Aleksander Nieoczym, Kazimierz Drozd

# Obliczenia i symulacje wybranych elementów pojazdów



Obliczenia i symulacje wybranych elementów pojazdów

# Podręczniki – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska Wydział Mechaniczny ul. Nadbystrzycka 36 20-618 LUBLIN Aleksander Nieoczym, Kazimierz Drozd

# Obliczenia i symulacje wybranych elementów pojazdów



Lublin 2022

Recenzenci: prof. dr hab. Barbara Surowska dr hab. inż. Grzegorz Koralewski, prof. Lotniczej Akademii Wojskowej w Dęblinie

Skład i łamanie: Kazimierz Drozd

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2022

ISBN: 978-83-7947-509-4

- Wydawca: Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej www.biblioteka.pollub.pl/wydawnictwa ul. Nadbystrzycka 36C, 20-618 Lublin tel. (81) 538-46-59
- Druk: Soft Vision Mariusz Rajski www.printone.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL <u>www.bc.pollub.pl</u> Książka udostępniona jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa – na tych samych warunkach 4.0 Międzynarodowe (CC BY-SA 4.0) Nakład: 50 egz.

## Spis treści

W	$\operatorname{step}$	•	7
1.	Zawieszenie z drążkiem Panharda		10
	1.1. Drążki montowane w układzie zawieszenia		10
	1.2. Obiekt wybrany do analizy		12
	1.3. Obliczenia analityczne		13
	1.4. Reakcja zawieszenia na wymuszenie podczas jazdy		20
	Literatura		30
2.	Belka skrętna tylnego zawieszenia		31
	2.1. Konstrukcja belki skrętnej		31
	2.2. Obiekt analizy wytrzymałościowej		36
	2.3. Identyfikacja sił i momentów obciążających belkę skrętną		37
	2.4. Przygotowanie modelu bryłowego i analiza MES		40
	2.5. Wyniki obliczeń MES		45
	2.6. Wnioski dotyczące analizy wytrzymałościowej		52
	Literatura		53
3.	Zawieszenie niezależne z wahaczami poprzecznymi		55
	3.1. Obiekt analizy		55
	3.2. Wyznaczanie sił w układzie dwuwahaczowym		57
	3.3. Analiza wytrzymałościowa z wykorzystaniem MES		68
	3.4. Porównanie wyników symulacji z danymi literaturowymi		80
	Literatura		81
4.	Hamulec bebnowy		82
	4.1. Model geometryczny hamulca bebnowego		83
	4.2. Dane materiałowe przyjęte do analizy		85
	4.3. Założenia analizy wytrzymałościowej MES		87
	4.4. Dyskretyzacia modeli		94
	4.5. Analiza sprzeżona MES.		97
	4.6. Modvfikacia okładzin szczek układu simplex		105
	4.7. Podsumowanie wyników przeprowadzonych analiz		107
		-	- •

5.	Tarcza hamulcowa motocykla	2
	5.1. Model bryłowy tarczy hamulcowej	3
	5.2. Przygotowanie modelu hamulca do analizy	1
	5.3. Wyniki analizy cieplnej	7
	5.4. Podsumowanie	)
	Literatura	3
St	reszczenie $\dots$ $\dots$ $124$ Summary $\dots$ $\dots$ $125$	<b>1</b> 5

## Wstęp

Konstrukcja układów pojazdów mechanicznych dynamicznie zmienia się w ostatnich latach. Poszerza się również grupa materiałów inżynierskich o właściwościach korzystnych do zastosowań w motoryzacji. Ponadto, dostep do najnowszych informacji branżowych staje sie coraz łatwiejszy. Wydawałoby sie zatem, że osoby zainteresowane problematyka konstrukcji pojazdów mają możliwość uzupełnienia swojej wiedzy w oparciu o artykuły lub publikacje książkowe dotyczące analizy wytrzymałościowej części oraz całych zespołów stanowiących główne układy funkcjonalne samochodu. Jednak, ze wzgledu na naukowy charakter tych publikacji, ich treść zawiera zwykle ograniczona liczbę algorytmów i danych, dotyczacych sposobu obliczenia wartości obciążających sił i momentów. Utrudnione jest przez to odtworzenie sekwencji kroków obliczeń, koniecznych do przeprowadzenia w celu wykonania analizy wytrzymałościowo-wytężeniowej, w tym tej polegajacej na wykorzystaniu metody elementów skończonych (MES). Scharakteryzowany wcześniej układ treści i zakres literatury czyni niemożliwym szczegółowe prześledzenie toku zaprezentowanych obliczeń oraz samodzielne przeprowadzenie opisywanej analizy z użyciem MES dla konkretnego elementu pojazdu. W odpowiedzi na te ograniczenia, autorzy proponują podręcznik o dość szerokim zakresie poznawczym i obliczeniowym a przy tym zawierający kilka rozdziałów o nowatorskim układzie analityczno-symulacyjnym.

Niniejszy podręcznik powstał w celu uporządkowania wiedzy na temat budowy i obliczeń wybranych podzespołów pojazdów mechanicznych. W jego treści, zamieszczone zostały wzory umożliwiające prześledzenie toku obliczeń. Przedstawiono metodykę przygotowania modelu do przeprowadzenia analizy wytrzymałościowej MES z wykorzystaniem jednego z programów: Abaqus, NX lub Catia.

Pomimo tego, że obliczenia analityczne, obejmujące wyliczenie wartości sił a następnie obliczenie naprężeń w przekrojach niebezpiecznych części lub zespołów, są czynnościami coraz rzadziej wykonywanymi w biurach konstrukcyjnych, to w procesie dydaktycznym nie mogą być pomijane. Propozycja rozwiązywania zagadnień przedstawionych w podręczniku stanowi poszerzenie wiedzy zdobytej w ramach kursów: mechanika, wytrzymałość materiałów oraz konstrukcja pojazdów samochodowych i maszyn roboczych, i ukazanie możliwości jej zastosowania do analizy rzeczywistych problemów. Skuteczne wykorzystanie MES stanowi rozszerzenie i uzupełnienie analitycznych metod obliczeniowych. Aby efektywnie posłużyć się metodami numerycznymi, należy posiadać wiedzę dotyczącą modelowania bryłowego oraz definiowania warunków, związanych z przygotowaniem modeli do analizy. W procesie wykonywania obliczeń, powinna być zachowana następująca kolejność:

- wykonanie schematu elementu lub zespołu wraz z zamieszczeniem wymuszenia w postaci sił, momentów obciążających lub przemieszczeń,
- obliczenie wartości obciążeń,
- wykonanie modelu bryłowego,
- zdefiniowanie zmiennych, związanych z analizą MES,
- przeprowadzenie symulacji,
- analiza map naprężeń, przemieszczeń i/ lub innych wielkości fizycznych,
- weryfikacja eksperymentalna lub analityczna,
- wnioskowanie.

Uważny czytelnik znajdzie w tym podręczniku wskazówki do skutecznego przeprowadzenia wszystkich wymienionych prac. Może prześledzić rozwiązania przykładów inżynierskich współczesnej konstrukcji elementów i przy wykorzystaniu aktualnych danych materiałowych.

Treść podręcznika podzielona jest na pięć rozdziałów, z których każdy poświęcony jest analizie innego zespołu pojazdu. Pierwsze trzy rozdziały dotyczą zawieszenia samochodu, odpowiednio:

- tylnego zależnego wyposażonego w drążek Panharda,
- tylnego półniezależnego, wykonanego w postaci belki skrętnej,
- przedniego niezależnego, składającego się z dwóch równoległych wahaczy poprzecznych.

Rozdział pierwszy nie zawiera analizy wytrzymałościowej MES ze względu na to, że obciążenie drążka Panharda jest prostym przypadkiem występowania sił osiowych. Rozdziały 4 i 5 dotyczą hamulców: bębnowego oraz tarczowego. Zawierają one wyłącznie opisy prostych obliczeń analitycznych, niezbędnych do przeliczenia konstrukcji. Główny nacisk położono w ich treści na modelowanie MES, które ma charakter sprzężony, obejmujący zarówno analizę wytrzymałościową jak i cieplną.

Założono, że czytelnik zna podstawy konstrukcji maszyn na poziomie 6 Polskiej Ramy Kwalifikacji (PRK) oraz potrafi sprawnie wykorzystać oprogramowanie Abaqus lub NX albo Catia do symulacji inżynierskich. W przy-

#### Wstęp

padku problemów ze spełnieniem tego drugiego warunku, autorzy proponują sięgnąć do samouczków, których wiele jest dostępnych online.

Podręcznik nie zawiera szczegółowego opisu wszystkich kroków, niezbędnych do rozwiązania każdego z zamieszczonych w nim zadań. Pod tym względem, pozostawia czytelnikowi swobodę wyboru sposobu realizacji poszczególnych etapów pracy inżynierskiej, w tym projektowej i analitycznej. Podobnie, oprócz kluczowych wymiarów geometrycznych i propozycji obliczenia wartości obciążenia, autorzy uznali, że kandydat na inżyniera powinien samodzielnie podjąć niezbędne decyzje konstrukcyjne. W pracy tej celowo pozostawiono wyniki, zawierające niektóre typowe błędy, skądinąd prawidłowo wykonanej symulacji, aby pokazać metodykę ich interpretacji oraz zasugerować możliwości ich eliminacji. Konsekwencją takiego podejścia jest wytworzenie okazji do uzasadniania wyborów a także kształtowania świadomości ponoszenia odpowiedzialności inżynierskiej, wynikającej z przyjęcia konkretnych wartości i rozwiązań. Treść podręcznika, w tym zakresie, wypełnia znaczną część opisu charakterystyki drugiego stopnia dla kwalifikacji na 6 poziomie PRK.

Zalecamy, aby przy podejmowaniu decyzji projektowych i/ lub analitycznych, student starał się posłużyć wyszukiwarkami treści w bazach danych bibliograficznych. Z uwagi na to, że językiem publikacji często jest angielski, w treści pracy zamieszczono odpowiednie wersje językowe niektórych terminów, zdaniem autorów, przydatnych do użycia przy przeszukiwaniu tych baz.

Wartości liczbowe z dokładnością do części dziesiętnych są podawane w tekście z użyciem przecinka, chyba że dotyczą bezpośrednio tych, wpisywanych w odpowiednie okna programów. W tym drugim przypadku, jako znak oddzielający miejsca dziesiętne niekiedy używana jest kropka.

Owocnej lektury Autorzy

## 1. Zawieszenie z drążkiem Panharda

Rozdział ten zawiera analizę matematyczną zachowania się tylnego zawieszenia zależnego pod wpływem oddziaływania sił pionowych oraz sił bocznych. Dokonano niezbędnych pomiarów i obliczono wartości parametrów charakteryzujących sztywność zawieszenia, wyposażonego jedynie w sprężyny walcowe. Zamieszczono opis matematyczny zmiany funkcjonalności zawieszenia, w przypadku zainstalowania drążka Panharda, łączącego tylny most napędowy z nadwoziem. Przeprowadzono analizę obciążenia, której obiektem był drążek Panharda poddany naprężeniom rozciągającym, dla przypadków jazdy samochodu po: łuku drogi oraz zboczu.

#### 1.1. Drążki montowane w układzie zawieszenia

Drążek reakcyjny ogranicza wzdłużne przemieszczenia wzajemne ramy lub nadwozia pojazdu samochodowego i mostu napędowego. Typowe drążki reakcyjne są zaopatrzone w elastyczne przeguby metalowo-gumowe i konstrukcyjnie nie różnią się od drążków ustalających. W skład przedniego, lub tylnego, zawieszenia pojazdu samochodowego wchodzą dwa drążki reakcyjne lub, rzadziej, jeden wzdłużny drążek reakcyjny. Drążki reakcyjne oraz drążki ustalające, w najprostszym przypadku konstrukcji, wykonuje się w postaci prętów lub rur stalowych (rys. 1.1).

Zastosowanie drążków ustalających w zawieszeniu ma na celu ograniczenie poprzecznych oraz skośnych przemieszczeń ramy lub nadwozia pojazdu względem jego osi lub mostu napędowego (ang. *driving axle*). Typowe drążki ustalające stosuje się wówczas, gdy konstrukcja pozostałych elementów zawieszenia nie zapewnia przejmowania obciążeń bocznych oraz wymaganego prowadzenia kół osi jezdnej. Drążki ustalające montowane są też wtedy, gdy boczne obciążenie zewnętrzne może powodować niepożądane odkształcenia elementów resorujących. Niekiedy skośne drążki ustalające są wykorzystywane jako wahacze niezależnego zawieszenia kół jezdnych. Drążki ustalające są łączone z innymi elementami za pośrednictwem elastycznych przegubów, które przekazują obciążenie dynamiczne oraz przyczyniają się do tłumienia drgań [2].



Rys. 1.1. Drążek reakcyjny w zawieszeniu samochodu Volvo FH

W konstrukcji przedniego lub tylnego zawieszenia pojazdu samochodowego, często są zabudowane dwa drążki ustalające, współdziałające ze sobą jako para elementów stabilizujących. Alternatywą takiego rozwiązania konstrukcyjnego jest pojedynczy poprzeczny drążek ustalający (rys. 1.2), nazywany drążkiem Panharda (ang. *Panhard rod*). Jest on zamocowany, przy użyciu elementów matalowo-gumowych, z dwóch stron: z jednej strony do masy resorowanej, a z drugiej – do nieresorowanej. Zadaniem drążka Panharda jest ograniczenie przemieszczenia względem siebie mas, wzdłuż osi jezdnej napędzanej lub nienapędzanej, w kierunku poprzecznym do długości pojazdu [3, 4].



Rys. 1.2. Drążek Panharda łączący bezpośrednio obudowę sztywnego mostu napędowego z ramą samochodu

Drążek Panharda wykonany jest z pręta lub rury. Może mieć on profil prostoliniowy (rys. 1.2 i 1.3) lub zakrzywiony (rys. 1.4). W niektórych konstrukcjach, np. tej przedstawionej na rysunku 1.4, dodatkowo przewiduje się możliwość regulacji długości tego drążka.



Rys. 1.3. Przykład zastosowania drążka Panharda w konstrukcji przedniego zawieszenia



Rys. 1.4. Zakrzywiony drążek o regulowanej długości w tylnym zawieszeniu samochodu Jeep<sup>®</sup> Wrangler TJ

Drążek Panharda o profilu prostego pręta może przenosić wyłącznie naprężenia rozciągające lub ściskające. Ze względu na przegubowe zamocowanie, nie może on być zginany. Gdyby rozpatrywać drążek o profilu krzywoliniowym to należałoby uwzględnić występowanie naprężeń zginających, przynajmniej w zakrzywionej części pręta. Tuleje metalowo-gumowe, zainstalowane na końcach drążków, pracują przy występowaniu względnie dużej wartości nacisków powierzchniowych.

#### 1.2. Obiekt wybrany do analizy

Do analizy wytrzymałościowej wykorzystano drążek Panharda pochodzący z samochodu Daihatsu<sup>®</sup> Terios I. W seryjnym wyposażeniu tego pojazdu występuje stały napęd na cztery koła z centralnym mechanizmem różnicowym. W badanym modelu był zamontowany rzędowy, 4-cylindrowy silnik o pojemności skokowej wynoszącej 1296 cm<sup>3</sup> i mocy nominalnej 61 kW (83 KM). Przednie zawieszenie jest niezależne, z kolumnami McPhersona i drążkiem skrętnym, natomiast w tylnym, zależnym – występują sprężyny śrubowe z poprzecznie zainstalowanym drążkiem Panharda [1]. Sposób zabudowy drążka Panharda w zawieszeniu obiektu badań przedstawiono na rysunku 1.5.



Rys. 1.5. Tylny most napędowy z układem zawieszenia samochodu Daihatsu $^{\odot}$  Terios

W analizowanej wersji samochodu Daihatsu<sup>®</sup>, tylny most napędowy, stanowiący podzespół zwieszenia zależnego, jest podparty na amortyzatorach i sprężynach śrubowych walcowych. Drążek Panharda znajduje się pomiędzy obudową mostu napędowego a nadwoziem. Drążek ten zamocowany jest z obydwu stron za pomocą elementów metalowo-gumowych, z jednej strony do masy resorowanej, a z drugiej – do nieresorowanej. Zadaniem tego drążka jest ograniczenie przemieszczeń tych mas względem siebie a także stabilizacja położenia osi jezdnej napędzanej w kierunku poprzecznym pojazdu.

#### 1.3. Obliczenia analityczne

Zawieszenie przenosi na nadwozie samochodu siły działające w płaszczyźnie stycznej do powierzchni bocznej koła oraz siły leżące na powierzchni styku kola z nawierzchnią. W pierwszej z tych płaszczyzn znajdują się siły reakcji pionowych nawierzchni drogi oraz siły podłużne, których źródłem jest siła napędowa bądź hamująca. W kolejnej płaszczyźnie działają siły boczne oraz poprzeczne siły bezwładności, pochodzące od masy nadwozia samochodu. Analiza wpływu działania tych sił na nadwozie pozwala na sformułowanie założeń konstrukcyjnych, które umożliwiają zaprojektowanie zawieszenia o charakterystyce miękkiej lub sztywnej. Ogólne przesłanki dotyczące takiego projektu można sformułować w następujący sposób:

- zawieszenie powinno posiadać możliwie małą sztywność pionową, co wpływa na zmniejszenie amplitudy przenoszonych na nadwozie sił oraz zapewnia odpowiednią płynność ruchu,
- zawieszenie powinno cechować się dużą sztywnością podłużną, aby przenoszone siły napędowe lub hamujące nie powodowały wzdłużnych odkształceń elementów wodzących, tj. wahaczy. Wymuszenie odkształcenia tych elementów niekorzystnie wpływa na pracę sprężyn i amortyzatorów oraz prowadzi do zmiany kątów ustawienia kół w czasie jazdy,
- przy możliwie małej sztywności kątowej, będącej wyznacznikiem płynności ruchu, zawieszenie powinno charakteryzować się dostatecznie dużą poprzeczną sztywnością kątową, aby ograniczyć kąt przechyłów bocznych nadwozia.

W celu ustalenia kryteriów, jakimi należy kierować się podczas konstruowania zawieszeń, rozpatrywane są ich cechy dynamiczne, tj. sztywność kątowa w kierunku pionowym oraz kątowa sztywność poprzeczna.

#### 1.3.1. Pionowa sztywność zawieszenia

Uproszczony schemat zespołów samochodu Daihatsu<sup>®</sup> Terios współpracujących z zawieszeniem został przedstawiony na rysunku 1.6. Sprężyny zawieszenia tego samochodu charakteryzują się sztywnością  $c_S$ . Jeżeli część siły ciężkości masy resorowanej przypadająca na jedną oś samochodu wynosi  $G_Z$  to statyczne obciążenie sprężyn: prawej  $F_B$  i lewej  $F_A$  ma taką samą wartość (1.1). Relacja ta jest prawdziwa dla przypadku, gdy pojazd znajduje się na powierzchni poziomej.

$$F_A = F_B = 0.5 \cdot G_Z \tag{1.1}$$

gdzie:

 $F_A$  [N] – siła reakcji lewej sprężyny zawieszenia,

 $F_B$  [N] – siła reakcji prawej sprężyny zawieszenia,

 $G_Z$  [N] – siła ciężkości przypadająca na oś pojazdu.

Jednocześnie statyczna strzałka ugięcia  $f_{st}$  obydwu sprężyn, będąca ich odkształceniem powstałym pod wpływem działania obciążenia wynikającego z masy samochodu, wynosi (1.2). Z tego ostatnio przytoczonego wzoru można wyliczyć sztywność każdej ze sprężyn.

$$f_{st} = \frac{G_Z}{2 \cdot c_S} \tag{1.2}$$

gdzie:

 $\begin{array}{ll} f_{st} & [\rm{mm}] & -\,\rm{statyczne} \mbox{ ugięcie sprężyny zawieszenia,} \\ c_S & [\rm{N}\,\rm{mm}^{-1}] & -\,\rm{sztywność} \mbox{ liniowa sprężyny.} \end{array}$ 



Rys. 1.6. Schemat zespołów pojazdu do obliczeń sztywności pionowej zawieszenia

Współczynnik sztywności zawieszenia można obliczyć ze wzoru (1.3), a występującą w nim wartość siły ciężkości masy resorowanej przypadającej na jedno koło  $Q_Z$  można wyznaczyć z zależności (1.4).

$$c_Z = \frac{Q_Z}{Z_{st}} \tag{1.3}$$

$$Q_Z = 0.5 \cdot G_Z \tag{1.4}$$

gdzie:

Sztywność zawieszenia, rozpatrywana po jednej stronie osi pojazdu, wyniesie zatem (1.5).

$$c_Z = \frac{Q_Z}{Z_{st}} = \frac{Q_Z}{f_{st}} = \frac{G_Z}{2 \cdot f_{st}} = c_S \tag{1.5}$$

Ze wzoru (1.5) wynika, że współczynnik sztywności zawieszenia zależnego  $c_Z$  jest równy współczynnikowi sztywności elementów sprężystych  $c_S$  tego zawieszenia. Należy zauważyć, że wzór ten nie uwzględnia sprężystości ogumienia. Oznacza to, że przy obliczaniu elementów sprężystych koła samochodu są traktowane jako bryły sztywne, niepodatne na obciążenie [6]. Gdyby pominąć to uproszczenie to wtedy do wzoru (1.5) należałoby wprowadzić współczynniki odzwierciedlające sprężystość opon. Opony są także elementami sprężystymi, które resorują masy nieresorowane (w tym: koła, piasty, hamulce), a także masę zawieszoną na elementach sprężystych. Przyjmujemy współczynnik sztywności promieniowej opony  $c_o$  jako iloraz statycznego pionowego obciążenia opony  $Q_k$  i ugięcia pionowego  $z_o$  pod obciążeniem  $Q_k$ . Łączną sztywność pionową zawieszenia oraz koła i opony  $c_{Zo}$ wyrażamy wzorem (1.6). Statyczna strzałka ugięcia zawieszenia  $Z_{st}$ , w praktyce, jest równa statycznej strzałce ugięcia sprężyn w wyniku oparcia ich na sztywnej osi łączącej koła.

$$c_{Zo} = \frac{Q_k}{Z_{st} + z_o} = \frac{Q_k}{\frac{Q_k}{c_Z} + \frac{Q_k}{c_o}} = \frac{1}{\frac{1}{c_Z} + \frac{1}{c_o}}$$
(1.6)

gdzie:

 $c_{Zo}$  [N mm<sup>-1</sup>] – łączna sztywność pionowa zawieszenia koła i opony,  $Q_k$  [N] – siła statycznego pionowego obciążenia opony,  $c_o$  [N mm<sup>-1</sup>] – współczynnik sztywności promieniowej opony,  $z_o$  [mm] – ugięcie pionowe pod obciążeniem  $Q_k$ . Całkowita sztywność zawieszenia jednej osi, przy uwzględnieniu sprężystości (elastyczności) opony, jest sumą sztywności lewej i prawej strony  $(2 \cdot c_{Zo})$ .

Sztywność sprężyny śrubowej o charakterystyce liniowej, rozpatrywanej jako elementu podatnego zawieszenia, można również oszacować na podstawie konstrukcji tej sprężyny, jej wymiarów geometrycznych i parametrów materiałowych (1.7).

$$c_S = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot N \cdot D^3} \tag{1.7}$$

gdzie:

G [MPa] – moduł sprężystości postaciowej (Kirchhoffa),

- $d \quad [mm]$ średnica pręta, z którego wykonano sprężynę,
- N [-] liczba zwojów sprężyny aktywnych podczas jej pracy,
- D [mm] średnica podziałowa zwoju sprężyny.

Dla potrzeb obliczania sztywności sprężyny według zależności (1.7) przyjmuje się, że ma ona kształt walcowy (D = const) o stałym skoku zwoju i jednakowej średnicy drutu na całej jego długości (d = const). Konsekwencją tych założeń jest uproszczenie każdej konstrukcji do takiej, która nie odbiega od liniowej charakterystyki obciążeniowo-odkształceniowej.

#### 1.3.2. Poprzeczna sztywność kątowa zawieszenia

Pod wpływem działania sił bocznych, na nadwozie pojazdu oddziałuje moment tych sił względem środka bocznego przechyłu tego nadwozia. W elementach sprężystych zawieszenia powstaje wtedy moment reakcyjny sił, który przeciwdziała temu efektowi przechylania się nadwozia. Jednostkowa wartość poprzecznego momentu reakcyjnego zawieszenia, generowanego względem środka przechyłu pojazdu, nazywana jest kątową sztywnością poprzeczną zawieszenia  $c_{\beta}$ . Ta kątowa sztywność zależy od właściwości kinematycznych konkretnego zawieszenia, jego wymiarów geometrycznych oraz sztywności elementów sprężystych. Bieżącą jej wartość można wyznaczyć ze wzoru (1.8).

$$c_{\beta} = \frac{\mathrm{d}M_{\beta}}{\mathrm{d}\beta} \tag{1.8}$$

gdzie:

 $\begin{array}{ll} c_{\beta} & [\mathrm{N}\,\mathrm{mm}\,\mathrm{rad}^{-1}] - \mathrm{k} \mathrm{a} \mathrm{towa} \,\mathrm{sztywność} \,\mathrm{poprzeczna} \,\mathrm{zawieszenia}, \\ \mathrm{d} M_{\beta} \, [\mathrm{N}\,\mathrm{mm}] & - \mathrm{elementarny} \,\mathrm{moment} \,\mathrm{sil} \,\mathrm{reakcji} \,\mathrm{sprężyn} \,\mathrm{na} \,\mathrm{nadwozie}, \\ \mathrm{d} \beta & [\mathrm{rad}] & - \mathrm{nieskończenie} \,\mathrm{maly} \,\mathrm{przyrost} \,\mathrm{k} \mathrm{a} \mathrm{ta} \,\mathrm{przechylu}. \end{array}$ 

Schemat przechyłu nadwozia, spowodowanego działaniem siły bocznej  $F_b$ , przedstawiono na rysunku 1.7. Pod wpływem momentu tej siły, nadwozie – które obciąża sprężyny zawieszenia statyczną siłą ciężkości pojazdu G, wychyla się o kąt d $\beta$ . Generowany jest wtedy moment reakcyjny, od sił elementów sprężystych  $F_A$  i  $F_B$ , równoważący moment siły bocznej  $F_b$ . Wartości sił  $F_A$  i  $F_B$ , będących konsekwencją różnego ugięcia sprężyn, oblicza się ze wzorów (1.9). Występująca w tych zależnościach, wartość df oznacza przyrost strzałki ugięcia sprężyny zawieszenia powodowany wpływem przechyłu nadwozia o elementarny kąt d $\beta$ .

$$\begin{cases} F_A = (f_{st} - df) \cdot c_S \\ F_B = (f_{st} + df) \cdot c_S \end{cases}$$
(1.9)

gdzie:

- $F_A$  [N] siła reakcji lewej sprężyny (A) na nadwozie,
- $F_B$  [N] siła reakcji prawej sprężyny (B) na nadwozie,
- df [mm] elementarne ugięcie sprężyny przy zmianie kąta o  $d\beta$ .



Rys. 1.7. Schemat poprzecznego przechyłu nadwozia do obliczeń sztywności zawieszenia

Jednostkowy moment siły sprężyn działający na nadwozie wynosi (1.10), a po podstawieniu równań (1.9) i uporządkowaniu – (1.11).

$$dM_{\beta} = F_B \cdot \frac{b_1}{2} - F_A \cdot \frac{b_1}{2}$$
(1.10)

$$\mathrm{d}M_{\beta} = c_S \cdot b_1 \cdot \mathrm{d}f \tag{1.11}$$

gdzie:

 $b_1$  [mm] – odległość pomiędzy osiami mocowania sprężyn.

