac{1}{2}} =$ $= h_r^2 (T_{l,1}^{j-1} - 2h_z (\beta_1 T_{l,0}^{j-1} + \zeta_1^{j-1})) + \beta_{l,0}^{j-1} T_{l,0}^{j-1} + h_r^2 T_{l,1}^{j-1} + e_{l,0}^{j-1} f_{l,0}^{j-1}$
dla $l=1, \dots, n-1 \wedge i=0$		

Węzeł		Równanie
3	$T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}}$	$-\eta_1 T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{n,0}^{j-1} T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{n+1,0}^{j-\frac{1}{2}} = h_r^2 T_{n,-1}^{j-1} + \beta_{n,0}^{j-1} T_{n,0}^{j-1} + h_r^2 T_{n,1}^{j-1} + e_{n,0}^{j-1} f_{n,0}^{j-1}$ $-\eta_1 T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{n,0}^{j-1} T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 \left(T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) =$ $= h_r^2 \left(T_{n,1}^{j-1} - 2h_z \left(\beta_1 T_{n,0}^{j-1} + \zeta_1^{j-1} \right) \right) + \beta_{n,0}^{j-1} T_{n,0}^{j-1} + h_r^2 T_{n,1}^{j-1} + e_{n,0}^{j-1} f_{n,0}^{j-1}$
		dla $l = n \wedge i = 0$
4	$T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$-\eta_1 T_{-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{0,i}^{j-1} T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} = h_r^2 T_{0,i-1}^{j-1} + \beta_{0,i}^{j-1} T_{0,i}^{j-1} + h_r^2 T_{0,i+1}^{j-1} + e_{0,i}^{j-1} f_{0,i}^{j-1}$ $-\eta_1 \left(T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) + \alpha_{0,i}^{j-1} T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} =$ $= h_r^2 T_{0,i-1}^{j-1} + \beta_{0,i}^{j-1} T_{0,i}^{j-1} + h_r^2 T_{0,i+1}^{j-1} + e_{0,i}^{j-1} f_{0,i}^{j-1}$
		dla $l = 0 \wedge i = 1, \dots, m-1$
5	$T_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$-\eta_1 T_{l-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{l,i}^{j-1} T_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{l+1,i}^{j-\frac{1}{2}} = h_r^2 T_{l,i-1}^{j-1} + \beta_{l,i}^{j-1} T_{l,i}^{j-1} + h_r^2 T_{l,i+1}^{j-1} + e_{l,i}^{j-1} f_{l,i}^{j-1}$
		równanie dla węzła wewnętrznego dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = 1, \dots, m-1$
6	$T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$-\eta_1 T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{n,i}^{j-1} T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{n+1,i}^{j-\frac{1}{2}} = h_r^2 T_{n,i-1}^{j-1} + \beta_{n,i}^{j-1} T_{n,i}^{j-1} + h_r^2 T_{n,i+1}^{j-1} + e_{n,i}^{j-1} f_{n,i}^{j-1}$ $-\eta_1 T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{n,i}^{j-1} T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 \left(T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) =$ $= h_r^2 T_{n,i-1}^{j-1} + \beta_{n,i}^{j-1} T_{n,i}^{j-1} + h_r^2 T_{n,i+1}^{j-1} + e_{n,i}^{j-1} f_{n,i}^{j-1}$
		dla $l = n \wedge i = 1, \dots, m-1$
7	$T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$-\eta_1 T_{-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{0,m}^{j-1} T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} = h_r^2 T_{0,m-1}^{j-1} + \beta_{0,m}^{j-1} T_{0,m}^{j-1} + h_r^2 T_{0,m+1}^{j-1} + e_{0,m}^{j-1} f_{0,m}^{j-1}$ $-\eta_1 \left(T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) + \alpha_{0,m}^{j-1} T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} =$ $= h_r^2 T_{0,m-1}^{j-1} + \beta_{0,m}^{j-1} T_{0,m}^{j-1} + h_r^2 \left(T_{0,m-1}^{j-1} - 2h_z \left(\beta_2 T_{0,m}^{j-1} + \zeta_2^{j-1} \right) \right) + e_{0,m}^{j-1} f_{0,m}^{j-1}$
		dla $l = 0 \wedge i = m$
8	$T_{l,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$-\eta_1 T_{l-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{l,m}^{j-1} T_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{l+1,m}^{j-\frac{1}{2}} = h_r^2 T_{l,m-1}^{j-1} + \beta_{l,m}^{j-1} T_{l,m}^{j-1} + h_r^2 T_{l,m+1}^{j-1} + e_{l,m}^{j-1} f_{l,m}^{j-1}$ $-\eta_1 T_{l-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{l,m}^{j-1} T_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{l+1,m}^{j-\frac{1}{2}} =$ $= h_r^2 T_{l,m-1}^{j-1} + \beta_{l,m}^{j-1} T_{l,m}^{j-1} + h_r^2 \left(T_{l,m-1}^{j-1} - 2h_z \left(\beta_2 T_{l,m}^{j-1} - \zeta_2^{j-1} \right) \right) + e_{l,m}^{j-1} f_{l,m}^{j-1}$
		dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = m$

