

GRZEGORZ LITAK

DYNAMIKA
MANIPULATORÓW
I ROBOTÓW

POLITECHNIKA LUBELSKA

Copyright © 2021 Grzegorz Litak

PUBLISHED BY POLITECHNIKA LUBELSKA

Lublin, Grudzień 2020

Spis treści

Wstęp 11

Rozdział 1. Koncepcja elastycznego manipulatora z nieidealnym przenoszeniem ładunku 13

Rozdział 2. Dynamika manipulatora podatnego z elastycznym przegubami
15

Rozdział 3. Analiza dynamiczna 21

Rozdział 4. Strategia sterowania 25

Rozdział 5. Siłownik magnetoreologiczny 31

Literatura 35

Spis rysunków

- 1 Wektor związany z układem odniesienia $\{A\}$ 15
- 2 Jednorodna transformacja punktu ${}^A\mathbf{P}$ przez operatory rotacji i translacji. 15
- 3 Model manipulatora z połączeniami elastycznymi, obciążeniem i magnetoreologicznym hamulcem sprzężonymi z przegubami. 16
- 4 Schemat silnika i obciążenia połączonych za pomocą skrzynki redukcyjnej. 16
- 5 Wymiana energii kinetycznej między ładunkiem a manipulatorem z nieidealnym obciążeniem. 18
- 6 Płaszczyzny fazowe (na czarno) i odpowiednie mapy Poincaré (na czerwono) dla układu bez obciążenia: (a) dla współrzędnej θ_1 i (b) dla współrzędnej θ_2 . 21
- 7 Płaszczyzny fazowe (na czarno) i mapa Poincaré (na czerwono) dla nieidealnie załadowanego manipulatora: (a) dla współrzędnej θ_1 i (b) dla współrzędnej θ_2 . 23
- 8 Trzy najbardziej istotne (największe) wykładniki Lapunowa dla manipulatora obciążonego nieidealnie. 23
- 9 Schemat blokowy systemu ze sterowaniem zastosowanym do silnika prądu stałego. 27
- 10 Błąd pozycjonowania dla manipulatora z silnikiem prądu stałego w warunkach nieidealnego obciążenia. 27
- 11 Charakterystyka cieczy w tłumiku. 27
- 12 Schemat blokowy układu ze sterowaniem zastosowanym do silnika prądu stałego i hamulca MR. 28
- 13 Błąd pozycjonowania dla nieidealnego manipulatora ładującego z silnikiem prądu stałego i hamulcem MR. 28
- 14 Porównanie wyników manipulatora z silnikiem (na czerwono) i z dodatkowym sprzężeniem MR (na niebiesko). 29
- 15 Trajektoria przemieszczenia robota (5 sek.). Trajektoria przemieszczenia robota ze sterowaniem bez elementu MR (a) i z MR (b). 31

- 16 Napięcia silnika DC dla sterowania (a) bez hamulca MR i (b) z hamulcem MR. 32
- 17 Sterowanie momentem obrotowym hamulca MR na pierwszym (a) i drugim (b) przegubie. 32
- 18 Szacunkowy prąd do sterowania momentu hamowania MR w pierwszym (a) i drugim (b) przegubie. 33

Spis tablic

1	Parametry modelu ramienia manipulatora robota.	22
---	--	----

Mojej rodzinie oraz przyjaciołom z Brazylii

Wstęp

W ostatnich latach ewolucja technik sztucznej inteligencji znacznie się rozwinęła, dając nowe sposoby na ulepszenia życia ludzkiego, nie tylko w pracy, ale także w życiu codziennym. W dzisiejszych czasach występowanie fizycznych i coraz częstszych interakcji człowiek-robot jawi się jako główne wyzwanie dla obecnej inżynierii. W niniejszej pracy projektujemy i analizujemy ramię robota o dwóch stopniach swobody z elastycznymi przegubami napędzanymi silnikami prądu stałego (DC). Ze względu na interakcję między w połączeniach robota i przegubach elastycznych ramię może wykazywać efekt przeregulowania. Wtedy manipulowanie ramieniem staje się trudne. Dlatego proponujemy zastosować amortyzatory magnetoreologiczne (MR - MagnetoReologiczny: amortyzator MR lub hamulec MR) są przymocowane do przegubów ramienia aby płynnie sterować takim badanym układem i zapewnić sposób na dostosowanie robota do mechanicznych ograniczeń ramienia. W szczególności dynamika układu jest badana pod kątem pojawiania się chaotycznego zachowania spowodowanego nieliniowościami w układzie i dynamicznym sprzężeniem manipulatora z silnikami. Sterowanie ze sprzężeniem zwrotnym uzyskuje się za pomocą zależnego od stanu równania Riccatiego (SDRE - stategy dependent Riccati equation), mającego na celu sterowanie pozycjonowaniem manipulatora i momentu przyłożony do tłumika/hamulca MR. Wyniki liczbowe wykazały, że proponowana procedura sterowania korzystająca z siłowników hybrydowych, silnika prądu stałego i hamulca MR jest skuteczna do pozycjonowania i właściwego zachowania elastycznych połączeń manipulatora.

Rozdział 1. Koncepcja elastycznego manipulatora z nie-idealnym przenoszeniem ładunku

Chociaż w ostatnich latach interakcja człowieka z inteligentnymi systemami, takimi jak urządzenia do rozpoznawania głosu lub wideo, wzrosła wykładniczo z powodu ewolucji technik sztucznej inteligencji, fizyczna interakcja człowieka z robotem (physical human-robot interactions - PHRI) przedstawia się jako duże wyzwanie dla współczesnej inżynierii. W dzisiejszych czasach koncepcja rewolucji przemysł 4.0, która zakłada samodzielną pracę robotów jest niewykonalna, a tym bardziej przemysł działa tylko z pracownikami ludzkimi w czynnościach, które powodują degradację zdrowia. Dlatego model integracji, czynników fizycznych i logiki poznawcza między urządzeniami a ludźmi w dostępnej przestrzeni roboczej jest bardzo ważne. PHRI zostały zaprojektowane tak, aby współistnieć i współpracować z operatorami przy obsłudze, montażu, cięciu i innych zadaniach, bez stwarzania ryzyka w tej interakcji [1–7]. Istnieje kilka prób zapewnienia bezpieczeństwa ludziom w obszarze roboczym współdzielonym z maszynami. Duża liczba badań naukowych koncentrowała się na rozwoju manipulatorów, które są wewnętrznie bezpieczne. Proponowane są manipulatory, które mogą zagwarantować pewien poziom bezpieczeństwa w kolizji w przypadku braku sterownika ale ze względu na ich właściwości mechaniczne. Koncepcja i wyniki omówiane w tej książce są też przedstawione w pracy [1].

W szczególności, należy sterować drganiem, które pojawiają się podczas pozycjonowania ramienia robota. Jest to ważne do poprawienia bezpieczeństwa PHRI, a także do zwiększenia wydajności i precyzji działania. Wielu badaczy koncentrowało swoje wysiłki na badaniach manipulatorów z elastycznymi speżeniami ze względu na ich zalety takie jak szybsza reakcja, mniejsze zużycie energii, mniejsze siłowniki, mniejsza masa i w konsekwencji mniejszy koszt końcowy [7–9]. Odpowiednie modele matematyczne muszą uwzględniać interakcje między siłownikami a obsługiwanym ładunkiem. Sterowanie nimi musi obejmować zarówno sztywny korpus robota, jak i elastyczny stopień swobody.