Przyrost strzałki ugięcia sprężyn df można zapisać w postaci wzoru (1.12), sporządzonego na podstawie zależności geometrycznych wynikających z rysunku 1.7.

$$\mathrm{d}f = \frac{b_1}{2} \cdot \mathrm{d}\beta \tag{1.12}$$

Po podstawieniu wartości df ze wzoru (1.12) do zależności (1.11), to ostatnie równanie sprowadza się do postaci (1.13).

$$\mathrm{d}M_{\beta} = c_S \cdot \frac{b_1^2}{2} \cdot \mathrm{d}\beta \tag{1.13}$$

Końcową zależność (1.14), z której można obliczyć wartość współczynnika kątowej sztywności poprzecznej zawieszenia  $c_{\beta}$ , otrzymujemy po podstawieniu równania (1.13) do zależności (1.8).

$$c_{\beta} = c_S \cdot \frac{{b_1}^2}{2} \tag{1.14}$$

#### 1.3.3. Przykład analitycznych obliczeń sztywności

Wyprowadzone w podrozdziałach 1.3.1 i 1.3.2 wzory, opisujące pionową i poprzeczną sztywność zawieszenia, zostały następnie użyte do wyliczenia wartości parametrów, charakteryzujących zawieszenie samochodu Daihatsu<sup>®</sup> Terios. W tabeli 1.1 przedstawiono dane techniczne tego pojazdu w formie porównania parametrów zawieszenia przedniego i tylnego, w którym występuje drążek Panharda.

01	Obciążenie	${\operatorname{Sztywność}\ c_Z}$	Statyczna strzałka ugięcia	Masy nieresorowane	Sztywność opon	
Us	kg	$\mathrm{Nmm^{-1}}$	mm	kg	$ m Nmm^{-1}$	
przednia tylna	$515 \\ 535$	29,6 33,6	$\begin{array}{c} 150 \\ 130 \end{array}$	62 90	280 280	

Tab. 1.1. Dane techniczne obliczone oraz zweryfikowane w oparciuo doniesienia literaturowe [7, 8]

Obliczmy pionową sztywność zawieszenia z uwzględnieniem masy nieresorowanej o wartości oszacowanej na 90 kg. Z uwagi na to, że obciążenie masą tylnej osi pojazdu wynosi 535 kg (tab. 1.1), siła obciążająca zawieszenie wynosi (1.15).

$$G_Z = (535 \,\mathrm{kg} - 90 \,\mathrm{kg}) \cdot 9,8113 \,\mathrm{m \, s^{-2}} \approx 4366 \,\mathrm{N} \tag{1.15}$$

Przyjmując założenia opisane wzorem (1.1), obciążenie każdej ze sprężyn tylnej osi pojazdu wyznaczamy z zależności (1.16).

$$F_A = F_B = 0.5 \cdot 4366 \,\mathrm{N} = 2183 \,\mathrm{N} \tag{1.16}$$

Statyczną strzałkę ugięcia sprężyn, pod wpływem obciążenia  $F_A$ , zmierzono na rzeczywistym pojeździe i wynosiła ona  $f_{st} \approx 130 \text{ mm}$  (tab. 1.1). Na podstawie tej wartości z zależności (1.17) obliczono sztywność sprężyny.

$$c_S = \frac{F_A}{f_{st}} = \frac{2183 \,\mathrm{N}}{130 \,\mathrm{mm}} \approx 16.8 \,\mathrm{N \, mm^{-1}}$$
 (1.17)

Współczynnik sztywności zawieszenia  $c_Z$ , w układzie równoległego działania dwóch sprężyn w zawieszeniu tej samej osi pojazdu, jest równy sumie sztywności tych sprężyn (1.18).

$$c_Z = 2 \cdot c_S = 2 \cdot 16.8 \,\mathrm{N}\,\mathrm{mm}^{-1} = 33.6 \,\mathrm{N}\,\mathrm{mm}^{-1} \tag{1.18}$$

# 1.4. Reakcja zawieszenia na wymuszenie podczas jazdy

Drążek Panharda stosowany jest w zawieszeniu w celu zmniejszenia przechyłu nadwozia względem ramy nośnej lub mostu napędowego. Sytuacja taka ma miejsce podczas jazdy po łuku drogi lub w poprzek zbocza. W tym podrozdziale zostanie przedstawione porównanie wartości sił występujących w elementach zawieszenia dla przypadków, gdy występuje w jego konstrukcji drążek Panharda oraz – po wymontowaniu tego drążka.

#### 1.4.1. Model bez drążka Panharda w ruchu na zakręcie

Zgodnie z rozporządzeniem MTiGM [5], promienie zakrętów usystematyzowane są według szeregu {8, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 40} m. Promień ten jest mierzony od środka łuku do środka pojazdu pokonującego zakręt. Do obliczeń przyjmujemy promień  $R_1 = 8 \text{ m}$  i  $R_2 = 40 \text{ m}$  oraz łączną masę samochodu m = 1050 kg, jako sumę wartości zamieszczonych w tabeli 1.1.

Siłę odśrodkową, działającą na samochód poruszający się po okręgu, oblicza się ze wzoru (1.19).

$$F = \frac{m \cdot v^2}{R} \tag{1.19}$$

gdzie:

 $\begin{array}{lll} F & [\mathrm{N}] & -\operatorname{siła} \mathrm{bezwładności} \, działająca na nadwozie pojazdu, \\ m & [\mathrm{kg}] & -\operatorname{masa} \mathrm{resorowana} \, \mathrm{przypadająca} \, \mathrm{na} \, \mathrm{tyln}_{2} \, \mathrm{oś} \, \mathrm{pojazdu}, \\ v & [\mathrm{m\,s^{-1}}] - \mathrm{prędkość} \, \mathrm{obwodowa} \, \mathrm{ruchu} \, \mathrm{pojazdu} \, \mathrm{po} \, \mathrm{luku}, \\ R & [\mathrm{m}] & - \mathrm{promie\acute{n}} \, \mathrm{luku} \, \mathrm{drogi}. \end{array}$ 

W wyniku prób jazdy samochodem Daihatsu<sup>®</sup> Terios, ustalono prędkości możliwe do uzyskania na torze o założonej krzywiźnie. Dla zakrętu o promieniu 8 m było to około 5 km h<sup>-1</sup> ( $v_1 \approx 1,389 \,\mathrm{m \, s^{-1}}$ ), a w przypadku promienia 40 m – 50 km h<sup>-1</sup> ( $v_2 \approx 13,89 \,\mathrm{m \, s^{-1}}$ ). Wartość siły odśrodkowej, obliczonej według wzorów (1.20) i (1.21), wyniosła odpowiednio 107,3 N oraz 2146 N. Ta druga wartość stanowi blisko 50% wartości siły ciężkości nadwozia ( $G_Z = 4366 \,\mathrm{N}$ ) przypadającej na tylną oś pojazdu.

$$F_1 = \frac{m \cdot v_1^2}{R_1} = \frac{(535 \,\mathrm{kg} - 90 \,\mathrm{kg}) \cdot (1,389 \,\mathrm{m \, s^{-1}})^2}{8 \,\mathrm{m}} \approx 107,3 \,\mathrm{N}$$
(1.20)

$$F_2 = \frac{m \cdot v_2^2}{R_2} = \frac{(535 \,\mathrm{kg} - 90 \,\mathrm{kg}) \cdot (13,89 \,\mathrm{m \, s^{-1}})^2}{40 \,\mathrm{m}} \approx 2146 \,\mathrm{N}$$
(1.21)

W dalszej kolejności przeprowadzamy obliczenia dla siły odśrodkowej o wartości  $F_2 = 2146$  N. Podczas jazdy na zakręcie nadwozie wychylało się, a w tym samym czasie ugięcie sprężyny (rys. 1.8) zmieniło się o d $f \approx 43$  mm od położenia równowagi statycznej. Odpowiadającą temu wychyleniu wartość kąta d $\beta$  obliczono z zależności (1.22).

$$d\beta = \operatorname{arc} \operatorname{tg}\left(\frac{2 \cdot df}{b_1}\right) = \operatorname{arc} \operatorname{tg}\left(\frac{2 \cdot 43 \operatorname{mm}}{1060 \operatorname{mm}}\right) = 0,081 \operatorname{rad} = 4,638^\circ \approx 5^\circ$$
(1.22)



Rys. 1.8. Schemat rozkładu sił działających na nadwozie podczas jazdy na zakręcie. Opracowanie na podstawie [8]

Charakterystyczny wymiar  $H_3 = 400 \text{ mm}$ , określający położenie środka ciężkości pojazdu, został wyznaczony w wyniku prób jezdnych.

Równanie równowagi momentów sił względem punktu A zapisujemy jako (1.23), z którego wyznaczamy wartość reakcji sprężyny B (1.24).

$$\sum M_A = F_B \cdot b_1 \cdot \cos(\beta) - G_Z \cdot \frac{b_1}{2} \cos(\beta) - -F \cdot \left[\frac{H_3}{\cos(\beta)} - \frac{b_1}{2} \cdot \sin(\beta)\right] = 0$$
(1.23)

$$F_B = \frac{G_Z}{2} + F \cdot \left[\frac{H_3}{b_1} - \frac{\text{tg}(\beta)}{2}\right]$$
(1.24)

gdzie:

 $M_A$  [N mm] – moment względem punktu A,

 $\beta$  [rad] – kąt przechyłu nadwozia względem osi kół,

 $b_1$  [mm] – rozstaw sprężyn zawieszenia,

 $H_3$  [mm] – wysokość nadwozia do środka masy według rysunku 1.8,

R [m] – promień łuku.

Po podstawieniu wartości poszczególnych zmiennych do równania (1.24), siła reakcji sprężyny B podczas pokonywania zakrętu o promieniu 40 m z prędkością 13,89 m s<sup>-1</sup> wynosi 2899 N (1.25).

$$F_B = \frac{4366 \,\mathrm{N}}{2} + 2146 \,\mathrm{N} \cdot \left[\frac{0.4 \,\mathrm{m}}{1.06 \,\mathrm{m}} - \frac{\mathrm{tg}(5^\circ)}{2}\right] \approx 2899 \,\mathrm{N}$$
(1.25)

Dodatnia wartość siły  $F_B$  oznacza, że jej zwrot jest zgodny z tym, przyjętym na rysunku 1.8, czyli na nadwozie działa siła o zwrocie do góry. Gdyby pojazd poruszał się po prostym odcinku drogi to, oczywiście, po prawej stronie we worze (1.24) występowałby wyłącznie pierwszy składnik. Wtedy wartość reakcji sprężyny byłaby równa tej, obliczonej ze wzoru (1.16). Porównując wartości obliczone z tego ostatnio wymienionego wzoru i z zależności (1.25) można powiedzieć, że dynamiczny efekt pokonywania zakrętu spowodował zwiększenie wartości siły działającej na zewnętrzną sprężynę tylnego zawieszenia o 716 N, co stanowi niemal 33% statycznego obciążenia tej sprężyny masą pojazdu. Uogólniając to spostrzeżenie, można stwierdzić, że siły statyczne mogą być bazą do rozpoczęcia obliczeń wytężeniowych, jednak istotny wpływ na obciążenie elementów układu zawieszenia pojazdów ma dopiero uwzględnienie występowania sił dynamicznych. Wniosek ten wynika stąd, że pojazd poruszający się po drodze jest obiektem, na który mogą działać przyspieszenia o znacznych wartościach.

Sumę rzutów sił na pionową oś układu współrzędnych y, zgodnie z rysunkiem 1.8, można zapisać jako zależność (1.26), z której wyliczamy siłę  $F_A$  jako reakcję sprężyny A działającą na nadwozie.

$$\sum F_y = F_B - F_A - G_Z = 0 \tag{1.26}$$

$$F_A = 2899 \,\mathrm{N} - (535 \,\mathrm{kg} - 90 \,\mathrm{kg}) \cdot 9,8113 \,\mathrm{m \, s^{-2}} \approx -1467 \,\mathrm{N}$$
 (1.27)

Ostatecznie wartości sił w sprężynach, generowane pod wpływem ugięcia nadwozia, wynoszą:  $F_A = -1467$  N oraz  $F_B = 2899$  N. Warto zwrócić uwagę, że siła  $F_A$  ma wartość ujemną co oznacza, że:

- jej zwrot jest przeciwny do tego, przedstawionego na rysunku 1.8,
- pomimo pokonywania zakrętu, sprężyna A jest ściskana siłą o wartości  $-\frac{G_Z}{2} F_A = \frac{-4366 \text{ N}}{2} + 1467 \text{ N} = -716 \text{ N},$
- nie zachodzi niebezpieczeństwo utraty przyczepności przez koło A, znajdujące się bliżej środka (po wewnętrznej stronie) łuku, tym bardziej, że dodatkowo obciąża je połowa siły ciężkości mas nieresorowanych (<sup>90 kg</sup>/<sub>2</sub>), przypadających na tylną oś pojazdu.

Wynikający z tej analizy wniosek, dotyczący zachowania pojazdu podczas pokonywania zakrętu o promieniu 40 m, jest zgodny z dynamiką pojazdu obserwowaną podczas jazdy na torze. Ponadto sprężyny A i B są obciążone symetrycznie względem obciążenia statycznego. Średnia arytmetyczna bezwzględnych wartości sił generowanych w tych sprężynach  $\left(\frac{1467 N+2899 N}{2}\right)$  jest równa obciążeniu statycznemu obliczonemu ze wzoru (1.16).

Sprawdzenie poprawności obliczeń zamieszczonych w tym podrozdziale jest możliwe również z wykorzystaniem wcześniej zmierzonego ugięcia sprężyn i ich obliczonej sztywności. Jazda po łuku spowodowała zmianę obciążenia sprężyn o 716 N. Uwzględniając sztywność jednej sprężyny zawieszenia tylnego o wartości 16,8 N mm<sup>-1</sup>, zmiana tego obciążenia powinna spowodować zmianę ugięcia sprężyny o  $\frac{716 \text{ N}}{16,8 \text{ N} \text{ mm}^{-1}} \approx 42,62 \text{ mm}$ . Można zauważyć, że obliczona w ten sposób wartość ugięcia jest zbliżona do ugięcia zmierzonego względem ugięcia statycznego, wynoszącego df = 43 mm, które zostało zaobserwowane na rzeczywistym obiekcie, co podano na stronie 21.

#### 1.4.2. Uproszczony model z drążkiem Panharda

Wymiary liniowe, związane z punktami mocowania elementów zawieszenia (rys. 1.9), zostały zmierzone na rzeczywistym obiekcie, którym był samochód Daihatsu<sup>®</sup> Terios, były następujące:  $a_1 = 530 \text{ mm}, b_1 = 1060 \text{ mm}, c = 520 \text{ mm}, d_1 = d_2 = 50 \text{ mm}, e = 520 \text{ mm}, l = 1100 \text{ mm}.$ 

Chociaż wydawałoby się, że w równowadze statycznej na jezdni poziomej kąt  $\varphi$  pomiędzy drążkiem Panharda a osią kół powinien mieć wartość bliską zera to nie jest to możliwe z dwóch powodów. Pierwszy powód wynika z konstrukcji, ponieważ zwykle pomiędzy podwoziem a nadwoziem pojazdu nie ma dość miejsca do tego aby w taki sposób zamocować ten drążek. Powód drugi jest związany z dynamiką nadwozia. Gdyby  $\varphi \approx 0^{\circ}$  to np. chwilowa zmiana (korekta) toru podczas pokonywania zakrętu mogłaby doprowadzić do zmiany zwrotu składowej  $F_{dy}$  siły działającej w drążku, przez co istotnie zmieniłoby się obciążenie sprężyn i położenie nadwozia. Można rozważyć

sytuację obciążenia drążka siłą ściskającą. Składowa pionowa tej siły będzie miała różny zwrot w kierunku pionowym, w zależności od niewielkiej różnicy kąta nadwozia  $\beta$ . Będzie to powodowało przemieszczenia nadwozia zależne nie tylko od zwrotu sił bocznych lecz również zwrotu składowej pionowej siły działającej w drążku. Podsumowując siła ściskająca drążek mogłaby powodować składową pionową o niemożliwym do przewidzenia zwrocie w górę lub w dół. Zastosowanie konstrukcji z pewną niezerową wartością tego kąta ma tę zaletę, że pojazd jest bardziej stabilny i dlatego łatwiej nim kierować. Pojazd taki charakteryzuje się określoną sterownością. Niebezpieczeństwo wystąpienia nieprzewidywalnego zwrotu składowej pionowej siły w drążku Panharda może zostać wyeliminowane zupełnie, jeśli wartość kąta pomiędzy tym drążkiem a kierunkiem osi pojazdu w położeniu statycznym jest większa niż graniczne nachylenie zbocza, po którym może poruszać się pojazd z zainstalowanym drążkiem.



Rys. 1.9. Schemat zawieszenia zawierający drążek Panharda wraz z rozkładem sił

Siła działająca w drążku Panharda przeciwdziała przechyłom nadwozia powodowanym przez siłę odśrodkową F. Drążek jest zamocowany pod kątem  $\varphi = 19^{\circ}$ , dlatego siłę w punkcie mocowania drążka można rozłożyć na dwie składowe równoległe do osi układu współrzędnych. Składowa pozioma  $F_{dx}$  równoważy siłę bezwładności F działającą na nadwozie według zależności (1.28). Składowa pionowa siły w drążku  $F_{dy}$  powoduje zmianę wartości sił generowanych przez sprężyny zawieszenia. W pierwszym przybliżeniu przyjmuje się jednak, że ta składowa pionowa w stopniu pomijalnym wpływa na wartości innych sił występujących w rozpatrywanym modelu. Z tego względu, wartość siły w drążku obliczamy z równania (1.29).

$$\sum F_x = F_d \cdot \cos(\varphi) - F = 0 \tag{1.28}$$

$$F_d = \frac{F}{\cos(\varphi)} = \frac{2146 \,\mathrm{N}}{\cos(19^\circ)} \approx 2270 \,\mathrm{N}$$
 (1.29)

gdzie:

 $F_x$  [N] – siły działające w kierunku osi x układu współrzędnych,

 $F_d$  [N] – siła generowana w drążku Panharda,

 $\varphi$  [rad] – pionowy kąt odchylenia drążka Panharda od kierunku osi kół.

Siła, którą przenosi drążek Panharda podczas jazdy samochodu po zakręcie o promieniu 40 m, ma wartość  $F_d = 2270$  N. Została ona wyznaczona w wyniku przyjęcia następujących uproszczeń w porównaniu z obiektem rzeczywistym:

- składowa pionowa siły w drążku nie powoduje istotnej zmiany wartości innych sił działających na nadwozie,
- kąt położenia drążka  $\varphi$ nie zmienia się pod wpływem działania siły odśrodkowej.

Według producenta samochodu Daihatsu<sup>®</sup> Terios, kąt zbocza, po którym może się poruszać pojazd, nie powinien przekraczać 25°. Podczas badań terenowych, ze względów bezpieczeństwa, wybrano zbocze o kącie nachylenia  $\delta = 20^{\circ}$ .



Rys. 1.10. Schemat rozkładu sił działających na nadwozie samochodu podczas jazdy po zboczu

Obliczamy siły w sprężynach podczas jazdy po zboczu, czego schemat przedstawiono na rysunku 1.10. W obliczeniach przyjmujemy układ współrzędnych związany z nadwoziem samochodu. Wymiary liniowe i kątowe, zmierzone na samochodzie wynosiły:  $b_1 = 1060 \text{ mm}, H_3 = 400 \text{ mm}, \varphi = 19^{\circ}$ . Zapisujemy warunek równowagi, jako sumę momentów sił względem punktu A, w postaci równania (1.30), z którego wyznaczamy  $F_B$  jako zależność (1.31).

$$\sum M_A = F_B \cdot b_1 - G_1 \cdot \frac{b_1}{2} - G_2 \cdot H_3 = 0 \tag{1.30}$$

$$F_B = \frac{G_1 \cdot b_1 + 2 \cdot G_2 \cdot H_3}{2 \cdot b_1} \tag{1.31}$$

gdzie:

 $G_1$  [N] – składowa siły ciężkości działająca w kierunku osi y,  $G_2$  [N] – składowa siły ciężkości działająca w kierunku osi x.

Składowe siły ciężkości samochodu wynoszą (1.32), wobec czego siła  $F_B$  ma wartość (1.33).

$$\int G_1 = G_Z \cdot \cos(\delta) = 4366 \,\mathrm{N} \cdot \cos(20^\circ) \approx 4103 \,\mathrm{N} \tag{1.32a}$$

$$\begin{cases} G_2 = G_Z \cdot \sin(\delta) = 4366 \,\mathrm{N} \cdot \sin(20^\circ) \approx 1493 \,\mathrm{N} \\ (1.32b) \end{cases}$$

$$F_B = \frac{4103 \,\mathrm{N} \cdot 1060 \,\mathrm{mm} + 2 \cdot 1493 \,\mathrm{N} \cdot 400 \,\mathrm{mm}}{2 \cdot 1060 \,\mathrm{mm}} \approx 2615 \,\mathrm{N} \tag{1.33}$$

Siłę reakcji drugiej sprężyny obliczymy z warunku równowagi sił w kierunku osi y, co zapisujemy jako zależność (1.34). Z równania (1.34) wyliczamy wartość siły  $F_A$  według wzoru (1.35).

$$\sum F_y = F_A + F_B - G_1 = 0 \tag{1.34}$$

$$F_A = G_1 - F_B = 4103 \,\mathrm{N} - 2615 \,\mathrm{N} = 1488 \,\mathrm{N} \tag{1.35}$$

Ostatecznie siły oddziaływania pomiędzy sprężynami zawieszenia samochodu i jego nadwoziem wynoszą:  $F_A = 1488$  N i  $F_B = 4103$  N.

Przyjmując uproszczenia opisane na stronie 25, obliczamy wartość siły występującej w drążku Panharda na podstawie równania równowagi sił (1.36) względem osi x układu współrzędnych.

$$\sum F_x = F_d \cdot \cos(\varphi) - G_Z \cdot \sin(\beta) = 0 \tag{1.36}$$

$$F_d = \frac{G_Z \cdot \sin(\delta)}{\cos(\varphi)} = \frac{4366 \,\mathrm{N} \cdot \sin(20^\circ)}{\cos(19^\circ)} \approx 1579 \,\mathrm{N}$$
(1.37)

Siła, którą przenosi drążek Panharda podczas jazdy samochodu po zboczu o kącie pochylenia  $\delta = 20^{\circ}$  wynosi  $F_d = 1579$  N.

#### 1.4.3. Problematyka analizy modelu ogólnego

W modelu analizowanym w podrozdziale 1.4.2 założono, że składowa siły  $F_{dy}$  nie wpływa istotnie na wartości innych sił, w szczególności tych, generowanych w sprężynach zawieszenia. Jednak z równania (1.38), dla przypadku rozpatrywanego na rysunku 1.9 i pomijając dynamiczną zmianę wartości kąta  $\varphi = \text{const}$ , można oszacować jej wartość na około 753 N.

$$F_{dy} = F_d \cdot \sin(\varphi) = 2270 \,\mathrm{N} \cdot \sin(19^\circ) \approx 752.8 \,\mathrm{N}$$
 (1.38)

Siła  $F_{dy}$  wpływa na zmianę obciążenia sprężyn zawieszenia. Ze względu na kierunek jej działania i punkt przyłożenia, leżący w pobliżu sprężyny B, niemal cała wartość tej składowej musi być równoważona przez tę sprężynę.

Na podstawie rysunku 1.11 można zapisać równania statycznej równowagi momentów względem pięciu charakterystycznych punktów oraz bilans sił działających w kierunku dwóch osi przyjętego układu współrzędnych. Układ równań (1.39) obejmuje wszystkie równania równowagi, które są możliwe do sformułowania dla ogólnego przypadku ruchu pojazdu, wraz z uwzględnieniem dynamicznej siły bocznej F, działającej na nadwozie. Chociaż układ ten zawiera siedem równań, a niewiadomych – które są zestawione w tabeli 1.2 – jest tylko pięć ( $F_A$ ,  $F_B$ ,  $F_d$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ), to poszukiwane kąty nie występują jawnie, lecz są uwikłane w postaci funkcji trygonometrycznych. Z tego powodu analityczne rozwiązanie układu (1.39) jest niemożliwe.



Rys. 1.11. Układ sił działających na nadwozie pojazdu, z zawieszeniem wyposażonym w drążek Panharda, poruszającego się po zboczu i na łuku

$$\begin{split} \int \sum M_A &= -F_B \cdot b_1 \cdot \cos(\beta) + F_d \cdot d_1 \cdot \cos(\varphi + \gamma + \beta) + \\ &+ F_d \cdot (c+a_1) \cdot \sin(\varphi + \gamma + \beta) + F \cdot H_3 \cdot \cos(\alpha) + \\ &+ F_d \cdot b_1 \cdot \sin(\varphi + \gamma + \beta) + F \cdot H_3 \cdot \cos(\beta + \delta) + \\ &+ G \cdot H_3 \cdot \sin(\beta + \delta) - G \cdot \frac{b_1}{2} \cdot \cos(\beta + \delta) + \\ &+ G \cdot H_3 \cdot \sin(\beta + \delta) - F \cdot \frac{b_1}{2} \cdot \sin(\alpha) + F \cdot H_3 \cdot \cos(\alpha) + \\ &+ F_d \cdot d_1 \cdot \cos(\varphi + \gamma + \beta) + \\ &+ F_d \cdot (b_1 - a_1 - c) \cdot \sin(\varphi + \gamma + \beta) = 0 \\ \\ \sum M_C &= F_A \cdot \frac{b_1}{2} \cdot \cos(\beta) + F_A \cdot H_3 \cdot \sin(\beta) - \\ &- F_B \cdot \frac{b_1}{2} \cdot \cos(\beta) + F_B \cdot H_3 \cdot \sin(\beta) - \\ &- F_d \cdot (d_1 + H_3) \cdot \cos(\varphi + \gamma + \beta) + F_d \cdot c \cdot \sin(\varphi + \gamma + \beta) = 0 \\ \\ \sum M_D &= F_A \cdot (a_1 + c) \cdot \cos(\beta) - F_A \cdot d_1 \cdot \sin(\beta) - \\ &- G \cdot c \cdot \cos(\beta + \delta) + G \cdot (d_1 + H_3) \cdot \sin(\beta + \delta) + \\ &+ F \cdot (d_1 + H_3) \cdot \cos(\alpha) - F \cdot c \cdot \sin(\alpha) - \\ &- F_B \cdot \left(\frac{b_1}{2} - c\right) \cdot \cos(\beta) - F_B \cdot d_1 \cdot \sin(\beta) = 0 \\ \\ \sum M_E &= F_A \cdot (a_1 + c) \cdot \cos(\beta) - G \cdot c \cdot \cos(\beta + \delta) + \\ &+ G \cdot H_3 \cdot \sin(\beta + \delta) + F \cdot H_3 \cdot \cos(\alpha) - F \cdot c \cdot \sin(\alpha) - \\ &- F_B \cdot \left(\frac{b_1}{2} - c\right) \cdot \cos(\beta) + F_d \cdot d_1 \cdot \cos(\varphi + \gamma + \beta) = 0 \\ \\ \sum F_y &= F_A - G \cdot \cos(\beta + \delta) - F \cdot \sin(\alpha) + \\ &+ F_B - F_d \cdot \sin(\varphi + \gamma) = 0 \\ \\ \sum F_x &= G \cdot \sin(\beta + \delta) + F \cdot \cos(\alpha) - F_d \cdot \cos(\varphi + \gamma) = 0 \end{split}$$

gdzie:

 $\alpha \quad [{\rm rad}] \ -{\rm kạt}$ działania siły dynamicznej na nadwozie,

 $\gamma ~[\mathrm{rad}]$  – kąt dynamicznego odchylenia drążka Panharda.