Węzeł		Równanie
9	$T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$-\eta_1 T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{n,m}^{j-1} T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 T_{n+1,m}^{j-\frac{1}{2}} = h_r^2 T_{n,m-1}^{j-1} + \beta_{n,m}^{j-1} T_{n,m}^{j-1} + h_r^2 T_{n,m+1}^{j-1} + e_{n,m}^{j-1} f_{n,m}^{j-1}$ $-\eta_1 T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \alpha_{n,m}^{j-1} T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} - \eta_2 \left(T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) =$ $= h_r^2 T_{n,m-1}^{j-1} + \beta_{n,m}^{j-1} T_{n,m}^{j-1} + h_r^2 \left(T_{n,m-1}^{j-1} - 2h_z \left(\beta_2 T_{n,m}^{j-1} - \zeta_2^{j-1} \right) \right) + e_{n,m}^{j-1} f_{n,m}^{j-1}$
		dla $l = n \wedge i = m$

Załącznik 3.

Wyrażenia wektora $\{a\}$ prawej strony równania (6.24) dla 9 typów węzłów w pierwszym półkroku czasowym $j-1/2$, przy mieszanych warunkach brzegowych

Wyraz a		Wartość wyrazu a
1	$a_{0,0}^{j-\frac{1}{2}}$	$\left(\beta_{0,0}^{j-1} - 2h_z h_r^2 \beta_1 \right) T_{0,0}^{j-1} + 2h_r^2 T_{0,1}^{j-1} - 2h_z h_r^2 \zeta_1^{j-1} - 2h_r \eta_1 \psi_1^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,0}^{j-1} f_{0,0}^{j-1}$
		dla $l=0 \wedge i=0$
2	$a_{l,0}^{j-\frac{1}{2}}$	$\left(\beta_{l,0}^{j-1} - 2h_z h_r^2 \beta_1 \right) T_{l,0}^{j-1} + 2h_r^2 T_{l,1}^{j-1} - 2h_z h_r^2 \zeta_1^{j-1} + e_{l,0}^{j-1} f_{l,0}^{j-1}$
		dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = 0$
3	$a_{n,0}^{j-\frac{1}{2}}$	$2h_r^2 T_{n,1}^{j-1} + \left(\beta_{n,0}^{j-1} - 2h_z h_r^2 \beta_1 \right) T_{n,0}^{j-1} - 2h_z h_r^2 \zeta_1^{j-1} + 2h_r \eta_2 \psi_2^{j-\frac{1}{2}} + e_{n,0}^{j-1} f_{n,0}^{j-1}$
		dla $l = n \wedge i = 0$
4	$a_{0,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$h_r^2 T_{0,i-1}^{j-1} + \beta_{0,i}^{j-1} T_{0,i}^{j-1} + h_r^2 T_{0,i+1}^{j-1} - 2h_r \eta_1 \psi_1^{j-\frac{1}{2}} e_{0,i}^{j-1} f_{0,i}^{j-1}$
		dla $l = 0 \wedge i = 1, \dots, m-1$
5	$a_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$h_r^2 T_{l,i-1}^{j-1} + \beta_{l,i}^{j-1} T_{l,i}^{j-1} + h_r^2 T_{l,i+1}^{j-1} + e_{l,i}^{j-1} f_{l,i}^{j-1}$
		dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = 1, \dots, m-1$
6	$a_{n,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$h_r^2 T_{n,i-1}^{j-1} + \beta_{n,i}^{j-1} T_{n,i}^{j-1} + h_r^2 T_{n,i+1}^{j-1} + 2h_r \eta_2 \psi_2^{j-\frac{1}{2}} + e_{n,i}^{j-1} f_{n,i}^{j-1}$
		dla $l = n \wedge i = 1, \dots, m-1$
7	$a_{0,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$2h_r^2 T_{0,m-1}^{j-1} + \left(\beta_{0,m}^{j-1} - 2h_z h_r^2 \beta_2 \right) T_{0,m}^{j-1} + 2h_z h_r^2 \zeta_2^{j-1} - 2h_r \eta_1 \psi_1^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,m}^{j-1} f_{0,m}^{j-1}$
		dla $l=0 \wedge i=m$
8	$a_{l,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$2h_r^2 T_{l,m-1}^{j-1} + \left(\beta_{l,m}^{j-1} - 2h_z h_r^2 \beta_2 \right) T_{l,m}^{j-1} + 2h_z h_r^2 \zeta_2^{j-1} + e_{l,m}^{j-1} f_{l,m}^{j-1}$
		dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = m$
9	$a_{n,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$2h_r^2 T_{n,m-1}^{j-1} + \left(\beta_{n,m}^{j-1} - 2h_z h_r^2 \beta_2 \right) T_{n,m}^{j-1} + 2h_z h_r^2 \zeta_2^{j-1} + 2h_r \eta_2 \psi_2^{j-\frac{1}{2}} + e_{n,m}^{j-1} f_{n,m}^{j-1}$
		dla $l = n \wedge i = m$

