



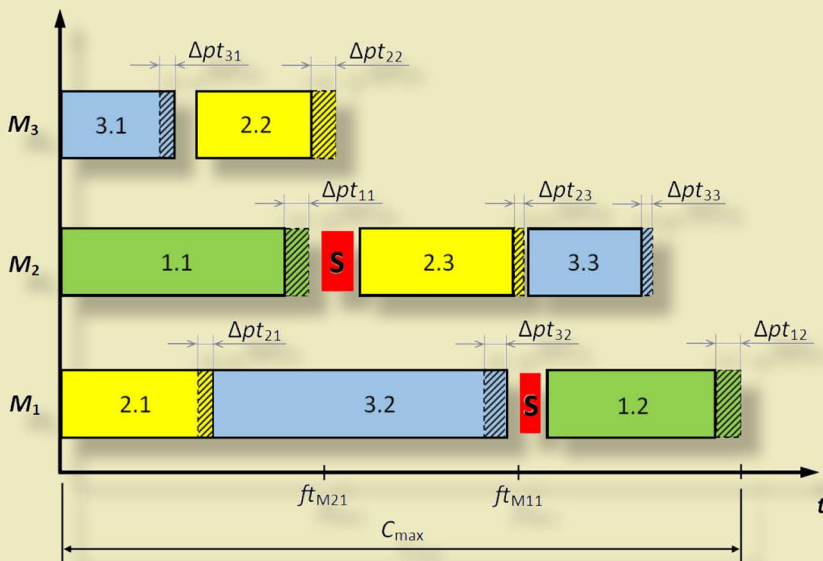
Łukasz Sobaszek

Antoni Świć

Arkadiusz Gola

Projektowanie harmonogramów odpornych w środowisku *Job-Shop* z wykorzystaniem narzędzi predykcji

MONOGRAFIE



Projektowanie harmonogramów
odpornych w środowisku *Job-Shop*
z wykorzystaniem narzędzi predykcji

Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska
Wydział Mechaniczny
ul. Nadbystrzycka 36
20-618 LUBLIN

Łukasz Sobaszek
Antoni Świć
Arkadiusz Gola

Projektowanie harmonogramów odpornych w środowisku *Job-Shop* z wykorzystaniem narzędzi predykcji



Wydawnictwo
Politechniki Lubelskiej

Lublin 2021

Recenzenci:

dr hab. inż. Dariusz Plinta, prof. ATH

Wydanie monografii zostało sfinansowane z Projektu Politechnika Lubelska – Regionalna Inicjatywa Doskonałości ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego na podstawie umowy nr 030/RID/2018/19

Monografia powstała na podstawie rozprawy doktorskiej autora „Metoda projektowania harmonogramów odpornych z wykorzystaniem narzędzi predykcji”, napisanej pod kierunkiem prof. dr. hab. inż. Antoniego Świcia obronionej w 2019 r. na Politechnice Lubelskiej

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2021

ISBN: 978-83-7947-489-9

Wydawca: Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej
www.biblioteka.pollub.pl/wydawnictwa
ul. Nadbystrzycka 36C, 20-618 Lublin
tel. (81) 538-46-59

Druk: Soft Vision Mariusz Rajski
www.printone.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl

Książka udostępniona jest na licencji Creative Commons Uznanie autorstwa – na tych samych warunkach 4.0 Międzynarodowe (CC BY-SA 4.0)

Nakład: 50 egz.

SPIS TREŚCI

STRESZCZENIE.....	8
ABSTRACT.....	9
Wykaz ważniejszych oznaczeń i skrótów.....	10
WSTĘP	13
1. PROBLEMATYKA HARMONOGRAMOWANIA PRODUKCJI W UJĘCIU LITERATUROWYM.....	15
1.1. Harmonogramowanie zadań w środowisku produkcyjnym	15
1.1.1. Rozwój harmonogramowania produkcji.....	15
1.1.2. Harmonogramowanie zadań produkcyjnych	16
1.1.3. Typowe środowiska produkcyjne	17
1.1.4. Metody harmonogramowania zadań produkcyjnych.....	18
1.2. Typowe problemy harmonogramowania produkcji	20
1.2.1. Klasyfikacja problemów harmonogramowania produkcji	20
1.2.2. Ograniczenia systemów gniazdowych.....	22
1.2.3. Rozwiązywanie problemów i ograniczeń.....	24
1.3. Charakterystyka zagadnienia odpornego harmonogramowania produkcji	25
1.4. Przegląd rozwiązań dotyczących odpornego harmonogramowania zadań produkcyjnych	27
1.4.1. Systemy klasy <i>flow-shop</i>	28
1.4.2. Systemy klasy <i>job-shop</i>	29
1.5. Dobór metody harmonogramowania zadań produkcyjnych w rzeczywistym systemie produkcyjnym	31
1.6. Kryteria oceny harmonogramów.....	36
1.6.1. Mierniki oceny harmonogramu nominalnego.....	36
1.6.2. Mierniki oceny harmonogramów odpornych	39
1.7. Predykcja czynników niepewności	43
1.7.1. Niepewność związana z awaryjnością maszyn technologicznych.....	43
1.7.2. Niepewność związana z czasem operacji technologicznych.....	47
1.8. Podsumowanie	49

2. METODA PROJEKTOWANIA HARMONOGRAMÓW ODPORNYCH Z WYKORZYSTANIEM NARZĘDZI PREDYKCJI	51
2.1. Geneza podjętych badań	51
2.2. Założenia metody projektowania harmonogramów odpornych z wykorzystaniem narzędzi predykcji	53
2.2.1. Ogólne założenia dotyczące proponowanej metody	53
2.2.2. Założenia dotyczący awarii maszyn technologicznych.....	54
2.2.3. Założenia dotyczące zmienności czasów operacji technologicznych.....	54
2.3. Model matematyczny rozpatrywanego problemu	55
2.4. Ogólny algorytm harmonogramowania zadań produkcyjnych z wykorzystaniem narzędzi predykcji	58
2.5. Algorytm predykcji czasu wystąpienia awarii	59
2.5.1. Analiza czasu pracy maszyny jako analiza czasu trwania.....	60
2.5.2. Zapis wiedzy historycznej	62
2.5.3. Estymacja prawdopodobieństwa i czasu wystąpienia awarii	64
2.6. Algorytm implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych	69
2.6.1. Szacowanie wielkości buforów serwisowych.....	69
2.6.2. Reguły doboru oraz implementacji buforów serwisowych	73
2.7. Algorytm predykcji zmienności czasów operacji technologicznych	80
2.7.1. Czas operacji jako zmienna losowa.....	80
2.7.2. Zapis wiedzy historycznej	82
2.7.3. Estymacja zmienności czasów operacji.....	84
2.8. Podsumowanie	97
3. WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA METODY	99
3.1. Warunki przeprowadzonych eksperymentów	99
3.2. Dane wykorzystane w procesie weryfikacji.....	100
3.3. Eksperyment 1 – harmonogramowanie z wykorzystaniem rzeczywistych danych produkcyjnych	102
3.3.1. Zastosowanie opracowanych algorytmów w zakresie predykcji awarii maszyn.....	102
3.3.2. Zastosowanie opracowanych algorytmów w zakresie predykcji zmienności czasów operacji technologicznych	108

3.3.3. Harmonogramowanie nominalne oraz odporne	115
3.3.4. Wyniki i wnioski	124
3.4. Eksperyment 2 – symulacja produkcji zgodnie z opracowanymi harmonogramami	136
3.4.1. Model środowiska produkcyjnego oraz warunki symulacji	136
3.4.2. Wyniki i wnioski	139
3.5. Podsumowanie	161
4. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE.....	162
BIBLIOGRAFIA	164
ZAŁĄCZNIKI	177

STRESZCZENIE

PROJEKTOWANIE HARMONOGRAMÓW ODPORNICH W ŚRODOWISKU *JOB-SHOP* Z WYKORZYSTANIEM NARZĘDZI PREDYKCJI

Monografia podejmuje problematykę harmonogramowania produkcji z uwzględnieniem zakłóceń procesu produkcyjnego. W publikacji przedstawiono nową metodę projektowania harmonogramów odpornych z wykorzystaniem narzędzi predykcji, która umożliwi uwzględnienie dwuczynnikowej niepewności procesu produkcyjnego w postaci awarii maszyn oraz zmienności czasów operacji technologicznych. Omówiono zagadnienie harmonogramowania zadań w typowych środowiskach produkcyjnych, metody opracowywania harmonogramów oraz problemy związane z tym procesem. Ponadto scharakteryzowano odporne harmonogramowanie produkcji, dokonując analizy dotychczasowych rozwiązań w tym zakresie, a także w obszarze predykcji czynników niepewności.

Mając za cel opracowanie metody umożliwiającej harmonogramowanie produkcji z uwzględnieniem analizowanych czynników niepewności, opracowano kluczowe algorytmy składowe do których zalicza się: algorytm predykcji czasu wystąpienia awarii, algorytm implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych oraz algorytm predykcji zmienności czasów operacji technologicznych. W ramach opracowanych algorytmów zastosowanie znajdują wybrane narzędzia predykcji, a ich danymi wejściowymi są rzeczywiste dane produkcyjne. Realizacja opracowanych algorytmów pozwala uzyskać informacje kluczowe w procesie odpornego harmonogramowania produkcji.

W celu weryfikacji proponowanych rozwiązań, przeprowadzono eksperymenty polegające na harmonogramowaniu zleceń produkcyjnych z wykorzystaniem opracowanej metody oraz symulacji procesu wytwórczego, realizowanego zgodnie z opracowanymi harmonogramami. Uzyskane odporne harmonogramy produkcji charakteryzowały się wyższymi wartościami wybranych wskaźników efektywności, przy jednoczesnej poprawie wskaźników odporności oraz stabilności. Przeprowadzona weryfikacja wykazała, iż uzyskane harmonogramy odporne bliższe są rzeczywistej realizacji produkcji niż ich nominalne odpowiedniki. Na podstawie uzyskanych wyników sformułowano wnioski dotyczące skuteczności proponowanej metody.

Słowa kluczowe: harmonogramowanie produkcji, harmonogramowanie odporne, system gniazdowy, predykcja

ABSTRACT

DESIGNING ROBUST SCHEDULES IN A JOB-SHOP ENVIRONMENT USING PREDICTION TOOLS

In the monograph the problem of job scheduling under uncertainty, which accounts for disruption in the production process was discussed. The new robust scheduling method presented in this work employs predictive tools that enable considering the two-factor uncertainty, regarding machine failure and job processing times. From the theoretical perspective, the work considers the problem of job scheduling in typical production environments, scheduling methods and problems related to the process in question, which are described in detail within. In addition, existing solutions in robust production schedules are presented along with the body of knowledge in the field of uncertainty factors prediction.

The main goal of the research was to develop a method that would allow for production scheduling under uncertainty following from the factors in question. Therefore, it required developing key algorithms, including failure prediction time algorithm, redundant buffer time implementation algorithm and algorithm for the prediction of variable job processing times. The developed algorithms incorporate selected predictive tools, whose input data is obtained from the actual production data. The execution of the algorithms produces information that is critical to the process of robust production scheduling.

The verification of the designed solutions was performed experimentally by executing the scheduling of production orders with the application of the developed method and simulation of the production process, carried out in accordance with the developed schedules. Characteristically, the resulting robust production schedules exhibited higher values of selected effectiveness indicators, while simultaneously improving robustness and stability indicators. The results obtained from the verification of the robust schedules show closer proximity of the robust schedules to actual production conditions compared to their nominal counterparts. The results, furthermore, served as the basis for formulating conclusions regarding the effectiveness of the proposed method.

Keywords: production scheduling, robust scheduling, job-shop system, prediction

Wykaz ważniejszych oznaczeń i skrótów

M	– zbiór maszyn technologicznych (stanowisk produkcyjnych)
J	– zbiór prac (zadań produkcyjnych)
o_{ij}	– liczba określająca kolejność wykonywania operacji j zadania i (operacja j zadania i)
MO	– macierz zawierająca informacje dotyczące technologii
tpz_{ij}	– czas przygotowawczo-zakończeniowy operacji j zadania i
to_{ij}	– czas wykonania operacji j zadania i
pt_{ij}	– całkowity czas wykonania operacji j zadania i
PT	– macierz zawierająca informacje dotyczące całkowitych czasów operacji technologicznych
ft_{Mji}	– i -ty prognozowany czas wystąpienia awarii maszyny technologicznej M_j
FT_{Mj}	– zbiór określający prognozowane czasach wystąpienia awarii maszyny M_j
p_{Mji}	– i -ty poziom prawdopodobieństwa wystąpienia awarii maszyny M_j w czasie ft_{Mji}
P_{Mj}	– zbiór określający poziomy prawdopodobieństwa wystąpienia awarii maszyny M_j
tb_{Mji}	– wielkość bufora czasowego implementowanego do harmonogramu w czasie ft_{Mji}
TB_{Mj}	– zbiór określający wielkości buforów serwisowych jakie należy wprowadzić do harmonogramu dla maszyny M_j w celu jego uodpornienia
ppt_{ij}	– całkowity czas operacji j zadania i wyznaczony na podstawie predykcji
Δpt_{ij}	– odchyłka czasu operacji j zadania i wyznaczona na podstawie predykcji

- PPT – macierz zawierająca informacje dotyczące prognozowanych czasów poszczególnych operacji
- T_{Mj} – zbiór zawierający historyczne dane dotyczące czasów występowania awarii maszyny M_j
- RT_{Mj} – zbiór zawierający historyczne dane dotyczące długości napraw maszyny M_j
- p_{kMji} – kontrolne prawdopodobieństwo wystąpienia awarii maszyny M_j
- TB_{Mjk} – zbiór określający wielkość zabezpieczeń czasowych jakie należy wprowadzić do harmonogramu nominalnego (dla maszyny M_j) w celu jego uodpornienia
- RPT_{oij} – zbiór zawierający historyczne dane dotyczące czasów operacji j zadania i
- $P_{IJ}(t)$ – priorytet J -tej operacji I -tego zadania w chwili t
- $z_{ij}(t)$ – wskaźnik priorytetu operacji j zadania i w chwili t
- $A(t)$ – zbiór operacji oczekujących na wykonanie w chwili t
- R_{ij} – termin przybycia operacji j zadania i do kolejki przed rozpatrywanym stanowiskiem,
- g_i – liczba operacji zadania i
- tr_i – termin rozpoczęcia operacji i
- tz_i – termin zakończenia operacji i
- td_i – dyrektywny termin zakończenia zadania i
- C_i – termin wykonania zadania i
- C_{max} – termin zakończenia wszystkich zadań
- \bar{C} – średni termin zakończenia zadania
- F_i – czas przepływu zadania i (przebywania w systemie produkcyjnym)
- $N(t)$ – liczba prac na różnych etapach prowadzenia produkcji
- Y_{KJ} – liczba operacji krytycznych występujących w harmonogramie w odniesieniu do technologii
- Y_{KM} – liczba operacji krytycznych w odniesieniu do ich realizacji na poszczególnych maszynach

- X_O – liczba operacji przesuniętych
- T_I – średni czas przestoju stanowiska przed operacjami
- T_R – różnica czasów rozpoczęcia operacji pomiędzy harmonogramem bazowym i aktualnym
- ΔC_{\max} – odchylenie terminu zakończenia wszystkich zadań
- $E_{C_{\max}}$ – względne wydłużenie harmonogramu

WSTĘP

Współczesna produkcja coraz rzadziej polega na wytwarzaniu zunifikowanych produktów w dużych seriach, lecz coraz częściej na wytwarzaniu bardzo zróżnicowanych wyrobów z myślą o spełnieniu wyszukanych wymagań klientów. Głównym kryterium celu realizacji produkcji staje się także czas. Chcąc zachować wiarygodność wobec klientów producent powinien realizować zlecenia sprawnie, ale przede wszystkim z zachowaniem terminowości ich realizacji. W trakcie realizacji produkcji występować może jednak wiele zakłóceń tego procesu, które w sposób negatywny wpływają na jego przebieg oraz dotrzymanie umownych terminów. Niezbędne staje się zatem efektywne planowanie oraz sterowanie przepływem produkcji.

Jednym z kluczowych elementów planowania i sterowania produkcją jest harmonogramowanie. Pozwala ono bowiem uzyskać wiele informacji dotyczących realizowanych procesów. Odpowiednio przygotowany harmonogram w pełni obrazuje przebieg produkcji oraz pozwala odpowiedzieć na najważniejsze pytania z nią związane. Występowanie licznych zakłóceń wymaga jednak, aby dobrze opracowany harmonogram uwzględniał nie tylko procesy produkcyjne, ale także inne czynniki wpływające na jego przebieg. Stąd też aktualnym i rozwijającym się nurtem badań jest odporne harmonogramowanie produkcji. Podejście to swoim obszarem obejmuje wiele czynników niepewności, które w sposób negatywny wpływają na realizację procesów wytwórczych. Autorzy licznych prac proponują różnorodne metody oraz techniki uodparniania harmonogramów produkcji. W literaturze znaleźć można rozwiązania, które mają na celu niwelowanie negatywnego wpływu występujących czynników niepewności. W dużej mierze autorzy skupiają się jednak wyłącznie na pojedynczych zakłóceniach. Ponadto bardzo rzadko proponowane jest w literaturze wykorzystanie rzeczywistych danych produkcyjnych, które dostarczyć mogą wielu informacji dotyczących środowiska realizacji produkcji.

W odpowiedzi na istniejące problemy harmonogramowania produkcji z uwzględnieniem zakłóceń jakie mogą wystąpić w trakcie realizacji procesów wytwórczych podjęto prace nad opracowaniem metody projektowania harmonogramów odpornych z wykorzystaniem narzędzi predykcji. Wpisując się w nurt harmonogramowania odpornego niniejsza monografia prezentuje autorską metodę harmonogramowania produkcji z uwzględnieniem dwuczynnikowej niepewności procesu w postaci awarii maszyn oraz zmienności czasów operacji technologicznych.

Publikacja składa się z trzech części. W rozdziale pierwszym dokonano analizy literaturowej z zakresu tematyki pracy – szczególną uwagę zwracając na zagadnienie harmonogramowania produkcji w typowych środowiskach produkcyjnych, problemów związanych z tym procesem, a także charakterystykę nurtu

odpornego harmonogramowania zadań. Dokonano również przeglądu dotychczasowych rozwiązań z zakresu odpornego harmonogramowania produkcji w systemach różnej klasy, jak również predykcji wybranych czynników niepewności. Ponadto omówiono kryteria oceny harmonogramów stosowane w obszarze odpornego harmonogramowania zadań produkcyjnych.

Rozdział drugi zawiera szczegółowy opis proponowanej metody projektowania harmonogramów odpornych z wykorzystaniem narzędzi predykcji. Szczegółowo zaprezentowano w nim kluczowe elementy proponowanej metody: algorytm predykcji czasu wystąpienia awarii, algorytm implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych, a także algorytm predykcji zmienności czasów operacji technologicznych.

W rozdziale trzecim dokonano weryfikacji opracowanej metody z wykorzystaniem danych pochodzących z przedsiębiorstwa produkcyjnego. Proces ten został zrealizowany dwuetapowo. Na wstępie opracowano harmonogramy produkcji z wykorzystaniem opracowanej metody, a następnie przeprowadzono szereg eksperymentów polegających na symulacji produkcji zgodnie z opracowanymi harmonogramami. Na każdym etapie weryfikacji metody dokonano oceny rozwiązań z wykorzystaniem odpowiednich wskaźników oceny.

Pracę kończą wnioski oraz uwagi końcowe na podstawie których określono kierunki dalszych prac naukowo-badawczych zmierzające do dalszego udoskonalenia proponowanej metody.

1. PROBLEMATYKA HARMONOGRAMOWANIA PRODUKCJI W UJĘCIU LITERATUROWYM

1.1. Harmonogramowanie zadań w środowisku produkcyjnym

Współczesny, silnie konkurencyjny rynek, wymusza na przedsiębiorstwach produkcyjnych potrzebę ciągłego poszukiwania kompromisu pomiędzy zaspokojeniem oczekiwań klientów a nieprzekroczeniem kosztów wytwarzania [125, 104, 152, 87]. Klient zgłaszając się do przedsiębiorstwa oczekuje jasnych odpowiedzi na pytania dotyczące możliwości realizacji zlecenia oraz realnego czasu zakończenia produkcji, przy uwzględnieniu pojawiających się ograniczeń [130, 32, 84]. Dlatego też podstawowym priorytetem przedsiębiorstw produkcyjnych staje się sprawne i efektywne organizowanie pracy produkcyjnej, którego ważnym elementem jest tworzenie harmonogramów produkcji. Należy jednak pamiętać, iż każdy proces produkcyjny charakteryzuje się pewną dynamiką, a przez to wymaga ciągłej kontroli i analizy [127].

1.1.1. Rozwój harmonogramowania produkcji

Formalne metody harmonogramowania produkcji zaczęły rozwijać się pod koniec XIX. Rozpoczęto wówczas proces tworzenia biur planowania produkcji. Celem powstałych jednostek było opracowywanie planów, zarządzanie zapasami oraz monitorowanie operacji. Zaczęły pojawiać się także pomysły opracowania list uwzględniających kolejność wykonywania poszczególnych zadań w ciągu dnia [45, 149]. Prekursorem opracowania metodologii harmonogramowania zadań produkcyjnych był Henry Gantt, choć należy również nadmienić znanego Polaka – Karola Adamieckiego [110]. Efektem rozważań H. Gantta było opracowanie serii wykresów pozwalających na obserwację i analizę realizowanych procesów wytwórczych [87, 12]. Graficzny przebieg produkcji przedstawiony w postaci wykresu, stosowany jest do dziś i nazywany jest wykresem Gantta. Opracowywano również inne środki planowania i nadzorowania procesu produkcji. Przykładem mogą tu być tablice planistyczne, bądź linie balansu [45].

Na zagadnienie harmonogramowania produkcji w znaczący sposób wpłynął rozwój technik komputerowych. Zastosowanie komputera w tym obszarze miało na celu utworzenie systemu pomocnego w zarządzaniu i nadzorowaniu procesu produkcyjnego. Systemy miały za zadanie samoistnie podejmować decyzje związane z harmonogramowaniem zadań produkcyjnych. Rozwój tych rozwiązań zaowocował powstawaniem systemów klasy MRP (ang. *Material Requirements Planning* – Planowanie Zapotrzebowania Materiałowego), które następnie ewoluowały do systemów MRP II (ang. *Manufacturing Resource Planning* – Planowanie Zasobów Produkcyjnych) oraz obecnie powszechnie stosowanych systemów klasy ERP [45, 44, 116]. Systemy tej klasy zazwyczaj posiadają odrębny moduł służący do harmonogramowania produkcji.

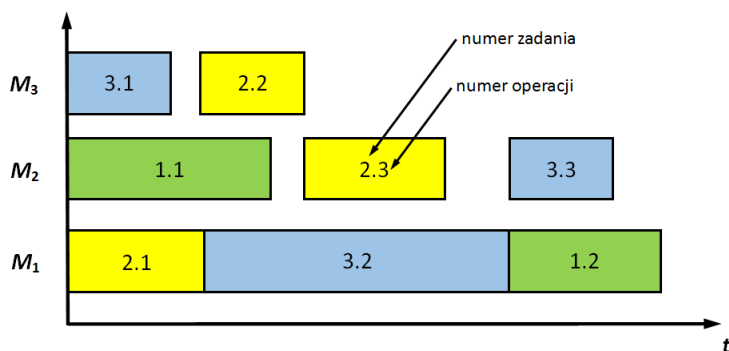
Mimo, iż na przestrzeni lat zaobserwować można znaczący rozwój zagadnień związanych z harmonogramowaniem produkcji, wciąż istnieje potrzeba prowadzenia badań w tym obszarze. Główna potrzeba wynika z szeroko rozumianej niepewności realizowanych procesów produkcyjnych, która sprawia, iż niejednokrotnie aktualnie proponowane rozwiązania nie w pełni znajdują zastosowanie we wspieraniu rzeczywistych procesów produkcyjnych. Dlatego też, prowadzi się szereg badań mających na celu opracowywanie rozwiązań umożliwiających skuteczne harmonogramowanie zadań w realnych systemach wytwórczych.

1.1.2. Harmonogramowanie zadań produkcyjnych

Pod pojęciem „harmonogramowanie produkcji” rozumie się określenie kolejności wykonywanych zadań i operacji na określonych stanowiskach produkcyjnych, tak aby uzyskać najlepsze wykorzystanie zasobów produkcyjnych względem określonego kryterium celu [87, 112].

Istnieje szereg kryteriów celu stosowanych w obszarze harmonogramowania produkcji. Najczęściej przyjmuje się, iż produkcja ma być zrealizowana w jak najkrótszym czasie oraz przy jak najmniejszym nakładzie poniesionych kosztów [87, 13]. Praktyka wskazuje jednak, iż kluczowym kryterium coraz częściej staje się nie szybkość realizacji zadań, ale ich terminowość. Wyróżnia się zatem różnorodne kryteria celu, będące jednocześnie kryteriami oceny uzyskanych harmonogramów. Zostały one szczegółowo omówione w podrozdziale 1.6.

Opracowany harmonogram ma najczęściej postać wykresu lub opisu poszczególnych operacji uwzględniającego jednostki terminowania, w których te operacje zostaną zrealizowane [108]. Na osi rzędnych umieszczane są oznaczenia maszyn (stanowisk) wykorzystywanych podczas realizacji operacji technologicznych, zaś na osi odciętych oznaczone są jednostki terminowania, czyli czas. Każda operacja reprezentowana jest przez blok o odpowiedniej długości. Przedstawienie przebiegu procesu produkcyjnego w taki sposób pozwala na jego przystępną i przejrzystą analizę (rys. 1).



Rys. 1. Przykład harmonogramu w postaci wykresu Gantta (opracowanie własne)

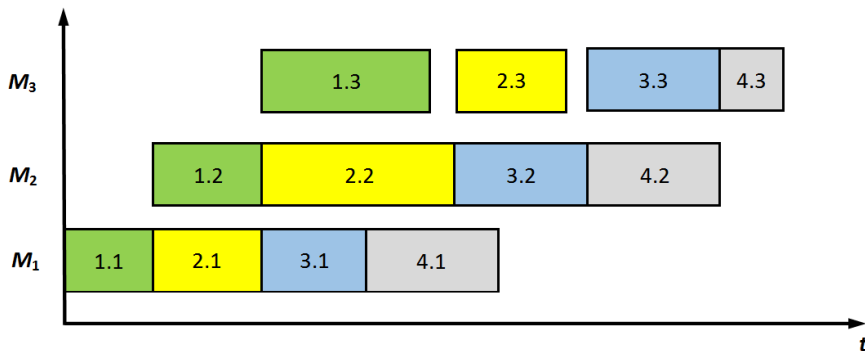
Przedstawienie przebiegu produkcji w takiej postaci umożliwia jego przejrzystą i dostępną analizę. Rozmieszczenie operacji w opracowanym harmonogramie zależy od wielu czynników, przy czym głównym jest charakter środowiska produkcyjnego realizowanych procesów.

1.1.3. Typowe środowiska produkcyjne

Problem harmonogramowania produkcji polega na odpowiednim rozdzieleniu zadań produkcyjnych (składających się z określonej liczby operacji) pomiędzy zasoby, które stanowią dostępne maszyny oraz stanowiska [87]. Zagadnienie to można rozpatrywać w różnych środowiskach wytwórczych. W literaturze wyróżnia się trzy podstawowe środowiska [108, 13, 130]:

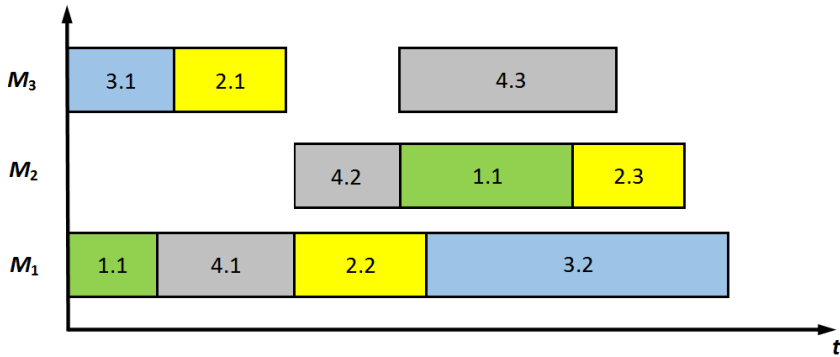
1. Systemy przepływowe (ang. *flow-shops*),
2. Systemy gniazdowe (ang. *job-shops*),
3. Systemy otwarte (ang. *open-shops*).

System *flow-shop* jest najprostszym z rozpatrywanych przypadków. Mówi się wówczas o harmonogramowaniu produkcji o przepływie ukierunkowanym (rys. 2) [152]. Przykładem takiego systemu może być linia montażowa. W literaturze spotkać można także rozwiązania dotyczące przypadku *permutation flow-shop*, charakteryzujące się występowaniem dodatkowych ograniczeń oraz zwiększoną złożonością obliczeniową [102, 103].



Rys. 2. Przykład harmonogramu w systemie przepływowym (ang. *flow-shop*)
(opracowanie własne)

Harmonogramowanie zadań w systemie *job-shop* nazywane jest dość często ogólnym problemem harmonogramowania (ang. *general job-shop*). Przypadek ten zakłada pełne uporządkowanie zadań produkcyjnych wynikające z ograniczeń technologicznych [152, 108, 104]. Przykład harmonogramu w systemie klasy *job-shop* został przedstawiony na rysunku 3.



Rys. 3. Przykład harmonogramu w systemie gniazdowym (ang. *job-shop*)
(opracowanie własne)

W praktyce harmonogramowanie zadań najczęściej rozpatrywane jest właśnie w tym systemie. Dzieje się tak, ponieważ najlepiej odzwierciedla on typowe systemy wytwórcze zadaniowe, które w przemyśle maszynowym są powszechnie stosowanymi rozwiązaniami. Zagadnienie *general job-shop* cieszy się dużą popularnością i jest tematem licznych publikacji naukowych [147, 139, 92].

Kolejnym z systemów, w którym rozpatrywane jest zagadnienie harmonogramowania zadań, jest *open-shop*. Często jest on nazywany systemem otwartym. Cechuje go brak uporządkowania operacji [7]. W przypadku problemu otwartego nie są określone relacje jakie zachodzą pomiędzy poszczególnymi operacjami procesu. Dlatego też, mogą być one wykonywane w dowolnej kolejności. Przykładem mogą być wszelkie działania w których kolejność wykonywania poszczególnych prac nie gra roli – między innymi prac dotyczących modernizacji części maszyn, bądź elementów komputerów [108]. Tak przyjęte założenie powoduje, iż przestrzeń obliczeń i poszukiwania rozwiązania przyjmuje ogromne rozmiary. W związku z tym problem ten jest nieco mniej znany w literaturze. Liczba różnorodnych wariantów harmonogramów jest bardzo duża, dlatego też jest to zagadnienie trudne do rozwiązania – zwłaszcza, gdy chodzi o racjonalny czas uzyskania rozwiązania [93, 99].

1.1.4. Metody harmonogramowania zadań produkcyjnych

W obszarze harmonogramowania produkcji wykorzystuje się różnorodne metody pozwalające budować harmonogramy z uwzględnieniem zakładanych kryteriów celu. Generalnie metody te dzieli się na [43, 108, 126]:

- **Metody dokładne** (zwane optymalizacyjnymi), które mają za zadanie znalezienie dokładnego (z punktu widzenia przyjętej funkcji celu) rozwiązania rozpatrywanego problemu harmonogramowania. Do grupy tej zalicza się [126, 108]:

- **efektywne algorytmy dedykowane** (ang. *exact algorithms*) – posiadają wielomianową złożoność obliczeniową; przykładem może być tu algorytm Johnsona rozwiązujący zagadnienie harmonogramowania dla przypadku jedno- oraz dwumaszynowego [112],
- **metodę podziałów i ograniczeń** (ang. *B&B – Branch & Bound*) – podejście bazujące na przeszukiwaniu zbioru dopuszczalnych rozwiązań zadania optymalizacyjnego; stanowi podstawę dla wielu innych algorytmów,
- **programowanie dynamiczne** (ang. *dynamic programming*) – będące ogólnym podejściem polegającym na przekształcaniu zadania optymalizacji w wieloetapowy proces polegający na podejmowaniu decyzji; decyzje wybierane są ze zbioru decyzji dopuszczalnych,
- **programowanie całkowitoliczbowe** (ang. *integer programming*) – stosowane wówczas, gdy występujące ograniczenia nie dają się zapisać za pomocą zwykłego programowania liniowego; znajduje zastosowanie podczas analizowania problemów teoretycznych, lecz nie nadaje się do problemów o dużej złożoności [108],
- **inne metody dokładne** – oparte na programowaniu binarnym oraz metody subgradientowe; są jednak rzadko przedstawiane w literaturze.
- **Metody przybliżone** (zwane aproksymacyjnymi lub heurystycznymi), które nie gwarantują znalezienia rozwiązania optymalnego; charakteryzują się jednak krótszym czasem poszukiwania rozwiązania. Istnieje wiele metod i algorytmów zaliczanych właśnie do tej grupy, jednak najczęściej spotykanymi w literaturze są [126, 125, 147, 87, 108]:
 - **wykorzystanie reguły priorytetów** (ang. *dispatching rules, priorities*) – metoda ta polega na nadawaniu priorytetu poszczególnym operacjom oczekującym przed stanowiskiem (grupą stanowisk), a następnie (w wyniku działania danej reguły) wybieraniu odpowiedniej operacji jako pierwszej do wykonania; jest to bardzo popularna i często używana technika szeregowania zadań;
 - **algorytmy przeszukiwania lokalnego** (ang. *local search*), **algorytmy przeszukiwania sąsiedztwa** (ang. *neighborhood search techniques*) – metody tej grupy są zbliżone do klasycznej metody podziałów i ograniczeń (bazują na jej schemacie), wymagają jednak mniej czasu; do grupy tej zalicza się m. in: symulowane wyżarzanie, poszukiwanie mrówkowe, poszukiwanie progowe, poszukiwanie z zakazami, poszukiwanie adaptacyjne, poszukiwanie rojem cząstek [126];
 - **algorytmy ewolucyjne** (ang. *evolutionary algorithms*) – są to metody rozwiązywania problemów bazujące na zjawiskach jakie zachodzą w ewolucji organizmów żywych – tworzone są łańcuchy znaków (populacje osobników), które następnie podlegają m.in. krzyżowaniu i mutacji w celu uzyskania pożądaných wyników (przystosowanych

jednostek tworzących nową generację); do grupy tej zalicza się: algorytmy genetyczne, programowanie ewolucyjne, strategie ewolucyjne, programowanie genetyczne [108];

- **algorytmy immunologiczne** (ang. *immune algorithms*) – naśladujące w swojej budowie i działaniu system naturalny – chwilowe wymagania systemu (odpowiednik antygeny) są rozwiązywane przez użycie listy instrukcji (odpowiednik przeciwciała blokującego antygen), po czym następuje rozwiązanie problemu (określone mianem dopasowania);
- **metody ekspertowe** (ang. *expert systems*) – składające się zasadniczo z dwóch elementów: bazy wiedzy (zapisu wiedzy eksperta w formie reguł, algorytmów, procedur) oraz modułu wnioskowania (wykorzystującego zgromadzoną wiedzę); metody tej klasy traktowane są jako dobre narzędzia rozwiązywania problemów harmonogramowania, jednak z ograniczoną dokładnością otrzymywanych rozwiązań [126];
- **inne metody przybliżone** – są rzadziej stosowane w obszarze harmonogramowania zadań; warto wymienić tu chociażby: obciążoną metodę podziałów i ograniczeń, metody bazujące na sztucznej inteligencji, metody wieloagentowe, metody ulosowane, czy metody równoległe [126].

Istnieje szereg metod harmonogramowania produkcji. Mimo znacznej liczby proponowanych algorytmów, budowanie harmonogramów produkcji nie jest prostym zagadnieniem. Badacze wciąż poszukują metod, które pozwolą rozwiązać wiele problemów związanych z harmonogramowaniem procesów produkcyjnych.

1.2. Typowe problemy harmonogramowania produkcji

Harmonogramowanie zadań w środowiskach produkcyjnych wydaje się być zagadnieniem dość prostym. Istnieje jednak wiele problemów występujących w obszarze tego zagadnienia, które uniemożliwiają szybkie i efektywne budowanie harmonogramów produkcji. Dokonany przegląd literatury pozwolił na wyselekcjonowanie problemów związanych z zagadnieniem tworzenia harmonogramów w typowych systemach produkcyjnych.

1.2.1. Klasyfikacja problemów harmonogramowania produkcji

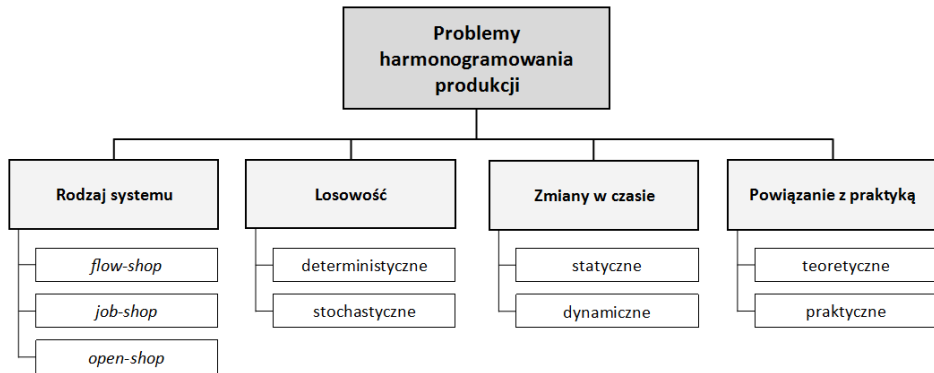
Podstawową trudnością związaną z harmonogramowaniem produkcji jest problem dużej złożoności obliczeniowej. Dzieje się tak, ponieważ problem harmonogramowania zadań należy do klasy problemów NP-trudnych. Problemy tej klasy charakteryzują się wysokim stopniem złożoności obliczeniowej, co w konsekwencji oznacza bardzo dużą trudność w znalezieniu dokładnego rozwiązania. Złożoność ta rośnie wraz ze wzrostem liczby zadań, a także liczbą maszyn realizujących procesy produkcyjne. Możliwe jest wówczas znalezienie jedynie rozwiązania dopuszczalnego [43, 87, 100].

Autorzy licznych prac prowadzili badania w celu rozwiązania problemu NP-trudności [136, 14, 34], jednak jak dotąd znane są tylko efektywne algorytmy dedykowane dla ściśle sprecyzowanych przypadków o niewielkiej liczbie zadań i maszyn – np. wspomniany już algorytm Johnsona pozwalający znaleźć rozwiązania optymalne dla przypadków jedno- oraz dwumaszynowych [113].

Oprócz problemu związanego ze złożonością obliczeniową wyróżnia się szereg problemów harmonogramowania produkcji, które podzielić można na kilka grup. Jednym z podziałów – proponowanym m. in. w pracy [108] – jest klasyfikacja problemów ze względu na:

- rodzaj systemu produkcyjnego,
- występowanie zjawiska losowości,
- zmiany w czasie,
- powiązanie z praktyką.

Podział ten został dokładnie przedstawiony na rysunku 4.



Rys. 4. Podział problemów harmonogramowania produkcji (opracowanie własne na podstawie [108])

Pierwszą z grup stanowią problemy wynikające z charakteru rozpatrywanego systemu produkcyjnego (zwanego także środowiskiem harmonogramowania). Sam fakt harmonogramowania należy rozważać jako problem, ponieważ bez względu na to czy rozpatrywany jest system przepływowy (ang. *flow-shop*), system gniazdowy (ang. *job-shop*), czy system otwarty (ang. *open-shop*) – przypisanie poszczególnych zadań do dostępnych maszyn, przy jednoczesnym spełnieniu zakładanego kryterium celu jest niejednokrotnie trudnym zagadnieniem. Proces ten utrudniają ponadto pojawiające się ograniczenia. Problemy harmonogramowania w przedstawionych systemach są przedmiotem szerokich badań i analiz [130, 93, 49].

W obszarze harmonogramowania produkcji istnieją także problemy związane z występowaniem zjawiska losowości. Przejawia się ono występowaniem zmiennych, których charakter nie do końca jest zbadany. Dlatego też, rozróżnia się problemy deterministyczne oraz stochastyczne. Jeżeli harmonogramowanie zadań produkcyjnych odbywała się w systemie stochastycznym, wówczas wartości takie jak chociażby czasy wykonania operacji są zmiennymi losowymi o zadanych parametrach. W przypadku systemu deterministycznego element losowości nie będzie występował, a wartości parametrów będą stałe [108, 29, 122, 139].

Doświadczenie wskazuje także, iż proces produkcyjny można analizować jako dynamiczny lub statyczny. Jeżeli wszystkie procesy produkcyjne są znane w chwili budowania harmonogramu i żadne zadania, które uprzednio nie były znane, nie pojawią się w trakcie realizacji produkcji, można wówczas mówić o statycznych problemach harmonogramowania. Problemy dynamiczne dotyczą natomiast systemów wymagających często pewnej reorganizacji i ciągłej kontroli, chociażby na fakt napływania nowych zleceń produkcyjnych [108].

Ostatnią grupę stanowią problemy praktyczne oraz teoretyczne (określane często mianem problemów testowych). Problemy praktyczne dostrzegane są podczas analizy (obserwacji) realizowanego rzeczywistego procesu produkcyjnego, zaś teoretyczne ujawniają się podczas oceny wyników przeprowadzanych badań. Badania te dotyczą zazwyczaj testowania działania algorytmów na gotowych zestawach danych (o zdefiniowanej liczbie zadań i maszyn), a następnie porównywania otrzymanych rezultatów z odpowiednimi wzorcami. Cechą charakterystyczną tych problemów jest formułowanie pewnych założeń upraszczających rzeczywistość – zgodnych lub niezgodnych z praktyką.

Przedstawione problemy można rozpatrywać w każdym z typowych środowisk produkcyjnych. Jednak z uwagi na fakt, iż system *job-shop* najwierniej odzwierciedla funkcjonowanie typowych zakładów produkcyjnych przemysłu maszynowego, w dalszej części pracy główną uwagę poświęcono problemowi *general job-shop*.

1.2.2. Ograniczenia systemów gniazdowych

W literaturze znaleźć można wiele propozycji mających na celu efektywne harmonogramowanie produkcji w systemach klasy *job-shop*. Większość z proponowanych rozwiązań opiera się jednak na dawno sformułowanych założeniach upraszczających, które niejednokrotnie uniemożliwiają efektywne harmonogramowanie produkcji w rzeczywistych systemach wytwórczych. Są to następujące założenia [31, 108]:

1. *Operacje jednego zadania nie mogą być wykonywane równolegle.* Założenie to w rzeczywistości ma charakter ograniczenia. Praktyka wskazuje, iż możliwa jest produkcja wyrobów złożonych, w których wytwarzane są równolegle poszczególne części, a następnie dokonuje się ich montażu w wyrób końcowy.

2. *Na danej maszynie nie można wykonywać dwóch operacji równoległe.* Generalnie założenie to jest zgodne z praktyką, ponieważ zazwyczaj w procesie produkcyjnym każda z maszyn wykonuje jedną operację w danej chwili. Eliminuje jednak ono możliwość realizacji procesów wsadowych, jak również wykonywanie dwu- lub więcej operacji jednocześnie na nowoczesnych obrabiarkach NC.
3. *Każda praca ma m operacji po jednej na każdą maszynę.* Założenie to jest całkowicie niezgodne z rzeczywistością. W rzeczywistości bowiem może wystąpić sytuacja, gdzie dwie lub więcej operacji danego zadania są wykonywane na tej samej maszynie. Ponadto liczba operacji jest zazwyczaj różna w zależności od typu danego zadania.
4. *Każda praca musi być wykonana do końca.* Oznacza to brak możliwości przerwania pracy i wstrzymania jej realizacji. Założenie jest jak najbardziej słuszne i zgodne z praktyką.
5. *Czasy wykonania operacji są niezależne od harmonogramu.* Założenie to oznacza, iż opóźnienie terminu rozpoczęcia zadania nie powoduje pogorszenia warunków jego realizacji.
6. *Dopuszczalne jest oczekiwanie zadania na zwolnienie maszyny.* Założenie to jest jak najbardziej zgodne z praktyką – przed każdą z obrabiarek w realnym środowisku produkcyjnym wyznaczone są zazwyczaj bufory, które umożliwiają oczekiwanie części na dalszą obróbkę.
7. *Jest tylko jedna maszyna każdego typu.* W praktyce produkcyjnej taka sytuacja nie występuje. Przedsiębiorstwa produkcyjne zazwyczaj posiadają bogate zaplecze parku maszynowego, w którym występuje kilka (lub więcej) takich samych maszyn technologicznych (frezarek, tokarek, wiertarek).
8. *Mogą wystąpić okresy, w których maszyny są nieobciążone.* Założenie jest zgodne z praktyką, gdyż wiele maszyn technologicznych nie pracuje w sposób ciągły. Obciążenie maszyn wynika z charakteru realizowanych zadań.
9. *Maszyna nie może wykonywać więcej niż jedną operację w danym momencie.* Założenie to jest zbieżne z założeniem nr 2, przez co ma identyczny charakter.
10. *Maszyny nigdy się nie psują i są dostępne w ciągu całego czasu realizacji produkcji.* Założenie to jest zupełnie niezgodne z rzeczywistością. Praktyka produkcyjna wskazuje, iż zdarzają się awarie parku maszynowego powodujące nieplanowane przestoje. Ponadto wymagane są przestoje planowane, niezbędne do zrealizowania przeglądów i konserwacji.
11. *Ograniczenia technologiczne są z góry znane i niezmiennie.* Założenie to jest zgodne z praktyką. Sytuacje, gdy procesy technologiczne części ulegają planowym zmianom w trakcie realizacji zadań są bardzo rzadkie.

12. *Nie występuje czynnik losowości.* Założenie to zakłada, iż takie parametry jak: liczba maszyn, liczba prac i operacji, czy czasy gotowości są z góry znane i niezmiennie. Jednak autor w publikacji [152] wskazuje, iż w produkcji może występować losowość procesów, objawiająca się chociażby jako napływanie nagłych zleceń (tzw. zleceń priorytetowych), które powodują zaburzenie opracowanego harmonogramu.
13. *Niedopuszczalne jest wariantowe zapisanie technologii.* Jest to założenie dodatkowe, które nie jest dość jasno sformułowane. Mówi, iż każda operacja ma określoną tylko jedną maszynę na której może być zrealizowana. Oczywiście praktyka wskazuje, iż w procesie produkcyjnym dana operacja może być realizowana na alternatywnych maszynach technologicznych.

Przedstawione powyżej założenia upraszczające bardzo często przyjmują charakter ograniczeń. Takie podejście do harmonogramowania produkcji w systemie *job-shop* sprawia, iż zagadnienie to jest często analizowane typowo teoretycznie z wyłączeniem praktycznego podejścia do tego problemu.

W literaturze problem *general job-shop* jest dość często przedmiotem badań testowych, gdzie celem jest opracowywanie efektywnych algorytmów harmonogramowania. Do najbardziej znanych rozważań dotyczących tego problemu zaliczyć można chociażby problem Fishera i Thompsona w którym rozpatrywane było zagadnienie o wymiarze 10×10 [108]. Wymiar ten oznacza 10 zadań składających się z 10 operacji, realizowanych na 10 maszynach. Głównym założeniem przedstawionego problemu jest brak powtarzalności maszyn w ramach jednego zadania. Problem ów polegał na wyznaczeniu kolejności poszczególnych zadań, tak aby uzyskać jak najkrótszy czas zakończenia wszystkich prac. W przypadku tego typu badań ocena efektywności stosowanych algorytmów polega na porównywaniu wyników obliczeń z rezultatami innych badaczy [12]. Algorytmy są zazwyczaj testowane dla przypadków o różnej liczbie zadań oraz maszyn [147].

1.2.3. Rozwiązywanie problemów i ograniczeń

Coraz częściej w literaturze proponowane są rozwiązania, mające na celu niwelowanie teoretycznych ograniczeń zagadnienia *job-shop*. W literaturze można znaleźć pewne kierunki badań, do których zalicza się [152]:

1. **Harmonogramowanie zadań z alternatywnymi marszrutami technologicznymi** (*ang. job shop scheduling with alternative process plans*). Zagadnienie to ma na celu eliminację ograniczenia dotyczącego wariantowego zapisu technologii. Autorzy publikacji [139, 49] zakładają, że istnieją alternatywne procesy technologiczne, a zagadnienie to polega na odpowiednim doborze procesów w celu minimalizacji rozpatrywanej funkcji celu. Zazwyczaj dąży się do minimalizacji terminów zakończenia wszystkich zadań.
2. **Harmonogramowanie zadań w elastycznych systemach wytwórczych** (*ang. flexible job-shop scheduling problem*). W obszarze tego zagadnienia autorzy publikacji proponują rozwiązania dotyczące harmonogramowania

produkcji w elastycznych systemach wytwarzania. Problem ten charakteryzuje się większą złożonością niż *general job-shop*, chociażby z tego powodu, iż na jednym stanowisku można realizować różnorodne prace. W celu rozwiązania problemu *flexible job-shop* stosuje się m. in. różnego rodzaju metaheurystyki – algorytmy genetyczne, algorytmy mrówkowe i inne [101, 68, 11].

3. **Harmonogramowanie zadań z uwzględnieniem pogarszających się warunków realizacji** (ang. *job shop scheduling with deteriorating jobs problem*). Badacze zajmujący się tym problemem zajmują się zjawiskiem pogarszania się warunków pracy wraz z upływem czasu. Związane jest to z ograniczeniem dotyczącym zależności czasów od harmonogramu produkcyjnego. Liczba publikacji dotyczących tego problemu jest wciąż dość mała. Przykładowe publikacje, to [98, 20, 62], a problem ten szerzej poruszany jest w przypadku systemu *flow-shop* oraz przy harmonogramowaniu zadań na pojedynczej maszynie (*single machine scheduling*).

Przedstawione kierunki badań mają na celu niwelowanie ograniczeń tak, aby proponowane rozwiązania mogły zostać wykorzystane w praktyce.

Ważnym problemem harmonogramowania produkcji w realnych systemach wytwórczych jest uwzględnienie niepewności procesu. Ten obszar badań określane jest mianem harmonogramowania odpornego (ang. *robust scheduling*). Podejście to ma na celu niwelowanie założeń związanych z awaryjnością maszyn oraz występowaniem czynnika losowości w procesach produkcyjnych [81, 23, 115, 131].

1.3. Charakterystyka zagadnienia odpornego harmonogramowania produkcji

Doświadczenia praktyczne wykazują, iż każdy proces produkcyjny charakteryzuje się dynamizmem i występowaniem pewnej losowości. Podczas planowania produkcji zakłada się jej statyczny przebieg, jednak w trakcie realizacji procesu produkcyjnego mogą występować różnego rodzaju nieprzewidziane zjawiska, traktowane jako zakłócenia. Wśród wielu czynników niepewności należy wyróżnić [57, 23, 32]:

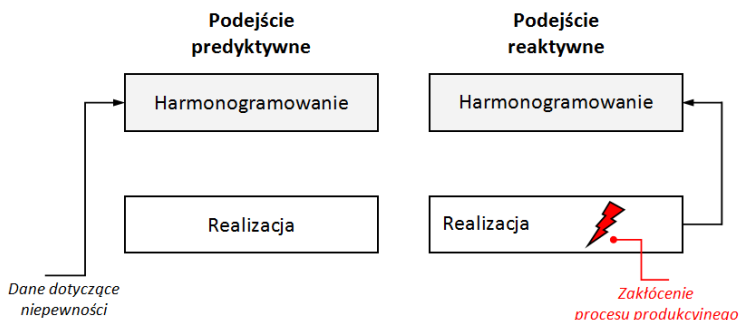
- zakłócenia związane z dostępnością zasobów (awarie maszyn, robotów),
- zakłócenia związane z zamówieniami (pojawienie się nowych zamówień, zmiana terminu wykonania),
- zakłócenia związane z operacjami (niedobór materiału, zła jakość wykonania wyrobu),
- zakłócenia związane z błędnym oszacowaniem parametrów rozpoczętego procesu (błędne oszacowanie czasów wykonania operacji),
- zakłócenia związane ze zmianą czasu trwania operacji (absencja lub złe samopoczucie pracownika, skrócenie lub wydłużenie czasu operacji).

Im więcej zmian procesu, tym większa jego dezorganizacja. Stąd też, w ostatnim czasie, w literaturze znaleźć można wiele publikacji dotyczących zagadnienia odpornego harmonogramowania zdań produkcyjnych (ang. *robust scheduling*).

Celem odpornego harmonogramowania produkcji jest utworzenie harmonogramu odpornego na potencjalne zakłócenia, a więc uwzględniającego zmienność parametrów systemu produkcyjnego.

Harmonogramowanie odporne jest ściśle związane z harmonogramowaniem predyktywno-reaktywnym. Proces ten składa się z następujących faz (rys. 5) [32, 84, 135]:

1. **Fazy harmonogramowania predyktywnego** – związanej z etapem planowania. Faza ta w literaturze określana jest także jako faza *off-line*. To właśnie w trakcie tej fazy tworzone są:
 - harmonogram nominalny – uwzględniający aktualne parametry systemu,
 - harmonogram odporny – uwzględniający niepewność i zmienność realizowanego procesu.
2. **Fazy harmonogramowania reaktywnego** – związanej z etapem realizacji planu. Faza ta określana jest także fazą *on-line*. Harmonogram modyfikowany jest wówczas w trakcie prowadzenia produkcji. Jakakolwiek zmiana procesu powoduje tworzenie jego alternatywnej wersji.

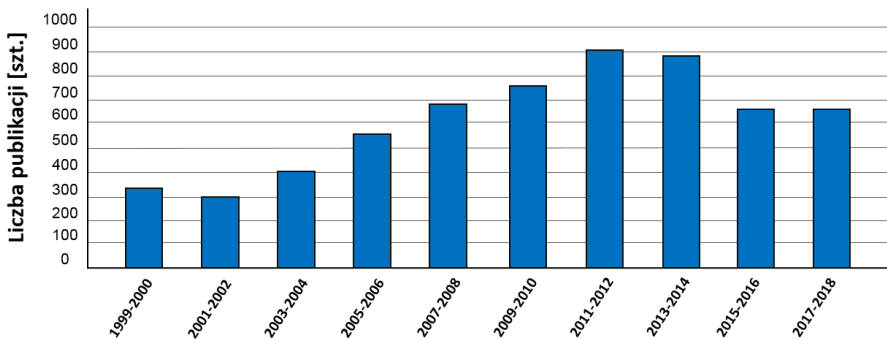


Rys. 5. Harmonogramowanie predyktywne a reaktywne (opracowanie własne na podstawie [32])

Harmonogramowanie odporne ma na celu minimalizację wpływu różnorodnych czynników niepewności na realizowany proces. W rezultacie opracowany harmonogram będzie w mniejszym stopniu podatny na zakłócenia pojawiające się w procesie produkcyjnym. Do najczęściej stosowanych technik uodparniania zalicza się [84, 23]:

- techniki nadmiarowości (redundantne),
- harmonogramowanie warunkowe,
- budowanie częściowo uporządkowanych harmonogramów,
- analizę wrażliwości harmonogramów.

Zagadnienie harmonogramowania odpornego (ang. *robust scheduling*) jest tematem licznych prac naukowych. Na rysunku 6 przedstawiono jak zmieniała się liczba publikacji dotyczących tego zagadnienia w latach 1999–2018. Wśród wielu prac można znaleźć zastosowanie odpornego harmonogramowania zadań w przemyśle chemicznym [91, 46, 55], informatyce [105, 112, 27], a także harmonogramowaniu tras przejazdów [156, 121]. Autorzy publikacji analizują czynniki i parametry powodujące występowanie niepewności analizowanych zagadnień, a znalezienie rozwiązania polega głównie na minimalizowaniu ich negatywnego wpływu. W literaturze znaleźć można również znaczą liczbę publikacji dotyczących odpornego harmonogramowania projektów [144, 143, 83, 84, 41]. Warto zauważyć, że podejście to jest niejako zbliżone do odpornego harmonogramowania produkcji. Proponowane rozwiązania dotyczą głównie zastosowania nadmiarowych buforów czasowych, a jako narzędzia wykorzystuje się algorytmy heurystyczne, metaheurystyczne, harmonogramowanie rozmyte czy też stochastyczne.



Rys. 6. Liczba publikacji dotyczących zagadnienia *robust scheduling* (opracowanie własne na podstawie bazy *ScienceDirect*)

Zdecydowana większość publikacji naukowych dotyczy jednakże odpornego harmonogramowania zadań produkcyjnych. Dzieje się tak, ponieważ budowanie harmonogramów w warunkach niepewności obejmuje wiele grup problemów i jest przez to przedmiotem licznych badań. Dlatego też w podrozdziale 1.4 zostaną omówione metody i techniki stosowane w tym obszarze.

1.4. Przegląd rozwiązań dotyczących odpornego harmonogramowania zadań produkcyjnych

Dokonany przegląd literatury wykazał, iż harmonogramowanie produkcji w warunkach niepewności analizowane jest na wiele sposobów. Niemniej jednak, autorzy skupiają się najczęściej na możliwościach implementacji elementów harmonogramowania odpornego w typowych środowiskach produkcyjnych o których była mowa w podrozdziale 1.1.3. Z uwagi na fakt, iż zagadnienie

harmonogramowania odpornego dotyczy realizowania produkcji w rzeczywistych warunkach, a najczęściej spotykane systemy produkcyjne to systemy klasy *flow-shop* oraz *job-shop*, poniżej zaprezentowane zostaną dotychczasowe rozwiązania dotyczące uodparniania harmonogramów w tych właśnie środowiskach.

1.4.1. Systemy klasy *flow-shop*

Mimo, iż odporne harmonogramowanie zadań w środowisku *flow-shop* nie cieszy się dużą popularnością, w literaturze można znaleźć publikacje dotyczące tego zagadnienia. Autorzy starają się stosować różnorodne podejścia do budowania odpornych harmonogramów w środowisku przepływowym. Przeważająca większość publikacji porusza problem harmonogramowania predyktywno-reaktywnego, przy czym główna uwaga skupia się na drugiej z faz. Jako podstawowe czynniki niepewności wymienia się niepewność czasów realizowanych zadań oraz pojawianie się nowych zleceń. Nieco rzadziej autorzy skupiają uwagę na dostępności zasobów.

Bardzo często podczas harmonogramowania predyktywno-reaktywnego w środowiskach przepływowych wykorzystuje się różnego rodzaju heurystyki oraz metaheurystyki. Zastosowanie w tym zakresie znajdują algorytmy genetyczne [48, 114, 16], a także hybrydowo-genetyczne [64, 79]. Autorzy podkreślają, iż typowo praktyczny system przepływowy charakteryzuje się dynamizmem. Stąd też starają się zaimplementować opracowane algorytmy do rzeczywistych problemów produkcyjnych. Prezentowane algorytmy mają na celu głównie rozwiązanie problemu napływu nowych zleceń, a tym samym uzyskania odpowiedzi na pytania „Czy można przyjąć nowe, nieprzewidywane zlecenia?” oraz „W jaki sposób zrealizować reharmonogramowanie po przyjęciu nowego zlecenia?”. W tym celu tworzy się scenariusze napływu zleceń i bada się efektywność proponowanych rozwiązań. Ponadto, w literaturze znaleźć można przykłady wykorzystania algorytmów symulowanego wyżarzania [18] czy lokalnego przeszukiwania sąsiedztwa [4]. Znane są także badania w których zastosowanie znalazło programowanie całkowitoliczbowe [17] oraz programowanie dynamiczne [9]. Rozwiązania te mają na celu uwzględnianie niepewności czasów wykonywanych zadań. Analizowane problemy i stosowane rozwiązania znajdują się wówczas na pograniczu *robust flow-shop* i *stochastic flow-shop*.

Niejednokrotnie w literaturze podejmowane są także próby określania niepewności z wykorzystaniem logiki rozmytej [109, 52, 115]. Takie rozwiązanie polega zazwyczaj na zastosowaniu wspomagającego systemu decyzyjnego – zarówno w procesie harmonogramowania predyktywnego jak i reaktywnego. Ma ono za zadanie przedstawienie możliwych czynników niepewności za pomocą zbiorów rozmytych. Prezentowane również rozwiązania, kiedy kryteria celu wyrażane są za pomocą liczb rozmytych.

Przedstawione powyżej narzędzia stosowane są do typowego przypadku *flow-shop*, lecz niejednokrotnie autorzy podejmują próby odpornego harmonogramowania zadań w przypadkach *flexible flow-shop* oraz *permutation flow-shop* [63, 76]. Wówczas pod uwagę brane są ograniczenia wynikające z charakteru analizowanego systemu przepływowego.

1.4.2. Systemy klasy *job-shop*

Drugim zagadnieniem, znacznie częściej poruszonym w literaturze, jest odporne harmonogramowanie produkcji w systemach klasy *job-shop*. Dzieje się tak, ponieważ systemy te w bardzo dobry sposób odzwierciedlają typowe środowiska produkcyjne, gdzie kolejność wykonywania zadań narzucona jest przez dokumentację technologiczną. Już w 1988 r. K. N. McKay oraz inni autorzy zauważyli, że rzeczywisty problem *job-shop* wymaga innego podejścia niż teoretyczne, dlatego też istnieje potrzeba zdefiniowania nowego nurtu badań tego problemu [96].

W literaturze proponowane są różnorodne metody odpornego harmonogramowania zadań w systemach gniazdowych. W przeważającej części dominuje podejście predyktywno-reaktywne. Etap harmonogramowania predyktywnego jest niejako na drugim planie, a autorzy skupiają się na fazie reaktywnej. Jako główny czynnik zakłócający prawidłowy przebieg procesów analizuje się dostępność zasobów – awarie maszyn, uszkodzenie narzędzia, absencje pracowników i inne. Bardzo rzadko pojawia się niepewność związana z napływem nowych zleceń. Niekiedy w publikacjach uwzględniana jest niepewność czasów realizowanych operacji, jednak zagadnienie to znajduje się na pograniczu podejścia *stochastic job-shop*.

Autorzy prac naukowych poszukują efektywnych metod odpornego harmonogramowania produkcji bazując w swoich rozwiązaniach na heurystykach oraz metaheurystykach. Zastosowanie znajdują algorytmy genetyczne oraz ich hybrydy [61, 57, 10]. Opracowane rozwiązania wykorzystywane są zarówno w przypadku typowego problemu gniazdowego (utworzenia harmonogramu nominalnego) jak i w dalszej fazie harmonogramowania predyktywnego. Algorytmy te bazują na typowych technikach uodparniania. Takie działanie ma na celu osiągnięcie zakładanego kryterium celu nawet w przypadku wystąpienia zakłócenia [132]. W literaturze znaleźć można także zastosowanie algorytmów immunologicznych [58, 155, 60]. Autorzy jako zaletę tego typu rozwiązań podają tworzenie grupy zbliżonych do siebie rozwiązań, przez co w chwili wystąpienia nieprzewidywanego wydarzenia można wdrożyć harmonogram awaryjny, niwelujący zmianę, który w małym stopniu różni się od poprzednio realizowanego harmonogramu. Oprócz wspomnianych powyżej algorytmów proponowane są także autorskie rozwiązania bazujące na programowaniu stochastycznym [55, 59]. Tego typu podejścia stosowane są jednak podczas rozpatrywania dodatkowych czynników w postaci niepewności czasów realizowanych operacji.

W literaturze spotkać można także metodykę odpornego harmonogramowania produkcji z wykorzystaniem systemów eksperckich [28, 71, 42]. Rozwiązanie problemu nie sprowadza się wówczas do zaimplementowania konkretnej metody bądź algorytmu, lecz do opracowania kompleksowego rozwiązania, umożliwiającego także kontrolowanie prowadzonych procesów. W publikacji [71] autorzy prezentują części systemu ekspertowego, który opiera się na identyfikacji dwóch ważnych zdarzeń – czasu wystąpienia i czasu eliminacji zakłócenia. Zakłócenia podzielone zostały na 3 grupy:

- operacji (wyprodukowanie braku, awaria narzędzia, awaria przyrządu),
- maszyn (awaria całej maszyny, absencja operatora),
- całego procesu (stopniowe bądź natychmiastowe wycofanie całego procesu) – przykładowo na skutek błędów w procesie technologicznym.

Zaprezentowana metoda odpornego harmonogramowania opiera się na następujących krokach:

1. Identyfikacja zdarzenia.
2. Zapis stanu systemu w chwili wystąpienia zdarzenia.
3. Generowanie zbioru możliwych reakcji.
4. Ocena i odpowiednia reakcja.

Podstawę systemu ekspertowego stanowi harmonogramowanie reaktywne. Ponadto, wykorzystane zostały bazy wiedzy (stałej i zmiennej) zawierające informacje dotyczące: możliwości modyfikacji harmonogramu, oceny przebiegu produkcji oraz doboru kryteriów oceny i ich wag.

W publikacji [42] autorzy prezentują system harmonogramowania odpornego oparty na wiedzy eksperckiej, który znajduje zastosowanie w rzeczywistym środowisku przemysłowym. Pierwszy etap polega głównie na zbudowaniu harmonogramu przy spełnieniu z góry zakładanego kryterium celu – zastosowanie znajdują tutaj typowe funkcje priorytetów oraz algorytmy szeregowania zadań. Głównym założeniem tego etapu jest uzyskanie wymaganego harmonogramu w racjonalnym czasie. Drugi etap (reaktywny) ma za zadanie reagować na niespodziewane zakłócenia – wykonywać odpowiednie działanie ze zbioru możliwych operacji (m.in. „przesuń”, „połącz”, „podziel”, itp.). W fazie reaktywnej może być wykonane całkowite przebudowanie harmonogramu, które realizowane jest za pomocą algorytmu lub przez operatora systemu.

Oprócz zaawansowanych algorytmów, jak i rozwiązań ekspertowych, w literaturze znaleźć można publikacje, które w rozwiązywaniu problemu harmonogramowania produkcji w warunkach niepewności opierają się na bardzo prostych, technicznych metodach [32, 90, 97, 72]. Uodpornienie harmonogramu odbywa się wówczas w fazie predyktywnej i ma charakter zastosowania mechanizmu „przesunięcia w prawo”. Wówczas w newralgicznym miejscu umieszczany jest bufor czasowy, a kolejne operacje zostają przesunięte w prawo na osi czasu. Typowo techniczne metody są niekiedy modyfikowane o autorskie rozwiązania, w celu podniesienia ich efektywności.

Analiza literatury wykazała także, że oprócz publikacji dotyczących typowego zagadnienia *job-shop* prezentowane są również badania dotyczące systemów różniących się nieco swoim charakterem – *flexible job-shop* [2, 148, 22] czy też *job-shop with operators* [26]. Wówczas rozpatrywane są dodatkowe ograniczenia wynikające z założeń rozpatrywanych systemów.

1.5. Dobór metody harmonogramowania zadań produkcyjnych w rzeczywistym systemie produkcyjnym

Idea odpornego harmonogramowania zadań produkcyjnych dotyczy przede wszystkim rzeczywistych systemów wytwórczych. Kluczowym elementem tego procesu jest dobór odpowiedniej metody harmonogramowania produkcji. Jak przedstawiono w podpodrozdziale 1.1.4 istnieje wiele rozwiązań, wśród których wyróżnia się metody dokładne oraz przybliżone (określane także mianem heurystycznych). Dobór odpowiedniej metody w rzeczywistym systemie produkcyjnym jest niewątpliwie złożonym zagadnieniem. Niemniej jednak analizując dotychczasowy dorobek autorów podejmujących próby harmonogramowania produkcji w realnych systemach wytwórczych należy stwierdzić, iż najczęściej stosowaną metodą szeregowania zadań w tym obszarze jest wykorzystanie reguł priorytetów [71, 19, 1, 70, 69]. Autorzy prac jako argument w wyborze właśnie tej metody podają względnie szybki czas uzyskania rozwiązania, możliwość analizy alternatywnych scenariuszy produkcji czy też łatwość implementacji tej metody [128, 70].