	Niewiadoma występująca w równaniu											
					ŀ	$\beta$		$eta,\gamma$		$\gamma$		
				Składnia								
NT				$\beta$		$\beta + \delta$		$\varphi + \gamma + \beta$		$\varphi + \gamma$		
Numer równania		F	$F_d$		Funkcja							
	$F_A$	$F_B$		$\sin$	cos	$\sin$	cos	$\sin$	cos	$\sin$	cos	
(1.39a)		$\overline{\checkmark}$	$\overline{\checkmark}$		$\overline{\checkmark}$	$\overline{\checkmark}$	$\overline{\checkmark}$	$\overline{\checkmark}$	$\overline{\checkmark}$			
(1.39b)	$\checkmark$		$\checkmark$		$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$			
(1.39c)	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$			$\checkmark$	$\checkmark$			
(1.39d)	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$					
(1.39e)	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$			
(1.39f)	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$				$\checkmark$			$\checkmark$		
(1.39g)			$\checkmark$			$\checkmark$					$\checkmark$	

Tab. 1.2. Zmienne występujące w poszczególnych równaniach układu (1.39)

Kontynuując analizę wartości funkcji cos, dla kąta nie większego niż ±11° można stwierdzić, z błędem nie przekraczającym 2%, że jej wartość wynosi jeden. Tą graniczną wartość kąta można przyjąć dla bocznego odchylenia kątowego nadwozia względem osi pojazdu. Uwzględniając to założenie na szerokości  $b_1$ , pomiędzy sprężynami zawieszenia samochodu Daihatsu<sup>®</sup> Terios, symetryczne wychylenie w kierunku osi sprężyn A i B mogłoby wynosić po nie więcej niż 100 mm, gdyby miało ono przeciwne zwroty. Zatem funkcję  $\cos(\beta)$  w równaniach (1.39a) – (1.39e) można pominąć, ponieważ występuje w składnikach będących iloczynami. Wartość funkcji  $\sin(\beta) = \beta$  dla łukowej miary kąta nawet do ±20°, przy konieczności akceptacji błędu nie większego niż 2%. Pomimo zastosowania tych zabiegów nadal nie jest możliwe rozwiązanie układu równań (1.39) z wykorzystaniem wyłącznie statyki. Szersze rozwinięcie tego problemu zostało opisane w pracy [8], do lektury której zachęcamy dociekliwych czytelników.

### Literatura

- Daihatsu Motor Co. LTD, Daihatsu<sup>®</sup> Terios J100 Service Manual. Daihatsu, 1997.
- [2] Kamiński E., *Dynamika pojazdów i teoria zawieszeń*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1977.
- [3] Kiernicki Z. i Nieoczym A., Podstawy budowy pojazdów. Officina Symonidis, 2016. ISBN: 978-83-61893-73-8.
- [4] Parczewski K. i Romaniszyn K., "Modelowanie wpływu charakterystyki opon na stateczność ruchu mobilnego modelu samochodu".
   W: Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Transport 112 (2016), s. 323-335.
- [5] Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogi publiczne i ich usytuowanie z dnia 23 grudnia 2015 r. (Dz. U. z 2016 r. poz. 124).
- [6] Studziński K., Samochód: teoria, konstrukcja i obliczanie. WNT, 1980.
   ISBN: 83-206-0038-3.
- [7] Ślaski G. i Pikosz H., "Problem zmienności obciążenia eksploatacyjnego pojazdu w doborze wartości tłumienia w zawieszeniu". W: Archiwum Motoryzacji 1 (2010), s. 35–44.
- [8] Yin Q., "An analytical investigation of a Panhard rod restraint for beam-axle vehicle suspensions". Prac. dokt. Concordia University, 1997.

## 2. Belka skrętna tylnego zawieszenia

W rozdziale zamieszczono przykład obliczeń numerycznych rozkładu naprężeń zredukowanych oraz odkształceń w drążkach: skrętnym (ang. torsion bar) i drążku stabilizatora (ang. stabilizer bar, anti-roll bar). Drążki te stanowią elementy konstrukcyjne belki skrętnej (ang. torsion beam) tylnego zawieszenia samochodu osobowego. Analiza wytrzymałościowa dotyczy przypadku obciążenia siłą statyczną, pochodzącą od ciężaru samochodu, oraz wariantu quasi-statycznego, polegającego na uwzględnieniu oddziaływania obciążenia siłą dynamiczną.

#### 2.1. Konstrukcja belki skrętnej

Belka skrętna jest często stosowanym elementem wchodzącym w skład zespołu tylnego zawieszenia (ang. *rear suspension*) samochodu osobowego lub dostawczego. Ze względu na to, że możliwość przemieszczania pionowego kół tej samej osi pojazdu, wyposażonego w belkę skrętną, jest niezupełnie niezależna taki typ zawieszenia klasyfikowany jest jako pośrednie (a czasem współzależne). Stanowi ono bowiem konstrukcję o cechach wspólnych zarówno z zależnym jak i niezależnym typem zawieszenia pojazdu (rys. 2.1).



Rys. 2.1. Belka skrętna zastosowana w samochodzie Peugeot 206: 1 – wahacz wzdłużny, 2 – rura osłonowa, 3 – drążek stabilizatora, 4 – dolne mocowanie belki skrętnej, 5 – górne mocowanie belki skrętnej, 6 – czop koła

W konstrukcji zawieszenia zawierającego belkę skrętną przedstawioną na rysunku 2.1, klasyczne elementy sprężyste, takie jak resory (ang. *leaf* 

spring) lub sprężyny śrubowe (ang. spring), są zastąpione dwoma drążkami skrętnymi. Każdy z tych drążków jest zamocowany do jednego wahacza. Dwie metalowe tuleje, wewnętrzna i zewnętrzna, tylnej belki są mocowane do nadwozia za pośrednictwem elementów metalowo-gumowych (ang. cylindical rubber bushing) pełniących rolę sworzni. Sworznie te ograniczają możliwość względnych przemieszczeń elementów oprócz możliwości ich obrotu wokół osi sworznia. Zastosowany w tych sworzniach, materiał podatny w postaci gumy ma za zadanie amortyzować drgania. Guma jest zawulkanizowana pomiędzy tulejkami sworznia – zewnętrzną i wewnętrzną.

Drążki skrętne są istotnym elementem układu tylnego zawieszenia mającym bezpośredni wpływ na bezpieczeństwo ruchu pojazdu i komfort podróży pasażerów. Drążek jest elementem sprężystym – rurą lub prętem, zakończonym z obydwu stron wieloklinem. Jeden z tych wieloklinów jest umieszczony we wsporniku poprzecznicy, a drugi – w wahaczu wzdłużnym. W układzie zawieszenia stosuje się dwa drążki skrętne, z których każdy jest mocowany do wahacza (ang. *arm*) znajdującego się przy przeciwległym kole pojazdu, i jeden lub dwa drążki stabilizujące, których zadaniem jest ograniczenie możliwości kołysania się pojazdu na boki podczas jazdy po nierównościach oraz zmniejszenie efektu bocznych przechyłów nadwozia przy pokonywaniu zakrętów. Podczas jazdy belka wykonuje oscylacje, które przyczyniają się do skręcania drążka, przez co energia jest absorbowana w postaci sprężystej a następnie rozpraszana, dlatego wartości amplitudy i częstości drgań belki zmniejszają się [4].

Belka skrętna przedstawiona na rysunku 2.2 jest zakończona dwoma wahaczami wleczonymi (ang. *trailing arm*), które wraz z tą belką stanowią jeden zespół. Mocowanie belki do nadwozia następuje za pomocą przegubów elastycznych. Dzięki podatności belki na skręcanie możliwy jest ruch pionowy każdego z wahaczy (dokładnie – ich obrót wokół osi mocowania belki do nadwozia), który nie jest zupełnie niezależny od wahacza znajdującego się po przeciwnej stronie belki. Belka jest elementem, który jest obciążony wszystkimi siłami generowanymi pomiędzy nawierzchnią drogi a nadwoziem pojazdu. Są to zarówno siły poprzeczne względem pojazdu jak i podłużne, które generują ruch pionowy, a także – w niewielkim zakresie – przemieszczenia poziome. Belka skrętna, dzięki możliwości odkształcania sprężystego, pełni również rolę stabilizatora. Gdy koło pojazdu natrafi na nierówność wówczas ruch pionowy wahacza powoduje jej skręcanie. Przy niezbyt dużym skręceniu belki drugie koło nie wykonuje żadnego ruchu, który byłby efektem tego pierwotnego wymuszenia, a zatem można tu mówić o niezależnej pracy zawieszenia kół. Po przekroczeniu pewnej wartości krytycznego momentu skręcającego belka spowoduje również przemieszczenie wahacza drugiego koła w tym samym kierunku. Dla przykładu, koło unoszące się po najechaniu na muldę wymusza ruch pionowy do góry koła znajdującego się z drugiej strony pojazdu.



Rys. 2.2. Belka skrętna zastosowana w samochodzie Mazda CX3: 1 – wahacz wzdłużny, 2 – belka skrętna, 3 – sprężyna zwieszenia, 4 – amortyzator, 5 – piasta koła z tarczą hamulcową

Drążki skrętne należą do elementów sprężystych, które nie przenoszą obciążenia siłami zginającymi ani wzdłużnymi. Z tego powodu ich zastosowanie w konstrukcji zawieszenia samochodu wiąże się z koniecznością sztywnego osadzenia ich końców w osi obrotu wahacza względem nadwozia.

Przekrój poprzeczny drążka wynika z warunku trwałej wytrzymałości zmęczeniowej na skręcanie. Drążek skrętny powinien charakteryzować się taką długością aby jego współczynnik sztywności skrętnej  $c_{\varphi}$  miał wartość odpowiednią do zakresu obciążenia przewidywanego dla danego modelu pojazdu. Zachowanie tego ostatniego warunku jest łatwiejsze w przypadku montowania drążka podłużnie względem pojazdu.

Konstrukcja niezależnego zawieszenia kół pojazdu z wahaczami wzdłużnymi wiąże się z koniecznością poprowadzenia drążka w poprzek pojazdu Drążki skrętne zamontowane w ten sposób mogą mieć co najwyżej długość zbliżoną do szerokości samochodu, która ma wartość niewystarczającą. Przy takim usytuowaniu drążków, w celu uzyskania wymaganej wartości współczynnika sztywności pionowej zawieszenia  $c_z$  (a jednocześnie  $c_{\varphi}$ ), możliwe są dwa rozwiązania konstrukcyjne. Jednym z nich jest skośne posadowienie obydwu drążków, które to rozwiązanie jest stosowane przez firmę Volkswagen<sup>®</sup>. Inne polega na zastosowaniu drążka skrętnego w postaci złożenia, na które składa się drążek o pełnym przekroju poprzecznym umieszczony wewnątrz rury. Te dwa elementy łącznie pracują na skręcanie [10].

Na rysunku 2.3 i 2.4 przedstawiono schematy niezależnego przedniego zawieszenia z podwójnymi wahaczami poprzecznymi i z drążkiem skrętnym zainstalowanym jako element sprężysty. W tej konstrukcji zawieszenia drążki skrętne są umieszczone równolegle do osi nadwozia pojazdu, dzięki czemu ich długość, a także właściwości sprężyste, można w szerokim zakresie dostosować do konkretnego modelu pojazdu. Jeden z końców drążka skrętnego jest przymocowany do dolnego wahacza, a drugi koniec – do ramy samochodu. Rzadziej stosuje się konstrukcję, w której koniec drążka jest zamocowany do górnego wahacza, ponieważ powoduje to zmniejszenie przestrzeni wewnątrz pojazdu oraz niekorzystną zmianę wysokości środka masy. Drążek skrętny podłużny jest elementem przedniego zawieszenia niektórych samochodów terenowych wytwarzanych w Stanach Zjednoczonych a także SUV-ów projektowanych w Japonii.



Rys. 2.3. Przykład zastosowania podłużnego drążka skrętnego w przednim zawieszeniu niezależnym: 1 – dolny wahacz, 2 – drążek skrętny, 3 – wzmocnienie poprzeczne podłogi pojazdu

Podczas jazdy po poziomej, równej nawierzchni moment skręcający generowany w drążku równoważy siłę ciężkości pojazdu przypadającą na koło (rys. 2.4a). Po najechaniu na nierówność nawierzchni (muldę), koło przemieszcza się w górę względem ramy a wahacz dolny wykonuje obrót względem punktu jego mocowania, przez co drążek skrętny obciążany jest dodatkowym momentem skręcającym, który powoduje jego obrót w sposób przedstawiony na rysunku 2.4b.

Drążki skrętne, wchodzące w skład zespołu tylnej belki, stosowane w samochodach produkcji francuskiej można podzielić na dwie grupy funkcjonalne. Jedną z nich stanowią drążki skrętne (lewy i prawy) wykonane ze stali sprężynowej o dużej wytrzymałości, więc charakteryzujące się również znaczną sztywnością. Do drugiej grupy należy zaliczyć drążki skrętne stabilizujące (stabilizator łączący wahacze lewy i prawy). Te ostatnie wykonywane są ze stali o względnie mniejszej wytrzymałości, ponieważ powinny charakteryzować się dużo większą elastycznością w porównaniu do drążków skrętnych [3].



Rys. 2.4. Zasada działania zawieszenia z drążkiem podłużnym podczas jazdy po: a) poziomej nawierzchni; b) muldzie

Drążki skrętne mogą charakteryzować się różnymi wymiarami geometrycznymi (średnicą i długością) w zależności od modelu samochodu, w którym są montowane. Nawet w jednym modelu pojazdu drążki mogą mieć konstrukcję o różnej średnicy, w zależności od wersji nadwozia lub ładowności. Sztywność skrętna (średnica) drążków ma decydujący wpływ na właściwości tylnego zawieszenia, takie jak: ładowność, prześwit, sztywność oraz subiektywne odczucie komfortu jazdy. Samochód wyposażony w drążki o najmniejszej średnicy charakteryzuje się najmniejszą nośnością (ładownością), ale dla podróżnych powoduje najbardziej komfortowe odczucie "miękkiego zawieszenia". Drążki o większej średnicy zapewniają zwiększoną nośność zawieszenia, ale ich charakterystyka jest bardziej sztywna. Średnica drążka stabilizującego ma decydujący wpływ na to w jakim stopniu samochód przechyla się na boki podczas pokonywania zakrętów [7].

Konstrukcja zawieszenia, z zastosowaniem zespołu drążków resorującostabilizujących, jest na tyle elastyczna, że zapewnia możliwość opracowania kilku różnych wersji zawieszenia na bazie jednego profilu tylnej belki. Działanie takie, wykorzystujące częściową unifikację elementów (oprócz drążków
skrętnych), umożliwia łatwe przystosowanie istniejącej konstrukcji zawieszenia do nowej wersji nadwozia lub pojazdu o podobnej masie dopuszczalnej. Na bazie tego samego modelu pojazdu można wykonać różną zabudowę, np. hatchback, sedan, kombi oraz odpowiednio zwiększać ich ładowność. Pod względem eksploatacji pojazdu drążki skrętne są elementem trwałym, ponieważ zachowują swoje właściwości sprężyste w samochodach osobowych o przebiegu powyżej 200 000 km. Zmniejszenie prześwitu, jeśli w ogóle można je zauważyć w pojazdach przy takim przebiegu, jest najczęściej objawem zużywania się łożyskowania tylnej belki [6].

Jednym z działań, mających na celu przystosowanie pojazdów wytwarzanych seryjnie do jazdy sportowej, może być zmiana położenia wielowypustu drążka względem jego mocowania na końcach. Uzyskuje się przez to zmianę wysokości nadwozia pojazdu (prześwitu) oraz sztywności zawieszenia. Należy pamiętać, że konsekwencją takiej modyfikacji konstrukcji zawieszenia może być nieoczekiwana zmiana wielu właściwości trakcyjnych, w tym podsterowności-nadsterowności.

## 2.2. Obiekt analizy wytrzymałościowej

W tym podrozdziale została przedstawiona propozycja przeprowadzenia analizy wytrzymałościowej belki skrętnej tylnego zawieszenia samochodu Peugeot<sup>®</sup> model 306 o typie nadwozia hatchback (rys. 2.5a). Przyjęto maksymalne statyczne obciążenie belki masą o wartości 820 kg. Fakt występowania sił dynamicznych realizowano za pomocą współczynnika obciążenia dynamicznego.



Rys. 2.5.  ${\rm Peugeot}^{\odot}$  306 hatchback a) i belka skrętna b<br/>) z tego pojazdu, będąca przedmiotem analiz

Bazując na modelu rzeczywistym przedstawionym na rysunku 2.5b dokonano pomiaru wymiarów geometrycznych elementów belki skrętnej. Rura nośna posiadała średnicę zewnętrzną wynoszącą 66 mm i średnicę wewnętrzną 59 mm. Podczas oględzin stwierdzono, że drążek skrętny wykonamy został z pręta o długości 1085 mm i średnicy 18,7 mm. Drążek stabilizatora również został wykonany w postaci pręta. Jego średnica wynosiła 19,3 mm, a długość 1070 mm. Na podstawie literatury [1] przyjęto, że drążek skrętny i drążek stabilizatora wykonane są ze stali sprężynowej chromowo-wanadowej gatunku 51 CrV4 [9].

# 2.3. Identyfikacja sił i momentów obciążających belkę skrętną

W dostępnej literaturze [2, 5, 10], zawierającej elementy konstrukcji i obliczenia wytrzymałościowe zespołów zawieszenia samochodu, nie sa zamieszczone algorytmy obliczeń belki skrętnej zawierającej drążki skrętne oraz drażki stabilizatora. Podawane są jedynie wzory do obliczeń wytrzymałościowych poszczególnych elementów w przypadku ich wyodrębnienia z zawieszenia (rys. 2.6). Prowadząc obliczenia wytrzymałościowe belki skrętnej napotykamy na trudność wynikającą z konieczności oszacowania tej części wartości momentu zewnętrznego, która jest przenoszona przez drążek skrętny podczas gdy pozostała jego część-obciąża drążek stabilizatora. Źródłem momentu zewnetrznego obciażającego zawieszenie jest siła działająca na koło poruszające się w płaszczyźnie pionowej po nierównościach nawierzchni. Przybliżenie, zakładające równy podział momentu skręcającego na każdy z tych dwóch rodzajów drażków, nie może być arbitralnie przyjęte, ponieważ nawet w tym samym modelu samochodu, w zależności od jego dopuszczalnej ładowności, moga być użyte elementy o różnej charakterystyce spreżystej.

W klasycznej metodzie obliczeń drążka skrętnego o pełnym przekroju jego minimalną średnicę wyznacza się z warunku wytrzymałościowego na skręcanie (2.1).

$$\tau_S = \frac{16 \cdot M_S}{\pi \cdot d^3} \leqslant k_{sj} \tag{2.1}$$

gdzie:

 $\tau_S$  [MPa] – naprężenia styczne skręcające,

 $M_S$  [N mm] – moment skręcający,

d [mm] – średnica zewnętrzna drążka o pełnym przekroju,

 $k_{sj}$  [MPa] – dopuszczalne naprężenia na skręcanie jednostronne.



Rys. 2.6. Schemat obciążenia drążka skrętnego wyizolowanego z układu zawieszenia [2]

Kuznetsov i D'jakov [5] zalecają obliczać średnicę drążka przy obciążeniu siłą statyczną  $F_{st}$  oraz siłą dynamiczną  $F_d$ . Wartość siły statycznej jest efektem pionowego obciążenia jednego koła belki masą pojazdu [10]. Siła dynamiczna jest iloczynem (2.2) siły statycznej oraz współczynnika dynamicznego  $k_d$ .

$$F_d = F_{st} \cdot k_d \tag{2.2}$$

gdzie:

 $F_d$  [kN] – siła dynamiczna obciążająca drążek,

 $F_{st}$  [kN] – siła statyczna obciążająca drążek,

 $k_d$  [-] – współczynnik obciążenia dynamicznego.

Zaleca się przyjmować wartość współczynnika dynamicznego z przedziału  $k_d = (1,6;1,75)$ . Kąt skręcenia drążka  $\varphi$  pod działaniem momentu skręcającego  $M_S$  można wyznaczyć ze wzoru (2.3).

$$\varphi = \frac{32 \cdot M_S \cdot l_c}{\pi \cdot d^4 \cdot G} \tag{2.3}$$

gdzie:

 $\varphi$  [rad] – kąt skręcenia drążka w zakresie sprężystym,

 $l_c$  [mm] – długość części drążka odkształcanej na skręcanie,

G [MPa] – moduł sprężystości postaciowej (Kirchhoffa).

W zakresie odkształcenia sprężystego materiału, kątowa sztywność drążka  $c_{\varphi}$  ma stałą wartość i wyznaczyć ją można ze wzoru (2.4).

$$c_{\varphi} = \frac{\pi \cdot d^4 \cdot G}{32 \cdot l_c} \tag{2.4}$$

gdzie:

 $c_{\varphi} \; [\mathrm{kN}\,\mathrm{mm}\,\mathrm{rad}^{-1}]$ –sztywność kątowa drążka dla małego kąta obrotu.

Wykorzystanie wzorów analitycznych, umożliwiających obliczenie naprężeń generowanych w drążkach, lub przeprowadzenie obliczeń sprawdzających średnicy drążków d, jest trudne z powodu konieczności rozdziału wartości siły zewnętrznej (momentu zewnętrznego  $M_{zew}$ ) na poszczególne elementy (rys. 2.7). Należy przy tym wziąć pod uwagę fakt, że wahacz – obracający się pod wpływem momentu zewnętrznego – powoduje obracanie drążka skrętnego momentem  $M_S$ . Jednocześnie następuje zginanie i skręcanie drążka stabilizatora co powoduje, że drążek ten jest obciążony momentem zastępczym  $M_z$ . Przemieszczenia obydwu drążków, wynikające ze zmiany wartości kąta skręcenia  $\varphi$ , uzależnione są od podatności materiałów, z których zostały wykonane te elementy.



Rys. 2.7. Schemat obciążenia elementów belki skrętnej

Ze względu na trudności w analitycznym obliczeniu sił powstających w punktach mocowania drążków, do dalszych obliczeń zdecydowano wykorzystać metodę numeryczną. Przyjęto, że siła statyczna obciążająca belkę skrętną wynosi  $F_{st} = 4,1$  kN a współczynnik obciążenia dynamicznego  $k_d = 1,7$ . Założono też, że wspomniana siła działa na czop koła jezdnego.

W oparciu o pomiary wykonane na obiekcie rzeczywistym (rys. 2.5b) ustalono, że odległość od środka czopa koła do osi obrotu wahacza wynosi R = 270 mm (rys. 2.8). Odległość zmierzona od osi obrotu wahacza do osi drążka stabilizatora wynosiła w tym modelu zawieszenia  $R_1 = 56 \text{ mm}$ .

Przed przeprowadzeniem symulacji konieczne jest wyznaczenie wartości sił obciążających drążek skrętny i stabilizatora. W tym celu w programie Abaqus należy przygotować przestrzenny model, odwzorowujący położenie siły zewnętrznej obciążającej koło, i sił działających na drążki. Układ tych sił przedstawiono na rysunku 2.9. Za pomocą opcji Coupling połączono punkty zaczepienia sił, odpowiadające odległościom R oraz  $R_1$  (rys. 2.8), z tuleją wahacza. W wyniku analizy numerycznej ustalono, że siła działająca w osi obrotu drążka skrętnego F = 40575 N. W tym układzie siła generowana w punkcie zaczepienia drążka stabilizatora  $F_1 = 33605$  N.



Rys. 2.8. Wymiary wahacza, które są niezbędne do prawidłowego przygotowania modelu



Rys. 2.9. Model położenia sił w układzie, na który składają się wahacz, drążek skrętny oraz drążek stabilizatora

# 2.4. Przygotowanie modelu bryłowego i analiza MES

Opisana tu propozycja przygotowania modelu może być zrealizowana przy użyciu dwóch programów CAD, w tym: Solid Edge i Abaqus. Jednak w przypadku braku dostępu do tego pierwszego oprogramowania lub z dowolnego innego powodu, uniemożliwiającego skorzystanie z niego, jest możliwe użycie wyłącznie programu Abaqus. Wtedy prace projektowe opisane w podrozdziale 2.4.1 należy wykonać w Abaqusie a dodatkową korzyścią, wynikającą z takiego działania, jest brak konieczności uzgadniania formatu plików do przenoszenia modelu pomiędzy programami.

### 2.4.1. Zadania możliwe do wykonania w programie Solid Edge

Model bryłowy belki skrętnej wykonano w programie Solid Edge 2020 a następnie został on zapisany w formacie  $x_b/x_t$ , pozwalającym na jego użycie przez program Abaqus. Model ten przedstawiono na rysunku 2.10.



Rys. 2.10. Model bryłowy belki skrętnej wykonany przy użyciu programu Solid Edge 2020: a) kompletny; b) z ujawnionym wnętrzem rury nośnej; 1 – rura nośna, 2 – drążek stabilizatora, 3 – drążek skrętny, 4 – wahacz

Podczas wykonywania modelu bryłowego wahacza wprowadzono uproszczenia powierzchni zewnętrznej, które są widoczne na rysunku 2.11b. Wynikało to z faktu, że obiekt fizyczny posiadał powierzchnie krzywoliniowe (porównaj rys. 2.5b oraz 2.11a), których odwzorowanie jest trudne i niekonieczne do dalszych rozważań.



Rys. 2.11. Wahacz samochodu Peugeot<sup>©</sup> 306: a) widok, b) uproszczony model bryłowy

Przyjęto założenie, że niektóre fragmenty wahacza nie wpływają znacząco na wartość naprężeń generowanych w jego materiale podczas analizy. Z rysunku 2.11a można zauważyć, że wiele materiału wahacza znajduje się w miejscach odległych od rdzenia konstrukcji, które nie mają wpływu na wytrzymałość analizowaną przy obciążeniu wyłącznie siłami pochodzącymi od pionowych nierówności drogi.

### 2.4.2. Zadania do zrealizowania w programie Abaqus

Pierwszy etap przygotowania do symulacji wytrzymałościowej w programie Abaqus obejmuje zadania w module Part. Drążki skrętne i drążki stabilizatora należy zdefiniować jako części odkształcalne typu deformable oraz nadać im właściwości elementów bryłowych o nazwie solid.

Parametry materiału użytego do symulacji drążka skrętnego i drążka stabilizatora można przyjąć według właściwości publikowanych dla stali sprężynowej, np. 51CrV4 [9]. Podczas tego samego kroku należy zdefiniować parametry związane z zachowaniem się tego materiału podczas analizy. Założono przy tym, że najbardziej zbliżonym zakresem pracy elementów będzie odkształcenie sprężysto-plastyczne. W module Property przypisano cechy materiału w zakresie sprężystym: Young's modulus o wartości 210 000 MPa dla liczby Poisson's ratio wynoszącej 0.3. W zakresie odkształceń plastycznych uzupełniono dwukolumnową tabelę zawierającą Yield stress i odpowiadającą jej Plastic strain następującymi wartościami: {1078; 0.00} i {1274; 0.08}.

Właściwości materiału przypisanego do modelu wahacza odpowiadają stali niestopowej konstrukcyjnej S355JR [8]. Wartości parametrów Property i Young's modulus są dla niej takie same jak dla materiału drążka skrętnego. W zakresie odkształceń plastycznych uzupełniono Yield stress i odpowiadającą mu wartość Plastic strain następującymi zbiorami danych: {360; 0.00} i {510; 0.15}.

Następnym modułem wykorzystanym do przygotowania analizy jest moduł Assembly. W tym module budowany jest model belki, z wykorzystaniem wcześniej utworzonych części (ang. *part*), wraz z ich cechami geometrycznymi i fizycznymi. Tak utworzona instancja (ang. *instance*) zespołu, będącego złożeniem, ma właściwości odpowiadające wymiarom geometrycznym części i ich parametrom materiałowym. Również dyskretyzacji obiektu można dokonywać wyłącznie dla części, a nie dla instancji. Utworzona instancja złożenia, taka jak ta przedstawiona na rysunku 2.12, jest kompletnym modelem obliczeniowym.