Załącznik 4.

Równania różnicowe dla 8 typów węzłów brzegowych (rys. 6.13) reprezentujące mieszane warunki brzegowe (6.22) dla warstwy czasowej $j-1$ w drugim półkroku czasowym j

Węzeł	Warunek brzegowy	Równanie węzła poza obszarem
1 $T_{0,0}^j$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} - T_{-1,0}^{j-\frac{1}{2}} \right) - \alpha_1 T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_1^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{-1,0}^{j-\frac{1}{2}} = T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right)$
	$\frac{1}{2h_z} (T_{0,1}^j - T_{0,-1}^j) - \beta_1 T_{0,0}^j = \zeta_1^j$	$T_{0,-1}^j = T_{0,1}^j - 2h_z (\beta_1 T_{0,0}^j + \zeta_1^j)$
	dla $l = 0 \wedge i = 0$	
2 $T_{0,i}^j$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} - T_{-1,i}^{j-\frac{1}{2}} \right) - \alpha_1 T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_1^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{-1,i}^{j-\frac{1}{2}} = T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right)$
	dla $l = 0 \wedge i = 1, \dots, m-1$	
3 $T_{0,m}^j$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} - T_{-1,m}^{j-\frac{1}{2}} \right) - \alpha_1 T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_1^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{-1,m}^{j-\frac{1}{2}} = T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right)$
	$\frac{1}{2h_z} (T_{0,m+1}^j - T_{0,m-1}^j) + \beta_2 T_{0,m}^j = \zeta_2^j$	$T_{0,m+1}^j = T_{0,m-1}^j - 2h_z (\beta_2 T_{0,m}^j - \zeta_2^j)$
	dla $l = 0 \wedge i = m$	
4 $T_{l,0}^j$	$\frac{1}{2h_z} (T_{l,1}^j - T_{l,-1}^j) - \beta_1 T_{l,0}^j = \zeta_1^j$	$T_{l,-1}^j = T_{l,1}^j - 2h_z (\beta_1 T_{l,0}^j + \zeta_1^j)$
	dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = 0$	
5 $T_{l,i}^j$	węzeł niebrzegowy – brak warunku brzegowego dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = 1, \dots, m-1$	
6 $T_{l,m}^j$	$\frac{1}{2h_z} (T_{l,m+1}^j - T_{l,m-1}^j) + \beta_2 T_{l,m}^j = \zeta_2^j$	$T_{l,m+1}^j = T_{l,m-1}^j - 2h_z (\beta_2 T_{l,m}^j - \zeta_2^j)$
	dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = m$	
7 $T_{n,0}^j$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{n+1,0}^{j-\frac{1}{2}} - T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} \right) + \alpha_2 T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_2^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{n+1,0}^{j-\frac{1}{2}} = T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right)$
	$\frac{1}{2h_z} (T_{n,1}^j - T_{n,-1}^j) - \beta_1 T_{n,0}^j = \zeta_1^j$	$T_{n,-1}^j = T_{n,1}^j - 2h_z (\beta_1 T_{n,0}^j + \zeta_1^j)$
	dla $l = n \wedge i = 0$	
8 $T_{n,i}^j$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{n+1,i}^{j-\frac{1}{2}} - T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} \right) + \alpha_2 T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_2^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{n+1,i}^{j-\frac{1}{2}} = T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right)$
	dla $l = n \wedge i = 1, \dots, m-1$	