Najważniejszymi terminami związanymi z wykorzystaniem reguł priorytetów [87, 153] są:

- **kolejka** – zbiór operacji oczekujących na wykonanie przed stanowiskiem (grupą stanowisk),
- **reguła priorytetu** – funkcja przyporządkowująca każdej operacji oczekującej w kolejce przed rozpatrywanym stanowiskiem (grupą stanowisk) wielkość zwaną wskaźnikiem priorytetu; reguła wybiera ponadto operację z minimalną (bądź maksymalną) wartością wskaźnika, decydując w ten sposób o wykonaniu jej w pierwszej kolejności,
- **wskaźnik priorytetu** – numeryczna cecha każdej operacji oczekującej na wykonanie,
- **priorytet** – właściwość jednej z oczekujących przed stanowiskiem (grupą stanowisk) operacji, która w wyniku działania odpowiedniej reguły została wybrana jako pierwsza do wykonania.

Definicję reguły priorytetu można zapisać w następujący sposób [87]:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t)\}, (i, j) \in A(t), \quad (1)$$

gdzie: $P_{IJ}(t)$ – priorytet J -tej operacji I -tego zadania w chwili t ,

$z_{ij}(t)$ – wskaźnik priorytetu operacji j zadania i w chwili t ,

$A(t)$ – zbiór operacji oczekujących na wykonanie w chwili t .

Istnieje wiele reguł priorytetu stosowanych w harmonogramowaniu zadań produkcyjnych. Przykładowo w pracy [65] autor przeprowadza analizę działania 44 reguł priorytetów, w pracy [19] – 92, a w pracy [153] aż 170. Duża liczba rozpatrywanych reguł priorytetów wynika jednak z faktu, iż badacze w swoich pracach oprócz prostych (typowych) reguł priorytetów brali pod uwagę reguły złożone (będące kombinacjami reguł podstawowych), a także reguły z przyporządkowanymi wagami. Jednakże, dokonując przeglądu literatury z zakresu wykorzystania reguł priorytetów w obszarze harmonogramowania zadań w rzeczywistych systemach wytwórczych należy stwierdzić, iż regułami najczęściej stosowanymi w danym obszarze badawczym są [19, 145, 1, 151, 15, 65]:

- 1. Reguła priorytetu dla operacji, która pierwsza przybyła do kolejki (PPPO** – *Pierwsza Przybyła Pierwsza Obsłużona*; ang. *FCFS – First Come First Service*).

Zgodnie z regułą *PPPO* (ang. *FCFS*) wybierana jest spośród operacji oczekujących w kolejce ta, która jako pierwsza przybyła do kolejki. Można ją zatem wyrazić za pomocą wyrażenia:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = R_{ij}\}, (i, j) \in A(t), \quad (2)$$

gdzie: R_{ij} – termin przybycia operacji j zadania i do kolejki przed rozpatrywanym stanowiskiem.

Jest to najprostsza reguła priorytetu nazywana także „regulaminem naturalnym”. Rezultaty badań uzyskane za pomocą tej metody zazwyczaj służą do porównywania wyników z innymi regułami. Reguła ta znajduje także zastosowanie w sytuacjach spornych, gdy w wyniku działania innej z reguł powstają sytuacje sporne – np. w sytuacji, gdy reguła bazująca na czasie operacji natrafia na operacje o jednakowych czasach wykonania [153].

- 2. Reguła priorytetu dla operacji, która ostatnia przybyła do kolejki (OPPO** – *Ostatnia Przybyła Pierwsza Obsłużona*; ang. *LCFS – Last Come First Service*).

Reguła ta stanowi przeciwieństwo reguły *PPPO* – spośród operacji oczekujących w kolejce wybierana jest ta, która przybyła jako ostatnia:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = -R_{ij}\}, (i, j) \in A(t), \quad (3)$$

gdzie: R_{ij} – termin przybycia operacji j zadania i do kolejki przed rozpatrywanym stanowiskiem.

Działanie reguły powoduje wykonywanie operacji w kolejności odwrotnej niż kolejność zgłoszeń. Jej działanie generuje zazwyczaj duży rozrzut w czasach trwania cykli produkcyjnych [19].

3. Reguła priorytetu dla najwcześniejszego dyrektywnego terminu zakończenia zadania (*NTD – Najwcześniejszy Termin Dyrektywny*; ang. *EDD – Earliest Due Date*).

Rezultatem działania tej reguły jest wybranie operacji z najwcześniejszym dyrektywnym terminem zakończenia zadania (do którego dana operacja należy):

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = td_i\}, (i, j) \in A(t), \quad (4)$$

gdzie: td_i – dyrektywny termin zakończenia zadania i .

W wyniku działania reguły *NTD* (ang. *EDD*) operacje uporządkowane zostają według niemalejących dyrektywnych terminów zakończenia zadań:

$$td_1 \leq td_2 \leq \dots \leq td_n. \quad (5)$$

Jest to najprostszy i najczęściej stosowany sposób uwzględniania dyrektywnych terminów zakończenia zadań. Należy jednak pamiętać, iż duże znaczenie ma sposób określenia samych terminów dyrektywnych. Najczęściej wynikają one z cyklu produkcyjnego wyrobu złożonego i są określane przez służbę planistyczną [153].

4. Reguła priorytetu dla najkrótszego czasu operacji (*NCO – Najkrótszy Czas Operacji*; ang. *SPT – Shortest Processing Time*).

Celem tej reguły jest wyselekcjonowanie spośród oczekujących na wykonanie operacji tej, która charakteryzuje się najkrótszym czasem wykonania, a zatem:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = to_{ij}\}, (i, j) \in A(t), \quad (6)$$

gdzie: to_{ij} – czas operacji j zadania i .

Jest to reguła najczęściej stosowana w praktyce. Charakteryzuje się prostotą działania – porządkuje operacje w kolejce według rosnących wartości wskaźników priorytetów (czasów operacji). Jest przykładem reguły odnoszącej się do czasów wykonania operacji [153].

5. Reguła priorytetu dla najdłuższego czasu operacji (*NDCO – Najdłuższy Czas Operacji*; ang. *LPT – Longest Processing Time*).

Reguła ta z kolejki oczekujących operacji wybiera te, która charakteryzuje się najdłuższym czasem wykonania:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = -to_{ij}\}, (i, j) \in A(t), \quad (7)$$

gdzie: to_{ij} – czas operacji j zadania i .

Generalnie reguła ta maksymalizuje wszystkie wielkości, które reguła *NCO* minimalizuje, przez co przez wielu autorów oceniana jest negatywnie. Niemiej jednak reguła ta sprawdza się w sytuacjach, gdy istotne jest szybkie zmniejszenie obciążenia wybranych stanowisk produkcyjnych – reguła ta dobrze nadaje się do operacji o dużej stanowiskochłonności [153]. Podobnie jak reguła poprzednia bazuje na czasach realizowanych operacji.

6. Reguła priorytetu dla najkrótszego czasu wykonania operacji (NCWO – Najkrótszy Czas Wykonania Operacji; ang. STPT – Shortest Total Processing Time).

Działanie tej reguły podobne jest do działania reguły *NCO* (ang. *SPT*) – spośród operacji oczekujących w kolejce wybierana jest operacja charakteryzująca się najkrótszym całkowitym czasem wykonania. W przypadku tej reguły czas wykonania rozumiany jest jako suma czasu potrzebnego na przebrojenie stanowiska oraz wykonania operacji:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = pt_{ij}\}, (i, j) \in A(t), \quad (8)$$

gdzie: $pt_{ij} = (tpz_{ij} + to_{ij})$ – całkowity czas wykonania operacji j zadania i (suma czas potrzebny na przebrojenie i czasu wykonania operacji).

Takie ujęcie tej reguły sprawia, iż doskonale sprawdza się w rzeczywistym harmonogramowaniu produkcji, gdzie każda operacja związana jest z potrzebą realizacji prac przygotowawczo-zakończeniowych na danym stanowisku [153].

7. Reguła priorytetu dla najdłuższego czasu wykonania operacji (DCWO – Najdłuższy Czas Wykonania Operacji; ang. LTPT – Longest Total Processing Time).

Podobnie jak w przypadku reguły poprzedniej można znaleźć pewną analogię w działaniu tej reguły do działania reguły *NDCO* (ang. *LPT*) przedstawionej w punkcie 5. Czas wykonania jednak traktowany jest jako całkowity czas potrzebny na realizację operacji:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = -pt_{ij}\}, (i, j) \in A(t), \quad (9)$$

gdzie: $pt_{ij} = (tpz_{ij} + to_{ij})$ – czas wykonania operacji j zadania i (suma czasu potrzebnego na przebrojenie i wykonanie operacji).

Podobnie jak w przypadku reguły *DCWO* jej stosowanie w rzeczywistych systemach produkcyjnych wydaje się być jak najbardziej zasadne ze względu na zakres wykorzystywanych informacji.

8. Reguła priorytetu dla największej liczby pozostałych do wykonania operacji (*MPO – Największa Liczba Pozostałych Operacji*; ang. *MOPR – Most Operation Remaining*).

Jest to reguła umożliwiająca wybranie spośród oczekujących operacji tej, która należy do zadania z maksymalną liczbą pozostałych do wykonania operacji:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = -(g_i - j + 1)\}, (i, j) \in A(t), \quad (10)$$

gdzie: g_i – liczba operacji zadania i ,
 j – numer bieżącej operacji.

Badania autorów pracy [153] wskazują, iż rezultatem działania tej reguły jest minimalizacja średniej stanowiskochłonności operacji oczekujących w kolejkach. Jest to przykład reguły, w której wykorzystuje się informacje o liczbie operacji.

9. Reguła priorytetu dla najmniejszej liczby pozostałych do wykonania operacji (*NPO – Najmniejsza Liczba Pozostałych Operacji*; ang. *FOPR – Fewest Operation Remaining*).

Jest to reguła działająca analogicznie do reguły poprzedniej. Wybiera ona spośród oczekujących operacji tę, która należy do zadania z minimalną liczbą pozostałych do wykonania operacji:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = g_i - j + 1\}, (i, j) \in A(t), \quad (11)$$

gdzie: g_i – liczba operacji zadania i ,
 j – numer bieżącej operacji.

Idea działania tej reguły jest analogiczna do reguły poprzedniej. Podobnie jak w przypadku reguły *MPO* (ang. *MOPR*) jest to reguła, która wykorzystuje informacje o liczbie operacji zadania.

10. Reguła priorytetu dla operacji wybranej losowo (*LOS – Losowo*; ang. *RAND – Random*).

W przypadku tej reguły operacje oczekujące w kolejce wybierane są w sposób losowy:

$$P_{IJ}(t) = \min\{z_{ij}(t) = X_{ij}\}, (i, j) \in A(t), \quad (12)$$

gdzie: X_{ij} – wartość losowa przydzielona operacji i zadania j .

Wartości wskaźników przydzielane są z różnych rozkładów zmiennych losowych. Reguła ta służy głównie jako punkt odniesienia w przypadku porównywania działania innych metod (reguł) oraz w przypadku sytuacji spornych (gdy zasadnicza reguła wyznacza więcej niż jedną operację ze zbioru) [153, 13].

Wymienione powyżej reguły są najczęściej stosowanymi priorytetami w obszarze harmonogramowania produkcji w realnym systemie wytwórczym. Ponadto reprezentują one najważniejsze grupy reguł harmonogramowania [153]. Głównym argumentem decydującym o ich dużej popularności jest łatwość i niski koszt implementacji oraz szybkość działania, co umożliwiła sprawną budowę opracowywanych harmonogramów produkcji.

1.6. Kryteria oceny harmonogramów

Dobór odpowiedniej metody pozwala zbudować harmonogram produkcji. Kolejnym, równie istotnym zagadnieniem jest ocena uzyskanych rezultatów. Dlatego też, istnieje wiele kryteriów i mierników pozwalających określić jakość uzyskanych harmonogramów produkcji. Odpowiednio dobrane kryteria pozwalają ocenić zarówno proces harmonogramowania nominalnego jak i odpornego.

1.6.1. Mierniki oceny harmonogramu nominalnego

Kryteria oceny są swoistymi miarami jakości uzyskanego harmonogramu oraz doskonałym narzędziem w procesie porównywania alternatywnych rozwiązań. Dość często określane są mianem mierników oceny, bądź wskaźnikami oceny harmonogramów [70, 82, 69]. Niejednokrotnie wskaźniki te przyjmowane są jako kryterium celu w procesie harmonogramowania zadań produkcyjnych [108, 32]. Kryteria te bazują na typowych cechach charakterystycznych danego harmonogramu.

W literaturze przyjmuje się następujący podział kryteriów oceny harmonogramów [108, 1, 153, 69]:

- kryteria bazujące na czasie wykonania,
- kryteria bazujące na wykorzystaniu maszyn,
- kryteria bazujące na wymaganych terminach zakończenia,
- kryteria bazujące na kosztach.

Dobór kryteriów oceny opracowanego harmonogramu zależy od wielu czynników [87]. W przedsiębiorstwie produkcyjnym będzie on zależał głównie od celów przedsiębiorstwa. Ponadto istotnymi czynnikami są: rodzaj rozpatrywanego systemu produkcyjnego, sposób planowania produkcji w przedsiębiorstwie, a także występowanie różnego rodzaju zakłóceń. Każdy przypadek harmonogramowania zadań produkcyjnych należy rozpatrywać indywidualnie, aby przyjęte kryteria były miarodajne i umożliwiały przystępną analizę proponowanych rozwiązań. Do najczęściej stosowanych mierników oceny harmonogramów zalicza się [108, 1, 70]:

- 1. Termin zakończenia wszystkich zadań C_{max}** (ang. *make-span, total production time*). Jest to termin w którym kończy się realizacja wszystkich zadań (prac), które były do wykonania. Miernik ten jest najczęściej stosowanym kryterium oceny zarówno w przypadku analizy problemów testowych, jak i harmonogramowania produkcji w rzeczywistych systemach wytwórczych [127, 152, 7, 13, 12].
- 2. Termin zakończenia C_i** (ang. *completion time*) oraz **średni czas zakończenia zadania \bar{C}** (ang. *mean completion time*). Wskaźnik C_i określa termin zakończenia konkretnego zadania (pracy) J_i , natomiast średni czas zakończenia wyznaczany jest na postawie zależności:

$$\bar{C} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_i), \quad (13)$$

gdzie: \bar{C} – średni termin zakończenia zadania,
 n – liczba realizowanych zadań,
 C_i – termin wykonania zadania i .

- 3. Czas przepływu F_i** (ang. *flow time*) oraz **średni czas przepływu \bar{F}** (ang. *mean flow time*). Wskaźnik ten określa czas, jaki praca J_i przebywa w produkcji. Można wyrazić go za pomocą równania:

$$F_i = C_i - r_i, \quad (14)$$

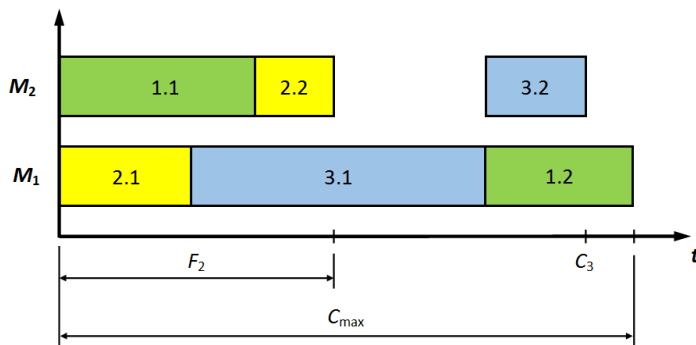
gdzie: F_i – czas przepływu zadania i ,
 C_i – termin wykonania zadania i ,
 r_i – termin rozpoczęcia zadania i .

Średni czas przepływu wyznaczany jest natomiast na podstawie zależności:

$$\bar{F} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i), \quad (15)$$

gdzie: \bar{F} – średni czas przepływu zadania,
 n – liczba realizowanych zadań,
 F_i – czas przepływu zadania i .

Różnice pomiędzy czasem przepływu F_i oraz terminem zakończenia C_i , a także terminem zakończenia wszystkich prac zostały przedstawione na rysunku 7.



Rys. 7. Różnica pomiędzy wskaźnikami F_i , C_i oraz C_{\max}
(opracowanie własne na podstawie [108])

4. **Czas bezczynności maszyny I_k** (ang. *idle time*) oraz **średni czas bezczynności maszyn \bar{I}** (ang. *mean idle time*). Wskaźnik ten określa czas w jakim wybrana maszyna M_k pozostaje nieobciążona pracą. Jego wartość można określić na podstawie zależności:

$$I_k = C_{\max} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (pt_{ij}), \quad (16)$$

gdzie: I_k – czas bezczynności maszyny k ,
 C_{\max} – termin w którym kończy się realizacja wszystkich zadań,
 pt_{ij} – czas operacji j zadania i ,
 n – liczba realizowanych zadań.

Średni czas bezczynności maszyn jest równy:

$$\bar{I} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (I_k), \quad (17)$$

gdzie: \bar{I} – średni czas bezczynności maszyn w systemie,
 I_k – czas bezczynności maszyny k ,
 m – liczba maszyn w systemie produkcyjnym.

5. **Liczba prac na różnych etapach prowadzenia produkcji $N(t)$** . Wskaźnik ten służy do określania prac znajdujących się w różnych stanach, zależnych od przyjętej wartości czasu t . Wyróżnia się następujące rodzaje wskaźnika $N(t)$:
- $N_w(t)$ – liczbę prac oczekujących pomiędzy maszynami bądź niegotowych do obróbki,
 - $N_p(t)$ – liczbę prac będących w obróbce,

- $N_c(t)$ – liczbę prac zakończonych,
- $N_u(t)$ – liczbę prac nieukończonych.

Pomiędzy poszczególnymi wskaźnikami zachodzą następujące zależności:

$$\left. \begin{aligned} N_w(t) + N_p(t) + N_c(t) &= n \\ N_w(t) + N_p(t) &= N_u(t) \end{aligned} \right\} \text{ dla każdego } t, \quad (18)$$

$$N_u(0) = n,$$

$$N_u(C_{\max}) = 0.$$

Dla każdego ze wskaźników określających liczbę prac można wyznaczyć także wartości średnie. Przykładowo – średnia liczba prac oczekujących bądź niegotowych będzie wynosić:

$$\bar{N}_u = \frac{1}{C_{\max}} \int_0^{C_{\max}} N_u(t) dt. \quad (19)$$

Oprócz przedstawionych mierników oceny wyróżnia się także kryteria bazujące na wymaganych terminach zakończenia oraz uwzględniające koszty. Kryteria te są jednak rzadziej stosowane, gdyż wymagają dokładnego zdefiniowania celów przedsiębiorstwa produkcyjnego oraz analizy [108, 82] wielu informacji dotyczących jego funkcjonowania. Wykorzystanie typowych wskaźników związanych z terminowością takich jak:

- maksymalna nieterminowość L_{\max} ,
- maksymalne opóźnienie T_{\max} ,
- maksymalne wyprzedzenie E_{\max} .

wymaga dokładnego zdefiniowania terminów rozpoczęcia oraz realizacji wszystkich zadań. Również w przypadku kryteriów kosztowych (które są ściśle powiązane z wskaźnikami bazującymi na terminowości) istotne jest określenie wartości odpowiednich kosztów, które w przedsiębiorstwie zależą od wielu czynników. Dlatego też zastosowanie tych mierników wymaga dokładnej analizy rozpatrywanych systemów produkcyjnych w których mają być stosowane.

1.6.2. Mierniki oceny harmonogramów odpornych

Przedstawione uprzednio mierniki oceny harmonogramów wykorzystywane są zazwyczaj podczas oceny uzyskanych rozwiązań w przypadku harmonogramowania nominalnego. Jednakże ocena uzyskanego rozwiązania jest także kluczowym elementem procesu harmonogramowania odpornego. Stąd też istnieje szereg wskaźników oceny harmonogramów odpornych wśród których wyróżnia się [69, 146, 32, 82, 134]:

- wskaźniki efektywności,
- wskaźniki odporności na zakłócenia,
- wskaźniki stabilności harmonogramów,
- wskaźniki kosztowe,
- wskaźniki stanu.

W każdej z grup wyróżnia się inne mierniki oceny, które bazują na wybranych parametrach uzyskanego harmonogramu odpornego. Do najczęściej prezentowanych w literaturze kryteriów oceny należą [84, 70, 146, 38, 23, 9, 97]:

1. Mierniki należące do grupy wskaźników efektywności. Najczęściej są to te same kryteria oceny jakie stosuje się w przypadku typowego, nominalnego harmonogramu produkcji [23, 70]. Zalicza się do nich:

- termin zakończenia wszystkich zadań C_{\max} ,
- termin zakończenia zadania C_i ,
- czas przepływu zadania F_i ,
- czas bezczynności maszyny I_k ,
- liczbę prac na różnych etapach prowadzenia produkcji $N(t)$,
- wartości średnie powyższych wskaźników,
- wartości wskaźników z grupy kryteriów bazujących na kosztach.

Przyjęcie jako kryterium oceny typowych wskaźników efektywności pozwala na łatwą analizę porównawczą otrzymanych rezultatów harmonogramowania predyktywnego i nominalnego, a także jest bazą podczas wyznaczania kolejnych wskaźników miary odporności (omówionych w dalszej części) [32, 37, 9, 97].

2. Wskaźniki odporności na zakłócenia. Mierniki należące do tej grupy określają zdolność harmonogramu do absorbowania zakłóceń i minimalizacji ich wpływu. Są stosowane zazwyczaj do oceny harmonogramów predyktywnych. Do grupy tej zalicza się:

- **wskaźnik liczby operacji krytycznych Y_K** definiowany jako:

$$Y_K = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (y_{ij}), \quad (20)$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{dla } (tz_i - tr_{i+1}) = 0 \\ 0, & \text{dla } (tz_i - tr_{i+1}) \neq 0 \end{cases}, \quad (21)$$

gdzie: Y_K – liczba operacji krytycznych,
 tz_i – termin zakończenia operacji i (bieżącej),
 tr_{i+1} – termin rozpoczęcia operacji $i+1$ (kolejnej).

Operację określa się zatem mianem „krytycznej” kiedy pomiędzy operacją bieżącą a kolejną nie występuje przerwa (bezczynność stanowiska), ponieważ zwiększa się ryzyko wystąpienia opóźnień.

- **wskaźnik średniego czasu przestoju stanowiska przed operacjami T_I** określany jako:

$$T_I = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (ti_{ij})}{n_{ti}}, \quad (22)$$

gdzie: T_I – średni czas przestoju stanowiska przed operacjami,
 ti_{ij} – czas beczynności stanowiska poprzedzający wykonanie operacji j zadania i ,
 n_{ti} – liczba przypadków wystąpienia czasów beczynności.

- 3. Mierniki z grupy wskaźników stabilności.** Służą do określania liczby i zakresu zmian wprowadzanych do harmonogramu. Wskaźniki stabilności określają różnicę pomiędzy wybranymi wartościami rozpatrywanych harmonogramów. Wskaźniki stabilności zazwyczaj stosowane są w harmonogramowaniu reaktywnym, niemniej jednak mogą one znaleźć zastosowanie jako mierniki oceny w procesie testowania opracowanych harmonogramów predyktywnych [2, 82, 37, 90]. Mierniki należące do danej grupy to:

- **wskaźnik całkowitego odchylenia czasów rozpoczęcia operacji** określany jako:

$$T_R = \sum_i \sum_j |tr_{ij} - tr'_{ij}|, \quad (23)$$

gdzie: T_R – różnica czasów rozpoczęcia operacji pomiędzy harmonogramem bazowym a aktualnym,
 tr_{ij} – czasy rozpoczęcia operacji j zadania i harmonogramu bazowego,
 tr'_{ij} – czasy rozpoczęcia operacji j zadania i harmonogramu aktualnego.

- **wskaźnik liczby przesuniętych operacji:**

$$X_O = \sum_i \sum_j x_{ij}, \quad (24)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{dla } (tr_{ij} - tr'_{ij} \neq 0) \text{ i/lub } (M_{ij} \neq M'_{ij}) \\ 0, & \text{dla } (tr_{ij} - tr'_{ij} = 0) \text{ i } (M_{ij} = M'_{ij}) \end{cases}, \quad (25)$$

gdzie: X_0 – liczba operacji przesuniętych,
 x_{ij} – wskaźnik przesunięcia operacji,
 M_{ij} – maszyna na której realizowana jest operacja j zadania i
w harmonogramie bazowym,
 M'_{ij} – maszyna na której realizowana jest operacja j zadania i
w harmonogramie aktualnym.

- **wskaźnik odchylenia terminu zakończenia wszystkich zadań ΔC_{\max}** określany jako:

$$\Delta C_{\max} = C_{\max} - C'_{\max}, \quad (26)$$

gdzie: ΔC_{\max} – odchylenie terminu zakończenia wszystkich zadań,
 C_{\max} – długość harmonogramu bazowego,
 C'_{\max} – długość harmonogramu aktualnego (zrealizowanego).

- **wskaźnik względnego wydłużenia** bazujący na wartościach mierników efektywności (C_{\max} , C_i , F_i , I_k); przykładowo – wyznaczając wskaźnik wydłużenia terminu zakończenia wszystkich prac C_{\max} , korzysta się ze wzoru:

$$E_{C_{\max}} = \frac{C_{\max}}{C'_{\max}}, \quad (27)$$

gdzie: $E_{C_{\max}}$ – wskaźnik względnego wydłużenia terminu zakończenia wszystkich prac,
 C_{\max} – długość harmonogramu bazowego,
 C'_{\max} – długość harmonogramu aktualnego (zrealizowanego).

Podobnie jak w przypadku harmonogramowania nominalnego, tak również i w obszarze harmonogramowania odpornego wskaźniki kosztowe są rzadziej stosowane, gdyż zależą od charakterystyki i wnikliwej analizy rozpatrywanego systemu produkcyjnego. Określenie kosztów takich zabiegów jak przebrojenia, wymiana narzędzi, czy transport międzystanowiskowy wymaga indywidualnego podejścia do każdego z przypadków harmonogramowania [70, 32].

W przypadku miar należących do grupy wskaźników stanu sytuacja jest również dość skomplikowana, gdyż bazują one na stanie systemu produkcyjnego i wymagają informacji dotyczących nie tylko harmonogramu, ale również dotyczących całego systemu produkcyjnego [70]. Z uwagi na potrzebę indywidualnego podejścia do każdego przypadku, a także konieczność wnikliwej analizy środowiska wskaźniki te są bardzo rzadko stosowane.

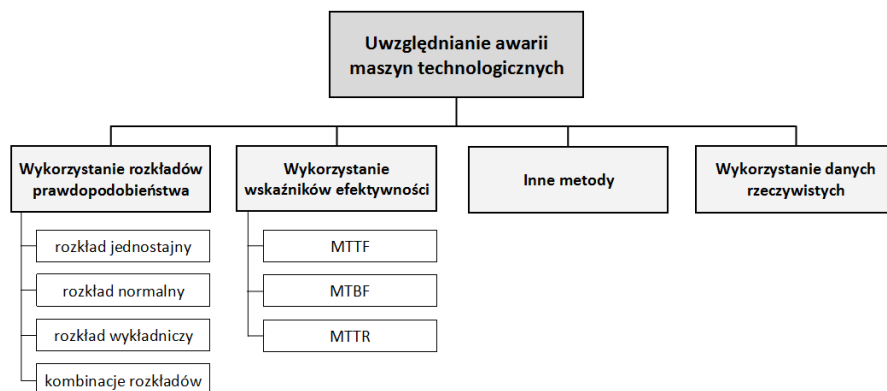
Oprócz doboru metody harmonogramowania, a także późniejszej oceny uzyskiwanych harmonogramów odpornych, kluczowym zagadnieniem jest badanie natury czynników wpływających na stabilność realizowanych procesów produkcyjnych. Dlatego też, w podrozdziale 1.7 zostaną przedstawione typowe rozwiązania mające na celu identyfikację wybranych czynników niepewności.

1.7. Predykcja czynników niepewności

W celu odpowiedniego uodpornienia harmonogramu produkcji niezbędne jest poznanie charakteru rozpatrywanych czynników niepewności. Autorzy publikacji podejmują w tym kierunku różnorodne działania, a analizie poddawanych jest wiele rodzajów zakłóceń procesów produkcyjnych. Najczęściej jednak badacze skupiają się na uwzględnianiu pojedynczych czynników niepewności.

1.7.1. Niepewność związana z awaryjnością maszyn technologicznych

Analizując publikacje naukowe z zakresu odpornego harmonogramowania produkcji należy stwierdzić, iż popularnym i aktualnym zagadnieniem badawczym jest uwzględnianie awarii maszyn technologicznych. Proponowane przez badaczy rozwiązania można podzielić na kilka grup. Podział ten został przedstawiony na rysunku 8.



Rys. 8. Uwzględnianie awarii maszyn w obszarze zagadnienia *robust scheduling* (opracowanie własne)

Typowe rozkłady prawdopodobieństwa

Zdecydowana większość proponowanych w literaturze rozwiązań opiera się na analizach rozkładów prawdopodobieństwa [22, 39, 90]. Rozpatrywane są zarówno typowe rozkłady, jak i ich kombinacje.

Najprostszym rozwiązaniem z zakresu wykorzystania rozkładów prawdopodobieństwa jest generowanie parametrów awarii (czasu jej wystąpienia, długość trwania) na podstawie rozkładu jednostajnego. Takie rozwiązanie zaproponowane jest m. in. w publikacji [59]. Obecność awarii polega na dodaniu operacji pełniące funkcję usterki, a jej parametry są dobierane losowo. Głównym celem badań było sprawdzenie działania rozpatrywanego algorytmu reharmonogramowania. Losowość awarii z wykorzystaniem rozkładu jednostajnego przedstawiono także w pracy [2], gdzie awarie maszyn były kumulowane do jednego przestoju (zagregowane) i rozpatrywane w 4 możliwych kombinacjach.

Kolejnym z analizowanych rozkładów jest rozkład normalny. W publikacji [22] autor wykorzystuje go w celu określenia czasów występowania awarii oraz ich charakteru. Uzyskane w ten sposób dane zostają zaimplementowane w procesie obliczania wielkości buforów czasowych, po czym ich skuteczność weryfikowana jest za pomocą metod symulacji.

W pracy [90] czas i miejsce wystąpienia ogólnie rozumianego zakłócenia definiowane są natomiast na podstawie przykładowego rozkładu wykładniczego. Długość trwania generowana jest z wykorzystaniem odpowiednich narzędzi statystycznych. Autor analizuje wystąpienie pierwszego zakłócenia jak i kolejnych – wówczas problem staje się bardziej złożony. Także w publikacji [97] podstawę wyznaczania parametrów awarii maszyn stanowią funkcje wykładnicze. Parametry określane są na podstawie danych wygenerowanych przez autorów, a następnie rozpatrywane są ich różne kombinacje. Uzyskane „scenariusze awarii” są stosowane w celu uodpornienia harmonogramu i zbadania jego skuteczności.

Autorzy publikacji [39] rozpatrują natomiast awaryjność maszyn na podstawie kombinacji typowych rozkładów – normalnego, trójkątnego i wykładniczego. Jednak w przypadku tej publikacji awarie analizowane są tylko i wyłącznie na jednym stanowisku roboczym, co stanowi dość duże uproszczenie problemu harmonogramowaniu produkcji w warunkach niepewności.

Wykorzystanie różnorodnych rozkładów prawdopodobieństwa jest tematem wielu publikacji z zakresu literatury przedmiotu. Niestety większość z proponowanych rozwiązań wciąż ma charakter rozważań teoretycznych. Pomijany jest przez to kluczowy aspekt bazowania na rzeczywistych danych pochodzących z procesu produkcyjnego. Ponadto badacze nie argumentują w dostateczny sposób doboru rozpatrywanych rozkładów.

Wskaźniki MTTF, MTBF, MTTR

W wielu publikacjach proponowane jest także wykorzystanie typowych wskaźników efektywności stosowanych w obszarze utrzymania ruchu. Są to:

- średni czas do wystąpienia uszkodzenia MTTF (ang. *Mean Time To Failure*),
- średni czas bezawaryjnej pracy MTBF (ang. *Mean Time Between Failures*),
- średni czas naprawy MTTR (ang. *Mean Time To Repair*).

Wykorzystanie wskaźników MTTF, MTBF oraz MTTR zostało w szczególności przedstawione w pracach [23, 32]. W publikacji [23] autor bazuje na wskaźnikach MTBF oraz MTTR. Czas MTBF jest w pracy przyjmowany jako zmienna losowa. Jej wartość została określona przez autora na poziomie 40% maksymalnego całkowitego czasu wykonywania indywidualnego zadania. Dodatkowo został określony wskaźnik wystąpienia zakłócenia (LOD – ang. *Location of Disruption*) definiujący miejsce wystąpienia awarii. Autor proponuje dwa stany ryzyka: wysoki i niski. Stan niski oznacza, że zagrożone są najmniej obciążone maszyny, zaś stan wysoki oznacza ryzyko wystąpienia awarii na maszynach najbardziej obciążonych. Są one zależne od: liczby prac, liczby maszyn,

stosunku buforów czasowych do czasów pracy, czasów MTTR (określanych z wykorzystaniem prawdopodobieństwa). Na podstawie tych danych określany jest właśnie wskaźnik LOD, który służy do rozmieszczania buforów bezpieczeństwa. Implementacja odbywała się na podstawie odpowiednich reguł (m. in. „na jednej maszynie”, „na wszystkich”, „najbardziej obciążone”, itp.).

W pracy [32] wykorzystany został wskaźnik MTBF oraz czas trwania awarii określony jako wskaźnik FD (ang. *Failure Duration*). Nie jest jednak przedstawiona metoda określania tych parametrów, lecz rozpatrywane są gotowe scenariusze. Wskaźniki przyjmują wartości z uprzednio zdefiniowanych przedziałów. Ich wartość dobierana jest tak, aby zdarzenia występowały często, czasami lub rzadko. Czasy trwania awarii (wskaźnik FD) były obliczane na podstawie wskaźników MTBF przemnożonych przez odpowiednie wartości (uzyskiwane na podstawie typowych rozkładów). Wyniki badań miały charakter symulacyjny i były rozpatrywane w wielu możliwych kombinacjach.

W publikacji [77] autorzy także wykorzystują wskaźniki MTBF, MTTR, a także MTTFF (ang. *Mean Time To First Failure*). Ich wartości starają się wyznaczać w oparciu o teorię prawdopodobieństwa. Ponadto celem pracy jest znalezienie metody, która pozwoli na oszacowanie parametrów rozkładu Weibulla, pod kątem późniejszego wykorzystania danych w procesie harmonogramowania predyktywnego. Publikacja [124] jest dalszą częścią rozważań autorów. Celem pracy jest wykorzystanie do przybliżania charakterystyk niezawodnościowych następujących metod:

- metody największej wiarygodności (ang. *Maximum Likelihood Principle*),
- metody momentów empirycznych (ang. *Empirical Moments*).

Charakterystyki określone są z wykorzystaniem technik regresji. Obliczenia (estymacja nieznanymi parametrów rozkładu Weibulla) prowadzone są na odpowiednio opracowanym modelu systemu produkcyjnego. Analiza charakterystyk niezawodności pozwala na określenie wartości parametrów MTTF, MTBR oraz MTTR. Również w publikacji [78] zaprezentowana została metodyka predykcji awarii maszyn na podstawie wskaźników MTTF i MTTR, a także prawdopodobieństwa wystąpienia awarii poszczególnych maszyn. Autorzy stosują metody przedstawione w publikacji [124], jednak analizowane są inne rozkłady prawdopodobieństwa – rozkład gamma oraz eksponentalny dla czasów napraw. Prace nad analizą rozkładów niezawodności kontynuowane są w opracowaniach [106] oraz [107]. Autorzy prezentują tam przykłady obliczeń i symulacji dla proponowanych rozwiązań.

Metody mające na celu wykorzystanie typowych wskaźników efektywności stosowanych w obszarze utrzymania ruchu wydają się być zasadne, gdyż parametry te dostarczają wiele informacji nt. wykorzystywanych maszyn technologicznych. Wciąż jednak pozyskiwanie i wykorzystanie rozpatrywanych wielkości traktowane jest dość teoretycznie.

Inne metody uwzględniania awarii

W literaturze znaleźć można także podejścia, które różnią się od typowych rozwiązań, jak i te, które łączą w sobie popularne rozwiązania.

Przykładowo w pracy [61] awarie zostały skumulowane do jednej i opisywane są za pomocą parametru MTTR oraz stopnia awarii MBL (ang. *Machine Break-down Level*). Stopień ten określany jest na podstawie stosunku czasu zajęcia maszyny do odciążenia wszystkich maszyn, a także czasu trwania awarii. Niemniej jednak wprowadzone zostały dodatkowe parametry, które wyznaczane są na podstawie typowych rozkładów prawdopodobieństwa. Proponowane rozwiązania testowane są dla przypadku produkcji realizowanej na 3 maszynach, przy uwzględnieniu różnych konfiguracji.

W publikacji [118] autor proponuje natomiast analizę awaryjności na podstawie analizy rozkładów czasów obciążenia maszyn. Przyjmuje się wówczas, że zakłócenia mogą występować podczas realizacji zadania przez maszynę.

Wykorzystanie danych rzeczywistych

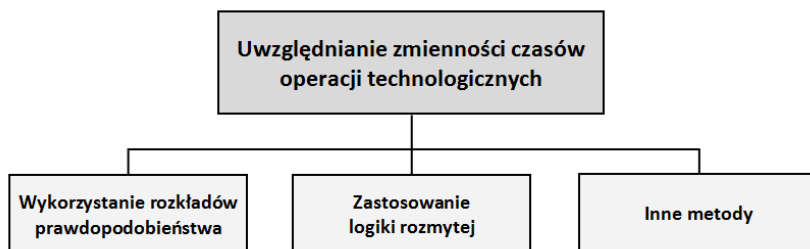
Tematyka analizy awaryjności maszyn w celu uodpornienia harmonogramu produkcji jest tematem wielu publikacji. Niestety w znacznej części publikacji wykorzystywane są tylko i wyłącznie dane testowe, bądź przyjęte przez autorów na podstawie opracowanych założeń. Wówczas nie podana jest argumentacja takiego sposobu postępowania. W publikacjach [22, 72, 28, 129] autorzy zwracają uwagę, iż istotną kwestią jest bazowanie na zbiorach rzeczywistych danych dotyczących procesu. Podkreślana jest także potrzeba harmonogramowania produkcji w realnych środowiskach wytwórczych, a więc z wykorzystaniem realnych danych. Interesujące podejście prezentują autorzy w publikacji [150]. Ideą jest połączenie danych dotyczących losowości awarii, niezawodności maszyn oraz danych z PM (ang. *Preventive Maintenance*). Analizowany jest jednak tylko i wyłącznie przypadek jednomaszynowy.

Autor publikacji [22] wskazuje natomiast bezpośrednio, iż dane w rzeczywistych systemach harmonogramowania mogą być także pozyskiwane z historii awaryjności maszyn. Nie wskazuje jednak w jaki sposób tego dokonać i jakim analizom należy je poddać. Stwierdza wyłącznie, że wciąż występuje brak wiedzy dotyczącej szeroko rozumianej niepewności i jej uwzględniania pod kątem różnorodnych problemów harmonogramowania.

Awarie maszyn technologicznych są głównym czynnikiem powodującym dezorganizację procesów produkcyjnych. Niemniej jednak istnieje szereg innych czynników, które także w negatywny sposób wpływają na realizowane procesy wytwórcze. Doświadczenie osób pracujących w przedsiębiorstwach produkcyjnych wskazuje, iż istotnym aspektem planowania produkcji jest także znajomość rzeczywistych czasów realizacji operacji technologicznych, które niejednokrotnie różnią się od czasów normatywnych. W podpodrozdziale 1.7.2 przedstawiono propozycje badaczy mające na celu uwzględnianie zmienności czasów realizowanych operacji w harmonogramie produkcji.

1.7.2. Niepewność związana z czasem operacji technologicznych

Kolejnym z istotnych czynników niepewności jest zmienność czasów operacji technologicznych. Problem ten jest nieco rzadziej poruszany w literaturze, niż omówiona powyżej predykcja awarii maszyn technologicznych. Wśród proponowanych przez badaczy rozwiązań można wyróżnić jednak kilka podejść mających na celu analizę tego zagadnienia. Autorzy próbują w różnorodny sposób uwzględnić zmienność czasów operacji. Podział prezentowanych w literaturze metod został przedstawiony na rysunku 9.



Rys. 9. Uwzględnianie zmienności czasów operacji technologicznych w obszarze zagadnienia *robust scheduling* (opracowanie własne)

Wykorzystanie rozkładów prawdopodobieństwa

Pierwszym wyraźnym trendem dotyczącym analizy czasów operacji technologicznych jest wykorzystanie rozkładów prawdopodobieństwa. W obszarze tym nie da się wykazać konkretnych podgrup, gdyż w publikacjach, autorzy biorą pod uwagę wiele z typowych rozkładów prawdopodobieństwa – od rozkładu jednostajnego, po rozkłady mieszane. Rzadko jednak uwzględniany jest typowy problem gniazdowy z wykorzystaniem wielu maszyn [74]. Bardzo często badania ograniczają się do analiz przypadków jedno- lub dwumaszynowych [14, 141, 154]. Warto także zauważyć, iż większość publikacji dotyczących tego zagadnienia to prace z lat 2013–2016, a więc jest to bardzo młody problem badawczy.

Przykładem analizy niepewności czasów operacji w środowisku *job-shop* jest praca [21]. Autor ogranicza jednak problem do przypadku dwumaszynowego. W pracy proponowana jest deterministyczna reprezentacja stochastycznych czasów operacji poprzez bazowanie na rozkładzie normalnym oraz rozkładach mieszanych. Następnie, wykorzystując przeszukiwanie z zabronieniami jako metodę szeregowania, analizowany jest wpływ zmienności czasów operacji na jakość uzyskanych harmonogramów. W badaniach rozpatrywane są typowe problemy testowe (ang. *scheduling benchmarks*).

W publikacji [74] autorzy podkreślają, iż prowadzone są różnorodne prace z zakresu uwzględnienia zmiennego charakteru czasów operacji. Podkreślają przy tym, iż nie powstała jeszcze metoda (model), który w pełni rozwiązywałby ten problem. Autorzy analizują klasyczny problem *job-shop*, bazując na rozkładzie gamma

(określając na jego podstawie charakter zmienności czasów). Parametry rozkładu dobierane są na podstawie badań własnych oraz badań literaturowych – rozpatrywany jest wpływ różnych wartości parametrów rozkładu na jakość uzyskiwanych harmonogramów.

Również w pracy [75] rozpatrywana jest niepewność czasów w systemie gniazdowym. Niepewność polega na tym, iż nie do końca znany jest czas zakończenia operacji (zakłada się jego wydłużenie). Celem badań jest włączenie informacji odnośnie niepewności podczas szeregowania z wykorzystaniem reguł priorytetów. Autorzy bazują na rozkładzie gamma, zaznaczając, iż w praktyce dla każdej operacji jego parametry (skali i kształtu) różnią się. Dlatego też, istnieje potrzeba prowadzenia badań praktycznych w tym kierunku [75].

W pracy [94] proponowane jest rozwiązanie, które autorzy testują dla problemów o praktycznych rozmiarach. Przyjęto, iż część czasów operacji jest znana, zaś pozostałe określane są jako niezależne zmienne losowe z danym rozkładem dyskretnym. Bazując na przyjętym rozkładzie wartości z różnym prawdopodobieństwem losowano zarówno zadania, jak i zmienność czasów operacji.

Innym przykładem wykorzystania rozkładów prawdopodobieństwa może być praca [14], gdzie zmienność czasów generowana jest na podstawie rozkładu jednostajnego a jako narzędzie harmonogramowania wykorzystuje się programowanie całkowitoliczbowe, czy symulowane wyżarzanie. Z kolei autor publikacji [154] korzysta z rozkładu wykładniczego jako źródła wiedzy o niepewności czasów operacji. Ciekawe podejście prezentują także autorzy pracy [141], gdzie przyjmuje się, iż rozkład zmiennych jakimi są czasy operacji nie jest znany, a ich wartości pobierane są ze zbioru zawierającego możliwe ich warianty.

Zastosowanie logiki rozmytej

Kolejnym z podejść prezentowanych w literaturze jest zastosowanie teorii logiki rozmytej (ang. *fuzzy logic*) w celu uwzględnienia zmienności czasów operacji. Analizując jednak publikacje dotyczące tego zagadnienia, odnosi się wrażenie, iż badacze większy nacisk kładą na same metody harmonogramowania, niż na fakt rozmytego definiowania czasów operacji.

Liczby rozmyte do harmonogramowania odpornego w systemie gniazdowych zostały wykorzystane m. in. w publikacjach [36, 35, 24, 67]. W pracy [36] analizowany jest przypadek dwumaszynowy, a jako metodę szeregowania zadań z uwzględnieniem zakładanych ograniczeń, autorzy proponują poprawioną wersję lokalnego przeszukiwania. Do opisu czasów zastosowane zostały trójkątne liczby rozmyte. Proponowane rozwiązania są testowane na 13 typowych problemach testowych. Podobny sposób postępowania został przedstawiony w pracy [35]. Natomiast w pracy [24] oprócz funkcji trójkątnych autorzy proponują zastosowanie dubletów w celu określania czasu zakończenia operacji, a rezultaty harmonogramowania z zastosowaniem algorytmu genetycznego są porównywane z innymi algorytmami. Proponowane rozwiązania analizowane są również dla

typowych problemów testowych. W przypadku pracy [67] skuteczność zastosowania liczb rozmytych jest sprawdzana z wykorzystaniem genetycznego algorytmu roju pszczoł.

Teoria liczb rozmytych jest także implementowana dla innych problemów harmonogramowania, jednak jest to znacznie mniejsza liczba publikacji [6].

Inne metody określania zmienność czasów operacji

Oprócz przedstawionych powyżej metod autorzy starają się na różny sposób rozwiązać zagadnienie zmienności czasów realizowanych operacji w systemach klasy *job-shop*.

Wśród proponowanych rozwiązań pojawiają się takie, które zmienność czasów traktują w sposób deterministyczny. Przykładowo w pracy [3] autorzy bazują na średniej arytmetycznej zanotowanych czasów – najkrótszego i najdłuższego, jednak są to typowo teoretyczne rozważania, analizowane na przypadkach testowych. Podobne rozwiązanie proponują badacze w publikacji [137] oraz w pracy [120], gdzie rozpatruje się różne scenariusze zmian czasów realizowanych operacji. Niekiedy pojawiają się rozwiązania mające na celu uwzględnienie tylko i wyłącznie skrócenia czasów operacji poprzez ich kompresję [73].

Poszukiwanie rozwiązania mającego na celu uwzględnienie zmienności czasów operacji technologicznych jest przedmiotem wielu badań. Analizując literaturę z zakresu tego zagadnienia należy stwierdzić, iż ten obszar odpornego harmonogramowania produkcji jest wciąż rozwijany i istnieje potrzeba opracowywania kolejnych, efektywnych metod – zwłaszcza umożliwiających predykcję czynników niepewności. Autorzy wielu prac zauważają, iż konieczne jest badanie charakteru zmienności czasów poszczególnych zadań oraz operacji, gdyż każdy z nich może charakteryzować się odmiennym rozkładem prawdopodobieństwa [74, 94, 137, 133].

1.8. Podsumowanie

W ramach dokonanego przeglądu literatury scharakteryzowano ogólne zagadnienie harmonogramowania, a także omówiono harmonogramowanie zadań w typowych systemach wytwórczych. Przedstawiono szereg problemów związanych z procesem harmonogramowania produkcji oraz dokonano ich klasyfikacji. Szczególną uwagę zwrócono na problemy harmonogramowania w gniazdowym systemie produkcyjnym, który jest najczęściej stosowaną formą organizacji produkcji w przemyśle maszynowym.

Przedstawiono zagadnienie odpornego harmonogramowania produkcji, będącego odpowiedzią na problemy związane z realizacją produkcji w rzeczywistych systemach wytwórczych, a także omówiono techniki stosowane w tym obszarze. Ponadto dokonano doboru metody szeregowania zadań w rzeczywistym systemie produkcyjnym oraz sklasyfikowano kryteria oceny harmonogramów.

Zaprezentowano także aktualnie stosowane rozwiązania, mające na celu predykcję czynników niepewności, a w konsekwencji pozyskanie stabilnych harmonogramów produkcji. Na zakończenie przedstawiono wnioski z dokonanego przeglądu literatury, które stały się pomocne w wytyczeniu kierunku prac dotyczących odpornego harmonogramowania produkcji z wykorzystaniem narzędzi predykcji.

Głównym celem harmonogramowania odpornego jest zwiększenie stabilności procesu produkcyjnego. Dobrze opracowany harmonogram predykcyjny jest lepszy niż jego modyfikacje w trakcie realizacji produkcji, które często wiążą się z dużą liczbą skomplikowanych obliczeń. Niewątpliwie należy stwierdzić, iż zagadnienie harmonogramowania zadań produkcyjnych w warunkach niepewności jest problemem złożonym – obejmującym wiele obszarów z zakresu planowania i sterowania produkcją.

Autorzy licznych publikacji starają się przedstawiać różne metody i rozwiązania dotyczące harmonogramowania w warunkach niepewności. Niemniej jednak znaczna część publikacji (mimo, iż podejście uodparniania harmonogramów ma na celu niwelowanie teoretycznych założeń upraszczających) traktuje to zagadnienie nazbyt teoretycznie. Analiza czynników niepewności bardzo często przyjmuje charakter rozpatrywania różnorodnych scenariuszy opartych wyłącznie o teoretycznie opracowane dane. Wśród proponowanych rozwiązań brak jest metod, które pozwoliłyby na efektywne wykorzystanie realnych danych pochodzących z systemów wytwórczych. Parametry czynników niepewności zakładane są z góry i mają na celu weryfikację skuteczności proponowanych algorytmów harmonogramowania reaktywnego. Takie podejście powoduje, że faza predykcyjna zostaje niedoceniona, a to ona jest bazą dobrze opracowanego harmonogramu odpornego. Ponadto niejednokrotnie proponowane rozwiązania uwzględniają pojedyncze zakłócenia, pomimo, iż w realnym środowisku produkcyjnym jednocześnie występować może kilka czynników negatywnie wpływających na stabilność harmonogramu.

Zagadnienie odpornego harmonogramowania produkcji powinno być zatem analizowane głównie pod kątem rzeczywistych systemów produkcyjnych. Dlatego też, należy prowadzić prace w celu badania potencjalnych, rzeczywistych zakłóceń procesu produkcyjnego. Coraz częściej w literaturze spotkać można rozwiązania mające na celu dokładne poznanie charakteru czynników niepewności, jednak wciąż liczba publikacji dotycząca tego zagadnienia jest niewielka. Rzadko poruszane jest także zagadnienie predykcji potencjalnych zakłóceń i wykorzystania w tym procesie danych pochodzących z realnych systemów wytwórczych.

Istnieje zatem potrzeba opracowania metody projektowania harmonogramów odpornych z zastosowaniem narzędzi predykcji, która pozwoli na wnikliwą analizę czynników niepewności oraz wykorzystanie tych danych w procesie uodparniania harmonogramów produkcji.

2. METODA PROJEKTOWANIA HARMONOGRAMÓW ODPORNÝCH Z WYKORZYSTANIEM NARZĘDZI PREDYKCJI

2.1. Geneza podjętych badań

Harmonogramowanie jest niewątpliwie istotnym elementem procesu planowania i sterowania przepływem produkcji. Opracowanie harmonogramu produkcji pozwala uzyskać wiele informacji dotyczących chociażby stopnia obciążenia maszyn, czy czasów realizacji poszczególnych zadań. Różnorodność systemów wytwórczych powoduje jednak, iż zagadnienie harmonogramowania musi być analizowane pod kątem różnych środowisk produkcyjnych. Harmonogramowanie zadań w typowym środowisku przemysłu maszynowego rozpatrywane jest jako problem klasy *job-shop*, gdzie wówczas kolejność realizacji operacji wynika bezpośrednio z przyjętej technologii.

W literaturze proponowanych jest wiele rozwiązań dotyczących harmonogramowania zadań w systemach gniazdowych. Niemniej jednak prowadzone rozważania mają charakter czysto teoretyczny i są w znacznym stopniu upraszczane, przez co nie znajdują zastosowania w rzeczywistych systemach wytwórczych. Teoretyczne rozwiązania zakładają m. in. płynny przepływ produkcji. Praktyka wskazuje jednak, iż w realnych systemach produkcyjnych występuje wiele czynników niepewności. Pominięcie wpływu tych czynników jest błędem, ponieważ w znaczący sposób oddziałują one na realizowane procesy – powodując przy tym natychmiastową dezaktualizację opracowywanych harmonogramów produkcji. Dlatego też, coraz większą popularność zyskuje zagadnienie harmonogramowania odpornego (ang. *robust scheduling*), które ma na celu uwzględnianie wpływu czynników niepewności oraz niwelowanie skutków ich występowania. Liczba publikacji dotyczących tego nurtu stale wzrasta, a autorzy proponują w tym obszarze badań różnorodne rozwiązania.

Analiza metod budowania harmonogramów odpornych pokazuje, iż zbyt mała uwaga jest poświęcana fazie harmonogramowania predyktywnego. Autorzy proponują zazwyczaj rozwiązania dotyczące efektywnego reharmonogramowania produkcji, podczas gdy faza predyktywna stanowi podstawę procesu harmonogramowania zadań w warunkach niepewności oraz bazę do dalszych działań. Ponadto wiele prac skupia się na analizie wpływu pojedynczych czynników niepewności, przez co w literaturze brak jest badań nad wpływem dwóch lub więcej czynników niepewności jednocześnie.

W praktyce produkcyjnej można zidentyfikować wiele czynników niepewności, które w negatywny sposób wpływają na przebieg procesu wytwórczego.

Głównym z nich są zazwyczaj awarie maszyn technologicznych, których skutkiem są znaczne opóźnienia w realizacji zleceń produkcyjnych. Autorzy publikacji zajmujących się tym zagadnieniem proponują różnorodne rozwiązania w tym zakresie – począwszy od wykorzystania teoretycznych rozkładów prawdopodobieństwa, aż do zastosowania wskaźników stosowanych w obszarze utrzymania ruchu. Kolejnym czynnikiem, mającym wpływ na problem projektowania harmonogramów produkcji, jest zmienność czasów operacji technologicznych. W tym obszarze autorzy proponują rozwiązania, które podzielić można na dwie grupy – testowanie rozkładów prawdopodobieństwa oraz zastosowanie logiki rozmytej. W pracach dotyczących tego czynnika niepewności podkreśla się również potrzebę dokładnego poznania charakteru zmienności czasów operacji poszczególnych zadań. Zastosowanie mogą znaleźć tu dane historyczne.

Istnieje więc potrzeba opracowania metody, która umożliwi analizę rzeczywistych danych produkcyjnych oraz ich wykorzystanie w procesie predyktywnego harmonogramowania produkcji. Ponadto istotne jest, aby proponowana metoda uwzględniała dwuczynnikową niepewność procesu produkcyjnego – w postaci awarii maszyn oraz zmienności czasów operacji technologicznych.

Uzasadnienie zatem znajduje potrzeba opracowania metody projektowania odpornych harmonogramów produkcji, umożliwiającej predykcję czasów wystąpienia awarii maszyn oraz zmienności czasów operacji technologicznych. Wykorzystanie w obszarze proponowanej metody rzeczywistych, historycznych danych produkcyjnych pozwoli na uwzględnienie charakteru czynników niepewności środowiska produkcyjnego, dla którego zostanie opracowany harmonogram. Umożliwi to przygotowanie operacyjnego planu produkcji odpowiadającego realnym warunkom przemysłowym.

Określenie prawdopodobieństwa wystąpienia awarii w czasie pozwoli na identyfikację newralgicznych miejsc harmonogramu oraz jego uodpornienie poprzez zastosowanie buforów czasowych. Poznanie charakteru zmienności czasów operacji umożliwi jego aktualizację w celu uzyskania zgodności harmonogramu produkcji z realnymi warunkami systemu wytwórczego.

W celu opracowania proponowanej metody projektowania harmonogramów odpornych z wykorzystaniem narzędzi predykcji niezbędna była realizacji kolejnych etapów prac do których należało:

1. Zdefiniowanie założeń opracowywanej metody projektowania harmonogramów odpornych z wykorzystaniem narzędzi predykcji – określenie ogólnych założeń metody oraz założeń dotyczących rozpatrywanych czynników niepewności.
2. Zbudowanie modelu matematycznego opisującego rozpatrywany przypadek harmonogramowania zadań produkcyjnych z dwuczynnikową niepewnością procesu.

3. Opracowanie głównego algorytmu proponowanej metody wraz z wyodrębnieniem kluczowych jego elementów.
4. Opracowanie algorytmu predykcji czasów wystąpienia awarii maszyn technologicznych – opracowanie procedury przetwarzania i wykorzystania danych historycznych, a także estymacji prawdopodobieństwa i czasu wystąpienia awarii.
5. Opracowanie algorytmu implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych w postaci buforów czasowych – utworzenie procedury szacowania wielkości buforów serwisowych oraz reguł ich doboru i implementacji do harmonogramu nominalnego.
6. Opracowanie algorytmu estymacji zmienności czasów operacji technologicznych – opracowanie procedury przetwarzania i wykorzystania danych historycznych, a także predykcji realnych czasów operacji.
7. Weryfikację opracowanej metody odpornego harmonogramowania zadań produkcyjnych z wykorzystaniem rzeczywistych danych produkcyjnych, a także dokonanie symulacji przebiegu produkcji według opracowanych harmonogramów oraz dokonanie oceny uzyskanych rezultatów badań.

2.2. Założenia metody projektowania harmonogramów odpornych z wykorzystaniem narzędzi predykcji

W celu opracowania proponowanej metody przyjęto odpowiednie założenia ogólne (dotyczące całości proponowanej metody), jak również założenia dotyczące rozpatrywanych czynników niepewności (awarii maszyn technologicznych oraz zmienności czasów operacji technologicznych).

2.2.1. Ogólne założenia dotyczące proponowanej metody

Podstawą opracowania metody predyktywnego harmonogramowania zadań produkcyjnych wykorzystującej narzędzia predykcji było zdefiniowanie ogólnych założeń dotyczących metody. W wyniku analiz literaturowych, zdobytych doświadczeń oraz prowadzonych prac badawczych przyjęto, iż w obszarze proponowanej metody:

1. Harmonogramowanie produkcji odbywa się w systemie klasy *job-shop* – produkcja realizowana jest wieloasortymentową produkcją seryjną o charakterze nierytmicznym.
2. Zadania produkcyjne (tworzące zlecenie) są z góry znane, a czasy poszczególnych operacji oraz kolejność ich realizacji określana jest na podstawie kart technologicznych. Nie ma możliwości alternatywnego zapisu technologii.

3. Zadania produkcyjne obejmują wytwarzanie elementów w partiach o zdefiniowanej wielkości i są realizowane z wykorzystaniem parku maszynowego o zdefiniowanej liczbie stanowisk produkcyjnych.
4. W danym momencie na jednej maszynie wykonywana jest jedna operacja danego zadania (pracy).
5. Przebieg produkcji ma charakter szeregowy – operacja kolejna rozpoczyna się dopiero po zakończeniu poprzedniej operacji (na całej partii produkcyjnej).
6. Przyjmuje się, iż popyt jest stały i niezmienny w trakcie realizacji produkcji – nie pojawiają się nowe zlecenia w założonym horyzoncie planistycznym.
7. Produkcja odbywa się z trybie trójzmiannowym (24 godz.).
8. Czasy transportu międzystanowiskowego są pomijane.
9. Kwestie kosztowe nie są brane pod uwagę.
10. Maksymalny rozważany horyzont planistyczny wynosi 6 dni roboczych.
11. Jako kryterium celu wybiera się całkowity czas realizacji wszystkich zadań produkcyjnych (kryterium C_{\max}).
12. Rozpatruje się wpływ awarii maszyn oraz zmienność czasów realizowanych operacji na przebieg procesu produkcyjnego. Wpływ innych czynników nie jest brany pod uwagę.
13. Źródło wiedzy w procesie predykcji stanowią realne dane historyczne pochodzące z przedsiębiorstwa produkcyjnego.

2.2.2. Założenia dotyczące awarii maszyn technologicznych

W celu uwzględnienia potencjalnych awarii maszyn technologicznych przyjęto następujące założenia:

1. Dla każdej z maszyn prowadzona jest dokumentacja (w wersji papierowej lub elektronicznej) zawierająca dane historyczne dotyczące awarii. Na jej podstawie określany jest czas wystąpienia awarii oraz długość jej naprawy.
2. Awarie maszyn rozpatrywane są w odstępach czasu na jakie wskazują zgromadzone dane historyczne.
3. Jako czas awarii rozumie się czas jaki upłynął od ostatniego przywrócenia pełnej sprawności maszyny produkcyjnej do chwili wystąpienia ponownej usterki.
4. Naprawa może trwać maksymalnie 1 zmianę, co odpowiada 8 godz. (480 min). Dłuższe czasy napraw nie są brane pod uwagę.
5. Analizie poddawana jest awaryjność maszyn technologicznych. Awaryjność narzędzi nie jest brana pod uwagę.

2.2.3. Założenia dotyczące zmienności czasów operacji technologicznych

Uwzględnienie zmienności czasów operacji w obszarze proponowanej metody opiera się o następujące założenia:

1. Dane historyczne dotyczące zmienności czasów gromadzone są dla konkretnych operacji konkretnego zadania.

2. Czasy operacji wyrażane są w godzinach, a ich zmienność rozumie się jako różnicę pomiędzy czasem realnym a czasem założonym przez technologa.
3. Czas rejestrowany jest po wykonaniu danej operacji dla każdej ze sztuk partii produkcyjnej.
4. Czas przygotowawczo-zakończeniowy nie jest brany pod uwagę w procesie predykcji zmienności czasów operacji.

2.3. Model matematyczny rozpatrywanego problemu

Podstawą do opracowania metody odpornego harmonogramowania produkcji z wykorzystaniem narzędzi predykcji jest opracowany model matematyczny. Takie przedstawienie problemu jest dość często stosowane w literaturze [126, 102, 26, 60, 106] i umożliwia przystępną analizę rozpatrywanego zagadnienia, a także późniejszą jego implementację.

W celu przedstawienia problemu harmonogramowania zadań w systemie *job-shop* należy zdefiniować następujące zbiory danych:

- zbiór M , będący zbiorem m maszyn technologicznych (stanowisk) realizujących procesy produkcyjne:

$$M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}, \quad (28)$$

- zbiór J , zawierający n zadań (prac) do wykonania:

$$J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}. \quad (29)$$

Wykonanie pracy J_i na maszynie M_j jest to operacja technologiczna. Dlatego też należy zdefiniować:

- macierz MO o wymiarach $m \times n$ zawierającą informację dotyczącą technologii (kolejności wykonywanych operacji):

$$MO = \begin{matrix} & M_1 & M_2 & \dots & M_m \\ \begin{matrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} o_{11} & o_{12} & \dots & o_{1m} \\ o_{21} & o_{22} & \dots & o_{2m} \\ \dots & \dots & o_{ij} & \dots \\ o_{n2} & o_{n2} & \dots & o_{nm} \end{bmatrix} & \end{matrix}, \quad (30)$$

$$MO = [o_{ij}],$$

gdzie: o_{ij} – liczba określająca kolejność wykonania operacji j zadania i przyjmująca wartości:

$$o_{ij} = \begin{cases} 0 & , \text{gd\u0142y operacja nie jest wykonywana na maszynie,} \\ \{1, \dots, m\} & , \text{gd\u0142y operacja jest wykonywana na maszynie,} \end{cases}$$

m – liczba maszyn realizuj\u0105cych procesy technologiczne.

- macierz PT zawieraj\u0105c\u0105 informacj\u0119 dotycz\u0105c\u0105 czas\u00f3w poszczeg\u00f3lnych operacji technologicznych:

$$PT = \begin{matrix} & M_1 & M_2 & \dots & M_m \\ J_1 & [pt_{11} & pt_{12} & \dots & pt_{1m}] \\ J_2 & [pt_{21} & pt_{22} & \dots & pt_{2m}] \\ \dots & \dots & \dots & pt_{ij} & \dots \\ J_n & [pt_{n1} & pt_{n2} & \dots & pt_{nm}] \end{matrix}, \quad (31)$$

$$PT = [pt_{ij}],$$

gdzie: pt_{ij} – liczba okre\u015blaj\u0105ca ca\u0142kowity czas realizacji operacji j zadania i ;
przy czym:

$$\bigwedge_{o_{ij}=0} pt_{ij} = 0.$$

Ponadto, w celu uodpornienia harmonogramu nominalnego na potencjalne awarie maszyn technologicznych, niezb\u0119dne jest zdefiniowanie dla ka\u017cdzej maszyny zagrożonej wyst\u0105pieniem awarii nast\u0119puj\u0105cych zbior\u00f3w danych:

- zbioru FT_{Mj} okre\u015blaj\u0105cego czasy potencjalnych awarii maszyny j :

$$FT_{Mj} = \{ft_{Mj1}, ft_{Mj2}, \dots, ft_{Mjn}\}, \quad (32)$$

$$j \in \langle 1; m \rangle,$$

gdzie: ft_{Mji} – czas wyst\u0105pienia awarii maszyny j ,

j – numer rozpatrywanej maszyny technologicznej.

- zbioru P_{Mj} okre\u015blaj\u0105cego prawdopodobie\u0144stwo wyst\u0105pienia awarii maszyny j w danym czasie ft_{Mjk} :

$$P_{Mj} = \{p_{Mj1}, p_{Mj2}, \dots, p_{Mjn}\}, \quad (33)$$

gdzie: p_{Mji} – warto\u015b\u0107 prawdopodobie\u0144stwa wyst\u0105pienia awarii maszyny j ,
przy czym:

$$\bigwedge_{ft_{Mji} \neq 0} p_{Mji} \neq 0.$$

- zbioru TB_{Mj} określającego wartość zabezpieczeń czasowych jakie należy wprowadzić do harmonogramu nominalnego (dla maszyny j) w celu jego uodpornienia:

$$TB_{Mj} = \{tb_{Mj1}, tb_{Mj2}, \dots, tb_{Mjn}\}, \quad (34)$$

gdzie: tb_{Mji} – wielkość bufora czasowego umieszczanego w harmonogramie w danym czasie ft_{Mji} ; przy czym:

$$\bigwedge_{ft_{Mji} \neq 0 \wedge p_{Mji} \neq 0} tb_{Mji} \neq 0.$$

W celu uwzględnienia niepewności związanej z czasem realizacji operacji technologicznych należy zdefiniować także macierz PPT zawierającą informację dotyczącą przyszłych czasów poszczególnych operacji technologicznych:

$$PPT = \begin{matrix} & M_1 & M_2 & \dots & M_m \\ \begin{matrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} ppt_{11} & ppt_{12} & \dots & ppt_{1m} \\ ppt_{21} & ppt_{22} & \dots & ppt_{2m} \\ \dots & \dots & ppt_{ij} & \dots \\ ppt_{n1} & ppt_{n2} & \dots & ppt_{nm} \end{bmatrix} & = \end{matrix} \quad (35)$$

$$= \begin{matrix} & M_1 & M_2 & \dots & M_m \\ \begin{matrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} pt_{11} + \Delta pt_{11} & pt_{12} + \Delta pt_{12} & \dots & pt_{1m} + \Delta pt_{1m} \\ pt_{21} + \Delta pt_{21} & pt_{22} + \Delta pt_{22} & \dots & pt_{2m} + \Delta pt_{2m} \\ \dots & \dots & pt_{ij} + \Delta pt_{ij} & \dots \\ pt_{n1} + \Delta pt_{n1} & pt_{n2} + \Delta pt_{n2} & \dots & pt_{nm} + \Delta pt_{nm} \end{bmatrix}, \end{matrix}$$

$$PPT = [pt_{ij} + \Delta pt_{ij}],$$

gdzie: ppt_{ij} – całkowity czas operacji j zadania i wyznaczony na podstawie predykcji,

pt_{ij} – czas realizacji operacji j zadania i ,

Δpt_{ij} – odchyłka czasu operacji j zadania i wyznaczona na podstawie predykcji.