Dlatego, aby poprawić efektywność wykorzystania manipulatorów, potrzebne są odpowiednie strategie sterowania. Sterowanie (SDRE strategy dependent Riccati equation) jest stosowane w wielu układach nieliniowych ze względu na jego łatwość zastosowanie. Korzyści z nieliniowości układu są zachowane gdyż nie ma potrzeby linearyzacji układu [11–15]. Taka kontrola była szeroko stosowana w sztywnych i elastycznych manipulatorach robotycznych jako [9, 15–24]. Ponadto ogólnie rzecz biorąc, segmenty manipulatorów są napędzane silnikiem prądu stałego jest jednak inny rodzaj siłownika w postaci hamulca magnetoreologicznego (MR), który okazuje się dobrym rozwiązaniem dla tłumienia drgań. Według [1-2, 25] urządzenie MR składa się z płynu MR złożonego z mikro-cząsteczek magnetycznych, umieszczonych wewnątrz ciekłego nośnika, który tworzy strukturę podobną do łańcucha gdy pojawia się zewnętrzne pole magnetyczne. Takie uporządkowanie powoduje wzrost lepkości płynu. Siłownik MR jest zwykle używany jako element sterowania i może też być używany jako bierny lub półaktywny element wykonawczy. W [26] autorzy wykazali skuteczność zastosowanie hamulca magnetoreologicznego (MR) w pozycjonowaniu robota o dwóch stopniach swobody z ramieniem zaprojektowanym z elastycznymi przegubami. Rozważane sterowanie składa się z dwóch sprzężeń: wyprzedzającego i zwrotnego za pomocą SDRE, a moment obrotowy amortyzatora MR jest modelowany z pomocą sztucznej sieci neuronowej. Niniejsza propozycja jest kontynuacją poprzednich prac rozwojowych [26]. Jednak tłumik MR w tej pracy jest zamodelowany za pomocą czysto matematycznego modelu. W ten sposób uwzględnione jest jednoczesne pozycjonowanie i sterowanie dynamicznego zachowania manipulatora z przegubami elastycznymi napędzane silnikiem DC i hamulcem MR. Sterowanie sprzężenia zwrotnego i wyprzedzającego uzyskanej przez strategię SDRE jest uzupełnione rozważeniem nieidealnego przenoszenia obciążenia, oraz sterowaniem chaosem. Moment hamowania MR jest oszacowany na podstawie modelu Bingham. Głównym celem jest badanie odpowiedzi i sterowanie dynamiki ramienia manipulatora robota z elastycznymi przegubami napędzanego z silnikiem prądu stałego i hamulcem MR, sterowanym ze strategią SDRE. Innowacyjne podejście polega na włączeniu elastycznych przegubów i w konsekwencji uwzględnienie dodatkowego stopnia swobody w sile działającej na ładunek. Badanie drgań ramion robotów jest bardzo potrzebne. Ramiona robotów służą do manipulacji obiektami, narzędzi, nawet do celów chirurgicznych. Czasami więc drgania są niedozwolone ze względu na wymaganą precyzję w operacja manipulacyjna. Rozwój, przenoszenie i sterowanie takich drgań staje się bardzo ważne dla ramion robotów, w szczególności dla tych z elastycznymi przegubami.

Rozdział 2. Dynamika manipulatora podatnego z elastycznym przegubami

Dynamika manipulatora robota jest złożona typowo przez otwarty łańcuch kinematyczny, w którym każdy segment ich linki, będąc sztywne lub elastyczne, mają linki od podstawy do skrajna część siłownika. W ten sposób pozycjonowanie i orientacja układu współrzędnych manipulatora to zdefiniowany przez uniwersalny układ współrzędnych, który jest uważany za układ współrzędnych kartezjańskich.

Pozycja wektora ${}^A\mathbf{P}$ jest ustalana jako $\mathcal{R}^{3 \times 1}$ (3-wymiar), aby zdefiniować ruchy ramienia robota przy Współrzędne X, Y i Z w układzie odniesienia $\{A\}$. Indywidualne elementy wektora ${}^A\mathbf{P}$ są określone przez

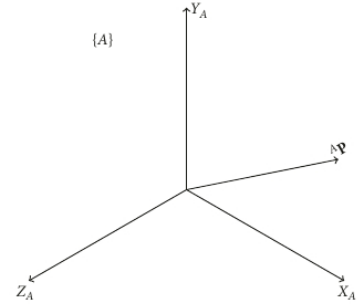
$${}^A\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Graficzne przedstawienie położenia wektora przedstawiono na rysunku 1. Ponadto położenie wektora można obrócić o rotacja macierzy reprezentowana przez \mathbf{R} w następującym równaniu:

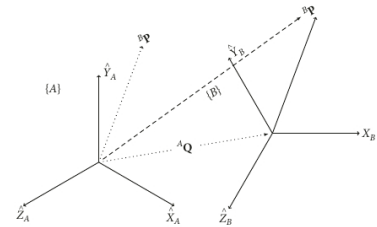
$${}^B_A\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Ponieważ układ odniesienia $\{A\}$ nie pokrywa się z żadnymi innymi współrzędnymi na płaszczyźnie $\{B\}$, przemieszczenia pomiędzy takimi układami odniesienia nazywane są translacją podaną przez wektor ${}^B_A\mathbf{D}$, gdzie ${}^A\mathbf{Q}$ reprezentuje translację między układami odniesienia $\{A\}$ i $\{B\}$, których wektory wyrażają się następująco:

$${}^A\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix}, \quad {}^B_A\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_x \\ 0 & 1 & 0 & q_y \\ 0 & 0 & 1 & q_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$



Rysunek 1: Wektor związany z układem odniesienia $\{A\}$



Rysunek 2: Jednorodna transformacja punktu ${}^A\mathbf{P}$ przez operatory rotacji i translacji.

Ogólnie, translacja współrzędnych może być wyrażone w nowej notacji z translacją i rotacją wektora, zgodnie z następnym równaniem (4), gdzie macierz ${}^B_A \mathbf{D}$ jest włączona do nowej notacji.

$$\begin{bmatrix} {}^B_A \mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} {}^A_B \mathbf{R} & | & {}^A \mathbf{Q} \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix}}_{{}^A_B \mathcal{A}} \begin{bmatrix} {}^B \mathbf{P} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

W równaniu (4) macierz ${}^A_B \mathcal{A}$ reprezentuje macierz transformacji jednorodnej. W tym przypadku jest ona złożona z macierzy obrotu ${}^A_B \mathbf{R}$ i macierzy translacji ${}^A \mathbf{Q}$. Wynik działania równania (4) przedstawiono graficznie na rysunku 2. W postaci uogólnionej jednorodną transformację ${}^i_0 \mathbf{T}$ można wyrazić przez kolejne obroty i translacje. Można ją znaleźć, obliczając iloczyn kolejnych transformacji ${}^i_j \mathcal{A}$:

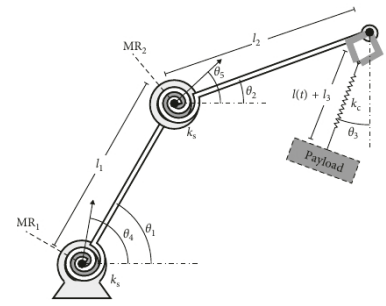
$$\begin{aligned} {}^i_0 \mathbf{T} &= {}^0_1 \mathcal{A}_2 \dots {}^{i-1}_i \mathcal{A} = \prod_{j=1}^i {}^{j-1}_j \mathcal{A}, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ &= \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i & p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^i_0 \mathbf{R} & {}^i_0 \mathcal{P} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie ${}^i_0 \mathcal{P}$ jest wektorem orientacyjnym powiązany z odniesieniem i względem podstawy o . Model manipulatora z przegubami elastycznymi i z obciążeniem jest pokazany na rysunku 3. Składa się on z dwóch sztywnych elementów o długościach l_1 i l_2 oraz dwóch przegubów elastycznych o stywnościach k_s . Obciążenie manipulatora jest reprezentowane przez nieidealne sprzężenie z elastycznym kablem, reprezentowanym przez stywność k_c .

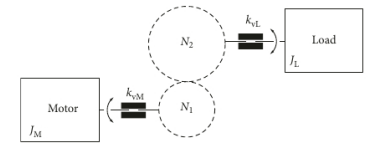
Elastyczność zachowania manipulatora między silnikiem stałoprądowym DC jest określone przez składniki elastyczności pomiędzy silnikiem i skrzynką redukcyjną silnika lub nawet w osi samego silnika. Dodatkowo tłumiki magnetoreologiczne MR₁ i MR₂ są połączone w przegubach ramienia robota, w celu sterowania ruchu ramion. Model manipulatora jest dalej wyrażony za pomocą odpowiednich energii w metodzie Lagrange'a. Wykorzystuje ona funkcję Lagrange'a, opartą na energii kinetycznej i potencjalnej oraz odpowiednie równania Eulera – Lagrange'a (równania różniczkowe Lagrange'a II rodzaju). Energia kinetyczna \mathcal{T} jest więc określona przez ruch elementów manipulatora i ładunku

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} m_1 \dot{\mathbf{p}}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{\mathbf{p}}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{\mathbf{p}}_3^2, \quad (6)$$

gdzie równanie sprzężenia ładunku z nośnikiem jest podane przez $l(t) + l_3$ reprezentując połączenie z nieidealnym ładunkiem. Energia ki-



Rysunek 3: Model manipulatora z połączeniami elastycznymi, obciążeniem i magnetoreologicznym hamulcem sprzężonymi z przegubami.