Rys. 2.12. Trójwymiarowy model belki skrętnej z globalnym układem współrzędnych modelu

W module Step określono rodzaj analizy wytrzymałościowej. Przyjęto, że analiza zostanie przeprowadzona jako zagadnienie statyczne. Przeprowadzenie analizy wymaga dodatkowo ustalenia miejsca potencjalnego styku dwóch powierzchni w taki sposób, aby drążek stabilizatora nie przenikał przez materiał elementów prowadzących, znajdujących się na obudowie belki skrętnej. W tym celu, w module Interaction zostały ustawione powierzchnie kontaktowe przedstawione na rysunku 2.13a. W kontakcie tym powierzchnia drążka pełni funkcję Master, dlatego jest oznaczona barwą czerwoną. Oczywiście nadawanie kontaktu należy podobnie wykonać dla drugiego drążka stabilizatora, w miejscu po przeciwległej stronie belki skrętnej. Następnie model został utwierdzony (ang. *fixed*) na elemencie łączącym drążki, w sposób przedstawiony na rysunku 2.13b, co oznacza ograniczenie możliwości przemieszczania się oraz obracania we wszystkich kierunkach.



Rys. 2.13. Cechy kontaktu drążka stabilizatora i otworu a) oraz sposób utwierdzenia belki b)

W kolejnym module – Load zostało przyłożone obciążenie jakie będzie zadawane w czasie symulacji. Siła o wartości  $F_{st} = 4.1$  kN, wynikająca z mak-

symalnego obciążenia statycznego jednego koła tylnej osi pojazdu, została przyłożona do czopa wahacza w sposób przedstawiony na rysunku 2.14.



Rys. 2.14. Sposób przyłożenia obciążającej czop wahacza siły o zwrocie przeciwnym do lokalnej osi współrzędnych Y

W module Mesh zrealizowano przypisanie siatki elementów skończonych do poszczególnych modeli bryłowych. Do dyskretyzacji drążków wykorzystano elementy bryłowe oznaczone C3D6R, które mają kształt sześcianu a całkowanie, dla każdego kroku obliczeń, jest ograniczone do jednego punktu znajdującego się w środku tego elementu. Wymienione cechy elementów bryłowych wpływają na konieczność zagnieżdżania siatki w potencjalnych miejscach spiętrzenia naprężeń. Odpowiednie partycjonowanie modelu umożliwiło nadanie siatki typu Hex metodą Structured.



Rys. 2.15. Wahacz po przypisaniu siatki elementów skończonych C3D6R

W następnym kroku nadano siatce globalną gęstość o wartości 10. Tak przygotowaną siatkę przypisano do obiektu part nazwanego DrazekStabilizatora. Siatkę o takich samych parametrach zadano dla drążka skrętnego. Liczba elementów skończonych i węzłów w drążku skrętnym i w każdym z drążków stabilizatora wynosiła odpowiednio 6435 i po 5104.

W wahaczu globalna gęstość siatki ustalona została na 10 mm (rys. 2.15) a liczba elementów skończonych i węzłów wyniosła odpowiednio 20 338 i 21 669.

## 2.5. Wyniki obliczeń MES

W dalszej kolejności przedstawiono wyniki analizy wytrzymałościowej w postaci map rozkładu naprężeń uzyskanych podczas symulacji przy obciążeniu siłą statyczną i dynamiczną. Przeprowadzone analizy były podstawą do wnioskowania o różnicy naprężeń generowanych w drążku skrętnym oraz w drążku stabilizatora wynikającej z tego, że elementy te spełniają w zawieszeniu półniezależnym odmienne role.

### 2.5.1. Belka obciążona siłą statyczną

Na rysunku 2.16 przedstawiono wizualizację odkształcenia elementów belki obliczonego dla obciążenia jednego z kół siłą statyczną o wartości  $F_{st} = 4,1$  kN. Siła ta, o zwrocie skierowanym do góry (rys. 2.14), powoduje obrót wahacza wokół jego osi obrotu i jednocześnie generuje naprężenia w drążku stabilizatora. Rozkład naprężeń zredukowanych, powstających w elementach belki przy obciążeniu tą siłą, przedstawiono na rysunkach 2.17 i 2.18.



Rys. 2.16. Zmiana kształtu belki skrętnej w wyniku przyłożenia siły statycznej



Rys. 2.17. Rozkład naprężeń w elementach belki skrętnej pod wpływem obciążenia tylnego zawieszenia siłą statyczną odpowiadającą masie samochodu Peugeot $^{\circ}$  306



Rys. 2.18. Rozkład naprężeń na w elementach belki skrętnej z wyłączeniem rury osłonowej

Siła o wartości  $F_{st} = 4,1$  kN, odpowiadająca maksymalnemu obciążeniu statycznemu koła i przyłożona do jego osi, powoduje powstanie w drążku skrętnym naprężeń o wartości około 160 MPa. Jednocześnie drążek stabilizatora podlega skręcaniu i zginaniu a naprężenia zredukowane osiągają w jego materiale wartość około 200 MPa. Naprężenia zredukowane widoczne są tylko w jednym drążku stabilizatora ze względu na to, że siła przykładana jest tylko do jednego koła. W wahaczu naprężenia mają niewielkie wartości z powodu dużych wartości pola przekroju poprzecznego i związanej z nimi dużej wartości wskaźnika wytrzymałości na zginanie w każdym przekroju poprzecznym wahacza.

Maksymalne wartości naprężeń w drążku skrętnym (rys. 2.19) zostały wyliczone dla wielowypustu drążka, w miejscu gdzie następuje jego mocowanie do wahacza. Obserwowane tylko w jednym punkcie, zredukowane naprężenie skręcające o wartości 310 MPa jest wynikiem błędu polegającego na tym, że nie było styku pomiędzy elementami odwzorowującymi siatkę elementów skończonych. Gdyby zaistniała konieczność wyeliminowania tego błędu, można przeprowadzić ręczną korektę węzłów siatki, po czym należałoby ponownie uruchomić obliczenia MES.



Rys. 2.19. Rozkład naprężeń na powierzchni drążka skrętnego ze wskazaniem miejsc występowania najmniejszej i największej ich wartości

W drążku stabilizatora, dla przypadku obciążenia belki skrętnej siłą statyczną o wartości  $F_{st} = 4,1$  kN, powstają naprężenia zredukowane o wartości maksymalnej około 200 MPa co można zaobserwować na mapie zamieszczonej na rysunku 2.20. Te ekstremalne naprężenia wystąpiły na gładkiej, walcowej powierzchni drążka. Na powierzchniach krańcowych, zakończonych wielowypustem – łączącym drążek z wahaczem i "płetwą" na rurze osłonowej – powstają naprężenia minimalne o wartości około 2 MPa.



Rys. 2.20. Rozkład naprężeń w drążku stabilizatora

Przeskalowanie modelu z rozkładem naprężeń pozwala na zaobserwowanie zmiany kształtu drążka pod wpływem naprężeń skręcających. Największe odkształcenia postaciowe na powierzchni walcowej znajdują się blisko wielowypustów łączących drążek z wahaczem co można zaobserwować na rysunku 2.21.



Rys. 2.21. Zmiana kształtu drążka stabilizatora pod wpływem obciążenia statycznego

Maksymalne naprężenia w wahaczu zostały obliczone dla przekroju łączącego czop koła z powierzchnią wahacza. Taki rozkład naprężeń wynika z uproszczenia modelu geometrycznego czopa. Założono, że posiada on dwa stopnie walcowe, a pominięto przejścia promieniowe pomiędzy nimi. Uproszczenie to spowodowane było brakiem dostępu do dokumentacji rysunkowej elementów belki oraz faktem, że nie dokonano całkowitego demontażu belki, więc nie było możliwości dokładnego zmierzenia poszczególnych części. Punktowe zwiększenie wartości naprężeń na tulei wahacza spowodowane zostało błędami w rozłożeniu siatki MES (rys. 2.22), które powinny być poprawione przed uruchomieniem ponownej analizy.



Rys. 2.22. Rozkład naprężeń w wahaczu

### 2.5.2. Analiza quasi-statyczna

Wartość siły dynamicznej obliczona została jako iloczyn siły statycznej  $F_{st}$  i współczynnika obciążenia dynamicznego  $k_d = 1,7$ . Wobec tego siła dynamiczna ma wartość  $F_d = 6970$  N i, podobnie jak siła statyczna, działa w kierunku przeciwnym do osi Y globalnego układu współrzędnych.

Rozkład naprężeń w elementach belki skrętnej, pod wpływem siły dynamicznej, przedstawiono na rysunku 2.23. Można zauważyć, że na powierzchni rury osłonowej, w wahaczu oraz w elemencie utwierdzającym drążki skrętne wartości naprężeń są niewielkie.



Rys. 2.23. Rozkład naprężeń: a) na belce skrętnej oraz b) z pokazanym drążkiem skrętnym (po ukryciu rury osłonowej)

Zadanie obciążenia czopa wahacza siłą o wartości odpowiadającej sile dynamicznej powoduje zwiększenie wartości naprężeń skręcających w drążku skrętnym do około 250 MPa. Wyniki analizy dla tego przypadku obciążenia przedstawiono na rysunku 2.24. W porównaniu do obciążenia siłą statyczną zaobserwowano więc naprężenia większe o 90 MPa co stanowi ponad 50% wartości naprężeń uzyskanych przy obciążeniu statycznym (160 MPa).

Jak można zauważyć na rysunku 2.25 naprężenia zredukowane, generowane w drążku stabilizatora, osiągają wartość około 260 MPa. W porównaniu z obciążeniem siłą statyczną nastąpiło zatem zwiększenie wartości naprężeń o około 60 MPa. Jazda po nierówności nawierzchni powoduje proporcjonalne zwiększenie naprężeń w obydwu drążkach belki skrętnej. Można więc wysnuć wniosek, że zawieszenie montowane w samochodzie Peugeot<sup>®</sup> 306 jest "zawieszeniem miękkim", w którym komfort jazdy jest ważną i odczuwalną jego cechą. Wniosek ten jest zbieżny z subiektywnymi ocenami kierowców i pasażerów pojazdów produkcji francuskiej.



Rys. 2.24. Rozkład naprężeń w drążku skrętnym



Rys. 2.25. Rozkład naprężeń w drążku stabilizatora

Rysunek 2.26 zawiera obraz wzajemnej zmiany położenia wahaczy w przypadku, gdy obciążająca je siła dynamiczna przyłożona jest do jednego koła pojazdu. W drążku stabilizatora widoczna jest siatka z barwą wskazującą na powstanie naprężeń zredukowanych wyłącznie w tym elemencie.

Rozkład naprężeń w wahaczu obciążonym siłą dynamiczną (rys. 2.27) jest podobny do tego, jaki uzyskano przy obciążeniu siłą statyczną (rys. 2.22). Obszary z maksymalnymi naprężeniami zredukowanymi znajdują się na czopie oraz na płaszczyźnie mocowania czopa do powierzchni czołowej wahacza. Różnica wartości naprężeń, dla odpowiadających sobie powierzchni widocznych na wspomnianych rysunkach, wynosi około 100 MPa.



Rys. 2.26. Zmiana kształtu belki skrętnej poddanej obciążeniu siłą dynamiczną



Rys. 2.27. Rozkład naprężeń w wahaczu

Analizując mapę naprężeń na powierzchni wahacza (rys. 2.28) można zaobserwować odosobnione punkty, którym przypisane są wartości maksymalne, a przy tym leżą one w otoczeniu obszaru o naprężeniach minimalnych. Przy analizie wytężeniowej całego elementu punkty te należy pominąć.

Wprowadzenie współczynnika przeskalowania, dla modelu poddanego analizie naprężeń, daje możliwość obserwacji zmiany kształtu drążka stabilizatora co zostało przedstawione na rysunku 2.29. Jak widać na tym obrazie odkształcenie drążka stabilizatora następuje pomiędzy powierzchniami z naciętym wielowypustem.



Rys. 2.28. Rozkład naprężeń w obszarze piasty wahacza



Rys. 2.29. Zmiana kształtu drążka stabilizatora pod wpływem obciążenia dynamicznego

# 2.6. Wnioski dotyczące analizy wytrzymałościowej

W niniejszym rozdziale opisano analizę wytrzymałościową belki złożonej z jednego drążka skrętnego, dwóch drążków stabilizatora, wahaczy oraz rury osłonowej. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch wartości siły obciążającej czop koła, z których jedna odpowiadała obciążeniu siłą statyczną, a druga – uwzględniała dynamiczne obciążenie koła w trakcie pokonywania muldy. Symulacja pracy belki skrętnej pod wpływem obciążenia siłą dynamiczną pozwoliła na określenie wartości naprężeń w drążku skrętnym (około 250 MPa) i drążku stabilizatora (około 260 MPa). Maksymalne naprężenia zredukowane powstałe w wahaczu w czasie tego obciążenia osiągały 7 MPa. Otrzymane wartości naprężenia należy ocenić jako zbliżone do rzeczywistych. W porównaniu z parametrami materiału drążków ( $R_m = 1320$  MPa oraz  $R_e = 1180$  MPa) wyznaczone wartości naprężeń w drążkach stanowią około 20% wytężenia materiału, czyli względnie niewiele. Można wnioskować zatem, że te elementy zawieszenia projektowane są z uwzględnieniem współczynnika bezpieczeństwa o wartości około 5, co wydaje się wartością nieco zbyt dużą, nawet dla tak odpowiedzialnych elementów, decydujących o bezpieczeństwie ruchu na drodze. Niezależnie od tych rozważań, wyniki wykonanych obliczeń potwierdzają obserwację poczynioną na wstępie, że drążek skrętny i drążek stabilizatora zwykle nie ulegają uszkodzeniu eksploatacyjnemu wskutek nagłego przekroczenia naprężeń dopuszczalnych dla materiału.

# Literatura

- Gabryelewicz M., Podwozia i nadwozia pojazdów samochodowych: budowa, obsługa, diagnostyka i naprawa. 2011. ISBN: 9788320620016.
- [2] Hoeltgebaum T., Luft R. A., Elisii J. M. i de Souza Vieira R., "A design comparison between coil springs and torsion bars". W: SAE International (2012), s. 1–7.
- [3] Juvinall R. C. i Marshek K. M., Fundamentals of Machine Component Design. John Wiley & Sons, 2020. ISBN: 978-1118012895.
- [4] Kiernicki Z. i Nieoczym A., Podstawy budowy pojazdów. Officina Symonidis, 2016. ISBN: 978-83-61893-73-8.
- Kuznetsov V. i D'jakov I., Konstruirovanije i rasčet avtomobilja. Podveska avtomobilja (po rosyjsku). Ministerstwo Obrazovaniâ Rosijskoj Federacii, 2003. ISBN: 5-89146-340-0.
- [6] Lyu N., Park J., Urabe H., Tokunaga H. i Saitou K., "Design of automotive torsion beam suspension using lumped-compliance linkage models". W: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition. T. 47675. 2006, s. 219–228. DOI: 10.1115/IMECE2006-15436.

- [7] Močilnik V., Gubeljak N. i Predan J., "Model for fatigue lifetime prediction of torsion bars subjected to plastic presetting". W: *Tehnički* vjesnik 18.4 (2011), s. 537–546.
- [8] PN-EN 10025-2:2019, Wyroby walcowane na gorąco ze stali konstrukcyjnych – Część 2: Warunki techniczne dostawy stali konstrukcyjnych niestopowych.
- [9] PN-EN 10089:2005, Stale walcowane na gorąco na sprężyny ulepszane cieplnie – Warunki techniczne dostawy.
- Studziński K., Samochód: teoria, konstrukcja i obliczanie. WNT, 1980.
   ISBN: 83-206-0038-3.

# 3. Zawieszenie niezależne z wahaczami poprzecznymi

W zawieszeniu niezależnym każde z kół jednej osi ma odrebne połaczenie z nadwoziem pojazdu za pomoca elementów wodzacych. Wynika z tego, że koła mogą przemieszczać się w kierunku pionowym względem nadwozia, niezależnie jedno od drugiego. Przemieszczenie pionowe koła odbywa się po trajektorii wyznaczonej przez kinematykę układu wodzącego zawieszenia. Zastosowanie zawieszenia niezależnego w samochodzie powoduje zwiększenie płynności ruchu w wyniku zmniejszenia mas nieresorowanych a w rezultacie – wpływa to na zmniejszenie amplitudy drgań tych mas. W zawieszeniu niezależnym stosowane sa elementy spreżyste o znacznie wiekszej pojemności energetycznej (sprężyny śrubowe, drażki skrętne) w porównaniu do resorów piórowych. Powyższe cechy zawieszenia niezależnego powodują, że w samochodzie wyposażonym w tego typu zawieszenie zmniejszeniu ulegają obciążenia dynamiczne przenoszone na nadwozie, zwłaszcza podczas jazdy po nierównej nawierzchni. Powszechnie stosowanym zawieszeniem niezależnym kół przednich jest zawieszenie z kolumną McPhersona lub z dwoma równoległymi wahaczami poprzecznymi.

# 3.1. Obiekt analizy

Obliczenia analityczne i analiza wytrzymałościowa z zastosowaniem MES zostały przeprowadzone dla układu dwóch wahaczy równoległych (ang. double wishbone suspension), montowanych powszechnie w przednim zawieszeniu samochodów współczesnej konstrukcji. Jako przykład do obliczeń wybrano wersję samochodu Polonez oznaczoną jako B3OCEH, w którym taki typ zawieszenia również był stosowany. Na rysunku 3.1 został przedstawiony schemat budowy przedniego zawieszenia tego samochodu. Obraz rzeczywistych wahaczy układu zawieszenia samochodu Polonez, górnego (ang. arm upper) i dolnego (ang. arm lower), przedstawiono na rysunku 3.2. Tabela 3.1 zawiera wartości parametrów technicznych dotyczących mas samochodu oraz obciążenia przedniej i tylnej osi, niezbędne do wykonania analiz przedstawionych w treści rozdziału.



Rys. 3.1. Schemat budowy przedniego zawieszenia samochodu Polonez [2]: 1-górny wahacz, 2-dolny wahacz, 3-sprężyna, 4-amortyzator, 5-stabilizator



Rys. 3.2. Górny a) i dolny b) wahacz układu zawieszenia samochodu Polonez

Parametr	Wartość, kg
Masa samochodu gotowego do jazdy, bez kierowcy, w tym:	1110
obciążenie masą osi przedniej	580
obciążenie masą osi tylnej	530
Masa całkowita (5 osób i 50 kg bagażu), w tym:	1535
obciążenie osi przedniej masą całkowitą	705
obciążenie osi tylnej masą całkowitą	830
Dopuszczalna masa całkowita pojazdu	1550

Tab. 3.1. Masy samochodu FSO Polonez [2]

## 3.2. Wyznaczanie sił w układzie dwuwahaczowym

Obliczanie elementów nośnych zawieszenia odbywa się dla czterech umownie przyjętych przypadków obciążenia:

- maksymalną siłą napędową występującą podczas rozpędzania samochodu,
- maksymalną siłą hamującą jaką samochód może rozwinąć na poziomej nawierzchni, charakteryzującej się współczynnikiem tarcia o wartości  $\mu = 0.7$ ,
- maksymalną siłą poprzeczną,
- pionową siłą dynamiczną, występującą przy maksymalnym ugięciu elementów sprężystych zawieszenia, określoną za pomocą współczynnika obciążenia dynamicznego  $k_d$ .

Siły napędowa i hamująca mają ten sam charakter, tzn. są siłami wzdłużnymi, przyłożonymi na styku koła jezdnego z nawierzchnią drogi. Ze względu na to, że siła hamująca ma co najmniej trzykrotnie większą wartość od napędowej obliczenia przeprowadza się dla obciążenia maksymalną siłą hamującą.

### 3.2.1. Ustalenie położenia środka ciężkości pojazdu

Pierwszy etap obliczeń polegał na wyliczeniu położenia środka ciężkości od osi kół przednich i tylnych –  $a_c$  i  $b_c$ . Obliczenia przeprowadzono w oparciu o schemat przedstawiony na rys. 3.3. Położenie środka ciężkości  $h_c$  przyjęto zgodnie z literaturą [2] jako  $h_c = 540$  mm.

Równanie równowagi momentów względem punktu A zapisano jako zależność (3.1)

$$\sum M_A = Q_2 \cdot L - G \cdot a_c = 0, \qquad (3.1)$$

z której po przekształceniu (3.2) można obliczyć wymiar  $a_c$ .

$$a_c = \frac{Q_2 \cdot L}{G} \tag{3.2}$$

gdzie:

$$M_A$$
 [Nmm] – moment względem punktu A według rysunku 3.3

 $Q_2$  [N] – siła reakcji drogi działająca na oś przednią,

L [mm] – rozstaw osi pojazdu,

- G [N] siła ciężkości pojazdu,
- $a_c$  [mm] odległość od środka masy pojazdu do osi przedniej.



Rys. 3.3. Schemat pojazdu z naniesionymi wymiarami: G – całkowita masa pojazdu,  $Q_1$  – siła nacisku na oś przednią,  $Q_2$  – siła nacisku na oś tylną, L – rozstaw osi pojazdu,  $h_c$  – wysokość środka ciężkości

Z warunku równowagi momentów względem punktu B formułujemy zależność (3.3):

$$\sum M_B = G \cdot b_c - Q_1 \cdot L = 0 \tag{3.3}$$

gdzie:

 $M_A$  [N mm] – moment względem punktu B według rysunku 3.3,

 $Q_1$  [N] – siła reakcji drogi działająca na oś przednią,

 $b_c$  [mm] – odległość od środka masy pojazdu do osi tylnej.

Po przekształceniu równania (3.3), otrzymujemy wymiar  $b_c$  jako zależność (3.4).

$$b_c = \frac{Q_1 \cdot L}{G} \tag{3.4}$$

Podstawiając dane z tabeli 3.1 i wartość  $L = 2509 \,\mathrm{mm}$  do równań (3.2) i (3.4) otrzymano wymiary położenia środka masy względem osi pojazdu  $a_c = 1198 \,\mathrm{mm}$  oraz  $b_c = 1311 \,\mathrm{mm}$ .

### 3.2.2. Siły w punktach mocowania układu zawieszenia

W celu przeprowadzenia obliczeń sił działających w punktach mocowania wahaczy do nadwozia i do zwrotnicy zostały wykonane pomiary wielkości geometrycznych zawieszenia przedniego samochodu Polonez. Opis poszczególnych parametrów jest zgodny z tymi, przedstawionymi na rysunku 3.4. Wyniki pomiarów tych parametrów, które są niezbędne do dalszych obliczeń zamieszczono w tabeli 3.2.



Rys. 3.4. Schemat zawieszenia w układzie dwóch równoległych wahaczy poprzecznych. Opracowanie na podstawie [5]

Tab. 3.	2. W	Vartości	wymiarów	zmierzone	$\mathbf{na}$	obiekcie	rzeczywi	istym –
		$\operatorname{sam}$	ochodzie P	olonez moo	del 1	B3OCEH	[	

Wymiar i oznaczenie według rysunku 3.4	Wartość, mm
Rozstaw punktów mocowania wahaczy do zwrotnicy, a	225
Wysokość mocowania wahacza górnego od osi koła, $a_1$	110
Odległość mocowania wahacza dolnego od osi koła, $a_2$	115
Odległość mocowania dolnego wahacza od osi koła, $l_1$	356
Wymiar od osi sprężyny do mocowania górnego wahacza, $l_2$	145
Rozstaw punktów mocowania wahacza górnego, $r_{\rm 1}$	260
Rozstaw punktów mocowania wahacza dolnego, $r_{\rm 2}$	290
Promień dynamiczny opony, $r_d$	275

Obliczenia wartości sił przeprowadzono dla dwóch przypadków obciążenia: gdy na koła samochodu działa maksymalna siła hamująca oraz siła poprzeczna.

### 3.2.3. Działanie maksymalnej siły hamującej

W pierwszym przypadku obciążenia, przy uwzględnieniu maksymalnej wartości siły hamującej  $F_{hmax}$ , reakcję pionową podłoża dla każdego z kół przedniej osi pojazdu obliczamy według wzoru (3.5).

$$Q_{p1} = Q_{p2} = \frac{G_p}{2} \cdot \left(1 + \gamma_h \cdot \frac{h_c}{b_c}\right) \tag{3.5}$$

gdzie:

 $Q_{p1}$  [N] – siła reakcji drogi działająca na jedno z kół osi pojazdu,

 $Q_{p2}$  [N] – siła reakcji drogi działająca na drugie z kół tej samej osi,

 $G_p$  [N] – siła ciężkości pojazdu przypadająca na oś przednią,

 $\gamma_h$  [-] – współczynnik wykorzystania przyczepności kół hamujących,  $h_c$  [mm] – wysokość środka masy pojazdu.

Maksymalna siła hamująca działająca na każde koło wyrażana jest wzorem (3.6).

$$F_{h\max} = \mu \cdot Q_{p2} = \mu \cdot \frac{G_p}{2} \cdot \left(1 + \gamma_h \cdot \frac{h_c}{b_c}\right)$$
(3.6)

gdzie:

 $\begin{array}{l} F_{h\max} \hspace{0.2cm} [\mathrm{N}] \hspace{0.2cm} - \mathrm{działająca} \hspace{0.2cm} \mathrm{na} \hspace{0.2cm} \mathrm{koło}, \hspace{0.2cm} \mathrm{siła} \hspace{0.2cm} \mathrm{hamująca} \hspace{0.2cm} \mathrm{o} \hspace{0.2cm} \mathrm{maksymalnej} \hspace{0.2cm} \mathrm{wartości}, \\ \mu \hspace{0.2cm} \left[ - \right] \hspace{0.2cm} - \hspace{0.2cm} \mathrm{współczynnik} \hspace{0.2cm} \mathrm{tarcia} \hspace{0.2cm} \mathrm{opony} \hspace{0.2cm} \mathrm{hamującej} \hspace{0.2cm} \mathrm{po} \hspace{0.2cm} \mathrm{nawierzchni} \hspace{0.2cm} \mathrm{drogi}. \end{array}$ 

Siły  $Q_{p1}$  i  $F_{hmax}$  oraz momenty pochodzące od tych sił powodują powstanie w przegubach A i C (rys. 3.4) następujących sił [5]:

• stanowiących parę sił poprzecznych poziomych o wartościach (3.7), których moment równoważy moment siły pionowej  $Q_{p1}$ 

$$S_1 = S_2 = Q_{p1} \cdot \frac{l_1 - r_2}{a} \tag{3.7}$$

gdzie:

 $S_1$  [N] – poprzeczna siła działająca na górny wahacz,

 $S_2$  [N] – poprzeczna siła działająca na dolny wahacz,

 $a,\,l_1,\,r_2\;\;[\mathrm{mm}]$ – wymiary zdefiniowane w tabeli 3.2 i na rysunku 3.4;

• poziomych sił wzdłużnych, które są składowymi siły hamującej  $F_{hmax}$ a ich wartości można obliczyć ze wzorów (3.8)

$$\begin{cases} R_1 = F_{h\max} \cdot \frac{a_2}{a} \tag{3.8a} \end{cases}$$

$$R_2 = F_{h\max} \cdot \frac{a_1}{a} \tag{3.8b}$$

gdzie:

- $R_1$  [N] siła podłużna działająca na górny wahacz,
- $R_2$  [N] siła podłużna działająca na dolny wahacz,
- $a_2$  [mm] wymiar zdefiniowany w tabeli 3.2 i na rysunku 3.4;

 parę sił poziomych wzdłużnych, będących reakcjami występującymi w przegubach A i C (3.9), równoważących moment hamujący (3.10)

$$U_1 = U_2 = F_{h\max} \cdot \frac{r_d}{a} \tag{3.9}$$

$$T_h = F_{h\max} \cdot r_d \tag{3.10}$$

gdzie:

$$U_1$$
 [N] – siła podłużna działająca na górny wahacz,

- $U_2$  [N] siła podłużna działająca na dolny wahacz,
- $r_d$  [mm] wymiar zdefiniowany w tabeli 3.2 i na rysunku 3.4,
- $T_h$  [N mm] moment siły hamującej;
- składowe poprzeczne siły Z, której moment równoważy moment siły hamującej  $F_{hmax}$  względem osi obrotu zwrotnicy AC

$$Z_1 = Z \cdot \frac{a_2}{a} \tag{3.11}$$

$$Z_1 = F_{h\max} \cdot \frac{l_1 - r_2}{k} \cdot \frac{a_2}{a} \tag{3.12}$$

$$Z_2 = Z \cdot \frac{a_1}{a} \tag{3.13}$$

$$Z_2 = F_{h\max} \cdot \frac{l_1 - r_2}{k} \cdot \frac{a_1}{a} \tag{3.14}$$

gdzie:

- $Z_1$  [N] siła działająca na górny wahacz,
- $Z_2$  [N] siła działająca na dolny wahacz,
- Z [N] moment tej siły względem osi zwrotnicy równoważy moment siły hamującej,
- $k \quad [mm] wymiar z definiowany na rysunku 3.5.$

Wyznaczenie wartości sił reakcji na wymuszenie podczas hamowania pozwala na obliczenie wypadkowych sił działających w przegubach wahaczy A i C. Wszystkie oznaczenia we wzorach odnoszą się do rysunku 3.4. W przegubie górnym zawieszenia A powstaje siła poprzeczna o wartości (3.15a) oraz siła wzdłużna o wartości (3.15b).

$$\int F'_A = Z_1 - S_1 \tag{3.15a}$$

$$\begin{cases}
F_A'' = R_1 - U_1 \\
(3.15b)
\end{cases}$$

gdzie:

 $F_A^\prime~[{\rm N}]$ – składowa poprzeczna działająca na przegub A górnego wahacza,

 $F_A^{\prime\prime}~[{\rm N}]$  – składowa podłużna działająca na wahacz w przegubie A.