W macierzy PPT zachodzi także zależność:

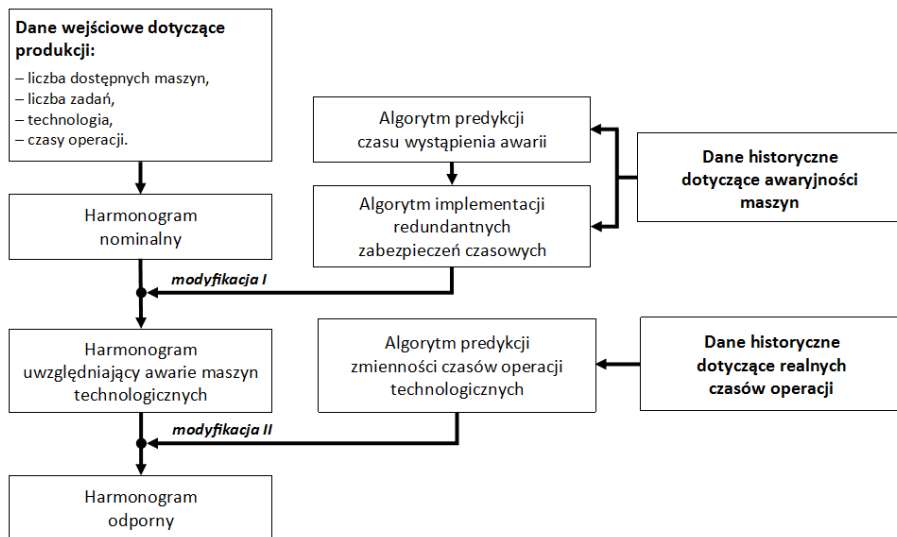
$$\bigwedge_{o_{ij}=0} ppt_{ij} = (pt_{ij} + \Delta pt_{ij}) = 0.$$

W celu wyznaczenia szukanych wartości elementów zbiorów FT_{Mj} , P_{Mj} , TB_{Mj} oraz PPT opracowano metodę odpornego harmonogramowania produkcji wykorzystującą wybrane narzędzia predykcji. Analiza danych historycznych dotyczących awaryjności maszyn oraz zmienności realnych czasów operacji, a także późniejszy proces wnioskowania na ich podstawie pozwoli na utworzenie predyktywnego harmonogramu produkcji. Szczegółowy opis proponowanej metody został przedstawiony w kolejnych rozdziałach.

2.4. Ogólny algorytm harmonogramowania zadań produkcyjnych z wykorzystaniem narzędzi predykcji

Przyjęcie odpowiednich założeń oraz opracowanie modelu matematycznego analizowanego problemu pozwoliło na zbudowanie ogólnego algorytmu proponowanej metody. Został on przedstawiony na schemacie (rys. 10).

W ramach metody wyróżnić należy dwie podstawowe składowe – procesy harmonogramowania zadań oraz proponowane algorytmy predykcji.



Rys. 10. Ogólny schemat proponowanej metody (opracowanie własne)

Danymi wejściowymi do harmonogramowania produkcji są typowe dane produkcyjne – liczba maszyn technologicznych, liczba zadań jakie należy wykonać, technologia wykonania, która określa kolejność realizacji operacji na poszczególnych maszynach oraz czasy ich realizacji. Dla tych danych opracowany zostaje nominalny harmonogram produkcji przy wykorzystaniu odpowiednich reguł priorytetów.

W celu odpowiedniego uodpornienia uzyskanego harmonogramu nominalnego niezbędne jest przeprowadzenie analiz danych historycznych dotyczących rozpatrywanych czynników niepewności – awarii maszyn oraz zmienności czasów operacji technologicznych. W przypadku awarii źródłem wiedzy mogą być książki serwisowe, dokumentacja prowadzona przez działy utrzymania ruchu, czy dane z systemu MES. W przypadku zmienności czasów operacji wykorzystać można informacje zapisane w Kartach Pracy Maszyn, systemach klasy MES oraz ERP.

Do przetworzenia danych historycznych (zapisu wiedzy) zostaną wykorzystane algorytmy będące głównymi elementami proponowanej metody:

- algorytm predykcji czasu wystąpienia awarii, który pozwala zlokalizować newralgiczne miejsca harmonogramu – czasy w których mogą wystąpić awarie maszyn technologicznych,
- algorytm wyznaczania redundantnych zabezpieczeń czasowych, który pozwala w wyznaczonych miejscach umieścić bufory serwisowe o wielkościach na jakie wskazują dane historyczne dotyczące usterek,
- algorytm analizy zmienności czasów operacji, który pozwala na wprowadzenie do harmonogramu informacji o realnych czasach operacji.

Tak uzyskane informacje pozwalają na modyfikację harmonogramu nominalnego w celu jego uodpornienia. Modyfikacja odbywa się w dwóch etapach:

1. **Modyfikacja I** – uwzględniająca awarie maszyn – wprowadzone zostają zabezpieczenia czasowe na wypadek potencjalnych usterek maszyn technologicznych.
2. **Modyfikacja II** – uwzględniająca zmienność czasów operacji – normatywne czasy operacji są aktualizowane zgodnie z wartościami uzyskanymi w procesie predykcji.

Przeprowadzenie modyfikacji harmonogramu nominalnego w wyniku działania odpowiednich algorytmów pozwoli uzyskać odporny harmonogram produkcji, który cechować będzie większa stabilność oraz odporność.

W podrozdziałach 2.5, 2.6 oraz 2.7 przedstawiono szczegółowo budowę oraz działanie poszczególnych algorytmów, a także zasady modyfikacji harmonogramu mających na celu opracowania jego predyktywnej wersji.

2.5. Algorytm predykcji czasu wystąpienia awarii

Pierwszym kluczowym elementem opracowanej metody jest algorytm, który umożliwi lokalizację newralgicznych miejsc harmonogramu, w których zostaną zaimplementowane redundantne zabezpieczenia czasowe (bufory serwisowe) pozwalające niwelować wpływ awarii maszyn na harmonogram produkcji.

2.5.1. Analiza czasu pracy maszyny jako analiza czasu trwania

Problem predykcji awarii polega w znacznym uproszczeniu na wyznaczeniu czasu w którym może wystąpić potencjalna usterka konkretnej maszyny technologicznej. Do tego celu wykorzystać można elementy Analizy Przeżycia, nazywanej także Analizą Czasu Trwania [8, 30, 89].

Ważnym elementem wykorzystania Analizy Czasu Trwania jest dokładne ustalenie istoty badanego procesu, który powinien odbywać się z uwzględnieniem odpowiednich aspektów [30]:

1. Zmiany dotyczące jednostki objętej badaniem muszą dokonywać się pomiędzy stanami dyskretnymi.
2. Zmiany stanów mogą występować w dowolnym momencie i nie są z góry ograniczone ustalonymi punktami w czasie.
3. Zmiany mogą być odwracalne lub nieodwracalne (w zależności od formy procesu).
4. Zmiany są ustalone z góry przez stan w jakim znajduje się proces.
5. Istnieją czynniki wpływające na proces, a analiza pozwala na ich wykrycie.

Analizując powyższe wymagania na tle procesu występowania awarii maszyn technologicznych należy stwierdzić, iż proces ten spełnia te aspekty. Awaria maszyny może wystąpić w dowolnej chwili i jest zmianą zachodzącą pomiędzy dwoma stanami – sprawna i uszkodzona. Ponadto uszkodzenie maszyny jest zmianą odwracalną – naprawa powoduje powrót do pierwotnego stanu, który jest definiowany przez stan w jakim znajduje się urządzenie. Istnieje także szereg czynników, które mogą wpływać na analizowany proces i mogą być identyfikowane dzięki wykorzystaniu Analizy Czasu Trwania.

Niech zatem T będzie nieujemną zmienną losową reprezentującą czas wystąpienia awarii (czas trwania) maszyny technologicznej, która przyjmuje wartości z przedziału $(0; \infty)$. Ponadto $f(t)$ jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa, gdzie $t > 0$ oraz $F(t)$ jest dystrybuantą zmiennej losowej T – funkcją niemalejącą określającą, iż obiekt doświadczy zdarzenia w czasie $(0; t]$:

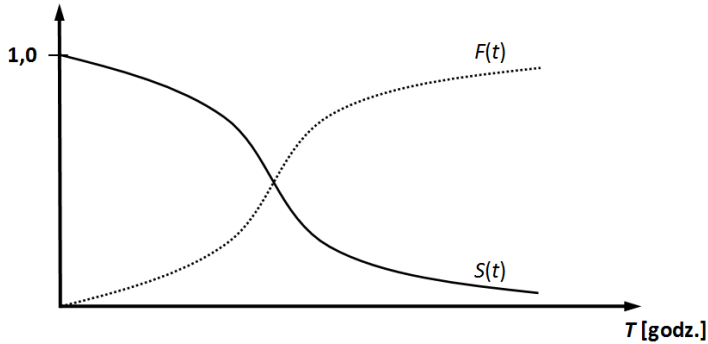
$$F(t) = P(T < t). \quad (36)$$

Zmienna T w literaturze nazywana jest czasem przeżycia, bądź inaczej czasem trwania [89, 47].

Bazując na dystrybuancie $F(t)$ zdefiniować można funkcję przeżycia $S(t)$:

$$S(t) = 1 - F(t) = P(T \geq t) = \int_t^{\infty} f(s) ds, \quad (37)$$

pozwalającą określić prawdopodobieństwo poprawnej pracy maszyny (przeżycia), aż do chwili t . Jest to zatem prawdopodobieństwo, iż awaria nie wystąpi do tego czasu. Funkcja przeżycia oraz dystrybuanta zostały przedstawione na rysunku 11.



Rys. 11. Dystrybuanta $F(t)$ oraz funkcja przeżycia $S(t)$
(opracowanie własne na podstawie [8])

Charakterystykę przeżycia danego obiektu można także zdefiniować za pomocą funkcji intensywności $h(t)$ (zwanej inaczej funkcją hazardu):

$$h(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T < t + dt \mid T \geq t)}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\int_t^{t+dt} f(s) ds}{dt P(T \geq t)} = \frac{f(t)}{S(t)}. \quad (38)$$

Intensywność jest lokalną charakterystyką procesu awaryjności rozpatrywanej maszyny technologicznej – jeżeli funkcja hazardu rośnie – zwiększa się także ryzyko wystąpienia awarii. Funkcję $h(t)$ można także zapisać w postaci:

$$h(t) = -\frac{d}{dt} \ln S(t). \quad (39)$$

Rozwiązanie powyższego równania daje alternatywne równanie funkcji przeżycia:

$$S(t) = \exp(-H(t)), \quad (40)$$

gdzie: $H(t) = \int_0^t h(s) ds$ – skumulowana funkcja hazardu określająca sumy wystąpienia awarii w czasie od 0 do t [47].

W celu wyznaczenia poszczególnych funkcji zaprezentowanych powyżej wykorzystać należy dane historyczne dotyczące awarii maszyny technologicznej. Ich analiza może dostarczyć wielu informacji, które mogą posłużyć w procesie predykcji, a następnie podczas harmonogramowania odpornego.

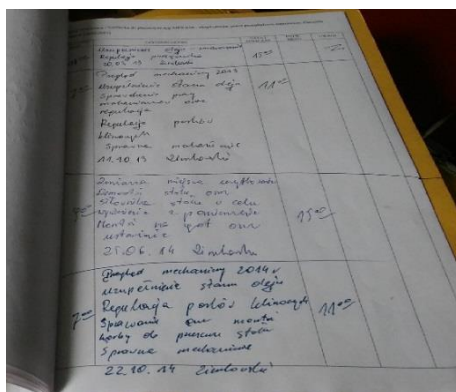
2.5.2. Zapis wiedzy historycznej

Do wyznaczenia charakterystyki występowania awarii, niezbędne jest zdefiniowanie źródła danych historycznych. Takie informacje gromadzone są zazwyczaj przez działy utrzymania ruchu przedsiębiorstw produkcyjnych. Odpowiednia ilość oraz jakość zgromadzonych danych stanowi doskonałą bazę w procesie predykcji przyszłych awarii.

Dokonując analizy rozwiązań dotyczących zapisu wiedzy z zakresu historii konserwacji i napraw maszyn technologicznych stosowanych w przedsiębiorstwach produkcyjnych należy stwierdzić, iż najczęściej stosowanymi rozwiązaniami są:

- prowadzenie papierowej dokumentacji serwisowej – najczęściej w formie Kart Obsługi oraz Książek Serwisowych,
- prowadzenie analiz niezawodności maszyn z wykorzystaniem oprogramowania komputerowego,
- gromadzenie danych bezpośrednio z maszyn technologicznych z wykorzystaniem systemów SCADA (ang. *Supervisory Control And Data Acquisition*) oraz MES (ang. *Manufacturing Execution Systems*).

Papierowa dokumentacja serwisowa jest najprostszą ze stosowanych metod gromadzenia wiedzy serwisowej (rys. 12). Dokumentacja tego rodzaju prowadzona jest indywidualnie dla każdej maszyny, a za jej prowadzenie odpowiedzialni są pracownicy działu UR. Zgromadzone dane zawierają informacje dotyczące daty i godziny przyjęcia zgłoszenia (wystąpienia usterki, potrzeby konserwacji), opisu zgłoszenia, czasu zakończenia działań, a także dane osoby odpowiedzialnej za zgłoszenie.



Rys. 12. Przykładowa dokumentacja serwisowa w formie papierowej (opracowanie własne)

Niekiedy prace działu utrzymania ruchu wspomagane są poprzez wykorzystanie technologii komputerowej. Zakres danych gromadzonych w ten sposób jest taki sam jak w przypadku dokumentacji papierowej, jednak tak gromadzone dane są dokładniejsze, a ich późniejsza analiza bardziej przystępna (rys. 13).

Zastosowanie chociażby arkusza kalkulacyjnego pozwala na sporządzenie przejrzystych analiz i podsumowań, a także wyznaczanie podstawowych wskaźników niezawodnościowych. Za wprowadzenie danych do systemu (oprogramowania komputerowego) odpowiedzialni są również pracownicy działu UR (utrzymania ruchu).

MACHINE	Shift	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30					
		Tr	St	Pn	Wt	Śr	Čw	Pt	So	Ne	Tr	St	Pn	Wt	Śr	Čw	Pt	So	Ne	Tr	St	Pn	Wt	Śr	Čw	Pt	So	Ne	Tr	St	Pn	Wt	Śr	Čw	Pt	So
1	I	400	400	5							400					15	400	20						400	60							160	40	400		
	II							30			210						70	55	100															120	200	
2	I		400	10							400				20		400							400												400
	II	150	65											10																						
3	I	400							400	75	15					400								400											95	400
	II	20	50	30				20		70	20				60	70																			60	30
4	I				70					360	35						400		30					400	110	115							120	40	35	
	II							15			70	15			100	60									20	50										
	III	45				140							20			30	35								105	60								40		

Rys. 13. Przykład danych serwisowych zapisanych z wykorzystaniem komputerowego arkusza danych (opracowanie własne)

Najbardziej zaawansowaną formą gromadzenia danych dotyczących czynności serwisowych (przede wszystkim awarii maszyn technologicznych) jest wykorzystanie systemów MES oraz SCADA. Zastosowanie systemów tej klasy pozwala pobierać dane bezpośrednio z maszyn przemysłowych – jest to możliwe dzięki wykorzystaniu sieci komputerowych oraz odpowiednich komponentów automatyki przemysłowej. Gromadzenie danych odbywa się wówczas w czasie rzeczywistym, a zebrane dane są niezwykle dokładne. Zapisane dane gromadzone są zazwyczaj w typowych formatach wykorzystywanych w systemach bazodanowych umożliwiając w ten sposób ich dalszą obróbkę i analizę (rys. 14).

Date	Shift	Type Code	Type	Pos. Code	Position	Count	Duration
2007-01-01		3 ¹	Electrical	N03	Curing chain	1	10
2007-01-01		3 ²	Mechanical	N01	Rolling unit	1	13
2007-01-02		2 ¹	Electrical	N07	Burner	1	15
2007-01-02		3 ²	Mechanical	M06	transport	1	15
2007-01-02		3 ²	Mechanical	M06	transport	1	5
2007-01-02		3 ²	Mechanical	N05	Extraction	1	1
2007-01-02		3 ²	Mechanical	N05	Extraction	2	5
2007-01-03		1 ²	Mechanical	N04	chamber	1	4
2007-01-04		1 ¹	Electrical	N02	preheating	1	6
2007-01-04		1 ¹	Electrical	N02	preheating	1	1
2007-01-04		1 ²	Mechanical	N04	chamber	1	1
2007-01-04		2 ¹	Electrical	N02	preheating	1	49
2007-01-04		2 ¹	Electrical	N02	preheating	1	20
2007-01-04		2 ²	Mechanical	N01	Rolling unit	1	4
2007-01-04		2 ²	Mechanical	N01	Rolling unit	1	25

Rys. 14. Dane o awaryjności maszyny zgromadzone z wykorzystaniem systemu MES (opracowanie własne)

Wszystkie z przedstawionych powyżej metod gromadzenia danych łączy wspólna cecha – wykorzystanie każdej z nich pozwala określić parametry, które mogą zostać odpowiednio przetworzone i wykorzystane w obszarze proponowanej metody, a więc:

- czasy wystąpienia usterki dla maszyny M_j – zgromadzone jako zbiór danych T_{Mj} :

$$T_{Mj} = \{t_1, t_2, \dots, t_n\} [\text{godz.}], \quad (41)$$

gdzie: t_i – i -ty czas wystąpienia awarii,

- czasy (długość) napraw, informujące jednocześnie o długości trwania awarii, które zapisać można jako zbiór danych RT_{Mj} :

$$RT_{Mj} = \{rt_1, rt_2, \dots, rt_n\} [\text{min}], \quad (42)$$

gdzie: rt_i – i -ty czas (długość) usuwania usterki, przy czym:

$$rt_i \in (0; 480).$$

Przykładowy zbiór danych dotyczący czasów awarii dla maszyny M_1 przyjmie postać:

$$T_{M1} = \{4, 8, 20, 16, 10, 28, 43, 15, 24, 2, \dots\} [\text{godz.}].$$

Natomiast przykładowy zbiór danych historycznych dotyczący czasów napraw maszyny M_1 można zapisać jako:

$$RT_{M1} = \{70, 30, 35, 190, 125, 30, 15, 10, 15, 30, \dots\} [\text{min}].$$

2.5.3. Estymacja prawdopodobieństwa i czasu wystąpienia awarii

Rezultatem predykcji przyszłych awarii maszyn jest określenie potencjalnych czasów pojawienia się awarii ft_{Mji} wraz z prawdopodobieństwami ich wystąpienia określanymi jako p_{Mji} . W celu estymacji tych parametrów niezbędna jest realizacja kolejnych etapów proponowanego algorytmu.

Etap 1 proponowanego algorytmu polega na zdefiniowaniu maszyny dla której prowadzony będzie proces predykcji, a także wczytaniu danych historycznych zawartych w zbiorze T_{Mj} .

W **etapie 2** realizowany jest odpowiedni zapis danych historycznych pochodzących z dokumentacji serwisowej. Dane dotyczące awarii wybranej maszyny technologicznej M_j zostają wówczas zapisane za pomocą odpowiedniej sekwencji:

$$\{(t_i, d_i)\}_{1 \leq k \leq n}, t_i \in T_{Mj}, \quad (43)$$

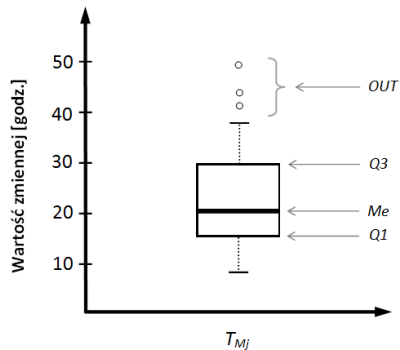
gdzie: t_i – czas pomiędzy kolejnymi awariami,

d_i – liczba przypadków.

Kolejnym krokiem drugiego etapu proponowanego algorytmu jest wykonanie operacji sortowania – sekwencje zostają uporządkowane według rosnących wartości $\{t_i\}_{1 \leq k \leq n}$:

$$0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n, \quad (44)$$

po czym następuje ich wizualizacja – zastosowanie znajduje tu wykres pudełkowy. Dzięki tej operacji możliwa jest filtracja zgromadzonych danych i usunięcie obserwacji odstających (wartości nietypowych) (rys. 15). Następnie wyznaczone zostają podstawowe statystyki dla zgromadzonych danych (wartość minimalna, maksymalna, średnia, rozstęp, kwartyle).



Rys. 15. Wykres pudełkowy dla przykładowych danych (*Me* – mediana, *Q1* i *Q3* – kwartył 1 i 3, *OUT* – obserwacje odstające) (opracowanie własne)

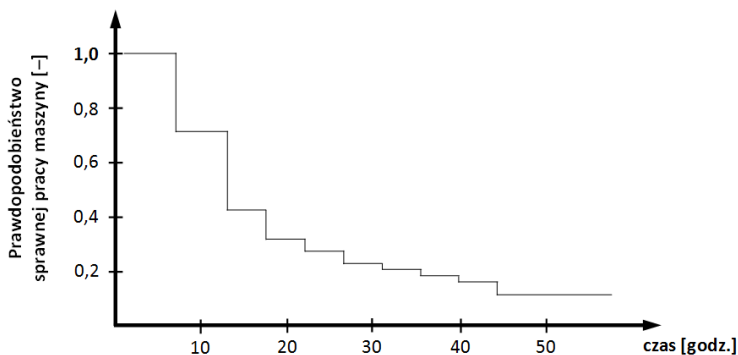
Etap 3 stanowi kluczowy element procesu wnioskowania, gdyż właśnie na tym etapie wyznaczana jest funkcja przeżycia charakteryzująca rozpatrywany proces awaryjności analizowanej maszyny. Uszeregowanie przypadków awarii według rosnących czasów ich wystąpienia, a także określenie liczby przypadków dla każdego z czasów pozwala na wyznaczenie funkcji przeżycia danego procesu. Wyznaczona funkcja jest doskonałym sposobem określania wzorców czasów trwania. W etapie tym wykorzystana zostaje estymacja Kaplana-Meier’a – funkcja przeżycia wyznaczana jest na podstawie zależności:

$$\hat{S}(t) = \begin{cases} 1, & \text{dla } t < t_1 \\ \prod_{t_i \leq t} \frac{r_i - d_i}{r_i}, & \text{dla } t_1 < t' \end{cases} \quad (45)$$

gdzie: r_i – liczba wszystkich przypadków awarii określana jako:

$$r_i = \sum_{j=i}^k d_j. \quad (46)$$

Wówczas wyznaczona zostaje funkcja przeżycia na podstawie której określone są czasy wystąpienia potencjalnych awarii wraz z prawdopodobieństwem sprawnej pracy maszyny w tym czasie (rys. 16).



Rys. 16. Przykładowa funkcja przeżycia wyznaczona za pomocą estymacji Kaplana-Meier'a (opracowanie własne)

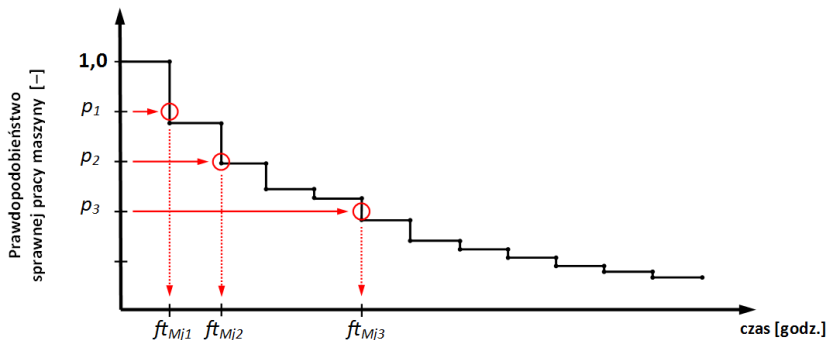
Wyznaczona funkcja wykorzystana zostaje w **etapie 4**, gdzie bazując na uzyskanych wynikach można określić elementy poszukiwanych zbiorów:

- potencjalnych czasów wystąpienia awarii rozpatrywanej maszyny FT_{Mj} ,
- prawdopodobieństwa wystąpienia awarii rozpatrywanej maszyny P_{Mj} .

Idea wyznaczania poszukiwanych elementów w czwartym etapie proponowanego algorytmu została przedstawiona na rysunku 17. Dla odpowiednich poziomów prawdopodobieństwa p_i wyznaczone zostają prognozowane czasy wystąpienia awarii ft_{Mji} . Wyznaczenie funkcji przeżycia metodą estymacji Kaplana-Meier'a pozwala określić prawdopodobieństwo p_i sprawnej pracy maszyny w czasach ft_{Mji} określonych na podstawie danych historycznych. Prawdopodobieństwo awarii definiuje zatem zależność:

$$p_{Mji} = 1 - p_i, \quad (47)$$

gdzie: p_{Mji} – prawdopodobieństwo doświadczenia usterki,
 p_i – prawdopodobieństwo sprawnej pracy maszyny.



Rys. 17. Określenie czasu wystąpienia awarii na podstawie przyjętej wartości prawdopodobieństwa przeżycia (opracowanie własne)

Określenie interesujących dla planisty wartości prawdopodobieństwa p_{Mji} umożliwia wyznaczenie wartości ft_{Mji} w których powinny zostać umieszczone redundantne zabezpieczenia czasowe. W rezultacie działania algorytmu czas awarii oraz prawdopodobieństwo jej wystąpienia zostają zapisane za pomocą pary:

$$(p_{Mji}, ft_{Mji}),$$

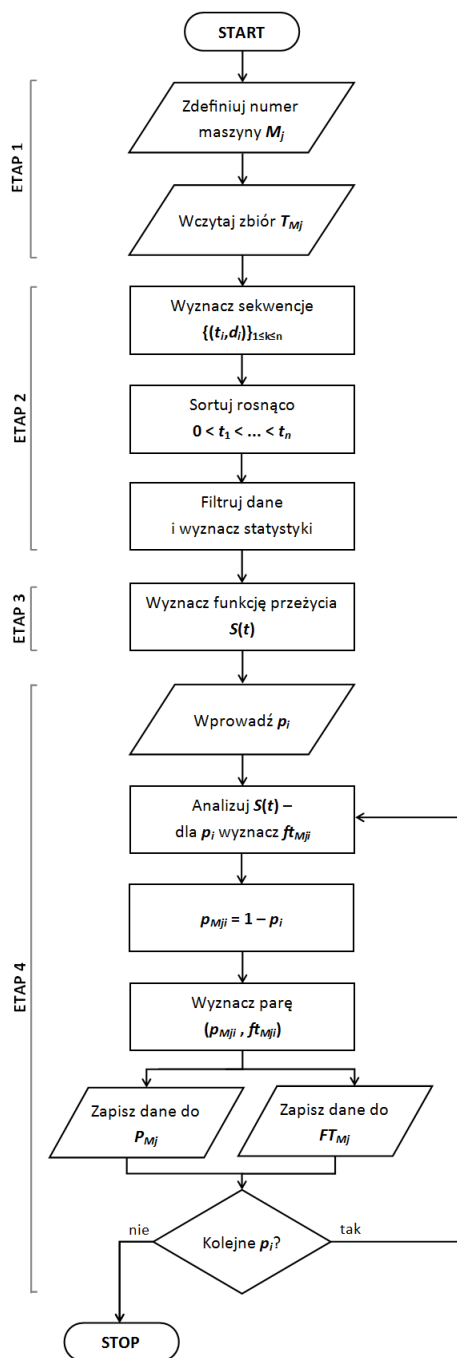
gdzie: p_{Mji} – prawdopodobieństwo wystąpienia awarii maszyny M_j ,

ft_{Mji} – czas wystąpienia awarii maszyny M_j .

Dodatkowo w ostatnim kroku etapu 4 dane gromadzone są w szukanych zbiorach P_{Mj} oraz FT_{Mj} . Etap 4 ma charakter iteracyjny, a zatem jest powtarzany w zależności od decyzji planisty co do ilości rozpatrywanych przedziałów prawdopodobieństwa. Realizację algorytmu należy powtórzyć dla kolejnych maszyn, dla których analizowana będzie ich awaryjność.

Schemat blokowy opracowanego algorytmu predykcji czasu wystąpienia awarii został przedstawiony na rysunku 18.

Zdefiniowane poziomy prawdopodobieństwa znajdują również zastosowanie w procesie szacowania redundantnych zabezpieczeń czasowych harmonogramu odpornego. Algorytm ich wyznaczania został omówiony w podrozdziale 2.6.



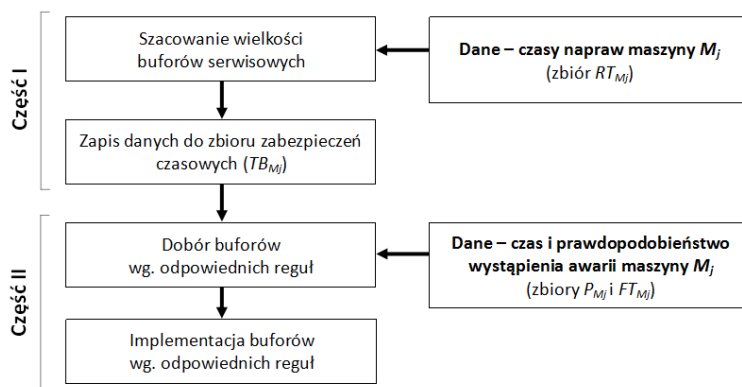
Rys. 18. Algorytm predykcji czasu wystąpienia awarii (opracowanie własne)

2.6. Algorytm implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych

Kolejnym kluczowym elementem proponowanej metody jest algorytm implementacji nadmiarowych buforów serwisowych, które będą stanowiły zabezpieczenia harmonogramu w przypadku wystąpienia awarii maszyny. Oprócz problemu implementacji buforów serwisowych niezwykle istotnym zagadnieniem jest oszacowanie ich wielkości. Dlatego też, niezbędne jest podzielenie proponowanego algorytmu na dwie główne części:

- **Część I** – odpowiedzialną za szacowanie wielkości buforów serwisowych,
- **Część II** – odpowiedzialną za implementację oszacowanych buforów w celu opracowania harmonogramu odpornego.

Oprócz głównych części algorytmu wyróżnić można w nim odpowiednie etapy oraz kroki. Ogólny schemat algorytmu został przedstawiony na rysunku 19.



Rys. 19. Ogólny schemat algorytmu uodpornienia harmonogramu pod kątem awarii (opracowanie własne)

Źródłem wiedzy podczas szacowania wielkości są zgromadzone dane historyczne, których odpowiednia analiza pozwala na wyznaczenie wielkości potencjalnych awarii. Opracowane w ten sposób dane połączone wraz z wynikami działania algorytmu predykcji awarii (zaprezentowanego w podrozdziale 2.5) pozwolą na implementację zabezpieczeń według określonych reguł.

2.6.1. Szacowanie wielkości buforów serwisowych

W celu uodpornienia harmonogramu konieczne jest uprzednie oszacowanie wielkości buforów serwisowych. Proces szacowania (w dużym uproszczeniu) polega na uprzednim usystematyzowaniu danych historycznych zapisanych w zbiorze RT_{Mj} i odpowiednim ich wykorzystaniu.

Etap 1 części odpowiedzialnej za szacowanie wielkości buforów serwisowych rozpoczyna się od wczytania danych historycznych oraz ich uszeregowania zgodnie z zależnością:

$$0 < rt_1 < \dots < rt_n. \quad (48)$$

Uszeregowane obserwacje zostają odpowiednio przefiltrowane (na podstawie uzyskanych wartości statystyk oraz wykresu pudełkowego), tak aby odrzucić nietypowe wartości obserwacji.

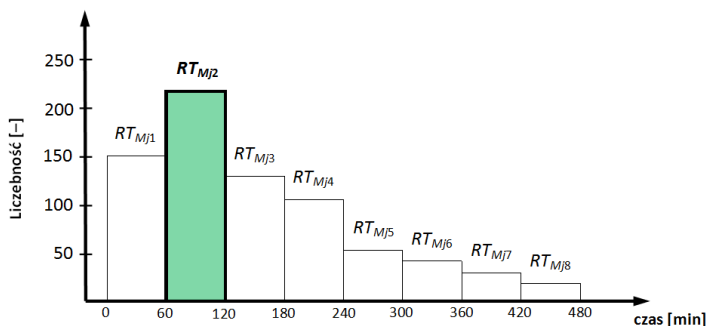
Następnie zgromadzone dane zostają podzielone na odpowiednie podzbiory – wówczas:

$$RT_{Mj} = \{RT_{Mj1}, RT_{Mj2}, \dots, RT_{Mj8}\}, \quad (49)$$

gdzie: RT_{Mji} – podzbiór zawierający informacje o długości napraw, przy czym:

$$\begin{aligned} RT_{Mj1} &= \{rt_i \in (0; 60)\}, \\ RT_{Mj2} &= \{rt_i \in (60; 120)\}, \\ &\dots \\ RT_{Mj8} &= \{rt_i \in (420; 480)\}. \end{aligned}$$

Podział zgromadzonych danych na podzbiory zostaje wykorzystane w etapie 2 algorytmu, w którym określone są najczęściej występujące czasy awarii – dla każdego podzbiory określana jest jego liczebność, co umożliwia z kolei wizualizację i przystępną analizę wyników za pomocą histogramu (rys. 20).



Rys. 20. Reprezentacja zbiorów w postaci histogramu (opracowanie własne)

Etap 2 polega na wyznaczeniu zbiorów pomocniczych – w celu określenia czasów buforów serwisowych należy zidentyfikować podzbiór zbioru RT_{Mji} o największej mocy (liczebności). W tym celu wyznaczone zostają zbiory pomocnicze RT'_{Mj} oraz TB'_{Mj} :

$$RT'_{Mj} = \{\overline{RT}_{Mj1}, \overline{RT}_{Mj2}, \dots, \overline{RT}_{Mj8}\}. \quad (50)$$

Zakładając, iż:

$$\bigvee_{\max(RT'_{Mj})} TB'_{Mj} = RT_{Mji}, \quad (51)$$

wówczas:

$$TB'_{Mj} = \{rt_i \in \langle \min(RT_{Mji}); \max(RT_{Mji}) \rangle\}, \quad (52)$$

gdzie: RT_{Mji} – podzbiór o największej mocy.

W ten sposób zostaje określony przedział czasu dla buforów serwisowych.

Etap 3 algorytmu realizuje odpowiedni podział przewidywanego czasu niezbędnego na naprawy. Działanie to ma na celu oszacowanie wielkości buforów serwisowych w celu ich implementacji. Na tym etapie wyznaczony zostaje zbiór TB_{Mj} :

$$TB_{Mj} = \{tb_{Mj1}, tb_{Mj2}, \dots, tb_{Mjn}\}, \quad (53)$$

a wartości poszczególnych elementów zbiorów określane są na podstawie zależności:

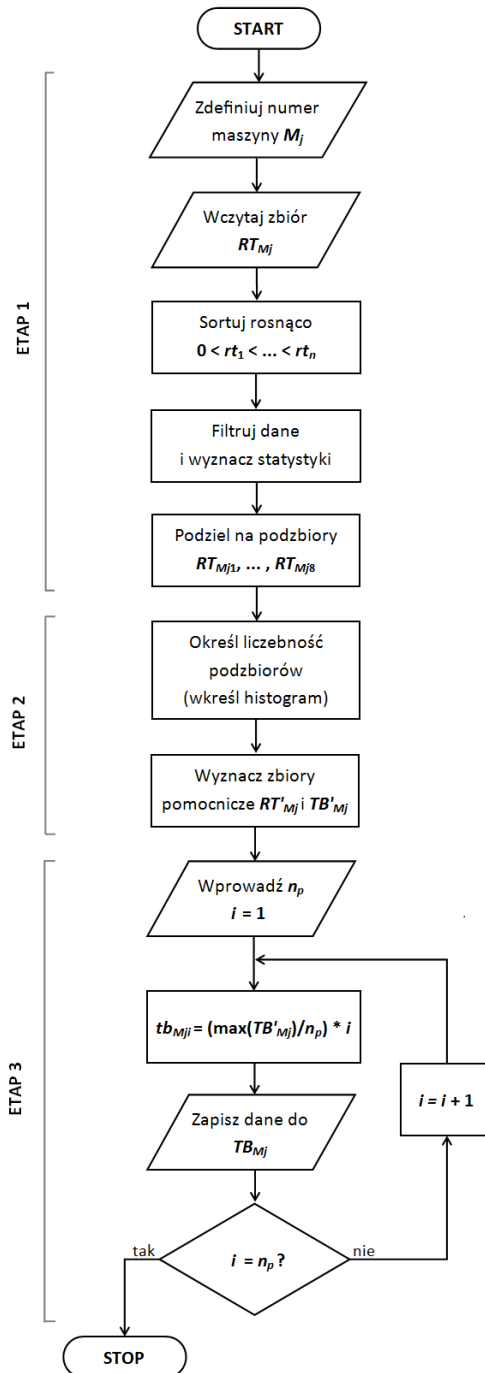
$$tb_{Mji} = \frac{\max(TB'_{Mj})}{n_p} \cdot i, \quad (54)$$

gdzie: i – numer elementu zbioru TB_{Mj} ,

n_p – liczba rozpatrywanych poziomów prawdopodobieństwa
(elementów zbioru P_{Mj}).

W zależności od zdefiniowanej przez użytkownika liczby rozpatrywanych poziomów prawdopodobieństwa, etap 3 wykonywany jest iteracyjnie odpowiednią ilość razy. W ten sposób wyznaczony zostaje poszukiwany zbiór TB_{Mj} . Realizację algorytmu należy powtórzyć dla kolejnych maszyn, w przypadku których w harmonogramie będzie uwzględniana ich awaryjność.

Całość części pierwszej proponowanego algorytmu została przedstawiona w postaci schematu blokowego na rysunku 21.



Rys. 21. Algorytm szacowania wielkości buforów czasowych (opracowanie własne)

Tak wyznaczone buforów należy umieścić w harmonogramie w celu jego uodpornienia. W podrozdziale 2.6.2 zaprezentowano opracowane reguły implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych, które wykorzystywane są podczas realizacji części 2 algorytmu implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych.

2.6.2. Reguły doboru oraz implementacji buforów serwisowych

Oszacowane wielkości buforów serwisowych znajdują zastosowanie w procesie uodpornienia harmonogramu. Polega on na wprowadzeniu modyfikacji opracowanego harmonogramu nominalnego poprzez dodanie redundantnych zabezpieczeń czasowych. Istotne jest zatem określenie reguł doboru oraz implementacji buforów, gdyż modyfikacje dotychczasowego harmonogramu mogą wpływać na jego parametry. Głównym parametrem ulegającym zmianie jest przeważnie funkcja celu.

Rezultatem działania zaprezentowanego w podrozdziale 2.5 algorytmu predykcji czasu wystąpienia awarii jest wyznaczenie par (p_{Mj}, ft_{Mj}) . W ramach prezentowanego algorytmu implementacji wartości te zostają wykorzystane podczas:

1. Doboru wielkości buforów serwisowych wprowadzanych do harmonogramu.
2. Określenia miejsca w harmonogramie, w którym powinny zostać zaimplementowane buforów serwisowe.

Podobnie jak w przypadku poprzednio prezentowanych algorytmów dobór i implementacja buforów są procesem wieloetapowym. W **etapie 1** wykorzystywane są wyznaczone wartości prawdopodobieństwa zawarte w zbiorze P_{Mj} , które określają stopień ryzyka wystąpienia awarii danej maszyny technologicznej w zdefiniowanym czasie zawartym z zbiorze FT_{Mj} . W celu implementacji buforów w odpowiednich miejscach harmonogramu opracowano reguły doboru wielkości buforów. W tym celu zdefiniowano pojęcie kontrolnego stopnia prawdopodobieństwa p_{kMjl} , który wyznacza się z zależności:

$$p_{kMjl} = \frac{l}{n_p}, \quad (55)$$

$$l = \langle 1, 2, \dots, n_p \rangle,$$

gdzie: n_p – liczba rozpatrywanych poziomów prawdopodobieństwa (elementów zbioru P_{Mj}).

Na podstawie elementów zbioru P_{Mj} oraz wprowadzonego współczynnika p_{kMjl} zdefiniowano regułę doboru wielkości buforów zawartych w zbiorze P_{Mj} , którą można zapisać za pomocą następującego pseudokodu:

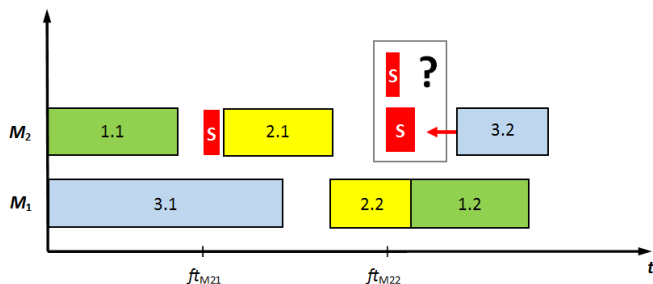
JEŻELI $p_{Mji} \leq p_{kMj1}$
 dobierz bufor tb_{Mj1} (minimalny)
JEŻELI ZAŚ $p_{Mji} > p_{kM1}$ i $p_{Mji} \leq p_{kMj2}$
 dobierz bufor tb_{Mj2} (gdzie $tb_{Mj2} > tb_{Mj1}$)
 ...
JEŻELI ZAŚ $p_{Mji} > p_{kMj(n-1)}$ i $p_{Mji} \leq p_{kMjn}$
 dobierz bufor tb_{Mjn} (gdzie $tb_{Mjn} > tb_{Mj(n-1)}$)
KONIEC WARUNKU

Przykładowo – dla maszyny M_3 , gdzie w zbiorze P_{M3} uwzględniono 4 wartości poziomów prawdopodobieństwa wystąpienia awarii, dobór buforów odbywa się według reguły:

JEŻELI $p_{M4i} \leq 0,25$
 dobierz bufor tb_{M41}
JEŻELI ZAŚ $p_{M4i} > 0,25$ i $p_{M4i} \leq 0,5$
 dobierz bufor tb_{M42} (gdzie $tb_{M42} > tb_{M41}$)
JEŻELI ZAŚ $p_{M4i} > 0,5$ i $p_{M4i} \leq 0,75$
 dobierz bufor tb_{M43} (gdzie $tb_{M43} > tb_{M42}$)
JEŻELI ZAŚ $p_{M4i} > 0,75$
 dobierz bufor tb_{M44} (gdzie $tb_{M44} > tb_{M43}$)
KONIEC WARUNKU

Zatem im większe ryzyko wystąpienia awarii, tym większy bufor serwisowy zostanie umieszczony w harmonogramie. Dla danego p_{Mji} bufor o dobranej wielkości zostanie umieszczony w miejscu określonym przez czas ft_{Mji} oraz w miejscach określonych przez jego wielokrotności (informacje w zbiorze FT_{Mj} zawierają informację dotyczącą spodziewanego czasu pomiędzy awariami).

Etap 2 algorytmu jest implementacją buforów serwisowych. W tym celu zostały opracowane reguły, które uwzględniają typowe problemy związane z tym procesem. Pierwszy z nich dotyczy sytuacji, gdy w jednym miejscu konieczna będzie implementacja kilku buforów (rys. 22).



Rys. 22. Problem implementacji dwóch buforów serwisowych w jednym miejscu (opracowanie własne)

Ponieważ praktyka wskazuje, iż wraz z wydłużaniem się czasu pracy maszyny prawdopodobieństwo usterki wzrasta, w ramach proponowanej metody w miejscu w którym pojawia się problem umiejscowienia dwóch buforów zostanie zaimplementowany bufor o większej wielkości. Regułę tą można zapisać za pomocą następującego pseudokodu:

JEŻELI w czasie ft_{Mji} występuje bufor tb_{Mji}

JEŻELI $tb_{Mjk} >$ od bieżącego bufora tb_{Mji}

umieść bufor tb_{Mjk}

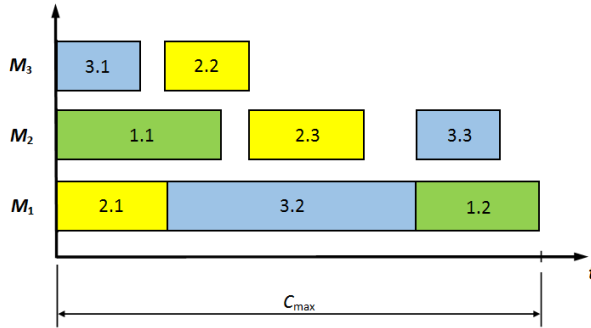
W PRZECIWNYM WYPADKU

zostaw bufor tb_{Mji}

KONIEC WARUNKU

KONIEC WARUNKU

Drugi z problemów implementacji buforów dotyczy czasów zajęcia maszyn technologicznych. W każdym harmonogramie nominalnym wyróżnić można czas, gdy na danej maszynie realizowane są operacje technologiczne oraz czas bezczynności maszyny (rys. 23).



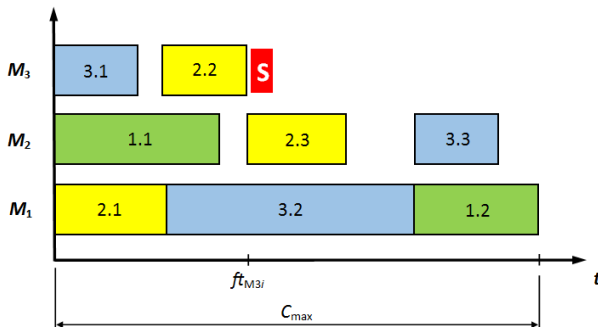
Rys. 23. Przykładowy harmonogram nominalny (opracowanie własne)

Implementacja bufora czasowego tb_{Mji} zgodnie z czasem ft_{Mji} może zatem odbywać się według jednego ze scenariuszy:

1. Umieszczenie bufora w ramach czasu bezczynności.
2. Umieszczenie bufora i przesunięcie operacji w prawo bez zmiany funkcji celu.
3. Umieszczenie bufora i przesunięcie operacji w prawo powodujące zmianę funkcji celu.

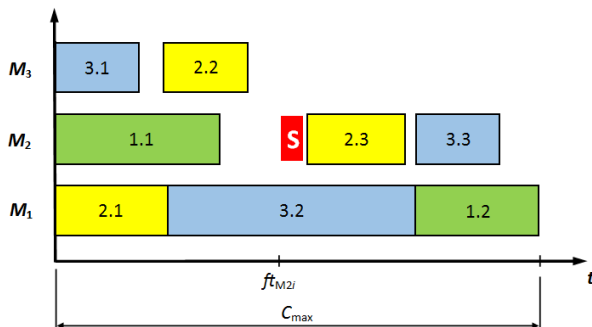
Powyższe scenariusze zostały zilustrowane na rysunkach 24–26.

Na rysunku 24 został przedstawiony pierwszy z możliwych scenariuszy. W przypadku maszyny M_3 bufor serwisowy S został umieszczony w czasie ft_{M3i} stanowiącym czas bezczynności maszyny. Taka modyfikacja jest bezpieczna, ponieważ nie powoduje żadnych poważnych zmian w harmonogramie.



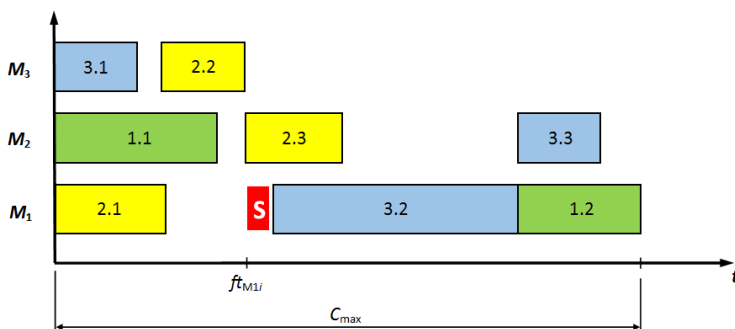
Rys. 24. Implementacja bufora serwisowego S dla maszyny M_3 (opracowanie własne)

W przypadku maszyny M_2 implementacja bufora serwisowego S w czasie ft_{M2i} powoduje modyfikację harmonogramu. Możliwe jest jednak przesunięcie operacji 3 zadania 2 w prawo – wykorzystany jest wówczas czas bezczynności poprzedzający operację 3 zadania 3 przez co funkcja celu nie ulega zmianie (rys. 25).



Rys. 25. Implementacja bufora serwisowego S dla maszyny M_2 (opracowanie własne)

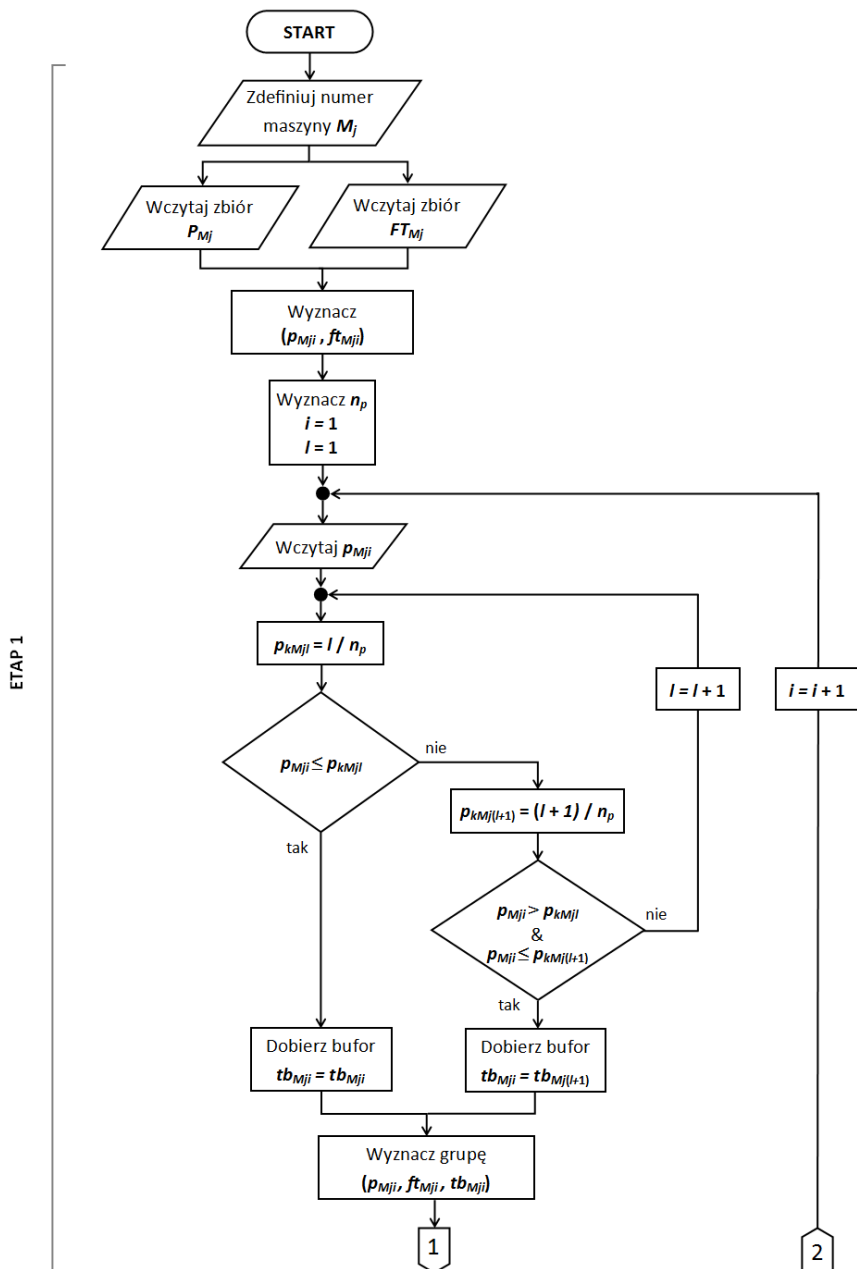
Największe modyfikacje harmonogramu powoduje konieczność implementacji bufora serwisowego w czasie, gdy realizowana jest operacja technologiczna, a jej przesunięcie powoduje zmianę funkcji celu. Na rysunku 26 został przedstawiony przykład, gdy w przypadku maszyny M_1 wprowadzenie bufora serwisowego S w czasie ft_{M1i} skutkuje przesunięciem kolejnych operacji oraz wydłużeniem funkcji celu.

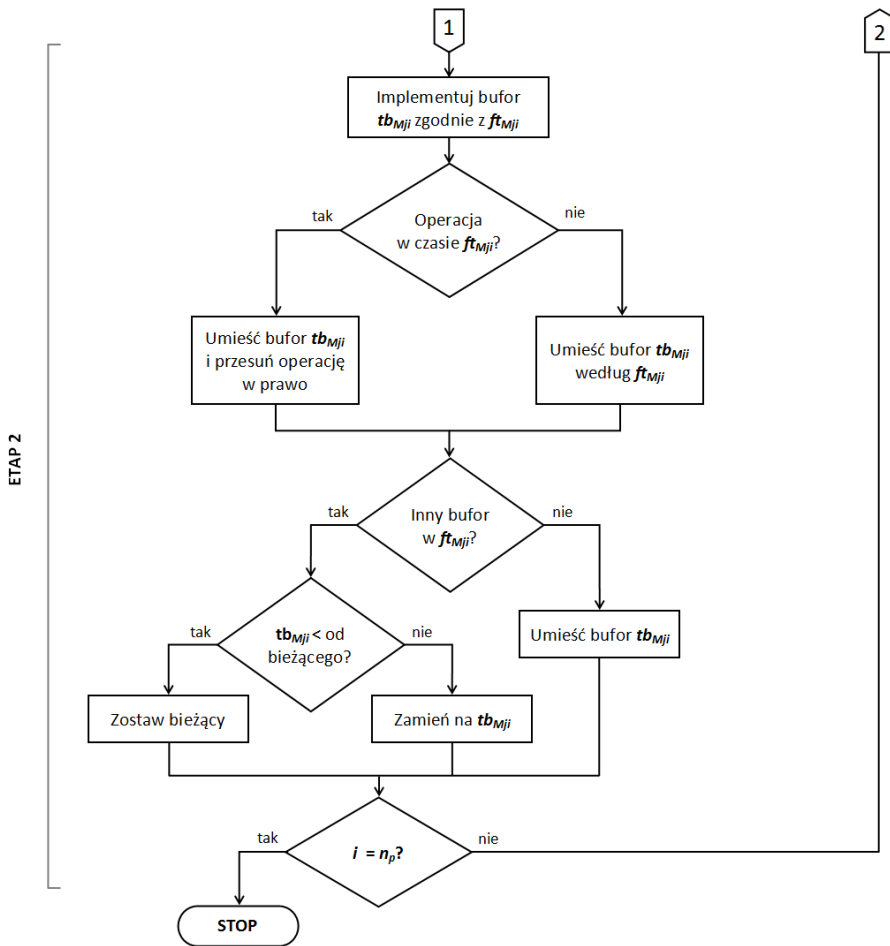


Rys. 26. Implementacja bufora serwisowego S dla maszyny M_1 (opracowanie własne)

W ramach proponowanej metody implementacja buforów serwisowych odbywa się według prognozowanych czasów wystąpienia awarii i jest ona realizowana zgodnie z przedstawionymi scenariuszami.

Całościowy algorytm doboru i implementacji buforów serwisowych został przedstawiony za pomocą schematu blokowego na rysunku 27.





Rys. 27. Algorytm doboru i implementacji buforów serwisowych (opracowanie własne)

Realizacja przedstawionych algorytmów pozwala uodpornić harmonogram produkcji pod względem awarii maszyn technologicznych. Kolejnym, kluczowym etapem proponowanej metody jest analiza zmienności czasów operacji technologicznych.

2.7. Algorytm predykcji zmienności czasów operacji technologicznych

Czas operacji technologicznej zależy od wielu czynników, między innymi złego stanu narzędzi, niedyspozycji pracownika, trudności obróbki części, czy wielu innych. Praktyka wskazuje, iż czasy realizowanych operacji technologicznych niejednokrotnie różnią się od ich wartości zakładanych przez technologów. Taka zmiana negatywnie wpływa na prowadzone procesy, powodując przede wszystkim dezaktualizację realizowanego harmonogramu produkcji. Istnieje zatem potrzeba dokładnego poznawania charakteru powstających zmienności czasów operacji technologicznych oraz uwzględnienie ich w przyszłych procesach planowania produkcji.

2.7.1. Czas operacji jako zmienna losowa

Problem uwzględnienia zmienności czasów operacji technologicznych polega głównie na opracowaniu rozwiązania, które pozwoli, na podstawie analizy danych historycznych, przewidywać czasy poszczególnych operacji technologicznych danego zadania z odpowiednim poziomem prawdopodobieństwa.

Z punktu widzenia statystyki czas trwania operacji technologicznej rozpatrywać należy w aspekcie doświadczenia losowego. Jego wynikiem będzie wówczas występowanie różnych wartości długości rozpatrywanej operacji technologicznej (czasu operacji) podczas kolejnych jej realizacji. Czas operacji technologicznej można traktować zatem jako zmienną losową.

Określenie „*zmienna losowa*” jest powszechnie stosowane w literaturze, jednak niektórzy badacze twierdzą, iż podczas analizy zdarzeń losowych należy mówić raczej o funkcjach losowych [53]. Zatem wyznaczenie przebiegów odpowiednich funkcji, pozwala określić charakter rozpatrywanej zmiennej losowej – w przypadku operacji technologicznych – zagadnienia zmienności czasów ich realizacji. Uzyskane rezultaty analiz można następnie wykorzystać w procesie predykcji znajdującej zastosowanie w obszarze harmonogramowania odpornego.

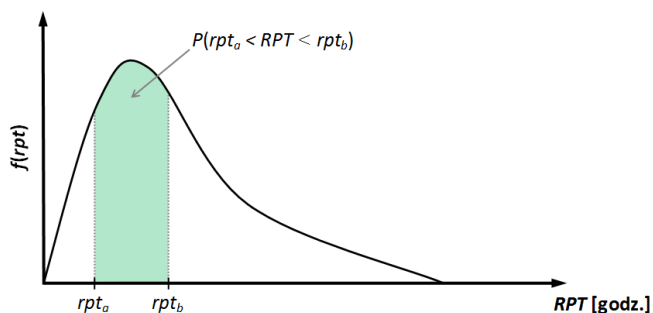
Niech więc RPT będzie zmienną losową ciągłą reprezentującą realne czasy danej operacji technologicznej, która przyjmuje wartości z przedziału $(0; \infty)$. Można zatem wyznaczyć dla niej funkcję gęstości prawdopodobieństwa $f(rpt)$ oraz funkcję $F(rpt)$ będącą dystrybuantą zmiennej losowej RPT , gdzie $rpt > 0$.

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa $f(rpt)$ jest nieujemną funkcją przyjmującą wartość z przedziału $(0; 1)$. Funkcja ta wyznaczana jest dla danych empirycznych, po czym przeprowadzić można procedurę dopasowywania rozkładu w celu przybliżenia charakteru procesu zmienności czasu rozpatrywanej operacji technologicznej. Dopasowanie rozkładu pozwala określić charakter zmienności czasu operacji technologicznej, a w konsekwencji zrealizować proces predykcji ich wartości.

Główną właściwość funkcji $f(rpt)$ można zapisać jako:

$$\int_{rpt_a}^{rpt_b} f(rpt) drtp = P(rpt_a < RPT < rpt_b). \quad (56)$$

Zatem pole pod krzywą funkcji gęstości w zdefiniowanym przedziale będzie określać prawdopodobieństwo, że zmienna losowa RPT przyjmie wartości z danego przedziału ($rpt_a; rpt_b$). W sposób graficzny funkcję gęstości oraz powyższą zależność przedstawiono na rys. 28.



Rys. 28. Przykładowa funkcja gęstości (opracowanie własne na podstawie [54])

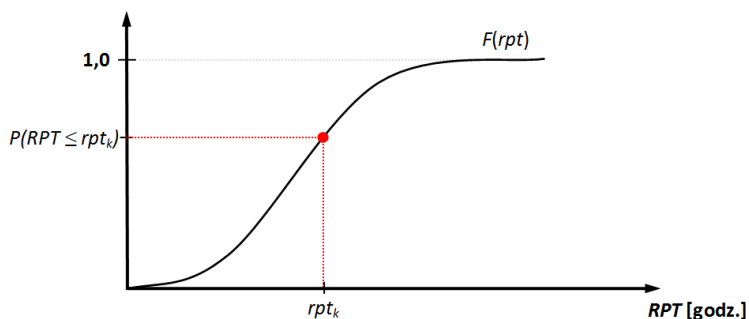
Ze zdefiniowanym poziomem prawdopodobieństwa wyznaczyć można wartość oczekiwaną zmiennej losowej RPT , a więc spodziewaną długość operacji podczas jej przyszłej realizacji [53]. Znając postać funkcji gęstości $f(rpt)$ wartość oczekiwaną $\mathcal{E}RPT$ można określić jako:

$$\mathcal{E}RPT = \int_{rpt_a}^{rpt_b} rpt \cdot f(rpt) drtp, \quad (57)$$

Kolejną z funkcji umożliwiającą scharakteryzowanie rozpatrywanej zmiennej jest dystrybuanta $F(rtp)$. Dystrybuanta zmiennej losowej zawiera pełną informację odnośnie rozkładu, a jest przy tym obiektem prostszym do badania niż sam rozkład (funkcja gęstości) [53]. Funkcję dystrybuanty zmiennej losowej RPT można zdefiniować następująco:

$$F(rtp_k) = P(RPT \leq rpt_k). \quad (58)$$

Zatem wartość dystrybuanty zmiennej losowej RPT w punkcie rpt_k określa prawdopodobieństwo tego, iż czas operacji technologicznej będzie równy lub krótszy wartości rpt_k (rys. 29).



Rys. 29. Przebieg przykładowej dystrybuanty (opracowanie własne na podstawie [138])

Zatem zarówno funkcja gęstości jak i dystrybuanta zmiennej losowej RPT może znaleźć zastosowanie w ramach proponowanej metody odpornego harmonogramowania zadań produkcyjnych z wykorzystaniem narzędzi predykcji. Określenie rozkładu prawdopodobieństwa rzeczywistego czasu danej operacji technologicznej dostarcza bowiem wielu informacji na temat charakteru badanego zjawiska i może zostać wykorzystane podczas określania jej przyszłych wartości.

Dla celów prognostycznych istotne jest bowiem zrozumienie kształtu rozważanego rozkładu populacji, a w konsekwencji wartości oczekiwanych. Identyfikacja przedstawionych powyżej funkcji rozkładu prawdopodobieństwa pozwoli na wyznaczanie potencjalnych odchyłek czasów operacji (wraz z określeniem prawdopodobieństwa ich wystąpienia).

2.7.2. Zapis wiedzy historycznej

Podobnie jak w przypadku analizy awaryjności maszyn technologicznych, również w procesie predykcji zmienności czasów operacji technologicznych istotnym aspektem jest wykorzystanie danych historycznych. Tylko odpowiedni zapis wiedzy dotyczącej rzeczywistej długości operacji technologicznych pozwala na właściwą realizację procesu predykcji, a w konsekwencji uwzględnienie zmiennego charakteru czasów operacji.

Dokonując analizy rozwiązań z zakresu gromadzenia informacji dotyczących rzeczywistych czasów operacji technologicznych należy stwierdzić, iż do najczęściej stosowanych form kontroli należą:

- wykorzystanie dokumentacji papierowej – w postaci Kart Pracy Maszyn,
- wykorzystanie komputerowych systemów klasy ERP (ang. *Enterprise Resource Planning*), gdzie gromadzone są szczegółowe dane dotyczące realizacji produkcji.

Karta Pracy Maszyn jest dokumentacją prowadzoną dla danej maszyny technologicznej. Prowadzona jest zazwyczaj przez operatorów bądź osoby nadzorujące prace na danym stanowisku. Dokumentacja ta ma przeważnie formę tabeli w której umieszczane są informacje dotyczące – nazwy i numeru zadania produkcyjnego, dane operatora, informacje odnośnie obrabianej części, zakładanej liczbie sztuk, dane dotyczące daty realizacji operacji, ale przede wszystkim informacje o zakładanym oraz rzeczywistym czasie wykonania operacji (rys. 30).

Rys. 30. Przykładowa Karta Pracy Maszyny (opracowanie własne)

Wykorzystanie komputerowych systemów klasy ERP pozwala natomiast w pełni nadzorować realizowane procesy produkcyjne. Zastosowanie odpowiedniej infrastruktury informatycznej pozwala na bieżące gromadzenie wielu danych dotyczących realizowanych prac. Za pomocą systemu bazodanowego gromadzonych jest wiele informacji dotyczących operacji technologicznych – dane działu produkcyjnego, nazwa stanowiska na którym realizowana jest operacja, powiązanie operacji z zadaniem oraz zleceniem, dane operatora, a także rzeczywiste czasy wykonania operacji (rys. 31). Dane wprowadzone są do systemu przez operatorów za pomocą terminali rozmieszczonych na hali produkcyjnej. Proces wprowadzania danych odbywa się za pomocą formularzy lub może być usprawniony poprzez zastosowanie systemu kart z kodami kreskowymi i ich czytników.

Dział	Stanowisko	Rozpoczęcie	Czas	Zasób	Kod Operacji	Zlecenie produkcyjne	Status
Lasery	Operator Maszyn CNC	2017-12-15 00:00	05:51	LA-TL5040	OP-CL01	1750611168	Zamknięte
Lasery	Ślusarz - Operer CNC	2017-12-05 00:00	01:44	PK-SMD	OP-GK01	1750609183	Zamknięte
Montaż	Ślusarz - monter	2017-12-22 01:01	01:20	LM-01	OP-MO01	1750612024	Rozpoczęte
Lasery	Ślusarz - Operer. CNC	2017-12-19 02:02	02:20	PK-TB5230	OP-GK01	1750611097	Rozpoczęte
Lasery	Ślusarz - Operer CNC	2017-10-12 04:04	04:17	PK-SMD	OP-GK01	1750604047	Rozpoczęte
Spawalniz	Ślusarz - Spawacz	2017-11-09 05:05	05:46	SP-01	OP-MIG01	1750610141	Zamknięte
Lasery	Ślusarz - Operer CNC	2017-12-08 05:05	05:48	PK-SMD	OP-GK01	1750612020	Zamknięte
Montaż	Ślusarz - monter	2017-11-21 07:07	01:11	LM-01	OP-MO01	1750611106	Zamknięte
Spawalniz	Ślusarz - Monter	2017-11-25 08:08	05:48	LM-01	OP-MO01	1750611049	Zamknięte
Spawalniz	Ślusarz - Monter	2017-11-04 09:09	05:46	LM-01	OP-MO01	1750609133	Zamknięte
Spawalniz	Ślusarz - Monter	2017-11-25 09:09	05:48	LM-01	OP-MO01	1750611049	Zamknięte
CNC	Operator CNC	2017-10-25 01:12	04:54	PK-TB5230	OP-GK01	1750610120	Zamknięte
Lasery	Operator Maszyn CNC	2017-12-14 01:13	00:12	LA-LT9	OP-CL02	1750612031	Zamknięte
Lasery	Operator Maszyn CNC	2017-12-12 01:16	00:34	LA-LT9	OP-CL02	1750612052	Zamknięte
CNC	Operator CNC	2017-10-13 01:17	01:09	PK-SMD	OP-GK01	1750609033	Rozpoczęte
Montaż	Ślusarz - Monter	2017-12-19 01:18	05:38	LM-01	OP-MO01	1750612062	Rozpoczęte
Lasery	Ślusarz - Operer. CNC	2017-12-21 01:18	01:47	PK-TB5230	OP-GK01	1750611097	Rozpoczęte
Spawalniz	Ślusarz - Spawacz	2017-11-16 01:18	05:41	SP-01	OP-MIG01	1750610141	Zamknięte
Lasery	Ślusarz - Operer. CNC	2017-11-17 01:19	02:18	PK-TB5230	OP-GK01	1750611022	Zamknięte
CNC	Operator CNC	2017-11-17 02:20	05:34	PK-SMD	OP-GK01	1750611022	Zamknięte

Rys. 31. Przykładowa baza danych zgromadzonych za pomocą systemu ERP (opracowanie własne)

Każda z przedstawionych powyżej metod gromadzenia danych produkcyjnych pozwala określić realne czasy operacji technologicznych. Dane te należy zapisać w odpowiedniej formie tak, aby mogły zostać wykorzystane na dalszym etapie predykcji zmienności. Dlatego też, w obszarze proponowanej metody projektowania odpornych harmonogramów produkcji dane te zostają zapisane indywidualnie dla każdej operacji w zbiorach RPT_{oij} :

$$RPT_{oij} = [rpt_1, rpt_2, \dots, rpt_n], \quad (59)$$

gdzie: RPT_{oij} – zbiór rzeczywisty czasów realizacji operacji j zadania i ,
 rpt_n – zaobserwowany rzeczywisty czas operacji j zadania i .