Węzeł	Warunek brzegowy	Równanie węzła poza obszarem	
9	$T_{n,m}^j$	$\frac{1}{2h_r} \left(T_{n+1,m}^{j-\frac{1}{2}} - T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} \right) + \alpha_2 T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} = \psi_2^{j-\frac{1}{2}}$	$T_{n+1,m}^{j-\frac{1}{2}} = T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right)$
		$\frac{1}{2h_z} (T_{n,m+1}^j - T_{n,m-1}^j) + \beta_2 T_{n,m}^j = \zeta_2^j$	$T_{n,m+1}^j = T_{n,m-1}^j - 2h_z (\beta_2 T_{n,m}^j - \zeta_2^j)$
dla $l = n \wedge i = m$			

Załącznik 5.

Aproksymacja równania (6.15) równaniami różnicowymi dla 9 typów węzłów, dla warstwy czasowej j w drugim półokroku czasowym (rys. 6.13), przy mieszanych warunkach brzegowych

Węzeł	Równanie	
1	$T_{0,0}^j$	$-h_r^2 T_{0,-1}^j + \alpha_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,0}^j - h_r^2 T_{0,1}^j = \eta_1 T_{-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} f_{0,0}^{j-\frac{1}{2}}$ $-h_r^2 (T_{0,1}^j - 2h_z (\beta_1 T_{0,0}^j + \zeta_1^j)) + \alpha_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,0}^j - h_r^2 T_{0,1}^j =$ $= \eta_1 \left(T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) + \beta_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} f_{0,0}^{j-\frac{1}{2}}$
	dla $l = 0 \wedge i = 0$	
2	$T_{0,i}^j$	$-h_r^2 T_{0,i-1}^j + \alpha_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,i}^j - h_r^2 T_{0,i+1}^j = \eta_1 T_{-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} f_{0,i}^{j-\frac{1}{2}}$ $-h_r^2 T_{0,i-1}^j + \alpha_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,i}^j - h_r^2 T_{0,i+1}^j =$ $= \eta_1 \left(T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) + \beta_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} f_{0,i}^{j-\frac{1}{2}}$
	dla $l = 0 \wedge i = 1, \dots, m-1$	
3	$T_{0,m}^j$	$-h_r^2 T_{0,m-1}^j + \alpha_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,m}^j - h_r^2 T_{0,m+1}^j = \eta_1 T_{-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} f_{0,m}^{j-\frac{1}{2}}$ $-h_r^2 T_{0,m-1}^j + \alpha_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,m}^j - h_r^2 (T_{0,m-1}^j - 2h_z (\beta_2 T_{0,m}^j - \zeta_2^j)) =$ $= \eta_1 \left(T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_1 T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} + \psi_1^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) + \beta_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} f_{0,m}^{j-\frac{1}{2}}$
	dla $l = 0 \wedge i = m$	