Rysunek 4: Schemat silnika i obciążenia połączonych za pomocą skrzynki redukcyjnej.

netyczna wyrażona we współrzędnych uogólnionych θ_i , gdzie $i=1,\dots,5$, modelu manipulatora. Wprowadzając macierze \mathbf{P} do równania (6) dostajemy następujące równanie:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2l_1l_2(m_2+m_3)\cos(\alpha) + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3l_1m_3(l_3-l(t))\cos(\beta) \\ &+ \dot{\theta}_2\dot{\theta}_3l_2m_3(l_3-l(t))\cos(\delta) + l\dot{\theta}_1l_1m_3\sin(\beta) \\ &+ l(t)\dot{\theta}_2l_2m_3\sin(\delta) + \frac{1}{2}l_1^2(m_1+m_2+m_3)\dot{\theta}_1^2 \\ &= \frac{1}{2}l_2^2(m_2+m_3)\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}m_3\left((l_3-l(t))^2\dot{\theta}_3^2 + \dot{l}_2^2\right),\end{aligned}\quad (7)$$

gdzie $\alpha = \theta_1 - \theta_2$, $\beta = \theta_1 - \theta_3$, oraz $\delta = \theta_2 - \theta_3$. Interakcja między silnikiem a uchwytem ładunku przedstawia nieoptymalną charakterystykę wyrażoną przez sprężynę o sztywności k_s ; stąd energia potencjalna \mathcal{V} jest określona przez siłę ciężkości działająca na każdy element masowy i sztywność skrętna na każdym z łączy, oznaczone następującym równaniem:

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2}k_s(\theta_4 - \theta_1)^2 + \frac{1}{2}k_s(\theta_5 - \theta_2)^2 + m_1g_0^1\mathcal{P}_y + m_2g_0^2\mathcal{P}_y + m_3g_0^3\mathcal{P}_y \quad (8)$$

Podstawiając elementy macierzy \mathcal{P} , otrzymujemy pełne równanie energii potencjalnej \mathcal{V} :

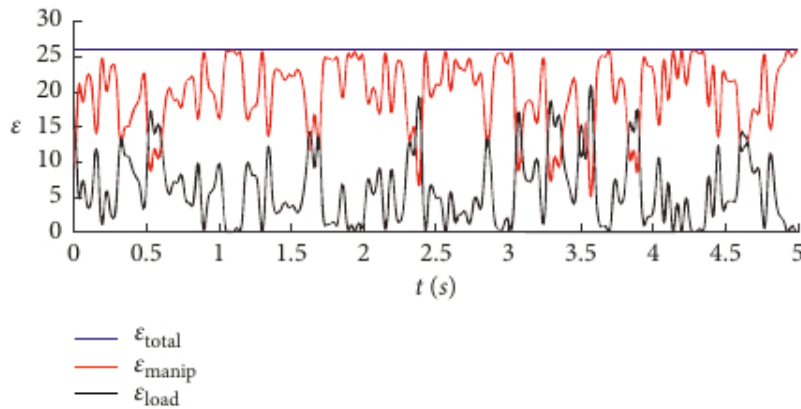
$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= l_1g(m_1+m_2+m_3)\sin(\theta_1) + l_2g(m_2+m_3)\sin(\theta_2) \\ &- m_3g(l(t)-l_3)\sin\theta_3 \\ &+ \frac{1}{2}(k_s\theta_1^2 + k_s\theta_2^2 + k_cl^2 + k_s(\theta_4^2 + \theta_5^2)) \\ &- k_s\theta_1\theta_4 - k_s\theta_2\theta_5.\end{aligned}\quad (9)$$

Rozpatrując energię kinetyczną i potencjalną, które składają się na funkcję Lagrange'a, $\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{V}$. Prowadzi ona do równań Eulera-Lagrange'a (równania Lagrange'a II rodzaju) i w konsekwencji do równań ruchu układu. Biorąc pod uwagę wprowadzenie współrzędnych uogólnionych θ_i ($i=1,\dots,5$) i l :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\theta}_i}\right) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\theta_i} = 0, \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{l}}\right) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial l} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Analogiczne równania ruchu układu w postaci macierzowej można zapisać:

$$\mathbf{M}(\theta, l) \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{l} \end{Bmatrix} + \mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{l}, \theta, l) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{l} \end{Bmatrix} + \mathbf{K}(\theta, l) \begin{Bmatrix} \theta \\ l \end{Bmatrix} + \mathbf{G}(\theta) = 0, \quad (11)$$



Rysunek 5: Wymiana energii kinetycznej między ładunkiem a manipulatorem z nieidealnym obciążeniem.

gdzie są macierze \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} i wektor \mathbf{G} odpowiadają członom masowym, tłumienia, sztywności i grawitacji:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & 0 \\ M_{41} & M_{42} & 0 & m_3 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 0 & C_{12} & C_{13} & 0 \\ C_{21} & 0 & C_{23} & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m_3 g \sin \theta_3 \\ 0 & 0 & 0 & k_z \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (12)$$

Współczynniki macierzy można otrzymać po prostych przekształceniach [1].

Równanie mechaniczne silnika prądu stałego przyjęto jak w [6] ale dodano elastyczny składnik momentu obrotowego; stąd równanie ruchu obrotowego silnika sprzężonego z manipulatorem oznaczony następującym równaniem na współrzędna obrotu θ_M :

$$\ddot{\theta}_M = J_M^{-1} \{k_t i - b_v \omega - \tau_s(\theta, \theta_m)\}, \quad (13)$$

gdzie część elektryczna silnika prądu stałego jest określona przez następujące równanie na prąd i :

$$\frac{d}{dt} i = L_a^{-1} \{-R_a i - k_b \omega + v\}. \quad (14)$$

Aby uzyskać lepszą zależność między momentem obrotowym a prędkością, silniki mają skrzynię redukcyjną. Schemat model skrzynki redukcyjnej przedstawiono na rysunku 4, gdzie J_L to masowy moment bezwładności elementu [6]. Stała relacja między wielkościami układu definiuje współczynnik przełożenia:

$$\kappa = \frac{N_1}{N_2}. \quad (15)$$

W związku z tym jest jasne, że stosunek prędkości systemu wynosi podane przez $J_M = \kappa J_L$. Stała tłumienia i bezwładność silnika prądu stałego ze skrzynką redukcyjną można wyrazić przez następujące równanie:

$$\begin{cases} J_{eq} = \kappa^2 J_L + J_m, \\ b = \kappa^2 b_{vL} + b_{vM}. \end{cases} \quad (16)$$

Dlatego równania ruchu układu z mechaniczne i elektryczne części połączonego silnika prądu stałego manipulator jest określony przez następujące równanie:

$$\mathbf{M}(\theta, l) \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{l} \\ \ddot{\theta}_M \\ \ddot{i}_m \end{Bmatrix} + \mathbf{C}(\dot{\theta}, \dot{l}, \theta, l) \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{l} \\ \dot{\theta}_M \\ \dot{i}_m \end{Bmatrix} + \mathbf{K}(\theta, l) \begin{Bmatrix} \theta \\ l \\ \theta_M \\ i_m \end{Bmatrix} + \mathbf{G}(\theta) = 0, \quad (17)$$

Aby zademonstrować interakcję między podrzędnymi układami, manipulator, narzędzie lub obciążenie, przeanalizowana zostanie zmiana energii pomiędzy każdym elementem. Dla modelu manipulatora z nieidealnym obciążeniem wybrano kąty $\theta_4 = 1.2$ rad oraz $\theta_3 = -1.2$.