Wypadkową sił generowanych w przegubie A górnego wahacza można obliczyć z zależności (3.16).

$$F_A = \sqrt{(F'_A)^2 + (F''_A)^2} \tag{3.16}$$

gdzie:

 $F_A$  [N] – wypadkowa siła działająca w przegubie A.



Rys. 3.5. Schemat zwrotnicy koła widzianej z góry: 1 - czop zwrotnicy, 2 - ramię zwrotnicy, 3 - poprzeczny drążek kierowniczy, 4 - wahacz górny

W przegubie dolnym zawieszenia C (rys. 3.4) powstaje siła poprzeczna, której wartość można obliczyć ze wzoru (3.17a), oraz siła wzdłużna o wartości określonej równaniem (3.17b).

$$\int F'_C = Z_2 + S_2 \tag{3.17a}$$

$$\int F_C'' = R_2 + U_2 \tag{3.17b}$$

gdzie:

 $F_C'$  [N] – składowa poprzeczna działająca na przegub<br/> C dolnego wahacza,  $F_C''$  [N] – składowa podłużna działająca na wahacz<br/> w przegubie C.

Wartość wypadkowej sił generowanych w przegubie C obliczamy z zależności (3.18).

$$F_C = \sqrt{(F'_C)^2 + (F''_C)^2} \tag{3.18}$$

gdzie:

 $F_C$  [N] – wypadkowa siła działająca na dolny wahacz w przegubie C.

### 3.2.4. Obciążenie maksymalną siłą boczną

Przy działającej na koła przednie sile poprzecznej reakcję pionową podłoża, odrębnie dla każdego z kół przedniej osi pojazdu, obliczamy według wzorów (3.19) i (3.20).

$$Q_{pd} = \frac{G_p}{2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \mu \cdot h_c}{b}\right) \tag{3.19}$$

$$Q_{po} = \frac{G_p}{2} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot \mu \cdot h_c}{b}\right) \tag{3.20}$$

gdzie:

 $Q_{pd}$  [N] – normalna reakcja podłoża na nacisk dociążonego koła, b [mm] – rozstaw kół przednich, [N]

 $Q_{po}$  [N] – reakcja normalna podłoża na nacisk koła odciążonego.

Oznaczenia sił oraz wymiarów liniowych, podanych we wzorach zamieszczonych w tym podrozdziale, są zgodne z symbolami widocznymi na rysunku 3.6. Wymiar  $h_c$  został pokazany na rysunku 3.3.



Rys. 3.6. Rozkład sił w zawieszeniu dwuwahaczowym w przypadku działania na koło siły poprzecznej

Wartości sił poprzecznych działających na dociążone oraz odciążone koło można obliczyć na podstawie zależności (3.21).

$$\left(Y_{pd} = \mu \cdot \frac{G_p}{2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \mu \cdot h_c}{b}\right)$$
(3.21a)

$$\left(Y_{po} = \mu \cdot \frac{G_p}{2} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot \mu \cdot h_c}{b}\right)$$
(3.21b)

gdzie:

 $Y_{pd}$  [N] – siła reakcji bocznej podłoża na nacisk dociążonego koła,

 $Y_{po}$  [N] – siła bocznej reakcji podłoża na nacisk koła odciążonego.

Siły poprzeczne  $F_{d1}$  oraz  $F_{o1}$ , działające na przeguby zwrotnicy A (oraz A1), obliczamy ze wzorów (3.22) i (3.23). Analiza została przeprowadzona wyłącznie dla koła dociążonego. Siła  $F_{o1}$  działa na punkt A1, który znajduje się po stronie koła odciążonego, niewidocznego na rysunku 3.6, ponieważ obciążenie tego koła jest symetryczne względem osi podłużnej pojazdu.

$$F_{d1} = Q_{pd} \cdot \frac{\mu \cdot (r_d - a_2) - c}{a}$$
(3.22)

$$F_{o1} = Q_{po} \cdot \frac{\mu \cdot (r_d - a_2) + c}{a}$$
(3.23)

gdzie:

 $F_{d1}~[{\rm N}]$ –siła reakcji bocznej górnego wahacza dla dociążonego koła,  $F_{o1}~[{\rm N}]$ –siła bocznej reakcji wahacza górnego dla koła odciążonego.

Siły  $F_{d2}$  i  $F_{o2}$ , działające na przegub C (oraz C1–znajdujący się po stronie koła odciążonego), obliczone zostają ze wzorów (3.24) i (3.25).

$$F_{d2} = Q_{pd} \cdot \frac{\mu \left( r_d + a_1 \right) - c}{a}$$
(3.24)

$$F_{o2} = Q_{po} \cdot \frac{\mu \left( r_d + a_1 \right) + c}{a}$$
(3.25)

gdzie:

 $F_{d2}~[{\rm N}]$  – siła reakcji bocznej dolnego wahacza dla dociążonego koła,

 $F_{o2}$  [N] – siła bocznej reakcji wahacza dolnego dla koła odciążonego.

Z oczywistej zależności pomiędzy wartościami sił działających na stronę dociążaną i odciążaną osi pojazdu [4], co można zapisać jako  $F_{d2} > F_{o2}$ , wyznaczono nierówność (3.26), z której wynika ograniczenie wartości wymiaru c pomiędzy środkiem koła a środkiem osi zwrotnicy (rys. 3.6).

$$c < \frac{2 \cdot h_c \cdot \mu^2 \cdot (r_d + a_1)}{b} \tag{3.26}$$

Składowe poprzecznej siły  $Y_{pd}$  oraz  $Y_{po}$  powodują powstanie reakcji w przegubach A i C. Wartości tych sił reakcyjnych obliczone zostają ze wzorów (3.27).

$$\int R_{d1} = R_{o1} = \mu \cdot Q_{pd} \cdot \frac{a_2}{a} \tag{3.27a}$$

$$R_{d2} = R_{o2} = \mu \cdot Q_{pd} \cdot \frac{a_1}{a}$$
(3.27b)

gdzie:

 $R_{d1}$  [N] – siła boczna działająca na górny wahacz dla dociążonego koła,  $R_{o1}$  [N] – siła boczna działająca na wahacz górny dla koła odciążonego,  $R_{d2}$  [N] – siła boczna działająca na dolny wahacz dla dociążonego koła,  $R_{o2}$  [N] – siła boczna działająca na wahacz dolny dla koła odciążonego.

Wypadkowe wartości sił działających w przegubach A i C po stronie koła odciążonego są opisane wzorami (3.28).

$$\int F_{Ao} = F_{o1} - R_{o1} \tag{3.28a}$$

$$F_{Co} = F_{o2} - R_{o2}$$
 (3.28b)

gdzie:

 $F_{Ao}$  [N] – siła wypadkowa działająca w przegubie A koła odciążonego,  $F_{Co}$  [N] – siła wypadkowa działająca w przegubie C koła odciążonego.

Po stronie koła dociążonego, w celu obliczenia wartości sił należy skorzystać ze wzorów (3.29).

$$\int F_{Ad} = F_{d2} + R_{d2} \tag{3.29a}$$

$$\int F_{Cd} = F_{d2} + R_{d2} \tag{3.29b}$$

gdzie:

 $F_{Ao}$  [N] – siła wypadkowa działająca w przegubie A koła dociążonego,  $F_{Co}$  [N] – siła wypadkowa działająca w przegubie C koła dociążonego.

Przeprowadzając analizę powyższych wzorów można sformułować wniosek, że przeguby dolnego wahacza są bardziej obciążone w porównaniu do przegubów wahacza górnego. Sumaryczna siła działająca na przegub dolny C, znajdujący się od strony koła dociążonego, ma wartość (3.30).

$$F_{Cd} = \frac{G_p}{2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot h_c}{b}\right) \cdot \frac{\mu \cdot (r_d + 2 \cdot a_1) - c}{a}$$
(3.30)

gdzie:

 $F_{Cd}$  [N] – łączna siła działająca na przegub dolny koła dociążonego.

Natomiast sumaryczna siła działająca na przegub dolny od strony koła odciążonego opisana jest wzorem (3.31).

$$F_{Co} = \frac{G_p}{2} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot h_c}{b}\right) \cdot \frac{\mu \cdot (r_d + 2 \cdot a_1) + c}{a}$$
(3.31)

gdzie:

 $F_{Co}$  [N] – łączna siła działająca na przegub dolny koła odciążonego.

Z uwagi na zależność pomiędzy wartościami sił wypadkowych działających na stronę dociążaną i odciążaną osi pojazdu, co zapisano zależnością  $F_{Cd} > F_{Co}$ , wyznaczono nierówność (3.32), z której wynika ograniczenie wartości wymiaru *c*, widocznego na rysunku 3.6, pomiędzy środkiem koła a środkiem osi zwrotnicy.

$$c < \frac{2 \cdot h_c \cdot \mu \cdot (r_d + 2 \cdot a_1)}{b} \tag{3.32}$$

Wymiar c musi więc być mniejszy od wartości wyliczonych zarówno z nierówności (3.32) jak i wcześniej wyznaczonej (3.26). Podstawiając rzeczywiste wartości wymiarów, które zestawiono w tabeli 3.2, z układu nierówności (3.33) można obliczyć zakres możliwych wartości wymiaru c w funkcji współczynnika tarcia  $\mu$ .

$$\begin{cases} c < \frac{2 \cdot 540 \,\mathrm{mm} \cdot \mu \cdot (257 \,\mathrm{mm} + 2 \cdot 110 \,\mathrm{mm})}{1375 \,\mathrm{mm}} = 375 \,\mathrm{mm} \cdot \mu \qquad (3.33a)\\ c < \frac{2 \cdot 540 \,\mathrm{mm} \cdot \mu^2 \cdot (257 \,\mathrm{mm} + 110 \,\mathrm{mm})}{1375 \,\mathrm{mm}} = 288 \,\mathrm{mm} \cdot \mu^2 \qquad (3.33b) \end{cases}$$

Z uwagi na to, że wartość współczynnika tarcia  $\mu \leq 1$  należy wnioskować, że nierówność (3.33b), wynikająca z relacji pomiędzy obciążeniem dolnych sworzni zwrotnicy po stronie dociążonej i odciążonej, obejmuje wspólną część zbioru rozwiązań układu nierówności (3.33). Wartość wymiaru c, obliczona z nierówności (3.26), jest zatem decydującym kryterium geometrycznym, który powinien zostać uwzględniony podczas konstruowania zwrotnicy.

Po obliczeniu sił obciążających poszczególne wahacze zawieszenia niezależnego należy przeprowadzić obliczenia wytrzymałościowe tych elementów. Górny wahacz powinien zostać sprawdzony na rozciąganie przy obciążeniu siłą  $F_{Ad} = F_{d1} - R_{d1}$ . Dodatkowo wahacz ten należy obliczać na zginanie w pionowej płaszczyźnie, pod wpływem działania siły  $F_{dyn}$  sprężyny przy jej maksymalnym ugięciu, korzystając ze wzoru (3.34).

$$F_{\rm dyn} = k_{\rm dyn} \cdot Q_{p1} \cdot \frac{r_1}{l_2} = k_{\rm dyn} \cdot \frac{G_p}{2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \mu \cdot h_c}{b}\right) \cdot \frac{r_2}{l_2}$$
(3.34)

Dolny wahacz należy obliczyć na zginanie w poziomej płaszczyźnie siłą  $F_{d2}$  według wzoru (3.35). Siła  $F_{d2}$  jest generowana pod wpływem działającej na ten wahacz siły hamującej.

$$F_{Cd} = Q_{pd} \cdot \frac{\mu \cdot (r_d + 2 \cdot a_1) - c}{a}$$

$$(3.35)$$

Parametr	$\mathbf{Symbol}$	Wartość, N
Reakcja pionowa podłoża na każde z kół	$\overline{Q_{p1} = Q_{p2}}$	3852
Maksymalna siła hamująca	$F_{h\max}$	3852
Siły poprzeczne poziome	$S_1 = S_2$	1130
Siła wzdłużna pozioma	$R_1$	1969
Siła wzdłużna pozioma	$R_2$	1883
Para sił poziomych wzdłużnych w przegubach A i C	$U_1 = U_2$	4707
Składowa poprzecznej siły $Z$	$Z_1$	113,0
Składowa poprzecznej siły $Z$	$Z_2$	108,1
Reakcja pionowa podłoża na dociążone koło	$Q_{pd}$	5178
Reakcja pionowa podłoża na odciążone koło	$Q_{po}$	622,2
Siła poprzeczna działająca na dociążone koło	$Y_{pd}$	5778
Siła poprzeczna działająca na odciążone koło	$\hat{Y_{po}}$	622,2
Siła poprzeczna działająca na przegub A	$F_{d1}$	1243
Siła poprzeczna działająca na przegub A1	$F_{o1}$	$735,\! 6$
Siła działająca na przegub C	$F_{d2}$	6421
Siła działająca na punkt C1	$F_{o2}$	1358
Składowa siły poprzecznej $Y_{pd}$ dla koła dociążonego	$R_{d1}$	2646
Składowa siły poprzecznej $Y_{po}$ dla koła dociążonego	$R_{d2}$	2531
Składowa siły poprzecznej $Y_{pd}$ dla koła odciążonego	$R_{o1}$	318
Składowa siły poprzecznej $Y_{po}$ dla koła odciążonego	$R_{o2}$	304,2
Siły działające na przegub A dla koła odciążonego	$F_{Ao}$	1054
Siły działające na przegub A dla koła dociążonego	$F_{Ad}$	8952
Siły działające na przegub C dla koła odciążonego	$F_{Co}$	1662
Siły działające na przegub C dla koła dociążonego	$F_{Cd}$	8952
Siła dynamiczna	$F_{\rm dyn}$	15533
Wartość bezwzględna siły działającej na przegub A	$F'_A$	1017
Wartość bezwzględna siły działającej na przegub A	$F_A''$	2739
Wartość bezwzględna siły działającej na przegub C	$F'_C$	1238
Wartość bezwzględna siły działającej na przegub C	$F_C''$	6590

Tab. 3.3. Wyniki obliczeń sił w przegubach wahaczy

Po podstawieniu wartości zmiennych do wzorów (3.5) - (3.35) obliczono siły generowane w przegubach wahaczy. Wartości tych obliczonych sił zostały zestawione w tabeli 3.3.

Wartości reakcji pionowej podłoża na każde z kół oraz maksymalnej siły hamującej są sobie równe, ponieważ współczynnik tarcia zastosowany do obliczeń miał wartość  $\mu = 1,0$ . Największe wartości sił działających na przeguby wystąpiły w przypadku działania maksymalnej siły hamującej.

Kolejnym krokiem jest przystąpienie do analizy wytrzymałościowej wahaczy w przypadku działania maksymalnej siły hamującej, a następnie dla obciążenia siłą poprzeczną. Obliczone siły obciążające należy przyłożyć do przegubów A oraz C w dwóch płaszczyznach. W przypadku analizowania maksymalnej siły hamującej, w górnym przegubie działa siła  $F'_A$  w kierunku prostopadłym do wzdłużnej osi pojazdu oraz zwrocie do środka pojazdu. W płaszczyźnie równoległej do koła w kierunku zgodnym z kierunkiem jazdy działa siła  $F''_A$ . Dolny przegub obciążony jest siłą  $F'_C$  działającą prostopadle do płaszczyzny bocznej koła o zwrocie od środka samochodu. Siła  $F''_C$ działa w kierunku równoległym do bocznej powierzchni koła i zwrocie przeciwnym do kierunku jazdy. W przypadku analizy siły poprzecznej, do przegubów A i C należy przyłożyć siły  $R_{d1}$ ,  $R_{d2}$  oraz  $F_{d1}$  i  $F_{d2}$ . Ich kierunek jest poprzeczny do kierunku jazdy, a zwroty – zgodne z tymi, założonymi na rysunku 3.6.

# 3.3. Analiza wytrzymałościowa z wykorzystaniem MES

### 3.3.1. Przygotowanie modelu do analizy

Modele wahaczy wykorzystane do badań wytrzymałościowych zostały zaprojektowane w programie Solid Edge. Na rysunkach 3.7 i 3.8 przedstawiono wahacze stosowane w przednim układzie zawieszenia samochodu Polonez. Na uwagę zasługuje fakt wiernego odwzorowania szczegółów konstrukcyjnych. Wynikało to z konieczności odtworzenia geometrii elementów, które wykonywane są technologią zgrzewania profili blach.

Na rysunku 3.9 zostało przedstawione złożenie dwóch wahaczy połączonych ze sobą uproszczoną zwrotnicą. Połączenie ich było niezbędne do wykonania dalszej analizy. Zwrotnica oraz elementy mocowania wahaczy do konstrukcji pojazdu zostały narysowane w uproszczeniu.

Zaprojektowane wahacze poddane zostały analizie wytrzymałościowej prowadzonej w programie Siemens NX. Pierwszym krokiem do wykonania analizy jest import geometrii przygotowanej wcześniej w programie Solid Edge. W otwartym oknie programu NX aktywowana jest komenda Open, po czym wskazywany jest model zapisany pierwotnie w formacie STP. Widok modelu po zaimportowaniu przedstawiono na rysunku 3.10.



Rys. 3.7. Projekt wahacza dolnego FSO Polonez: a) model wykonany w programie Solid Edge; b) model po renderingu w programie KeyShot



Rys. 3.8. Projekt górnego wahacza FSO Polonez: a) model wykonany w programie Solid Edge; b) model po renderingu w programie KeyShot



Rys. 3.9. Model złożenia układu zawieszenia dwuwahaczowego samochodu Polonez: a) model wykonany w programie Solid Edge; b) model po renderingu w programie KeyShot

Dobór materiału do poszczególnych elementów zawieszenia przeprowadzony został z wykorzystaniem biblioteki materiałów programu NX, częściowo widocznej na rysunku 3.11. Przyjęto stal niestopową konstrukcyjną DC05 (AISI 1005) [3] charakteryzującą się następującymi parametrami: moduł Younga  $E = 206\,940\,\mathrm{MPa}$ , współczynnik Poisson'a  $\nu = 0,288$ , granica plastyczności  $R_e = 330\,\mathrm{MPa}$  oraz wytrzymałość doraźna  $R_m = 570\,\mathrm{MPa}$ .



Rys. 3.10. Import geometrii układu dwuwahaczowego do programu Siemens NX

Wybierz obiekt (0)					-
ta materiałów					
Materiały biblioteki					
iblioteki					
fateriały					
Nazwa	Uzywane	Kategoria	Typ	Etykieta	Biblic
ABS	1	PLASTIC	Izotropowe		phy ^
ABS-GF		PLASTIC	Izotropowe		phy
Acetylene C2H2 Gas		OTHER	Ciecz		phy
Acetylene C2H2 Liquid		OTHER	Ciecz		phy
Acrylic		PLASTIC	Izotropowe		phy
Air		OTHER	Ciecz		phy
Air_Temp-dependent_Gas		OTHER	Ciecz		phy
AISI_310_SS		METAL	Izotropowe		phy
AISI_410_SS		METAL	Izotropowe		phy
AISI_SS_304-Annealed		METAL	Izotropowe		phy
AISI_Steel_1005		METAL	Izotropowe		phy
AISI_Steel_1008-HR		METAL	Izotropowe		phy.
AISI_Steel_4340		METAL	Izotropowe		phy
AISI_Steel_Maraging		METAL	Izotropowe		phy
Aluminum_2014		METAL	Izotropowe		phy
Aluminum_5086		METAL	Izotropowe		phy
Aluminum_6061		METAL	Izotropowe		phy.
Aluminum_A356		METAL	Izotropowe		phy
Ammonia Gas <		OTHER	Ciecz		phy `
	6				

Rys. 3.11. Biblioteka materiałów programu Siemens NX

Na wahacze nałożona została siatka czworościenna, a wymiar krawędzi elementu skończonego wynosił  $3 \,\mathrm{mm}$ . Na rysunku  $3.12 \,\mathrm{przedstawiono}$  okno

nadawania siatki dla modelu, natomiast rysunek 3.13 zawiera model wahaczy z nadaną siatką elementów skończonych.

Obiekty do nałożenia siatki <ul> <li>Wybiero obieky (0)</li> <li>Właście obieky (0)</li> <li>Właście obieky (0)</li> <li>Właście obieky (0)</li> <li>Właście obieky (0)</li> <li>Bramatły siatki</li> <li>Rozmiar elementu</li> <li>Imposet i siatki swobodnej z odwzorowaniem</li> <li>Opcje jakości siatki</li> <li>Mieszany</li> <li>Mieszany</li> <li>Mieszany</li> <li>Mieszany</li> <li>Ustawienia siatki</li> <li>Ustawienia siatki</li> <li>Stybiek zwrostu elementu przez objętość</li> <li>Go najmnej dwa elementy przez objętość</li> <li>Go najmnej dwa elementy przez objętość</li> <li>Rozmiar elementy urzenkania</li> <li>Automatycznie napraw uszkodzone elementy</li> <li>Opcje cyczzania modelu</li> <li>Tolerancja niewielkiej cech (% rozmiaru elementu)</li> <li>I 0.0000</li> <li>Mimialna długoćć elementu (tylko do odczytu)</li> <li>Automatycznie napraw uszkodzone elementu</li> <li>I 0.0000</li> <li>Mimialna długoćć elementu (tylko do odczytu)</li> <li>Automatycznie napraw uszkodzone elementu</li> <li>I 0.0000</li> <li>Mimialna długoćć elementu (tylko do odczytu)</li> <li>Automatycznie napraw uszkodzone elementu</li> <li>I 0.0000</li> <li>Mimialna długoćć elementu (tylko do odczytu)</li> <li>Automatycznie napraw uszkodzone elementu</li> <li>Mimialna długoćć elementu (tylko do odczytu)</li> <li>Automatycznie napraw uszkodzone elementu (tylko do odczytu)</li> <li>Mieszanie za skała (tylko do odczytu)</li> <li>Mieszani (tyl</li></ul>	¢	Siatka czworościenna 3D		,	υ
	0	biekty do nałożenia siatki		,	^
Właściwości elementu     ////////////////////////////////////	*	Wybierz obiekty (0)		<b></b>	
Typ  Typ  Parametry slatki  Rozmiar elementu  Podejmi prote natozenia slatki svobodnel z odvzorowalem  Podejmi prote natozenia slatki svobodnel z odvzorowalem  Metoda węzta środkowego Mieszany  Metoda węzta środkowego Mieszany  Musi, akorban  Ustawienia slatki  Ustawienia slatki  Stowarotu elementu przez objętośc  Co najmniej dwa elementu przez objętośc  Mieszana na oddu  Mieszania modelu  Mieszania modelu  Mieszania modelu  Mieszania dwa od odczytu	W	łaściwości elementu		,	٨
Parametry siatki   Rozmiar dementu 3 mm · /   Podejmi próbę nalozenia siatki swobodnej z odwzorowaniem  Podejmi próbę nalozenia siatki swobodnej z odwzorowaniem  Maks. jakobian 10 · ·  Ustawienia siatki   Ustawienia siatki 50.0000 Szybkoćć wzrostu elementu przez gruboćć 50.0000 Co najmnej dwa elementy przez gruboćć 50.0000 Co najmnej dwa elementy przez gruboćć S0.0000 Co najmnej dwa elementy przez gruboćć S0.0000 Co najmnej dwa elementy przez gruboćć S0.0000 Co najmnej dwa elementy uzkodrzone elementy Opcje oczyszczania modelu  Ioterancja niewielkiej cechy (% rozmiaru elementu I0.0000 Minimalna długoćć elementu (ysko do odczytu)	Ту	p	CTETRA(1	0) 🔹 🎉	1
Rozmiar elementu     3     mm • • /       Podejmij próbę nalozenia siatki swobodnej z odwozrotowalnem       Opcje jakości siatki     ////////////////////////////////////	Pa	rametry siatki			٨
Podejmij próbę natożenia statki swobodnej z odwzorowaniem     Opcje jakości statki     Opcje jakości statki     Młosta wysta środkowego     Maks. jakobian     To     To	R	ozmiar elementu	3	mm•• 🕈 🦻	
Opcje jakości statki     ✓       Metoda węcia środkowego     Mieszany       Maks jakobian     10       Ustawienia statki     ✓       Wanati rozmiania na podstawie krzywizny powierzchni     50.0000       Stybkoćć wzrostu elementu przez objętoćć     50.0000       Co najmniej dwa elementu przez objętoćć     S0.0000       ✓ Automatycznie napiaw uzkodzone elementy     ✓       Opcje oczyszczania modelu     ✓       Toterancja niewielkiej cecht (% rozmiaru elementu)     10.00000       Mimianian długoćć elementu (tylko do odczytu)     A	2	Podejmij próbę nałożenia siatki	swobodnej z odv	vzorowaniem	
Metoda węzła środkowego Mieszany - Maks jakobian 10 - Ustawienia siatki 50.0000 Szybkoćź wzrostu elementu przez objętość 50.0000 Co najmniej dwa elementy przez grubość 50.0000 ⊘ Rozmiar elementu przez grubość 00.000 ⊘ Rozmiar elementu przez grubość 00.000 Orgie oczyszczania modelu 00.000 Minimalna długość elementu (tylko do odczytu) 6	0	pcje jakości siatki		,	^
Maks jakobian 10 - Ustawienie sistki 44 Wariant rozmiaru na podstawie krzywizzy powierzchni Spytkick zwzrostu elementu przez objętość Co najmnej dwa elementu przez objętość 24 Automatycznie najwe uszkodzone elementy Opcje oczyszczania modelu 10,0000 Minimalna długoćć elementu (yłko do odczytu) 6	M	etoda węzła środkowego	Mieszany	-	
Ustawienia siatki Wariant rozmiaru na podstawie krzywiżny powierzchni Soutost wrzostu elementu przez objętość Co najmniej dwa elementy przez grubość Sociaria elementu przez grubość Sociaria elementu przeknikaja Unuontyczne napraw uzkadozone elementy Opcje oczyszczania modelu Tolerancja niewietkiej ochry (k rozmiaru elementu) Itolewacja niewietkiej ochry (k rozmiaru elementu)	M	aks. jakobian	10	•	
Wariant rozmiaru na podstawie krzywiżny powierzchni       Stybiość krzostu elementu przez objętość       Go najmniej dwa elementu przez opubość       Zozmiar elementu przez najwości       Opcje oczyszczania modelu       Tołerancja niewielkiej cech (% rozmiaru elementu)       10.0000       Minimalna długóć elementu (tyko do odczytu)	U	stawienia siatki		,	^
Sybkość wzrostu elementu przez objętość G o najmniej dwa elementy przez grubość Ø Rozmiar elementy przez grubość Ø Automatycznie napraw uzskodzone elementy Opcje oczyszczania modelu Tolerancja niewielkiej cech y % rozmiaru elementu 10.0000 Minimalna długóć elementu (tyko do odczytu)	w	ariant rozmiaru na podstawie krzy	wizny powierzch	ni	
Spökioć vorotu elementu przez objętość Go najmniej dwa elementy przez grubość Mozmia elementy przez grubość Mozmia elementy przez kracka Automstyczne naprwu uzbadcone elementy Opcje oczyszczania modelu Toleancja niewietkiej cetry (/r orzmiaru elementu) Toleancja niewietkiej cetry (/r orzmiaru elementu) Minimalna długość elementu (tylko do odczytu) Automatyczne długość elementu (tylko do odczytu)				50.0000	)
S0.0000     S0.00000     S0.0000     S0.0000     S0.0000     S0.0000     S0.0000	Sz	ybkość wzrostu elementu przez o	bjętość		
© o najmniej dwa elementy prze grudość Ø Rozmiar elementy urzenikania Ø Automatycznie napraw uszkodzone elementy Opcje oczyszczania modelu Zołerancja niewielkiej cechły (% rozmiaru elementu) 10.0000 Minimalna długość elementu (tylko do odczytu) 8	b			50.0000	)
☑ Rozmiar elementu przenikania ☑ Automatycznie napraw uszkodzone elementy Opcje oczyszczania modelu I oterancja niewielśkiej cechy (% rozmiaru elementu) I 0.0000 Minimalna długość elementu (tylko do odczytu) ▲	C	Co najmniej dwa elementy przez	z grubość		
Automatycznie napraw uszkołczone elementy     Opeje oczyszczania modelu     Colerancja niewielkiej cechy (% rozmianu elementu)     I0.0000     Minimalna długoćć elementu (tyko do odczytu)	Y	Rozmiar elementu przenikania			
Opcje oczyszczania modelu Tolerancja niewielkiej cechy (% rozmiaru elementu) Minimalna długość elementu (tylko do odczytu)	2	Automatycznie napraw uszkodze	one elementy		
Tolerancja niewielkiej cechy (% rozmiaru elementu) 10.0000 Minimalna długość elementu (tylko do odczytu) A	0	pcje oczyszczania modelu		,	^
Minimalna długość elementu (tylko do odczytu)	To	lerancja niewielkiej cechy (% rozr	niaru elementu)		
Minimalna długość elementu (tylko do odczytu)				10.0000	)
		Minimalna długość elementu (tyl	ko do odczytu)	8	