Węzeł		Równanie
4	$T_{l,0}^j$	$-h_r^2 T_{l,-1}^j + \alpha_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,0}^j - h_r^2 T_{l,1}^j = \eta_1 T_{l-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{l+1,0}^{j-\frac{1}{2}} + e_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} f_{l,0}^{j-\frac{1}{2}}$ $-h_r^2 (T_{l,1}^j - 2h_z (\beta_1 T_{l,0}^j + \zeta_1^j)) + \alpha_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,0}^j - h_r^2 T_{l,1}^j =$ $= \eta_1 T_{l-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{l+1,0}^{j-\frac{1}{2}} + e_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} f_{l,0}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l=1, \dots, n-1 \wedge i=0$
5	$T_{l,i}^j$	$-h_r^2 T_{l,i-1}^j + \alpha_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,i}^j - h_r^2 T_{l,i+1}^j = \eta_1 T_{l-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{l+1,i}^{j-\frac{1}{2}} + e_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} f_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}$
		równanie dla węzła wewnętrznego dla $l=1, \dots, n-1 \wedge i=1, \dots, m-1$
6	$T_{l,m}^j$	$-h_r^2 T_{l,m-1}^j + \alpha_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,m}^j - h_r^2 T_{l,m+1}^j = \eta_1 T_{l-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{l+1,m}^{j-\frac{1}{2}} + e_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} f_{l,m}^{j-\frac{1}{2}}$ $-h_r^2 T_{l,m-1}^j + \alpha_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,m}^j - h_r^2 (T_{l,m-1}^j - 2h_z (\beta_2 T_{l,m}^j - \zeta_2^j)) =$ $= \eta_1 T_{l-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{l+1,m}^{j-\frac{1}{2}} + e_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} f_{l,m}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l=1, \dots, n-1 \wedge i=m$
7	$T_{n,0}^j$	$-h_r^2 T_{n,-1}^j + \alpha_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,0}^j - h_r^2 T_{n,1}^j = \eta_1 T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{n+1,0}^{j-\frac{1}{2}} + e_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} f_{n,0}^{j-\frac{1}{2}}$ $-h_r^2 (T_{n,1}^j - 2h_z (\beta_1 T_{n,0}^j + \zeta_1^j)) + \alpha_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,0}^j - h_r^2 T_{n,1}^j =$ $= \eta_1 T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 \left(T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) + e_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} f_{n,0}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l=n \wedge i=0$
8	$T_{n,i}^j$	$-h_r^2 T_{n,i-1}^j + \alpha_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,i}^j - h_r^2 T_{n,i+1}^j = \eta_1 T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{n+1,i}^{j-\frac{1}{2}} + e_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} f_{n,i}^{j-\frac{1}{2}}$ $-h_r^2 T_{n,i-1}^j + \alpha_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,i}^j - h_r^2 T_{n,i+1}^j =$ $= \eta_1 T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 \left(T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) + e_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} f_{n,i}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l=n \wedge i=1, \dots, m-1$

Węzeł		Równanie
9	$T_{n,m}^j$	$-h_r^2 T_{n,m-1}^j + \alpha_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,m}^j - h_r^2 T_{n,m+1}^j = \eta_1 T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{n,\dots,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{n+1,m}^{j-\frac{1}{2}} + e_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} f_{n,m}^{j-\frac{1}{2}}$ $-h_r^2 T_{n,m-1}^j + \alpha_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,m}^j - h_r^2 (T_{n,m-1}^j - 2h_z (\beta_2 T_{n,m}^j - \zeta_2^j)) =$ $= \eta_1 T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{n,\dots,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 \left(T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \left(\alpha_2 T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} - \psi_2^{j-\frac{1}{2}} \right) \right) + e_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} f_{n,m}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l = n \wedge i = m$

Załącznik 6.

Wyrażenia wektora {b} prawej strony równania (6.30) dla 9 typów węzłów w drugim półkroku czasowym j , przy mieszanych warunkach brzegowych