Energia \mathcal{E}_i^* w stanie ustalonym modelu, wymaga $\ddot{\theta}_i = \dot{\theta}_i = 0$. Ze względu na oddziaływanie manipulatora z ładunkiem pojawia się mała poprawka perturbacyjną ζ przeanalizowano oddziaływanie manipulatora z ładunkiem. Zatem całkowita energia $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0^* + \zeta$. Wymiana energii kinetycznej między manipulatorem a obciążeniem pokazano na rysunku 5. Energia kinetyczna manipulatora zaznaczono na czerwono, a energia kinetyczna ładunku w kolorze czarnym. Obserwuje się, że wzrostowi energii obciążenia towarzyszy zmniejszenie energii manipulatora, to zdarzenie jest wynikiem wymiany energii między systemami dodatkowo wykazując nieidealność układu.

Można powiedzieć, że nieidealna charakterystyka sprzęgania, która prowadzi do elastyczności elementu łączącego ładunek z manipulatorem, nadaje systemowi nową dynamikę w porównaniu z układem idealnym.

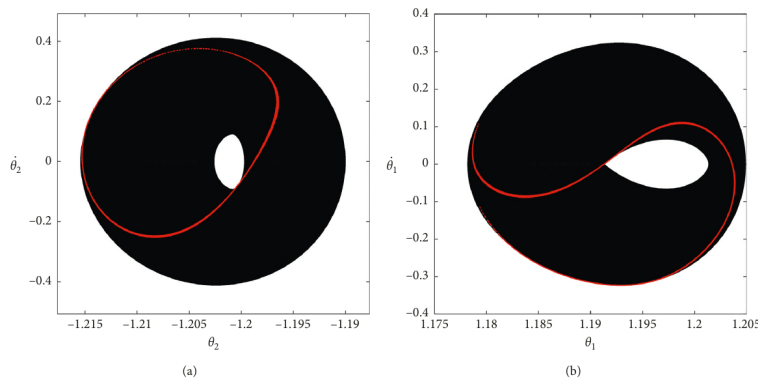
Rozdział 3. Analiza dynamiczna

Dynamiczne analizy systemu i numeryczne symulacje, które zostaną przeprowadzone w tym rozdziale, uwzględniają parametry z tabeli 1. W takich analizach uwzględnione zostaną takie narzędzia jak mapy Poincarégo, płaszczyzny fazowe, i analiza wykładników Lapunowa.

Analiza dynamiczna uwzględnia model wielu ciał z którymi sprzężony jest silnik prądu stałego. Do symulacji wybrano z warunki początkowe $\theta_4 = 1.2$ rad $\theta_5 = -1.2$ rad. Tabela 1 przedstawia całą nomenklaturę układu manipulatora, a także strategii jego sterowania, która zostanie przestawiona w następnym rozdziale.

Rysunki 6 i 7 przedstawiają portrety fazowe i odpowiednie mapy Poincaré dla dwóch kątów w przegubach manipulatora θ_1 i θ_2 , z ich prędkościami $\dot{\theta}_1$ i $\dot{\theta}_2$ (odpowiednio na rysunkach 6-7 (a) i 6-7 (b)). Do warunków początkowych dodano niewielką zmianę energii w stanie ustalonym jako $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0^* + \zeta$ gdzie ζ jest małą frakcją energii \mathcal{E}_0^* .

Rysunki 6(a) i 6(b), pokazują mapy Poincaré w postaci zakrzywionych linii tworzących atraktor układu dynamicznego. Jest to typowe zachowanie quasi-okresowe. To zachowanie, przedstawione na rysunku 6, wyraża dynamika manipulatora z elastycznymi łączami bez dodanie obciążenia na końcu manipulatora.

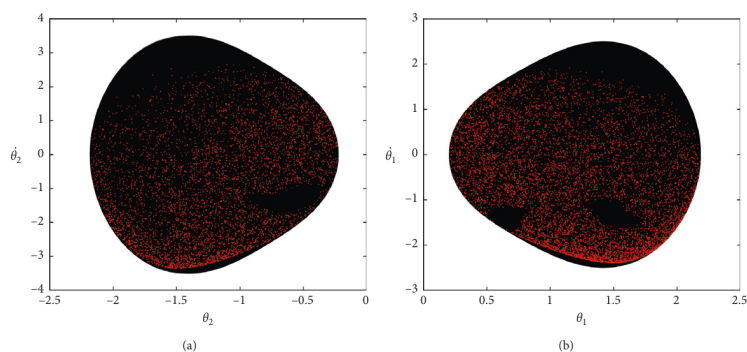


Rysunek 6: Płaszczyzny fazowe (na czarno) i odpowiednie mapy Poincaré (na czerwono) dla układu bez obciążenia: (a) dla współrzędnej θ_1 i (b) dla współrzędnej θ_2 .

W następnej kolejności przeprowadzono analizą dynamiczną

symbol	opis	wartość	jednostka
R_a	opór uzwojenia silnika	1.5	Ω
L_a	indukcyjność silnika	0.0015	H
k_t	stały moment obrotowy silnika	0.0185	Nm/A
k_b	siła elektromotoryczna silnika	0.0185	V/rpm
b_v	równoważne tłumieline wistotyczne	0.018	Nms
κ	przełożenie	20.68	-
θ_M	położenie katowe silnika	$\eta\theta_M(t)$	rad
θ	kat ramienia	-	rad
τ_f	całkowita siła tarcia	0.0021	Nm
J	efektywne ociążenie bezwładnościowe	-	kg ²
J_M	moment bezwładności silnika	0.0185	
i	prąd w obwodzie elektrycznym	-	A
v	napięcie w obwodzie elektrycznym	-	V
τ_s	współczynnik siły (przy członie sześciennym)	0.087	Nm ³
k_s	elastyczność w pracy silnika	350	Kg/s ²
k_c	elastyczność kabla w obciążeniu ładunkiem	150	Nms
l_1	długość pierwszego elementu	0.8	m
l_2	długość pierwszego elementu	0.8	m
m_1	masa pierwszego elementu	0.4	kg
m_2	masa drugiego elementu	0.4	kg
m_3	masa obciążenia	0.6	kg
\mathbf{x}	wektor stanu	-	
\mathbf{x}_d	wektor wartości zadanej	-	
\mathbf{e}	błąd położenia	-	
\mathbf{A}	macierz stanu	-	
\mathbf{B}	macierz wejściowa	-	
\mathbf{Q}	macierz wagowa stanu	-	
\mathbf{R}	macierz wagowa stanu	-	
\mathcal{CO}	macierz sterowności	-	

Tablica 1: Parametry modelu ramienia manipulatora robota.

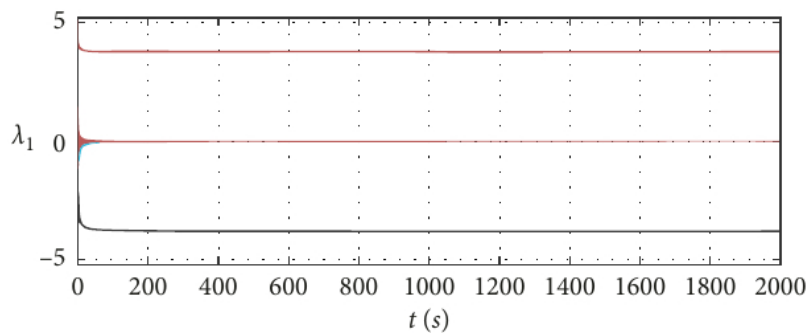


Rysunek 7: Płaszczyzny fazowe (na czarno) i mapa Poincaré (na czerwono) dla nieidealnie załadowanego manipulatora: (a) dla współrzędnej θ_1 i (b) dla współrzędnej θ_2 .

układu manipulatora z obciążeniem nieidealnym. Rysunki 7(a) i 7(b) przedstawiają orbity, które reprezentują nieokresowe zachowanie układu. Ponieważ fazowa przecina powierzchnię Poincaré w wielu różnych punktach rozmieszczonych na całym obszarze portretu fazowego. Punkty te układają się w tzw. dziwny atraktor. Odpowiadające mu zachowanie dynamiczne można sklasyfikować jako zachowanie chaotyczne. Konieczne jest jednak użycie innej analizy narzędzie do weryfikacji chaosu.