Przykładowy zbiór uzyskany na podstawie danych historycznych dla operacji nr 2 zadania nr 3 trwającej według technologa 0,17 godz. (10 min) przyjmie postać:

$$RPT_{032} = \{0,17; 0,17; 0,25; 0,22; 0,15; 0,42; 0,25; 0,15; 0,17, \dots\} [\text{godz.}].$$

2.7.3. Estymacja zmienności czasów operacji

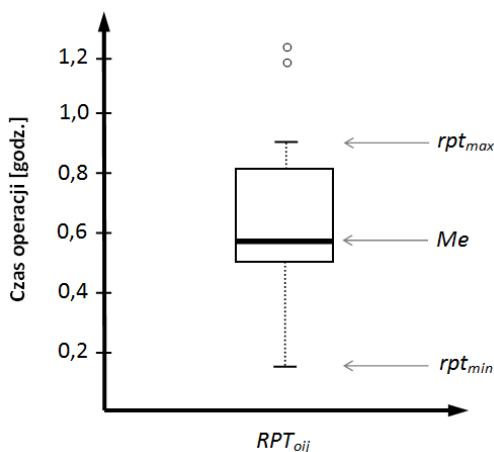
Rezultatem predykcji zmienności jest wyznaczenie prognozowanych całkowitych czasów operacji ppt_{ij} wchodzących w skład poszczególnych zadań, a w konsekwencji także odchyłek czasów Δpt_{ij} . Dzięki temu wyznaczone zostaną elementy szukanej macierzy PPT . W tym celu niezbędna jest realizacja kolejnych kroków prezentowanego poniżej algorytmu, który stanowi jeden z kluczowych elementów proponowanej metody.

Etap 1 algorytmu obejmuje zdefiniowanie numeru operacji konkretnego zadania oraz wczytanie danych historycznych zawartych w zbiorze RPT_{oij} .

W **etapie 2** realizowane jest przygotowanie danych do dalszych analiz. Zostają one poddane sortowaniu zgodnie z zależnością:

$$rpt_1 < rpt_2 < \dots < rpt_n, \quad (60)$$

a także wstępnej analizie statystycznej – wyznacza się wartości: minimalną, maksymalną, średnią, rozstęp, kwartyle, a zatem następuje ich wizualizacja. Zastosowanie znajduje tu wykres pudełkowy dzięki któremu możliwa jest następnie filtracja zgromadzonych danych w celu usunięcia wartości nietypowych (odstających) (rys. 32).



Rys. 32. Przykładowy wykres pudełkowy dla rzeczywistych czasów operacji trwających 0,33 godz. (20 min) (opracowanie własne)

Etap 3 proponowanego algorytmu to wstępna identyfikacja hipotetycznego rozkładu prawdopodobieństwa czasów operacji technologicznej. W tym celu na podstawie danych empirycznych wyznaczone zostają dwa popularnie stosowane parametry należące do grupy miar badających kształt rozkładu [157, 111]:

- **skośność γ_1** (współczynnik asymetrii) – parametr pozwalający ocenić stopień symetrii rozkładu prawdopodobieństwa,
- **kurtoza γ_2** (współczynnik koncentracji) – parametr pozwalający ocenić smukłość lub spłaszczenie rozkładu prawdopodobieństwa.

Wartość powyższych współczynników określa się na podstawie momentów centralnych odpowiedniego rzędu. Ogólny wzór na moment rzędu k dla rozkładu ciągłego zmiennej losowej RPT_{oij} jest określony zależnością [157]:

$$\mu_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (rpt_i - \mu)^k, \quad (61)$$

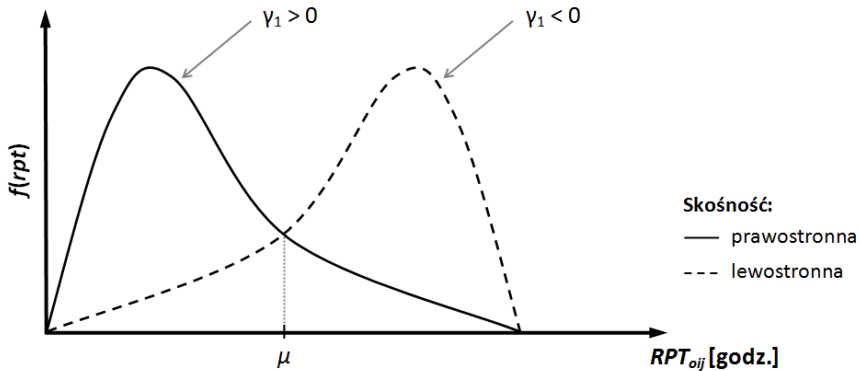
$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N rpt_i, \quad (62)$$

gdzie: μ_k – moment centralny k -tego rzędu,
 N – liczba obserwacji,
 rpt_i – rzeczywisty czas operacji technologicznej,
 μ – wartość średnia.

Na podstawie wartości momentów trzeciego oraz drugiego rzędu wyznaczyć można wartość skośności γ_1 pozwalającej ocenić stopień symetrii rozkładu prawdopodobieństwa analizowanej zmiennej losowej:

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (63)$$

Interpretacja graficzna skośności została przedstawiona na rysunku 33.

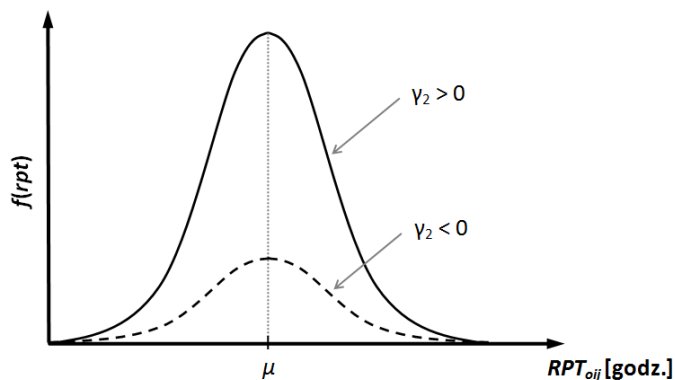


Rys. 33. Kształt rozkładu w zależności od wartości skośności
 (opracowanie własne na podstawie [111])

Szukane wartości kurtozy γ_2 zostają wyznaczone w oparciu o wartości momentu czwartego oraz drugiego rzędu:

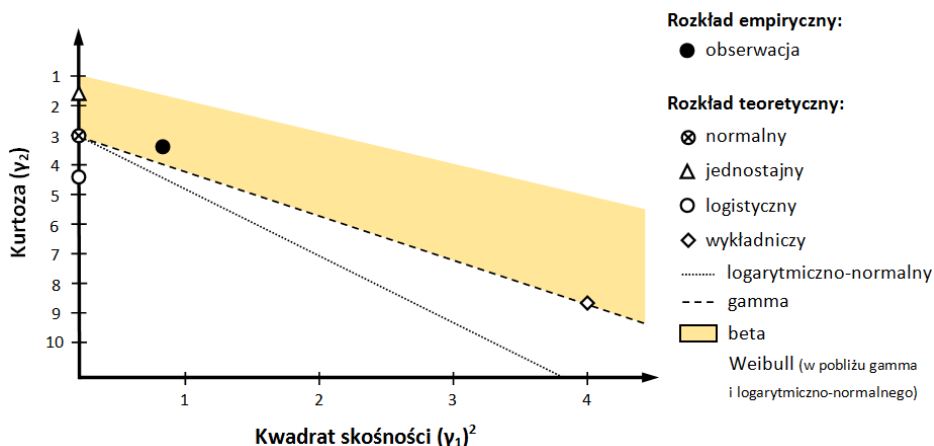
$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} - 3. \quad (64)$$

Interpretacja graficzna kurtozy została przedstawiona na rysunku 34.



Rys. 34. Kształt rozkładu w zależności od wartości kurtozy (opracowanie własne na podstawie [111])

Wyznaczenie wartości kurtozy oraz skośności empirycznego rozkładu prawdopodobieństwa pozwala wstępnie zidentyfikować kształt hipotetycznego rozkładu prawdopodobieństwa. W kolejnym kroku algorytmu wykorzystany zostaje graf Cullena-Freya, który wskazuje położenie empirycznego rozkładu pomiędzy typowymi, parametrycznymi rozkładami prawdopodobieństwa. Podczas tworzenia grafu wykorzystuje się obliczone uprzednio wartości – kurtozę γ_2 oraz kwadrat skośności $(\gamma_1)^2$ (rys. 35).



Rys. 35. Graf Cullena-Freya umożliwiający wstępną identyfikację rozkładu prawdopodobieństwa (opracowanie własne na podstawie [157])

Na podstawie grafu zostają wytypowane rozkłady prawdopodobieństwa uwzględniane w kolejnych krokach algorytmu (w procedurze dopasowywania rozkładu oraz testowania zgodności).

Dodatkowo dla analizowanych danych zostaje utworzony histogram częstości, który stanowi dodatkowe źródło wiedzy w procesie doboru rozkładu. Wykorzystanie histogramu jest jedną z najczęściej stosowanych technik estymacji funkcji gęstości [142, 25, 40] – pozwala on ustalić spodziewany kształt rozkładu prawdopodobieństwa.

W celu opracowania histogramu częstości zbiór $[rpt_1; rpt_n]$ zostaje podzielony na K przedziałów o szerokości Δrpt :

$$\Delta rpt = \frac{rpt_n - rpt_1}{K}, \quad (65)$$

$$K = 1 + 3,3 \cdot \log(N),$$

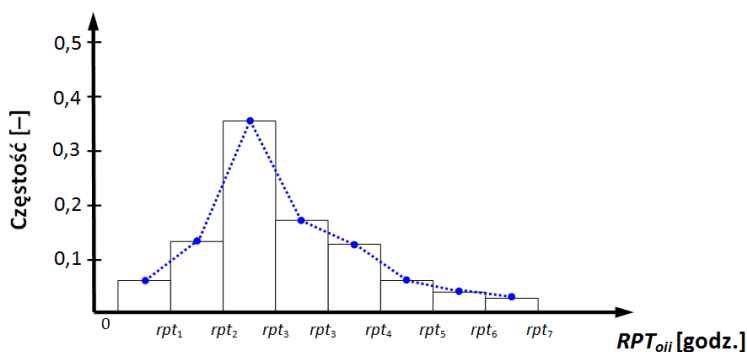
gdzie: K – liczba przedziałów,

N – liczba obserwacji.

Zatem każdy z K dla $k \in (1; K)$ przedziałów będzie zawarty w granicach:

$$[rpt_1 + (k - 1) \cdot \Delta rpt; rpt_1 + k \cdot \Delta rpt]. \quad (66)$$

Dla każdego z przedziałów obliczona zostaje liczba n_i elementów rpt_i , co pozwala na wyznaczenie częstości $\frac{n_i}{N}$ poszczególnych przedziałów oraz zbudowanie histogramu. Histogram ma postać wykresu słupkowego, a funkcja gęstości estymowana jest w oparciu o liczbę elementów każdego przedziału (wysokość słupka) (rys. 36).



Rys. 36. Histogram pozwalający określić wstępny kształt rozkładu (opracowanie własne)

Wstępna identyfikacja rozkładu (rozkładów) prawdopodobieństwa pozwala na realizację kolejnego (4) etapu algorytmu, w którym odbywa się proces wnioskowania statystycznego. Proces ten składa się z:

1. Estymacji parametrów rozkładu (dopasowywania rozkładu).
2. Testowania zgodności rozkładu empirycznego z hipotetycznym rozkładem prawdopodobieństwa.

Etap 4 ma na celu przybliżenie parametrów wstępnie wyselekcjonowanego rozkładu oraz uzyskanie odpowiedzi czy dopasowany rozkład teoretyczny może zostać wykorzystany do opisu procesu zmienności czasu danej operacji technologicznej (czy znajdzie zastosowanie w procesie predykcji).

Wstępna selekcja rozkładu pozwala jedynie domniemać o jego możliwym przebiegu i nie daje szczegółowych informacji na jego temat. Dlatego też, niezbędna jest realizacja estymacji punktowej. Estymatory punktowe są charakterystykami otrzymanymi z próby losowej, a w ich okolicy znajdować się będą prawdziwe parametry populacji (parametry poszukiwanego rozkładu) [111].

Szacowanie parametrów rozkładu polega na znalezieniu parametru θ , którego szacowanie odbywa się na podstawie zaobserwowanej próby rpt_1, \dots, rpt_n . Dla danej próby wyznaczana jest statystyka $\hat{\theta}_n(rpt_1, \dots, rpt_n)$ będąca estymatorem parametru θ . Na podstawie danej próby określone zostaje oszacowanie (ocena) danego parametru. Liczba oraz rodzaj parametrów zależy jest typu rozkładu [88]. W celu dokładniejszego przybliżenia wartości można skorzystać z pewnych właściwości wyznaczonych w poprzednich krokach algorytmu. W procesie estymacji stosować można różnorodne metody jej przeprowadzania.

Kolejny krok stanowi realizacja testu zgodności rozkładu empirycznego z wytypowanym rozkładem teoretycznym. Zastosowanie znajduje tu nieparametryczny test Kołmogorowa-Smirnowa. Test ten (nazywany także testem KS, bądź K-S). Obok testu χ^2 (chi-kwadrat) jest najczęściej stosowanym testem pozwalającym porównywać rozkład empiryczny z teoretycznym dla zmiennych o rozkładzie ciągłym. Zaletą testu KS jest możliwość jego zastosowania również w przypadku bardzo małych prób [138].

Każdy test statystyczny rozpoczyna postawienie odpowiedniej hipotezy. W przypadku testu K-S hipoteza H zakłada, że zmienna losowa RPT_{oij} typu ciągłego posiada dystrybucję $F_0(rpt)$ całkowicie określoną (jest to dystrybuanta dopasowanego rozkładu teoretycznego) [88]. Zatem sprawdzeniu poddana zostaje hipoteza zerowa:

$$H_0: F_n(rpt_i) = F_0(rpt_i) \quad (67)$$

(dla każdej wartości zmiennej RPT_{oij}),

wobec hipotezy alternatywnej:

$$H_1: F_n(rpt_i) \neq F_0(rpt_i) \quad (68)$$

(dla przynajmniej jednej wartości zmiennej RPT_{oij}),

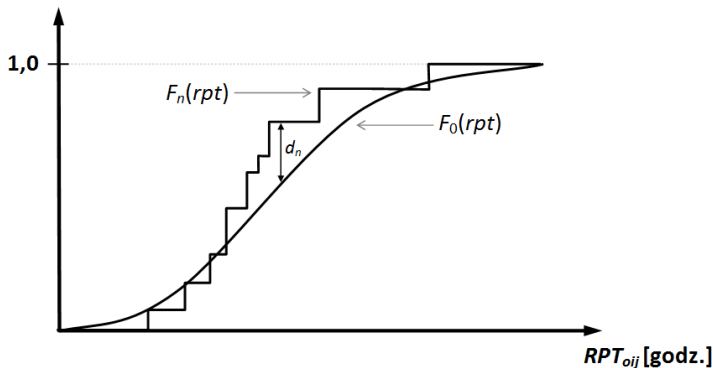
gdzie: $F_n(rpt_i)$ – dystrybuanta empiryczna,

$F_0(rpt_i)$ – dystrybuanta wytypowanego rozkładu teoretycznego.

W celu realizacji testu wyznaczona zostaje dystrybuanta empiryczna [88]:

$$F_n(rpt) = \begin{cases} 0, & \text{dla } rpt < rpt_1 \\ \frac{k}{n}, & \text{dla } rpt_k \leq rpt \leq rpt_{k+1}, \quad 1 \leq k \leq n-1 \\ 1, & \text{dla } rpt \geq rpt_n \end{cases} \quad (69)$$

Kolejnym krokiem jest wyznaczenie różnic d_n pomiędzy dystrybuantą empiryczną a dystrybuantą rozkładu dopasowanego (rys. 37).



Rys. 37. Różnica pomiędzy dystrybuantą empiryczną a hipotetyczną (opracowanie własne na podstawie [140])

W tym celu:

1. Obliczone zostają wszystkie różnice:

$$\frac{i}{n} - F_0(rpt_i), \text{ dla } i = 1, \dots, n; \quad (70)$$

po czym wyznacza się wartość bezwzględną największej różnicy oznaczając ją jako d_n^+ :

$$d_n^+ = \max_{1 \leq i \leq n} \left| \frac{i}{n} - F_0(rpt_i) \right|. \quad (71)$$

2. Obliczone zostają wszystkie różnice:

$$F_0(rpt_i) - \frac{i-1}{n}, \text{ dla } i = 1, \dots, n; \quad (72)$$

a zatem wyznacza się wartość bezwzględną największej różnicy oznaczając ją jako d_n^- :

$$d_n^- = \max_{1 \leq i \leq n} \left| F_0(rpt_i) - \frac{i-1}{n} \right|. \quad (73)$$

3. Z obliczonych wartości d_n^+ oraz d_n^- zostaje wybrana większa wartość:

$$d_n = \max(d_n^+, d_n^-). \quad (74)$$

4. Z wykorzystaniem danych tablicowych dla liczby n obserwacji oraz przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0,05$ wyznaczana jest krytyczna wartość $d_n(1 - \alpha)$ statystyki D_n , która spełnia równanie:

$$P(D_n \geq d_n(1 - \alpha)) = \alpha, \quad (75)$$

gdzie:

$$D_n = \sup_{rpt} |F_n(rpt) - F_0(rpt)|. \quad (76)$$

Jeżeli wyznaczona wartość $d_n < d_n(1 - \alpha)$, to przyjęta zostaje hipoteza H_0 – wówczas zakładany rozkład teoretyczny zostaje przyjęty w procesie predykcji przyszłych czasów danej operacji technologicznej.

W przypadku, gdy $d_n \geq d_n(1 - \alpha)$ – hipoteza H_0 zostaje odrzucona na korzyść hipotezy H_1 . Wówczas procedura dopasowywania rozkładu jak i realizacja testu K-S zostaje ponowiona dla innego hipotetycznego rozkładu na jaki wskazuje graf Cullena-Freya. Jeżeli żaden z potencjalnych rozkładów prawdopodobieństwa nie będzie spełniał warunku zgodności dystrybuant, wówczas rozpoczyna się następny (5) etap proponowanego algorytmu.

Realizacja kolejnych kroków **etapu 5** proponowanego algorytmu zależna jest od rezultatów etapu 4. Jeżeli bowiem w teście zgodności K-S potwierdzona zostanie hipoteza H_1 (zgodność dystrybuant rozkładu empirycznego i dopasowanego) wówczas z założonym poziomem istotności $\alpha = 0,05$ jako prognozowany czas operacji ppt_{ij} przyjęta zostaje wartość oczekiwana \mathcal{ERPT}_{oij} .

W przypadku braku możliwości określenia charakteru zmienności czasu operacji za pomocą typowych parametrycznych rozkładów prawdopodobieństwa następuje realizacja przedziałowo-liniowej nieparametrycznej estymacji dystrybuanty, której rezultaty wykorzystywane są następnie w procesie predykcji zmienności czasów.

Estymacja ta znajduje zastosowanie w przypadku danych o nietypowym rozkładzie prawdopodobieństwa, gdy wnioskowanie odbywać się może jedynie na podstawie danych empirycznych [66, 95]. Wówczas wyznaczona zostaje przedziałowo-liniowa postać dystrybuanty $\tilde{F}_n(rpt)$:

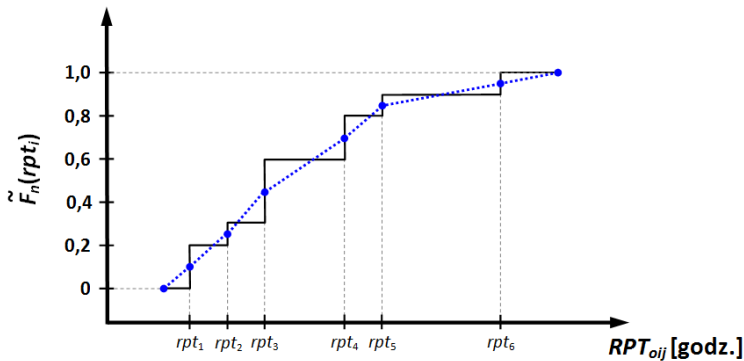
$$\tilde{F}_n(rpt_i) = \begin{cases} 0, & rpt < 0, \\ \frac{F_n(rpt_1)}{2} \cdot \frac{rpt}{F_n(rpt_1)}, & 0 < rpt < rpt_1, \\ g(rpt), & rpt_i < rpt < rpt_{i+1}, 1 < i \leq k-1, \\ F_n(rpt_{k-1}) + \frac{1 - F_n(rpt_{k-1})}{2} \cdot \left(1 + \frac{rpt - rpt_k}{rpt_{k+1} - rpt_k}\right), & rpt_k < rpt < 2 \cdot rpt_k - rpt_{k-1}, \\ 1, & rpt < 2 \cdot rpt_k - rpt_{k-1}, \end{cases} \quad (77)$$

$$g(rpt) = F_n(rpt_{i-1}) + \frac{F_n(rpt_i) - F_n(rpt_{i-1})}{2} + \frac{F_n(rpt_{i+1}) - F_n(rpt_i)}{2} \cdot \frac{rpt - rpt_i}{rpt_{i+1} - rpt_i}$$

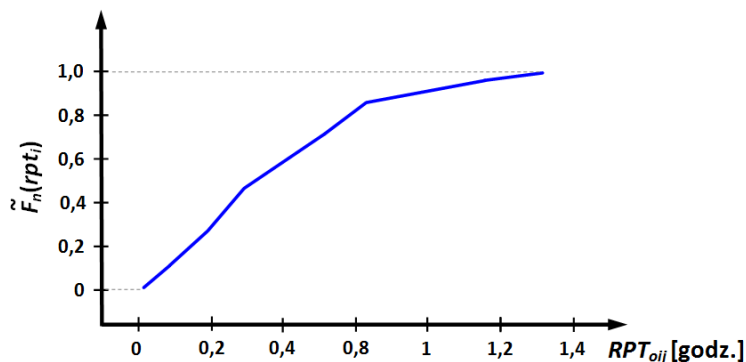
gdzie: rpt_i – obserwacje empiryczne posortowane zgodnie z zależnością:

$$rpt_1 < rpt_2 < \dots < rpt_n.$$

Estymowana dystrybuanta przebiegać będzie wówczas przez wyznaczone punkty, określane mianem „węzłów”. Na ich podstawie zostaje określony liniowo-przedziałowy przebieg dystrybuanty (rys. 38 – rys. 39).

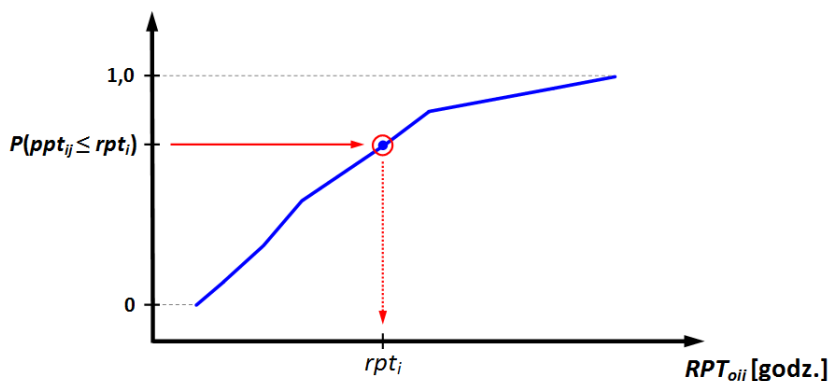


Rys. 38. Estymacja dystrybuanty (opracowanie własne)



Rys. 39. Przykładowa dystrybuanta uzyskana w wyniku przedziałowo-liniowej estymacji (opracowanie własne)

Na podstawie wyznaczonej dystrybuanty można przeprowadzić (z odpowiednim poziomem prawdopodobieństwa) predykcję przyszłych wartości czasu operacji (rys. 40).



Rys. 40. Predykcja czasu operacji na podstawie przedziałowo-liniowej postaci dystrybuanty (opracowanie własne)

W ramach proponowanej metody prognozowany czas ppt_{ij} zostaje wyznaczony z prawdopodobieństwem $P = 0,80$. Oznacza to, że czas ppt_{ij} będzie mniejszy bądź równy niż czas obserwacji na jaką wskazuje przebieg funkcji $\tilde{F}_n(rpt_i)$:

$$P(ppt_{ij} \leq rpt_i) = 0,80. \quad (78)$$

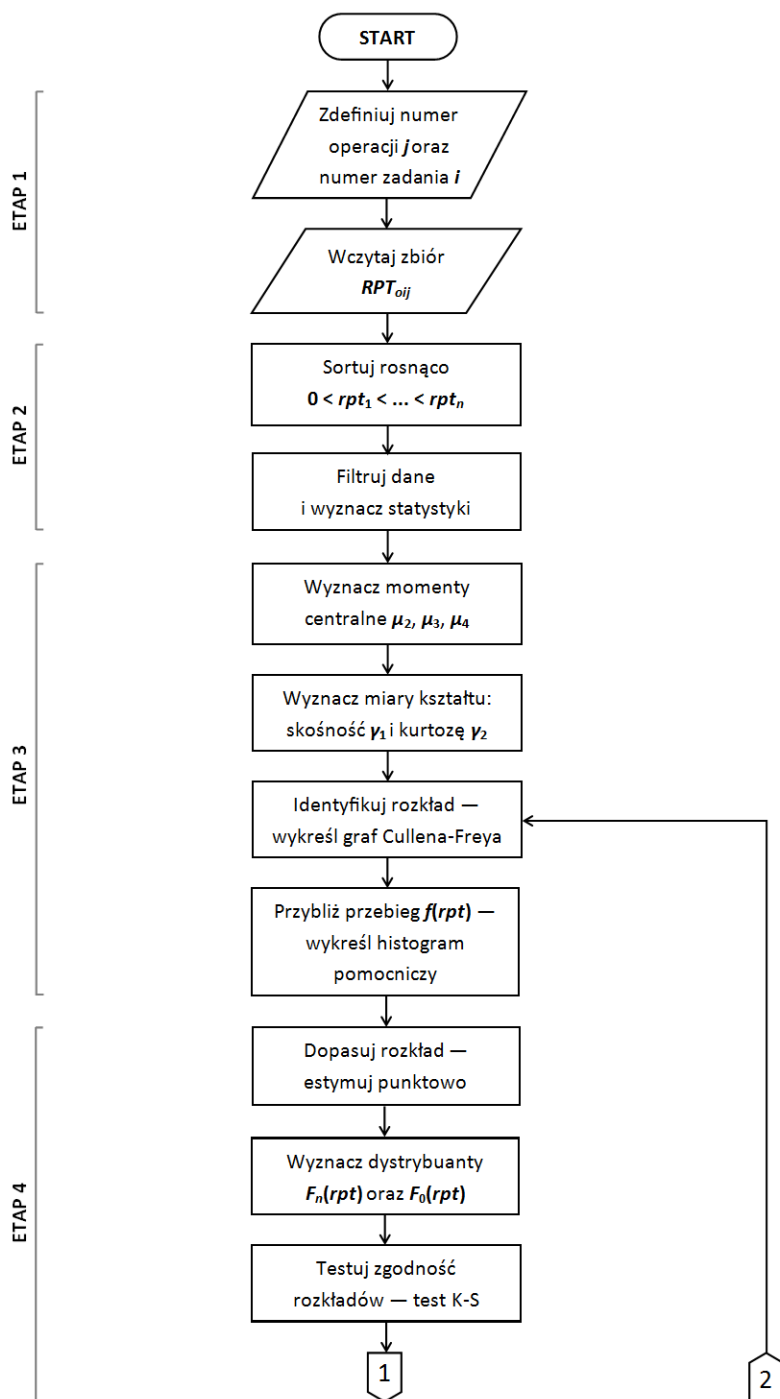
Bez względu czy predykcja odbywa się z wykorzystaniem dopasowanego rozkładu prawdopodobieństwa, czy też estymowanej postaci dystrybuanty – etap 5 zostaje zakończony wyznaczeniem zmienności czasu rozpatrywanej operacji:

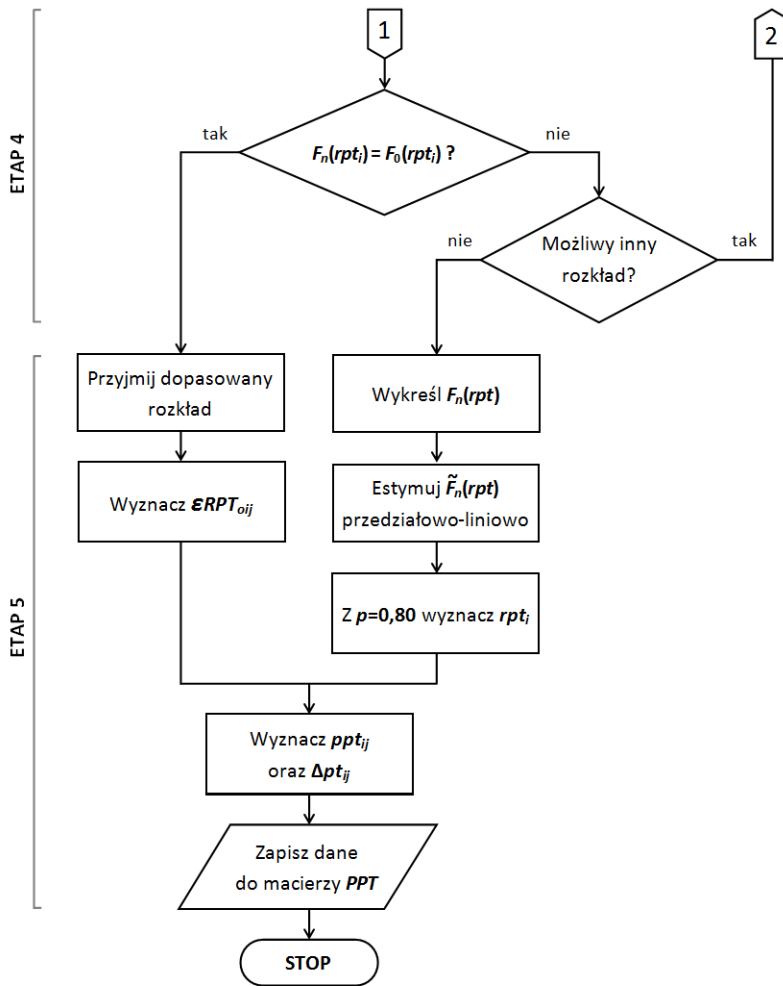
$$\Delta pt_{ij} = ppt_{ij} - pt_{ij}, \quad (79)$$

gdzie: Δpt_{ij} – odchyłka czasu operacji j zadania i wyznaczona na podstawie predykcji,
 ppt_{ij} – całkowity czas operacji j zadania i wyznaczony na podstawie predykcji,
 pt_{ij} – całkowity czas wykonania operacji j zadania i założony przez technologa.

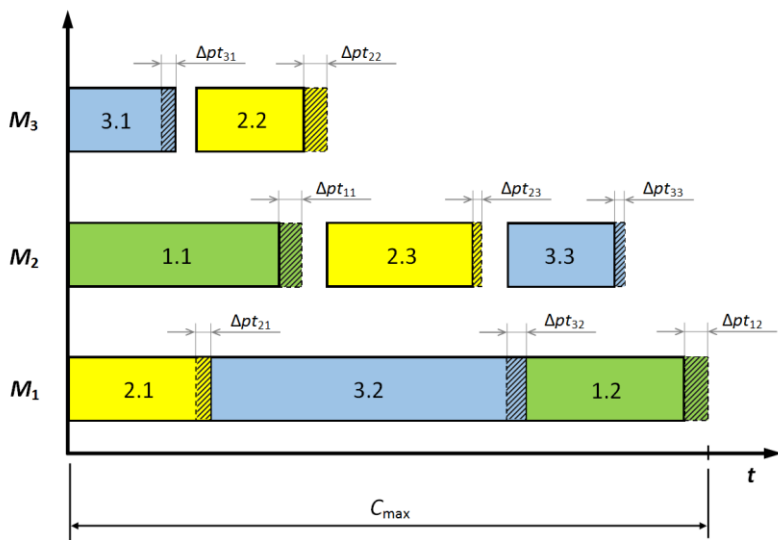
Uzyskana wartość zostaje zapisana w szukanej macierzy PPT , po czym cały proces zostaje powtórzony dla kolejnych operacji, których czasy zostają poddane procesowi predykcji zmienności czasów ich realizacji. Całościowy proponowany algorytm został przedstawiony na rysunku 41.

Uzyskane dane zostają następnie wykorzystane w procesie uodpornienia harmonogramu. Na podstawie danych zawartych w macierzy PPT następuje II modyfikacja opracowanego harmonogramu polegająca na aktualizacji czasów operacji (rys. 42).





Rys. 41. Algorytm predykcji zmienności czasów operacji technologicznych (opracowanie własne)



Rys. 42. Modyfikacja harmonogramu mająca na celu uwzględnienie zmienności czasów operacji technologicznych (opracowanie własne)

Tak opracowany harmonogram zostaje przekazany do realizacji, będąc przy tym uodpornionym pod kątem potencjalnych awarii maszyn oraz zmienności czasów operacji technologicznych.

2.8. Podsumowanie

Proponowana metoda projektowania harmonogramów odpornych pozwala na harmonogramowanie zadań produkcyjnych z uwzględnieniem dwuczynnikowej niepewności procesów produkcyjnych – w postaci awaryjności maszyn technologicznych oraz zmienności czasów operacji technologicznych. Jej opracowanie jest odpowiedzią na problemy poruszane szeroko w literaturze, przez co wpisuje się ona w nurt harmonogramowania odpornego. Głównym celem metody jest opracowanie predyktywnego harmonogramu produkcji, który pozwoli na kompensację wpływu rozpatrywanych czynników.

Kluczowymi elementami metody są opracowane algorytmy, które umożliwiają analizę oraz predykcję uwzględnianych czynników niepewności. Są to:

1. **Algorytm predykcji czasu wystąpienia awarii** w którym analiza czasu pracy maszyny odbywa się jako analiza czasu trwania, co pozwala na wyznaczenie potencjalnych czasów awarii oraz estymację prawdopodobieństwa ich wystąpienia.

2. **Algorytm wyznaczania redundantnych zabezpieczeń czasowych**, który umożliwia szacowanie długości potencjalnych awarii, a także realizuje implementację redundantnych buforów serwisowych w celu uodpornienia harmonogramu.
3. **Algorytm wyznaczania zmienności czasów operacji technologicznych**, gdzie czas operacji traktowany jest jako zmienna losowa, a realizacja algorytmu pozwala wyznaczyć charakter zmienności czasów operacji technologicznych poprzez procedurę dopasowywania rozkładu, bądź estymację empirycznej dystrybuanty na podstawie których realizowany jest dalszy proces predykcji.

W celu weryfikacji proponowanej metody w rozdziale 3 przeprowadzono badania eksperymentalne polegające na uprzednim harmonogramowaniu produkcji z wykorzystaniem opracowanej metody dla zleceń o różnej wielkości, a także późniejszej symulacji produkcji zgodnie z opracowanymi harmonogramami odpornymi.

3. WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA METODY

Kluczowym etapem prezentowanych prac była weryfikacja opracowanej metody projektowania harmonogramów odpornych wykorzystującej wybrane narzędzia predykcji. Przedstawione w niniejszym rozdziale eksperymenty miały na celu zbadanie i ocenę skuteczności proponowanych rozwiązań. W każdym z nich zostały wykorzystane rzeczywiste dane produkcyjne.

Pierwszy eksperyment polegał na zbudowaniu harmonogramów nominalnych oraz ich odpornych odpowiedników (z wykorzystaniem algorytmów proponowanej metody), a następnie ocenie i porównaniu uzyskanych rezultatów za pomocą omówionych w pracy mierników oceny (rozdział 1.6).

Drugi z eksperymentów polegał na symulacji produkcji zgodnie z opracowanymi harmonogramami w celu oceny skuteczności opracowanej metody oraz przydatności jej wykorzystania w realnych warunkach produkcyjnych.

3.1. Warunki przeprowadzonych eksperymentów

Przedstawione poniżej eksperymenty zostały zrealizowane na komputerze klasy PC wyposażonym w procesor AMD A4-4300M o taktowaniu 2500–3000 MHz (2 rdzenie), 8 GB pamięci operacyjnej, z zainstalowanym systemem operacyjnym Windows 7 (wersja 64-bitowa). W celu realizacji kolejnych etapów weryfikacji wykorzystano następujące programy komputerowe: oprogramowanie LiSA Software, pakiet RStudio oraz środowisko symulacyjne Enterprise Dynamics.

Oprogramowanie LiSA jest narzędziem szeregowania zadań dla problemów różnej klasy. Nazwa programu jest akronimem od słów „*Library of Scheduling Algorithms*”, a zatem stanowi on zbiór powszechnie stosowanych algorytmów harmonogramowania. LiSA umożliwia budowanie harmonogramów w typowych środowiskach produkcyjnych (*flow-shop*, *job-shop* czy *open-shop*), a także analizę innych zagadnień wraz z uwzględnieniem wybranych ograniczeń i kryteriów oceny [13]. Aplikacja pozwala na wykorzystanie danych określonych deterministycznie, a także wygenerowanie ich w sposób losowy. Wszystkie informacje gromadzone są w plikach XML, co daje łatwy dostęp do danych wejściowych jak i rezultatów obliczeń. Realizacja procesu harmonogramowania wymaga określenia liczby zadań, liczby maszyn, czasów poszczególnych operacji, a także informacji dotyczących technologii. W procesie tym wykorzystać można zarówno algorytmy dokładne jak i przybliżone [5].

W celu realizacji proponowanego w pracy algorytmu predykcji czasu wystąpienia awarii maszyn technologicznych, jak i algorytmu predykcji zmienności czasów operacji technologicznych wykorzystano oprogramowanie RStudio. Jest to zintegrowane środowisko programistyczne (ang. *IDE – Integrated*

Development Environment) znajdujące zastosowanie w szeroko pojętych procesach wnioskowania statystycznego. Środowisko składa się z konsoli, edytora kodu, przestrzeni roboczej oraz narzędzi pomocniczych – umożliwiających wykreślanie wykresów, operacje na plikach oraz podgląd rezultatów opracowywanych skryptów [157]. Wykorzystywany język R jest językiem programowania wysokiego poziomu. Jego elementy tworzą zestawy instrukcji warunkowych, pętli, funkcji, komentarzy, czy poleceń przypisania. Przewagą języka R nad innymi rozwiązaniami tego typu jest fakt, iż został on stworzony z myślą o komputerowej, statystycznej analizie danych. Istnieje przez to możliwość implementacji szeregu pakietów oraz bibliotek statystycznych pozwalających na łatwą i przystępną analizę danych [117].

Ostatnim z narzędzi wykorzystanych w ramach przeprowadzonych eksperymentów było oprogramowanie Enterprise Dynamics. Środowisko to jest jednym z wiodących rozwiązań w zakresie symulowania różnego rodzaju procesów. Obszary zastosowań programowania obejmują: produkcję, magazynowanie, zarządzanie łańcuchem dostaw, systemy transportu i inne. Umożliwia ono zarówno modelowanie, symulację, jak i wizualizację procesów, co czyni z niego narzędzie pomocne w procesie kontroli procesów dynamicznych [50]. Obiekty w Enterprise Dynamics reprezentowane są za pomocą „atomów” pomiędzy którymi użytkownik tworzy odpowiednie relacje. Budowa analizowanego systemu odbywa się w sposób intuicyjny – za pomocą przeciągania poszczególnych elementów do okna roboczego w którym zawarty jest jego szablon. Program posiada także wbudowany język programowania 4DScript, który umożliwia tworzenie specjalnych warunków w celu jak najwierniejszego odtworzenia realnego środowiska [51]. Enterprise Dynamics pozwala rozwiązywać problemy dotyczące istniejących już procesów, ale także przeprowadzać eksperymenty w przypadku nowych rozwiązań. Umożliwia on również testowanie scenariuszy, optymalizowanie procesów oraz uwzględnienie wpływu różnorodnych czynników na przebieg analizowanych procesów. Oprogramowanie posiada także opcję wizualizacji opracowywanych systemów – zarówno poprzez obiekty 2D jak i 3D [51].

Zakres wykorzystania przedstawionych powyżej narzędzi został zaprezentowany szczegółowo podczas opisu zrealizowanych eksperymentów.

3.2. Dane wykorzystane w procesie weryfikacji

Podstawą realizacji prezentowanych eksperymentów było pozyskanie i wykorzystanie odpowiednich danych (dotyczących zarówno procesów technologicznych, jak i uwzględnianych czynników niepewności). W związku z tym, przedstawione poniżej badania przeprowadzono w oparciu o rzeczywiste dane produkcyjne pozyskane z przedsiębiorstwa produkcyjnego zajmującego się wytwarzaniem szeroko pojętych systemów mocowań dla rozwiązań audio-wideo (rys. 43).



Rys. 43. Przykład asortymentu przedsiębiorstwa produkcyjnego z którego pochodziły dane (opracowanie własne)

Procesy wytwórcze w danym przedsiębiorstwie realizowane są na maszynach zorganizowanych w postaci gniazd produkcyjnych. W ramach realizowanych procesów przeważa obróbka ubytkowa.

Pozyskane dane produkcyjne dotyczyły:

- procesów technologicznych realizowanych za pomocą dostępnych maszyn,
- czasów występowania awarii maszyn realizujących procesy wraz z długościami napraw,
- realnych czasów operacji technologicznych.

Dane dotyczące procesów technologicznych znalazły zastosowanie w procesie budowania harmonogramów (zarówno nominalnych jak i odpornych). Informacje o awaryjności maszyn oraz długościach napraw zostały wykorzystane w obszarze realizacji proponowanych algorytmów, a rezultaty analiz znalazły zastosowanie w procesie uodparniania harmonogramów produkcyjnych. W przypadku danych dotyczących realnych czasów operacji technologicznych, z uwagi na ich cząstkowy charakter, zastosowano je jedynie w procesie weryfikacji algorytmu predykcji zmienności czasów operacji technologicznych. Pozostałe czasy operacji technologicznych zostały wygenerowane w sposób losowy z zastosowaniem pakietu R (w oparciu o dostępne dane cząstkowe).

Z uwagi na podpisaną klauzulę poufności w niniejszej publikacji nie zostały podane konkretne nazwy półproduktów, wyrobów, czy też maszyn technologicznych.

3.3. Eksperyment 1 – harmonogramowanie z wykorzystaniem rzeczywistych danych produkcyjnych

Pierwszy z eksperymentów dotyczył harmonogramowania produkcji z wykorzystaniem proponowanej w pracy metody. Z uwagi na konieczność opracowania danych niezbędnych w procesie uodparniania harmonogramów produkcji (informacji o czasach awarii maszyn, wielkości buforów serwisowych, realnych czasach operacji technologicznych), proces budowy harmonogramów produkcji zadań produkcyjnych został poprzedzony realizacją odpowiednich algorytmów predykcji.

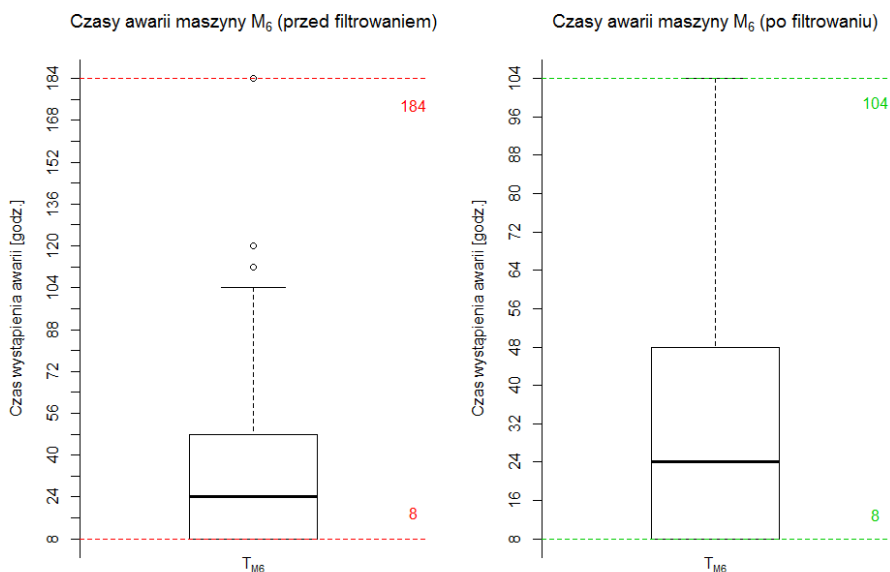
3.3.1. Zastosowanie opracowanych algorytmów w zakresie predykcji awarii maszyn

Uwzględnienie zagadnień związanych z awaryjnością maszyn realizujących procesy produkcyjne w harmonogramie było możliwe dzięki realizacji algorytmu predykcji czasu wystąpienia awarii oraz algorytmu implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych. W tym celu opracowano w języku R odpowiednie skrypty, które umożliwiły wyznaczenie dla każdej z maszyn szukanych wartości. W dalszej części przedstawiono przykładową realizację algorytmu dla jednej z maszyn.

Dane wykorzystane podczas realizacji skryptu pochodziły z maszyny oznaczonej jako M_6 wykorzystywanej w ramach uwzględnianych procesów. Dane (zawierające czas wystąpienia usterki oraz czas jej naprawy), zawierały 121 obserwacji.

Opracowany skrypt rozpoczynają polecenia przygotowujące środowisko do pracy – na tym etapie odbywa się czyszczenie pamięci podręcznej oraz przestrzeni roboczej, a także importowanie wymaganych bibliotek.

Przed rozpoczęciem procesu predykcji następuje zdefiniowanie numeru maszyny, a następnie wczytanie danych zgromadzonych w pliku *.CSV. Import obserwacji do zbioru (zmiennej) T_{M_6} przechowywanej w przestrzeni roboczej umożliwia realizację kolejnych poleceń opracowanego skryptu (kroków algorytmu). Dzięki wykorzystaniu języka R w sposób automatyczny zostają wyznaczone odpowiednie sekwencje, a także odbywa się sortowanie obserwacji w sposób rosnący. Kolejnym krokiem jest filtracja danych w której zastosowanie znajdują wygenerowane wykresy pudełkowe (rys. 44), po czym wyznaczone zostają podstawowe statystyki (rys. 45). Proces filtrowania realizowany jest za pomocą odpowiednich operatorów relacji oraz nadpisywania zmiennej.



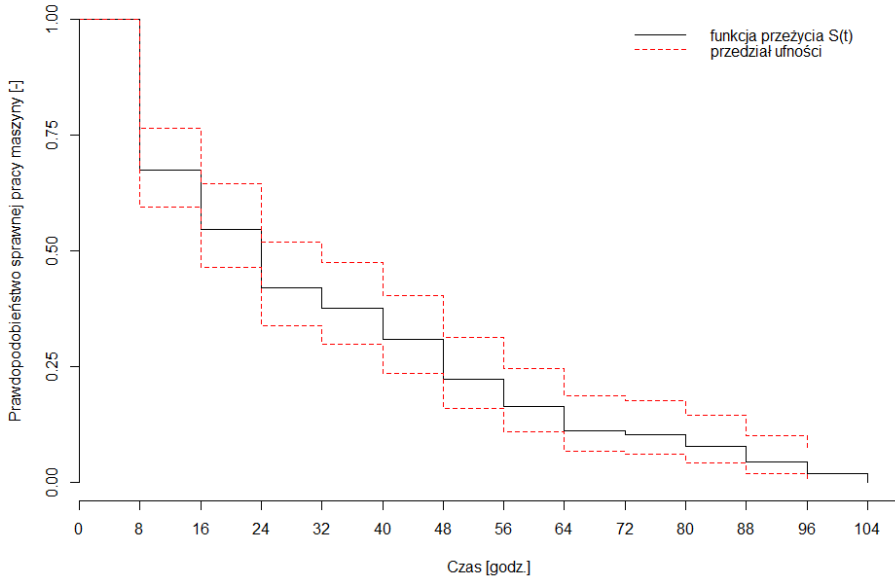
Rys. 44. Wykresy pudełkowe – przed oraz po filtrowaniu danych (opracowanie własne)

"Awaryjność maszyny M6 - zbiór TM6 - podstawowe statystyki:"					
Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
8.00	8.00	24.00	32.48	48.00	104.00

Rys. 45. Podstawowe statystyki wygenerowane w ramach opracowanego skryptu (opracowanie własne)

Kluczowym etapem algorytmu predykcji awarii jest wyznaczenie funkcji przeżycia $\hat{S}(t)$ z wykorzystaniem estymacji Kaplana-Meier'a. W opracowanym skrypcie jest ona możliwa dzięki zastosowaniu biblioteki „SURVIVAL”. Kolejne różnice krzywej schodkowej obliczane są wówczas w sposób automatyczny na podstawie utworzonych sekwencji obserwacji. Wyznaczona funkcja przeżycia zostaje wykreślona w postaci krzywej schodkowej z 95% przedziałem ufności (rys. 46).

Estymacja Kaplana-Meier'a dla maszyny M_6



Rys. 46. Wygenerowana funkcja przeżycia dla maszyny M_6 (opracowanie własne)

Wyznaczenie przebiegu szukanej funkcji $\hat{S}(t)$, umożliwia rozpoczęcie kolejnego etapu algorytmu jakim jest predykcja wartości czasu wystąpienia awarii rozpatrywanej maszyny dla zdefiniowanych poziomów prawdopodobieństwa. W ramach opracowanego skryptu użytkownik definiuje wartości prawdopodobieństwa wystąpienia usterki, po czym na wykresie zostają wykreślone odpowiednie linie pomocnicze (kolor zielony – małe prawdopodobieństwo usterki, kolor czerwony – duże prawdopodobieństwo usterki) (rys. 47). Ponieważ na wykresie odczytać można również prawdopodobieństwo sprawnej pracy maszyny, dodatkowo generowana jest legenda pomocnicza z objaśnieniami.

W przypadku obliczeń dla danych maszyny M_6 rozpatrywano następujące poziomy prawdopodobieństwa:

$$p_1 = 0,75; \quad p_2 = 0,50; \quad p_3 = 0,25;$$

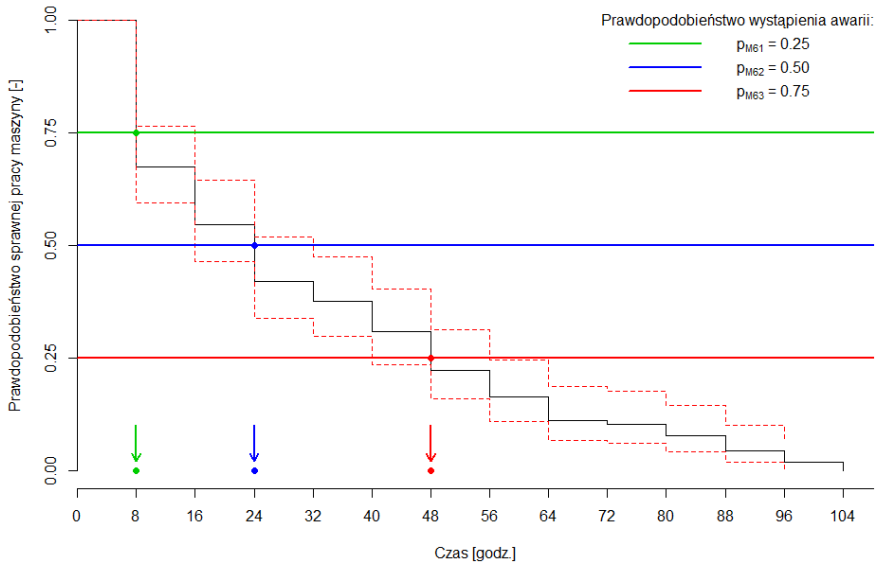
Stąd też:

$$p_{M61} = 1 - p_1 = 0,25;$$

$$p_{M62} = 1 - p_2 = 0,50;$$

$$p_{M63} = 1 - p_3 = 0,75.$$

Predykcja czasów awarii - maszyna M₆



Rys. 47. Predykcja na podstawie wyznaczonej funkcji przeżycia (opracowanie własne)

W ten sposób wyznaczone zostają szukane wartości czasów potencjalnych usterek wraz z prawdopodobieństwem ich wystąpienia, które zapisać można jako pary:

$$(p_{M61}, ft_{M61}) = (0,25, 8 \text{ godz.}),$$

$$(p_{M62}, ft_{M62}) = (0,50, 24 \text{ godz.}),$$

$$(p_{M63}, ft_{M63}) = (0,75, 48 \text{ godz.}).$$

W konsekwencji wyznaczone zostają dwa kluczowe zbiory:

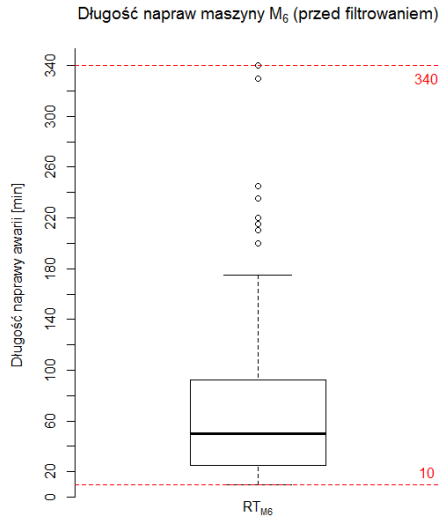
$$P_{M61} = \{0,25, 0,50, 0,75\},$$

$$FT_{M61} = \{8, 24, 48\} [\text{godz.}].$$

Uzyskane w wyniku realizacji skryptu dane znajdują dalsze zastosowanie podczas procesu doboru i implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych. Proces ten jednak należy poprzedzić procedurą wnioskowania o wielkości buforów serwisowych na podstawie danych historycznych. W tym celu został opracowany kolejny skrypt, który umożliwił szacowanie ich parametrów.

Skrypt umożliwiający analizę długości napraw awarii maszyny M_6 rozpoczynając polecenia przygotowania przestrzeni roboczej środowiska R. Podobnie jak w przypadku poprzedniego skryptu – następnie odbywa się zdefiniowanie numeru maszyny i import danych z pliku *.CSV, które zostają wprowadzone do pamięci jako zmienna RT_{M_6} .

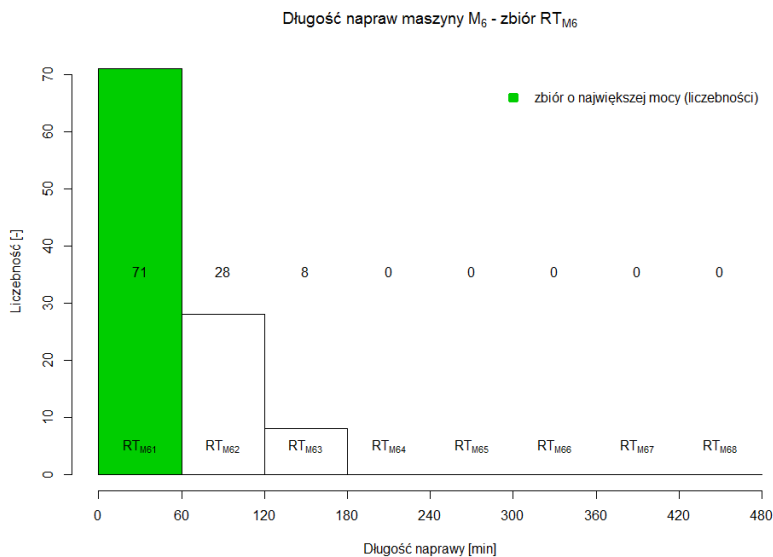
Wczytanie obserwacji pozwala na realizację kolejnych poleceń skryptu: sortowanie, filtrowanie (usuwanie obserwacji odstających) oraz wyznaczenie podstawowych charakterystyk (rys. 48).



Rys. 48. Wykres pudełkowy dla zbioru RT_{M_6} (przed filtrowaniem) (opracowanie własne)

Kluczowym etapem jest wyznaczenie podzbioru o największej mocy (liczebności). W tym celu dane podzielone są na odpowiednie grupy na podstawie których zostaje wykreślony histogram (rys. 49). Na wykresie zostaje także oznaczona grupa danych, która zostanie wykorzystana w dalszym procesie wnioskowania.

Zidentyfikowanie grupy najczęściej występujących czasów napraw umożliwia wyznaczenie szukanych wielkości buforów serwisowych. Użytkownik wprowadzając liczbę rozpatrywanych przedziałów prawdopodobieństwa otrzymuje informację o wielkościach buforów serwisowych.



Rys. 49. Histogram z oznaczeniem podzbioru o największej liczebności (opracowanie własne)

W przypadku analizowanych danych zbiorem o największej mocy okazał się zbiór RT_{M61} , a zatem:

$$TB'_{M_6} = RT_{M61} = \{0; 60\}.$$

Ponieważ w procesie predykcji awarii uwzględniono 3 poziomy prawdopodobieństwa, stąd:

$$TB_{M_6} = \{tb_{M61}, tb_{M62}, tb_{M63}\} = \{20, 40, 60\} [\text{min}] = \{0,33, 0,67, 1\} [\text{godz.}]$$

W opracowanym skrypcie podczas wyznaczania szukanych wartości zastosowanie znajduje pętla typu „for”, a rezultaty przedstawiane są użytkownikowi w oknie konsoli (rys. 50).

```

"Maszyna M6 - wielkości buforów serwisowych:"
"Rozmiar bufora nr 1 wynosi: 0,33 godz. (20 minut)."
```

Rys. 50. Informacja o wyznaczonych wielkościach buforów (opracowanie własne)

Wyznaczone bufory serwisowe zostają zaimplementowane do harmonogramu produkcji zgodnie z regułami przedstawionymi w podpodrozdziale 2.6.2.

W przypadku maszyny M_6 (z uwagi na uwzględnienie 3 poziomów prawdopodobieństwa) implementacja buforów realizowana będzie zgodnie z regułą:

JEŻELI $p_{M6i} \leq 0,33$

dobierz bufor $tb_{M61} = 0,33$

JEŻELI ZAŚ $p_{M6i} > 0,33$ i $p_{M6i} \leq 0,66$

dobierz bufor $tb_{M62} = 0,67$

JEŻELI ZAŚ $p_{M6i} > 0,66$ i $p_{M6i} \leq 1$

dobierz bufor $tb_{M63} = 1$

KONIEC WARUNKU

W wyniku czego dla maszyny M_6 bufor serwisowy będą implementowane do harmonogramu w następujący sposób:

- po 8 godz. pracy maszyny wystąpi bufor o długości 0,33 godz. (20 min),
- po 24 godz. pracy maszyny wystąpi bufor o długości 0,67 godz. (40 min),
- po 48 godz. pracy maszyny wystąpi bufor o długości 1 godz. (60 min).

Z uwagi na charakter wykorzystanego narzędzia harmonogramowania (oprogramowania LiSA), bufor w ramach prezentowanych eksperymentów były wprowadzane do harmonogramu w sposób ręczny. Niemniej jednak w przypadku tworzenia kompleksowego rozwiązania w postaci oprogramowania wykorzystującego proponowaną metodę odpornego harmonogramowania produkcji istnieje możliwość pełnego zautomatyzowania tego procesu.

3.3.2. Zastosowanie opracowanych algorytmów w zakresie predykcji zmienności czasów operacji technologicznych

Kolejnym z kluczowych elementów proponowanej metody jest algorytm predykcji zmienności czasów operacji technologicznych. W celu jego realizacji oraz weryfikacji, również i dla tego rozwiązania opracowano odpowiedni skrypt w języku R.

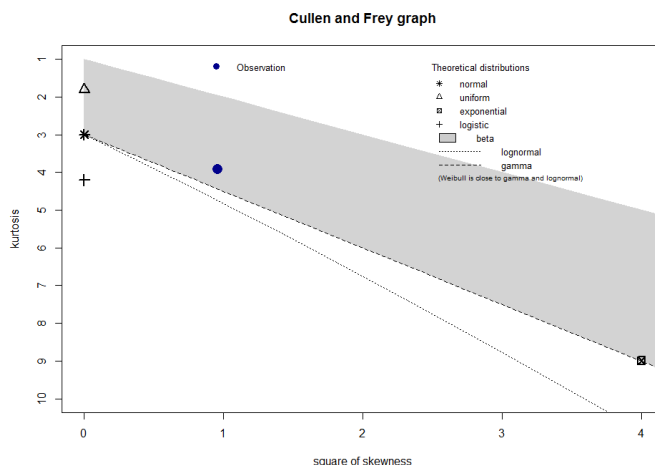
Poniżej przedstawiono realizację skryptu dla operacji testowych – o_{t11} o długości $pt_{t11} = 10$ min (0,17 godz.) oraz operacji o_{t12} o długości $pt_{t12} = 5$ min (0,08 godz.). W przypadku operacji o_{t11} dane historyczne pozyskane z przedsiębiorstwa zawierały 26 obserwacji, zaś w przypadku operacji o_{t12} – 49 obserwacji. Poniższy opis skryptu przedstawia realizację procesu wnioskowania zarówno dla pierwszej jak i drugiej operacji.

Na wstępie zamieszczone zostały procedury przygotowujące środowisko oraz aktywujące biblioteki niezbędne do przeprowadzenia analiz. Następnie użytkownik definiuje źródło danych historycznych (numer zadania oraz numer operacji). Zaimportowane dane zostają zapisane do zbioru (zmiennej) RPT_{ot11} , po czym następuje ich konwersja do formatu godziny. Dane zostają posortowane rosnąco, odbywa się ich filtrowanie oraz wyznaczenie podstawowych statystyk. Rezultaty tych operacji zostają przedstawione użytkownikowi (rys. 51).

"Czasy operacji ot11 - zbiór RPTot11 - podstawowe statystyki:"														
Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.									
0.1700	0.2500	0.3550	0.3827	0.4925	0.8300									
"zbiór RPTot11 - liczebność obserwacji:"														
0.17	0.2	0.25	0.28	0.3	0.32	0.33	0.38	0.42	0.47	0.5	0.53	0.58	0.75	0.83
3	1	4	1	1	1	2	2	3	1	3	1	1	1	1

Rys. 51. Podstawowe statystyki oraz liczebność obserwacji (opracowanie własne)

Kolejnym etapem jest rozpoczęcie procesu doboru odpowiedniego rozkładu prawdopodobieństwa dla rozpatrywanej zmiennej losowej RPT_{ot11} . Rozpoczyna się on wykreśleniem grafu Cullena-Freya wspomagającego proces identyfikacji rozkładu (rys. 52) W ramach tego procesu zostają także obliczone wartości kurtozy i skośności. Istotne dane zostają wyznaczone dzięki zastosowaniu funkcji „descdist”. Dodatkowo w ramach opracowanego skryptu wygenerowany zostaje zestaw wykresów wspomagających proces identyfikacji rozkładu – empiryczna funkcja gęstości wraz z histogramem oraz empiryczna dystrybuanta zmiennej losowej.



Rys. 52. Graf Cullena-Freya dla zmiennej losowej RPT_{ot11} (opracowanie własne)

Po dokonaniu wstępnej selekcji rozkładu użytkownik wprowadza do skryptu jego nazwę. Dzięki zastosowaniu biblioteki „FITDISTRPLUS” rozpoczyna się estymacja parametrów wytypowanego rozkładu (rys. 53).

```

Fitting of the distribution ' gamma ' by maximum likelihood
Parameters :
      estimate Std. Error
shape  5.678343  1.530862
rate  14.837457  4.182365
Loglikelihood: 12.25299  AIC:  -20.50597  BIC:  -17.98978
Correlation matrix:
      shape  rate
shape  1.000000  0.9564271
rate   0.9564271  1.0000000

```

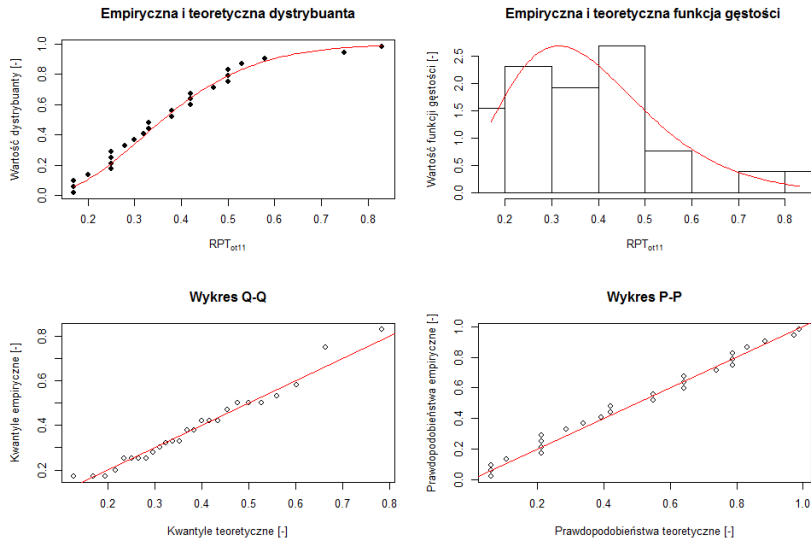
Rys. 53. Estymacja parametrów wytypowanego rozkładu (opracowanie własne)

W przypadku zmiennej RPT_{ot11} wytypowany został rozkład gamma, dla którego wyznaczono następujące parametry rozkładu:

- parametr kształtu (*shape*): $k = 5,678343$,
- parametr skali (*rate*): $\lambda = 14,837457$.

Dla oszacowanych parametrów zostają wygenerowane wykresy pomocnicze, które pozwalają wizualnie ocenić dopasowanie rozkładu do obserwacji (rys. 54). Zestawione zostają ze sobą:

- empiryczna oraz teoretyczna dystrybuanta,
- empiryczna oraz teoretyczna funkcja gęstości,
- kwantyle empiryczne z kwantylami teoretycznymi,
- prawdopodobieństwa empiryczne z prawdopodobieństwami teoretycznymi.



Rys. 54. Wykresy pomocnicze wygenerowane dla zmiennej RPT_{ot11} (opracowanie własne)

Kolejnym etapem opracowanego skryptu jest realizacja testu zgodności dobranego rozkładu teoretycznego z danymi empirycznymi. Za pomocą testu Kolmogorowa-Smirnowa zostaje zbadana zgodność dystrybuant, a wyniki obliczeń są prezentowane użytkownikowi. Jeżeli hipoteza zerowa zostanie potwierdzona (zgodność dystrybuant) na wystarczająco wysokim poziomie istotności (*p-value*) – rozpoczyna się proces wnioskowania na podstawie dobranego rozkładu prawdopodobieństwa. W przypadku braku zgodności rozkładów – procedura dopasowywania oraz testowania realizowane są dla kolejnych, potencjalnych rozkładów.