Wyraz b		Wartość wyrazu b
1	$b_{0,0}^j$	$\left(\beta_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \eta_1 \alpha_1 \right) T_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} + 2h_z^2 T_{1,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_z h_r^2 \zeta_1^{j-1} - 2h_r \eta_1 \psi_1^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,0}^{j-\frac{1}{2}} f_{0,0}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l = 0 \wedge i = 0$
2	$b_{l,0}^j$	$\eta_1 T_{l-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{l+1,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_z h_r^2 \zeta_1^{j-1} + e_{l,0}^{j-\frac{1}{2}} f_{l,0}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = 0$
3	$b_{n,0}^{j-\frac{1}{2}}$	$2h_z^2 T_{n-1,0}^{j-\frac{1}{2}} + \left(\beta_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \eta_2 \alpha_2 \right) T_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_z h_r^2 \zeta_1^{j-1} + 2h_r \eta_2 \psi_2^{j-\frac{1}{2}} + e_{n,0}^{j-\frac{1}{2}} f_{n,0}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l = n \wedge i = 0$
4	$b_{0,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$h_r^2 T_{0,i-1}^{j-1} + \beta_{0,i}^{j-1} T_{0,i}^{j-1} + h_r^2 T_{0,i+1}^{j-1} - 2h_r \eta_1 \psi_1^{j-\frac{1}{2}} e_{0,i}^{j-1} f_{0,i}^{j-1}$ $\left(\beta_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \eta_1 \alpha_1 \right) T_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} + 2h_z^2 T_{1,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \eta_1 \psi_1^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,i}^{j-\frac{1}{2}} f_{0,i}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l = 0 \wedge i = 1, \dots, m-1$
5	$b_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$\eta_1 T_{l-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{l+1,i}^{j-\frac{1}{2}} + e_{l,i}^{j-\frac{1}{2}} f_{l,i}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = 1, \dots, m-1$
6	$b_{n,i}^{j-\frac{1}{2}}$	$2h_z^2 T_{n-1,i}^{j-\frac{1}{2}} + \left(\beta_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \eta_2 \alpha_2 \right) T_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} + 2h_r \eta_2 \psi_2^{j-\frac{1}{2}} + e_{n,i}^{j-\frac{1}{2}} f_{n,i}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l = n \wedge i = 1, \dots, m-1$

Wyraz b		Wartość wyrazu b
7	$b_{0,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$(\beta_{0,m}^{j-1} - 2h_r \eta_1 \alpha_1) T_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} + 2h_z^2 T_{1,m}^{j-\frac{1}{2}} + 2h_z h_r^2 \zeta_2^{j-1} - 2h_r \eta_1 \psi_1^{j-\frac{1}{2}} + e_{0,m}^{j-\frac{1}{2}} f_{0,m}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l = 0 \wedge i = m$
8	$b_{l,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$\eta_1 T_{l-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \beta_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} T_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} + \eta_2 T_{l+1,m}^{j-\frac{1}{2}} + 2h_z h_r^2 \zeta_2^{j-1} + e_{l,m}^{j-\frac{1}{2}} f_{l,m}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l = 1, \dots, n-1 \wedge i = m$
9	$b_{n,m}^{j-\frac{1}{2}}$	$2h_z^2 T_{n-1,m}^{j-\frac{1}{2}} + \left(\beta_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} - 2h_r \eta_2 \alpha_2 \right) T_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} + 2h_z h_r^2 \zeta_2^{j-1} + 2h_r \eta_2 \psi_2^{j-\frac{1}{2}} + e_{n,m}^{j-\frac{1}{2}} f_{n,m}^{j-\frac{1}{2}}$
		dla $l = n \wedge i = m$

STRESZCZENIE

Celem rozprawy jest pogłębienie teorii stabilności termicznej silnoproudowych urzadzzeń nadprzewodnikowych, których elementami są nadprzewodnikowe przewody nawojowe (druty i taśmy) i uzwojenia. Elementy nadprzewodnikowe pracują w bardzo niskich temperaturach (4,2 K-80 K) i przewodzą prądy o znacznych uśrednionych gęstościach ($\sim 10^6$ A/m²) przy obecności silnych pól magnetycznych. Zaburzenia o niewielkich wartościach energii mogą spowodować niekontrolowaną gwałtowną utratę stanu nadprzewodzenia, w wyniku czego może nastąpić przepalenie i zniszczenie przewodu oraz uzwojenia, a tym samym uszkodzenie całego urzadzzenia nadprzewodnikowego.