Jednym z najlepszych kryteriów chaosu jest wykładnik Lapunowa. W tym podejściu bada się zbieżności odpowiedzi dynamiczne układ nieliniowego z sąsiednich warunków początkowych.

Właśnie wrażliwość rozwiązań na warunki początkowe pozwala zdecydować, czy zachowanie układu ma charakter okresowy, quasi-okresowy lub chaotyczny. Rysunek 8 przedstawia trzy największe wykładniki Lapunowa. Badany układ okazał się bardzo wrażliwy na warunki początkowe posiadając jeden wykładnik dodatni. Jednocześnie oznacza to rozwiązanie chaotyczne. Taki dodatnio określony wykładnik świadczy o rozbieżności wykładniczej pobliskich trajektorii.



Rysunek 8: Trzy najbardziej istotne (największe) wykładniki Lapunowa dla manipulatora obciążonego nieidealnie.

W następnym rozdziale proponowana jest strategia sterowania w celu wyeliminowania chaotyczne zachowanie.

Rozdział 4. Strategia sterowania

Rozważaną strategią sterowania jest SDRE (state-dependent Riccati equation). W ostatnim dziesięcioleciu metoda ta stała się bardzo popularna w układach sterowania zapewniając bardzo skuteczne podejście algorytmiczne do syntezy procesów sterowania ze sprzężeniem zwrotnym dopuszczając nieliniowości w układzie. Dodatkowo oferuje dużą elastyczność w projektowaniu sterowania dzięki wprowadzeniu macierzy ważonych stanami.

Projektowanie sterownika SDRE z dyskretnym czasem

Zaproponowana koncepcja sterowania oparta jest na ciągłym czasie SDRE, jednak w rzeczywistym zastosowaniu konieczne jest przeniesienie sterowania do dyskretnego urządzenia cyfrowego. Tak więc należy dostosować projekt do DSDRE (discrete-time state-dependent Riccati equation). Pierwszym krokiem jest zdefiniowanie wektora błędu, który należy zminimalizować. Taki wektor błędu składa się przeważnie ze stanów związanych z nową wartością współrzędnej do której musi dotrzeć manipulator. W ten sposób równanie błędu można zapisać jako

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d(t) \quad (18)$$

gdzie $\mathbf{e}(t)$ jest wektorem błędu, $\mathbf{x}_d(t)$ reprezentuje pożądaną współrzędną, a $\mathbf{x}(t)$ uzyskuje się, znajdując punkt równowagi statycznej dla współrzędnych pozycjonowania.

Optymalny problem sterowania dla układu ze współczynnikami macierzy stanu i warunku nieskończonego horyzontu można sformułować jako funkcję nowych współrzędnych błędu, jak w następującym równaniu:

$$J_k = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left[\mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(t) \right] dt, \quad (19)$$

gdzie index T oznacza operację transponowania. Rozwiązanie problemu optymalnego sterowania równaniem Riccatiego, następującym równaniem:

$$\mathbf{A}(\mathbf{e}(t), t)^T \mathbf{P} + \mathbf{P}^T \mathbf{A}(\mathbf{e}(t), t) - \mathbf{PBR}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0. \quad (20)$$

Chociaż rozwiązanie równania (20) zapewnia optymalne rozwiązanie sterowania, w sterowaniu SDRE, to rozwiązanie jest suboptymalne, ponieważ każde pomowne obliczenia aktualizuje lokalną optymalną wartość na podstawie tablic stanów błędów $\mathbf{A}(\mathbf{e}(t), t)$ i \mathbf{B} . Macierze \mathbf{Q} i \mathbf{R} są półokreślone dodatnio, co gwarantuje, że system jest asymptotycznie stabilny [27]. Dlatego dynamiczne równanie błędu może zostanie przepisany w następujący sposób:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = [\mathbf{A}(\mathbf{e}(t), t) - \mathbf{BK}(\mathbf{e}(t), t)] \mathbf{z}^9 t. \quad (21)$$

Macierz wzmocnień regulatora jest określona następującym równaniem:

$$\mathbf{K}(\mathbf{e}(t), t) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}. \quad (22)$$

Poza tym dobór parametru wykonania macierze \mathbf{Q} i \mathbf{R} są ważnym czynnikiem zapewniającym optymalność, dynamiczny system nie zawsze ma pełną sterowalność. System dynamiczny, opisany równaniem (21), jest całkowicie sterowalne wtedy i tylko wtedy, gdy jest to rząd sterowalności macierzy jest równy n , określonym przez

$$\mathcal{CO} = \text{rank}([\mathbf{BA}(bfx(t), t)\mathbf{B}\dots\mathbf{A}^{n-1}(bfx(t), t)\mathbf{B}]). \quad (23)$$

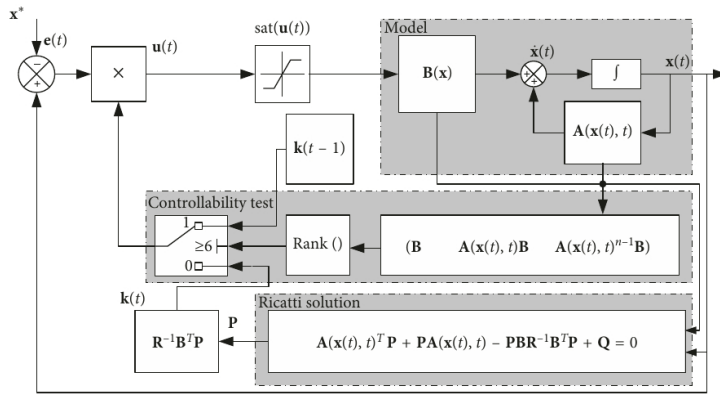
Jednak powyższa propozycja dotyczy czasu ciągłego, zaś regulator musi być dostosowany do pracy w urządzeniu cyfrowym. W konsekwencji relacja czasowa jest ograniczona do właściwości fizyczne urządzenia sterowanego mikrokontrolerem. Na przykład, czas konwersji z analogowego na system cyfrowy może określić minimalny czas pracy zmiennych w czasie rzeczywistym. W tym dyskretnym czasie jednostki, określenie czasu próbkowania jest podane przez (T_s).

Zgodnie z [16], ponieważ istnieje $\mathbf{u}(t)$ dla $kT_s \leq t < kT_s + T_s$, gdzie $k = 0, 1, 2, N - 1$, można go podstawić $\mathbf{u}(t) \approx \mathbf{u}(kT_s)$. W ten sposób dyskretyzacja równań dynamicznych układu można przepisać za pomocą

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}T_s} + \int_0^{T_s} \mathbf{e}^{\mathbf{A}\gamma} \mathbf{B} \mathbf{u}_k d\gamma, \quad (24)$$

z dyskretnym czasem $t = kT_s$, gdzie $\gamma = T_s - t$. W rezultacie macierz stanu ma następującą reprezentację dyskretną:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}T_s}, \\ \mathbf{B}_k &= \left(\int_0^{T_s} \mathbf{e}^{\mathbf{A}\gamma} \right) \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (25)$$

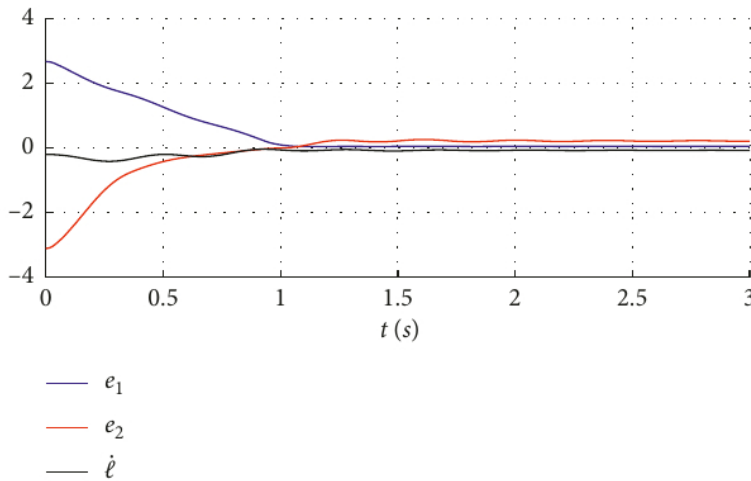


Rysunek 9: Schemat blokowy systemu ze sterowaniem zastosowanym do silnika prądu stałego.