W przypadku danych zapisanych w zbiorze RPT_{ot11} wystąpiła zgodność rozkładów na poziomie istotności $\alpha = 0,97$ (rys. 55). Zatem dobrany został rozkład gamma i to on stanowił podstawę dalszego procesu predykcji zmienności czasu operacji o_{t11} .

One-sample Kolmogorov-Smirnov test data: RPTot11 D = 0.09659, p-value = 0.9685 alternative hypothesis: two-sided

Rys. 55. Wyniki testu zgodności K-S (opracowanie własne)

W celu zbadania zakresu zmienności danej operacji technologicznej wykreślony zostaje dobrany rozkład o parametrach wyznaczonych w procesie jego doboru. Wówczas z przyjętym poziomem prawdopodobieństwa $p = 0,8$ wyznaczony zostaje przedział w jakim znajduje się potencjalny czas przyszłych realizacji operacji o_{t11} . W tym celu wyznaczone zostają kwantyle rzędu 0,1 i 0,9, które dla zbioru RPT_{ot11} wynoszą odpowiednio $q_{0,1} = 0,197$ oraz $q_{0,9} = 0,598$. Zatem:

$$P(q_{0,1} < RPT_{ot11} < q_{0,9}) = 0,8,$$

$$P(0,197 < RPT_{ot11} < 0,598) = 0,8,$$

$$E(RPT_{ot11}) = 0,38.$$

Stąd wyznaczona zostaje prognozowana wartość czasu operacji ppt_{t11} :

$$ppt_{t11} \in \langle 0,2; 0,6 \rangle \text{ [godz.]},$$

$$E(ppt_{t11}) = 0,38 \text{ [godz.]},$$

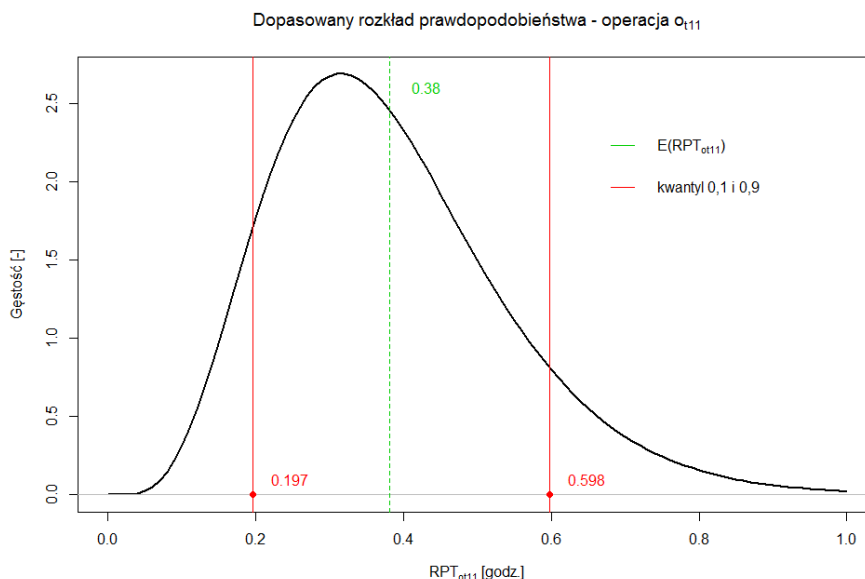
co jest równoważne, że z prawdopodobieństwem $p = 0,8$ zmienność Δpt_{t11} operacji o_{t11} spełnia nierówność:

$$q_{0,1} - 0,17 < \Delta pt_{t11} < q_{0,9} - 0,17,$$

a więc:

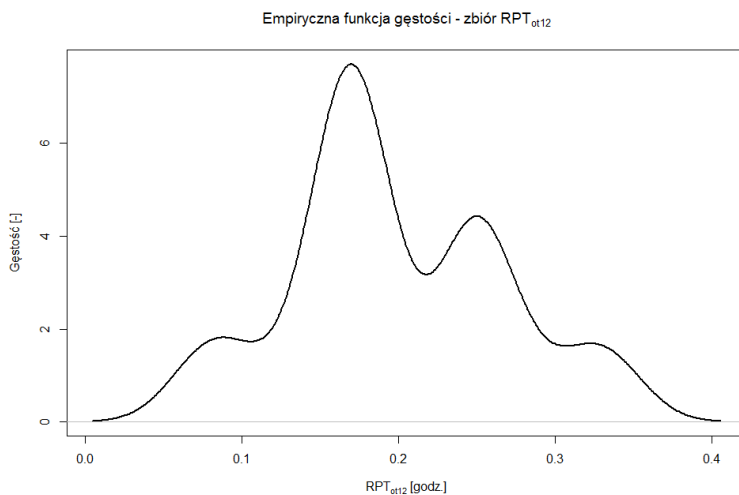
$$\Delta pt_{t11} \in (0,03; 0,43) \text{ [godz.]}$$

Rezultaty działania skryptu (realizacji algorytmu) są dodatkowo prezentowane w formie graficznej (rys. 56). Na wygenerowanym wykresie przedstawione są: przebieg funkcji gęstości, graniczne wartości czasu operacji (kwantyle), a także wartość oczekiwana, na podstawie której uaktualniony zostaje czas operacji w harmonogramie odpornym.



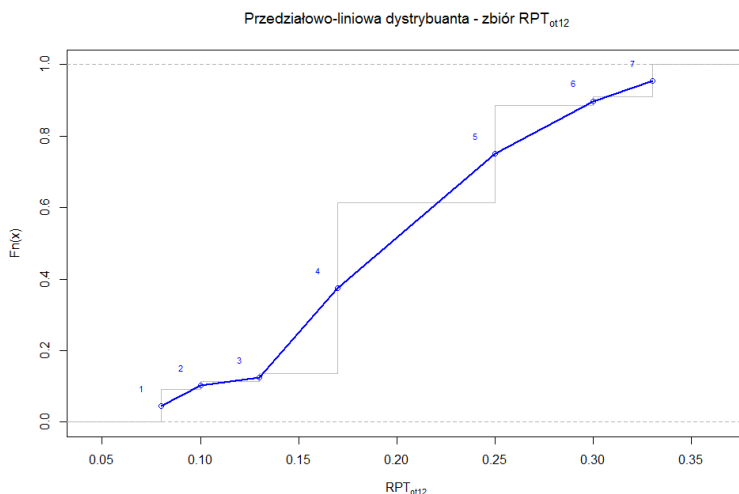
Rys. 56. Wykres dopasowanego rozkładu wraz z wyznaczonymi wartościami (opracowanie własne)

W przypadku operacji o_{t12} o długości $pt_{t12} = 0,08$ godz. proces predykcji zmienności w początkowej fazie przebiegał w sposób analogiczny. Charakter danych nie pozwolił jednak jednoznacznie wytypować teoretycznego rozkładu podobieństwa, który pozwoliłby opisać proces zmienności czasów analizowanej operacji (rys. 57). Zatem w przypadku zbioru RPT_{ot12} proces predykcji odbywał się w oparciu o przedziałowo-liniową nieparametryczną estymację dystrybuanty, która również została zawarta w opracowanym skrypcie.



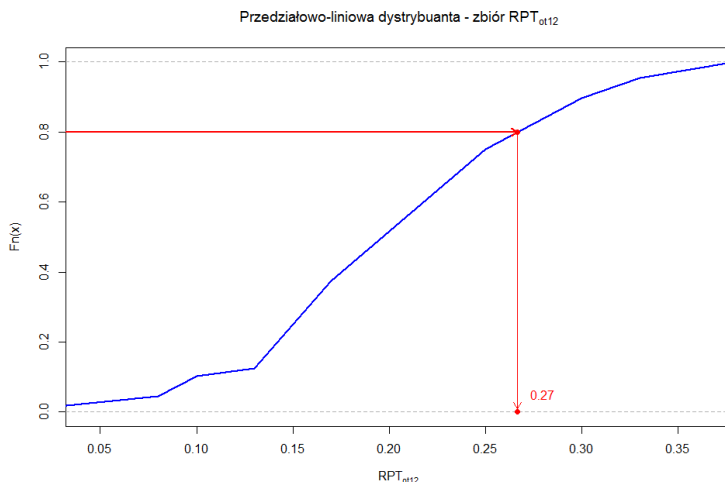
Rys. 57. Empiryczna funkcja gęstości obrazująca problem dopasowania rozkładu (opracowanie własne)

W przypadku braku możliwości dopasowania wyznaczona zostaje schodkowa postać empirycznej dystrybuanty, gdzie dodatkowo obliczone zostają współrzędne „węzłów” (rys. 58). Wyznaczone punkty węzłowe wykorzystywane są podczas wykreślenia przedziałowo-liniowej postaci dystrybuanty, która wykorzystana zostaje w dalszym procesie predykcji.



Rys. 58. Estymacja przedziałowo-liniowej postaci dystrybuanty (opracowanie własne)

W celu dokładnej estymacji wartości zastosowana zostaje funkcja „approx”, która realizuje procedurę interpolacji funkcji dystrybuanty pomiędzy wybranymi węzłami (dla konkretnej wartości prawdopodobieństwa interesującej użytkownika). Dla tak wyznaczonej postaci dystrybuanty realizowany jest proces wnioskowania (rys. 59).



Rys. 59. Wnioskowanie na podstawie estymowanej postaci dystrybuanty (opracowanie własne)

W przypadku operacji o_{t12} jej realny czas prognozowano z prawdopodobieństwem $p = 0,8$. W wyniku zrealizowanej estymacji wyznaczono, iż:

$$P(RPT_{ot12} < 0,27) = 0,8,$$

co w konsekwencji pozwala stwierdzić, iż:

$$ppt_{t12} \in \langle 0; 0,27 \rangle \text{ [godz.]}$$

Stąd też zmienność czasu Δpt_{t12} operacji o_{t12} spełnia nierówność:

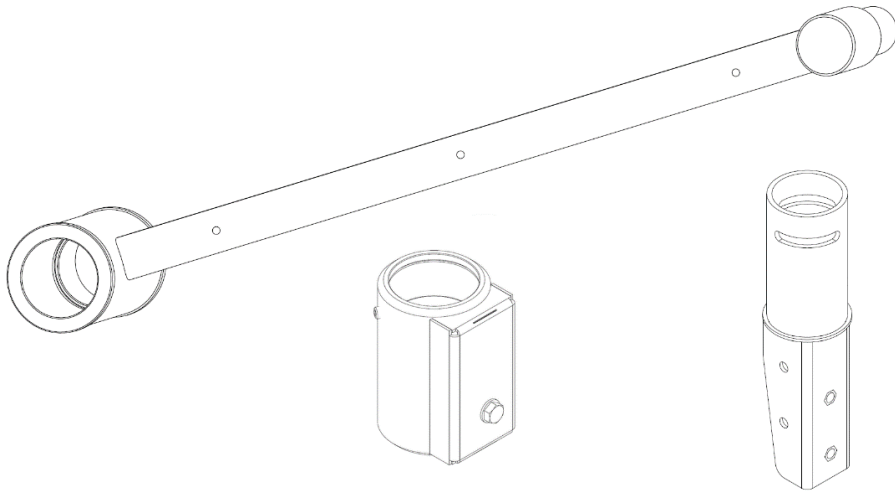
$$\Delta pt_{t12} \leq 0,19 \text{ [godz.]}$$

Tak uzyskane informacje zostają wykorzystane w procesie uodparniania harmonogramu produkcji. Proces ten polega na aktualizacji czasów operacji w harmonogramie odpornym do którego uprzednio zostały zaimplementowane bufory serwisowe.

Podczas przeprowadzonych weryfikacji (podobnie jak w przypadku implementacji buforów serwisowych) dane były aktualizowane w sposób ręczny. Niemniej jednak w przypadku opracowania kompleksowego rozwiązania w postaci programu komputerowego proces ten można w pełni zautomatyzować.

3.3.3. Harmonogramowanie nominalne oraz odporne

Realizacja przedstawionych powyżej skryptów (zarówno w obszarze predykcji awarii, wyznaczenia buforów serwisowych, a także analizy zmienności czasów operacji technologicznych) pozwoliła na rozpoczęcie prac związanych z harmonogramowaniem nominalnym oraz predyktywnym. W tym celu zostały wykorzystane pozyskane dane produkcyjne. Dane te dotyczyły 12 wyrobów wchodzących w skład stałego asortymentu przedsiębiorstwa. Przykłady elementów dla których pozyskano procesy technologiczne zostały przedstawione na rysunku 60.



Rys. 60. Przykłady produkowanych wyrobów (opracowanie własne)

Procesy technologiczne rozpatrywanych elementów zostały zestawione w tabeli 1. Czasy przygotowawczo-zakończeniowe poszczególnych operacji nie były brane pod uwagę w procesie harmonogramowania produkcji.

Tab. 1. Procesy technologiczne uwzględnione w procesie harmonogramowania

Nr wyrobu (zadania)	Nr operacji	Stanowisko	Nazwa operacji	tpz_{ij} [min]	to_{ij} [min]	to_{ij} [godz.]
1	10	Laser1	Cięcie blach	15	2,5	0,042
	20	Laser2	Cięcie rur i profili	12	1	0,017
	30	Prasa CNC	Gięcie krawędziowe	8	1,1	0,018
	40	Wiertarka	Wiercenie otworów	10	1	0,017
	50	Ślus.	Operacja ślusarska	5	1	0,017
	60	Spaw. – MIG	Spawanie MIG	8	5,5	0,092
2	10	Laser1	Cięcie laserem blach	22	4	0,067
	20	Piła CNC	Cięcie na pile taśmowej	6	0,5	0,008
	30	Prasa CNC	Gięcie krawędziowe	16	3	0,050
	40	Wiertarka	Wiercenie otworów, gwintowanie	12	1	0,017
	50	Ślus.	Operacja ślusarska	5	1	0,017
	60	Spaw.– MIG	Spawanie MIG	8	5,5	0,092
3	10	Laser2	Cięcie laserem rur i profili	9	0,3	0,005
	20	Piła CNC	Cięcie na pile taśmowej	6	0,5	0,008
	30	Frezarka	Frezowanie	16	3	0,050
	40	Wiertarka	Wiercenie otworów	10	1	0,017
	50	Ślus.	Operacja ślusarska	5	2	0,033
	60	Spaw.– MIG	Spawanie MIG	8	2	0,033
	70	Tokarka	Toczenie	20	5,5	0,092
4	10	Laser2	Cięcie laserem rur i profili	8	0,3	0,005
	20	Piła CNC	Cięcie na pile taśmowej	8	0,5	0,008
	30	Frezarka	Frezowanie	25	5	0,083
	40	Ślus.	Operacja ślusarska	5	1	0,017
	50	Spaw.– MIG	Spawanie MIG	8	2	0,033
	60	Tokarka	Toczenie	20	6	0,100
5	10	Laser1	Cięcie laserem blach	16	0,7	0,012
	20	Gilotyna	Cięcie na gilotynie	6	0,25	0,004
	30	Piła CNC	Cięcie na pile taśmowej	6	1	0,017
	40	Prasa CNC	Gięcie krawędziowe	10	1,5	0,025
	50	Wiertarka	Gwintowanie	8	6	0,100
	60	Ślus.	Operacja ślusarska	5	2	0,033
	70	Spaw.– TIG	Spawanie TIG	8	2	0,033
	80	Tokarka	Toczenie	20	6,5	0,108
6	10	Laser1	Cięcie laserem blach	12	0,3	0,005
	20	Laser2	Cięcie laserem profili	14	1	0,017
	30	Ślus.	Operacja ślusarska	5	1	0,017
	40	Spaw.– MIG	Spawanie MIG	8	1	0,017
	50	Tokarka	Toczenie	11	2	0,033

Cd. tab. 1. Procesy technologiczne uwzględnione w procesie harmonogramowania

7	10	Laser1	Cięcie laserem blach	25	7	0,117
	20	Laser2	Cięcie laserem rur i profili	13	5	0,083
	30	Prasa CNC	Gięcie krawędziowe	20	5,8	0,097
	40	Wiertarka	Wiercenie otworów	18	6	0,100
	50	Ślus.	Operacja ślusarska	5	6	0,100
	60	Spaw.– TIG	Spawanie TIG	8	8	0,133
	70	Wykrawarka	Wykrawanie	20	5,8	0,097
8	10	Laser1	Cięcie laserem blach	6	0,6	0,010
	20	Laser2	Cięcie laserem profili	10	0,8	0,013
	30	Prasa CNC	Gięcie krawędziowe	8	0,4	0,007
	40	Wiertarka	Gwintowanie	8	1,1	0,018
	50	Ślus.	Operacja ślusarska	5	3	0,050
	60	Spaw.– MIG	Spawanie MIG	8	3	0,050
9	10	Laser1	Cięcie laserem blach	20	5	0,083
	20	Laser2	Cięcie laserem rur i profili	12	2	0,033
	30	Piła CNC	Cięcie na pile taśmowej	6	1	0,017
	40	Prasa CNC	Gięcie krawędziowe	25	6,5	0,108
	50	Wiertarka	Wiercenie otworów, gwintowanie	12	7	0,117
	60	Ślus.	Operacja ślusarska	5	2	0,033
	70	Spaw.– MIG	Spawanie MIG	8	7,5	0,125
10	10	Wykrawarka	Wykrawanie	13	0,8	0,013
	20	Laser1	Cięcie laserem blach	10	1,6	0,027
	30	Ślus.	Operacja ślusarska	5	2	0,033
	40	Spaw.– MIG	Spawanie MIG	8	1	0,017
11	10	Laser1	Cięcie laserem blach	6	0,1	0,002
	20	Laser2	Cięcie laserem rur	10	0,15	0,003
	30	Wiertarka	Wiercenie otworów, gwintowanie	12	0,3	0,005
	40	Spaw.– MIG	Spawanie MIG	8	1	0,017
	50	Tokarka	Toczenie	8	0,2	0,003
12	10	Laser1	Cięcie laserem blach	9	0,3	0,005
	20	Piła CNC	Cięcie na pile taśmowej	6	0,5	0,008
	30	Prasa CNC	Gięcie krawędziowe	10	1	0,017
	40	Wiertarka	Wiercenie otworów	8	3,5	0,058

Zatem w procesie harmonogramowania uwzględniono 12 zadań produkcyjnych realizowanych na 12 maszynach technologicznych. Dla poszczególnych maszyn przyjęto odpowiednie oznaczenia:

- Laser 1 – maszyna M_1 ,
- Laser 2 – maszyna M_2 ,
- Prasa CNC – maszyna M_3 ,
- Piła CNC – maszyna M_4 ,
- Ślus. (stanowisko ślusarskie) – maszyna M_5 ,

- Spawalnia – MIG – maszyna M_6 ,
- Spawalnia – TIG – maszyna M_7 ,
- Wiertarka – maszyna M_8 ,
- Frezarka – maszyna M_9 ,
- Tokarka – maszyna M_{10} ,
- Gilotyna – maszyna M_{11} ,
- Wykrawarka – maszyna M_{12} .

Proces harmonogramowania przeprowadzono dla zleceń produkcyjnych o różnym rozmiarze. Analizie poddano zlecenia składające się z:

- 6 zadań produkcyjnych,
- 9 zadań produkcyjnych,
- 12 zadań produkcyjnych.

Przyjęto, iż wyroby produkowane są w partiach po 50 sztuk.

Zadania szeregowano z wykorzystaniem 4 popularnych reguły priorytetów:

1. Reguły FCFS (*First Come First Service – Pierwsza Przybyła Pierwsza Obsłużona*).
2. Reguły EDD (*Earliest Due Date – Najwcześniejszy Termin Dyrektywny*).
3. Reguły LPT (*Longest Processing Time – Najdłuższy Czas Operacji*).
4. Reguły SPT (*Shortest Processing Time – Najkrótszy Czas Operacji*).

Opracowane harmonogramy były harmonogramami bez opóźnień, co oznacza, że każda z maszyn, jeżeli można było ją użyć wcześniej do wykonania operacji, nie pozostawała wolna.

W ramach przeprowadzonej weryfikacji jako pierwsze zostało przeprowadzone harmonogramowanie nominalne. W tym celu wyznaczono kluczowe zbiory danych (omówione w rozdziale 2.3). Przykładowe zbiory wyznaczone dla zlecenia składającego się z 6 zadań produkcyjnych prezentują się następująco:

- zbiór maszyn technologicznych (stanowisk produkcyjnych) M :

$$M = \{M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7, M_8, M_9, M_{10}, M_{11}\},$$

- zbiór zadań produkcyjnych J :

$$J = \{J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6\},$$

- macierz MO zawierająca informacje dotyczące technologii (kolejności wykonywanych operacji):

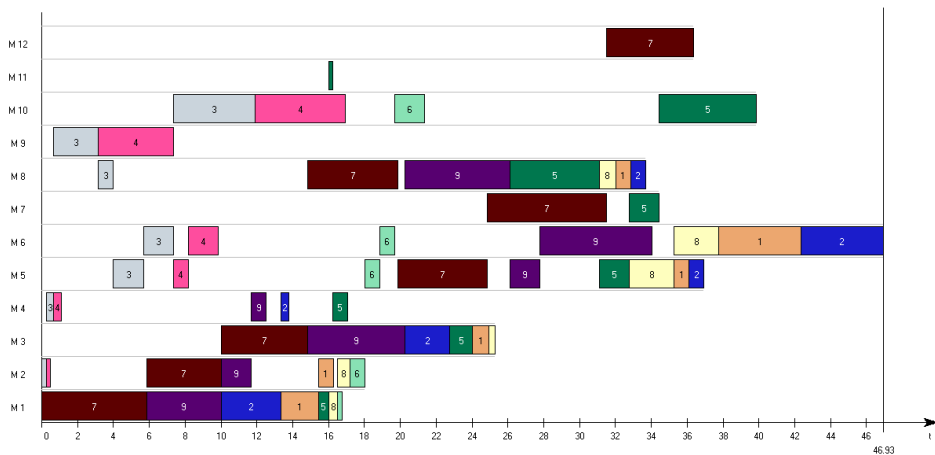
$$MO = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 5 & 6 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 2 & 5 & 6 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 5 & 6 & 0 & 4 & 3 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 4 & 5 & 0 & 0 & 3 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 3 & 6 & 0 & 7 & 5 & 0 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

- macierz PT zawierająca informacje dotyczące czasów operacji technologicznych:

$$PT = \begin{bmatrix} 2,08 & 0,83 & 0,92 & 0 & 0,83 & 4,58 & 0 & 0,83 & 0 & 0 & 0 \\ 3,33 & 0 & 2,50 & 0,42 & 0,83 & 4,58 & 0 & 0,83 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 & 0,42 & 1,67 & 1,67 & 0 & 0,83 & 2,50 & 4,58 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 & 0,42 & 0,83 & 1,67 & 0 & 0 & 4,17 & 5 & 0 \\ 0,58 & 0 & 1,25 & 0,83 & 1,67 & 0 & 1,67 & 5 & 0 & 5,42 & 0,21 \\ 0,25 & 0,83 & 0 & 0 & 0,83 & 0,83 & 0 & 0 & 0 & 1,67 & 0 \end{bmatrix}$$

Powyższe zbiory zostały także wyznaczone dla pozostałych przypadków harmonogramowania produkcji. Przedstawienie danych w tej formie ułatwiło ich implementację w oprogramowaniu LiSA.

Następnie dla każdej wielkości zleceń produkcyjnych zostały zbudowane harmonogramy produkcji (rys. 61), po czym rozpoczęto proces ich uodparniania.



Rys. 61. Harmonogram nominalny dla 9 zadań – działanie reguły LPT (opracowanie własne)

Zgodnie z ogólnym algorytmem metody opracowany harmonogram nominalny został poddany kolejnym modyfikacjom:

1. **Modyfikacji I** – polegającej na implementacji do harmonogramu buforów serwisowych (rezultatów realizacji algorytmów związanych z awaryjnością maszyn).
2. **Modyfikacji II** – polegającej na aktualizacji czasów operacji technologicznych (rezultatów realizacji algorytmu związanego ze zmiennością czasów operacji).

W celu uodpornienia harmonogramu pod kątem potencjalnych awarii maszyn technologicznych dla każdej z nich zrealizowano predykcję czasów wystąpienia usterek. Z uwagi na swój charakter wyjątek stanowiło jedynie stanowisko ślusarskie (M_5) dla którego proces ten nie był realizowany. W trakcie analiz uwzględniono następujące poziomy prawdopodobieństwa:

- $p_{Mj1} = 0,25$,
- $p_{Mj2} = 0,50$,
- $p_{Mj3} = 0,75$.

W wyniku realizacji algorytmu predykcji czasu wystąpienia awarii uzyskano potencjalne czasy awarii dla każdej z maszyn (tab. 2).

Tab. 2. Czasy awarii maszyn technologicznych uzyskane w wyniku predykcji

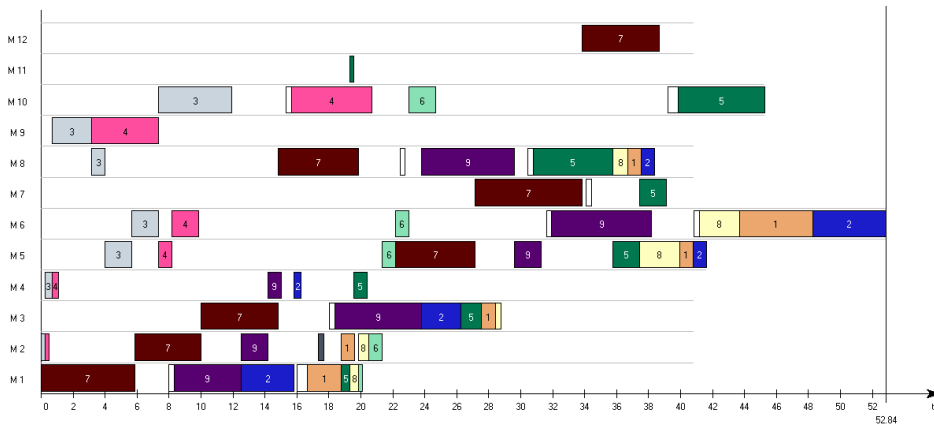
Maszyna	Czas wystąpienia awarii czas [godz.]		
	$p_{Mj1} = 0,25$	$p_{Mj2} = 0,50$	$p_{Mj3} = 0,75$
M_1	8	16	40
M_2	8	24	32
M_3	8	16	24
M_4	8	24	104
M_5	–	–	–
M_6	8	24	48
M_7	8	16	40
M_8	8	24	48
M_9	8	16	40
M_{10}	8	24	40
M_{11}	8	16	40
M_{12}	8	16	32

Dla każdej z maszyn przeprowadzono także analizę czasów napraw w celu estymacji długości buforów serwisowych. Dane uzyskane z algorytmu implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych (czas oraz miejsce umieszczenia buforu) zostały przedstawione w tabeli 3.

Tab. 3. Rozmiar redundantnych zabezpieczeń czasowych wraz z miejscem ich implementacji

Bufor po Maszyna	Wielkość buforów serwisowych [godz.]					
	8 godz.	16 godz.	24 godz.	32 godz.	40 godz.	48 godz.
M_1	0,33	0,67	0,33	0,67	1	0,67
M_2	0,33	0,33	0,67	1	0,33	0,67
M_3	0,33	0,67	1	0,67	0,33	1
M_4	0,33	0,33	0,67	0,33	0,33	0,67
M_5	–	–	–	–	–	–
M_6	0,33	0,33	0,67	0,33	0,33	1
M_7	0,33	0,67	0,33	0,67	1	0,67
M_8	0,33	0,33	0,67	0,33	0,33	1
M_9	0,33	0,67	0,33	0,67	1	0,67
M_{10}	0,33	0,33	0,67	0,33	1	0,67
M_{11}	0,33	0,67	0,33	0,67	1	0,67
M_{12}	0,33	0,67	0,33	1	0,33	0,67

Na podstawie uzyskanych informacji dokonano modyfikacji opracowanych harmonogramów nominalnych implementując w odpowiednie miejsca redundantne buforów serwisowe. Przykład harmonogramu zawierającego 12 zadań produkcyjnych z zaimplementowanymi zabezpieczeniami czasowymi został przedstawiony na rysunku 62. Bufory serwisowe zostały przedstawione na harmonogramie w postaci białych bloków.



Rys. 62. Harmonogram dla 9 zadań produkcyjnych po implementacji buforów serwisowych (opracowanie własne)

W celu realizacji drugiej z modyfikacji niezbędne było wyznaczenie zmienności czasów dla każdej z operacji technologicznych. Z uwagi na szacunkowy charakter danych dotyczących zmienności czasów operacji, które były pozyskane z przedsiębiorstwa, niezbędne było wygenerowanie potrzebnych informacji w sposób losowy. W tym celu wytypowano potencjalne rozkłady prawdopodobieństwa, a następnie przy użyciu środowiska R studio opracowano 100 obserwacji czasów dla każdej z operacji. Wygenerowane dane wykorzystano następnie podczas realizacji algorytmu predykcji zmienności czasów operacji technologicznych. Opracowane dane zestawiono w tabeli 4.

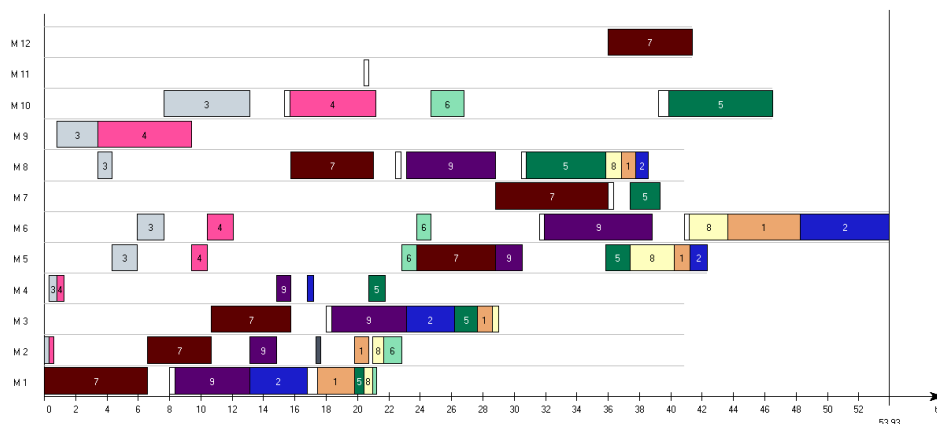
Tab. 4. Rozkłady prawdopodobieństwa dla czasów operacji dobrane w wyniku predykcji

Zad.	Op.		Czas jednostkowy t_{ij} [godz.]		Dopasowany rozkład
			Techn.	Predykcja	
J_1	10	o_{11}	0,042	$0,04 < 0,047 < 0,053$	Weibull: $k = 11,22; \lambda = 0,049$
	20	o_{12}	0,017	$0,014 < 0,018 < 0,024$	Gamma: $k = 21,17; \theta = 1139,35$
	30	o_{13}	0,018	$0,014 < 0,019 < 0,025$	Gamma: $k = 22,19; \theta = 1152,67$
	40	o_{18}	0,017	$0,014 < 0,018 < 0,021$	Beta: $\alpha = 37,56; \beta = 2095,089$
	50	o_{15}	0,017	$0,013 < 0,02 < 0,02$	Log-normal: $\mu = -4,12; \sigma = 0,16$
	60	o_{16}	0,092	$0,069 < 0,104 < 0,142$	Gamma: $k = 25,98; \theta = 278,71$
J_2	10	o_{21}	0,067	$< 0,073$	Przedziałowo-liniowa estymacja dystrybuanty
	20	o_{22}	0,008	$0,008 < 0,008 < 0,009$	Log-normal: $\mu = -4,78; \sigma = 0,055$
	30	o_{23}	0,050	$0,052 < 0,062 < 0,073$	Beta: $\alpha = 50,99; \beta = 769,018$
	40	o_{28}	0,017	$0,015 < 0,016 < 0,018$	Log-normal: $\mu = -4,11; \sigma = 0,049$
	50	o_{25}	0,017	$< 0,022$	Przedziałowo-liniowa estymacja dystrybuanty
	60	o_{26}	0,092	$0,098 < 0,113 < 0,127$	Weibull: $k = 11,84; \lambda = 0,12$
J_3	10	o_{31}	0,005	$0,005 < 0,006 < 0,007$	Beta: $\alpha = 34,21; \beta = 5713,59$
	20	o_{42}	0,008	$0,009 < 0,01 < 0,011$	Weibull: $k = 13,75; \lambda = 0,01$
	30	o_{33}	0,050	$0,039 < 0,052 < 0,067$	Gamma: $k = 8,00; \theta = 172,19$
	40	o_{34}	0,017	$0,014 < 0,018 < 0,023$	Gamma: $k = 26,55873; \theta = 1445,62$
	50	o_{35}	0,033	$0,029 < 0,033 < 0,037$	Log-normal: $\mu = -3,42; \sigma = 0,10$
	60	o_{36}	0,033	$0,03 < 0,034 < 0,037$	Log-normal: $\mu = -3,40; \sigma = 0,076$
	70	o_{37}	0,092	$0,095 < 0,109 < 0,122$	Weibull: $k = 12,17; \lambda = 0,11$
J_4	10	o_{41}	0,005	$0,005 < 0,006 < 0,007$	Beta: $\alpha = 47,15; \beta = 7803,89$
	20	o_{42}	0,008	$< 0,009$	Przedziałowo-liniowa estymacja dystrybuanty
	30	o_{43}	0,083	$0,073 < 0,095 < 0,12$	Gamma: $k = 27,25; \theta = 285,29$
	40	o_{44}	0,017	$0,016 < 0,02 < 0,023$	Beta: $\alpha = 48,43; \beta = 2401,81$
	50	o_{45}	0,033	$0,029 < 0,033 < 0,037$	Log-normal: $\mu = -3,42; \sigma = 0,098$
	60	o_{46}	0,100	$0,076 < 0,11 < 0,146$	Gamma: $k = 16,11; \theta = 146,84$
J_5	10	o_{51}	0,012	$0,01 < 0,012 < 0,014$	Log-normal: $\mu = -4,45; \sigma = 0,15$
	20	o_{52}	0,004	$0,004 < 0,005 < 0,006$	Gamma: $k = 28,012; \theta = 5467,06$
	30	o_{53}	0,017	$< 0,021$	Przedziałowo-liniowa estymacja dystrybuanty
	40	o_{54}	0,025	$0,024 < 0,029 < 0,035$	Beta: $\alpha = 47,22; \beta = 1567,32$
	50	o_{55}	0,100	$< 0,101$	Przedziałowo-liniowa estymacja dystrybuanty
	60	o_{56}	0,033	$0,024 < 0,032 < 0,042$	Gamma: $k = 19,61; \theta = 601,80$
	70	o_{57}	0,033	$0,034 < 0,038 < 0,042$	Weibull: $k = 13,49; \lambda = 0,04$
	80	o_{58}	0,108	$0,077 < 0,104 < 0,133$	Log-normal: $\mu = -2,29; \sigma = 0,21$

Cd. tab. 4. Rozkłady prawdopodobieństwa dla czasów operacji dobrane w wyniku predykcji

J_6	10	o_{61}	0,005	$0,004 < 0,005 < 0,006$	Weibull: $k = 9,08; \lambda = 0,006$
	20	o_{62}	0,017	$0,014 < 0,018 < 0,023$	Beta: $\alpha = 28,98; \beta = 1566,30$
	30	o_{63}	0,017	$0,015 < 0,02 < 0,024$	Gamma: $k = 30,31; \theta = 1543,54$
	40	o_{64}	0,017	$0,014 < 0,018 < 0,021$	Gamma: $k = 38,23; \theta = 2171,17$
	50	o_{65}	0,033	$0,027 < 0,034 < 0,042$	Log-normal: $\mu = -3,40; \sigma = 0,18$
J_7	10	o_{71}	0,117	$0,102 < 0,132 < 0,163$	Gamma: $k = 30,47; \theta = 231,38$
	20	o_{72}	0,083	$0,047 < 0,081 < 0,119$	Log-normal: $\mu = -2,59; \sigma = 0,36$
	30	o_{73}	0,097	$0,085 < 0,102 < 0,116$	Weibull: $k = 9,79; \lambda = 0,11$
	40	o_{74}	0,100	$0,082 < 0,105 < 0,131$	Gamma: $k = 30,60; \theta = 288,23$
	50	o_{75}	0,100	$0,077 < 0,1 < 0,124$	Log-normal: $\mu = -2,33; \sigma = 0,19$
	60	o_{76}	0,133	$0,117 < 0,144 < 0,171$	Beta: $\alpha = 39,33; \beta = 234,46$
	70	o_{78}	0,097	$0,08 < 0,107 < 0,14$	Gamma: $k = 20,81; \theta = 191,10$
J_8	10	o_{81}	0,010	$0,009 < 0,011 < 0,014$	Beta: $\alpha = 38,80; \beta = 3349,00$
	20	o_{82}	0,013	$< 0,014$	Przedziałowo-liniowa estymacja dystrybuanty
	30	o_{83}	0,007	$0,007 < 0,008 < 0,009$	Weibull: $k = 10,88; \lambda = 0,01$
	40	o_{84}	0,018	$0,015 < 0,021 < 0,026$	Gamma: $k = 23,76; \theta = 1151,72$
	50	o_{85}	0,050	$0,047 < 0,056 < 0,064$	Weibull: $k = 9,53; \lambda = 0,06$
	60	o_{86}	0,050	$0,04 < 0,049 < 0,058$	Log-normal: $\mu = -3,03; \sigma = 0,15$
J_9	10	o_{91}	0,083	$0,079 < 0,096 < 0,114$	Beta: $\alpha = 43,22; \beta = 405,85$
	20	o_{92}	0,033	$< 0,34$	Przedziałowo-liniowa estymacja dystrybuanty
	30	o_{93}	0,017	$0,016 < 0,018 < 0,02$	Weibull: $k = 14,04; \lambda = 0,02$
	40	o_{94}	0,108	$0,059 < 0,095 < 0,141$	Log-normal: $\mu = -2,40; \sigma = 0,34$
	50	o_{95}	0,117	$0,094 < 0,114 < 0,137$	Log-normal: $\mu = -2,17; \sigma = 0,15$
	60	o_{96}	0,033	$0,029 < 0,034 < 0,038$	Weibull: $k = 11,50; \lambda = 0,04$
	70	o_{97}	0,125	$< 0,138$	Przedziałowo-liniowa estymacja dystrybuanty
J_{10}	10	o_{101}	0,013	$0,013 < 0,016 < 0,019$	Beta: $\alpha = 39,96; \beta = 2487,39$
	20	o_{102}	0,027	$0,022 < 0,03 < 0,038$	Gamma: $k = 23,28; \theta = 787$
	30	o_{103}	0,033	$0,036 < 0,04 < 0,045$	Weibull: $k = 12,85; \lambda = 0,04$
	40	o_{104}	0,017	$0,016 < 0,019 < 0,022$	Weibull: $k = 8,7; \lambda = 0,02$
J_{11}	10	o_{111}	0,002	$< 0,002$	Przedziałowo-liniowa estymacja dystrybuanty
	20	o_{112}	0,003	$0,002 < 0,002 < 0,003$	Log-normal: $\mu = -6,05; \sigma = 0,27$
	30	o_{113}	0,005	$0,004 < 0,006 < 0,007$	Gamma: $k = 28,61; \theta = 5122,56$
	40	o_{114}	0,017	$0,015 < 0,018 < 0,021$	Weibull: $k = 10,10; \lambda = 0,02$
	50	o_{115}	0,003	$0,002 < 0,003 < 0,004$	Log-normal: $\mu = -5,97; \sigma = 0,39$
J_{12}	10	o_{121}	0,005	$0,005 < 0,006 < 0,007$	Weibull: $k = 8,42; \lambda = 0,01$
	20	o_{122}	0,008	$0,006 < 0,008 < 0,011$	Gamma: $k = 24,68; \theta = 2883,62$
	30	o_{123}	0,017	$0,015 < 0,019 < 0,023$	Beta: $\alpha = 30,88; \beta = 1626,81$
	40	o_{124}	0,058	$< 0,06$	Przedziałowo-liniowa estymacja dystrybuanty

Wykorzystując powyższe dane dokonano procesu uodpornienia harmonogramu pod kątem zmienności czasów operacji. Przykład harmonogramu po II modyfikacji znajduje się na rysunku 63. Z uwagi na znaczną liczbę opracowanych harmonogramów produkcji pozostałe wykresy Gantta znajdują się w załączniku do niniejszej pracy.



Rys. 63. Odporny harmonogram produkcji dla 9 zadań, uwzględniający awaryjność maszyn oraz zmienność czasów operacji technologicznych (opracowanie własne)

W ten sposób tworzono oraz uodparniano pozostałe harmonogramy dla każdej wielkości zleceń produkcyjnych. Szczegółowe rezultaty harmonogramowania zostały omówione w podrozdziale 3.3.4.

3.3.4. Wyniki i wnioski

W celu oceny harmonogramów opracowanych z wykorzystaniem proponowanej w pracy metody wykorzystano następujące wskaźniki oceny:

- termin zakończenia wszystkich zadań C_{max} ,
- średni czas zakończenia zadania \bar{C} ,
- średni czas przepływu zadania \bar{F} ,
- liczby prac na różnych etapach prowadzenia produkcji $N(t)$.

Ponadto w celu porównania opracowanych harmonogramów odpornych z nominalnymi, wykorzystano następujące wskaźniki odporności na zakłócenia:

- wskaźnik liczby operacji krytycznych w obszarze zadań Y_{KJ} ,
- wskaźnik liczby operacji krytycznych w odniesieniu do maszyn Y_{KM} .

Rezultatem harmonogramowania produkcji z wykorzystaniem proponowanej metody było opracowanie harmonogramów, które zostały uodpornione pod kątem potencjalnych awarii maszyn technologicznych oraz uwzględniały zmienność czasów operacji technologicznych. W tabeli 5 zostały zestawione wartości wskaźników oceny harmonogramów nominalnych oraz odpornych dla zleceń produkcyjnych o różnym rozmiarze.

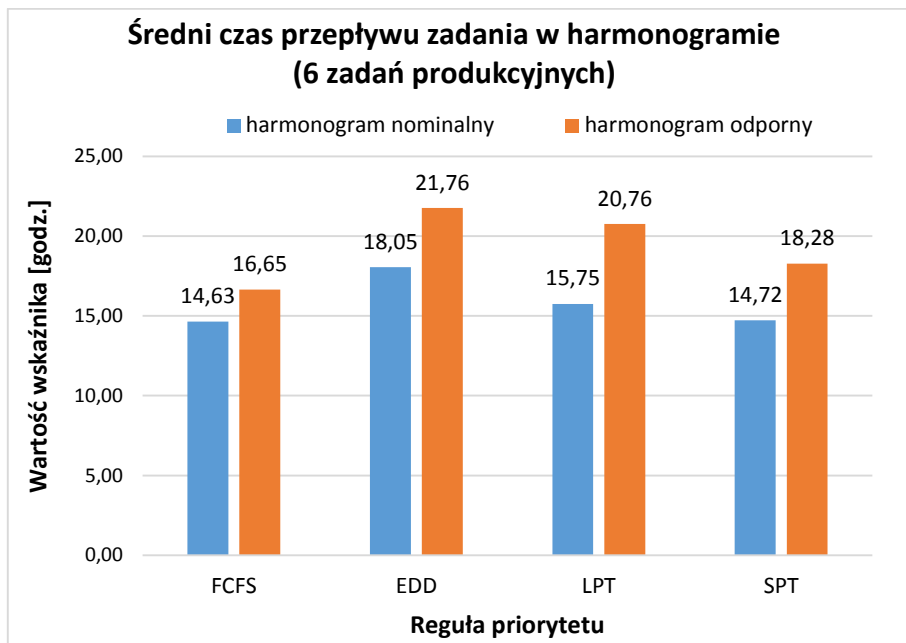
Tab. 5. Rezultaty wykorzystania metody – podstawowe wskaźniki efektywności

Rozmiar zlecenia	Reguła priorytetu	Wskaźnik efektywności [godz.]								
		\bar{F}			\bar{C}			C_{max}		
		harm. nom.	harm. odp.	wydłuż. [%]	harm. nom.	harm. odp.	wydłuż. [%]	harm. nom.	harm. odp.	wydłuż. [%]
6 zadań	FCFS	14,63	16,65	12,1%	16,92	19,19	11,8%	24,84	31,15	20,3%
	EDD	18,05	21,76	17,0%	20,34	24,30	16,3%	30,01	37,27	19,5%
	LPT	15,75	20,76	24,1%	18,29	23,52	22,2%	24,01	32,42	25,9%
	SPT	14,73	18,28	19,4%	15,43	19,05	19,0%	22,34	28,65	22,0%
9 zadań	FCFS	19,77	23,42	15,6%	24,73	29,55	16,3%	42,59	52,73	19,2%
	EDD	22,04	26,87	18,0%	27,01	33,00	18,2%	42,59	52,73	19,2%
	LPT	23,34	25,18	7,3%	31,94	38,00	15,9%	46,93	53,93	13,0%
	SPT	18,33	23,24	21,1%	20,95	26,74	21,7%	47,26	56,35	16,1%
12 zadań	FCFS	18,46	22,15	16,7%	24,98	30,33	17,6%	43,68	53,28	18,0%
	EDD	19,33	26,65	27,5%	27,47	35,09	21,7%	42,59	55,58	23,4%
	LPT	19,79	22,16	10,7%	30,90	38,41	19,6%	49,10	58,25	15,7%
	SPT	15,11	18,95	20,3%	17,87	23,47	23,9%	48,92	61,26	20,1%

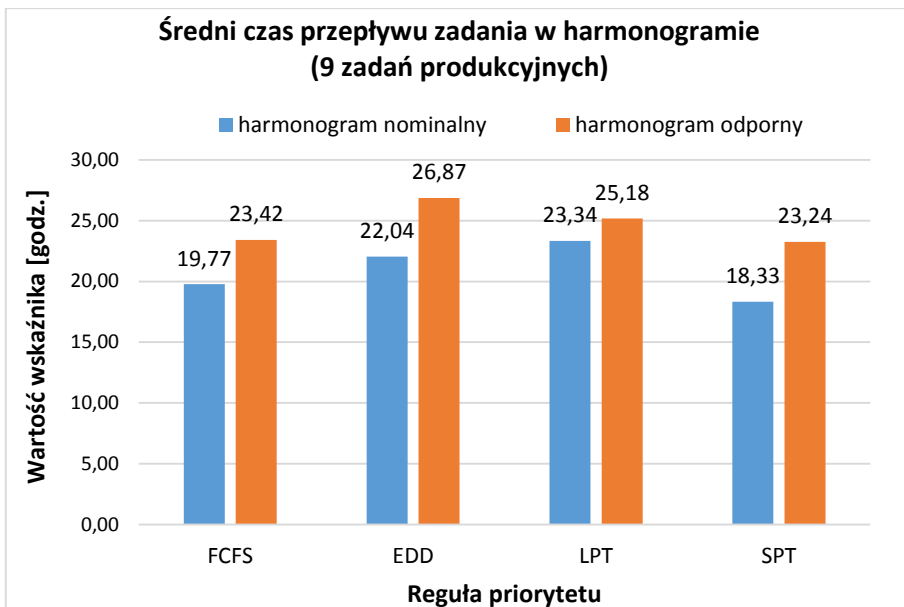
Wstępna analiza uzyskanych wartości wskaźników efektywności wskazuje na ich wydłużenie w odpornym harmonogramie produkcji, w każdym z przypadków. Wydłużenie to jest spodziewanym efektem wykorzystania metody i związane jest z implementacją redundantnych buforów serwisowych oraz uwzględnieniem zmienności czasów operacji technologicznych, dla których przeprowadzona predykcja wykazywała wydłużenie czasów operacji dla większości przypadków.

Poddając szczegółowej analizie uzyskane rezultaty należy stwierdzić, iż w przypadku harmonogramowania 6 zadań produkcyjnych zaobserwować można wydłużenie wartości wskaźnika \bar{F} średnio o 18,2%, w przypadku 9 zadań – o 15,5%, zaś w przypadku 12 zadań produkcyjnych o 18,8% w stosunku do harmonogramu nominalnego. Zmiana średniego czasu przepływu nie jest jednak zależna od wykorzystanej reguły priorytetu, gdyż w każdym z przypadków zastosowanie różnych reguł powodowało uzyskanie odmiennych wartości średniego wydłużenia czasu przepływu. Największym wydłużeniem średniego czasu przepływu dla przypadku 6 zadań produkcyjnych charakteryzował się harmonogram uzyskany za pomocą reguły LPT, w przypadku 9 zadań – bazujący na regule SPT, zaś dla 12 zadań produkcyjnych – opracowany z wykorzystaniem reguły EDD. Najmniejsze wartości wydłużenia średniego czasu przepływu dla 6 zadań produkcyjnych uzyskano w przypadku zastosowania reguły FCFS, zaś w przypadku 9 oraz 12 zadań przy zastosowaniu reguły LPT. Uzyskane wartości wskaźników średniego czasu przepływu zostały zestawione ze sobą dla każdego z rozpatrywanych wariantów na rysunkach 64–66.

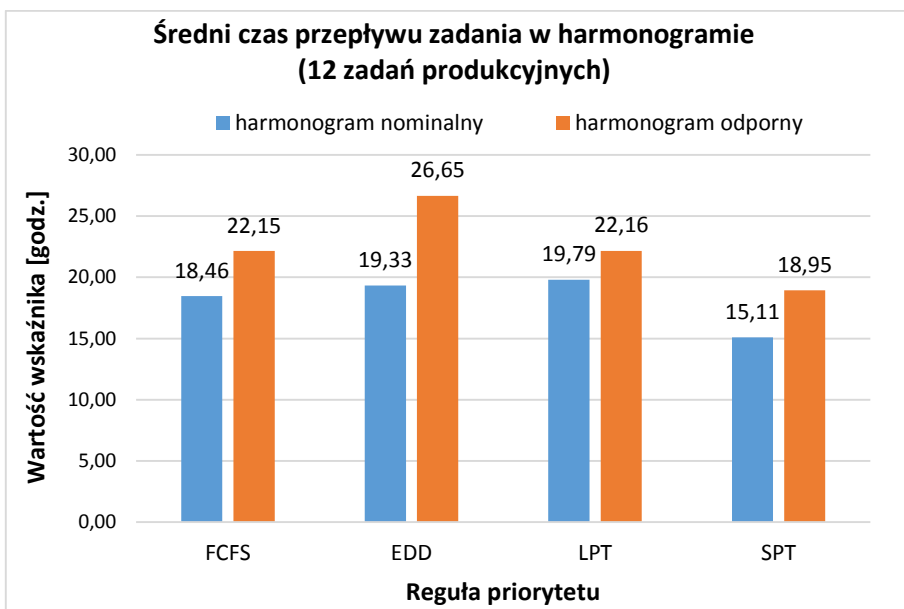
Należy zauważyć także, iż dobór odpowiedniej reguły priorytetu jest kluczowym elementem procesu odpornego harmonogramowania zadań, ponieważ w niektórych przypadkach uzyskane harmonogramy odporne charakteryzowały się niższą lub bardzo zbliżoną wartością wskaźnika \bar{F} w porównaniu z harmonogramem nominalnym opracowanym z wykorzystaniem innej metody. Przykładem może tu być przypadek 12 zadań produkcyjnych, gdzie harmonogram odporny bazujący na regule SPT posiadał zbliżone wartości do harmonogramów nominalnych uzyskanych z wykorzystaniem pozostałych reguł (rys. 66).



Rys. 64. Wartości wskaźnika średniego czasu przepływu zadań \bar{F} dla przypadku harmonogramowania 6 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)

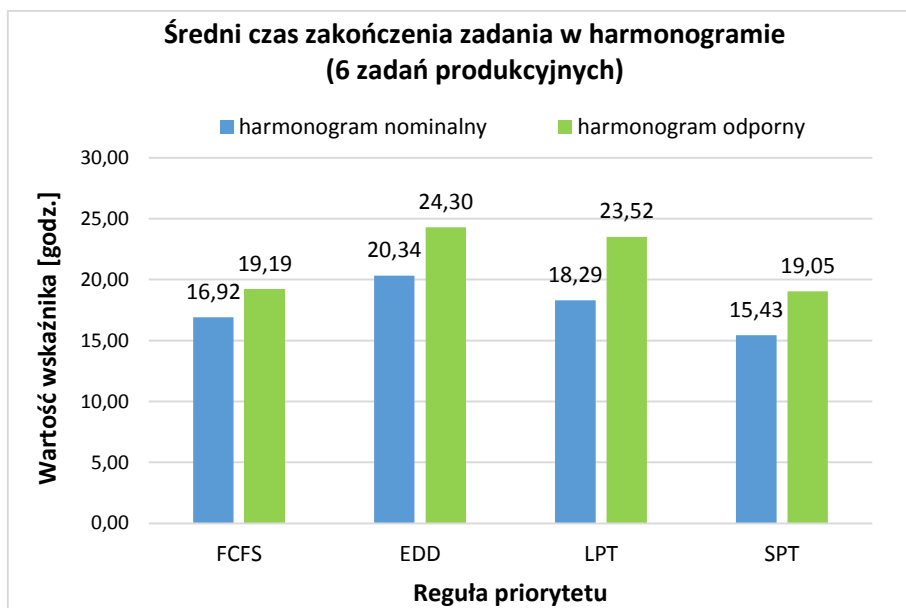


Rys. 65. Wartości wskaźnika średniego czasu przepływu zadań \bar{F} dla przypadku harmonogramowania 9 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)

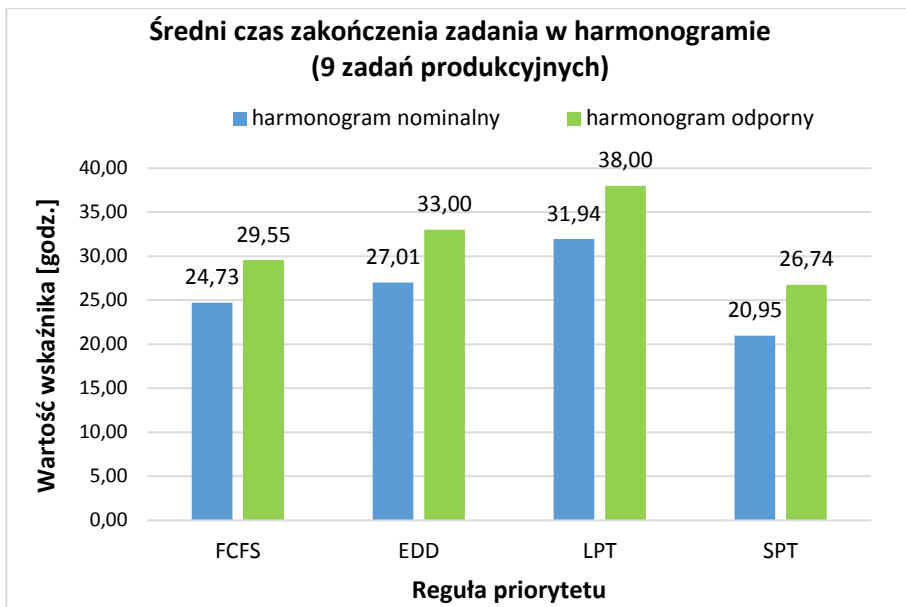


Rys. 66. Wartości wskaźnika średniego czasu przepływu zadań \bar{F} dla przypadku harmonogramowania 12 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)

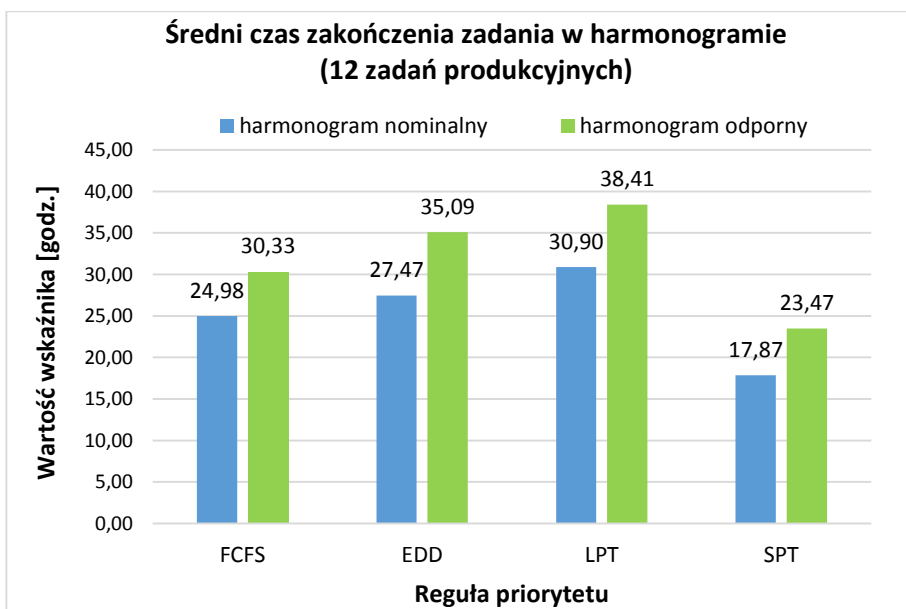
Kolejnym z przyjętych wskaźników był średni czas zakończenia zadania \bar{C} . Uzyskane wartości tego kryterium oceny dla każdego z analizowanych przypadków również wykazały jego wydłużenie w harmonogramie odpornym. Uzyskane wartości średniego terminu zakończenia zadania informują, iż w przypadku harmonogramowania 6 zadań produkcyjnych ich czas zakończenia wydłuża się średnio o 17,3%, w przypadku 9 zadań – 18%, zaś w przypadku 12 zadań o 20,7%. Widać zatem, iż wydłużenie wzrasta wraz z liczbą zadań uwzględnionych w harmonogramie odpornym. Sytuacja ta może być spowodowana wzrostem liczby operacji, przy ograniczonej dostępności stanowisk produkcyjnych (realizowaniu prac na tych samych maszynach technologicznych). Podobnie jak w przypadku poprzedniego wskaźnika nie zaobserwowano zależności pomiędzy doбором reguły priorytetu, a procentowym wydłużeniem średniego czasu zakończenia zadania. Stosowanie różnych reguł priorytetu powoduje odmienne zmiany wartości analizowanego wskaźnika – przykładowo w przypadku 6 zadań produkcyjnych przy zastosowaniu reguły LPT harmonogram odporny charakteryzuje się największym wydłużeniem wskaźnika \bar{C} , podczas gdy dla 9 zadań produkcyjnych zanotowane zostało najmniejsze z wydłużeń. Uzyskane wartości średniego czasu zakończenia zadań dla harmonogramów nominalnych oraz odpornych zostały przedstawione na rysunkach 67–69.



Rys. 67. Wartości wskaźnika średniego czasu zakończenia zadań \bar{C} dla przypadku harmonogramowania 6 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)



Rys. 68. Wartości wskaźnika średniego czasu zakończenia zadań \bar{C} dla przypadku harmonogramowania 9 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)

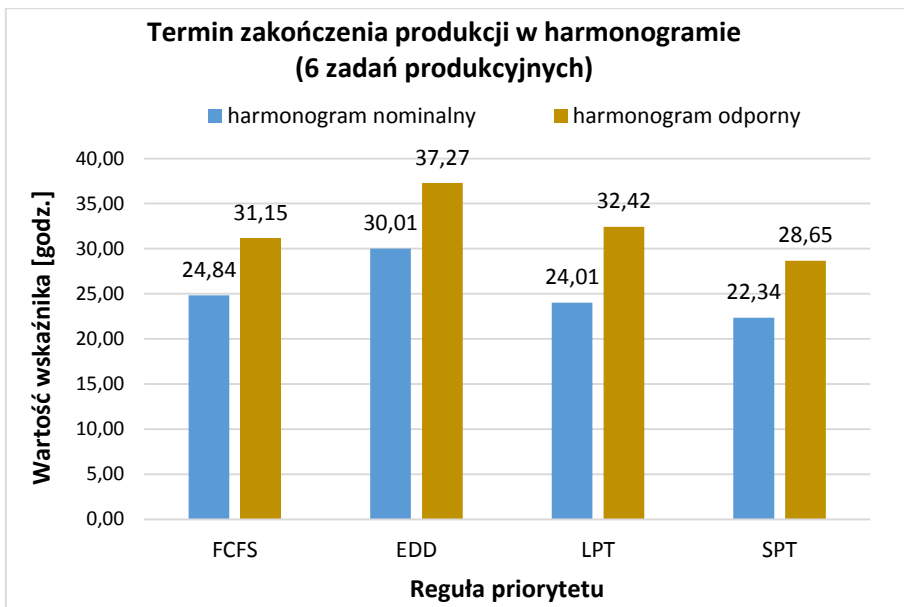


Rys. 69. Wartości wskaźnika średniego czasu zakończenia zadań \bar{C} dla przypadku harmonogramowania 12 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)

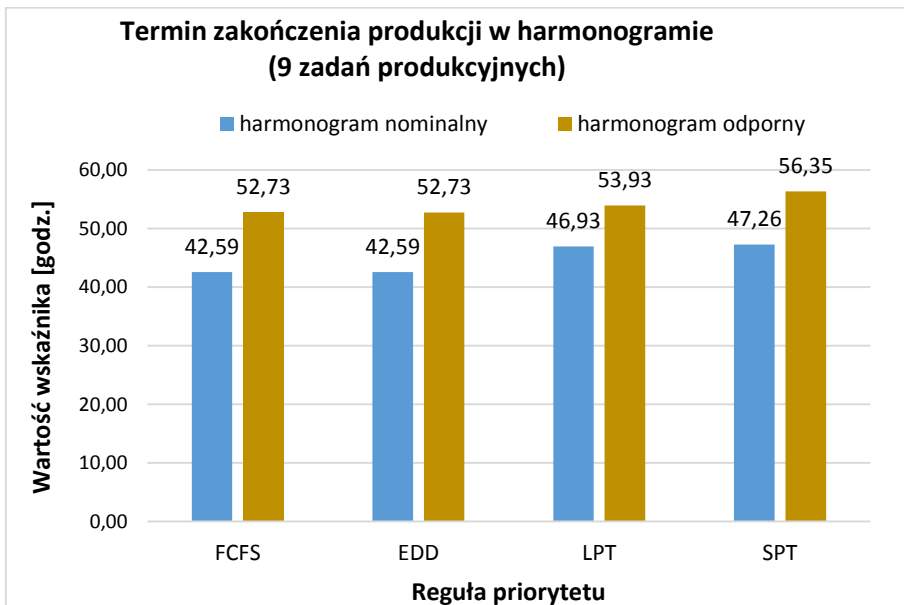
Również w przypadku analizy wartości wskaźnika \bar{C} zauważono, iż odpowiedni dobór reguły priorytetu jest istotny w procesie odpornego harmonogramowania produkcji. Na rysunku 69 zauważyć można, iż wykorzystanie reguły SPT dla przypadku 12 zadań produkcyjnych pozwoliło uzyskać wartość średniego czasu zakończenia zadania niższą niż dla harmonogramów nominalnych opracowanych z wykorzystaniem reguł FCFS, EDD czy LPT.

Ostatnim wskaźnikiem efektywności, który został uwzględniony podczas porównania nominalnych harmonogramów produkcji z ich odpornymi odpowiednikami był termin zakończenia wszystkich zleceń C_{max} . Z praktycznego punktu prowadzenia produkcji, to właśnie ten wskaźnik jest najczęściej stosowanym kryterium celu, gdyż dostarcza istotnych informacji zarówno dla przedsiębiorstwa, jak i potencjalnych klientów, których interesuje termin zakończenia produkcji zamówionych części.

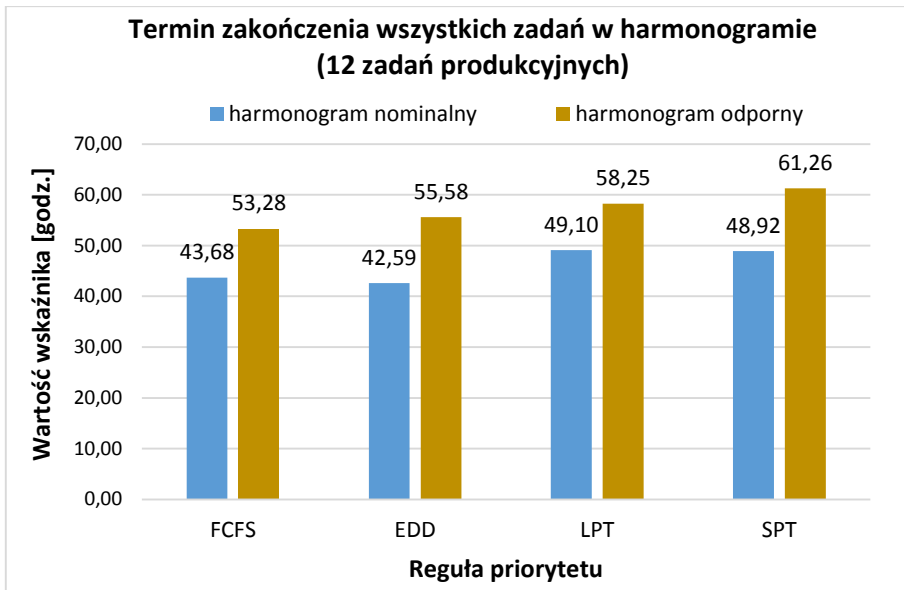
Uzyskane podczas eksperymentu wartości terminów zakończenia wszystkich zleceń dla każdego z przypadków odpornego harmonogramowania zadań były dłuższe niż w harmonogramach nominalnych. Średnia różnica pomiędzy wskaźnikiem C_{max} harmonogramu nominalnego i odpornego wynosiła odpowiednio: 7,07 godz. dla 6 zadań, 9,09 godz. dla 9 zadań oraz 11,02 godz. dla 12 zadań produkcyjnych. Można zatem stwierdzić, iż zgodnie z harmonogramem odpornym produkcja będzie realizowana o około jedną zmianę dłużej. Uzyskane wyniki wskazują, iż wartość terminu zakończenia wszystkich zleceń wyraźnie wzrastała wraz ze zwiększeniem liczby szeregowanych zadań. Procentowe wydłużenia analizowanego wskaźnika były odmienne dla analizowanych rozmiarów problemów, a także dla różnych reguł priorytetu. Przyjmowały one wartości od 13% dla harmonogramu zawierającego 9 zadań opracowanego zgodnie z regułą LPT do 25,9% dla harmonogramu 6 zadań opracowanego z wykorzystaniem tej samej reguły. Podobnie jak w przypadku poprzednich wskaźników efektywności – nie da się jednoznacznie określić zależności pomiędzy wydłużeniem terminu realizacji C_{max} a wykorzystaną regułą priorytetu. Uzyskane wartości terminów realizacji wszystkich zadań dla poszczególnych harmonogramów zostały przedstawione na rysunkach 70–72.



Rys. 70. Wartości wskaźnika czasu zakończenia wszystkich zadań C_{max} dla przypadku harmonogramowania 6 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)



Rys. 71. Wartości wskaźnika czasu zakończenia wszystkich zadań C_{max} dla przypadku harmonogramowania 9 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)



Rys. 72. Wartości wskaźnika czasu zakończenia wszystkich zadań C_{max} dla przypadku harmonogramowania 12 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)

Podczas oceny rezultatów odpornego harmonogramowania zadań produkcyjnych z wykorzystaniem proponowanej metody, analizie poddano także wartości wskaźników określających liczby prac na różnych etapach prowadzenia produkcji do których należały:

- liczba prac (zadań) będących w obróbce $N_p(t)$,
- liczba prac (zadań) zakończonych $N_c(t)$,
- liczba prac (zadań) niezakończonych $N_u(t)$.

Wartości każdego ze wskaźników były badane na trzech etapach prowadzenia produkcji – w czasie $0,25 \cdot C_{max}$, $0,50 \cdot C_{max}$, a także $0,75 \cdot C_{max}$. Uzyskane wartości wskaźników określających liczby prac zostały przedstawione w tabelach 6–8.