W celu zapobiegania takim sytuacjom, w pracy dokonano analizy warunków stabilnej pracy przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych, polegającej na zdolności samoczynnego odzyskiwania stanu nadprzewodzenia, utraconego pod wpływem występujących zaburzeń termicznych. Do analizy wykorzystano opracowane przez autora komputerowe modele zanikania nadprzewodzenia w przewodach i uzwojeniach nadprzewodnikowych. Modele te oparte są na jedno- lub dwuwymiarowym równaniu dyfuzji cieplnej, uwzględniającym nieliniowość temperaturową i niejednorodny, zmieniający się w czasie i przestrzeni, rozkład przewodności i pojemności cieplnej oraz rezystywności w elemencie nadprzewodnikowym. W algorytmie obliczeń dokonano sprzężenia tego równania z modelem stanu krytycznego nadprzewodnika oraz niejednorodnym rozkładem pola magnetycznego w uzwojeniu. Uwzględniono również niestacjonarne rozkłady gęstości mocy cieplnej, decydującej o generacji ciepła w elemencie nadprzewodnikowym podczas zanikania nadprzewodzenia.

Opracowane komputerowe modele umożliwiły udoskonalenie metod obliczania parametrów stabilności przewodów i uzwojeń nadprzewodnikowych. Przeprowadzono obliczenia niestacjonarnych rozkładów temperatury roboczej, temperatury krytycznej, prądu krytycznego oraz gęstości mocy cieplnej w matrycowych przewodach nadprzewodnikowych MgB₂/Cu i warstwowych przewodach YBCO drugiej generacji, a także w cylindrycznych uzwojeniach nadprzewodnikowych podczas procesów zanikania nadprzewodzenia. Obliczenia te pozwoliły na zbadanie wpływu prądu roboczego i temperatury przewodu na minimalną energię utraty nadprzewodzenia, prędkość propagacji strefy rezystywnej oraz zaproponowane przez autora parametry dynamicznego procesu zanikania nadprzewodzenia. Zbadano również wpływ energii, czasu trwania oraz długości impulsu zaburzającego na parametry procesu zanikania nadprzewodzenia. Dla uzwojenia nadprzewodnikowego NbTi/Cu przeprowadzono badania wpływu miejsca wystąpienia zaburzenia oraz jego energii na przebiegi temperatury uzwojenia, co pozwoliło na wyznaczenie minimalnej energii utraty nadprzewodzenia i określenie warunków stabilnej pracy.

Uzyskane wyniki badań stanowią wkład w teorię stabilności urzadzzeń nadprzewodnikowych, niezbędną w projektowaniu tych urzadzzeń.

SUMMARY

The aim of this dissertation is to present the elaborated theory of thermal stability of high-current superconducting devices. The crucial components of these devices are superconducting wires, tapes and windings. They work in extremely low temperatures (4.2 K - 80 K) and conduct currents of considerable engineering densities ($\sim 10^6$ A/m²) at strong magnetic fields. Very slight energetic disturbances can trigger an abrupt runaway superconductivity loss (quench), which causes conductor and winding burnout and damage leading to the failure of the superconducting device.

In order to prevent such failures, some conditions of stable operation for superconducting wires and windings have been considered. The stable operation indicates spontaneous recovery of the superconducting state, which has been temporarily lost due to the local thermal disturbances. The computational models of the quench in the superconducting wires and windings, developed by the author, have been used to perform the superconductor stability analysis. These models are based on the one- or two-dimensional thermal diffusion equation, which takes into account the temperature nonlinearity and temporary and spacial inhomogeneous distributions of the superconducting components' thermal conductivity, capacity and electrical resistivity. The diffusion equation has been coupled in the computational algorithm with the superconductor critical state model and with the inhomogeneous distribution of the magnetic field in the winding. The transient heat power density distributions, which determine heat generation in the superconducting components during the quench, have also been taken into consideration in the models.

The developed computational models have made it possible to improve the evaluation methods of some superconducting component stability parameters. The transient distributions of operation temperature, critical temperature, critical current and heat power density in the composite superconducting MgB₂/Cu wires, in the 2G YBCO coated conductors and in the cylindrical superconducting NbTi/Cu windings have been evaluated during the quench processes. The computations have allowed to investigate the conductor's operation current and temperature influence on minimum quench energy, resistive zone propagation velocity and other quench parameters put forward by the author. The impact of energy, duration and length of the resistive disturbance pulse on the quench parameters has also been examined. The influence of disturbance location and energy on superconducting NbTi/Cu winding temperature has been studied in order to evaluate the minimum quench energy and determine the stable operation conditions.

The obtained research results contribute to the stability theory of the high-current superconducting devices, which is indispensable in the design process of these devices.