W granicy małego T_s uzyskuje się dyskretną macierz systemu przez uwzględnienie pierwszych wyrazów w rozwinięciu Taylora:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k &\approx \mathbf{A}T_s + \mathbf{I}, \\ \mathbf{B}_k &\approx \mathbf{B}T_s, \end{aligned} \quad (26)$$

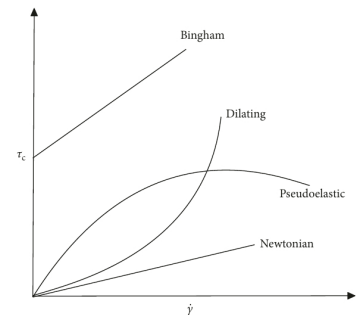
gdzie \mathbf{I} jest macierzą jednostkową.



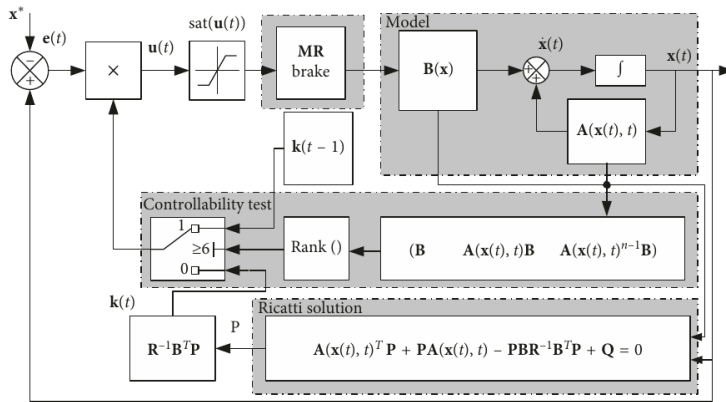
Rysunek 10: Błąd pozycjonowania dla manipulatora z silnikiem prądu stałego w warunkach nieidealnego obciążenia.

Po zdefiniowaniu macierzy układu dyskretnego, można określić funkcję minimalizacji pliku błąd kontrolera dla czasu dyskretnego, czyli

$$J_k = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{e}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_k + \mathbf{u}_k^T \mathbf{R} \mathbf{u}_k, \quad (27)$$



Rysunek 11: Charakterystyka cieczy w tłumiku.



Rysunek 12: Schemat blokowy układu ze sterowaniem zastosowanym do silnika prądu stałego i hamulca MR.

Rozwiązanie równania (27) można uzyskać za pomocą DARE (algebraiczne rozwiązanie dyskretnego równania Riccatiego), co ilustruje następujące równanie:

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{Q} + \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k - \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{B}_k [\mathbf{R} + \mathbf{B}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{B}_k]^{-1} \mathbf{B}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k. \quad (28)$$

Równanie regulatora zyskuje \mathbf{K}_k dla każdej dyskretniej chwili czasu k i formalnie jest definiowana przez następujące równanie:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_k^T (\mathbf{A}_k^T)^{-1} [\mathbf{P}_k - \mathbf{Q}]. \quad (29)$$

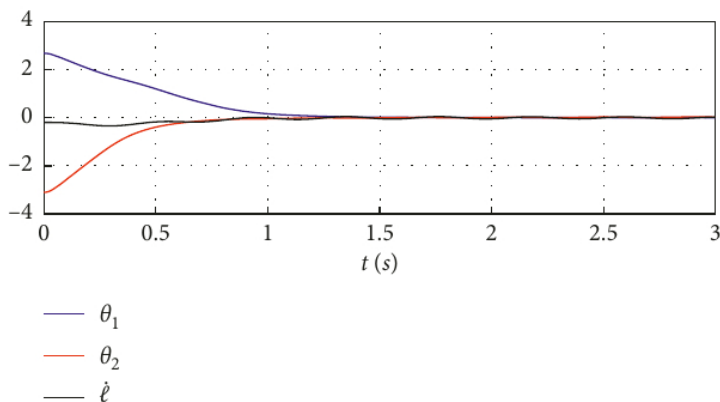
Dla lepszej wizualizacji obliczeń sterownika kroków, pokazany jest algorytm sterowania. Algorytm 1 przelicza wektor kontrolny \mathbf{K}_k w każdym przedziale T_s , co prowadzi do uzyskania lokalnej optymalnej wartości (konfiguracji) układu.

```

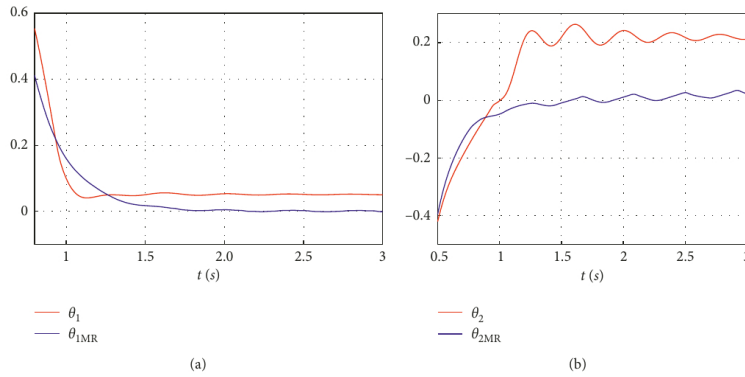
Data: Continuous time variables A, B, Q, R, Pk-1
Results: Kk control vector
Initiating:
Read the arrays A, B, Q, R, Pk-1;
ℓ = rank([B A(x(t), t)B ... An-1(x(t), t)B])
if ℓ = n then
  while |det(Pk-1) - det(Pk)| < 0.01 do
    Calc Matrix Ak and Bk;
    Calc Pk in equation (28);
    Find the controller gains;
    Kk = R-1 BkT (AkT)-1 [Pk - Q]
  end
else
  Kk = Kk-1
end

```

Algorytm sterowania.



Rysunek 13: Błąd pozycjonowania dla nieidealnego manipulatora ładującego z silnikiem prądu stałego i hamulcem MR.



Rysunek 14: Porównanie wyników manipulatora z silnikami (na czerwono) i z dodatkowym sprzężeniem MR (na niebiesko).

Po wyodrębnieniu przyspieszeń układ w notacji przestrzeni stanów w macierzy jest określony przez następujące równanie:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}), \quad (30)$$

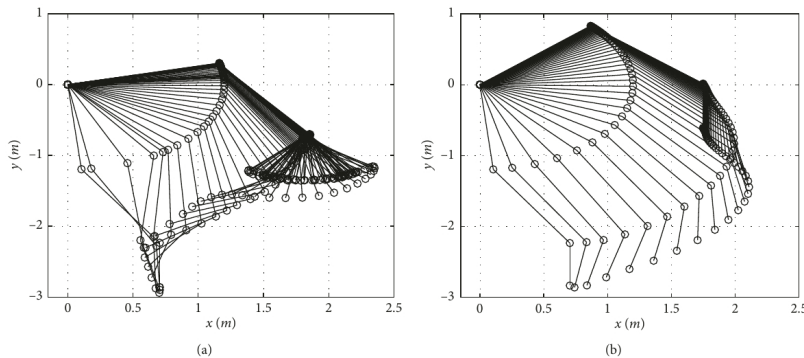
gdzie \mathbf{A} to macierz stanu, \mathbf{B} to macierz sterowania, a $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ opisuje zależności grawitacyjne. Macierze projektowe sterownika są przedstawiane przez następujące równanie:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= 100\mathbf{I}^{10 \times 10}, \\ \mathbf{R} &= 0.001\mathbf{I}^{2 \times 2}, \end{aligned} \quad (31)$$

gdzie \mathbf{I} jest macierzą jednostkową. Sterowanie w pętli zamkniętej przedstawione na schematach blokowych to pokazano na rysunku 9. Definiowanie pozycji żądanych współrzędnych jako $\mathbf{x}_d = [\theta_1 \ \theta_2]$, gdzie $\theta_1 = \pi/2$ rad i $\theta_2 = 0$ rad. Należy zauważyć, że cel sterowania \mathbf{x}_d odnosi się do ostatecznej pozycji ramion kątów θ_1 i θ_2 gdzie uwzględnienie nieidealnego obciążenia l ma zakłócający wpływ na system. Rysunek 10 przedstawia błędy $e_1 = \theta_1 - x_{d1}$ i odpowiednio $e_2 = \theta_2 - x_{d2}$. Można zauważyć, że odpowiedź z rysunku 10 ma błąd stanu ustalonego, a drgania zakłócające l zostały zaabsorbowane przez manipulator.