Porównując otrzymane wartości liczby prac będących w obróbce w przypadku harmonogramu nominalnego oraz odpornego należy stwierdzić, iż w większości przypadków na tych samych etapach prowadzenia produkcji liczba ta w obu harmonogramach jest taka sama lub zbliżona (tab. 6). Maksymalne różnice sięgają 2 zadań, co wynikać może z implementacji buforów serwisowych lub przesunięć operacji w wyniku uwzględnienia ich realnych czasów. Należy także zwrócić uwagę na fakt, iż rozmieszczenie zadań w harmonogramie nominalnym i odpornym jest na takim samym poziomie (największa liczba zadań realizowana jest zaraz po rozpoczęciu produkcji i sukcesywnie zmniejsza się wraz z upływem czasem).

Tab. 6. Liczba zadań obrabianych na różnych etapach produkcji

Rozmiar zlecenia	Reguła priorytetu	Liczba zadań będących w obróbce N_p [-]					
		$N_p(0, 25 \cdot C_{max})$		$N_p(0, 50 \cdot C_{max})$		$N_p(0, 75 \cdot C_{max})$	
		harm. nom.	harm. odp.	harm. nom.	harm. odp.	harm. nom.	harm. odp.
6 zadań	FCFS	5	5	2	2	2	0
	EDD	4	4	2	2	1	1
	LPT	5	5	2	3	1	1
	SPT	4	4	3	1	2	1
9 zadań	FCFS	4	3	3	2	3	2
	EDD	4	2	3	2	3	2
	LPT	4	2	3	3	3	4
	SPT	4	3	3	2	1	1
12 zadań	FCFS	4	3	3	3	3	2
	EDD	4	2	3	1	3	2
	LPT	4	3	3	4	2	4
	SPT	3	3	3	4	2	2

Tab. 7. Liczba prac zakończonych na różnych etapach produkcji

Rozmiar zlecenia	Reguła priorytetu	Liczba zadań zakończonych N_c [-]					
		$N_c(0, 25 \cdot C_{max})$		$N_c(0, 50 \cdot C_{max})$		$N_c(0, 75 \cdot C_{max})$	
		harm. nom.	harm. odp.	harm. nom.	harm. odp.	harm. nom.	harm. odp.
6 zadań	FCFS	0	0	2	3	3	5
	EDD	0	0	2	3	3	3
	LPT	0	0	2	1	3	4
	SPT	1	1	1	2	3	4
9 zadań	FCFS	0	2	5	5	6	6
	EDD	0	2	3	3	6	6
	LPT	0	1	3	2	4	3
	SPT	2	2	6	5	8	8
12 zadań	FCFS	0	2	6	5	9	9
	EDD	0	2	4	4	8	8
	LPT	1	1	5	4	8	7
	SPT	4	5	9	7	10	10

W przypadku wskaźnika liczby operacji zakończonych również widać, iż oba harmonogramy cechuje zbliżone rozmieszczenie operacji (tab. 7). Największa różnica wynosi zaledwie 2 prace i jest spowodowana zmianami terminu zakończenia zadań, co w konsekwencji spowodowało równomierne przesunięcia operacji w harmonogramie.

Wskaźnik liczby zadań niezakończonych również pokazuje na zbliżone rozmieszczenie zadań w harmonogramie nominalnym i odpornym. Otrzymane wartości wskaźników doskonale obrazują także sukcesywną realizację poszczególnych zadań produkcyjnych oraz konsekwencje wykorzystania odpowiednich reguł priorytetu (tab. 8). Przykładowo dla harmonogramu o 12 zadaniach produkcyjnych nadanie priorytetu zadaniom o najdłuższym terminie dyrektywnym (EDD) sprawia, że w połowie czasu realizacji produkcji wciąż niezakończonych zostaje 8 prac (dla harmonogramu nominalnego i odpornego), podczas gdy liczba niezakończonych prac dla harmonogramu zbudowanego z wykorzystaniem reguły SPT wnosi jedynie 3 zadania w harmonogramie nominalnym oraz 5 zadań w harmonogramie odpornym.

Tab. 8. Liczba zadań nieskończonych na różnych etapach produkcji

Rozmiar zlecenia	Reguła priorytetu	Liczba zadań niezakończonych N_u [-]					
		$N_u(0, 25 \cdot C_{max})$		$N_u(0, 50 \cdot C_{max})$		$N_u(0, 75 \cdot C_{max})$	
		harm. nom.	harm. odp.	harm. nom.	harm. odp.	harm. nom.	harm. odp.
6 zadań	FCFS	6	6	4	3	3	1
	EDD	6	6	4	3	3	3
	LPT	6	6	5	5	3	2
	SPT	5	5	5	4	3	2
9 zadań	FCFS	9	7	4	4	3	3
	EDD	9	7	6	6	3	3
	LPT	9	8	6	7	5	6
	SPT	7	7	3	4	1	1
12 zadań	FCFS	12	10	6	7	3	3
	EDD	12	10	8	8	4	4
	LPT	11	11	7	8	4	5
	SPT	8	7	3	5	2	2

Ostatnimi z kryteriów oceny wykorzystanych w pierwszym z eksperymentów były dwa wskaźniki operacji krytycznych – Y_{KJ} definiujący liczę operacji krytycznych w obszarze zadań, a także Y_{KM} określający liczbę tychże operacji w obszarze maszyn.

Uzyskane wartości rozpatrywanych wskaźników pozwalają stwierdzić, iż uodpornienie harmonogramu nominalnego w każdym przypadku skutkuje redukcją liczby operacji krytycznych (tab. 9). W przypadku wskaźnika Y_{KJ} w harmonogramie odpornym liczba operacji krytycznych została obniżona o średnio -8.4%, co stanowiło 2,42 operacji mniej niż w harmonogramie nominalnym. W przypadku wskaźnika Y_{KM} średnia redukcja liczby operacji krytycznych wynosiła -18,4%, a więc aż 4,83 operacji w każdym harmonogramie. Należy zatem stwierdzić, iż zmniejszenie liczby operacji krytycznych w odniesieniu do maszyn było dwukrotnie wyższe niż w przypadku operacji krytycznych występujących w obrębie poszczególnych zadań. Dodatkowo należy stwierdzić, iż liczba operacji krytycznych harmonogramu odpornego zmniejsza się wraz ze wzrostem liczby realizowanych zadań, a co za tym idzie – liczby operacji technologicznych.

Tab. 9. Liczba operacji krytycznych w harmonogramach

Rozmiar zlecenia	Reguła priorytetu	Liczba operacji krytycznych [-]					
		Y_{KJ}			Y_{KM}		
		harm. nom.	harm. odp.	zmiana [%]	harm. nom.	harm. odp.	zmiana [%]
6 zadań	FCFS	21	20	-4,8%	16	13	-18,8%
	EDD	20	19	-5,0%	16	14	-12,5%
	LPT	21	20	-4,8%	17	13	-23,5%
	SPT	20	19	-5,0%	17	14	-17,6%
9 zadań	FCFS	29	26	-10,3%	28	23	-17,9%
	EDD	28	25	-10,7%	28	21	-25,0%
	LPT	30	23	-23,3%	26	23	-11,5%
	SPT	32	28	-12,5%	25	21	-16,0%
12 zadań	FCFS	34	32	-5,9%	34	28	-17,6%
	EDD	29	28	-3,4%	38	32	-15,8%
	LPT	33	32	-3,40	35	27	-22,9%
	SPT	35	31	-11,4%	33	26	-21,2%

Uzyskana redukcja wartości rozpatrywanych wskaźników jest bardzo korzystna z praktycznego punktu widzenia, gdyż w chwili wystąpienia jakiegokolwiek zakłócenia procesu produkcyjnego jest czas na podjęcie działań i uniknięcie negatywnego wpływu zaburzenia na kolejne operacje technologiczne (realizowane na danej maszynie lub w obrębie konkretnego zadania).

Zrealizowany eksperyment miał na celu porównanie odpornego harmonogramu produkcji opracowanego z wykorzystaniem proponowanej w niniejszej pracy metody z typowym, nominalnym harmonogramem produkcji. Modyfikacja harmonogramu w celu zwiększenia odporności skutkowała wydłużeniem lub zachowaniem wartości analizowanych wskaźników efektywności, a także zmniejszeniem wartości wskaźników odporności.

Kluczowym pytaniem staje się jednak czy uzyskane zmiany rozpatrywanych parametrów harmonogramu są korzystane z punktu widzenia realizacji produkcji. W celu znalezienia odpowiedzi na tak postawione pytanie przeprowadzono drugi z eksperymentów, który pozwolił ocenić na ile harmonogramy odporne opracowane z wykorzystaniem proponowanej metody sprawdzą się podczas realizacji produkcji w warunkach niepewności.

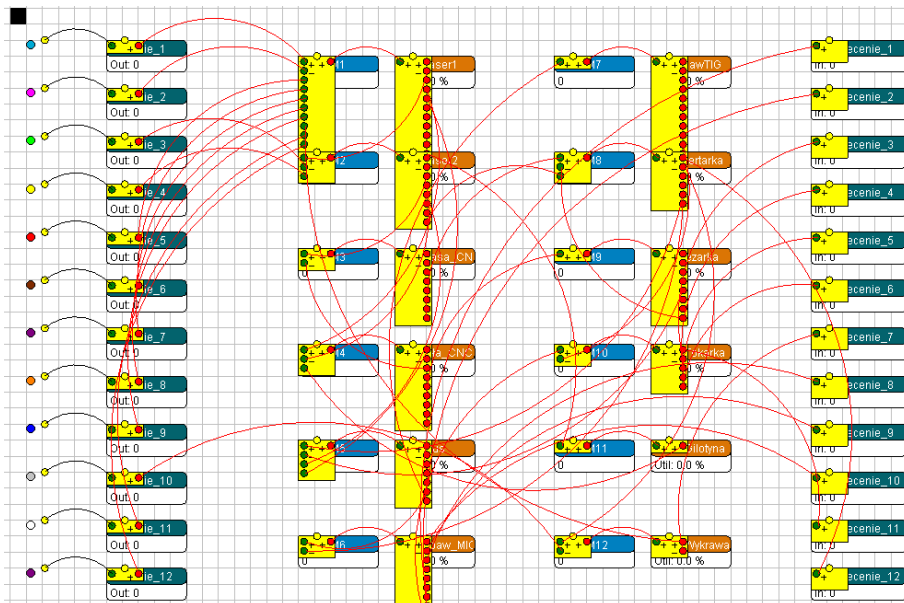
3.4. Eksperyment 2 – symulacja produkcji zgodnie z opracowanymi harmonogramami

Ocena skuteczności oraz przydatności proponowanych w niniejszej pracy rozwiązań wymaga weryfikacji opracowanych harmonogramów w trakcie realizacji produkcji. Z uwagi, iż nie jest to możliwe w realnym środowisku, przeprowadzono serię symulacji produkcji z wykorzystaniem oprogramowania Enterprise Dynamics. Wykorzystywanie metod symulacyjnych w celu analizy pracy oraz weryfikacji różnorodnych rozwiązań w zakresie planowania produkcji jest współcześnie bardzo popularnym i często stosowanym podejściem. Przykład wykorzystania tego typu metod w dziedzinie inżynierii produkcji znaleźć można m. in. w publikacjach [33, 80, 85, 86].

3.4.1. Model środowiska produkcyjnego oraz warunki symulacji

W celu realizacji serii symulacji produkcji zgodnie z opracowanymi harmonogramami niezbędne było zbudowanie odpowiedniego środowiska w oprogramowaniu Enterprise Dynamics. W tym celu za pomocą dostępnych elementów wykonano modele systemu wytwórczego dla każdego z analizowanych przypadków – 6, 9 oraz 12 zadań produkcyjnych. Przykładowy model systemu został przedstawiony na rysunku 73.

Podczas tworzenia modelu wykorzystano odpowiednie bloki funkcyjne – poszczególne zadania wprowadzane były do systemu za pomocą bloków typu „source” (źródło), realizację poszczególnych reguł priorytetu umożliwiły bloki „queue” (pełniące funkcję buforów przed stanowiskami produkcyjnymi), funkcję maszyn technologicznych pełniły bloki „server”, zaś zrealizowane zlecenia trafiały do odpowiednich wyjść zrealizowanych za pomocą elementów o nazwie „sink”.



Rys. 73. Model systemu produkcyjnego opracowany w środowisku ED – produkcja 12 elementów (opracowanie własne)

Dzięki wykorzystaniu języka 4DScript możliwe było zdefiniowanie kluczowych parametrów produkcji dla każdego z zadań – technologii, czasów poszczególnych operacji, a także kolejności wykonania operacji na każdym ze stanowisk (na którą wskazywał harmonogram) (rys. 74).

```

Do
(SetLabel({Czas1,Weibull(8460,11.22)},1),{SetLabel({Czas2,Gamma(3240,21.17)},1),{SetLabel({Czas3},
SetLabel({Stanowisko2},2,1),{SetLabel({Stanowisko3},3,1),SetLabel({Stanowisko4},8,1),SetLabel({Sta
SetLabel({Ranal},1,1),
SetLabel({Rrok},1,1),

SetLabel({Kolejnoscm1},1,1),
SetLabel({Kolejnoscm2},3,1),
SetLabel({Kolejnoscm3},1,1),
SetLabel({Kolejnoscm5},2,1),
SetLabel({Kolejnoscm6},2,1),
SetLabel({Kolejnoscm4},2,1))

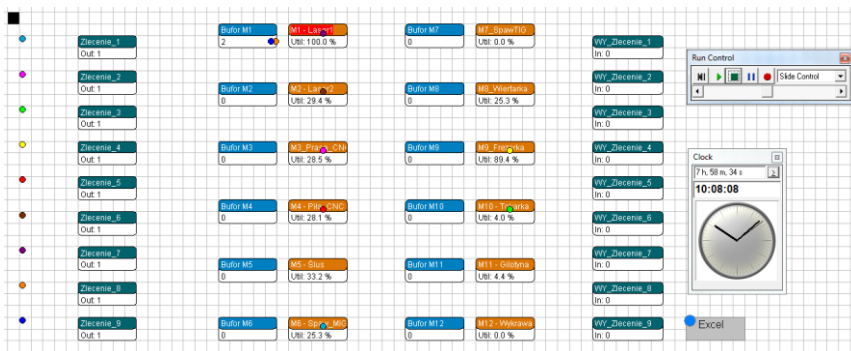
```

Rys. 74. Definiowanie parametrów zadania za pomocą języka 4DScript (opracowanie własne)

Zastosowanie odpowiednich funkcji środowiska ED oraz wybranych poleceń języka 4DScript umożliwiło także uwzględnienie rozpatrywanych w pracy czynników niepewności analizowanego systemu wytwórczego:

1. **Awaryjność maszyn technologicznych** zdefiniowano poprzez określenie dla każdej z nich (we właściwościach bloku „server”) wartości parametrów MTTF oraz MTTR. Wartości parametru MTTR zostały wyznaczone dla każdej maszyny na podstawie posiadanych danych historycznych, zaś parametr MTTF został określony w taki sposób, aby awarie występowały co 8 godz. pracy maszyny – najczęściej na taką właśnie częstotliwość wskazywały dane dotyczące awaryjności maszyn. W opcjach każdej z maszyn zdefiniowano, iż do czasu awarii liczony jest wyłącznie czas pracy maszyny (obróbki detali).
2. **Realne czasy operacji technologicznych** zostały uwzględnione poprzez wprowadzenie nazw rozkładów prawdopodobieństwa i odpowiadających im parametrów, które zostały wyznaczone uprzednio w procesie predykcji. W tym celu deterministyczne wartości czasów obróbki zostały zastąpione w modelu przez polecenie definiujące dany rozkład, wraz z jego niezbędnymi parametrami. W przypadku predykcji wartości operacji za pomocą przedziałowo-liniowej postaci dystrybuanty wprowadzono stałe wartości wyznaczone w drodze analiz.

W ten sposób utworzono modele produkcji dla zleceń składających się z różnej liczby zadań produkcyjnych – **6, 9 oraz 12**. W opracowanych modelach modyfikowano jedynie kolejność realizacji zadań na poszczególnych maszynach (tak, aby produkcja odbywała się zgodnie z harmonogramami opracowanymi z wykorzystaniem reguł: **FCFS, EDD, LPT** oraz **SPT**). W sumie badaniu poddano **12 modeli** (3 rozmiary zleceń produkcyjnych (różna liczba zadań) realizowanych zgodnie z 4 regułami priorytetu). W każdym z modeli zrealizowano **25 symulacji** produkcji, a czasy zakończenia produkcji oraz czasy zakończenia poszczególnych zadań były eksportowane do arkusza kalkulacyjnego Excel za pomocą odpowiedniego bloku funkcyjnego.



Rys. 75. Symulacja produkcji 9 części (opracowanie własne)

3.4.2. Wyniki i wnioski

Przy ocenie rezultatów przeprowadzonych badań symulacyjnych, kluczowe było dobranie miarodajnych wskaźników oceny harmonogramów produkcji. W tym celu zdecydowano się na wykorzystanie następujących wskaźników stabilności:

- odchylenia terminu zakończenia wszystkich zadań ΔC_{\max} ,
- względnego wydłużenia terminu zakończenia wszystkich prac $E_{C_{\max}}$.

Dobór tych wskaźników podyktowany był faktem, iż umożliwiają one przystępną analizę porównawczą harmonogramów bazowych oraz ich zrealizowanych odpowiedników. Do analizy czasów zakończenia poszczególnych zadań w każdym z harmonogramów wykorzystano jeden ze wskaźników efektywności, którym był termin zakończenia każdej z prac C_i .

Zastosowanie powyższych wskaźników pozwoliło ocenić na ile opracowane harmonogramy zgodne są z rzeczywistymi warunkami produkcji, w których występować mogą uwzględnione czynniki niepewności. Realizacja produkcji za pomocą metod symulacyjnych pozwoliła wykazać również na ile proponowane rozwiązania znalazłby zastosowanie w realnych warunkach produkcyjnych.

Proces weryfikacji skuteczności proponowanej metody rozpoczęto od analizy symulacji produkcji zlecenia składającego się z 6 zadań produkcyjnych. Jak zostało zaznaczone w podrozdziale 3.4.1 – kolejność realizacji pracy podczas symulacji produkcji wynikała z harmonogramów zbudowanych za pomocą uwzględnionych reguł priorytetów – FCFS, EDD, LPT oraz SPT.

W przypadku realizacji produkcji zgodnie z harmonogramem opracowanym za pomocą reguły FCFS dla 6 zadań produkcyjnych przeprowadzona seria symulacji wykazała, iż odporny harmonogram produkcji opracowany z wykorzystaniem proponowanej metody bliższy jest zrealizowanemu harmonogramowi, aniżeli jego nominalny odpowiednik.

Analizując dane zawarte w tabeli 10 należy stwierdzić, iż uzyskane w wyniku symulacji wartości wskaźnika terminu zakończenia wszystkich zleceń harmonogramu zrealizowanego C'_{\max} swoimi wartościami zbliżone są do terminu realizacji produkcji C_{\max} na jaki wskazuje harmonogram odporny. Jedynie w jednym z przypadków różnica pomiędzy harmonogramem zrealizowanym a nominalnym była nieznacznie mniejsza (symulacja nr 5).

Tab. 10. Wartości wskaźników stabilności dla 6 zadań produkcyjnych – reguła FCFS

Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenia terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$	C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$
1	29,62		-4,78	0,84		1,53	1,05
2	28,01		-3,17	0,89		3,14	1,11
3	30,43		-5,59	0,82		0,72	1,02
4	31,58		-6,74	0,79		-0,43	0,99
5	27,82		-2,98	0,89		3,33	1,12
6	31,87		-7,03	0,78		-0,72	0,98
7	30,48		-5,64	0,81		0,67	1,02
8	33,68		-8,84	0,74		-2,53	0,92
9	29,46		-4,62	0,84		1,69	1,06
10	33,51		-8,67	0,74		-2,36	0,93
11	30,15		-5,31	0,82		1,00	1,03
12	28,75		-3,91	0,86		2,40	1,08
13	31,74	24,84	-6,90	0,78	31,15	-0,59	0,98
14	28,59		-3,75	0,87		2,56	1,09
15	30,32		-5,48	0,82		0,83	1,03
16	30,49		-5,65	0,81		0,66	1,02
17	36,88		-12,04	0,67		-5,73	0,84
18	31,83		-6,99	0,78		-0,68	0,98
19	29,76		-4,92	0,83		1,39	1,05
20	29,44		-4,60	0,84		1,71	1,06
21	29,00		-4,16	0,86		2,15	1,07
22	32,63		-7,79	0,76		-1,48	0,95
23	31,93		-7,09	0,78		-0,78	0,98
24	28,92		-4,08	0,86		2,23	1,08
25	32,16		-7,32	0,77		-1,01	0,97

Uzyskane wartości funkcji celu przekładają się na wartości analizowanych wskaźników – odchylenie terminu zakończenia wszystkich zadań ΔC_{max} oraz wydłużenie względne $E_{C_{max}}$. W przypadku pierwszego z nich największa różnica pomiędzy harmonogramem nominalnym a zrealizowanym wynosiła -12,04 godz., natomiast w przypadku porównania harmonogramu odpornego ze zrealizowanym -5,73 godz. Wartości minimalne otrzymanych różnic wynosiły natomiast -2,98 godz. dla harmonogramu nominalnego, oraz -0,59 godz. dla harmonogramu odpornego. Należy przy tym nadmienić, iż ujemne wartości wskaźnika ΔC_{max} informują, iż harmonogram bazowy (nominalny lub odporny) wskazywał za krótki czas realizacji, podczas, gdy dodatnia wartość informuje o wydłużeniu harmonogramu bazowego. Średnie wartości wskaźnika ΔC_{max} potwierdzają zgodność

harmonogramu odpornego ze zrealizowaną produkcją – jego średnia wartość wynosi zaledwie 0,39 godz. W przypadku harmonogramu nominalnego wartość ta wynosi aż -5,92 godz. Wartości drugiego ze wskaźników również wskazują na zgodność terminów realizacji harmonogramu odpornego oraz zrealizowanego – średnia wartości wskaźnika wynosi 1,02. Wartość zbliżona do 1 wskazuje na wysoki stopień zgodności z harmonogramem zrealizowanym. W przypadku harmonogramu nominalnego średnia wartość wskaźnika $E_{C_{max}}$ wyniosła 0,81.

Symulacja realizacji produkcji 6 zadań zgodnie z harmonogramem opracowanym za pomocą pozostałych reguł priorytetu wykazała również, iż harmonogramy produkcji uodpornione za pomocą metody wykorzystującej wybrane narzędzia predykcji, pod względem zakładanego kryterium celu (C_{max}) wykazują większą zgodność z harmonogramami zrealizowanymi, aniżeli ich nominalne wersje. Szczegółowe wartości uwzględnionych wskaźników zostały przedstawione w tabelach 11–13.

W przypadku harmonogramu w którym zadania rozmieszczone zostały zgodnie z regułą EDD, każda ze zrealizowanych symulacji wykazywała na zgodność harmonogramu odpornego z harmonogramem zrealizowanym – wskaźnik ΔC_{max} przyjmował wartości od -2,13 do 3,36 godz., a jego wartość średnia wyniosła 1,68 godz. (tab. 11). W przypadku harmonogramu nominalnego odchylenie terminu realizacji produkcji zawierało się w przedziale od -9,39 do -3,90 godz., zaś jego średnia wartość wyniosła -5,58 godz. Również wartości średniego względnego wydłużenia wskazują, iż większą dokładnością terminu zakończenia wszystkich zadań charakteryzuje się harmonogram odporny. Średnia wartość $E_{C_{max}}$ w przypadku harmonogramu nominalnego wyniosła 0,88, natomiast dla harmonogramu odpornego 1,05.

Tab. 11. Wartości wskaźników stabilności dla 6 zadań produkcyjnych – reguła EDD

Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenia terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$	C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$
1	33,91		-3,90	0,88		3,36	1,10
2	34,38		-4,37	0,87		2,89	1,08
3	35,61		-5,60	0,84		1,66	1,05
4	36,55		-6,54	0,82		0,72	1,02
5	35,51		-5,50	0,85		1,76	1,05
6	34,26		-4,25	0,88		3,01	1,09
7	39,40		-9,39	0,76		-2,13	0,95
8	34,83		-4,82	0,86		2,44	1,07
9	34,01		-4,00	0,88		3,26	1,10
10	34,80		-4,79	0,86		2,47	1,07
11	34,91		-4,90	0,86		2,36	1,07
12	34,89		-4,88	0,86		2,38	1,07
13	34,86	30,01	-4,85	0,86	37,27	2,41	1,07
14	39,35		-9,34	0,76		-2,08	0,95
15	35,63		-5,62	0,84		1,64	1,05
16	35,29		-5,28	0,85		1,98	1,06
17	35,50		-5,49	0,85		1,77	1,05
18	34,26		-4,25	0,88		3,01	1,09
19	38,14		-8,13	0,79		-0,87	0,98
20	34,42		-4,41	0,87		2,85	1,08
21	38,49		-8,48	0,78		-1,22	0,97
22	34,30		-4,29	0,87		2,97	1,09
23	34,23		-4,22	0,88		3,04	1,09
24	37,20		-7,19	0,81		0,07	1,00
25	35,06		-5,05	0,86		2,21	1,06

Analiza harmonogramów zbudowanych na bazie reguły LPT również w przypadku każdej z symulacji potwierdza skuteczność proponowanej metody (tab. 12). Zarówno odchylenia terminu zakończenia wszystkich zadań ΔC_{max} oraz wydłużenie względne $E_{C_{max}}$ w przypadku harmonogramu odpornego przyjmują bardziej korzystne wartości. Średnia wartość ΔC_{max} , to 1,13 godz., zaś średnia wartość $E_{C_{max}}$, to 1,04, podczas gdy dla harmonogramu nominalnego wartości te są odpowiednio równe: -5,58 godz. oraz 0,77.

Tab. 12. Wartości wskaźników stabilności dla 6 zadań produkcyjnych – reguła LPT

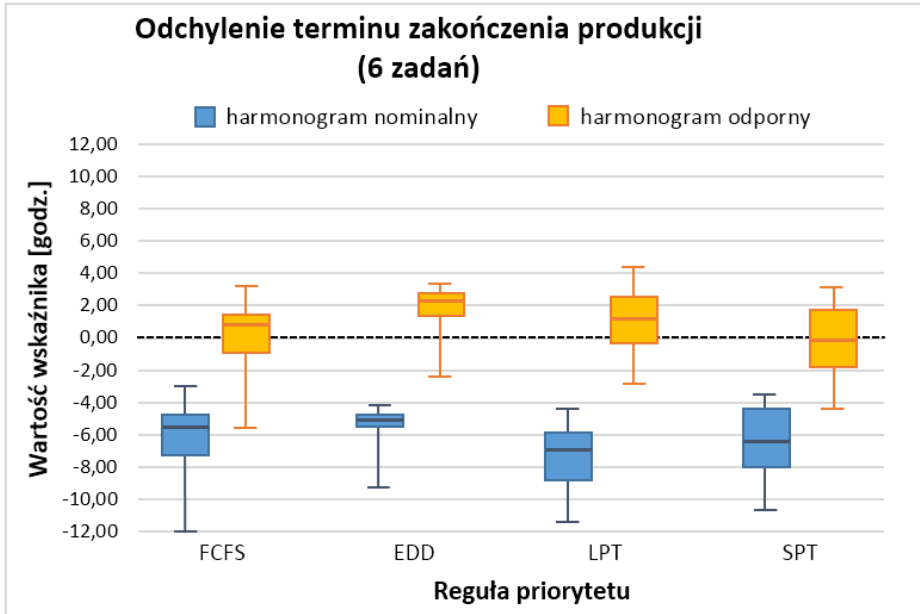
Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenia terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$	C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$
1	32,88		-8,87	0,73		-0,46	0,99
2	30,37		-6,36	0,79		2,05	1,07
3	31,14		-7,13	0,77		1,28	1,04
4	32,64		-8,63	0,74		-0,22	0,99
5	32,22		-8,21	0,75		0,20	1,01
6	30,21		-6,20	0,79		2,21	1,07
7	30,77		-6,76	0,78		1,65	1,05
8	31,64		-7,63	0,76		0,78	1,02
9	32,26		-8,25	0,74		0,16	1,00
10	29,93		-5,92	0,80		2,49	1,08
11	30,46		-6,45	0,79		1,96	1,06
12	33,20		-9,19	0,72		-0,78	0,98
13	33,14	24,01	-9,13	0,72	32,42	-0,72	0,98
14	35,54		-11,53	0,68		-3,12	0,91
15	28,61		-4,60	0,84		3,81	1,13
16	34,54		-10,53	0,70		-2,12	0,94
17	28,35		-4,34	0,85		4,07	1,14
18	31,92		-7,91	0,75		0,50	1,02
19	28,45		-4,44	0,84		3,97	1,14
20	29,19		-5,18	0,82		3,23	1,11
21	31,36		-7,35	0,77		1,06	1,03
22	30,02		-6,01	0,80		2,40	1,08
23	30,90		-6,89	0,78		1,52	1,05
24	28,23		-4,22	0,85		4,19	1,15
25	34,39		-10,38	0,70		-1,97	0,94

Podobne do pozostałych reguł rezultaty otrzymano w trakcie symulacji produkcji zgodnie z harmonogramem zbudowanym na podstawie reguły SPT (tab. 13). Również i w tym przypadku została potwierdzona słuszność wykorzystania opracowanej metody. Zgodność harmonogramu odpornego z jego zrealizowanym odpowiednikiem była bardzo wysoka, o czym świadczą wartości średnie odchylenia terminu zakończenia wszystkich zadań ΔC_{max} na poziomie -0,22 godz. oraz wydłużenia względnego $E_{C_{max}}$ równe 1. W przypadku harmonogramu nominalnego wielkości te wskazywały na znaczną rozbieżność z harmonogramem zrealizowanym – średnia wartość odchylenia terminu zakończenia wyniosła -6,53, a zaś średnie wydłużenie względne 0,78.

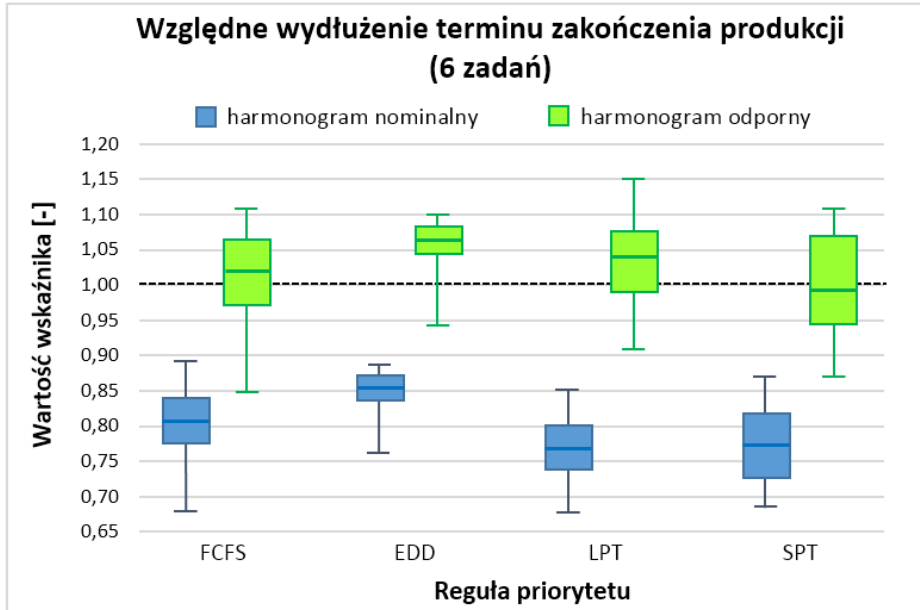
Tab. 13. Wartości wskaźników stabilności dla 6 zadań produkcyjnych – reguła SPT

Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenia terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$	C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$
1	30,26		-7,92	0,74		-1,61	0,95
2	25,75		-3,41	0,87		2,90	1,11
3	32,23		-9,89	0,69		-3,58	0,89
4	26,77		-4,43	0,83		1,88	1,07
5	25,78		-3,44	0,87		2,87	1,11
6	28,82		-6,48	0,78		-0,17	0,99
7	32,30		-9,96	0,69		-3,65	0,89
8	29,09		-6,75	0,77		-0,44	0,98
9	28,49		-6,15	0,78		0,16	1,01
10	26,07		-3,73	0,86		2,58	1,10
11	26,84		-4,50	0,83		1,81	1,07
12	30,38		-8,04	0,74		-1,73	0,94
13	31,05	22,34	-8,71	0,72	28,65	-2,40	0,92
14	28,23		-5,89	0,79		0,42	1,01
15	28,46		-6,12	0,79		0,19	1,01
16	26,82		-4,48	0,83		1,83	1,07
17	26,02		-3,68	0,86		2,63	1,10
18	27,26		-4,92	0,82		1,39	1,05
19	31,28		-8,94	0,71		-2,63	0,92
20	32,10		-9,76	0,70		-3,45	0,89
21	33,01		-10,67	0,68		-4,36	0,87
22	29,11		-6,77	0,77		-0,46	0,98
23	29,14		-6,80	0,77		-0,49	0,98
24	26,04		-3,70	0,86		2,61	1,10
25	30,48		-8,14	0,73		-1,83	0,94

W celu wizualizacji uzyskanych wyników na rysunku 76 oraz 77 zostało wykonane zestawienie uzyskanych wartości wskaźników dla wszystkich harmonogramów składających się z 6 zadań produkcyjnych. Przedstawione na rysunku 76 wykresy pudełkowe dla uzyskanych wartości odchylenia terminu zakończenia produkcji ΔC_{max} wyraźnie pokazują, iż w przypadku każdej z reguł harmonogramy odporne bliższe były realizacji produkcji (świadczy o tym skoncentrowanie wykresów uzyskanych dla harmonogramów uodpornionych w pobliżu wartości zerowej). Warto zauważyć, iż uzyskane wyniki charakteryzowały się podobnym rozrzutem wartości w ramach zastosowania poszczególnych reguł priorytetu. Zestawione na rysunku 77 wykresy uzyskanych wartości względnego wydłużenia terminu zakończenia produkcji $E_{C_{max}}$ również są dowodem skuteczności proponowanej metody.



Rys. 76. Wartości odchylenia terminu zakończenia wszystkich zadań ΔC_{max} – harmonogramy dla 6 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)



Rys. 77. Wartości wskaźnika względnego wydłużenia terminu zakończenia wszystkich prac $E_{C_{max}}$ – harmonogramy dla 6 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)

W celu szczegółowej analizy realizacji produkcji zgodnie z opracowanymi harmonogramami przeanalizowano także terminy zakończenia poszczególnych zadań. W tabeli 14 przedstawiono porównanie terminów zakończenia zadań C_i w harmonogramie nominalnym i odpornym, a także w poszczególnych realizacjach harmonogramu dla rozwiązań opracowanych z wykorzystaniem reguły SPT. Podobne analizy przeprowadzono w pozostałych przypadkach, jednak z uwagi na obszerność uzyskanych wyników poniżej przedstawiono tylko najciekawszy z nich. Pozostałe zestawienia uzyskanych wyników znajdują się w załączniku do niniejszej pracy.

Tab. 14. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 6 zadań produkcyjnych – reguła SPT

Harmonogram	Terminy zakończenia zadań [godz.]					
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
nominalny	20,66	16,08	11,92	16,92	22,34	4,66
odporny	25,96	21,31	13,10	19,50	28,65	5,75
Nr symulacji:	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
1	21,16	27,12	24,34	30,26	19,15	5,66
2	18,21	25,75	11,40	17,87	25,27	5,87
3	21,82	28,69	24,40	32,23	19,15	5,69
4	17,15	23,62	12,90	19,37	26,77	5,78
5	17,89	24,89	11,20	18,38	25,78	5,98
6	19,03	26,29	13,11	22,17	28,82	6,58
7	21,17	26,56	24,50	32,30	19,81	5,53
8	20,48	27,14	24,45	29,09	19,37	5,36
9	21,18	26,86	26,25	28,49	19,40	5,39
10	16,57	23,54	12,14	18,67	26,07	5,98
11	17,00	23,81	13,91	19,44	26,84	6,09
12	18,51	26,13	14,18	22,98	30,38	5,52
13	20,86	27,71	23,65	18,56	31,05	5,87
14	18,70	25,23	14,79	20,83	28,23	5,69
15	18,18	23,83	14,07	21,81	28,46	5,17
16	21,13	26,82	10,44	25,14	19,97	5,61
17	17,69	23,84	13,97	18,62	26,02	5,36
18	18,46	25,66	13,19	19,86	27,26	5,69
19	18,74	25,58	14,45	23,88	31,28	6,73
20	20,82	26,19	26,77	32,10	19,77	6,02
21	19,90	25,34	26,32	33,01	19,59	6,10
22	18,82	25,81	21,71	15,31	29,11	6,08
23	20,65	27,64	24,22	29,14	19,86	5,81
24	16,31	21,52	13,36	18,64	26,04	6,37
25	21,67	26,87	25,10	30,48	20,24	5,41

Analizując terminy realizacji poszczególnych zadań należy stwierdzić, iż otrzymane w wyniku symulacji wartości wskaźników C_i bliższe są tym na które wskazuje harmonogram odporny. W niektórych przypadkach zdarza się jednak, iż czasy te odmienne są od terminów realizacji zgodnie harmonogramem. Informacja ta jest bardzo cenna z punktu widzenia planowania produkcji, gdyż wskazuje na realny czas zakończenia operacji w przypadku wystąpienia czynników niepewności. W analizowanym przykładzie zauważyć można, iż zadanie J_1 w kilku przypadkach zostało zrealizowane wcześniej, natomiast zadanie J_2 później. Sytuacja ta była zapewne spowodowana wydłużeniem czasu obróbki na maszynie M_8 , a w konsekwencji zamianą kolejności wykonania zadań na maszynach M_5 oraz M_6 . W kilku symulacjach można również zaobserwować zmianę terminu zakończenia zadań J_3 oraz J_4 . Zmiana czasu ich realizacji jest konsekwencją skrócenia czasów operacji J_5 , a w konsekwencji jej wcześniejszej realizacji na maszynie M_{10} . Mówią o tym wartości wskaźników – wydłużenie czasów w symulacjach podczas których doszło do zmiany czasów wynosi dla wskaźników C_3 oraz C_4 średnio 11,67 godz., podczas gdy skrócenie czasu C_5 osiąga wartość 9,06 godz.

Kolejnym etapem prezentowanego eksperymentu była symulacja produkcji zgodnie z harmonogramami wyznaczonymi dla 9 zadań produkcyjnych. W tym przypadku również weryfikacji poddano harmonogramy uzyskane z wykorzystaniem uwzględnionych reguł priorytetu. Rezultaty przeprowadzonych weryfikacji zostały przedstawione w tabelach 15–18.

Weryfikacja rezultatów wykorzystania opracowanej metody dla 9 zadań produkcyjnych w przypadku harmonogramów zbudowanych w oparciu o regułę FCFS potwierdza skuteczność metody oraz słuszność jej zastosowania. Co prawda wartości wskaźników stabilności przyjmowały wartości wyższe aniżeli w przypadkach harmonogramów składających się z 6 zadań, jednak i tak porównując ich wartości dla harmonogramów odpornych z wartościami uzyskanymi dla harmonogramów nominalnych, te pierwsze osiągają korzystniejsze wartości (tab. 15). Jedynie w przypadku symulacji nr 8 wystąpiła niewielka różnica w wartościach wskaźników na korzyść harmonogramu nominalnego, jednak wynosiła ona zaledwie 0,14 godz. Średnie wartości uzyskanych wskaźników również potwierdziły zbieżność terminu realizacji wszystkich zadań harmonogramu odpornego ze zrealizowanym. Średnia wartości wskaźnika ΔC_{max} wyniosła 2,53 godz., natomiast średnia wartość $E_{C_{max}}$ – 1,11. W przypadku porównania harmonogramu nominalnego z rezultatami symulacji zaobserwowano większe rozbieżności – średnia wartość odchylenia terminu zakończenia produkcji wyniosła -7,61 godz., co przekłada się także na średnią wartość względnego wydłużenia, które osiąga poziom 0,85.

Tab. 15. Wartości wskaźników stabilności dla 9 zadań produkcyjnych – reguła FCFS

Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenia terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$	C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$
1	49,09		-6,50	0,87		3,64	1,07
2	48,27		-5,68	0,88		4,46	1,09
3	51,30		-8,71	0,83		1,43	1,03
4	50,44		-7,85	0,84		2,29	1,05
5	50,22		-7,63	0,85		2,51	1,05
6	47,97		-5,38	0,89		4,76	1,10
7	50,82		-8,23	0,84		1,91	1,04
8	47,59		-5,00	0,90		5,14	1,11
9	47,76		-5,17	0,89		4,97	1,10
10	54,29		-11,70	0,78		-1,56	0,97
11	49,14		-6,55	0,87		3,59	1,07
12	51,14		-8,55	0,83		1,59	1,03
13	49,15	42,59	-6,56	0,87	52,73	3,58	1,07
14	55,95		-13,36	0,76		-3,22	0,94
15	50,85		-8,26	0,84		1,88	1,04
16	47,78		-5,19	0,89		4,95	1,10
17	51,85		-9,26	0,82		0,88	1,02
18	49,12		-6,53	0,87		3,61	1,07
19	52,39		-9,80	0,81		0,34	1,01
20	49,50		-6,91	0,86		3,23	1,07
21	51,56		-8,97	0,83		1,17	1,02
22	48,32		-5,73	0,88		4,41	1,09
23	48,53		-5,94	0,88		4,20	1,09
24	53,30		-10,71	0,80		-0,57	0,99
25	48,68		-6,09	0,87		4,05	1,08

Zasadność zastosowania proponowanej metody została także potwierdzona podczas symulacji produkcji harmonogramu wykorzystującego regułę EDD (tab. 16). W tym przypadku średnia wartość odchylenia terminu produkcji dla harmonogramu nominalnego wynosiła -7,10 godz., gdy dla jego uodpornionej wersji 3,04 godz. W konsekwencji średnia wartości wydłużenia względnego wynosi 0,86 dla harmonogramu nominalnego, podczas gdy dla harmonogramu odpornego osiąga wartość 1,06.

Tab. 16. Wartości wskaźników stabilności dla 9 zadań produkcyjnych – reguła EDD

Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenia terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$	C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$
1	50,64		-8,05	0,84		2,09	1,04
2	50,77		-8,18	0,84		1,96	1,04
3	50,11		-7,52	0,85		2,62	1,05
4	50,19		-7,60	0,85		2,54	1,05
5	47,63		-5,04	0,89		5,10	1,11
6	49,01		-6,42	0,87		3,72	1,08
7	49,32		-6,73	0,86		3,41	1,07
8	50,22		-7,63	0,85		2,51	1,05
9	51,89		-9,30	0,82		0,84	1,02
10	48,12		-5,53	0,89		4,61	1,10
11	49,44		-6,85	0,86		3,29	1,07
12	51,87		-9,28	0,82		0,86	1,02
13	48,24	42,59	-5,65	0,88	52,73	4,49	1,09
14	51,97		-9,38	0,82		0,76	1,01
15	50,76		-8,17	0,84		1,97	1,04
16	50,46		-7,87	0,84		2,27	1,04
17	49,00		-6,41	0,87		3,73	1,08
18	50,00		-7,41	0,85		2,73	1,05
19	48,47		-5,88	0,88		4,26	1,09
20	48,58		-5,99	0,88		4,15	1,09
21	48,88		-6,29	0,87		3,85	1,08
22	48,63		-6,04	0,88		4,10	1,08
23	50,71		-8,12	0,84		2,02	1,04
24	49,39		-6,80	0,86		3,34	1,07
25	47,93		-5,34	0,89		4,80	1,10

Rezultaty symulacji produkcji zgodnie z harmonogramem 9 zadań produkcyjnych w których kolejność wyznaczono za pomocą reguły LTP (tab. 17), a także dla harmonogramu bazującego na regule SPT (tab. 18), również wykazują bliższe podobieństwo harmonogramu odpornego z realizacją produkcji, niż w przypadku harmonogramu nominalnego.

W przypadku symulacji według reguły LPT zaobserwować można znaczną zgodność terminów realizacji wszystkich zadań pomiędzy harmonogramem odpornym a zrealizowanym. Potwierdzeniem są tu wartości wskaźnika ΔC_{max} osiągające w kilku przypadkach wartości z zakresu od -0,06 do 0,65 godz. W przypadku harmonogramu nominalnego wartości najbardziej zbliżone do wskaźnika C'_{max} zawierają się w przedziale od -5,00 do -3,52 godz. Średnia wartości

wskaźnika $E_{C_{max}}$ dla harmonogramu odpornego wynosi 1,02, co potwierdza sformułowany powyżej wniosek. Dla harmonogramu nominalnego wartość ta wynosi 0,89.

Tab. 17. Wartości wskaźników stabilności dla 9 zadań produkcyjnych – reguła LPT

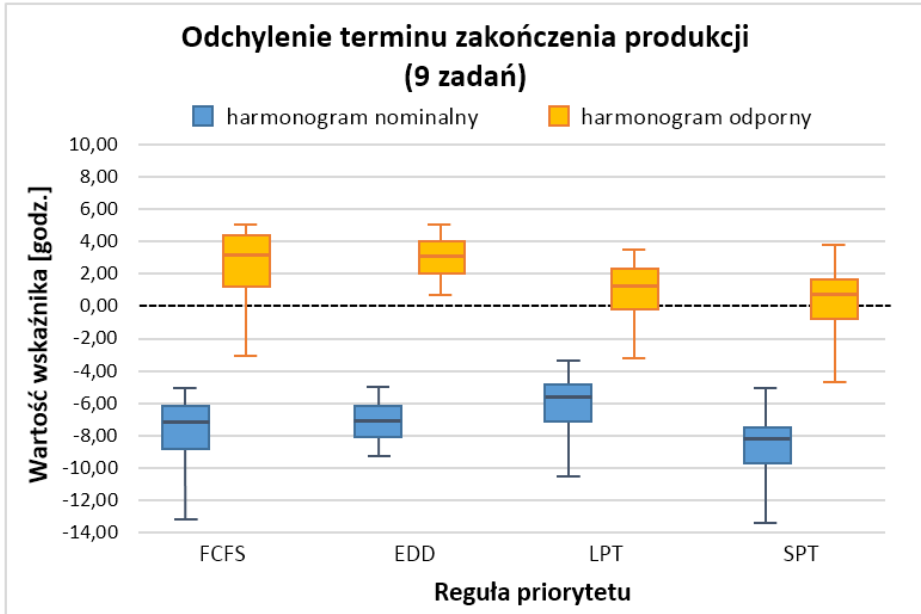
Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenia terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$	C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$
1	54,79	46,93	-7,86	0,86	53,93	-0,86	0,98
2	54,98		-8,05	0,85		-1,05	0,98
3	54,31		-7,38	0,86		-0,38	0,99
4	53,91		-6,98	0,87		0,02	1,00
5	52,57		-5,64	0,89		1,36	1,03
6	52,38		-5,45	0,90		1,55	1,03
7	52,41		-5,48	0,90		1,52	1,03
8	51,38		-4,45	0,91		2,55	1,05
9	53,37		-6,44	0,88		0,56	1,01
10	52,21		-5,28	0,90		1,72	1,03
11	51,93		-5,00	0,90		2,00	1,04
12	50,45		-3,52	0,93		3,48	1,07
13	50,48		-3,55	0,93		3,45	1,07
14	57,51		-10,58	0,82		-3,58	0,94
15	53,66		-6,73	0,87		0,27	1,00
16	53,71		-6,78	0,87		0,22	1,00
17	53,99		-7,06	0,87		-0,06	1,00
18	55,29		-8,36	0,85		-1,36	0,98
19	53,28		-6,35	0,88		0,65	1,01
20	52,26		-5,33	0,90		1,67	1,03
21	51,69		-4,76	0,91		2,24	1,04
22	51,19		-4,26	0,92		2,74	1,05
23	56,54		-9,61	0,83		-2,61	0,95
24	51,66		-4,73	0,91		2,27	1,04
25	50,64		-3,71	0,93		3,29	1,06

Symulacje produkcji zgodnie z harmonogramami uzyskanymi na podstawie reguły SPT (tab. 18), również są zbliżone do poprzedniego przykładu – średnie wartości odchylenia terminu realizacji wszystkich zadań w przypadku harmonogramu nominalnego wynosiła -8,53 godz., podczas gdy dla harmonogramu uodpornionego 0,56 godz. Średnia wartość wydłużenia względnego wyniosła 0,85 dla harmonogramu nominalnego, a dla harmonogramu odpornego – 1,01.

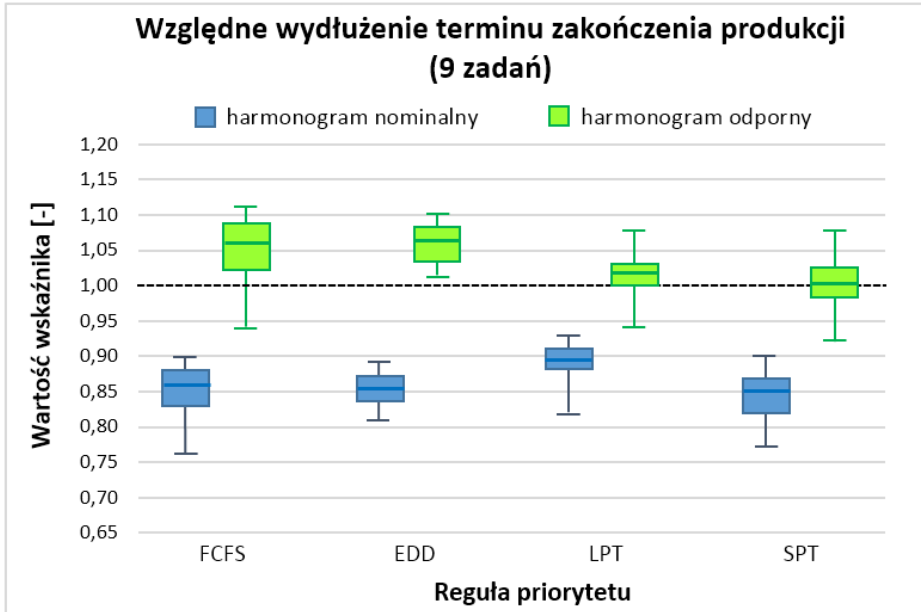
Tab. 18. Wartości wskaźników stabilności dla 9 zadań produkcyjnych – reguła SPT

Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenia terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$	C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$
1	53,29	47,26	-6,03	0,89	56,35	3,06	1,06
2	57,68		-10,42	0,82		-1,33	0,98
3	54,37		-7,11	0,87		1,98	1,04
4	57,34		-10,08	0,82		-0,99	0,98
5	61,05		-13,79	0,77		-4,70	0,92
6	54,24		-6,98	0,87		2,11	1,04
7	56,88		-9,62	0,83		-0,53	0,99
8	52,43		-5,17	0,90		3,92	1,07
9	56,46		-9,20	0,84		-0,11	1,00
10	55,58		-8,32	0,85		0,77	1,01
11	55,31		-8,05	0,85		1,04	1,02
12	55,39		-8,13	0,85		0,96	1,02
13	54,89		-7,63	0,86		1,46	1,03
14	57,07		-9,81	0,83		-0,72	0,99
15	55,20		-7,94	0,86		1,15	1,02
16	54,64		-7,38	0,86		1,71	1,03
17	57,09		-9,83	0,83		-0,74	0,99
18	57,21		-9,95	0,83		-0,86	0,99
19	55,35		-8,09	0,85		1,00	1,02
20	57,66		-10,40	0,82		-1,31	0,98
21	55,58		-8,32	0,85		0,77	1,01
22	56,51		-9,25	0,84		-0,16	1,00
23	54,52		-7,26	0,87		1,83	1,03
24	54,76		-7,50	0,86		1,59	1,03
25	54,13		-6,87	0,87		2,22	1,04

Na rysunku 78 zestawiono ze sobą uzyskane wartości wskaźnika ΔC_{max} dla harmonogramów produkcji 9 zadań, zaś na rysunku 79 wartości wskaźnika $E_{C_{max}}$ również dla tych samych harmonogramów produkcji. Podobnie jak w przypadku harmonogramowania 6 zadań produkcyjnych, otrzymane wykresy są wyraźnym dowodem skuteczności proponowanej metody. Co prawda w przypadku harmonogramów odpornych opracowanych z wykorzystaniem reguł FCFS oraz EDD koncentracja uzyskanych wartości w pobliżu porządkanych punktów $\Delta C_{max} = 0$ oraz $E_{C_{max}} = 1$ nie jest tak samo wyraźna, jednak mimo wszystko jest ona zdecydowanie bliższa niż w przypadku harmonogramów nominalnych.



Rys. 78. Wartości odchylenia terminu zakończenia wszystkich zadań ΔC_{max} – harmonogramy dla 9 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)



Rys. 79. Wartości wskaźnika względnego wydłużenia terminu zakończenia wszystkich prac $E_{C_{max}}$ – harmonogramy dla 9 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)

W przypadku weryfikacji harmonogramów zawierających 9 zadań produkcyjnych również dokonano analizy terminów realizacji poszczególnych zadań. W tabeli 19 zostały zestawione ze sobą czasy realizacji zadań dla harmonogramów bazujących na regule LPT. Tabele zawierające zestawienia czasów realizacji zadań C_i dla pozostałych harmonogramów liczących 9 zadań produkcyjnych znajdują się w załączniku do niniejszej pracy.

Tab. 19. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 9 zadań produkcyjnych – reguła LPT

Harm.	Terminy zakończenia zadań [godz.]								
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
nominalny	42,35	46,93	11,92	16,92	39,86	21,34	36,35	37,77	34,02
odporny	48,28	53,93	13,10	21,17	47,75	29,67	44,22	43,63	40,27
Nr sym.:	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
1	48,22	54,79	11,45	18,44	46,81	32,74	37,15	42,62	39,96
2	48,52	54,98	14,76	20,35	46,56	32,26	41,37	41,77	38,77
3	46,86	54,31	13,56	20,53	45,26	30,96	39,94	40,76	37,85
4	48,26	53,91	12,25	17,73	47,91	31,92	39,94	43,19	40,02
5	46,52	52,57	13,16	18,85	47,43	27,75	42,35	42,63	39,79
6	46,06	52,38	14,80	18,95	44,51	28,61	36,43	39,52	36,22
7	46,07	52,41	13,69	21,68	46,53	28,62	35,56	41,75	37,41
8	43,96	51,38	12,97	21,60	42,51	28,24	38,52	38,61	35,67
9	46,57	53,37	13,08	20,88	45,92	31,49	40,02	40,88	38,34
10	45,66	52,21	12,33	18,86	44,32	30,29	36,67	40,27	37,54
11	45,28	51,93	12,91	18,54	45,22	29,66	37,80	40,60	37,22
12	44,06	50,45	15,73	20,69	43,28	29,87	37,51	39,65	37,18
13	44,13	50,48	12,06	16,43	43,49	29,15	38,78	39,59	36,59
14	50,53	57,51	14,32	20,44	49,64	29,67	45,92	45,06	41,90
15	47,04	53,66	11,93	19,06	45,58	23,87	40,64	41,06	37,13
16	47,47	53,71	14,99	21,32	47,18	24,76	41,17	41,52	38,83
17	47,37	53,99	14,11	19,01	46,25	28,95	36,80	41,08	37,54
18	48,07	55,29	12,29	18,55	46,71	32,00	40,30	42,45	39,17
19	47,13	53,28	13,07	20,29	48,46	27,12	45,06	42,07	38,92
20	45,98	52,26	13,64	20,27	45,51	31,88	40,86	41,15	38,31
21	44,89	51,69	12,78	20,65	43,80	29,87	38,15	39,86	37,13
22	44,82	51,19	12,90	20,29	46,74	30,69	41,02	40,27	37,82
23	49,90	56,54	14,49	20,02	47,49	27,24	40,89	43,34	40,57
24	45,23	51,66	12,12	18,84	45,65	30,35	37,04	40,45	37,88
25	44,17	50,64	12,69	18,84	43,92	29,84	41,09	39,69	36,61

W przypadku przedstawionych powyżej danych należy stwierdzić, że czasy zakończenia zadań w poszczególnych symulacjach przyjmowały podobne wartości – brak jest symulacji, które wskazywałyby na zmianę kolejności realizowanych zadań i radykalną zmianę czasu C_i . Analizując różnice w czasach

zakończenia zadań harmonogramu odpornego oraz zrealizowanej produkcji należy stwierdzić, iż znaczące różnice powstawały jedynie w przypadku czasu zakończenia operacji C_7 . Wynikać mogły jednak one z charakteru czasów operacji zadania J_7 , które są jedynymi z najdłuższych operacji. Zatem sam wpływ zmienności tych czasów mógł przekładać się na termin ich realizacji. W przypadku harmonogramu nominalnego różnice pomiędzy zawartymi w nim wartościami C_i a realizacją produkcji przyjmowały zdecydowanie wyższe wartości.

Ostatnim etapem prezentowanego eksperymentu, była symulacja produkcji zgodnie z harmonogramami zawierającymi 12 zadań produkcyjnych. Również i w tym przypadku weryfikacja potwierdziła zasadność wykorzystania przedstawionej w niniejszej pracy metody oraz wysoki stopień podobieństwa harmonogramów odpornych z ich realizacją.

Tab. 20. Wartości wskaźników stabilności dla 12 zadań produkcyjnych – reguła FCFS

Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenia terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$	C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$
1	49,67	43,68	-5,99	0,88	53,28	3,61	1,07
2	52,13		-8,45	0,84		1,15	1,02
3	52,00		-8,32	0,84		1,28	1,02
4	49,74		-6,06	0,88		3,54	1,07
5	49,41		-5,73	0,88		3,87	1,08
6	48,90		-5,22	0,89		4,38	1,09
7	52,07		-8,39	0,84		1,21	1,02
8	48,74		-5,06	0,90		4,54	1,09
9	49,74		-6,06	0,88		3,54	1,07
10	50,57		-6,89	0,86		2,71	1,05
11	54,37		-10,69	0,80		-1,09	0,98
12	51,10		-7,42	0,85		2,18	1,04
13	49,50		-5,82	0,88		3,78	1,08
14	52,27		-8,59	0,84		1,01	1,02
15	49,87		-6,19	0,88		3,41	1,07
16	50,92		-7,24	0,86		2,36	1,05
17	50,07		-6,39	0,87		3,21	1,06
18	51,11		-7,43	0,85		2,17	1,04
19	49,25		-5,57	0,89		4,03	1,08
20	51,90		-8,22	0,84		1,38	1,03
21	50,20		-6,52	0,87		3,08	1,06
22	49,61		-5,93	0,88		3,67	1,07
23	48,89		-5,21	0,89		4,39	1,09
24	50,41		-6,73	0,87		2,87	1,06
25	50,98		-7,30	0,86		2,30	1,05

W przypadku harmonogramu w którym zadania rozmieszczone zostały zgodnie z regułą FCFS, każda ze zrealizowanych symulacji wykazywała zgodność harmonogramu odpornego z jej zrealizowanym odpowiednikiem – wskaźnik ΔC_{max} przyjmował wartości z zakresu od -1,09 do 4,56 godz., a jego wartość średnia wyniosła 2,74 godz. (tab. 20). W przypadku harmonogramu nominalnego odchylenie terminu realizacji produkcji zawierało się w przedziale od -10,69 do -5,06 godz., a jego średnia wartość wyniosła -6,86 godz. Średnie wartości wskaźnika $E_{C_{max}}$ wyniosły odpowiednio: w przypadku harmonogramu odpornego – 1,05, natomiast dla harmonogramu nominalnego – 0,86.

W przypadku harmonogramu wykorzystującego regułę EDD rozpatrywane wskaźniki stabilności dla harmonogramu nominalnego osiągały wartości zbliżone do harmonogramów opracowanych w oparciu o regułę FCFS (tab. 21).

Tab. 21. Wartości wskaźników stabilności dla 12 zadań produkcyjnych – reguła EDD

Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenie terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$	C_{max}	ΔC_{max}	$E_{C_{max}}$
1	50,19		-7,60	0,85		5,39	1,11
2	49,61		-7,02	0,86		5,97	1,12
3	50,10		-7,51	0,85		5,48	1,11
4	50,82		-8,23	0,84		4,76	1,09
5	48,94		-6,35	0,87		6,64	1,14
6	50,86		-8,27	0,84		4,72	1,09
7	49,37		-6,78	0,86		6,21	1,13
8	51,00		-8,41	0,84		4,58	1,09
9	54,02		-11,43	0,79		1,56	1,03
10	51,25		-8,66	0,83		4,33	1,08
11	50,10		-7,51	0,85		5,48	1,11
12	50,18	42,59	-7,59	0,85	55,58	5,40	1,11
13	53,99		-11,40	0,79		1,59	1,03
14	50,17		-7,58	0,85		5,41	1,11
15	50,22		-7,63	0,85		5,36	1,11
16	49,18		-6,59	0,87		6,40	1,13
17	50,80		-8,21	0,84		4,78	1,09
18	49,80		-7,21	0,86		5,78	1,12
19	50,25		-7,66	0,85		5,33	1,11
20	51,06		-8,47	0,83		4,52	1,09
21	48,95		-6,36	0,87		6,63	1,14
22	50,21		-7,62	0,85		5,37	1,11
23	50,99		-8,40	0,84		4,59	1,09
24	49,18		-6,59	0,87		6,40	1,13
25	50,92		-8,33	0,84		4,66	1,09

Uzyskane rezultaty wskazywały na znaczną rozbieżność z harmonogramem zrealizowanym – średnia wartość odchylenia terminu zakończenia produkcji ΔC_{\max} wyniosła -7,90 godz., a średnie wydłużenie względne $E_{C_{\max}}$ 0,84. W przypadku harmonogramu odpornego wielkości te były wyższe niż zbudowanego według reguły FCFS – średnia wartość odchylenia terminu zakończenia wyniosła -5,09 godz., a średnie wydłużenie względne 1,10. Mimo wzrostu wartości analizowanych wskaźników harmonogram odporny również bliższy był harmonogramowi zrealizowanemu.

W przypadku symulacji produkcji zgodnie z harmonogramami zawierającymi 12 zadań produkcyjnych w których zdania były rozmieszczone zgodnie z regułami LPT oraz SPT, również została potwierdzona skuteczność proponowanej metody.

Tab. 22. Wartości wskaźników stabilności dla 12 zadań produkcyjnych – reguła LPT

Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{\max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenie terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{\max}	ΔC_{\max}	$E_{C_{\max}}$	C_{\max}	ΔC_{\max}	$E_{C_{\max}}$
1	54,95	49,10	-5,85	0,89	58,25	3,30	1,06
2	53,40		-6,11	0,89		3,04	1,06
3	53,30		-7,84	0,86		1,31	1,02
4	55,04		-5,94	0,89		3,21	1,06
5	55,35		-6,25	0,89		2,90	1,05
6	57,25		-8,15	0,86		1,00	1,02
7	58,46		-9,36	0,84		-0,21	1,00
8	58,60		-9,50	0,84		-0,35	0,99
9	53,98		-4,88	0,91		4,27	1,08
10	57,09		-7,99	0,86		1,16	1,02
11	55,95		-6,85	0,88		2,30	1,04
12	52,80		-6,11	0,89		3,04	1,06
13	54,08		-4,98	0,91		4,17	1,08
14	56,48		-7,38	0,87		1,77	1,03
15	56,86		-7,76	0,86		1,39	1,02
16	53,20		-7,48	0,87		1,67	1,03
17	54,04		-4,94	0,91		4,21	1,08
18	55,87		-6,77	0,88		2,38	1,04
19	54,34		-5,24	0,90		3,91	1,07
20	55,10		-6,00	0,89		3,15	1,06
21	56,66		-7,56	0,87		1,59	1,03
22	54,04		-4,94	0,91		4,21	1,08
23	55,48		-6,38	0,89		2,77	1,05
24	54,65		-5,55	0,90		3,60	1,07
25	56,02		-6,92	0,88		2,23	1,04

W pierwszym z przypadków (reguła LTP) o zgodności harmonogramu odpornego z jego zrealizowanym odpowiednikiem świadczą średnie odchylenia terminu zakończenia wszystkich zadań ΔC_{\max} na poziomie 2,48 godz. oraz średnia wartość wydłużenia względnego $E_{C_{\max}}$ równe 1,05 (tab. 22). Dla harmonogramu nominalnego wielkości te wynosiły odpowiednio – dla wskaźnika ΔC_{\max} – -6,67 godz. oraz dla wskaźnika $E_{C_{\max}}$ – 0,88.

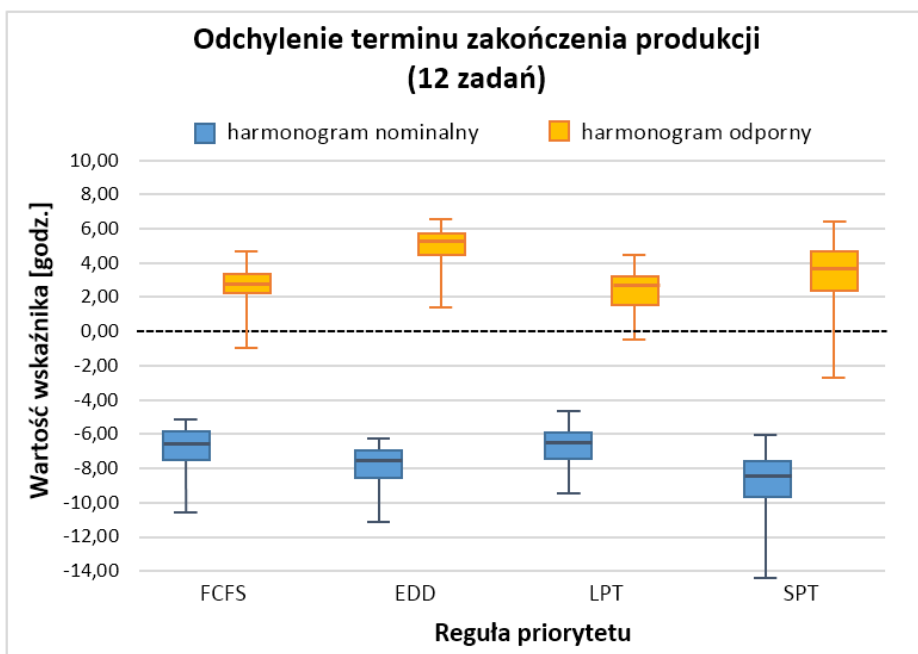
Tab. 23. Wartości wskaźników stabilności dla 12 zadań produkcyjnych – reguła SPT

Nr sym.	Harmonogram zrealizowany (symulacja) C'_{\max}	Odchylenie terminu zakończenia oraz względne wydłużenie terminu zakończenia					
		harmonogram nominalny			harmonogram odporny		
		C_{\max}	ΔC_{\max}	$E_{C_{\max}}$	C_{\max}	ΔC_{\max}	$E_{C_{\max}}$
1	57,18	48,92	-8,26	0,86	61,26	4,08	1,07
2	57,36		-8,44	0,85		3,90	1,07
3	58,27		-9,35	0,84		2,99	1,05
4	57,15		-8,23	0,86		4,11	1,07
5	63,65		-14,73	0,77		-2,39	0,96
6	60,48		-11,56	0,81		0,78	1,01
7	54,97		-6,05	0,89		6,29	1,11
8	58,77		-9,85	0,83		2,49	1,04
9	56,26		-7,34	0,87		5,00	1,09
10	56,66		-7,74	0,86		4,60	1,08
11	55,79		-6,87	0,88		5,47	1,10
12	58,04		-9,12	0,84		3,22	1,06
13	58,78		-9,86	0,83		2,48	1,04
14	56,05		-7,13	0,87		5,21	1,09
15	60,06		-11,14	0,81		1,20	1,02
16	56,48		-7,56	0,87		4,78	1,08
17	60,69		-11,77	0,81		0,57	1,01
18	56,98		-8,06	0,86		4,28	1,08
19	58,11		-9,19	0,84		3,15	1,05
20	57,06		-8,14	0,86		4,20	1,07
21	58,06		-9,14	0,84		3,20	1,06
22	59,16		-10,24	0,83		2,10	1,04
23	55,49		-6,57	0,88		5,77	1,10
24	56,38		-7,46	0,87		4,88	1,09
25	64,01		-15,09	0,76		-2,75	0,96

Dla harmonogramów wykorzystujących regułę SPT zakres uzyskanych wartości rozpatrywanych wskaźników był nieco większy (tab. 23). W przypadku harmonogramu nominalnego wartości odchylenia terminu realizacji wszystkich zleceń zawierały się w przedziale od -15,09 do -6,05 godz., zaś dla harmonogramu

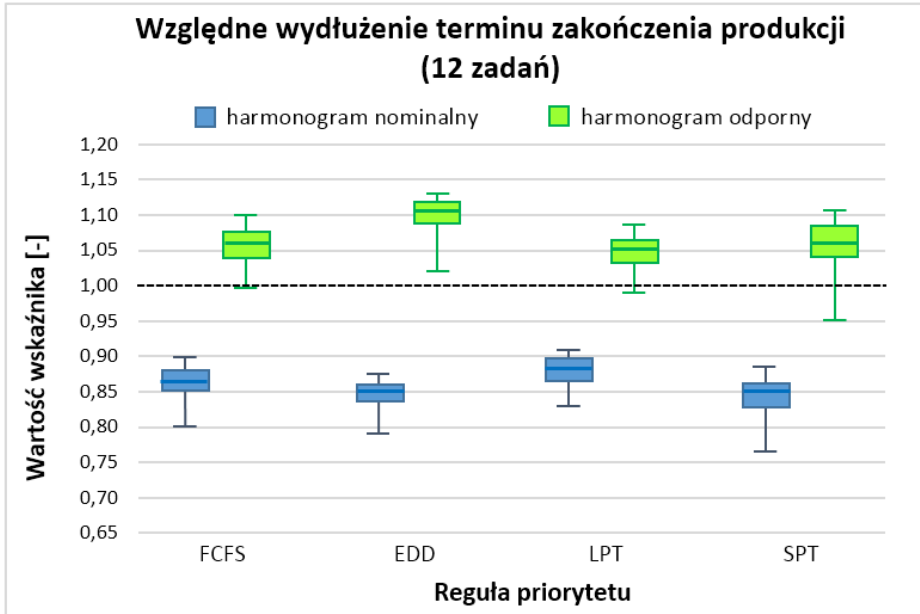
odpornego w przedziale od -2,75 do 6,29 godz. Średnie wartości tego wskaźnika dla harmonogramu nominalnego oraz odpornego wyniosły odpowiednio -9,16 oraz 3,18 godz. W przypadku wskaźnika względnego wydłużenia również zaobserwować można dużą rozbieżność jego wartości dla harmonogramu nominalnego – ich zakres wynosi od 0,76 do 0,89 (wartość średnia 0,84). Dla harmonogramu odpornego wartości tego wskaźnika zawierały się w przedziale od 0,96 do 1,11 (wartość średnia 1,06).