Rys. 3.12. Okno nadania modelowi siatki elementów skończonych



Rys. 3.13. Model zawieszenia z nadaną siatką elementów skończonych

### 3.3.2. Uwzględnienie maksymalnej siły hamującej

Obliczenia wytrzymałościowe mają na celu zbadanie wpływu działania maksymalnej siły hamującej na wartości naprężeń powstających w wahaczach. Obliczenia zostały przeprowadzone oddzielnie dla dolnego i górnego wahacza. Pierwszym krokiem w tej procedurze obliczeniowej jest nadanie odpowiednich wartości i kierunków działania siłom, przyłożonym do dolnego
przegubu oznaczonego literą C oraz górnego o oznaczeniu A (patrz rys. 3.4). W celu prawidłowego przeprowadzenia analizy statycznej niezbędne jest nadanie więzów dla współpracujących ze sobą elementów. Model uzupełniono o więzy występujące w miejscach mocowania wahaczy. Rysunek 3.14 obejmuje okno właściwości przypisywanej siły, natomiast na rysunku 3.15 zamieszczono obraz nadanych już wektorów sił oraz utwierdzeń dla wahacza dolnego. Analogicznie rysunek 3.16 zawiera wektory sił oraz utwierdzenia nadane dla wahacza górnego. Dodatkowo w górnym wahaczu konieczne było zastosowanie sklejenia powierzchni dwóch jego części. Miejsca utwierdzenia zostały oznaczone barwą niebieską. Do przegubu górnego zostały przyłożone siły:  $F'_A = 1017$  N i  $F''_A = 2739$  N. Odpowiednio do przegubu dolnego zostały przyłożone siły:  $F'_C = 1238$  N i  $F''_C = 6590$  N.

		v ×
		v
wy		V
elu		^
grupy		
ekt (1)		<b></b>
		v
		^
6590.45	N	• =
		^
Wzdłuż wektora (SIŁA)		•
r	× .	t
		^
Rozkład geometryczny		•
RCE/FORCE1/FORCE2		
	Wy elu grupy kt (1) 6590.45 Wzdłuż wektora (SILA) r Rozkład geometryczny RCE/FORCE1/FORCE2	Wy elu grupy kt (1) 6590.45 N W2diuz wektora (SILA) r XU2diuz wektora (SILA) r XU2diuz wektora (SILA) r RCE/FORCE1/FORCE2

Rys. 3.14. Okno wyboru składowej siły działającej na przegub



Rys. 3.15. Wahacz dolny z nadanymi składowymi maksymalnej siły hamującej oraz utwierdzeniami



Rys. 3.16. Wahacz górny z nadanymi składowymi maksymalnej siły hamującej oraz utwierdzeniami

W wyniku analizy wytrzymałościowej otrzymuje się rozkłady naprężeń zredukowanych, obliczonych według hipotezy wytężeniowej Hubera-Misesa-Henckyego. Na rysunkach 3.17-3.20 przedstawiono mapy naprężeń zredukowanych dla poszczególnych wahaczy. Podczas analizy tych map zauważono, że z powodu zastosowania uproszczeń przy budowie modelu wahaczy wystąpiło błędne wyliczenie naprężenia o maksymalnej wartości zbliżonej do 410 MPa, lecz ma ono charakter punktowy.



Rys. 3.17. Rozkład naprężeń zredukowanych dla wahacza dolnego – widok z góry

Na podstawie rysunków 3.17 - 3.20 można zauważyć, że większe naprężenia występują w materiale wahacza dolnego. Pomijając punktowe wahania naprężeń, naprężenia na całej powierzchni wahacza nie przekraczają wartości 100 MPa. Wartość ta jest około trzykrotnie mniejsza niż wartość granicy plastyczności  $R_e = 330$  MPa i na podstawie tej relacji można wnioskować, że nie odbiega ona od rzeczywistych wartości naprężeń występujących w wahaczach. Natomiast najmniejsze naprężenia występują w okolicach mocowania wahaczy do nadwozia. Połączenia wahaczy ze zwrotnicą są w największym stopniu narażone na podwyższone wartości naprężeń, przez co sworznie wahaczy zużywają się w relatywnie szybkim tempie.



Rys. 3.18. Rozkład naprężeń zredukowanych dla wahacza dolnego $-\,{\rm widok}$ z dołu



Rys. 3.19. Rozkład naprężeń zredukowanych dla górnego wahacza – widok z góry



Rys. 3.20. Rozkład naprężeń zredukowanych dla górnego wahacza – widok z dołu

Na rysunkach 3.21 – 3.24 został przedstawiony rozkład przemieszczeń wynikających z działania maksymalnej siły hamującej. Największe przemieszczenia, według wyników analizy, wystąpiły w dolnym wahaczu. Ich wartość jest bliska 0,48 mm. Natomiast w górnym wahaczu wystąpiło zdecydowanie mniejsze przemieszczenie – tylko 0,26 mm. Wyraźnie większe wartości naprężeń oraz przemieszczeń potwierdzają fakt, iż bardziej narażony na działanie maksymalnej siły hamującej jest wahacz dolny.



Rys. 3.21. Rozkład przemieszczeń wahacza dolnego – widok z góry



Rys. 3.22. Rozkład przemieszczeń wahacza dolnego-widok z dołu



Rys. 3.23. Rozkład przemieszczeń wahacza górnego-widok z góry



Rys. 3.24. Rozkład przemieszczeń wahacza górnego-widok z dołu

## 3.3.3. Obciążenie zawieszenia siłą poprzeczną

Analogicznie do przeprowadzonych obliczeń wytrzymałościowych przy obciążeniu wahaczy maksymalną siłą hamującą, wszystkie kroki zostały wykonane również dla obliczeń przy obciążeniu siłą poprzeczną. Do przegubów wahaczy zostały przyłożone siły  $F_{d1} = 1243$  N i  $R_{d1} = 2646$  N dla górnego przegubu oraz siły  $F_{d2} = 6421$  N i  $R_{d2} = 2531$  N dla dolnego. Na rysunkach 3.25 oraz 3.26 zostały przedstawione siły przyłożone do wahaczy a także sposób utwierdzenia tych elementów.



Rys. 3.25. Wahacz dolny z nadanymi składowymi siły poprzecznej oraz utwierdzeniami

Mapy rozkładu naprężeń zredukowanych dla poszczególnych wahaczy zostały przedstawione na rysunkach 3.27 – 3.30. W wyniku działania siły poprzecznej największe naprężenia wystąpiły w dolnym wahaczu. Widoczne jest występowanie mniejszych wartości naprężeń w wahaczu górnym. Poza punktowo występującym naprężeniem, mającym wartość około 375 MPa, naprężenia w wahaczach nie przekraczają wartości 100 MPa – 150 MPa.



Rys. 3.26. Wahacz górny z nadanymi składowymi siły poprzecznej oraz utwierdzeniami



Rys. 3.27. Rozkład naprężeń zredukowanych dla dolnego wahacza – widok z góry



Rys. 3.28. Rozkład naprężeń zredukowanych dla dolnego wahacza – widok z dołu



Rys. 3.29. Rozkład naprężeń zredukowanych dla górnego wahacza – widok z góry



Rys. 3.30. Rozkład naprężeń zredukowanych dla górnego wahacza $-\,{\rm widok}$ z dołu

Na rysunkach 3.31-3.34 przedstawiono rozkłady przemieszczeń, które wystąpiły pod wpływem działania siły poprzecznej. Największe przemieszczenie ma wartość około $0,3~\rm{mm}.$ 



Rys. 3.31. Rozkład przemieszczeń dla górnego wahacza-widok z góry



Rys. 3.32. Rozkład przemieszczeń przy obciążeniu siłą poprzeczną dla górnego wahacza – widok z dołu



Rys. 3.33. Rozkład przemieszczeń przy obciążeniu siłą poprzeczną dla dolnego wahacza – widok z góry



Rys. 3.34. Rozkład przemieszczeń przy obciążeniu siłą poprzeczną dla dolnego wahacza – widok z dołu

Modelowanie wystąpienia siły poprzecznej i otrzymane rozkłady naprężeń potwierdziły fakt, że bardziej narażony na działanie tej siły jest wahacz dolny. W nim, w miejscu mocowania do zwrotnicy, wystąpiły wyraźnie większe wartości naprężeń oraz przemieszczeń. Siła poprzeczna, zarówno w górnym jak i w dolnym wahaczu, powoduje występowanie mniejszych wartości naprężeń w porównaniu do tych, inicjowanych przez maksymalną siłę hamującą. Uzyskane wartości naprężeń nie przekraczają 90 MPa przy obciążeniu maksymalną siłą hamującą. Pojawiające się na mapach obszary z większymi ich wartościami miały charakter punktowy i wynikały z faktu automatycznego nałożenia siatki elementów dla modelu oraz ewentualnego braku styku pomiędzy elementami tej siatki. Maksymalne przemieszczenia wystąpiły w punkcie mocowania dolnego wahacza do zwrotnicy, przy obciążeniu go maksymalną siłą hamującą. Największa wartość tych przemieszczeń była mała i wyniosła około 0,48 mm.

Według danych podawanych przez producentów, wahacze wykonane są ze stali E335 (St6) lub E360 (St7), dla których granica plastyczności wynosi odpowiednio  $R_e = 335$  MPa oraz  $R_e = 360$  MPa. Pomimo zastosowania uproszczeń w modelach bryłowych wahaczy, polegających na tym, że:

- element zaprojektowano jako jednolity, zamiast jako wykonany w wyniku zgrzewania mniejszych części składowych,
- przyjęto uproszczenia geometryczne, w szczególności promieni zaokrągleń,

w żadnym z przekrojów nie wystąpiły naprężenia o wartości zbliżonej do granicy plastyczności materiału.

# 3.4. Porównanie wyników symulacji z danymi literaturowymi

Porównanie wyników tych badań z danymi literaturowymi jest trudne. W artykułach [1] i [6] przedstawiono analizy wytrzymałościowe wahaczy wykonanych metodą odlewania. Nie podano wartości sił obciążających oraz nie zamieszczono żadnych informacji dotyczących przeprowadzenia analizy wytrzymałościowej MES. Z tego powodu wartości przedstawione w tych publikacjach nie mogą służyć analizie porównawczej. Według badań przytoczonych w artykule [6] maksymalne wartości naprężeń uzyskano w przypadku jednolitego wahacza na dłuższej powierzchni krzywoliniowej oraz w pobliżu mocowania wahacza do zwrotnicy, gdzie wyniosły one około 250 MPa. W przypadku wahacza z wycięciami (ażurowego), największe naprężenia wystąpiły na wewnętrznych krawędziach wycięć i wynosiły około 340 MPa. W pracy tej przyjęto, że materiałem z jakiego zostały wykonane badane wahacze było żeliwo sferoidalne modyfikowane, wykonanie metodą odlewania.

#### Literatura

W artykule [1] przedstawiono wahacze, które zostały wykonane technologią odlewniczą. Dla czterech rozpatrywanych materiałów maksymalne wartości naprężeń wyniosły około 420 MPa i wystąpiły na dolnej powierzchni, łączącej się ze zwrotnicą dolnego wahacza. Różnice w wartościach obliczonych i podanych we wspomnianej publikacji wynikają z tego, że analizowana literatura nie zawiera informacji o wartościach sił obciążających przedstawiony tam układ dwuwahaczowy. Nie zamieszczono w niej również żadnego schematu, w szczególności wskazującego miejsca przyłożenia sił oraz sposób utwierdzenia analizowanych elementów.

## Literatura

- Ijagbemi C. O., Oladapo B. I., Campbell H. M. i Ijagbemi C. O., "Design and simulation of fatigue analysis for a vehicle suspension system (VSS) and its effect on global warming". W: *Procedia engineering* 159 (2016), s. 124–132. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.08.135.
- [2] Morawski E., *Polonez*. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, 2005. ISBN: 8320614899.
- [3] PN-EN 10152:2017-03, Wyroby plaskie stalowe walcowane na zimno ocynkowane eleketrolitycznie do obróbki plastycznej na zimno – Warunki techniczne dostawy.
- [4] Ryu W. i Zhou G., "Optimal Locations of Springs and Dampers of Planar Car Suspension Model Considering Roll Stability". W: *IFAC--PapersOnLine* 54.10 (2021). 6th IFAC Conference on Engine Powertrain Control, Simulation and Modeling E-COSM 2021, s. 418–423. ISSN: 2405-8963. DOI: 10.1016/j.ifacol.2021.10.198.
- [5] Studziński K., Samochód: teoria, konstrukcja i obliczanie. WNT, 1980.
   ISBN: 83-206-0038-3.
- [6] Żuczek R., Pysz S. i Karwiński A., "Konwersja materiałowo-konstrukcyjna elementu kutego na odlewany". W: Prace Instytutu Odlewnictwa 49 (2009), s. 23–36.

## 4. Hamulec bębnowy

Układ hamulcowy ma za zadanie wytworzenie na kołach jezdnych momentów hamujących, w postaci momentów sił tarcia, o zwrocie przeciwnym do kierunku obrotu kół podczas jazdy. Skuteczność działania układu hamulcowego charakteryzowana jest poprzez [8]:

- drogę hamowania na jezdni o nawierzchni suchej i mokrej, do których przypisane są znormalizowane wartości współczynnika tarcia oraz prędkość przy której rozpoczyna się proces hamowania,
- możliwość uzyskania opóźnienia hamowania nie mniejszego ni<br/>ż $0.8\cdot g,$
- warunek, że podczas hamowania nie może nastąpić blokowanie kół przez hamulce kół tylnych. W przypadku zainicjowania gwałtownego hamowania blokowanie kół tylnych powinno być poprzedzone zablokowaniem kół przednich,
- sprawność systemów ABS, przeciwdziałających blokowaniu kół pojazdu, dla wszystkich modeli podlegających homologacji według aktualnie obowiązujących przepisów prawa.

W samochodach stosowane są wyłącznie hamulce cierne. Energia kinetyczna samochodu, w efekcie zadziałania hamulców, zostaje zamieniona na ciepło rozpraszane do atmosfery. Nacisk pomiędzy elementami trącymi powoduje powstanie w elementach hamulców naprężeń stycznych oraz uleganie deformacjom. Zaletą hamulców ciernych jest prosta budowa, niezawodność działania w warunkach eksploatacji pojazdów oraz zdolność przetwarzania dużych ilości energii w jednostce czasu przy małych wymiarach i masie elementów. W hamulcach bębnowych elementem obracającym się, związanym z piastą koła jezdnego, jest bęben hamulcowy (ang. *drum brake*) o wewnętrznej powierzchni roboczej. Wewnątrz bębna umieszczone są szczęki (ang. *brake shoe*) z powierzchniami roboczymi w postaci okładzin ciernych (ang. *brake shoe*) z powierzchniami roboczymi w postaci okładzin ciernych (ang. *brake lining*). W procesie konstruowania hamulców obliczany jest moment tarcia generowany na obydwu szczękach oraz intensywność odprowadzenia ciepła. Do oceny tego ostatniego parametru należy przeprowadzić obliczenia bilansu cieplnego przy hamowaniu koła.

## 4.1. Model geometryczny hamulca bębnowego

Analizie sprzężonej z wykorzystaniem MES, obejmującej wyznaczanie wartości naprężeń i odkształceń, również jako wynik zmiany pól temperatury, poddano hamulec bębnowy stosowany w tylnych kołach samochodu Fiat<sup>®</sup> Punto. Wymiary elementów hamulca bębnowego pochodzą z pomiarów przeprowadzonych na obiektach rzeczywistych oraz z danych katalogowych. Niektóre kształty geometryczne elementów składowych hamulca bębnowego zostały uproszczone i sprowadzone do prostych brył, co ułatwiło późniejszą dyskretyzację modelu i skróciło czas symulacji. Model bębna hamulcowego został utworzony w oparciu o wymiary znajdujące się na rysunku 4.1a. Rysunek ten odpowiada komercyjnie produkowanemu bębnowi hamulcowemu. Wymiary modelu przyjętego do obliczeń, po uwzględnieniu uproszczeń konstrukcji, zostały przestawione na rysunku 4.1b. Jak widać, szczegóły takie jak: otwory, zaokrąglenia i osłony zostały w nim pominięte.



Rys. 4.1. Bęben hamulcowy opracowany na podstawie rzeczywistej konstrukcji: a) szczegółowy szkic; b) rysunek uproszczony modelu przygotowanego do obliczeń

Podczas budowy modelu okładziny ciernej korzystano z katalogów części samochodowych zawierających odpowiednie dane techniczne układu hamulcowego samochodu Fiat<sup>®</sup> Punto. Przyjęto następujące, wstępne wymiary okładzin ciernych: szerokość 32 mm; średnica zewnętrzna okładziny 180 mm; grubość okładziny ciernej 5 mm; miara łukowa kąta tworzącego okładzinę cierną 93°. Kąt opasania okładziny ciernej nie jest podawany w żadnej z dostępnych publikacji pomimo tego, że ma istotny wpływ na wymiary powierzchni tarcia. Jego wartość określono jednak korzystając z rysunków katalogowych odpowiednich części oraz modułu Sketch Tracer w programie Catia V5.

Dla innej konstrukcji szczęki wartość kąta opasania okładziny ciernej można wyznaczyć dysponując, np. cyfrowym zdjęciem badanego obiektu oraz używając dowolnego programu graficznego lub innej metody pomiaru kąta, wybranej w zależności od wymaganej dokładności. Przy wyznaczaniu wartości kąta skala obrazu nie ma znaczenia, choć większą dokładność można uzyskać dysponując większym obrazem (o większej rozdzielczości).

Pierwotny model okładziny, którą zastosowano do analizy przeprowadzonej w programie Abaqus, utworzono przy pomocy oprogramowania Catia V5. Na rysunku 4.2 przedstawiono wymiary przyjętej do obliczeń okładziny ciernej.



Rys. 4.2. Uproszczony model okładziny ciernej z zaznaczonymi wymiarami

Analiza wytrzymałościowa i cieplna przeprowadzona została dla dwóch konstrukcji hamulców bębnowych: ze szczękami w układzie simplex (ang. single leading) i duplex (ang. twin leading). Na rysunku 4.3 przedstawiono geometrię szczęk hamulcowych zamocowanych w układzie simplex. W tabeli 4.1 zawarto zestawienie oznaczeń parametrów konstrukcyjnych szczęki hamulcowej oraz ich wartości przyjęte do dalszych obliczeń. Na rysunku 4.4 przedstawiono wymiary modelu geometrycznego pojedynczej szczęki hamulcowej.



Rys. 4.3. Geometria szczęki hamulcowej pracującej w układzie simplex

Parametr	Jednostka	Wartość
Kąt osi zawiasu, $\theta_p$	0	25,0
Kąt początku okładziny, $\theta_{sb}$	0	18,5
Kąt opasania okładziny $\theta_s$	0	93,0
Promień położenia sworznia, $R_p$	mm	76,5
Promień bębna, $R_D$	mm	90,0
Promień położenia tłoczka hamulcowego, ${\cal R}_a$	mm	69,3

Tab. 4.1. Parametry konstrukcyjne szczęki hamulcowej

## 4.2. Dane materiałowe przyjęte do analizy

Materiałem przypisanym do modelu bębna hamulcowego było żeliwo o takich samych właściwościach materiałowych jak te, zaprezentowane w publikacji [3]. Niezbędne do symulacji parametry materiałowe szczęki hamulcowej zostały przedstawione w tabeli 4.2. Oprócz gęstości i właściwości wytrzymałościowych typowych dla materiału sprężystego, ze względu na charakter prowadzonych symulacji, znajdują się w niej podstawowe parametry cieplne.



Rys. 4.4. Wymiary szczęki hamulcowej bez naklejonej okładziny

Tal	b. 4.2.	Podstawowe	parametry 2	żeliwa o	zawartości	węgla	około	4%	$\mathbf{masy}$	[7	]
-----	---------	------------	-------------	----------	------------	-------	-------	----	-----------------	----	---

Parametr	Jednostka	Wartość
Moduł Young'a, E	GPa	111,7
Współczynnik Poisson'a, $\nu$		0,38
Gęstość, $\rho$	${ m kg}{ m m}^{-3}$	7000
Przewodność cieplna	$ m mWmm^{-1}K^{-1}$	47
Współczynnik rozszerzalności cieplnej	$K^{-1}$	1,08e-5
Ciepło właściwe	$\rm Jkg^{-1}K^{-1}$	460,5

Założono, że okładziny cierne hamulca bębnowego są wykonane z kompozytu [2, 4]. Do modelu okładzin hamulca przyjęto parametry materiałowe przedstawione w tabeli 4.3.

Tab. 4.3. Właściwości materiałowe kompozytu na okładzinę cierną [2]

Parametr	Jednostka	Wartość
Moduł Young'a, E	GPa	2,2
Współczynnik Poisson' a $\nu$		0,24
Gęstość, $\rho$	${ m kg}{ m m}^{-3}$	1450
Przewodność cieplna	$ m mWmm^{-1}K$	$1,\!1$
Współczynnik rozszerzalności cieplnej	$K^{-1}$	1, 1e-5
Ciepło właściwe	$\rm Jkg^{-1}K^{-1}$	1200

Szczęka hamulcowa przyjęta do obliczeń wytrzymałościowych jest wykonana ze stali konstrukcyjnej. Zestawienie wartości parametrów dla stali zawarto w tabeli 4.4.

Parametr	Jednostka	Wartość
Moduł Young'a, E	GPa	210,2
Współczynnik Poisson'a, $\nu$		0,3
Gęstość, $\rho$	${ m kg}{ m m}^{-3}$	7800
Przewodność cieplna	$ m mWmm^{-1}K^{-1}$	58
Współczynnik rozszerzalności cieplnej	$\mathrm{K}^{-1}$	1,18e-5
Ciepło właściwe	$\rm Jkg^{-1}K^{-1}$	502,4

Tab. 4.4. Właściwości materiałowe stali konstrukcyjnej [6]

Z tabel 4.2–4.4 można zauważyć, że materiały trzech elementów hamulca mają porównywalne: współczynnik Poisson'a oraz liniową rozszerzalność cieplną. Wartości pozostałych parametrów różnią się co najmniej o rząd wielkości.

## 4.3. Założenia analizy wytrzymałościowej MES

Analiza wytrzymałościowa w rozpatrywanym przypadku jest sprzężona, ponieważ dotyczy zarówno naprężeń jak i rozkładu ciepła. Wymagane jest więc dodatkowo zadanie odpowiednich warunków początkowych i właściwości cieplnych materiału. Chociaż sam przebieg symulacji jest dość długi, to prowadzi się ją dla krótkiej podstawy czasu rzeczywistego.

#### 4.3.1. Utwierdzenie i napęd bębna hamulcowego

Ustalono typ analiz jako Dynamic, Temp-disp, Explicit. Nie stosowano skalowania masy. Ustawiono eksport wyników do plików typu ODB (Output Data Base), w liczbie 600 klatek wynikowych w równych odstępach czasu. Wynika z tego, że co 500 µs zapisywane były kolejne zestawy danych, co pozwoliło na optymalnie dokładną analizę zmian wartości wyników, względem miejsca na dysku zajmowanego przez te pliki. W module Load, przy pomocy narzędzia zadawania warunków brzegowych (Create Boundary Contidion), wpisano prędkość obrotową typu Velocity, aktywną w pierwszym kroku analizy. Przypisano ją do punktu referencyjnego "obrot" połączonego więzami kinematycznymi (Coupling) do wewnętrznej powierzchni otworu bębna w sposób przedstawiony na rysunku 4.5. W przypadku definicji prędkości obrotowej dla punktu referencyjnego zablokowano wszystkie pozostałe stopnie swobody, wybierając opcje przedstawione na rysunku 4.6. Tylko w fazie Initial pozostawiono wolny stopień swobody VR2 dla obrotu bębna wokół jego osi.



Rys. 4.5. Okno polecenia Constraint manager z możliwością wyboru wiązania kinematycznego punktu referencyjnego



Rys. 4.6. Okno programu Boundary condition ze zdefiniowanymi warunkami brzegowymi dotyczącymi obrotu bębna hamulcowego

W dalszej części zdefiniowano kolejną prędkość obrotową, aktywną w następnym kroku obliczeń, przy pomocy okna Predefined field przedstawionego na rysunku 4.7. Prędkości obrotowe w kroku początkowym i pierwszym kroku obliczeń były równe i miały ten sam zwrot. Wobec tego cały bęben jako bryła miał jednakową prędkość kątową. Ponadto dla bocznej ściany bębna zablokowano możliwość przemieszczania wzdłuż osi obrotu bębna, w sposób przedstawiony na rysunku 4.8. Wspomniana powierzchnia jest tą, która w rzeczywistej konstrukcji przylega do obręczy koła. Pominięcie ustawienia blokady tego przemieszczenia powodowałoby nienaturalny ruch bębna i prowadziłoby do błędnych wyników analizy.