Rozdział 5. Siłownik magnetoreologiczny

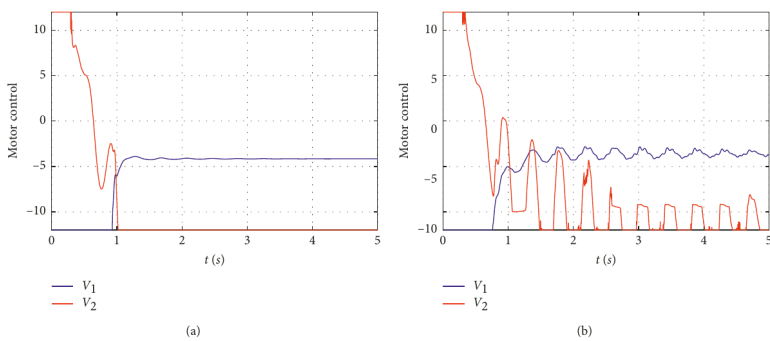
Płyny MR należą do rodziny materiałów reologicznych ulegają przemianie fazowej pod wpływem magnetycznego pola. Zazwyczaj płyny MR składają się z ferromagnetyków lub miękkie cząsteczki paramagnetyczne (od 0.03 do 10 μm) rozproszone w płynie nośnym. Ze względu na problemy projektowe, namagnesowalne cząstki muszą mieć niski poziom koercji magnetycznej. Stosowano różne rodzaje materiałów płyn (elektroreologia) [27] z ceramiką i stopami metali. Dynamiczne zachowanie płynu MR, z teorii mechaniki płynów, pokazuje, że przy braku pola magnetycznego, jest klasyfikowane jako zachowanie płynu newtonowskiego, podczas gdy po wystawieniu na działanie pola magnetycznego wykazuje charakterystykę płynu Bingham'a [27] z zachowaniem lepkosprężystym, jak pokazano na rysunku 11. Pole elektromagnetyczne jest zwykle generowane przez cewki elektryczne. Równanie, które definiuje zachowanie Bingham'a płyn jest określony następująco



Rysunek 15: Trajektorie przemieszczenia robota (5 sek.). Trajektorie przemieszczenia robota ze sterowaniem bez elementu MR (a) i z MR (b).

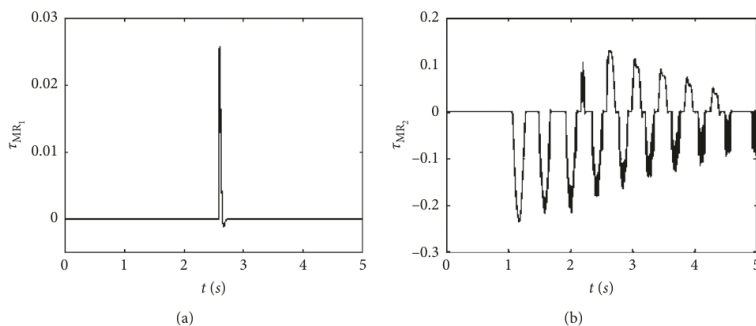
$$\tau_c = \gamma \tau_y(\cdot) + \eta \frac{dv}{dz}, \quad \tau_c > \tau_y, \quad (32)$$

gdzie τ_c oznacza naprężenie ścinające, η jest współczynnik lepkości Newton'a, γ to szybkość ścinania, τ_y jest naprężeniem związanym z dynamicznym zachowaniem MR płynu, oraz dv/dz jest gradientem



Rysunek 16: Napięcia silnika DC dla sterowania (a) bez hamulca MR i (b) z hamulcem MR.

prędkości w kierunku pola magnetycznego.



Rysunek 17: Sterowanie momentem obrotowym hamulca MR na pierwszym (a) i drugim (b) przegubie.

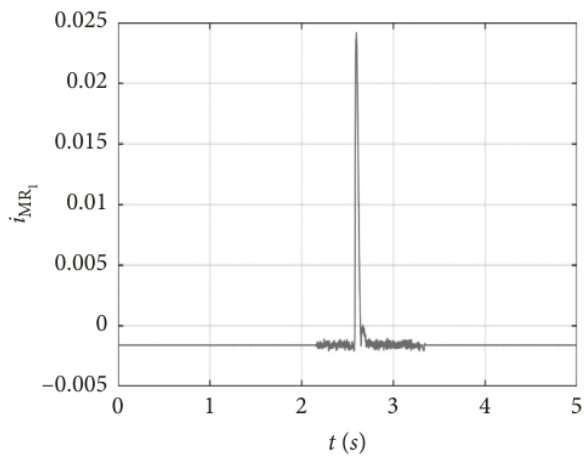
Jak wspomniano wcześniej, gdy pole magnetyczne jest w płynie współczynnik naprężenia ścinającego może się zmieniać. Stąd funkcja τ_y zależy od intensywności pola magnetycznego H .

Równanie, które łączy siłownik MR z układem manipulatora może być zapisane następująco

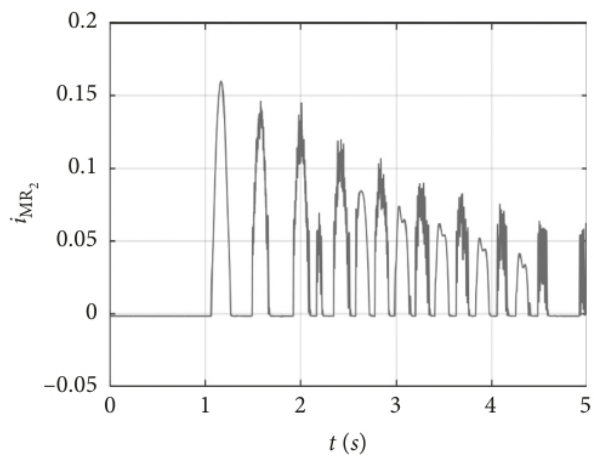
$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_{MR} &= J_{eq}^{-1} \left[k_t i - \left(b + 4N\pi \frac{\eta(R_2^4 - R_1^4)}{4l_f} \right) \omega \right. \\ &\quad \left. - 4N\pi\alpha \left(\frac{\eta(R_2^3 - R_1^3)}{3} \right) H^\beta - \tau_s(\theta, \theta_m) \right], \quad (33) \\ \frac{d}{dt} i_M &= L_a^{-1} [R_a i - k_b \omega + v], \end{aligned}$$

gdzie α i β są dopasowane do krzywej doświadczalnej otrzymanej dla wybranej cieczy MR. Więcej szczegółów modelowania układu z hamulcem jest podanych w pracy [1,29-30].

Sterowanie w pętli zamkniętej hamulca MR jest przedstawione w formie schematu blokowego na rysunku 12.



(a)



(b)

Rysunek 18: Szacunkowy prąd do sterowania momentu hamowania MR w pierwszym (a) i drugim (b) przegubie.

Wykonano symulacje układu z siłownikami MR. Wartości żądanej trajektorii x_d były utrzymywane jako w poprzednim przypadku. Podobnie jak cel x_d , który odnosi się do położenia końcowego ramion zmiennego kąta θ_1 i θ_2 , gdzie uwzględnienie jest nieidealne obciążenie ze zmiennym l . Jest ono przedstawiane jako efekt zakłócenia dla układu dynamicznego. Następnie odpowiedź układu jest pokazana na rysunku 13. Można zauważyć, że wykorzystanie MR spowodowało działanie układu bez dodatkowych oscylacji. Mniejszy błąd pozycjonowania (rysunek 13) spowodował mniejsze odchylenie w stanie ustalonym manipulatora jak na Rysunku 14. Na rysunku 15 przedstawiona jest trajektoria przemieszczenia robota w ciągu 5 (sek.). Szczególnie można zobaczyć różnicę można zobaczyć trajektorii przemieszczenia robota przez sterowanie bez i z hamulcem MR. Rysunek 16 przedstawia sterujące wejście napięciowe silnikiem prądu stałego. Rysunek 17 przedstawia sterowany moment obrotowy w przegubach. Bieżące wykresy prądowe, które mają być zastosowane w tych przypadkach można zobaczyć w rysunku 18. Jak można zaobserwować w wynikach symulacji, z użyciem hamulca MR udało się znacznie zredukować oscylacje zawieszonyj masy.