W celu wizualizacji rezultatów przeprowadzonych analiz dla każdego ze wskaźników opracowano wykresy, które przedstawiono na rysunku 80 oraz 81.



Rys. 80. Wartości odchylenia terminu zakończenia wszystkich zadań ΔC_{\max} – harmonogramy dla 12 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)

Wykresy pudełkowe dla uzyskanych wartości odchylenia terminu zakończenia produkcji, które zostały zestawione na rysunku 80, potwierdzają sformułowany wniosek, iż harmonogramy odporne, opracowane z wykorzystaniem proponowanej metody, bliższe są zrealizowanej produkcji. Co prawda harmonogramy te wykazują tendencję do wydłużenia czasu zakończenia wszystkich zadań, jednak wciąż wskazują dokładniejszy termin realizacji produkcji z uwzględnieniem rozpatrywanych czynników niepewności, niż ich nominalne odpowiedniki. W przypadku zestawienia wykresów dla uzyskanych wartości względnego wydłużenia terminu zakończenia (rys. 81) również potwierdzone zostaje, iż opracowane harmonogramy odporne charakteryzują się zwiększonym stopniem stabilności.



Rys. 81. Wartości wskaźnika względnego wydłużenia terminu zakończenia wszystkich prac $E_{C_{max}}$ – harmonogramy dla 12 zadań produkcyjnych (opracowanie własne)

Przy harmonogramowaniu 12 zadań produkcyjnych również dokonano analizy terminu zakończenia poszczególnych zadań. Podobnie jak poprzednio poniżej zaprezentowano analizę jednego z przypadków. Dane pozostałych symulacji zostały zwarte w załączniku do niniejszej pracy.

Przedstawione w tabeli 24 dane wskazują (podobnie jak w przypadku terminów zakończenia 9 zadań dla reguły LPT), iż czasy zakończenia zadań w poszczególnych symulacjach przyjmowały podobne wartości – brak jest symulacji, które wskazywałyby na zmianę kolejności realizowanych zadań i radykalną zmianę czasu C_i . Powstałe różnice przyjmują niewielkie wartości i są one konsekwencją uodpornienia harmonogramu do kątem potencjalnych awarii maszyn oraz zmienności czasów operacji.

Tab. 24. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 12 zadań produkcyjnych – reguła FCFS

Harmonogram	Terminy zakończenia zadań [godz.]											
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
nominalny	11,92	19,00	11,92	19,42	24,84	14,42	42,59	36,09	43,68	20,92	25,01	29,93
odporny	12,30	21,30	13,10	22,00	31,49	15,30	52,48	45,18	53,28	26,96	31,64	38,98
Nr symulacji:	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉	C₁₀	C₁₁	C₁₂
1	12,19	22,43	12,72	21,12	28,52	15,14	46,14	40,57	49,67	25,57	28,66	34,37
2	9,80	20,56	16,30	25,29	32,69	18,40	50,48	42,36	52,13	27,78	32,84	36,64
3	11,22	22,41	19,13	25,87	33,27	21,98	49,11	42,64	52,00	28,61	33,42	36,46
4	12,67	20,69	12,56	22,48	29,88	16,43	48,38	38,81	49,74	25,69	30,03	33,99
5	13,09	22,62	12,75	25,84	32,49	16,65	48,49	38,78	49,41	25,75	32,64	33,54
6	9,01	19,03	16,37	23,03	30,43	19,22	46,97	38,53	48,90	25,21	30,58	33,08
7	13,08	21,68	11,93	22,49	29,89	16,62	49,71	42,06	52,07	27,32	30,04	36,21
8	13,31	23,57	13,59	22,45	29,85	17,67	46,89	39,32	48,74	25,43	30,00	33,05
9	9,33	18,95	12,04	19,32	28,51	14,89	44,69	39,41	49,74	26,41	28,66	33,93
10	11,97	22,39	13,07	23,32	30,72	15,19	48,45	40,26	50,57	27,22	30,87	34,65
11	15,65	24,61	13,99	27,81	35,21	19,37	54,37	42,72	52,01	26,42	35,36	36,15
12	9,66	20,24	15,92	22,30	29,70	18,01	49,06	41,07	51,10	22,97	29,85	35,35
13	12,58	23,67	20,26	27,34	34,74	23,11	45,12	39,45	49,50	25,42	34,89	33,94
14	10,62	19,47	11,79	20,06	27,46	13,89	50,22	41,37	52,27	28,42	27,61	36,42
15	10,23	20,06	17,25	25,31	32,71	20,10	48,56	39,60	49,87	26,70	32,86	34,11
16	11,93	19,84	12,88	19,57	27,58	16,35	49,03	41,61	50,92	25,78	27,73	35,12
17	13,22	22,87	13,51	22,16	29,56	17,73	50,07	38,42	48,33	24,70	29,71	32,96
18	10,89	18,46	12,40	20,25	27,64	15,25	48,57	41,86	51,11	25,50	27,79	35,34
19	11,48	19,82	12,75	19,85	27,25	15,60	47,82	38,52	49,25	25,35	27,40	33,52
20	10,63	19,34	12,58	22,86	29,51	15,42	48,36	40,86	51,90	26,93	29,66	35,96
21	11,30	20,38	12,99	20,73	28,49	15,84	50,20	39,92	50,20	24,11	28,64	34,24
22	11,59	23,44	19,22	28,23	35,63	22,07	46,78	39,13	49,61	25,53	35,78	33,84
23	9,50	18,95	16,53	31,27	26,59	19,37	47,05	38,62	48,89	25,93	31,42	33,10
24	10,76	19,50	13,93	25,15	32,55	16,78	48,81	41,86	50,41	25,55	32,70	34,76
25	10,43	18,63	11,48	18,48	27,39	13,58	44,65	40,54	50,98	26,16	27,54	35,35

3.5. Podsumowanie

Podsumowując przeprowadzone analizy należy stwierdzić, iż uwzględnienie czynników niepewności w postaci awarii maszyn oraz zmienności czasu operacji technologicznych powoduje wydłużenie uwzględnionych wskaźników efektywności – średniego czasu przepływu zadania, średniego czasu zakończenia zadania oraz kluczowego kryterium oceny harmonogramu – terminu realizacji wszystkich zadań. Wydłużenie harmonogramu produkcji nie wpływa jednak na jego pozostałe parametry jakimi są liczby prac na poszczególnych etapach produkcji.

Uzyskane wydłużenie staje się jednak zasadne w chwili realizacji produkcji zgodnie z uzyskanymi harmonogramami. Serie przeprowadzonych badań symulacyjnych wykazały, iż opracowane harmonogramy odporne bliższe są realnemu przebiegowi produkcji, aniżeli ich nominalne odpowiedniki. Dzięki wykorzystaniu proponowanej metody możliwe jest wskazanie dokładniejszego terminu zakończenia wszystkich zadań, przy jednoczesnym zwiększeniu odporności oraz stabilności harmonogramu. Wskazują na to wartości wskaźnika operacji krytycznych harmonogramu – zwłaszcza jeżeli chodzi o jego wartości odnoszące się do liczby operacji na poszczególnych maszynach, a także poprawa wskaźników stabilności, co zauważalne jest zarówno w przypadku odchylenia terminu zakończenia produkcji, jak i względnego wydłużenia terminu zakończenia produkcji. Skuteczność oraz zasadność wykorzystania opracowanej metody została potwierdzona w przypadku wszystkich symulacji.

4. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

Harmonogramowanie jest jednym z kluczowych elementów planowania i sterowania produkcją. Jego główną zaletą jest dostęp do wielu informacji dotyczących realizowanych procesów. Należy jednak pamiętać, iż proces produkcyjny związany jest także z występowaniem licznych zakłóceń. W konsekwencji dobrze opracowany harmonogram powinien uwzględniać nie tylko procesy produkcyjne, ale także inne czynniki wpływające na jego przebieg. Stąd też aktualnym i rozwijającym się nurtem badań jest odporne harmonogramowanie produkcji.

Wynikiem prac badawczych przedstawionych w niniejszej monografii jest opracowanie metody projektowania harmonogramów odpornych z wykorzystaniem narzędzi predykcji, która zbudowana jest z trzech algorytmów składowych: algorytmu predykcji czasu wystąpienia awarii, algorytmu wyznaczania redundantnych zabezpieczeń czasowych oraz algorytmu analizy zmienności czasów operacji. Opracowana metoda stawowi nowe podejście w problemie odpornego harmonogramowania zadań w odniesieniu do dotychczas prezentowanych w literaturze rozwiązań. Pozwala ona na jednoczesne uwzględnienie dwu czynników niepewności – awarii maszyn oraz zmienności czasów operacji technologicznych, które w negatywny sposób wpływać mogą na realizowane procesy.

Zrealizowany eksperyment wykazuje skuteczność metody w zakresie odpornego harmonogramowania produkcji z uwzględnieniem rozpatrywanych czynników niepewności. Uzyskane harmonogramy charakteryzują się zwiększoną odpornością oraz stabilnością w porównaniu z ich nominalnymi odpowiednikami. Opracowane harmonogramy wskazują ponadto dokładniejszy termin zakończenia produkcji w realnym systemie wytwórczym, co niewątpliwie stanowi zaletę proponowanego rozwiązania.

Opracowana metoda bazuje na założeniach zdefiniowanych na podstawie realnych warunków produkcyjnych, co umożliwia jej implementację w środowisku przemysłowym. Zastosowanie proponowanej metody dostarcza wielu informacji dotyczących analizowanych czynników niepewności – awarii maszyn oraz zmienności czasów operacji technologicznych. Uzyskane dane mogą zatem znaleźć zastosowanie nie tylko w obszarze planowania produkcji, ale także w innych obszarach działalności przedsiębiorstwa produkcyjnego, jak chociażby w dziale utrzymania ruchu. Elementy składowe metody zostały opracowane taki sposób, aby możliwa była ich późniejsza realizacja za pomocą typowych języków programowania wysokiego poziomu, a w konsekwencji – zbudowanie narzędzia w postaci programu komputerowego, wspomagającego proces operacyjnego planowania produkcji. Algorytmiczny charakter metody powoduje, iż może zostać wykorzystana podczas budowy systemu ekspertowego wspomagającego pracę planistów – dając szereg informacji potrzebnych podczas harmonogramowania produkcji w warunkach niepewności.

Przeprowadzone prace badawcze wskazują na kolejne kierunki dalszych badań w obszarze problematyki odpornego harmonogramowania zadań produkcyjnych. Wśród nich należy wymienić:

1. Uwzględnienie w procesie harmonogramowania produkcji kolejnych czynników niepewności, występujących w realnych systemach produkcyjnych, do których zaliczyć można zakłócenia związane z: transportem, dostępnością materiałów, absencją pracowników, czy zmiennością czasów przygotowawczy-zakończeniowych. Przedsiębiorstwa produkcyjne posiadają wiele danych dotyczących czynników niepewności, które odpowiednio przetworzone i przeanalizowane z pewnością można zastosować w uodparnianiu harmonogramów produkcji. Istotnym jest również podjęcie badań nad problemami związanymi z przyjmowanymi założeniami upraszczającymi.
2. Wzbogacenie opracowanej metody o elementy reaktywnego harmonogramowania zadań produkcyjnych. Opracowanie odpowiednich algorytmów oraz rozwiązań umożliwiłoby, podejmowanie bieżących działań na opracowanym harmonogramie w chwili awarii maszyny lub zaobserwowania zmiany czasu operacji. Proponowana metoda powinna zostać rozwinięta wówczas o elementy harmonogramowania warunkowego, bądź zawierać algorytmy umożliwiające budowanie częściowo uporządkowanych harmonogramów.
3. Prowadzenie badań nad wykorzystaniem proponowanej metody w przepływowych systemach produkcyjnych (*flow-shop*), a także podjęcie prac dotyczących odpornego harmonogramowania produkcji w systemach gniazdowych (*job-shop*), mających na celu analizę i rozwiązywanie problemów związanych z przyjmowanymi założeniami upraszczającymi. Działania te pozwolą na rozwój proponowanego rozwiązania, a także projektowanie harmonogramów odpornych, które w większym stopniu odpowiadać będą rzeczywistym warunkom systemów wytwórczych.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Agha M. E., *Simulation of Production Scheduling in Manufacturing Systems*, Dublin City, 1993.
- [2] Al-Hinai N., ElMekkawy T. Y., *Robust and Stable Flexible Job Shop Scheduling with Random Machine Breakdowns Using a Hybrid Genetic Algorithm*, „International Journal of Production Economics”, Vol. 132, Issue 2, 2011, p. 279–291.
- [3] Al-Hinai N., ElMekkawy T. Y., *Solving the Flexible Job Shop Scheduling Problem with Uniform Processing Time Uncertainty*, „International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering”, Vol. 6, No. 4, 2012, p. 848–853.
- [4] Almeder Ch., Hartl R. F., *A Metaheuristic Optimization Approach for a Real-World Stochastic Flexible Flow Shop Problem with Limited Buffer*, „International Journal of Production Economics”, Vol. 145, Issue 1, 2013, p. 88–95.
- [5] Andresen M., Bräsel H., Engelhardt F., Werner F., *LiSA – A Library of Scheduling Algorithms – Handbook for Version 3.0*, Magdeburg University, 2001.
- [6] Asadi H., *Apply Fuzzy Learning Effect with Fuzzy Processing Times for Single Machine Scheduling Problems*, „Journal of Manufacturing Systems”, 42 (2017), p. 244–261.
- [7] Bai D., Tang L., *Open Shop Scheduling Problem to Minimize Makespan with Release Dates*, „Applied Mathematical Modelling”, 37 (2013), p. 2008–2015.
- [8] Balicki A., *Analiza przeżycia i tablice wymieralności*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2006.
- [9] Bibo Y., Geunes J., *Predictive–reactive scheduling on a single resource with Uncertain Future Jobs*, „European Journal of Operational Research”, Vol. 189, Issue 3, 2008, p. 1267–1283.
- [10] Bierwirth Ch., Mattfeld D. C., *Production Scheduling and Rescheduling with Genetic Algorithms*, „Evolutionary Computation”, 7(1), 1999, p. 1–17.
- [11] Birgin E. G., Ferreira J. E., Ronconi D. P., *List Scheduling and Beam Search Methods for the Flexible Job Shop Scheduling Problem with Sequencing Flexibility*, „European Journal of Operational Research”, Vol. 247, Issue 2, 2015, p. 421–440.
- [12] Błażewicz J., Domschke W., Pesch E., *The Job Shop Scheduling Problem: Conventional and New Solution Techniques*, „European Journal of Operational Research”, No. 93 (1996), p. 1–33.
- [13] Bräsel H., Dornheim L., Kutz S., Mörig M., Rössling I., *LiSA – A Library of Scheduling Algorithms*, Magdeburg University, 2001.

- [14] Chena Y., Lu L., Yuan J., *Preemptive Scheduling on Identical Machines with Delivery Coordination to Minimize the Maximum Delivery Completion Time*, „Theoretical Computer Science”, Vol. 583, 2015, p. 67–77.
- [15] Chiang T. C., Fu L. C., *Using Dispatching Rules for Job Shop Scheduling with Due Date-Based Objectives*, „International Journal of Production Research”, Vol. 45, Issue 14, 2007, p. 1–28.
- [16] Choi S. H., Wang K., *Flexible Flow Shop Scheduling with Stochastic Processing Times: A Decomposition-Based Approach*, „Computers & Industrial Engineering”, Vol. 63, Issue 2, 2012, p. 362–373.
- [17] Chung-Cheng L., Kuo-Ching Y., Shih-Wei L., *Robust Single Machine Scheduling for Minimizing Total Flow Time in the Presence of Uncertain Processing Times*, „Computers & Industrial Engineering”, Vol. 74, 2014, p. 102–110.
- [18] Chung-Cheng L., Shih-Wei L., Kuo-Ching Y., *Robust Scheduling on a Single Machine to Minimize Total Flow Time*, „Computers & Operations Research”, Vol. 39, Issue 7, 2012, p. 1682–1691.
- [19] Conway R. W., *An Experimental Investigation of Priority Assignment in a Job Shop*. Santa Monica, California 1964.
- [20] Cuixia M., Yuzhong Z., Cuilian W., *Scheduling of Deteriorating Jobs with Release Dates to Minimize the Maximum Lateness*, „Theoretical Computer Science”, Vol. 462, 2012, p. 80–87.
- [21] Daniëls F. M. J., *On minimizing the probabilistic makespan for the flexible job shop scheduling problem with stochastic processing times*, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2013.
- [22] Davenport A., Gefflot C., Beck C., *Slack-based Techniques for Robust Schedules*, Sixth European Conference on Planning, 2014.
- [23] Deepu P., *Robust Schedules and Disruption Management for Job Shops*, Bozeman, Montana, 2008.
- [24] Deming L., *Genetic Algorithm for Job Shop Scheduling under Uncertainty*, [in:] Chakraborty U. K. (eds.), „Computational Intelligence in Flow Shop and Job Shop Scheduling”, SCI 230, 2009, p. 191–228.
- [25] DiNardo J., Tobias J. L., *Nonparametric Density and Regression Estimation*, „Journal of Economic Perspectives”, vol. 15, no. 4, 2001, p. 11–28.
- [26] Escamilla J., Rodriguez-Molins M., Salido M. A., Sierra M. R., Mencia C., Barber F., *Robust Solutions to Job-Shop Scheduling Problems with Operators*, 2012 IEEE 24th International Conference on Tools with Artificial Intelligence, p. 299–306.
- [27] Feng X., Youxian S., *Neural Network Based Feedback Scheduling of Multitasking Control Systems*, [eds.:] Khosla R. et al., KES 2005, LNAI 3682, p. 193–199.
- [28] Fox M. S., Stephen F. S., *ISIS – a knowledge-based system for factory scheduling*, „Expert Systems”, 1984, Vol. 1, No. 1, p. 25–49.

- [29] Framinan J. M., Perez-Gonzalez P., *On Heuristic Solutions for the Stochastic Flowshop Scheduling Problem*, „European Journal of Operational Research”, Vol. 246, Issue 2, 2015, p. 413–420.
- [30] Frątczak E., Sienkiewicz U., Babiker H., *Analiza historii zdarzeń – Elementy teorii, wybrane przykłady zastosowań*, Oficyna Wydawnicza Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Warszawa 2014.
- [31] French S., *Sequencing and Scheduling: An Introduction to the Mathematics of the Job-Shop*, J. Wiley & Sons, New York, 1982.
- [32] Gao H., *Bulding Robust Schedules using Temporal Protection – An Empirical Study of Constraint Based Scheduling Under Machine Failure Uncertainty*, Toronto, Ontario, 1996.
- [33] Gola A., Wiechetek, Ł., *Modelling and simulation of production flow in job-shop production system with Enterprise Dynamics software*. „Applied Computer Science”, 13(4), 2017, p. 87–97. doi:10.23743/acs-2017-32
- [34] Gonzalez T., Sahni S., *Flowshop and Jobshop Schedules: Cemplicity and Approximation*, „Operations Research”, Vol. 26, No. 1, 1978, p. 36–52.
- [35] Gonzalez-Rodriguez I., Puente J., Varela R., Vela C. R., *A Study of Schedule Robustness for Job Shop with Uncertainty*, [in:] Geffner H. et al. (eds.), IBERAMIA 2008, LNAI 5290, p. 31–41.
- [36] Gonzalez-Rodriguez I., Vela C. R., Puente J., Hernandez-Arauzo A., *Improved Local Search for Job Shop Scheduling with Uncertain Durations*, „Proceedings of the Nineteenth International Conference on Automated Planning and Scheduling”, 2009, p. 154–161.
- [37] Gören E., Sabuncuoglu I., *Robustness and Stability Measures for Scheduling: Single-Machine Environment*, IIE Transactions, 40:1, p. 66–83.
- [38] Gören S., *Robustness and Stability Measures for Scheduling Policies in a Single Machine Environment*, Bilkent, 2002.
- [39] Gürel S., Körpeoğlu E., Aktürk M. S., *An Anticipative Scheduling Approach with Controllable Processing Times*, „Computers & Operations Research”, 37(2010), p. 1002–1013.
- [40] Härdle W., Müller M., Sperlich S., Werwatz A., *Nonparametric and Semiparametric Models*, „Springer Series in Statistics”, 2004.
- [41] Hazır Ö., Haouari M., Erel E., *Robust Scheduling and Robustness Measures for the Discrete Time/Cost Trade-Off Problem*, „European Journal of Operational Research”, Vol. 207, Issue 2, 2010, p. 633–643.
- [42] Henning G. P., Cerda J., *Knowledge-based predictive and reactive scheduling in industrial environments*, „Computers and Chemical Engineering”, 24(2000), p. 2315–2338.

- [43] Herka W., Sewastianow P., *Szeregowanie zadań na jednej maszynie (aspekt wąskiego gardła) w warunkach niepewności rozmyto-interwałowej*, III Seminarium „Metody matematyczne, ekonomiczne i informatyczne w finansach i ubezpieczeniach”, Częstochowa, 20 listopad 2003 r.
- [44] Herrmann J. W., *A History of Decision-Making Tools For Production Scheduling*, Multidisciplinary Conference on Scheduling: Theory and Applications, New York, July 18–21, 2005.
- [45] Herrmann J. W., *A History of Production Scheduling*, „International Series in Operations Research & Management Science”, Vol. 89, 2006, p. 1–22.
- [46] Honkomp S. J., Mockus L., Reklaitis G. V., *Robust Scheduling with Processing Time Uncertainty*, „Computers and Chemical Engineering”, Vol. 21, 1997, p. 1055–1060.
- [47] Hosmer D. W., Jr., Lemeshow Stanley, *Applied Survival Analysis: Regression Modeling of Time to Event Data (2nd edition)*, John Wiley & Sons, 2008.
- [48] Humyun Fuad Rahman, Ruhul Sarker, Daryl Essam, *A Genetic Algorithm for Permutation Flow Shop Scheduling Under Make to Stock Production System*, „Computers & Industrial Engineering”, Vol. 90, 2015, p. 12–24.
- [49] In-Chan Ch., Dae-Sik Ch., *A Local Search Algorithm for Jobshop Scheduling Problems with Alternative Operations and Sequence-Dependent Setups*, „Computers & Industrial Engineering”, 42 (2002), p. 43–58.
- [50] INCONTROL Simulation Software, *Informacje o Enterprise Dynamics*, <https://www.incontrolsim.com/software/enterprise-dynamics> (data dostępu: 03.01.2018 r.)
- [51] INCONTROL Simulation Solutions, *Enterprise Dynamics Tutorial*, Utrecht, The Netherlands, 2016.
- [52] Ishibuchi H., Murata T., Kyu Hung Lee, *Formulation of Fuzzy Flowshop Scheduling Problems with Fuzzy Processing Time*, „Fuzzy Systems”, 1996, Proceedings of the Fifth IEEE International Conference, Vol. 1, p. 199–205.
- [53] Jakubowski J., Sztencel R., *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Wydanie II, SCRIPT, Warszawa 2001.
- [54] Jamiołkowski J., *Zmienne losowe i ich rozkłady*, Uniwersytet Medyczny w Białymstoku, Białystok 2010.
- [55] Janak S. L., Lin X., Floudas Ch. A., *A New Robust Optimization Approach for Scheduling Under Uncertainty – II. Uncertainty with Known Probability Distribution*, „Computers and Chemical Engineering”, 31 (2007), p. 171–195.

- [56] Jaroszyński M., *Testowanie hipotez statystycznych*, Uniwersytet Warszawski, Warszawa 2017.
- [57] Jensen M. T., *Generating Robust and Flexible Job Shop Schedules Using Genetic Algorithms*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 7, No. 3, 2003, p. 275.
- [58] Jensen M. T., Hansen T. K., *Robust solutions to Job Shop problems*, The 1999 Congress on Evolutionary Computation, July 1999, p. 1138–1144.
- [59] Jensen M. T., *Improving robustness and flexibility of tardiness and total flow-time job shops using robustness measures*, „Applied Soft Computing”, 1(2001), p. 35–52.
- [60] Jensen M. T., *Robust and Flexible Scheduling with Evolutionary Computation*, Aarhus, 2001.
- [61] Jian X., Li-Ning X., Ying-Wu Ch., *Robust Scheduling for Multi-Objective Flexible Job-Shop Problems with Random Machine Breakdowns*, „International Journal of Production Economics”, Vol. 141, Issue 1, 2013, p. 112–126.
- [62] Ji-Bo W., Lu L., Cheng W., *Single Machine SLK/DIF Due Window Assignment Problem with Learning Effect and Deteriorating Jobs*, „Applied Mathematical Modelling”, Vol. 37, Issues 18–19, 2013, p. 8394–8400.
- [63] Juan A. A., Barrios B. B., Vallada E., Riera D., Jorba J., *A Simheuristic Algorithm for Solving the Permutation Flow Shop Problem with Stochastic Processing Times*, „Simulation Modelling Practice and Theory”, Vol. 46, 2014, p. 101–117.
- [64] Jun S., Park J., *A Hybrid Genetic Algorithm for the Hybrid Flow Shop Scheduling Problem with Nighttime Work and Simultaneous Work Constraints: A Case Study from the Transformer Industry*, „Expert Systems with Applications”, Vol. 42, Issues 15–16, 2015, p. 6196–6204.
- [65] Kaban A. K., Othman Z., Rohmah D. S., *Comparison of Dispatching Rules in Job-Shop Scheduling problem Using Simulation: A Case Study*, „International Journal of Simulation Modelling”, Vol. 11, No. 3, 2012, p. 129–140.
- [66] Kaczynski W., Leemis L., Loehr N., McQueston J., *Nonparametric Random Variate Generation Using a Piecewise-Linear Cumulative Distribution Function*, „Communications in Statistics – Simulation and Computation”, 41:4, 2012, p. 449–468.
- [67] Kai-Zhou G., Ponnuthurai N. S., Quan K. P., Tay J. Ch., Chin S. Ch., Tian X. C., *An improve the artificial bee colony algorithm for flexible job-shop scheduling problem with fuzzy processing time*, „Expert Systems With Applications”, 65 (2016), p. 52–67.

- [68] Kai-Zhou G., Ponnuthurai N. S., Quan K. P., Tay J. Ch., Chin S. Ch., Tian X. C., *A Two-Stage Artificial Bee Colony Algorithm Scheduling Flexible Job-Shop Scheduling Problem with New Job Insertion*, „Expert Systems with Applications”, Vol. 42, Issue 21, 2015, p. 7652–7663.
- [69] Kalinowski K., Grabowik C., *Wskaźniki oceny harmonogramów w procesie reharmonogramowania produkcji*, [w:] „Komputerowo Zintegrowane Zarządzanie”, t. 1, [red:] Knosala R., Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole, 2006, s. 585–590.
- [70] Kalinowski K., *Harmonogramowanie dyskretnych procesów produkcyjnych*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2013.
- [71] Kalinowski K., Knosala R., *Harmonogramowanie produkcji w warunkach zakłóceń, wspomagane systemem eksperckim*, „Zarządzanie Przedsiębiorstwem”, Nr 1 (2003), p. 12–23.
- [72] Kalinowski K., Krenczyk D., Grabowik C., *Predictive-reactive strategy for real time scheduling of manufacturing systems*, „Applied Mechanics and Materials”, Vol. 307, 2013, p. 470–473.
- [73] Karimi-Nasab M., Seyedhoseini S. M., *Multi-level lot sizing and job shop scheduling with compressible process times: A cutting plane approach*, „European Journal of Operational Research”, 231 (2013), p. 598–616.
- [74] Karunakaran D., Mei Y., Chen G. and Zhang M., *Dynamic Job Shop Scheduling Under Uncertainty Using Genetic Programming*, „Intelligent and Evolutionary Systems”, 2016, p. 195–210.
- [75] Karunakaran D., Mei Y., Chen G. and Zhang M., *Evolving Dispatching Rules for Dynamic Job Shop Scheduling with Uncertain Processing Times*, 2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC).
- [76] Kasperski A., Kurpisz A., Zieliński P., *Approximating a Two-Machine Flow Shop Scheduling Under Discrete Scenario Uncertainty*, „European Journal of Operational Research”, Vol. 217, Issue 1, 2012, p. 36–43.
- [77] Kempa W. M., Wosik I., Skołod B., *Estimation of Reliability Characteristics in a Production Scheduling Model with Time-Changing Parameters – First Part, Theory*, „Management and Control of Manufacturing Processes”, [eds.:] Świć A., Lipski J., Lublin, 2011, p. 7–18.
- [78] Kempa W., Paprocka I., Kalinowski K., Grabowik C., *Estimation of reliability characteristics in a production scheduling model with failures and time-changing parameters described by Gamma and exponential distributions*, „Advanced Materials Research”, Vol. 837, 2014, p. 116–121.
- [79] Kianfar K., Fatemi G. S. M. T., Oroojlooy J. A., *Study of Stochastic Sequence-Dependent Flexible Flow Shop via Developing a Dispatching Rule and a Hybrid GA*, „Engineering Applications of Artificial Intelligence”, Vol. 25, Issue 3, 2012, p. 494–506.

- [80] Kikolski M., *Study of Production Scenarios with the Use of Simulation Models*, „Procedia Engineering”, Vol. 182, 2017, p. 321–328.
- [81] Klimek M., Łebkowski P., *Harmonogramowanie odporne procesu technologicznego montażu*, „Przegląd Mechaniczny”, nr 12, 2008, s. 37–40.
- [82] Klimek M., Łebkowski P., *Miary odporności harmonogramu*, [w:] „Komputerowo Zintegrowane Zarządzanie”, t. 1, [red:] Knosala R., Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole, 2008, s. 569–577.
- [83] Klimek M., Łebkowski P., *Procedury odpornej alokacji zasobów dla problemu harmonogramowania projektu z ważonymi kosztami niestabilności*, „Innowacje w zarządzaniu i inżynierii produkcji”, [red:] Knosala R., Opole: Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, 2012, s. 381–392.
- [84] Klimek M., *Predyktywno-reaktywne harmonogramowanie produkcji z ograniczoną dostępnością zasobów*, Kraków 2010.
- [85] Kłos S., Patalas-Maliszewska J., *Symulacja przebiegu procesów produkcyjnych w systemach przepływowych w oparciu o oprogramowanie Tecnomatix Plant Simulation*, [w:] „Innowacje w zarządzaniu i inżynierii produkcji”, t. 2, [red:] Knosala R., Opole: Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, 2016, s. 780–790.
- [86] Kłos S., Patalas-Maliszewska J., Trebuna P., *Improving manufacturing processes using simulation methods*, „Applied Computer Science”, 12(4), 2016, p. 7–17.
- [87] Knosala R., *Zastosowania metod sztucznej inteligencji w inżynierii produkcji*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2002.
- [88] Kryszczyński W., Bartos J., Dyczka W., Królikowska K., Wasilewski M., *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Część II. Statystyka matematyczna*, Wydanie VI, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999.
- [89] Lawless J. F., *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley & Sons, 2003.
- [90] Leon V. J., Wu S. D., Storer R. H., *Robustness Measures and Robust Scheduling for Job Shops*, IIE transactions, 26(5), 1994, p. 32–43.
- [91] Li Z., Ierapetritou M., *Process Scheduling Under Uncertainty: Review and Challenges*, „Computers and Chemical Engineering”, 32 (2008), p. 715–727.
- [92] Li-Lan L., Rong-Song H., Xiang-Ping H., Gai-Ping Z., Sen W., *A Hybrid PSO-GA Algorithm for Job Shop Scheduling in Machine Tool Production*, „International Journal of Production Research”, Vol. 53, Issue 19, 2015, p. 5755–5781.

- [93] Louis J., Zhijie X., *Genetic Algorithms for Open Shop Scheduling and Re-Scheduling*, Department of Computer Science, University of Nevada.
- [94] Luh P. B., Dong Ch., Thakur L. S., *An Effective Approach for Job-Shop Scheduling with Uncertain Processing Requirements*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 15, No. 2, 1999, p. 328–339.
- [95] MathWorks, *Nonparametric Estimates of Cumulative Distribution Functions and Their Inverses* [online], <https://www.mathworks.com/help/examples.html> (data dostępu: 15.09.2018 r.)
- [96] McKay K. N., Safayeni F. R., Buzacott J. A., *Job-Shop Scheduling Theory: What Is relevant?*, „Interfaces”, 18(4), 1988, p. 84–90.
- [97] Mehta S. V., Uzsoy R. M., *Predictable Scheduling of a Job Shop Subject to Breakdowns*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 14, No. 3, p. 365–378.
- [98] Na Y., Liying K., Tian-Chuan S., Chao Y., Xue-Ru W., *Unrelated Parallel Machines Scheduling with Deteriorating Jobs and Resource Dependent Processing Times*, „Applied Mathematical Modelling”, Vol. 38, Issues 19–20, 2014, p. 4747–4755.
- [99] Naderi B., Zandieh M., *Modeling and Scheduling No-Wait Open Shop Problems*, „International Journal of Production Economics”, 158 (2014), p. 256–266.
- [100] Niewiarowska A., *Trudność aproksymacji problemów NP-trudnych*, Uniwersytet Warszawski, maj 2006.
- [101] Nouri H. E., Driss O. B., Ghedira K., *Hybrid Metaheuristics within a Holonic Multiagent Model for the Flexible Job Shop Problem*, „Procedia Computer Science”, 60 (2015), p. 83–92.
- [102] Nowicki E., *Metoda tabu w problemach szeregowania zadań produkcyjnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1999.
- [103] Nowicki E., Smutnicki C., *A Fast Tabu Search Algorithm for the Permutation Flow-Shop Problem*, „European Journal of Operational Research”, 91 (1996), p. 160–175.
- [104] Pająk E., *Zarządzanie produkcją – produkt, technologia, organizacja*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2006.
- [105] Palanca J., Navarro M., García-Fornes A., Julian V., *Deadline Prediction Scheduling Based on Benefits*, „Future Generation Computer Systems”, Vol. 29, Issue 1, 2013, p. 61–73.
- [106] Paprocka I., Kempa W., *Modelowanie i symulacja systemu produkcyjnego w celu pozyskania stabilnego harmonogramu. Cz. I*, „Przegląd Mechaniczny”, Zeszyt 2/2013, str. 28–31.

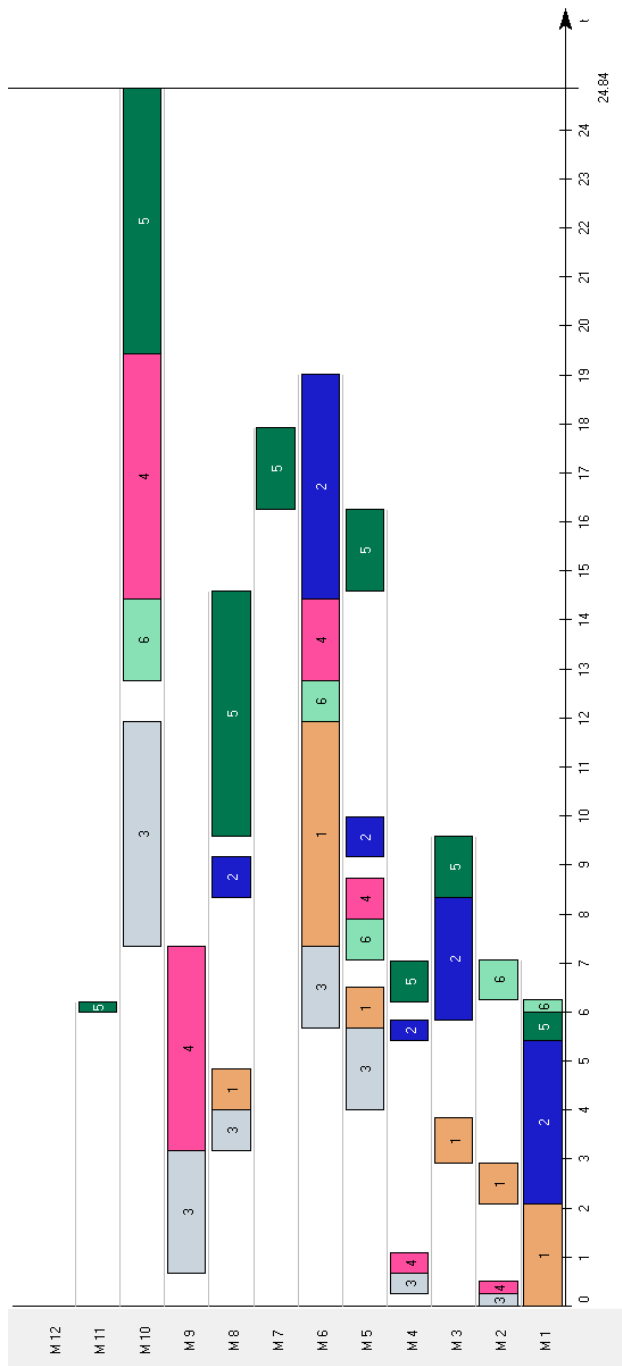
- [107] Paprocka I., Kempa W., *Modelowanie i symulacja systemu produkcyjnego w celu pozyskania stabilnego harmonogramu – przykład numeryczny. Cz. II*, „Przegląd Mechaniczny”, Zeszyt 3/2013, str. 22–26.
- [108] Pawlak M., *Algorytmy ewolucyjne jako narzędzie harmonogramowania produkcji*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1999.
- [109] Petrovic D., Duenas A., *A Fuzzy Logic Based Production Scheduling/Rescheduling in the Presence of Uncertain Disruptions*, „Fuzzy Sets and Systems”, Vol. 157, Issue 16, 2006, p. 2273–2285.
- [110] Popielarski W., *Algorytmy stadne w optymalizacji problemu przepływowego szeregowania zadań*, Kraków, 2013.
- [111] PQStat Software, *Podręcznik Użytkownika PQStat 1.6.6* [online], <http://manuals.pqstat.pl> (data dostępu: 20.05.2018 r.)
- [112] Proth J-M., *Scheduling: New Trends in Industrial Environment*, „Annual Reviews in Control”, Vol. 31, Issue 1, 2007, p. 157–166.
- [113] Radeleczki S., Tóth T., Göndri-Nagy J., *A Multiple (Extended) Application of the Johnson Algorithm for the Two-Machine Manufacturing Cell Scheduling Based on Group Technology*, „Production Systems and Information Engineering”, Vol. 1, 2003, p. 55–69.
- [114] Rahman H. F., Sarker R., Essam D., *A Real-Time Order Acceptance and Scheduling Approach For Permutation Flow Shop Problems*, „European Journal of Operational Research”, Vol. 247, Issue 2, 2015, p. 488–503.
- [115] Rajba P., *Problemy szeregowania zadań z losowymi parametrami*, Wrocław, 2015.
- [116] Rashid M. A., Hossain L., Patrick J. D., *The Evolution of ERP Systems: A Historical Perspective*, „Enterprise Resource Planning: Global Opportunities and Challenges”, 2002, p. 1–16).
- [117] RStudio, *Informacje o RStudio* [online], <https://www.rstudio.com>, (data dostępu: 21.12.2018 r.)
- [118] Sabuncuoglu I., Bayoż M., *Analysis of reactive scheduling problems in a job shop environment*, „European Journal of Operational Research”, 126(2000), p. 567–586.
- [119] Sarker R., Omar M., Hasan K. S. M., Essam E., *Hybrid Evolutionary Algorithm for Job Scheduling Under Machine Maintenance*, „Applied Soft Computing”, Vol. 13, Issue 3, 2013, p. 1440–1447.
- [120] Shafia M. A., Pourseyed A. M., Jamili A., *A new mathematical model for the job shop scheduling problem with uncertain processing times*, „International Journal of Industrial Engineering Computations”, 2(2011), p. 295–306.
- [121] Shafia M. A., Sadjadi S. J., Jamili A., Tavakkoli-Moghaddam R., Pourseyed-Aghaee M., *The Periodicity and Robustness in a Single-Track Train Scheduling Problem*, „Applied Soft Computing”, Vol. 12, Issue 1, 2012, p. 440–452.

- [122] Sharma P., Jain A., *Performance analysis of dispatching rules in a stochastic dynamic job shop manufacturing system with sequence-dependent setup times: Simulation approach*, „CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology”, Vol. 10, 2015, p. 110–119.
- [123] Shen X., Zhang M., Fu J., *Multi-objective dynamic job shop scheduling: A survey and prospects*, „International Journal of Innovative Computing, Information and Control”, Vol. 10, No. 6, 2014, p. 2113–2126.
- [124] Skołod B., Wosik I., *Algorytmy immunologiczne w szeregowaniu zadań produkcyjnych*, „Zarządzanie Przedsiębiorstwem”, Nr 1 (2008), s. 47–48.
- [125] Skołod B., Wosik I., Kempa W. M., Kalinowski K., *Estimation of Reliability Characteristics in a Production Scheduling Model with Time-Changing Parameters – Second Part, Numerical Example*, „Management and Control of Manufacturing Processes”, [eds.:] Świć A., Lipski J., Lublin, 2011, p. 19–29.
- [126] Smutnicki Cz., *Algorytmy Szeregowania Zadań*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2012.
- [127] Sobaszek Ł., Gola A., Kozłowski E., *Application of survival function in robust scheduling of production jobs*, Proceedings of the Federated Conference on Computer Science and Information Systems, 2017, p. 575–578.
- [128] Sobaszek Ł., Gola A., Kozłowski E., *Job-shop scheduling with machine breakdown prediction under completion time constraint*, Annals of Computer Science and Information Systems [ACSIS], 2018, vol. 15, p. 437–440.
- [129] Sobaszek Ł., Gola A., Kozłowski E., *Module for prediction of technological operation times in an intelligent job scheduling system*, [w:] „Intelligent Systems in Production Engineering and Maintenance – ISPEM 2018: International Conference on Intelligent Systems in Production Engineering and Maintenance”; [red:] Burduk A., Chlebus E., Nowakowski T., Tubis A.; Switzerland: Springer, 2018, p. 234–243.
- [130] Sobaszek Ł., Gola A., *Survival Analysis Method as a Tool for Predicting Failures*. Actual Problems of Economics, No. 3 (2016), Vol. 177, p. 421–428.
- [131] Sobaszek Ł., Gola A., Świć A., *Algorytm predykcji awarii oraz implementacji redundantnych zabezpieczeń czasowych jako narzędzie odpornego szeregowania zadań*, [w:] „Innowacje w zarządzaniu i inżynierii produkcji” – t. 1; [red:] Knosala R. – Opole: Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, 2018, s. 498–509.

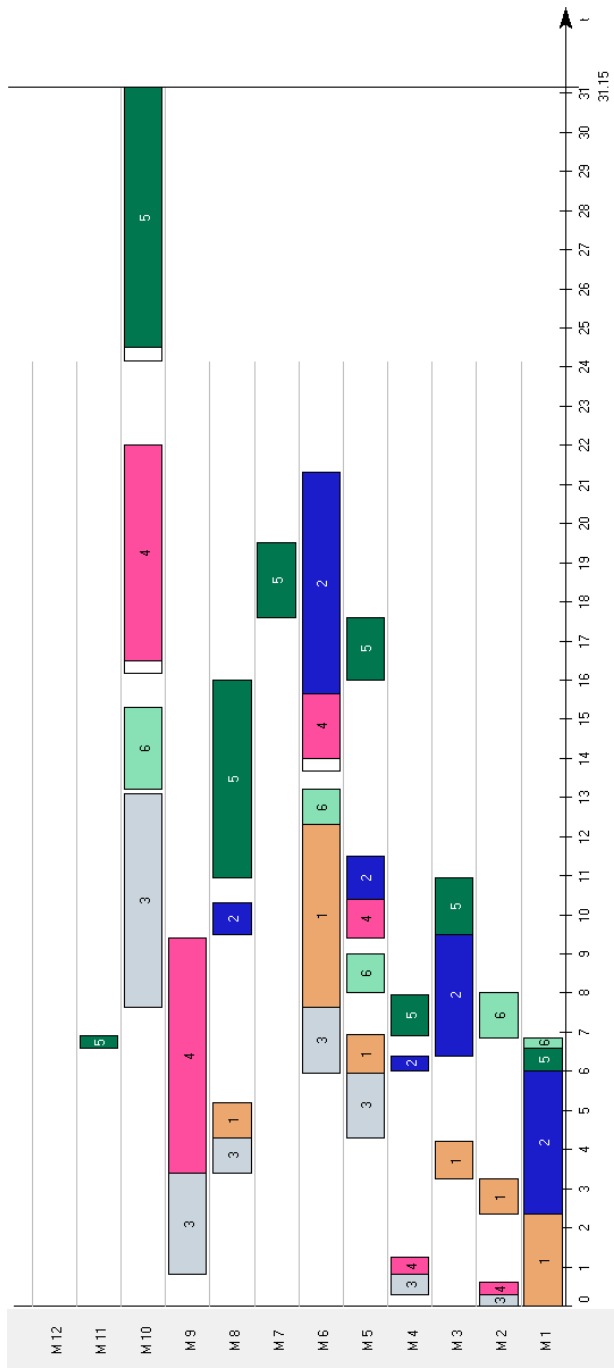
- [132] Sobaszek Ł., Gola A., Świć A., *Analiza problemu job-shop z uwzględnieniem zakłóceń procesu produkcyjnego*, „Innowacje w zarządzaniu i inżynierii produkcji” – t. 1, [red:] Knosala R., Opole: Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, 2014, s. 658–669.
- [133] Sobaszek Ł., Gola A., Świć A., *Predictive scheduling as a part of intelligent job scheduling system*, „Intelligent Systems in Production Engineering and Maintenance – ISPEM 2017: proceedings of the First International Conference on Intelligent Systems in Production Engineering and Maintenance ISPEM 2017”; [red:] Mazurkiewicz D., Burduk A.; Switzerland: Springer, 2017, p. 358–367.
- [134] Sobaszek Ł., Gola A., Świć A., *Szeregowanie zadań produkcyjnych z uwzględnieniem dwuczynnikowej niepewności procesu*, [w:] „Innowacje w zarządzaniu i inżynierii produkcji” – t. 1, [red:] Knosala R., Opole: Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, 2017, s. 686–699.
- [135] Sobaszek Ł., *Problemy harmonogramowania w systemach produkcyjnych*, „Technological Complexes”, Nr 1, 2013, s. 175–178.
- [136] Sotskov Yu. N., Shakhlevich N. V., *NP-hardness of Shop-Scheduling Problems with Three Jobs*, „Discrete Applied Mathematics”, 59 (1995), p. 237–266.
- [137] Sotskov Yu. N., Sotskova N. Yu., Lai T.-C., Werner F., *Scheduling under Uncertainty – Theory And Algorithms*, „Belorusskaya nauka”, Minsk, 2010.
- [138] StatSoft, *Elektroniczny Podręcznik Statystyki PL*, Kraków 2006, <http://www.statsoft.pl/textbook/stathome.html> (data dostępu: 13.04.2018 r.)
- [139] Thomalla Ch. S., *Job shop scheduling with alternative process plans*, „International Journal of Production Economics”, 74 (2001), p. 125–134.
- [140] Turczak A., Zwiech P., *Zastosowanie testu Kołmogorowa-Smirnowa do badania zgodności rozkładów dochodu mieszkańców obszarów wiejskich i miejskich w Polsce*, „Rozwój Regionalny i Polityka Regionalna”, 33, 2016, p. 139–156.
- [141] Umang N., Erera A. L., Bierlaire M., *The robust single machine scheduling problem with uncertain release and processing times*, Cornell University, 2014.
- [142] Urbański M., *Rozkłady empiryczne i testowanie hipotez*, Politechnika Warszawska, Warszawa 2015.
- [143] Van de Vonder S., Demeulemeester E., Herroelen W., Leus R., *The Use of Buffers in Project Management: the Trade-Off Between Stability and Makespan*, „International Journal of Production Economics”, 97 (2005), p. 227–240.

- [144] Van de Vonder S., Demeulemeester E., Herroelen W., *Proactive Heuristic Procedures for Robust Project Scheduling: An Experimental Analysis*, „European Journal of Operational Research”, 189 (2008), p. 723–733.
- [145] Vepsalainen A. P. J., *State Dependent Priority Rules for Scheduling*, Pittsburgh, 1984.
- [146] Vieira G. E., Herrmann J. W., Lin E., *Rescheduling Manufacturing Systems: A Framework of Strategies, Policies, and Methods*, „Journal of Scheduling”, 6, 2003, p. 39–62.
- [147] Vilcot G., Billaut J-Ch., *A Tabu Search and a Genetic Algorithm for Solving a Bicriteria General Job Shop Scheduling Problem*, „European Journal of Operational Research”, 190 (2008), p. 398–411.
- [148] Wang K., Choi S. H., *A holonic approach to flexible flowshop scheduling under stochastic processing times*, „Computers & Operations Research”, 43(2014), p. 157–168.
- [149] Weaver P., *A Brief History of Scheduling – Back to the Future*, myPrimavera Conference, Hyatt, Canberra, April 4–6, 2006.
- [150] Wei-Wei C., Zhiqiang L., Ershun P., *Integrated Production Scheduling and Maintenance Policy for Robustness in a Single Machine*, „Computers & Operations Research”, 47 (2014), p. 81–91.
- [151] Wiśniewski T., Rymaszewski Sz., Korytkowski P., *Analiza możliwości wykorzystania dynamicznie przydzielanych priorytetów w poligrafii*, „Postępy Nauki i Techniki”, Nr 13, 2012, p. 14–24.
- [152] Wojakowski P., *Metoda projektowania przepływu produkcji w warunkach zmiennego zapotrzebowania*, Kraków, 2012.
- [153] Wróblewski K. J., Krawczyński R., Kosieradzka A., Kasprzyk S.: *Reguły priorytetu w sterowaniu przepływem produkcji*, WNT, Warszawa, 1984.
- [154] Xiaoqiang C., Xian Z., *Single-Machine Scheduling with Exponential Processing Times and General Stochastic Cost Functions*, „Journal of Global Optimization”, 2005, 31, p. 317–332.
- [155] Xingquan Z., Hongwei M., Jianping W., *A robust scheduling method based on a multi-objective immune algorithm*, „Information Sciences”, 179 (2009), p. 3359–3369.
- [156] Yan Y., Meng Q., Wang S., Guo X., *Robust Optimization Model of Schedule Design for a Fixed Bus Route*, „Transportation Research Part C: Emerging Technologies”, Vol. 25, 2012, p. 113–121.
- [157] Yau Ch., *R Tutorial – An R Introduction to Statistics* [online], <http://www.r-tutor.com> (data dostępu: 13.07.2018 r.)
- [158] Yuan Y., Xu H., Yang J., *A Hybrid Harmony Search Algorithm for the Flexible Job Shop Scheduling Problem*, „Applied Soft Computing”, Vol. 13, Issue 7, 2013, p. 3259–3272.

ZAŁĄCZNIKI



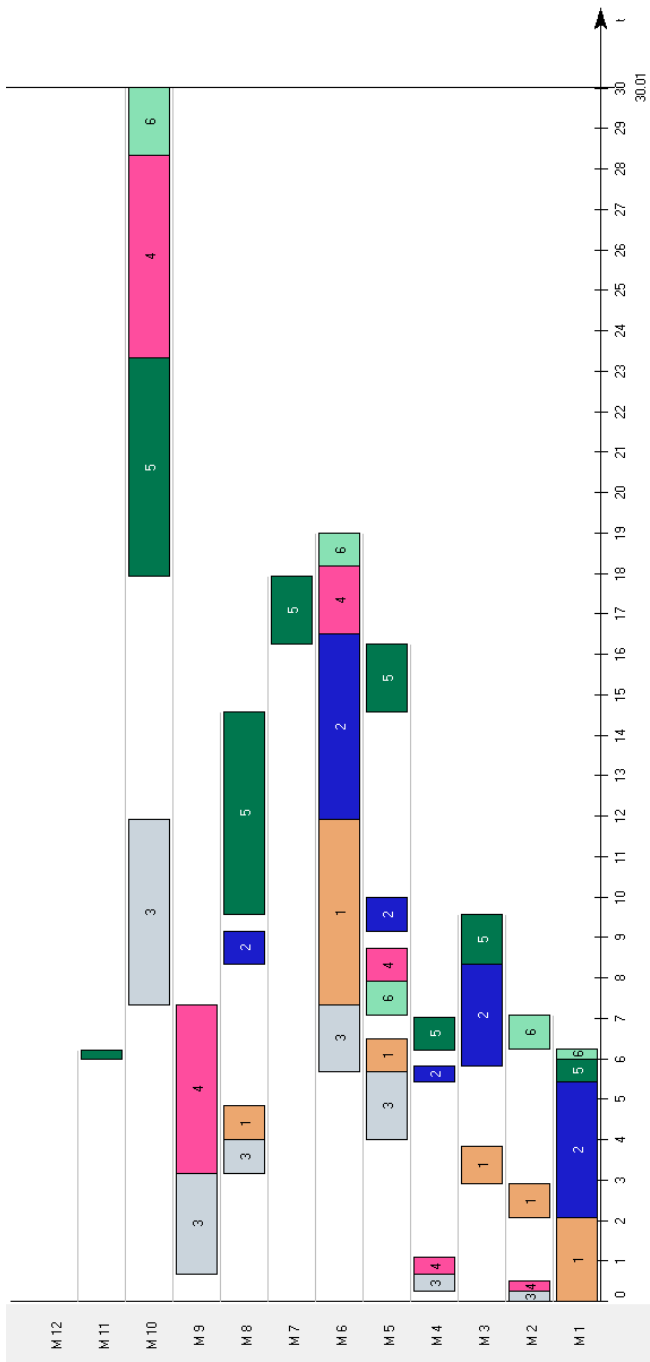
Rys. 1. Harmonogram nominalny dla 6 zadań produkcyjnych – reguła FCFS



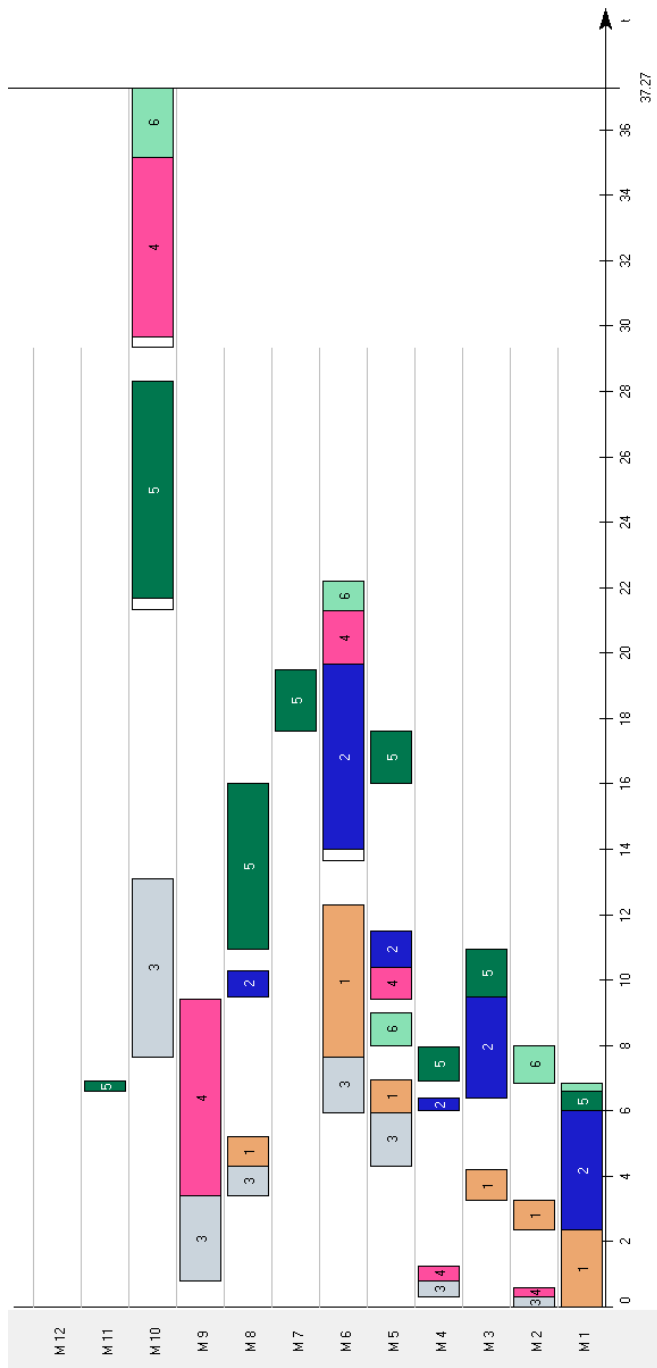
Rys. 2. Harmonogram odporny dla 6 zadań produkcyjnych – reguła FCFS

Tab. 1. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 6 zadań produkcyjnych – reguła FCFS

Harmonogram	Terminy zakończenia zadań [godz.]					
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
nominalny	11,92	19,00	11,92	19,42	24,84	14,42
odporny	12,30	21,30	13,10	22,00	31,15	15,30
Nr symulacji:	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
1	10,80	18,84	13,67	22,24	29,62	16,51
2	11,22	20,49	13,15	19,98	28,01	15,98
3	12,92	22,79	13,30	23,04	30,43	17,46
4	12,09	20,69	12,59	24,93	31,58	16,63
5	11,48	20,72	13,04	19,40	27,82	15,87
6	11,32	21,96	12,89	24,48	31,87	16,01
7	11,09	21,34	11,19	23,10	30,48	14,99
8	12,28	19,05	14,59	26,30	33,68	17,43
9	16,12	23,88	13,15	19,98	27,36	29,46
10	17,17	25,93	14,47	33,51	27,44	20,79
11	13,04	23,31	12,53	22,76	30,15	16,77
12	11,50	20,61	13,69	21,36	28,75	16,52
13	10,99	21,89	16,85	22,26	29,64	31,74
14	12,04	21,30	14,08	21,21	28,59	16,91
15	12,74	21,55	11,78	22,94	30,32	16,54
16	14,30	24,38	12,49	23,11	30,49	18,25
17	10,45	22,38	18,33	26,67	34,05	36,88
18	13,63	19,57	12,61	21,61	28,99	31,83
19	13,34	21,69	13,71	22,38	29,76	17,88
20	14,57	23,82	13,13	22,05	29,44	18,48
21	14,03	23,60	13,00	21,62	29,00	17,82
22	10,65	21,95	17,27	23,14	30,53	32,63
23	12,26	22,39	13,26	24,55	31,93	16,10
24	12,68	21,25	14,49	21,54	28,92	17,33
25	14,89	23,42	14,12	24,78	32,16	18,69



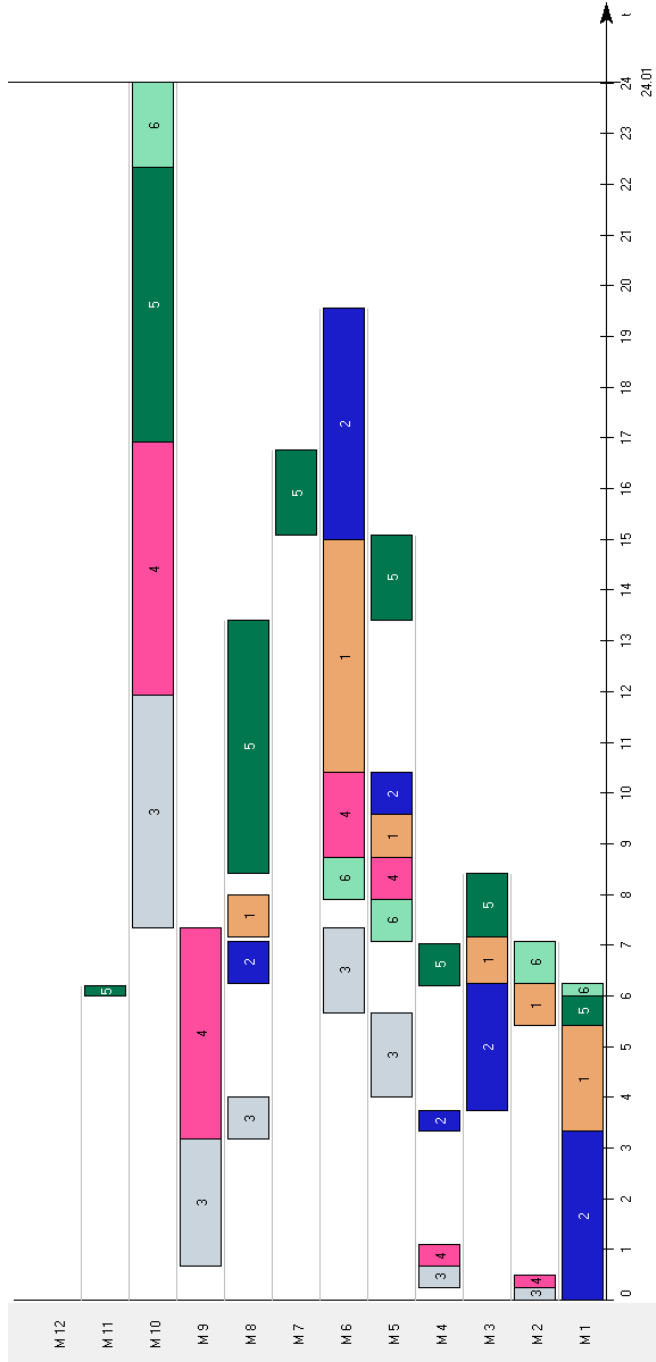
Rys. 3. Harmonogram nominalny dla 6 zadań produkcyjnych – reguła EDD



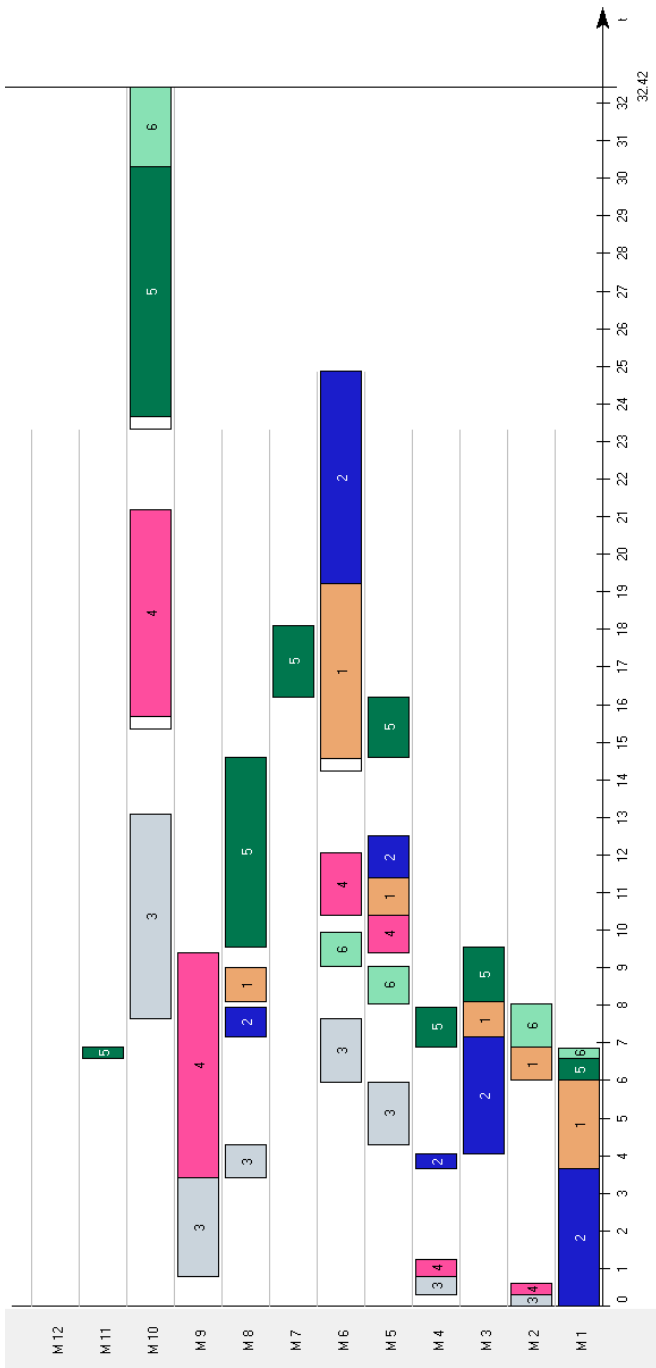
Rys. 4. Harmonogram odporny dla 6 zadań produkcyjnych – reguła EDD

Tab. 2. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 6 zadań produkcyjnych – reguła EDD