Rys. 4.7. Okno polecenia Predefined field z wypełnionym polem prędkości kątowej zdefiniowanej dla bębna hamulcowego



Rys. 4.8. Okno wyboru Boundary condition z warunkami brzegowymi przypisanymi do powierzchni czołowej bębna hamulcowego

## 4.3.2. Utwierdzenie szczęk i okładzin

W otworach szczęk zdefiniowano punkty referencyjne połączone więzami sprzęgającymi (Coupling) typu kinematycznego z wewnętrznymi powierzchniami otworów. W module Load, przy użyciu menadżera warunków brzegowych, zablokowano tym punktom stopnie swobody zgodnie z rysunkiem 4.9. Pozostawiono jedynie możliwość obrotu szczęki wokół osi otworu. Okładziny zostały przymocowane do szczęk przy pomocy wiązań typu Tie, jak to przedstawiono na rysunku 4.10, przy czym powierzchnię typu Master stanowiła szczęka. Obie szczęki z okładzinami zostały wstępnie obrócone o kąt 0,1° wokół osi otworów mocujących, w celu uzyskania luzu pomiędzy powierzchnią cierną okładziny a wewnętrzną powierzchnią walcową bębna hamulcowego.



Rys. 4.9. Okno Boundary condition z przypisanymi warunkami brzegowymi otworu pod sworzeń mocujący w szczęce hamulcowej



Rys. 4.10. Okno polecenia Edit constrint z przypisanym wiązaniem typu Tie łączącym szczękę i okładzinę

## 4.3.3. Siła docisku szczęk

Ciśnienie pomiędzy okładziną cierną a wewnętrzną powierzchnią bębna wynosi 1 MPa. Na tej podstawie można oszacować wartość siły uruchamiającej szczękę. Wiedząc, że ciśnieniu temu odpowiada dokładnie siła o wartości 1 N działająca na powierzchni 1 mm<sup>2</sup>, obliczono powierzchnię okładziny jako równą 4674,69 mm<sup>2</sup>. Siła uruchamiająca szczękę wynosiła więc 4674,69 N. Należy pamiętać, że rozkład naprężeń w okładzinach hamulców bębnowych

nie jest jednorodny, a obliczona siła ma wartość uśrednioną, określoną na podstawie nacisku powierzchniowego. Siłę rozpierającą przyłożono do obydwu szczęk zgodnie z rys. 4.11. Zastosowano obciążenie typu Presure z ustawieniem opcji jego rozkładu na Total force.



Rys. 4.11. Okno Load manager do ustawiania obciążenia w postaci ciśnienia dociskającego szczękę do bębna

## 4.3.4. Prędkość pojazdu

Założono, że prędkość obrotowa bębna hamulcowego podczas analizy jest stała i wynosi 125 rad s<sup>-1</sup>. Na tej podstawie obliczono prędkość pojazdu przy zastosowaniu zależności zamieszczonych w literaturze [11]. W tym celu prędkość kątową przeliczono na liczbę 71619,7 pełnych obrotów koła na godzinę. Prędkość rozpatrywano dla pojazdu wyposażonego w oponę o oznaczeniu  $185 \times 55$  R15, dla której:

- szerokość opony wyrażona w milimetrach, mierzona między bokami opony od ich zewnętrznych stron, wynosi 185 mm;
- względna wysokość profilu, która jest ilorazem wysokości boku do szerokości opony, wynosi 55%;
- średnica obręczy do montażu opony jest równa 15".

Przy użyciu tych wartości wysokość opony obliczono według wzoru (4.1).

$$H = 185 \,\mathrm{mm} \cdot 55 \,\% = 101,75 \,\mathrm{mm} \tag{4.1}$$

Promień obręczy wyrażony w milimetrach obliczono według wzoru (4.2).

$$r = \frac{15" \cdot 25,4 \,\mathrm{mm/"}}{2} = 190,5 \,\mathrm{mm} \tag{4.2}$$

Promień dynamiczny opony samochodowej o podanym oznaczeniu oblicza się według wzoru (4.3).

$$r_d = 0.97 \cdot (H+r) = 0.97 \cdot (101.75 \,\mathrm{mm} + 190.5 \,\mathrm{mm}) \approx 283.5 \,\mathrm{mm}$$
 (4.3)

gdzie:

 $r_d$  [mm] – promień dynamiczny opony,

H [mm] – wysokość opony,

 $r \quad [mm] - promień obręczy koła.$ 

W dalszej kolejności, ze wzoru (4.4) możliwe było obliczenie obwodu koła, odpowiadającego drodze, pokonanej w czasie jednego jego obrotu.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r_d = 2 \cdot \pi \cdot 283,5 \,\mathrm{mm} \approx 1781,16 \,\mathrm{mm} \tag{4.4}$$

gdzie:

L [mm] – obwód koła.

Wynik obliczeń przeprowadzonych według równania (4.4) pomnożono przez uzyskaną wcześniej wartość prędkości (71619,7 h<sup>-1</sup>) i otrzymano wartość liniowej prędkości pojazdu wynoszącą 127,5 km h<sup>-1</sup>.

## 4.3.5. Interakcje cieplne

Podczas modelowania przepływu ciepła korzystano ze wskazówek zawartych w publikacjach [1, 9]. Początkowo zdefiniowano emisję powierzchniową ciepła dla pierwszego kroku obliczeniowego. Zastosowany typ interakcji to Surface Radiation. Konieczne było utworzenie odpowiedniej amplitudy i zdefiniowanie czasu jej narastania. Jako region emisji ciepła oznaczono całą powierzchnię bębna. Odpowiednie okna użyte do zdefiniowania emisji, wraz z wpisanymi w nie parametrami, przedstawiono na rys. 4.12.



Rys. 4.12. Zdefiniowanie powierzchniowej emisji ciepła z bębna hamulcowego przy pomocy polecenia Edit interaction

Kolejnym krokiem było określenie właściwości interakcji przy użyciu narzędzia Interaction property. Zdefiniowano wartości parametrów związanych z zachowaniem elementów podczas styku powierzchniowego, przewodnością cieplną oraz generowaniem ciepła. Następnie utworzono interakcję typu General contact, w której wykorzystano wcześniej zdefiniowane właściwości kontaktu. Sposób wypełnienia poszczególnych okien przedstawiono na rysunku 4.13.

- Edit Contact Property		- Edit Contact Property
- Edit Contact Property	- Edit Contact Property	Name IntProp.1
Name: IntProp-1	Name: IntProc 1	C. H. I.D. H. O.F.
Contact Property Options	Contrat Departs Cations	Contact Property Options
Tangential Behavior	Contact Property Options	Tangential Behavior
Thermal Conductance	Tangential Behavior	Thermal Conductance
Heat Generation	Thermal Consuctance	Heat Generation
Mechanical Ihermal Electrical	Mechanical Internal Electrical	Mechanical Thermal Electrical
Tangential Behavior	Thermal Conductance	Heat Generation
no de la		Fraction of dissipated energy caused by friction or electric
Friction formulation: Penaity	Definition: Tabula:	currents that is converted to heat:
Friction Shear Stress Elastic Slip	Use only clearance-dependency data	<ul> <li>Use default (1.0)</li> </ul>
Directionality:      Isotropic      Anisotropic (Standard only)	Use only pressure-dependency data	Specify:
Use slip-rate-dependent data	Use both clearance and pressure dependency data	Fraction of converted heat distributed to slave surface:
Use contact-pressure-dependent data	Glearance Dependency Pressure Dependency	Use default (0.5)
Use temperature-dependent data	🔲 Use temperature-dependent data	C Specific
Number of field variables: 0	Use mass flow rate-cependent data (Standard only)	C short
	Number of field variables: 0 1	
Friction		
0.3	Conductance Pressure	
	100 0	
	5000 500	

Rys. 4.13. Przykład definiowania właściwości interakcji typu General contact

Ostatnia interakcja, o nazwie Stan\_ogrzewania, utworzona została dla pierwszego kroku obliczeniowego. Jest to interakcja typu Surface film condition i odnosi się do całej powierzchni bębna. Określone w niej parametry przedstawiono na rys. 4.14.

Interaction Manage			×	
Name         Ini           ✓         Emisja            ✓         Int-1         Cri           ✓         Stan_ogrzewai	tial Dynamika_1 Created ated Propagated Created		Edit Move Left Move Right Activate Deactivate	0 0 0
Step procedure: Dyn Interaction type: Surf Interaction status: Crea Create	emic, Temp-disp, Explicit ace film condition ted in this step Copy Rename	Delete Di	ismiss	
	Name: Stan_ogrzewania Type: Surface film condi Step: Dynamika_1 (Dyna Surface: Surf-2	tion mic, Temp-disp, Explicit)		
	Definition: Film coefficient: Film coefficient amplitude Sink definition: Sink temperature: Sink amplitude:	Embedded Coefficient • 0.1 (Instantaneous) • Uniform • 20 Amp-1 •	f(x)	

Rys. 4.14. Okno Interaction manager służące do zdefiniowania współpracy okładzin z bębnem podczas wydzielania się ciepła tarcia

## 4.4. Dyskretyzacja modeli

W kolejnym kroku modele bryłowe podzielono na partycje oraz skończoną liczbę elementów. Ze względu na założony sposób analizy konstrukcji, elementy na które podzielono poszczególne instancje musiały charakteryzować się właściwościami cieplnymi. Spośród różnych rodzajów elementów dostępnych w programie Abaqus, te które spełniają wspomniany warunek mają oznaczenie kodowe kończące się wielką literą T. Zgodnie ze sztuką, przewidziano rozmiar elementów w taki sposób, aby na grubości każdego z modeli występowały co najmniej trzy elementy skończone.

#### 4.4.1. Numeryczny model bębna

Przed podziałem na elementy model bębna został podzielony na partycje w sposób widoczny na rysunku 4.15. Cały bęben podzielono na cztery części o symetrii osiowej.



Rys. 4.15. Model bębna podzielony na partycje

Geometryczny model bębna hamulcowego został dyskretyzowany poprzez podzielenie na elementy skończone typu C3D8RT, o kształcie sześciennym. Podział został dokonany techniką Structured. Przydzielono typ elementu z biblioteki Explicit, z rodziny Coupled temperature displacement, który jest właściwym wyborem dla liniowego typu analizy. Dodatkowo przy definicji typu elementu zaznaczono opcję Reduced integration, która nie jest zaznaczona domyślnie w programie Abaqus<sup>®</sup>. Bęben został podzielony na 14 194 elementów, dla których liczba węzłów wyniosła 20 536. Model bębna hamulcowego podzielonego na elementy skończone przedstawiono na rysunku 4.16. Osiowosymetryczna bryła, odzwierciedlająca kształt bębna, umożliwia uzyskanie równomiernego rozkładu siatki elementów, co jest korzystne z punktu widzenia kosztu obliczeniowego oraz dokładności wyników analizy.



Rys. 4.16. Model bębna podzielony na elementy skończone typu C3D8RT

#### 4.4.2. Dyskretyzacja modelu okładziny

Model okładziny hamulcowej podzielono na elementy skończone typu C3D8RT. Przydzielono im typ elementu z biblioteki Explicit, z rodziny Coupled temperature displacement, który jest przeznaczony do analizy liniowej. Dodatkowo przy definicji typu elementu zaznaczono opcję Reduced integration. Okładzina była podzielona techniką Sweep, według algorytmu Medial axis. Model okładziny podzielono na elementy, których liczba wynosiła 1551, przy liczbie węzłów 2304, w przypadku okładziny pełnej, przedstawionej na rysunku 4.17a.



Rys. 4.17. Okładziny podzielone na elementy skończone: a) okładzina pełna; b) okładzina z otworami

Dla okładziny z otworami, której analiza została zaproponowana w ramach modyfikacji, w okładzinie utworzono dziesięć otworów o średnicy 5 mm, rozmieszczonych parami w odległości kątowej co  $20^{\circ}$  na obwodzie okładziny. Odległość środka otworu od boku okładziny wynosiła 6 mm. Okładzina z otworami była podzielona techniką Sweep, według algorytmu Advancing front, gdyż w przypadku algorytmu Medial axis niektóre pojedyncze elementy ulegały zniekształceniu. Dodatkowo w tym przypadku zagęszczono podział do liczby 18 elementów występujących na obwodzie każdego z otworów, jak to przedstawiono na rysunku 4.18. Okładzina z otworami została podzielona na 6063 elementów, dla których liczba węzłów wynosiła 8640. Na rysunku 4.17 przedstawiono porównanie podzielonych na elementy skończone okładzin: pełnej oraz okładziny z dodatkowo wykonanymi otworami (rys. 4.17b).



Rys. 4.18. Zagęszczenie elementów w pobliżu otworów

Konstrukcja okładziny z otworami może odzwierciedlać przykład, dawniej wykorzystywanej, technologii łączenia okładziny ze szczęką za pomocą nitowania. W ramach tej technologii przewidywano możliwość usunięcia wyłącznie zużytej okładziny ciernej i ponownego nitowania nowej. Aktualnie dominującą technologią łączenia tych elementów jest klejenie, co wiąże się z koniecznością wymiany szczęki wraz ze zużytą okładziną.

#### 4.4.3. Podział modelu szczęki na elementy skończone

Trójwymiarowy model szczęki hamulcowej, w postaci pliku programu Catia o rozszerzeniu STP, został zaimportowany do programu Abaqus. Bezpośrednio po tym, dokonano partycjonowania szczęki na dwie części, w sposób przedstawiony na rysunku 4.19. Następnie część utworzona w programie Catia została podzielona na elementy skończone typu C3D8RT. Podział na elementy sześcienne został dokonany techniką Sweep – Medial axis. Wybrano do tego element z biblioteki Explicit, z rodziny Coupled temperature displacement, który jest właściwy dla analizy liniowej. Dodatkowo przy definicji typu elementu zaznaczono opcję Reduced integration. Ostatecznie model okładziny podzielono na 6984 elementy, którym odpowiadało 9928 węzłów. Szczękę hamulcową podzieloną na elementy skończone przedstawiono na rysunku 4.20.



Rys. 4.19. Partycjonowanie szczęki



Rys. 4.20. Szczęka hamulcowa podzielona na elementy skończone

## 4.5. Analiza sprzężona MES

Dyskretny model hamulca bębnowego, opracowany według przedstawionej wcześniej procedury, poddano symulacji MES. Przeprowadzono ją dla dwóch, istotnie różniących się funkcjonalnością, układów zabudowy szczęk: simplex i duplex. Cała analiza miała charakter sprzężonej, naprężeniowo--temperaturowej.

## 4.5.1. Zmiany temperatury elementów w układzie simplex

W układzie simplex jedna szczęka jest przeciwbieżna, a druga – współbieżna. Szczęka, która w trakcie uruchamiania hamulca obraca się w kierunku zgodnym z obrotem bębna podczas jazdy do przodu nazywana jest współbieżną, a ta obracająca się w przeciwnym kierunku – to szczęka przeciwbieżna. Złożenie do analizy numerycznej szczęk w układzie simplex przedstawiono na rysunku 4.21.



Rys. 4.21. Ułożenie szczęk w układzie simplex w bębnie hamulcowym

Rozkład temperatury w obrębie bębna hamulcowego przedstawiono na rysunku 4.22. Najwyższą temperaturę w bębnie, równą 179,9 °C, uzyskano dla elementu o numerze 10707. Element ten jest widoczny na przekroju bębna pokazanym na rys. 4.23. Znajduje się on po wewnętrznej stronie bębna i jest oznaczony kolorem czerwonym. Wykres zmian temperatury w czasie dla tego elementu przedstawiono na rys. 4.24.



Rys. 4.22. Rozkład temperatury w bębnie

Kolejnym elementem, wziętym pod uwagę przy analizie wartości temperatury, był element o numerze 11 908. Występuje on po stronie zewnętrznej powierzchni bębna i osiąga temperaturę 20,1 °C. Na rysunku 4.23 oznaczono go czerwoną obwódką z niebieskim wypełnieniem. Wykres zmian temperatury w czasie dla tego elementu przedstawiono na rysunku 4.25.



Rys. 4.23. Przekrój z widocznymi elementami o numerach 10707 (wewnątrz) oraz 11908 (na zewnątrz)



Rys. 4.24. Zmiany temperatury elementu 10707, znajdującego się po wewnętrznej stronie bębna, w czasie analizy



Rys. 4.25. Przebieg zmiany temperatury elementu 11 908 (zewnętrzna strona bębna) podczas analizy

Punkty, dla których obliczono maksymalną temperaturę na okładzinach ciernych szczęki współbieżnej i przeciwbieżnej przedstawiono na rysunku

4.26. Powierzchnia szczęki współbieżnej (rys. 4.26a) osiągnęła temperaturę 133,7 °C, a dla szczeki przeciwbieżnej (rys. 4.26b) temperatura jest nieco mniejsza i wynosi 128,88 °C.



Rys. 4.26. Temperatura okładziny szczęki: a) współbieżnej, b) przeciwbieżnej

## 4.5.2. Mapy rozkładu naprężeń w układzie simplex

Następnie przeprowadzono analizę wyników wytrzymałościowych elementów hamulca bębnowego. Dla okładziny szczęki przeciwbieżnej maksymalne naprężenia wyniosły 241 MPa i wystąpiły w obszarze najbliższym cylinderka hamulcowego, w miejscu pokazanym na rysunku 4.27a. Maksymalne naprężenie w przypadku tej konstrukcji, dla szczęki współbieżnej, było o wiele większe i wyniosło 412 MPa. Wystąpiło ono w sąsiedztwie mocowania szczęki na sworzniu, tak jak przedstawiono na rysunku 4.27b.



Rys. 4.27. Rozkład naprężeń w szczęce: a) przeciwbieżnej, b) współbieżnej

W bębnie hamulcowym duże wartości naprężeń zostały wygenerowane w dwóch obszarach. Pierwszy z nich leży na powierzchni czołowej bębna, gdzie znajduje się centralny otwór. Drugi obszar spiętrzenia naprężeń położony jest na wewnętrznej powierzchni walcowej, w miejscu jej styku z okładzinami szczęk hamulcowych. Obszary bębna podlegające oddziaływaniu szczęki współbieżnej cechowały się większymi naprężeniami (maksymalna wartość wyniosła 106 MPa) niż te, na które działała szczęka przeciwbieżna (70 MPa). Przykładowy rozkład naprężeń w materiale bębna został przedstawiony na rysunku 4.28, na którym czerwonymi okręgami oznaczono miejsca, gdzie zaobserwowano lokalnie maksymalne ich wartości.



Rys. 4.28. Mapa naprężeń w bębnie hamulcowym

Podsumowując można stwierdzić, że wytężenie elementów hamulca nie przekracza około 50% wartości ich wytrzymałości na rozciąganie. Wynika to z założeń konstrukcyjnych, gdzie wymagania odnośnie skuteczności tarcia i rozpraszania ciepła są kryterium ważniejszym niż ograniczenie masy elementów.

#### 4.5.3. Układ szczęk duplex

W układzie typu duplex obydwie szczęki hamulca działają współbieżnie. Oznacza to, że obie szczęki w trakcie rozpoczęcia hamowania muszą obracać się w kierunku zgodnym z obrotem koła podczas jazdy do przodu. Realizacja tego wymogu jest możliwa wtedy, jeżeli na każdą ze szczęk działa osobny rozpieracz. Celem zastosowania takiego układu jest zapewnienie równomiernego zużywania się okładzin ciernych obydwu szczęk hamulcowych. Położenie szczęk w bębnie dla układu duplex przedstawiono na rysunku 4.29.



Rys. 4.29. Ułożenie szczęk hamulcowych w bębnie dla układu duplex

## 4.5.4. Analiza cieplna hamulca bębnowego w układzie duplex

Rozkład temperatury w bębnie hamulcowym przedstawiono na rys. 4.30. Najwyższą temperaturę, równą 249,5 °C, obliczono dla elementu o numerze 11 140. Element ten jest widoczny na rysunku 4.31, na którym przedstawiono przekrój bębna. Znajduje się on po wewnętrznej stronie powierzchni walcowej.



Rys. 4.30. Rozkład temperatury w bębnie dla szczęk zamontowanych w układzie duplex

Wykres zmian temperatury w czasie dla elementu o numerze 11140 przedstawiono na rysunku 4.32. W części zewnętrznej bębna, po przeciwnej stronie elementu o najwyższej temperaturze, znajduje się element o numerze 12356, który osiąga temperaturę o wartości tylko 26,5 °C. Wykres zmian temperatury dla tego punktu przedstawiono na rysunku 4.33.



Rys. 4.31. Przekrój z widocznymi elementami 11140 (wewnątrz) i 12356 (na zewnątrz)



Rys. 4.32. Przebieg zmian temperatury elementu 11 140 znajdującego się po wewnętrznej stronie bębna



Rys. 4.33. Zmiana temperatury elementu 12356 znajdującego się po zewnętrznej stronie bębna

Maksymalna temperatura okładzin szczęk w układzie duplex była zbliżona dla obydwu szczęk i wynosiła 195,9 °C (rys. 4.34). W hamulcach obydwu konstrukcji temperatura bębna podczas pracy może być porównywalna, lecz hamulec zamontowany w układzie duplex odznacza się większą efektywnością hamowania ze względu na fakt, że obie szczęki są przemieszczane w położenie robocze współbieżnie z kierunkiem obrotu bębna.



Rys. 4.34. Rozkład temperatury okładzin szczęk działających w układzie duplex

## 4.5.5. Naprężenia w elementach układu duplex

W układzie duplex naprężenia wyliczone dla obydwu szczęk, które są zamontowane współbieżnie, charakteryzowały się podobnymi wartościami. Rozkład tych naprężeń przedstawiono na rysunku 4.35. Największe wartości naprężeń można zauważyć w obszarze mocowania każdej ze szczęk.



Rys. 4.35. Rozkład naprężeń w szczękach zamontowanych w układzie duplex

Naprężenia w bębnie współpracującym ze szczękami zamontowanymi w układzie duplex wynikały z nacisku szczęk hamulcowych i miały większe wartości głównie po zewnętrznej stronie bębna. Mapę tych naprężeń przedstawiono na rysunku 4.36. Dla obydwu szczęk, w miejscach odpowiadających ich współpracy z bębnem, naprężenia na bębnie miały podobną wartość i, w tym przypadku, wynosiły 113 MPa. Są to naprężenia o kilka megapaskali większe niż te, występujące w bębnie współpracującym ze szczękami zainstalowanymi w układzie simplex.



Rys. 4.36. Mapa rozkładu naprężeń w bębnie współpracującym ze szczękami w układzie duplex

## 4.6. Modyfikacja okładzin szczęk układu simplex

W opisywanej modyfikacji wprowadzono układ otworów w okładzinach hamulcowych. Modyfikacja ta była badana tylko pod kątem obciążeń cieplnych. Rozkład temperatury w materiale bębna został przedstawiony na rysunku 4.37. Najwyższą temperaturę w bębnie, równą 182,1 °C, uzyskano dla elementu o numerze 3856. Element ten znajduje się po wewnętrznej stronie bębna i zaznaczono go czerwoną obwódką na rysunku 4.38. Wykres zmiany temperatury w czasie dla tego punktu przedstawiono na rysunku 4.39.

Kolejny element poddany analizie miał numer 5072. Jego położenie również zaznaczono czerwoną obwódką i jest on widoczny na rysunku 4.38 po zewnętrznej stronie bębna. W trakcie analizy osiągnął on temperaturę 21,8 °C. Wykres zmian temperatury podczas hamowania dla tego punktu przedstawiono na rysunku 4.40.



Rys. 4.37. Rozkład temperatury w bębnie dla modyfikacji konstrukcji z otworami po czasie  $0,3\,\mathrm{s}$ 



Rys. 4.38. Przekrój z widocznymi elementami 3856 (wewnątrz) i 5072 (na zewnątrz)



Rys. 4.39. Przebieg zmiany temperatury elementu 3856 znajdującego się po wewnętrznej stronie bębna



Rys. 4.40. Przebieg zmiany temperatury elementu 5072 znajdującego się po zewnętrznej stronie bębna

Położenia miejsc, w których wystąpiły największe wartości temperatury na okładzinach szczęki współbieżnej i przeciwbieżnej przedstawiono na rysunku 4.41. Powierzchnia szczęki współbieżnej (rys. 4.41a) podczas analizy osiągnęła temperaturę 145,6 °C. Dla szczęki przeciwbieżnej, przedstawionej na rysunku 4.41b, maksymalna temperatura wyniosła dokładnie 10 °C mniej, czyli 135,6 °C.



Rys. 4.41. Porównanie map rozkładu temperatury okładzin szczęk: a) współbieżnej; b) przeciwbieżnej

# 4.7. Podsumowanie wyników przeprowadzonych analiz

Dane podsumowujące wyniki analiz cieplnych przedstawiono w postaci tabeli 4.5. Zawarto w niej maksymalne wartości temperatury osiągnięte w trakcie trzech przeprowadzonych analiz dla elementów po wewnętrznej i zewnętrznej stronie bębna hamulcowego oraz różnej konstrukcji i układu
zabudowy okładzin ciernych. Z przeprowadzonej analizy układu typu simplex wynika, że szczęka współbieżna bierze większy udział w procesie hamowania niż szczęka przeciwbieżna. Jest to spowodowane względnie większym naciskiem szczęki współbieżnej na bęben hamulcowy.

Element konstrukcji hamulca					
В	Bęben		adzina		
wewnątrz	na zewnątrz	współbieżna	przeciwbieżna		
Temperatura maksymalna dla konstrukcji typu, °C					
simplex					
179,9	20,1	133,7	128,9		
simplex z otworami w okładzinach					
182,1	21,8	145,6	$135,\! 6$		
	duplex				
249,5	26,5	195,9	-		

Tab. 4.5. Największe temperatury osiągnięte podczas analiz dla różnej konstrukcji hamulca bębnowego

Na rysunku 4.42 przedstawiono porównanie zmian maksymalnych wartości temperatury elementów położonych na powierzchni wewnętrznej bębna, dla poszczególnych układów, w funkcji czasu. Na wykresie tym zauważyć można, że w przypadku układu duplex temperatura od wewnętrznej strony bebna rośnie w bardziej liniowy sposób niż w układzie simplex. W tym ostatnim układzie widoczny jest mniejszy gradient temperatury w czasie, gdy badany element bebna znajdował się od strony szczeki przeciwbieżnej, która – jak wcześniej zauważono – bierze mniejszy udział w procesie hamowania. W przypadku modyfikacji okładziny w postaci wykonania otworów, temperatura maksymalna wewnetrznej strony bebna była podczas analizy wyższa w porównaniu do układu simplex. Jednak w końcowej fazie analizy temperatura bebna współpracującego z obydwoma tymi konstrukcjami okładzin wyrównuje się. Porównanie zmian temperatury maksymalnej obliczonej w trakcie poszczególnych symulacji, dla elementów znajdujących się po zewnętrznej stronie bębna, przedstawiono na rysunku 4.43. Temperatura maksymalna rośnie początkowo w zbliżonym tempie dla wszystkich analizowanych przypadków. Jednak po czasie 0,12 s zaczyna ona rosnać szybciej dla konstrukcji duplex niż w pozostałych układach. Po analizie przeprowadzonej dla okładziny z otworami, można stwierdzić, że temperatura w końcowej fazie symulacji również zwiększa się względem temperatury obliczonej dla układu simplex.



Rys. 4.42. Porównanie zmian maksymalnej temperatury dla elementów na powierzchni wewnętrznej bębna w konstrukcji różnego typu



Rys. 4.43. Porównanie zmian maksymalnej temperatury dla elementów na powierzchni zewnętrznej bębna w konstrukcji różnego typu

Obydwie okładziny zainstalowane w układzie duplex nagrzewają się tak samo, co potwierdza poprawność założenia, że bardziej skomplikowana konstrukcja układu duplex ma służyć równomiernemu zużywaniu się okładzin. W przytoczonych w podrozdziale 4.5 przykładowych analizach tego typu, gdzie zadawano zupełnie odmienne warunki początkowe, temperatura bębna w przypadku analizy ze źródła [5], wynosiła 218,2 °C. Uwzględniając te inne warunki i założenia wstępne poczynione we wspomnianej publikacji można wysnuć wniosek, że wartości temperatury otrzymane podczas przedstawionych tutaj analiz są realnie możliwe do osiągnięcia.