Wnioski końcowe

W pracy przedstawiono sprawność sterownika SDRE technika wykorzystująca silnik DC i silnik DC z hamulcem MR do sterowania manipulatorem robota z elastycznymi połączeniami i z obciążeniem na końcu. Używając tylko silnika prądu stałego, można sterować ramionami manipulatora do żądanej trajektorii, z małym błędem. Korzystanie z silnika prądu stałego i MR hamulec, ramiona również prowadziły do pożądaney trajektorii manipulatora. Jednakże błąd został zminimalizowany prawie do zera, pokazując, że użycie wiele siłowników poprawia wydajność sterowania i zminimalizować wpływ zakłóceń zewnętrznych.

Literatura

- [1] J.J. de Lima, J.M. Balthazar, R.T. Rocha, F.C. Janzen, D. Bernardini, G. Litak, A.M. Tusset, D.G. Bassinello, On positioning and vibration control application to robotic manipulators with a non-ideal load-carrying *Shock and Vibration*, 5408519, 2018.
- [2] M. Avraam, M. Horodincu, I. Romanescu, A. Preumont, Computer controlled rotational MR-brake for wrist rehabilitation device, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 21, no. 15, pp. 1543–1557, 2010.
- [3] J.Z. Chen, W.H. Liao, Design, testing and control of a magnetorheological actuator for assistive knee braces, *Smart Materials and Structures* 19, 035029, 2010.
- [4] M.M. Fateh, Robust control of flexible-joint robots using voltage control strategy, *Nonlinear Dynamics*, 67, 1525–1537, 2012.
- [5] J. Huang, J.Q. Zhang, Y. Yang, Y. Q. Wei, Analysis and design of a cylindrical magneto-rheological fluid brake, *Journal of Materials Processing Technology* 129, 559–562, 2002.
- [6] R. Jablonski, M. Turkowski, R. Szewczyk, *Recent Advances in Mechatronics*, Springer Science and Business Media, Berlin, Germany, 2007.
- [7] B. Siciliano, O. Khatib, *Springer Handbook of Robotics*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, Germany, 2016.
- [8] M. Kalyoncu, Mathematical modelling and dynamic response of a multi-straight-line path tracing flexible robot manipulator with rotating-prismatic joint, *Applied Mathematical Modelling* 32, 1087–1098, 2008.
- [9] A. Shawky, D. Zydek, Y.Z. Elhalwagy, A. Ordys, Modeling and nonlinear control of a flexible-link manipulator, *Applied Mathematical Modelling* 37, 9591–9602, 2013.

- [10] J.J. Lima, A.M. Tuset, F.C. Janzen, V. Piccirillo, C.B. Nascimento, J.M. Balthazar, R.M.L.R. da Fonseca Brasil, SDRE applied to position and vibration control of a robot manipulator with a flexible link, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 54, 1067–1078, 2016.
- [11] A. Molter, O.A.A. da Silveira, J.S.O. Fonseca, V. Bottega, Simultaneous piezoelectric actuator and sensor placement optimization and control design of manipulators with flexible links using SDRE method, *Mathematical Problems in Engineering* 362437, 2010.
- [12] A.M. Tuset, J.M. Balthazar, D.G. Bassinello, B.R. Pontes Jr., J.L.P. Felix, Statements on chaos control designs, including a fractional order dynamical system, applied to a “MEMS” comb-drive actuator, *Nonlinear Dynamics* 69, 1837–1857, 2012.
- [13] A.M. Tuset, J.M. Balthazar, J.L.P. Felix, On elimination of chaotic behavior in a non-ideal portal frame structural system, using both passive and active controls, *Journal of Vibration and Control* 19, 803–813, 2013.
- [14] A. M. Tuset, A. M. Bueno, C. B. Nascimento, K. M. dos Santos, and J. M. Balthazar, “Nonlinear state estimation and control for chaos suppression in MEMS resonator,” *Shock and Vibration*, vol. 20, no. 4, pp. 749–761, 2013.
- [15] J.J. de Lima, A.M. Tuset, F.C. Janzen, V. Piccirillo, C.B. Nascimento, J.M. Balthazar, R.M.L.R. da Fonseca Brasil, Nonlinear state estimation and control applied to a manipulator robotic including drive motor, *Mathematics in Engineering, Science and Aerospace (MESA)* 5, 413–425, 2014.
- [16] A. Fenili, J.M. Balthazar, The rigid-flexible nonlinear robotic manipulator: modeling and control, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 16, 2332–2341, 2011.
- [17] M. Innocenti, F. Baralli, F. Salotti, A. Caiti, Manipulator path control using SDRE, in *Proceedings of American Control Conference*, pp. 3348–3352, San Francisco, CA, USA, June– July 2010.
- [18] M.H. Korayem, M. Irani, S.R. Nekoo, Analysis of manipulators using SDRE: a closed loop nonlinear optimal control approach, *Scientia Iranica. Transaction B, Mechanical Engineering* 17, 456, 2010.
- [19] M.H. Korayem, M. Irani, S.R. Nekoo, Load maximization of flexible joint mechanical manipulator using non-linear optimal controller, *Acta Astronautica* 69, 458–469, 2011.

- [20] M.H. Korayem, S.R. Nekoo, Nonlinear optimal control via finite time horizon state-dependent Riccati equation, in Proceedings of 2014 Second RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM), pp. 878–883, IEEE, Tehran, Iran, October 2014.
- [21] M.H. Korayem, S.R. Nekoo, State-dependent differential Riccati equation to track control of time-varying systems with state and control nonlinearities, *ISA transactions* 57, 117–135, 2015.
- [22] M.H. Korayem, S.R. Nekoo, Finite-time state-dependent Riccati equation for time-varying nonaffine systems: rigid and flexible joint manipulator control, *ISA transactions* 54, 125–144, 2015.
- [23] S.R. Nekoo, Nonlinear closed loop optimal control: a modified state-dependent Riccati equation, *ISA transactions* 52, 285–290, 2013.
- [24] M. Xin, S.N. Balakrishnan, Z. Huang, Robust state dependent Riccati equation based robot manipulator control, in Proceedings of Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications (CCA'01), pp. 369–374, IEEE, Mexico City, Mexico, September 2001.
- [25] A.M. Tuset, F.C. Janzen, V. Piccirillo, R.T. Rocha, J.M. Balthazar, G. Litak, On nonlinear dynamics of a parametrically excited pendulum using both active control and passive rotational (MR) damper, *Journal of Vibration and Control* 24, 1587–1599, 2018.
- [26] J.J. Lima, R.T. Rocha, F.C. Janzen, A.M. Tuset, D.G. Bassinello, J.M. Balthazar, Position control of a manipulator robotic arm considering flexible joints driven by a DC motor and a controlled torque by a MR-brake, in ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Vol. 4, Dynamics, Vibration, and Control, Phoenix, AZ, USA, 2016.
- [27] H. Ishii, B. A. Francis, Limited Data Rate in Control Systems with Networks, Springer Science and Business Media, Vol. 275, Springer Science and Business Media, Berlin, Germany, 2002.
- [28] R. Stanway, J.L. Sproston, A.K. El-Wahed, Applications of electro-rheological fluids in vibration control: a survey, *Smart Materials and Structures* 5, 464, 1996.
- [29] Q.H. Nguyen, S.B. Choi, Optimal design of MR shock absorber and application to vehicle suspension, *Smart materials and Structures* 18, 035012, 2009.

[30] I.H. Shames, F.A. Cozzarelli, Elastic and Inelastic Stress Analysis, CRC Press–Taylor and Francis Group LLC, Boca Raton, FL, USA, 1997.