Rozkład temperatury w bębnie hamulcowym opisany w podrozdziale 4.5 jest porównywalny z wynikami zawartymi w publikacjach [10, 12] co świadczy o tym, że badania zostały przygotowane i przeprowadzone w prawidłowy sposób. Największe naprężenia w bębnie hamulcowym powodowane są przez nacisk szczęk hamulcowych, który powoduje powstawanie zjawiska rozciągania na zewnętrznej powierzchni bębna, w okolicach początku i końca współpracującej z nim okładziny hamulcowej. Naprężenia te, obliczone od strony szczęki współbieżnej, są większe niż w przypadku szczęki przeciwbieżnej. Największe naprężenia w materiale szczęk w układzie simplex mają wartość 412 MPa dla szczęki współbieżnej i 241 MPa dla przeciwbieżnej. W układzie duplex są one większe i wynoszą 459 MPa. Wartości te można ocenić jako prawdopodobne.

Największe naprężenia w szczękach hamulcowych generowane są w okolicy występowania otworu przeznaczonego do współpracy ze sworzniem mocowania szczęki. Duże wartości naprężeń rozciągających występują również z powodu działania siły uruchamiającej szczękę, która generuje moment na ramieniu mającym oparcie w okolicach początku okładziny ciernej. Największe naprężenia występują w szczęce współbieżnej. Obserwowane są one niedaleko od mocowania szczęki i mają wartość 412 MPa w układzie simplex, a w układzie duplex – aż 459,1 MPa. W szczęce przeciwbieżnej układu simplex, największe naprężenia powstają na połączeniu szczęki z okładziną (przy krawędzi okładziny), a ich wartość wyniosła 241,2 MPa.

Zaproponowana symulacja została przeprowadzona przy założeniu stałej prędkości obrotowej bębna co odpowiada rzeczywistym warunkom wtedy, gdy na pojazd działa dodatkowa siła wymuszająca. Źródłem tej siły może być zjazd pojazdu ze wzniesienia.

### Literatura

- Damaziak K., Jachimowicz J. i Małachowski J., "Numeryczny model hamulca tarczowego". W: Mechanik 84.1 (2011), s. 53–53.
- [2] Ferodo Ltd., Brake Pad Data Sheets, Technical Properties. URL: https: //www.ferodo.com/support/commercial-vehicles/cv-frictionmaterial-data-sheets.html (term. wiz. 31.01.2022).
- [3] Gowthami K. i Balaji K., "Designing and analysis of brake drum". W: International Journal For Research In Applied Science & Engineering Technology (Ijraset) 4 (2016).

- [4] Jewtuszenko O., Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalonej generacji ciepła w elementach tarciowych układów hamulcowych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2014.
- [5] Kumar A. i Sabarish R., "Structural and thermal analysis of brake drum". W: *Middle-East Journal of Scientific Research* 20.8 (2014), s. 1012–1016.
- [6] PN-EN 10025-2:2019, Wyroby walcowane na gorąco ze stali konstrukcyjnych – Część 2: Warunki techniczne dostawy stali konstrukcyjnych niestopowych.
- [7] PN-EN 1563:2000, Odlewnictwo. Żeliwo sferoidalne.
- [8] Podoprigora N., Dobromirov V., Pushkarev A. i Lozhkin V., "Methods of Assessing the Influence of Operational Factors on Brake System Efficiency in Investigating Traffic Accidents". W: *Transportation Research Procedia* 20 (2017). 12th International Conference "Organization and Traffic Safety Management in large cities", SPbOTSIC-2016, 28-30 September 2016, St. Petersburg, Russia, s. 516–522. ISSN: 2352-1465. DOI: 10.1016/j.trpro.2017.01.084.
- Skrzat A., Modelowanie liniowych i nieliniowych problemów mechaniki ciała stałego i przepływów ciepła w programie ABAQUS. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2018. ISBN: 9788379341900.
- [10] Subramanyam D. i Sravani L., "Design and Analysis of Drum Brakes". W: International Journal of Research In Advance Engineering Technology 6.1 (2017).
- [11] Warczek J., "Metoda pomiaru promienia dynamicznego koła samochodowego". W: Zeszyty Naukowe. Transport/Politechnika Śląska (2010), s. 97–103.
- [12] Zhang K. i Yang C., "Calculation of Drum Brake Temperatures in Ten-Cycle Braking". W: Proceedings of the FISITA 2012 World Automotive Congress. Springer. 2013, s. 201–208. DOI: 10.1007/978-3-642-33835-9\_19.

# 5. Tarcza hamulcowa motocykla

Tarcza hamulcowa (ang. *disc break*) jest elementem, związanym z kołem jezdnym, na którym powstaje moment hamujący. Wymiary tarczy ograniczane są wymiarami obręczy koła ale jednocześnie jej wymiary bezpośrednio wpływają na wartość momentu hamującego. Konstrukcja tarczy musi też umożliwiać rozproszenie do otoczenia energii cieplnej, powstającej podczas procesu hamowania, co zapobiega jej przegrzaniu. W przypadku motocyklowych tarcz hamulcowych, procedury dotyczące projektowania i produkcji są jeszcze bardziej rygorystyczne niż dla tarcz stosowanych w samochodach. Wynika to z faktu, że tarcze te poddawane są wielokrotnym przeciążeniom występującym po sobie w krótkich odstępach czasu i związanymi z nimi gradientami temperatury, spowodowanymi szybkim nagrzewaniem i chłodzeniem powierzchni tarczy [1]. W hamulcach tarczowych stosowane są dwa rodzaje tarcz (rys. 5.1): wentylowane (ang. *drilled break disc*) i nacinane (ang. *slotted break rotors*). Tarcze wentylowane posiadają nawiercone otwory, które umożliwiają szybsze odprowadzenie ciepła.



Rys. 5.1. Tarcza hamulcowa motocyklowa: a) wentylowana; b) nacinana

Drugim typem tarczy są tarcze nacinane. Posiadają one nacięte z obydwu stron rowki o dowolnej geometrii. Rowki mogą występować na głębokości mniejszej od grubości tarczy lub być przelotowe. Zadaniem rowków jest chłodzenie tarczy, odprowadzanie pyłu, powstałego ze ścierania klocka, usuwanie zanieczyszczeń oraz wody. Różnice w wydajności odprowadzania ciepła tarcz hamulcowych wentylowanych oraz nacinanych są nieznaczne. Jednak to tarcze wentylowane wykazują większą zdolność rozpraszania ciepła niż tarcze nacinane. Pod względem konstrukcyjnym tarcze hamulcowe motocyklowe nie są jednolite, lecz są zespołami składającymi się z dwóch elementów: mocującego, tzw. piasty oraz elementu ciernego, który współpracuje z klockiem hamulcowym (ang. *break pad*). Łączenie tych dwu elementów odbywa się za pomocą śrub.

# 5.1. Model bryłowy tarczy hamulcowej

Przeprowadzona została analiza cieplna dwóch rodzajów tarcz hamulcowych: wentylowanej oraz nacinanej, które zamiennie były montowane w motocyklach Suzuki<sup>®</sup> GSX-R 600 K4 i K5 z lat produkcji 2004 – 2005. Wyniki analizy zostaną porównane z rozkładem temperatury na tarczy monolitycznej. Niezależnie od rodzaju tarczy hamulcowej, element mocujący (piasta) jest zunifikowana.

Główne wymiary elementu mocującego (piasty) są następujące:

- średnica zewnętrzna 200 mm,
- średnica otworu w miejscu osadzenia na obręczy koła $60\,\mathrm{mm},$
- grubość tarczy 6 mm.

Podstawowe wymiary części ciernej tarczy monolitycznej wynoszą:

- średnica zewnętrzna 300 mm,
- szerokość tarczy w miejscu styku z klockiem  $35\,\mathrm{mm},$
- grubość tarczy  $6\,\mathrm{mm}.$

Modele bryłowe tarcz hamulcowych przygotowanych do analizy przedstawiono na rysunku 5.2.



#### Rys. 5.2. Modele bryłowe tarcz hamulcowych: a) monolitycznej, b) wentylowanej, c) nacinanej, d) wentylowanej w złożeniu z klockiem hamulcowym

Wymiary gabarytowe tarczy hamulcowej wentylowanej są takie same jak w przypadku tarczy monolitycznej. W części ciernej tarczy, zostały nawier-

cone otwory o średnicy 7 mm. Tarcza nacinana w części ciernej posiada nacięcia po obydwu stronach tarczy w postaci dziewięciu promieniowo rozmieszczonych rowków o szerokości 1 mm. Oś rowków pokrywa się z osią otworów do mocowania części ciernej z elementem mocującym. Rowki te mają głębokość 2 mm.

Część klocka współpracująca z tarczą hamulcową ma 35 mm wysokości oraz 70 mm szerokości. Na klocku zostały wykonane nacięcia, zapewniające lepsze odprowadzanie ciepła i pyłu, powstałego wskutek ścierania materiału klocka hamulcowego. Nacięcia wykonane są na głębokość 2 mm, a ich szerokość wynosi 1 mm. Grubość klocka jest równa 7,5 mm, z czego część współpracująca z tarczą ma 5 mm grubości. Klocki montowane są w zaciskach i ustalane przy pomocy sworzni. Otwór ustalający ma średnicę 5 mm. Model bryłowy klocka hamulcowego, opracowany na podstawie przytoczonych wymiarów, przedstawiono na rysunku 5.3.



Rys. 5.3. Model bryłowy klocka hamulcowego

## 5.2. Przygotowanie modelu hamulca do analizy

Badania numeryczne przedstawionych tarcz hamulcowych zostały wykonane w programie Abaqus. Przy użyciu wszystkich trzech modeli tarcz (rys. 5.2a–c) był symulowany proces hamowania przy zadawaniu tych samych parametrów początkowych. W module Step utworzono dwa kroki obliczeniowe. Pierwszy z nich dotyczył wyłącznie początkowego etapu symulacji, związanego z samym zjawiskiem docisku klocków do obracającej sie tarczy. Ciśnienie powodujące docisk klocków do tarczy wynosi 0.1 MPa. Drugi krok obliczeniowy (step) dotyczył symulacji procesu hamowania przy jednoczesnym zwiekszeniu siły docisku klocków hamulcowych, powodujacej zwiększanie temperatury pomiędzy współpracującymi elementami. Ciśnienie powodujące docisk klocków do tarczy wynosiło 2 MPa. Przyjęto współczynnik tarcia, pomiędzy klockami hamulcowymi a tarcza hamulcowa, o wartości  $\mu = 0.3$ , podobnie jak w publikacji [4]. Czas narastania siły hamowania (nacisków pomiędzy klockiem a tarcza hamulcowa) przyjęto o wartości 0.3 s. natomiast temperaturze poczatkowej przypisano wartość 20 °C. Podczas ustalania warunków brzegowych, konieczne jest zablokowanie dwóch translacyjnych stopni swobody klocka hamulcowego w pierwszym kroku obliczeniowym (rys. 5.4). W drugim kroku należy wprowadzić modyfikacje, polegająca na zablokowaniu trzeciego stopnia swobody, aby klocek nie mógł sie cofnać. Podczas definiowania predkości obrotowej tarczy hamulcowej, przy stopniu swobody odpowiadającemu jej obrotowi wokół osi tarczy, wpisano wartość  $125.6 \text{ rad s}^{-1}$  co odpowiada około  $1200 \text{ min}^{-1}$ .



Rys. 5.4. Złożenie hamulca tarczowego z przypisanymi warunkami brzegowymi

Do obliczeń numerycznych elementu mocującego tarczy hamulcowej oraz elementów ciernych tarczy monolitycznej, wentylowanej i nacinanej, w programie Abaqus zostały przyjęte następujące dane:

- moduł Young'a E = 210 GPa,
- współczynnik Poisson'a  $\nu = 0,3,$

- gęstość  $\rho = 7860 \,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-3}$ ,
- przewodność cieplna  $48 \,\mathrm{mW}\,\mathrm{mm}^{-1}\,\mathrm{K}^{-1}$ ,
- współczynnik rozszerzalności cieplnej 1,26E-5 K<sup>-1</sup>,
- ciepło właściwe  $500 \,\mathrm{J \, kg^{-1} \, K^{-1}}$ .

Wszystkie elementy tarczy hamulcowej zostały zdefiniowane jako trójwymiarowe (3D), ciało odkształcalne typu Deformable, wykonane jako element bryłowy Solid. W module Mesh została nałożona siatka Hex, Sweep, Medial axis o globalnym zagęszczeniu równym 2. Następnie należało ustalić rodzaj elementu zastosowanego w dyskretyzacji, taki jak:

- Element library: Explicit,
- Geometric order: Linear,
- Typ family: Coupled Temperature-displacement.

Na wszystkie elementy została nałożona siatka heksagonalna, o liniowej funkcji kształtu, w sposób przedstawiony na rysunku 5.5. Należy zwrócić uwagę na miejscowe zagęszczenia siatki w pobliżu otworów i w miejscach zmiany geometrii brył opisujących piastę lub element cierny tarczy hamulcowej.



Rys. 5.5. Widok siatki Mesh na: a) mocowaniu tarczy hamulcowej; b) tarczy monolitycznej; c) tarczy wentylowanej; d) tarczy nacinanej

Do obliczeń numerycznych klocka hamulcowego w programie Abaqus zostały przyjęte następujące dane:

- moduł Young'a $E=6600\,{\rm MPa},$
- współczynnik Poisson'a  $\nu = 0,24,$
- gęstość  $\rho = 3000 \,\mathrm{kg} \,\mathrm{m}^{-3}$ ,
- przewodność cieplna  $1,1 \,\mathrm{mW}\,\mathrm{mm}^{-1}\,\mathrm{K}^{-1}$ ,
- współczynnik rozszerzalności cieplnej 1,1E-5 K<sup>-1</sup>,
- ciepło właściwe  $770 \,\mathrm{J \, kg^{-1} \, K^{-1}}$ .

Klocek hamulcowy jest zdefiniowany jako element 3D, ciało odkształcalne typu Deformable, wykonany jako element bryłowy Solid. W module Mesh

została nałożona siatka Hex, Sweep, Medial axis o globalnym zagęszczeniu równym 1, w sposób przedstawiony na rysunku 5.6.



Rys. 5.6. Model numeryczny klocka z nałożoną siatką Mesh

Nałożenie siatki MES i przypisanie warunków brzegowych na złożeniu hamulca jest ostatnim krokiem przygotowania modelu (rys. 5.7) do rozpoczęcia sprzężonej analizy wytrzymałościowej.



Rys. 5.7. Model numeryczny złożenia hamulca motocyklowego

# 5.3. Wyniki analizy cieplnej

Ogólną mapę rozkładu temperatury w modelu numerycznym tarczy monolitycznej, dla ostatniego kroku obliczeniowego, przedstawiono na rysunku 5.8. Materiał tarczy osiąga temperaturę maksymalną o wartości 217 °C. Obszar o podwyższonej temperaturze nie obejmuje całej powierzchni współpracy klocka z tarczą lecz jedynie jej fragment, o szerokości około 15 mm, ograniczony średnicą zewnętrzną. Maksymalna wartość temperatury w klocku hamulcowym osiąga 91 °C według mapy przedstawionej na rysunku 5.9. Zwiększona temperatura występuje na obszarze o szerokości około 15 mm, znajdującym się przy górnej krawędzi klocka. Rozkład tej temperatury jest nierównomierny.



Rys. 5.8. Wyniki rozkładu temperatury w tarczy monolitycznej



Rys. 5.9. Rozkład temperatury w klocku hamującym tarczę monolityczną

Drugim modelem, dla którego została przeprowadzona analiza, był model tarczy hamulcowej wentylowanej. Obecność otworów wentylacyjnych na czołowej powierzchni elementu ciernego spowodowała, że siatka MES rozłożona była nierównomiernie, z miejscowymi jej zagęszczeniami. W rezultacie uzyskano duży rozrzut wartości naprężeń na tej powierzchni. Spowodowało to konieczność przeprowadzenia dodatkowych modyfikacji właściwości elementów w module Mesh, w ramach podopcji S4R. Ogólną mapę rozkładu temperatury w modelu numerycznym, w odniesieniu do ostatniego kroku obliczeniowego, przedstawiono na rysunku 5.10. Maksymalne wartości temperatury osiągają poziom 173,4 °C i występują na obszarze o szerokości mniejszej niż zaobserwowana dla tarczy monolitycznej.



Rys. 5.10. Wyniki rozkładu temperatury w tarczy wentylowanej

Rozkład pola temperatury w klocku hamulcowym charakteryzuje się dwoma obszarami z zauważalnie wyższą temperaturą (rys. 5.11). Obszary te położone są wzdłuż górnej i dolnej krawędzi powierzchni trącej klocka. Temperatura na tych powierzchniach ma wartość 53 °C. Maksymalna wartość temperatury w klocku hamulcowym osiąga 63,6 °C.



Rys. 5.11. Rozkład temperatury w klocku hamującym tarczę wentylowaną

Nacięcia promieniowe wykonane na tarczy również w znacznym stopniu wpływały na proces dyskretyzacji oraz możliwość wykonania obliczeń numerycznych dla tego modelu. W tym przypadku zastosowano taką samą modyfikację jak dla tarczy wentylowanej oraz dodatkowe partycjonowanie. Ogólną mapę rozkładu temperatury uzyskaną dla tego modelu, w ostatnim kroku obliczeniowym, przedstawiono na rysunku 5.12. Maksymalne wartości temperatury osiągają na niej 194,6 °C.



Rys. 5.12. Mapa rozkładu temperatury w tarczy nacinanej

Na rysunku 5.13 został przedstawiony rozkład temperatury w klocku hamulcowym. Maksymalna wartość temperatury wynosi 78 °C. Podobnie jak na rys. 5.9, obszar podwyższonej temperatury znajduje się wzdłuż górnej krawędzi powierzchni trącej klocka hamulcowego.



Rys. 5.13. Rozkład temperatury w klocku hamującym tarczę nacinaną

# 5.4. Podsumowanie

W tym podrozdziale zamieszczono porównanie wyników uzyskanych podczas symulacji hamowania tarczy, dla różnej jej geometrii, z danymi publikowanymi w literaturze. Wyniki analizy MES wykazały, że tarcza wentylowana charakteryzuje się najlepszym rozpraszaniem ciepła powstającego wskutek procesu hamowania. Maksymalna temperatura tarczy tego typu osiągnęła 173,4 °C.

Można zauważyć, że tarcza nacinana również dobrze odprowadza wytwarzane ciepło, lecz jej właściwości są mniej korzystne od tarczy wentylowanej. Wartość temperatury tej tarczy wyniosła 194,6 °C. Większa temperatura, w porównaniu z wcześniej analizowaną konstrukcją, jest spowodowana wykonaniem nacięć nieprzechodzących przez całą grubość tarczy. Ponadto nacięcia te mają niewielką głębokość, wynoszącą 1 mm. W rzeczywistości tarcza z nacięciami, o geometrii takiej jak badana, została wycofana z użytkowania. Mając na uwadze wyniki przeprowadzonych symulacji można wskazać prawdopodobną przyczynę rezygnacji z tej konstrukcji jako niewystarczające właściwości odprowadzania ciepła. Obecnie stosowane są tarcze o rowkach przelotowych a przy tym mających większą szerokość.

Najwyższą temperaturę podczas symulacji osiągnęła tarcza monolityczna, której zdolność rozpraszania ciepła była najmniejsza. Dla pełnej tarczy obliczono maksymalną temperaturę równą 217 °C.

Z uwagi na znaczne różnice właściwości tarcz różniących się wyłącznie geometrią, postanowiono dokonać analizy doniesień literaturowych i ewentualnie z nimi porównać otrzymane wyniki symulacji. W artykule [5] przeanalizowano hamowanie z dwoma typami tarcz hamulcowych motocyklowych: monolitycznej i wentylowanej. Do przeprowadzenia symulacji ustalono następujące warunki brzegowe:

- cała energia kinetyczna w hamulcu tarczowym przetwarzana jest na energię cieplną tarcia,
- analiza przenikania ciepła obejmuje tylko przewodzenie i konwekcję,
- materiał tarczy jest jednorodny i izotropowy,
- efekty bezwładności, występujące podczas ruchu obrotowego są pomijalne,
- temperatura otoczenia jest równa 22 °C,
- wszystkie inne możliwe obciążenia tarczy hamulcowej są zaniedbane.

Materiał zastosowany do symulacji tarczy był gatunkiem żeliwa szarego, o wysokiej zawartości węgla i oznaczeniu EN-GJL-150. W trakcie procesu dyskretyzacji modelu wykorzystano siatkę tetragonalną. Wykazano, że hamulec tarczowy wentylowany i monolityczny posiadają zbliżoną skuteczność rozpraszania ciepła. Maksymalna temperatura tarczy wentylowanej wyniosła 51,45 °C, natomiast tarczy monolitycznej – osiągnęła wartość 52,13 °C.

Niestety w artykule [5] nie zamieszczono szczegółowych informacji dotyczących przeprowadzonych analiz, z których można byłoby wyliczyć siłę nacisku klocka hamulcowego do tarczy, w szczególności:

- ciśnienia płynu w układzie hamulcowym,
- pola powierzchni ciernej klocków hamulcowych,
- wymiarów tarcz.

Z tego powodu nie można przeprowadzić podobnej analizy MES do tej, której wyniki zaprezentowano w tej publikacji. Wyniki i wnioski tam zamieszczone znacznie odbiegają od zaproponowanych w tym podręczniku.

W artykule [2] zamieszczono wyniki badań, których celem była analiza zachowania tarcz hamulcowych pod wpływem zmiany temperatury. W procesie modelowania zostały przyjęte następujące założenia:

- średnia średnica tarczy hamulcowej 220 mm,
- współczynnik tarcia  $\mu = 0.7$ .

Do symulacji zastosowano dwa modele materiałów o charakterystycznych parametrach zestawionych w tabeli 5.1. W omawianym artykule analizę wytrzymałościową przeprowadzono dla dwóch rodzajów tarcz hamulcowych: tarczy monolitycznej i wentylowanej. W procesie dyskretyzacji modeli została nałożona siatka tetragonalna. W przypadku tarczy wykonanej z żeliwa szarego dla konstrukcji monolitycznej wyliczono temperaturę 88 °C, natomiast tarcza wentylowana miała 73,9 °C. W przypadku tarczy wykonanej ze stali odpornej na korozję temperatury podczas hamowania były znacznie wyższe. Tarcza monolityczna osiągnęła 293 °C, natomiast wentylowana 169,15 °C.

Denomenta	Todmostlyo	Materiał	
Farametr	Jednostka – żeli		stal
Przewodność cieplna, $\lambda$	$W  m^{-1}  K^{-1}$	52	36
Gęstość, $\rho$	${ m kg}{ m m}^{-3}$	7200	7100
Ciepło właściwe	$ m Jkg^{-1}$	447	320
Współczynnik rozszerzalności, $\alpha$	$\mathrm{K}^{-1}$	$0,\!15$	$0,\!12$
Moduł Young'a, ${\cal E}$	GPa	110	210
Współczynnik tarcia, $\mu$		0	,5
Prędkość kątowa, $\omega$	$ m rads^{-1}$	50,0	
Ciśnienie w układzie hamulcowym	MPa	1	,0

Tab. 5.1. Parametry przyjęte do symulacji dla badanych materiałów [2, 3]

Przedstawione wyniki są potwierdzeniem faktu, że tarcza monolityczna dla obydwu rodzajów materiału wykazuje większą tendencję do nagrzewania się niż tarcza wentylowana. W przytoczonym artykule stwierdzono, że najbardziej korzystne właściwości mają tarcze hamulcowe wentylowane wykonane z żeliwa szarego. Wnioski odnośnie lepszych właściwości tarczy hamulcowej wentylowanej są zbieżne z tymi, przedstawionymi w niniejszym podręczniku.

### Literatura

- Chomka G., Chudy J. i Tutkaj K., "Analiza rozkładu temperatury w częściach roboczych hamulca tarczowego". W: *Logistyka* 1 (2016), s. 196–203.
- Jaenudin Z., Jamari J. i Tauviqirrahman M., "Thermal analysis of disc brakes using finite element method". W: AIP Conference Proceedings. T. 1788. 1. AIP Publishing LLC. 2017, 030028:1–5. DOI: 10.1063/1. 4968281.
- [3] Jewtuszenko O., Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalonej generacji ciepła w elementach tarciowych układów hamulcowych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2014.
- Klimenda F., Soukup J. i Kampo J., "Heat distribution in disc brake".
   W: AIP Conference Proceedings. T. 1745. 1. AIP Publishing LLC. 2016, s. 020021. DOI: 10.1063/1.4953715.
- Zurin W., Talib R. i Ismail N., "Thermal analysis on motorcycle disc brake geometry". W: AIP Conference Proceedings. T. 30022. 2017. 1875. DOI: 10.1063/1.4998393.

### Obliczenia i symulacje wybranych elementów pojazdów

#### Streszczenie

Podręcznik ten powstał w celu zaprezentowania przykładów rozwiązywania problemów inżynierskich poprzez weryfikację obciążenia i/ lub wytężenia części istniejących konstrukcji. Przykłady dotyczą modeli pojazdów już niewytwarzanych, dla których – łatwiej niż dla nowych modeli – można znaleźć dane techniczne jak również wyniki dotychczas prowadzonych badań naukowych. Analizowane konstrukcje dobrano jednak w taki sposób, aby były reprezentatywne w odniesieniu do układów stosowanych we współcześnie wytwarzanych modelach samochodów i motocykli, przez co treść pracy nie traci na oryginalności. Dodatkowo czytelnicy mają możliwość adaptowania toku rozwiązań proponowanych zagadnień w miarę uzyskiwania dostępu do nowych danych technicznych. Są oni do tego wielokrotnie zachęcani wprost a także pośrednio poprzez odwołania do źródeł, odrębnie zebranych dla każdego z analizowanych problemów.

Praca zawiera po jednym rozdziale o charakterze wyłącznie analitycznym oraz syntetycznego zagadnienia modelowania. Zarówno ten pierwszy jak i ostatni są nietrywialnymi przykładami obliczeniowymi, ponieważ dotyczą odpowiednio: złożonego układu zawieszenia wyposażonego w drążek Panharda a także sprzężonej analizy naprężeniowo-cieplnej. Trzy rozdziały zamieszczone w środkowej części podręcznika mają układ hybrydowy, zawierający aspekty aktywności inżynierskiej oparte zarówno na analityce jak i symulacjach MES.

Modelowanie zostało pokazane na przykładach użycia czterech popularnych programów inżynierskich typu CAE. Każdy z tych programów jest dostępny w oparciu o licencję edukacyjną.

Podręcznik został opracowany w sposób uwzględniający wymogi zawarte w charakterystyce drugiego stopnia Polskiej Ramy Kwalifikacji (PRK) dla kształcenia na poziomie szóstym.

Słowa kluczowe: zawieszenie, układ hamulcowy, mapy naprężeń, analiza sprzężona

#### Calculations and simulations for selected vehicles components

#### Summary

This textbook is intended to provide examples of solving engineering problems by verifying load and/or effort of individual components of existing structures. The examples concern vehicles that are no longer manufactured because technical data and research results are more readily available for old vehicle models than for new ones. Nevertheless, the structures selected for analysis are representative of systems used in modern-day cars and motorbikes, which adds to the originality of this work. What is more, readers can adapt the proposed solutions to new technical data. They are encouraged to do so directly throughout the book, as well as indirectly through references to source materials that are given for every analysed problem separately.

The opening chapter is purely analytical, while the closing one offers a synthetic approach to modelling. These two chapters provide non-trivial computational examples because they deal with a complex Panhard rod suspension system and a coupled thermal-stress analysis, respectively. The three middle chapters have a hybrid layout and discuss various aspects of engineering activity based on both analytical and FEM simulations.

Modelling is demonstrated through examples of using four popular CAE software tools. Each of these tools is available under educational licence.

The textbook meets the requirements for the second stage descriptors of the Polish Qualifications Framework (in Polish: PRK, equivalent of EQF) level 6.

Keywords: suspension, braking system, stress maps, coupled analysis