Harmonogram	Terminy zakończenia zadań [godz.]					
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
nominalny	11,92	16,50	11,92	28,34	23,34	30,01
odporny	12,30	19,65	13,10	35,17	28,32	37,27
Nr symulacji:	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
1	12,69	19,32	13,79	31,81	26,21	33,91
2	11,76	17,56	12,12	24,88	32,28	34,38
3	11,79	19,21	12,39	33,51	27,47	35,61
4	11,90	18,99	13,48	34,45	27,26	36,55
5	10,03	18,25	17,71	26,01	33,41	35,51
6	13,99	19,09	12,84	32,16	27,16	34,26
7	12,41	18,45	13,95	29,15	36,55	39,40
8	12,46	19,40	12,17	32,73	27,41	34,83
9	12,27	17,41	12,29	24,51	31,91	34,01
10	12,61	19,18	13,66	32,71	26,79	34,80
11	14,04	19,45	12,84	32,81	27,89	34,91
12	12,49	19,60	12,45	32,79	27,46	34,89
13	10,95	19,00	16,49	32,76	27,77	34,86
14	11,72	19,13	13,69	29,10	36,50	39,35
15	13,66	19,64	13,31	33,53	26,44	35,63
16	13,02	18,71	12,08	33,19	27,66	35,29
17	12,06	18,07	12,61	26,00	33,40	35,50
18	13,99	19,09	12,84	32,16	27,16	34,26
19	11,32	17,63	11,89	27,89	35,29	38,14
20	15,51	23,30	14,11	32,32	27,21	34,42
21	10,59	18,46	18,05	35,64	26,56	38,49
22	11,42	18,52	11,77	32,20	26,80	34,30
23	11,59	18,20	11,84	32,13	27,02	34,23
24	13,35	21,04	12,88	35,10	26,98	37,20
25	11,52	19,94	18,74	32,96	28,33	35,06



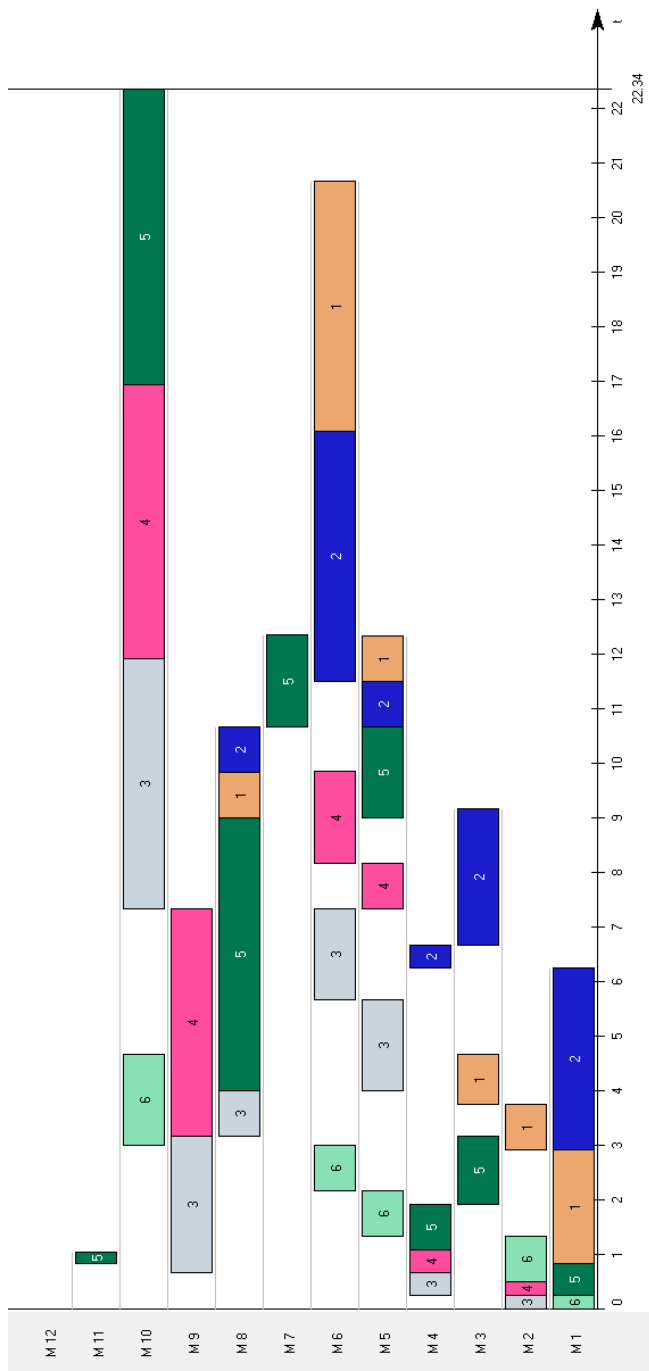
Rys. 5. Harmonogram nominalny dla 6 zadań produkcyjnych – reguła LPT



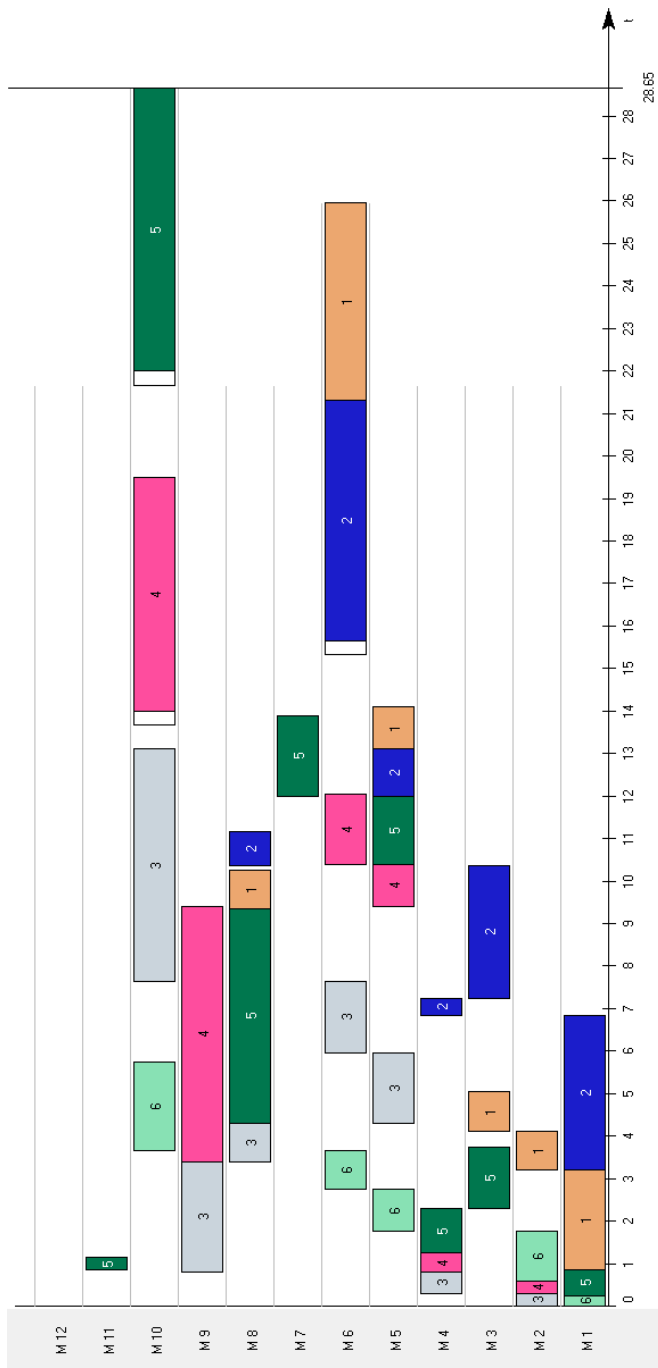
Rys. 6. Harmonogram odporny dla 6 zadań produkcyjnych – reguła LPT

Tab. 3. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 6 zadań produkcyjnych – reguła LPT

Harmonogram	Terminy zakończenia zadań [godz.]					
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
nominalny	14,99	19,57	11,92	16,92	22,34	24,01
odporny	19,22	24,87	13,10	21,17	30,32	32,42
Nr symulacji:	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
1	21,92	16,20	14,15	25,48	32,88	20,09
2	21,33	13,73	13,19	22,97	30,37	18,11
3	24,12	15,63	13,17	23,74	31,14	19,32
4	21,93	15,05	12,95	25,24	32,64	18,68
5	24,30	16,10	15,63	24,82	32,22	19,91
6	24,42	16,33	13,92	22,81	30,21	16,77
7	24,27	14,12	12,86	23,37	30,77	18,57
8	25,39	15,78	15,05	24,24	31,64	19,58
9	26,00	16,42	14,45	24,86	32,26	19,67
10	22,11	16,58	12,21	22,53	29,93	15,06
11	23,38	13,83	13,79	23,06	30,46	18,09
12	14,15	21,83	14,04	25,80	33,20	16,89
13	19,98	12,88	13,46	25,74	33,14	16,59
14	24,39	16,72	15,54	28,14	35,54	20,58
15	20,49	15,20	12,59	19,11	28,61	21,21
16	24,07	15,23	14,48	27,14	34,54	18,94
17	16,75	23,09	12,59	18,85	28,35	20,95
18	21,62	15,78	14,50	24,52	31,92	18,77
19	20,08	15,15	12,66	18,95	26,35	28,45
20	16,17	21,34	13,06	19,69	27,09	29,19
21	24,82	16,58	12,96	21,11	28,51	31,36
22	24,12	16,14	13,01	20,52	27,92	30,02
23	19,36	14,85	12,82	20,65	28,05	30,90
24	17,02	23,90	12,88	18,73	26,13	28,23
25	20,69	13,67	13,46	26,99	34,39	18,44



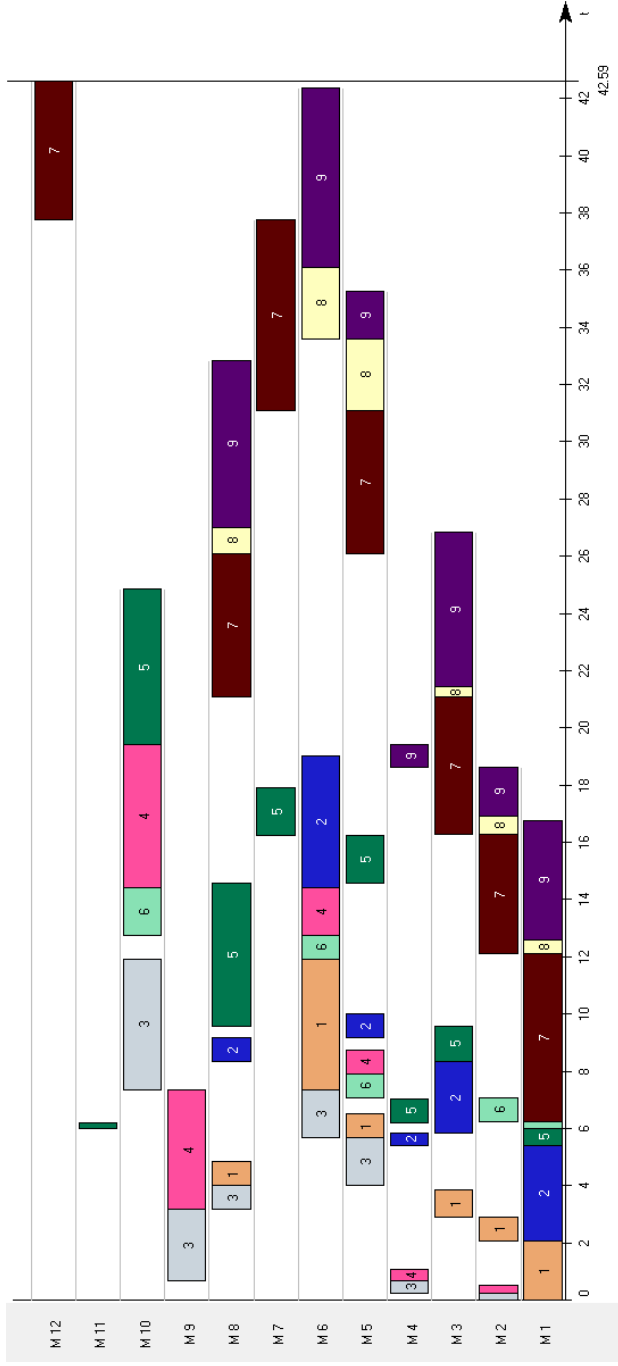
Rys. 7. Harmonogram nominalny dla 6 zadań produkcyjnych – reguła SPT



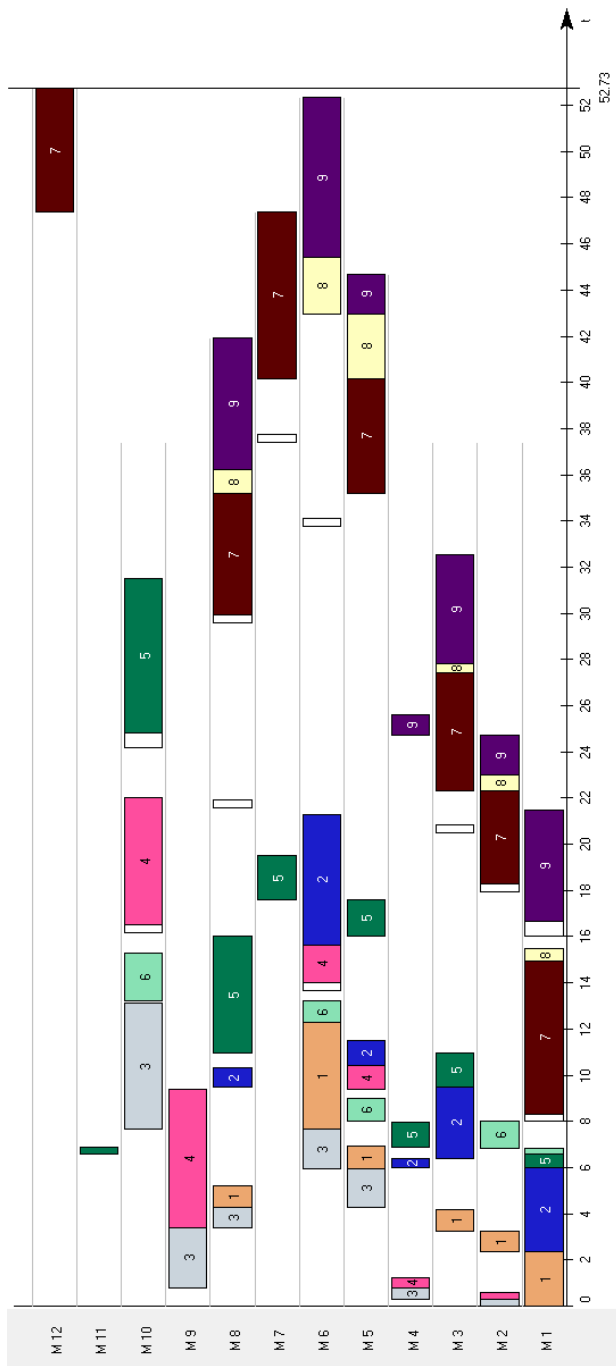
Rys. 8. Harmonogram odporny dla 6 zadań produkcyjnych – reguła SPT

Tab. 4. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 6 zadań produkcyjnych – reguła SPT

Harmonogram	Terminy zakończenia zadań [godz.]					
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
nominalny	16,09	20,67	11,92	16,92	22,34	4,66
odporny	25,96	21,31	13,10	19,5	28,65	5,75
Nr symulacji:	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
1	21,16	27,12	24,34	30,26	19,15	5,66
2	18,21	25,75	11,40	17,87	25,27	5,87
3	21,82	28,69	24,40	32,23	19,15	5,69
4	17,15	23,62	12,90	19,37	26,77	5,78
5	17,89	24,89	11,20	18,38	25,78	5,98
6	19,03	26,29	13,11	22,17	28,82	6,58
7	21,17	26,56	24,50	32,30	19,81	5,53
8	20,48	27,14	24,45	29,09	19,37	5,36
9	21,18	26,86	26,25	28,49	19,40	5,39
10	16,57	23,54	12,14	18,67	26,07	5,98
11	17,00	23,81	13,91	19,44	26,84	6,09
12	18,51	26,13	14,18	22,98	30,38	5,52
13	20,86	27,71	23,65	18,56	31,05	5,87
14	18,70	25,23	14,79	20,83	28,23	5,69
15	18,18	23,83	14,07	21,81	28,46	5,17
16	21,13	26,82	10,44	25,14	19,97	5,61
17	17,69	23,84	13,97	18,62	26,02	5,36
18	18,46	25,66	13,19	19,86	27,26	5,69
19	18,74	25,58	14,45	23,88	31,28	6,73
20	20,82	26,19	26,77	32,10	19,77	6,02
21	19,90	25,34	26,32	33,01	19,59	6,10
22	18,82	25,81	21,71	15,31	29,11	6,08
23	20,65	27,64	24,22	29,14	19,86	5,81
24	16,31	21,52	13,36	18,64	26,04	6,37
25	21,67	26,87	25,10	30,48	20,24	5,41



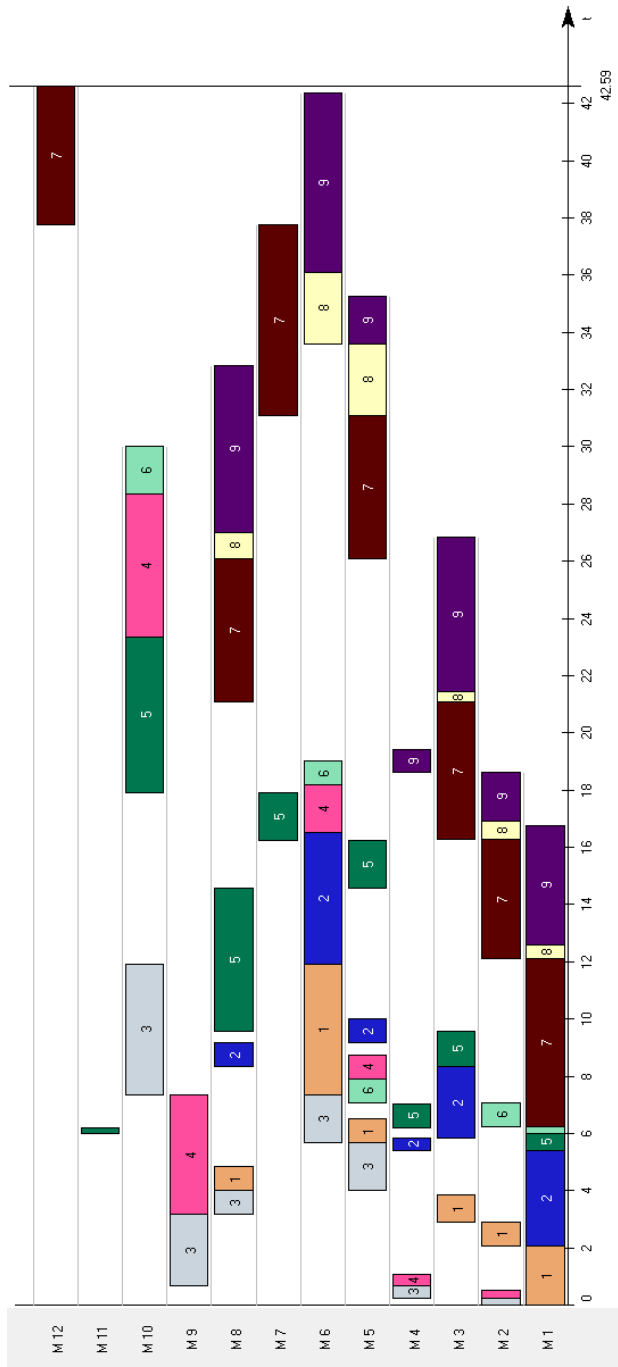
Rys. 9. Harmonogram nominalny dla 9 zadań produkcyjnych – reguła FCFS



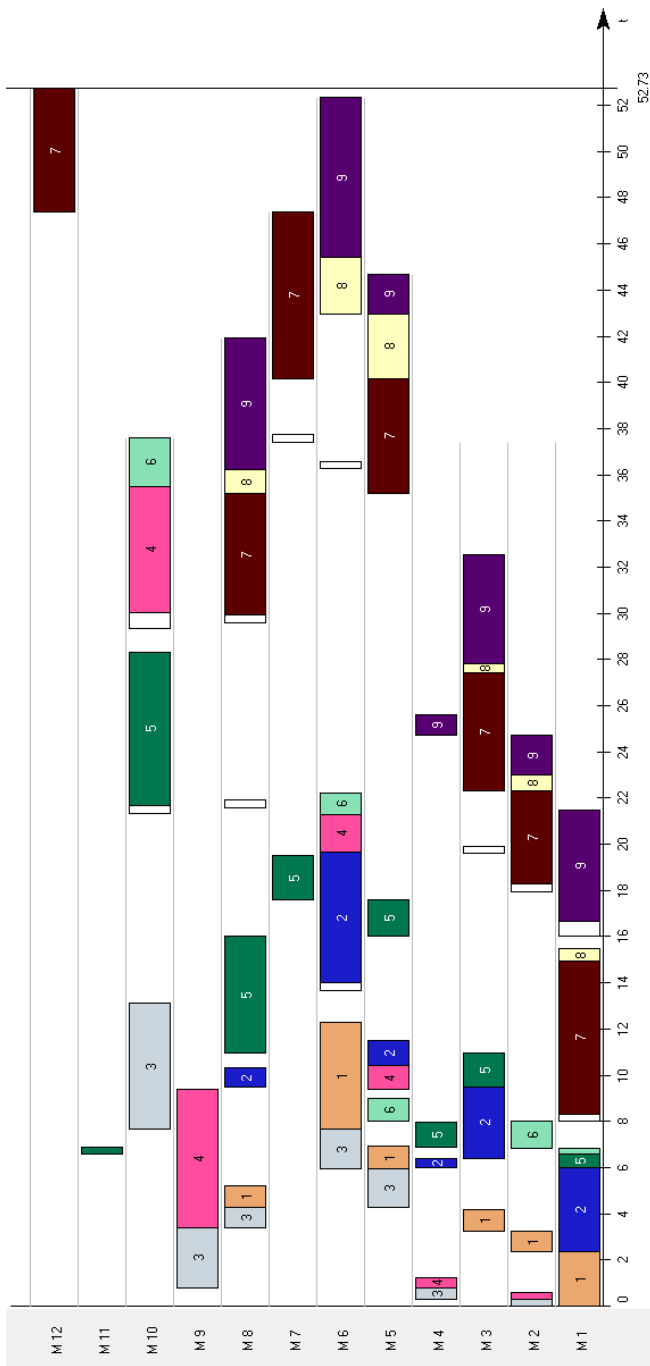
Rys. 10. Harmonogram odporny dla 9 zadań produkcyjnych – reguła FCFS

Tab. 5. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 9 zadań produkcyjnych – reguła FCFS

Harm.	Terminy zakończenia zadań [godz.]								
	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉
nominalny	11,92	19,00	11,92	19,42	24,84	14,42	42,59	36,09	42,34
odporny	12,30	21,30	13,10	22,00	31,49	15,30	52,73	45,43	52,33
Nr sym.:	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉
1	12,85	22,76	12,20	22,75	30,15	16,49	49,09	40,55	48,25
2	9,02	21,31	16,34	22,49	29,89	19,19	47,54	40,57	48,27
3	12,52	22,22	12,81	25,04	31,69	16,87	51,30	39,59	47,29
4	15,32	23,81	13,38	24,72	32,12	18,83	50,44	39,44	47,14
5	11,42	20,80	13,56	21,51	28,91	16,41	50,22	40,21	47,91
6	11,78	22,14	10,69	20,74	28,53	14,77	47,10	40,27	47,97
7	12,30	22,57	12,74	20,77	28,17	15,24	50,82	41,42	49,12
8	11,77	24,25	19,36	27,91	35,31	21,45	46,84	39,89	47,59
9	10,88	18,07	13,07	19,94	27,34	15,92	45,55	40,06	47,76
10	11,26	19,99	13,09	22,40	29,80	15,94	54,10	46,59	54,29
11	15,42	24,50	14,70	24,45	31,85	19,24	49,14	39,98	47,68
12	10,81	22,34	17,69	26,87	34,27	20,54	51,14	40,52	48,22
13	10,83	19,68	10,07	21,46	29,24	13,93	48,83	41,45	49,15
14	10,96	22,72	17,57	26,51	33,91	19,67	55,95	44,08	51,78
15	12,92	23,00	13,52	22,36	29,75	17,51	50,85	37,49	45,19
16	15,16	23,71	13,64	23,19	30,59	18,58	46,37	40,08	47,78
17	12,14	20,76	13,76	20,77	28,17	16,61	50,09	44,15	51,85
18	9,76	18,99	12,44	23,24	29,89	15,29	49,12	36,80	44,50
19	12,76	22,68	14,08	22,19	29,59	17,37	52,39	43,38	51,08
20	10,96	19,94	13,27	24,54	31,94	16,12	49,50	41,41	49,11
21	11,77	21,47	14,06	20,48	27,88	16,91	51,56	43,67	51,37
22	10,68	19,95	13,38	22,12	29,52	16,23	48,32	40,48	48,17
23	12,24	21,99	13,05	21,40	28,80	16,89	48,53	39,85	47,55
24	12,71	22,32	11,93	21,03	28,43	16,51	53,30	45,23	52,93
25	10,43	19,32	11,30	21,20	28,60	13,40	47,87	40,98	48,68



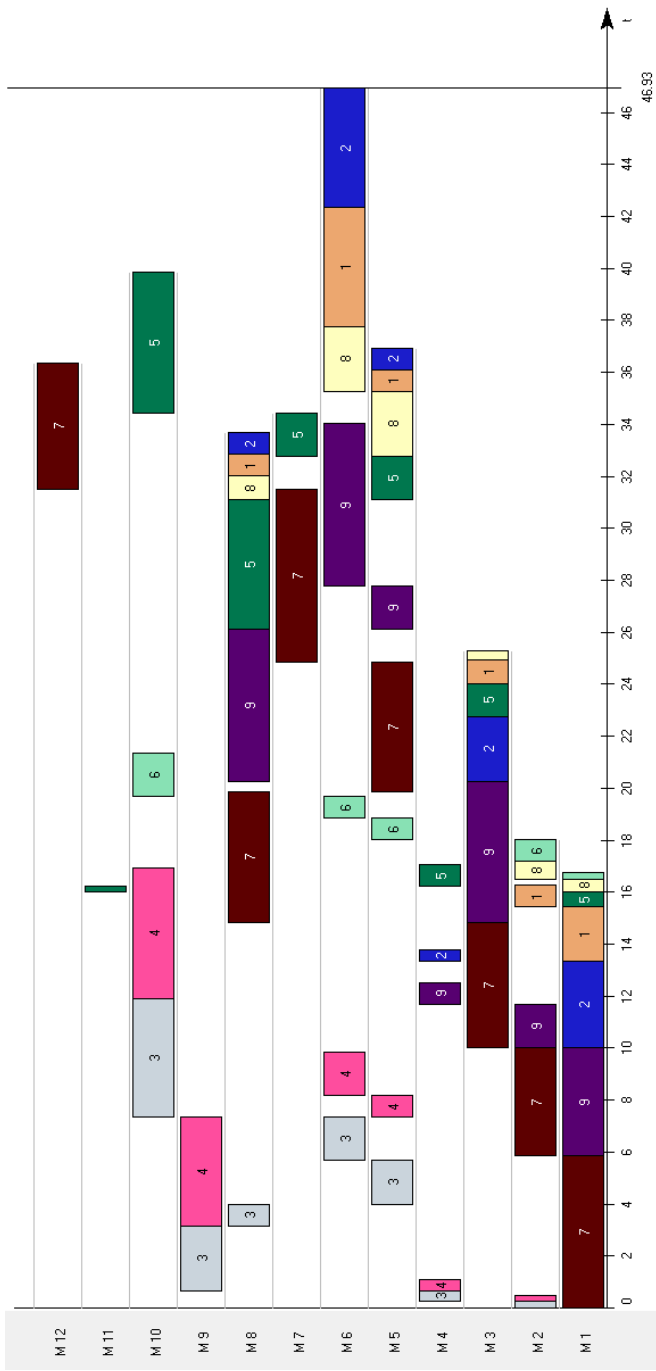
Rys. 11. Harmonogram nominalny dla 9 zadań produkcyjnych – reguła EDD



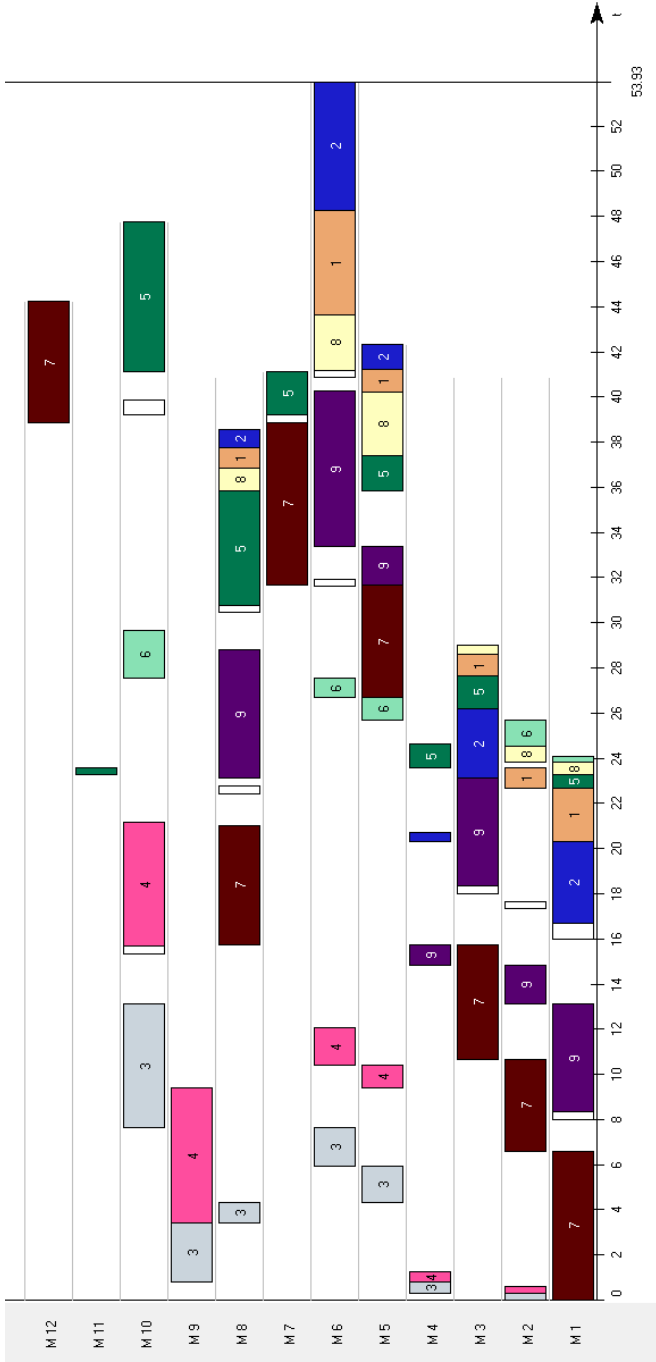
Rys. 12. Harmonogram odporny dla 9 zadan produkcyjnych – regula EDD

Tab. 6. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 9 zadań produkcyjnych – reguła EDD

Harm.	Terminy zakończenia zadań [godz.]								
	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉
nominalny	11,92	16,50	11,92	28,34	23,34	30,01	42,59	36,09	42,34
odporny	12,30	19,65	13,10	35,51	28,32	37,61	52,73	45,43	52,33
Nr sym.:	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉
1	11,43	23,19	18,39	25,97	33,37	35,46	50,41	42,94	50,64
2	11,78	22,52	12,60	20,35	27,75	29,85	50,77	41,81	49,51
3	11,89	21,68	11,55	20,13	27,53	29,63	50,11	41,56	49,26
4	14,51	23,93	12,84	24,56	31,96	34,06	50,19	41,72	49,42
5	14,74	23,80	11,73	23,86	31,26	33,36	47,34	39,93	47,63
6	13,05	23,74	14,31	19,71	29,21	21,81	49,01	39,14	46,93
7	11,46	22,14	12,05	18,44	27,94	20,54	49,32	40,46	48,15
8	10,53	18,44	12,40	17,87	27,37	19,96	50,22	41,30	49,00
9	9,82	18,69	10,81	20,29	29,79	23,14	51,89	41,45	49,15
10	10,67	20,09	12,02	20,30	29,80	22,40	48,12	39,99	47,69
11	10,81	22,55	18,25	24,16	31,56	33,66	47,41	41,74	49,44
12	13,12	21,64	14,34	19,53	26,93	29,03	50,94	44,17	51,87
13	11,39	18,29	11,63	19,11	28,61	21,96	48,24	40,53	48,22
14	11,49	21,50	12,62	20,02	29,51	22,11	51,97	42,51	50,21
15	14,56	23,41	13,12	23,00	30,40	32,50	50,76	40,95	48,65
16	12,09	21,92	12,16	22,68	30,08	32,18	50,46	40,75	49,07
17	11,09	19,67	13,36	18,12	27,62	20,22	48,43	41,30	49,00
18	11,53	18,48	12,17	20,73	28,13	30,23	48,12	42,30	50,00
19	12,71	21,33	14,01	22,53	29,93	32,03	48,47	40,13	47,83
20	12,85	23,05	12,59	21,98	29,38	31,48	48,58	39,54	47,24
21	13,72	22,51	10,68	20,02	29,52	22,12	48,88	40,05	48,08
22	11,29	22,09	17,78	25,07	32,47	34,57	48,63	39,13	46,83
23	10,36	19,49	13,03	18,82	28,54	20,92	50,71	38,84	46,54
24	11,30	19,89	12,95	21,17	28,57	30,67	49,39	40,30	48,00
25	12,53	22,79	12,90	21,99	29,39	31,49	47,93	39,04	46,74



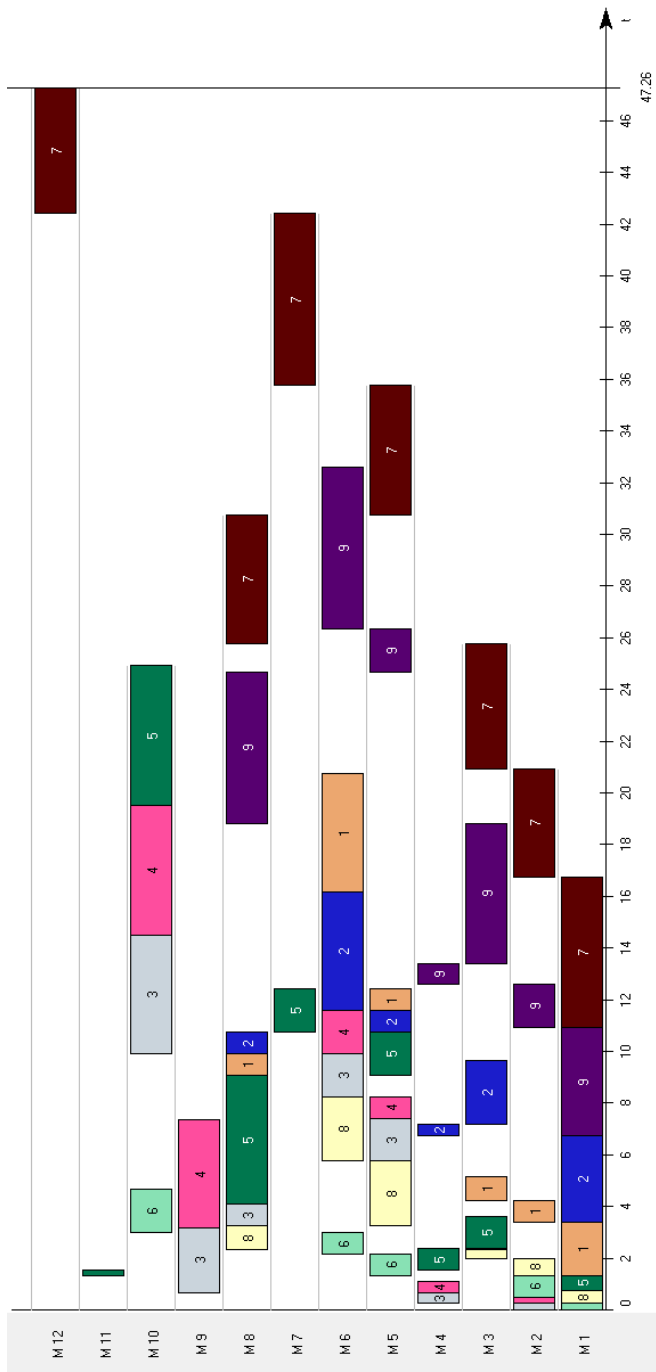
Rys. 13. Harmonogram nominalny dla 9 zadań produkcyjnych – reguła LPT



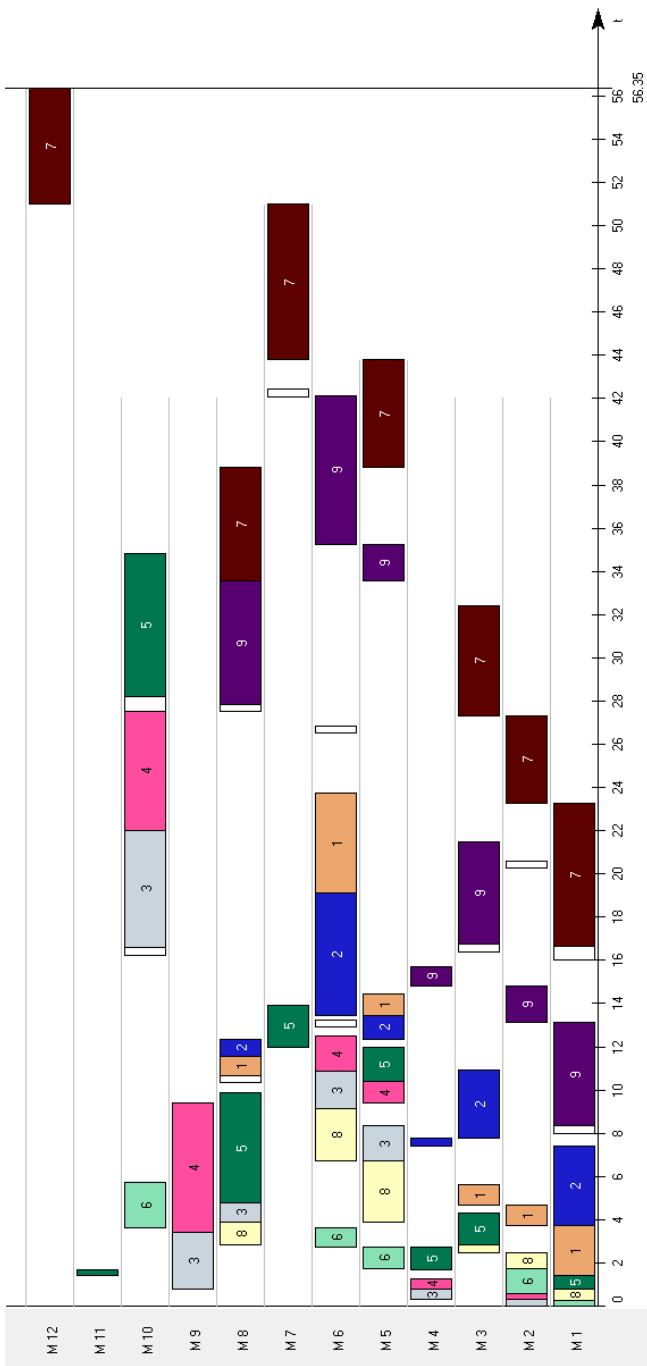
Rys. 14. Harmonogram odporny dla 9 zadań produkcyjnych – reguła LPT

Tab. 7. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 9 zadań produkcyjnych – reguła LPT

Harm.	Terminy zakończenia zadań [godz.]								
	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉
nominalny	42,35	46,93	11,92	16,92	39,86	21,34	36,35	37,77	34,02
odporny	48,28	53,93	13,10	21,17	47,75	29,67	44,22	43,63	40,27
Nr sym.:	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉
1	48,22	54,79	11,45	18,44	46,81	32,74	37,15	42,62	39,96
2	48,52	54,98	14,76	20,35	46,56	32,26	41,37	41,77	38,77
3	46,86	54,31	13,56	20,53	45,26	30,96	39,94	40,76	37,85
4	48,26	53,91	12,25	17,73	47,91	31,92	39,94	43,19	40,02
5	46,52	52,57	13,16	18,85	47,43	27,75	42,35	42,63	39,79
6	46,06	52,38	14,80	18,95	44,51	28,61	36,43	39,52	36,22
7	46,07	52,41	13,69	21,68	46,53	28,62	35,56	41,75	37,41
8	43,96	51,38	12,97	21,60	42,51	28,24	38,52	38,61	35,67
9	46,57	53,37	13,08	20,88	45,92	31,49	40,02	40,88	38,34
10	45,66	52,21	12,33	18,86	44,32	30,29	36,67	40,27	37,54
11	45,28	51,93	12,91	18,54	45,22	29,66	37,80	40,60	37,22
12	44,06	50,45	15,73	20,69	43,28	29,87	37,51	39,65	37,18
13	44,13	50,48	12,06	16,43	43,49	29,15	38,78	39,59	36,59
14	50,53	57,51	14,32	20,44	49,64	29,67	45,92	45,06	41,90
15	47,04	53,66	11,93	19,06	45,58	23,87	40,64	41,06	37,13
16	47,47	53,71	14,99	21,32	47,18	24,76	41,17	41,52	38,83
17	47,37	53,99	14,11	19,01	46,25	28,95	36,80	41,08	37,54
18	48,07	55,29	12,29	18,55	46,71	32,00	40,30	42,45	39,17
19	47,13	53,28	13,07	20,29	48,46	27,12	45,06	42,07	38,92
20	45,98	52,26	13,64	20,27	45,51	31,88	40,86	41,15	38,31
21	44,89	51,69	12,78	20,65	43,80	29,87	38,15	39,86	37,13
22	44,82	51,19	12,90	20,29	46,74	30,69	41,02	40,27	37,82
23	49,90	56,54	14,49	20,02	47,49	27,24	40,89	43,34	40,57
24	45,23	51,66	12,12	18,84	45,65	30,35	37,04	40,45	37,88
25	44,17	50,64	12,69	18,84	43,92	29,84	41,09	39,69	36,61



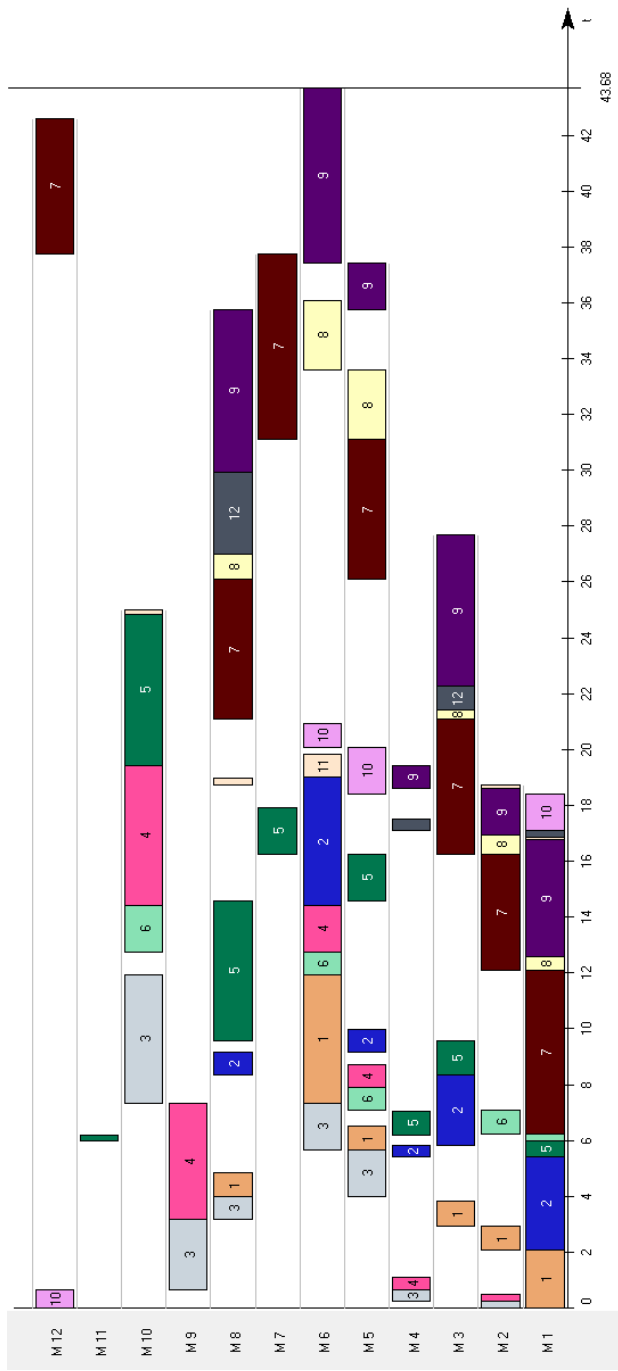
Rys. 15. Harmonogram nominalny dla 9 zadań produkcyjnych – reguła SPT



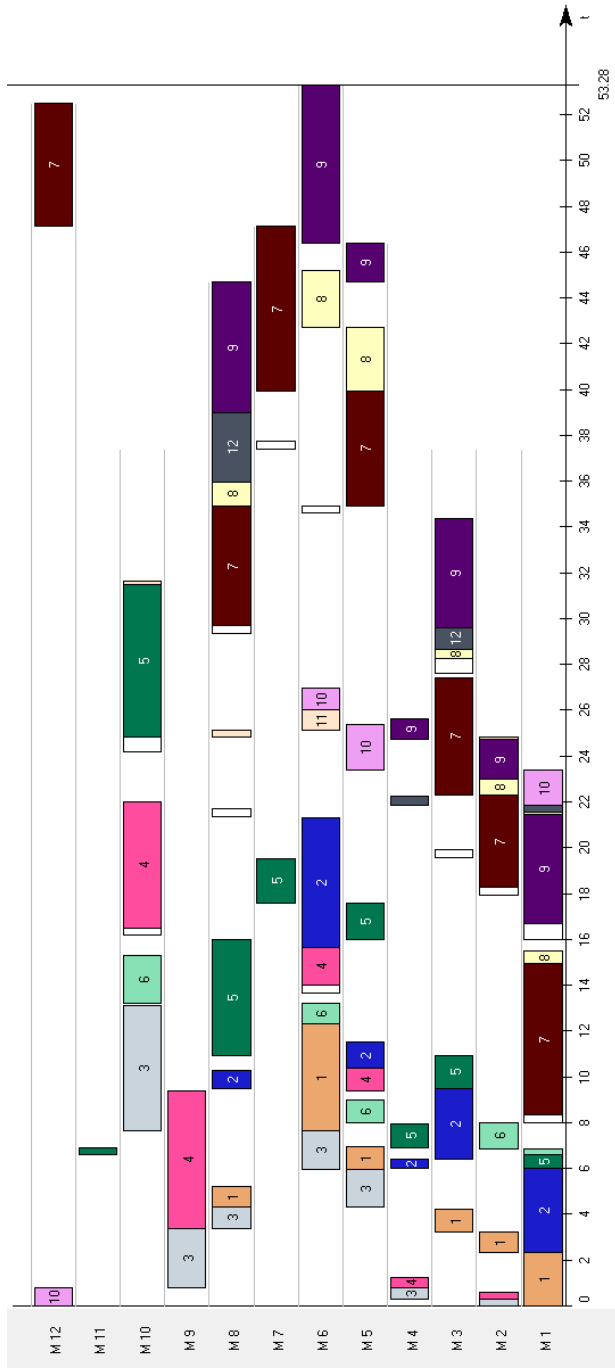
Rys. 16. Harmonogram odporny dla 9 zadan produkcyjnych – regula SPT

Tab. 8. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 9 zadań produkcyjnych – reguła SPT

Harm.	Terminy zakończenia zadań [godz.]								
	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉
nominalny	20,75	16,17	14,50	19,50	24,92	4,66	47,26	8,25	32,58
odporny	23,76	19,11	22,03	27,53	34,85	5,75	56,35	9,15	42,15
Nr sym.:	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉
1	15,71	22,32	16,29	21,97	29,37	5,52	53,29	8,48	35,62
2	18,55	24,05	13,69	21,15	27,80	6,08	57,68	10,05	36,62
3	18,32	25,02	17,38	22,77	30,17	5,40	54,37	9,45	36,97
4	25,86	21,00	18,32	26,28	33,68	5,76	57,34	9,57	36,40
5	19,44	25,95	17,00	22,02	29,42	6,03	61,05	9,12	36,13
6	17,53	24,64	14,61	21,05	28,45	5,56	54,24	8,26	35,91
7	29,09	20,79	17,00	24,42	31,07	6,07	56,88	8,79	36,79
8	17,74	24,14	13,55	20,95	27,60	5,55	52,43	10,99	36,83
9	17,77	24,29	12,79	22,00	28,65	5,89	56,46	10,85	34,39
10	18,74	25,31	16,94	25,45	32,85	5,98	55,58	9,16	36,53
11	17,81	25,03	12,86	16,13	23,53	5,41	55,31	9,96	36,05
12	18,10	24,84	12,42	17,79	25,19	5,61	55,39	9,57	36,29
13	17,14	24,08	12,82	16,81	24,21	5,69	54,89	9,67	36,81
14	17,36	23,43	17,89	24,28	31,68	5,78	57,07	9,49	36,04
15	29,79	24,69	13,96	20,34	27,74	6,45	55,20	17,64	37,49
16	23,93	17,23	17,32	21,97	29,37	5,28	54,64	9,30	35,23
17	17,62	23,72	10,90	21,62	28,27	5,60	57,09	10,30	35,17
18	16,74	23,03	13,64	18,21	25,61	6,07	57,21	10,36	36,25
19	18,30	24,46	13,20	19,68	27,08	5,76	55,35	10,29	36,33
20	26,59	21,09	23,83	18,31	31,23	5,36	57,66	9,01	36,23
21	17,98	24,31	15,30	20,27	27,67	5,00	55,58	9,12	35,54
22	18,07	23,74	15,08	21,32	28,72	6,02	56,51	8,74	36,50
23	27,26	21,19	25,12	30,63	20,40	6,08	54,52	9,21	36,85
24	16,82	22,90	10,15	20,54	27,94	5,61	54,76	10,28	36,26
25	27,61	22,72	25,81	31,09	20,33	5,31	54,13	9,08	35,68



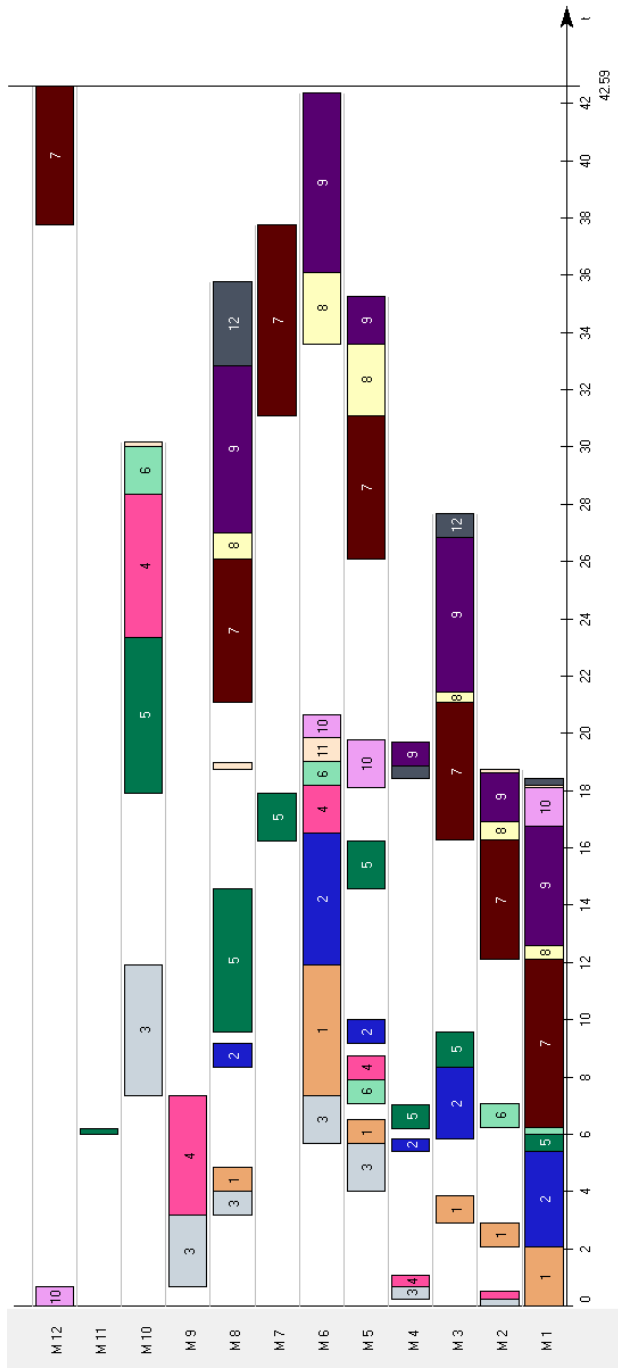
Rys. 17. Harmonogram nominalny dla 12 zadań produkcyjnych – reguła FCFS



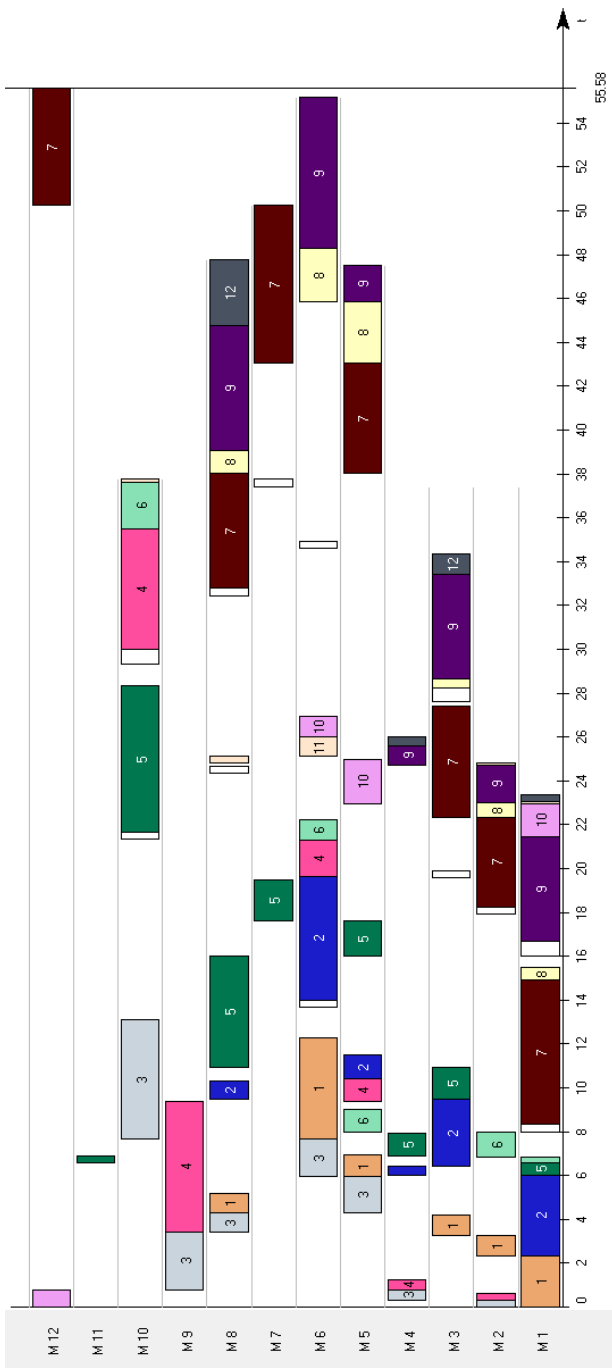
Rys. 18. Harmonogram odporny dla 12 zadan produkcyjnych – regula FCFS

Tab. 9. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 12 zadań produkcyjnych – reguła FCFS

Harmonogram	Terminy zakończenia zadań [godz.]											
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
nominalny	11,92	19,00	11,92	19,42	24,84	14,42	42,59	36,09	43,68	20,92	25,01	29,93
odporny	12,30	21,30	13,10	22,00	31,49	15,30	52,48	45,18	53,28	26,96	31,64	38,98
Nr symulacji:	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
1	12,19	22,43	12,72	21,12	28,52	15,14	46,14	40,57	49,67	25,57	28,66	34,37
2	9,80	20,56	16,30	25,29	32,69	18,40	50,48	42,36	52,13	27,78	32,84	36,64
3	11,22	22,41	19,13	25,87	33,27	21,98	49,11	42,64	52,00	28,61	33,42	36,46
4	12,67	20,69	12,56	22,48	29,88	16,43	48,38	38,81	49,74	25,69	30,03	33,99
5	13,09	22,62	12,75	25,84	32,49	16,65	48,49	38,78	49,41	25,75	32,64	33,54
6	9,01	19,03	16,37	23,03	30,43	19,22	46,97	38,53	48,90	25,21	30,58	33,08
7	13,08	21,68	11,93	22,49	29,89	16,62	49,71	42,06	52,07	27,32	30,04	36,21
8	13,31	23,57	13,59	22,45	29,85	17,67	46,89	39,32	48,74	25,43	30,00	33,05
9	9,33	18,95	12,04	19,32	28,51	14,89	44,69	39,41	49,74	26,41	28,66	33,93
10	11,97	22,39	13,07	23,32	30,72	15,19	48,45	40,26	50,57	27,22	30,87	34,65
11	15,65	24,61	13,99	27,81	35,21	19,37	54,37	42,72	52,01	26,42	35,36	36,15
12	9,66	20,24	15,92	22,30	29,70	18,01	49,06	41,07	51,10	22,97	29,85	35,35
13	12,58	23,67	20,26	27,34	34,74	23,11	45,12	39,45	49,50	25,42	34,89	33,94
14	10,62	19,47	11,79	20,06	27,46	13,89	50,22	41,37	52,27	28,42	27,61	36,42
15	10,23	20,06	17,25	25,31	32,71	20,10	48,56	39,60	49,87	26,70	32,86	34,11
16	11,93	19,84	12,88	19,57	27,58	16,35	49,03	41,61	50,92	25,78	27,73	35,12
17	13,22	22,87	13,51	22,16	29,56	17,73	50,07	38,42	48,33	24,70	29,71	32,96
18	10,89	18,46	12,40	20,25	27,64	15,25	48,57	41,86	51,11	25,50	27,79	35,34
19	11,48	19,82	12,75	19,85	27,25	15,60	47,82	38,52	49,25	25,35	27,40	33,52
20	10,63	19,34	12,58	22,86	29,51	15,42	48,36	40,86	51,90	26,93	29,66	35,96
21	11,30	20,38	12,99	20,73	28,49	15,84	50,20	39,92	50,20	24,11	28,64	34,24
22	11,59	23,44	19,22	28,23	35,63	22,07	46,78	39,13	49,61	25,53	35,78	33,84
23	9,50	18,95	16,53	31,27	26,59	19,37	47,05	38,62	48,89	25,93	31,42	33,10
24	10,76	19,50	13,93	25,15	32,55	16,78	48,81	41,86	50,41	25,55	32,70	34,76
25	10,43	18,63	11,48	18,48	27,39	13,58	44,65	40,54	50,98	26,16	27,54	35,35



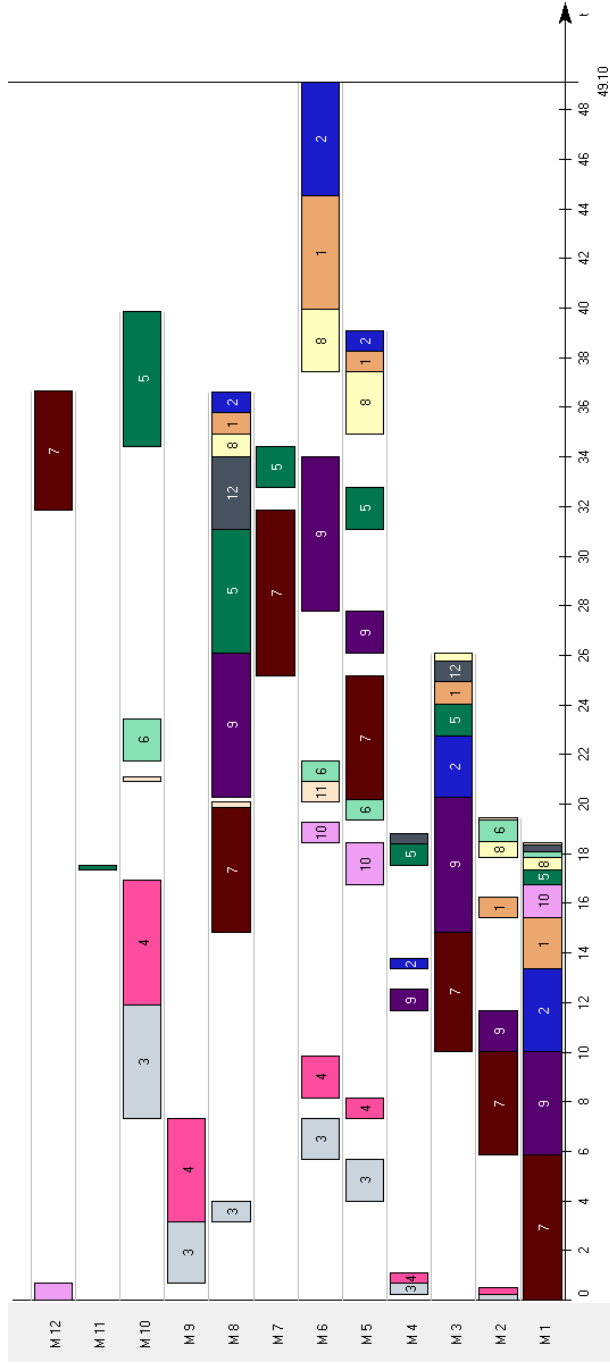
Rys. 19. Harmonogram nominalny dla 12 zadań produkcyjnych – reguła EDD



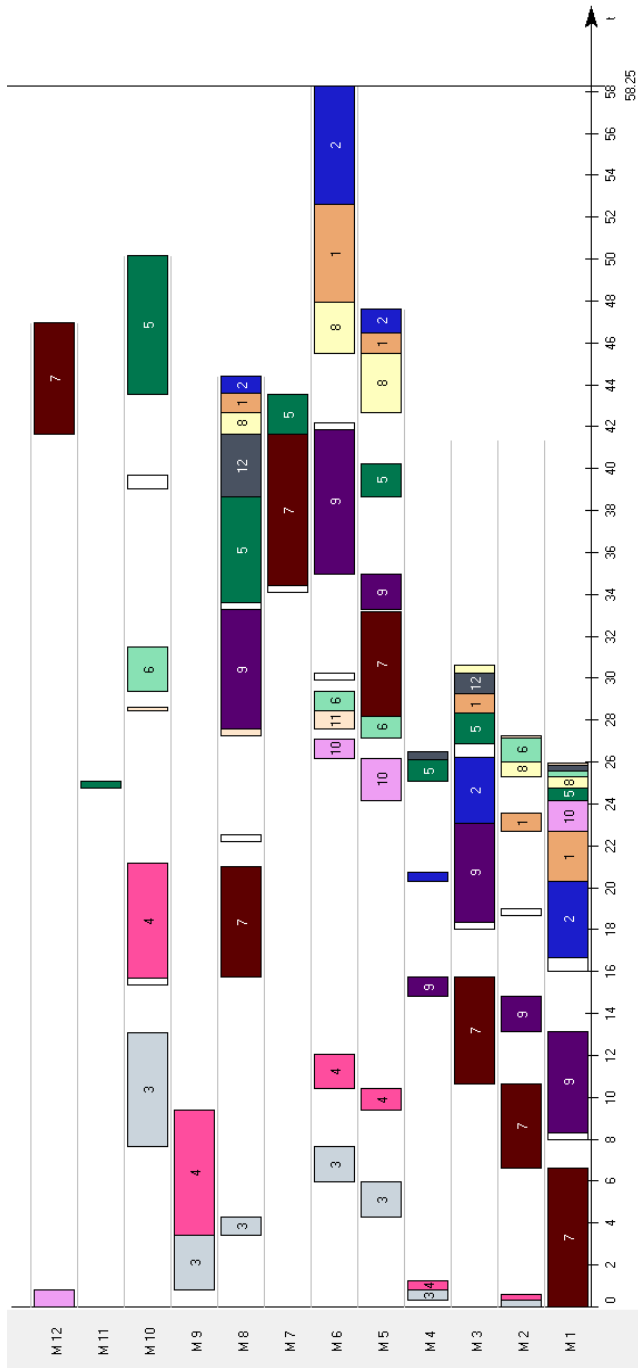
Rys. 20. Harmonogram odporny dla 12 zadan produkcyjnych – regula EDD

Tab. 10. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 12 zadań produkcyjnych – reguła EDD

Harmonogram	Terminy zakończenia zadań [godz.]											
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
nominalny	11,92	16,50	11,92	28,34	23,34	30,01	42,59	36,09	42,34	20,66	30,18	35,76
odporny	12,30	19,65	13,10	35,51	28,32	37,61	55,58	48,28	55,18	29,96	37,76	47,78
Nr symulacji:	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉	C₁₀	C₁₁	C₁₂
1	12,60	19,37	12,49	31,94	27,19	34,04	50,19	37,54	45,24	25,15	34,19	37,42
2	13,36	19,80	13,52	27,78	35,18	37,28	49,61	39,37	47,07	26,10	37,43	40,32
3	10,50	19,05	12,52	19,96	29,79	22,39	50,10	40,96	48,66	25,79	29,93	41,27
4	12,83	19,93	13,10	33,25	28,00	35,35	50,82	43,11	50,81	25,55	35,50	43,43
5	17,25	20,91	13,14	33,80	28,12	35,90	44,40	38,20	48,94	25,25	36,05	33,00
6	11,00	16,47	13,19	23,02	30,42	32,52	50,86	41,70	49,40	28,22	32,67	42,50
7	12,59	19,56	13,50	32,81	26,50	34,91	49,37	40,50	48,20	24,91	35,06	41,77
8	11,15	19,88	12,29	20,30	30,97	23,57	51,00	41,88	49,58	25,39	31,12	42,31
9	14,29	21,56	12,74	34,22	26,65	36,32	54,02	39,79	47,49	25,60	36,47	40,87
10	9,30	18,43	11,26	17,54	28,54	19,64	51,25	41,66	49,36	22,81	28,69	40,53
11	11,68	20,59	12,72	18,13	27,11	29,21	50,10	41,66	49,36	26,23	29,36	42,71
12	11,21	17,45	12,31	25,60	33,00	35,10	50,18	40,58	48,28	25,82	35,25	41,12
13	10,47	20,55	17,49	27,32	34,72	37,57	53,80	46,29	53,99	26,95	37,72	45,46
14	9,87	18,15	17,31	30,64	37,29	40,14	50,17	39,11	46,81	25,12	40,29	39,99
15	11,85	20,80	18,90	33,50	27,16	35,60	49,50	42,52	50,22	26,29	35,75	42,68
16	14,44	20,90	13,19	35,07	26,58	37,92	49,18	39,84	47,54	25,84	38,06	41,41
17	11,84	18,60	12,51	32,71	26,13	34,81	50,80	41,98	50,68	28,72	34,96	44,25
18	11,24	17,35	12,79	25,23	32,63	34,73	49,80	39,16	46,90	24,84	34,88	40,99
19	11,73	19,98	12,41	18,53	27,88	29,98	50,25	40,37	48,07	25,38	30,13	41,12
20	14,06	19,14	12,68	33,14	26,89	35,24	50,24	43,36	51,06	24,66	35,39	43,30
21	12,63	18,38	12,95	35,39	27,35	37,48	47,57	41,25	48,95	26,82	37,63	42,36
22	14,21	20,48	13,02	34,71	27,52	36,81	50,21	41,98	49,68	25,71	36,96	41,80
23	11,55	18,68	13,47	33,57	27,67	35,67	50,99	40,65	48,35	24,51	35,82	41,28
24	12,35	19,02	13,43	34,62	27,67	36,72	49,18	40,49	48,19	23,89	36,87	41,20
25	12,29	18,18	13,48	33,64	26,59	35,73	50,77	43,22	50,92	29,99	35,88	44,82



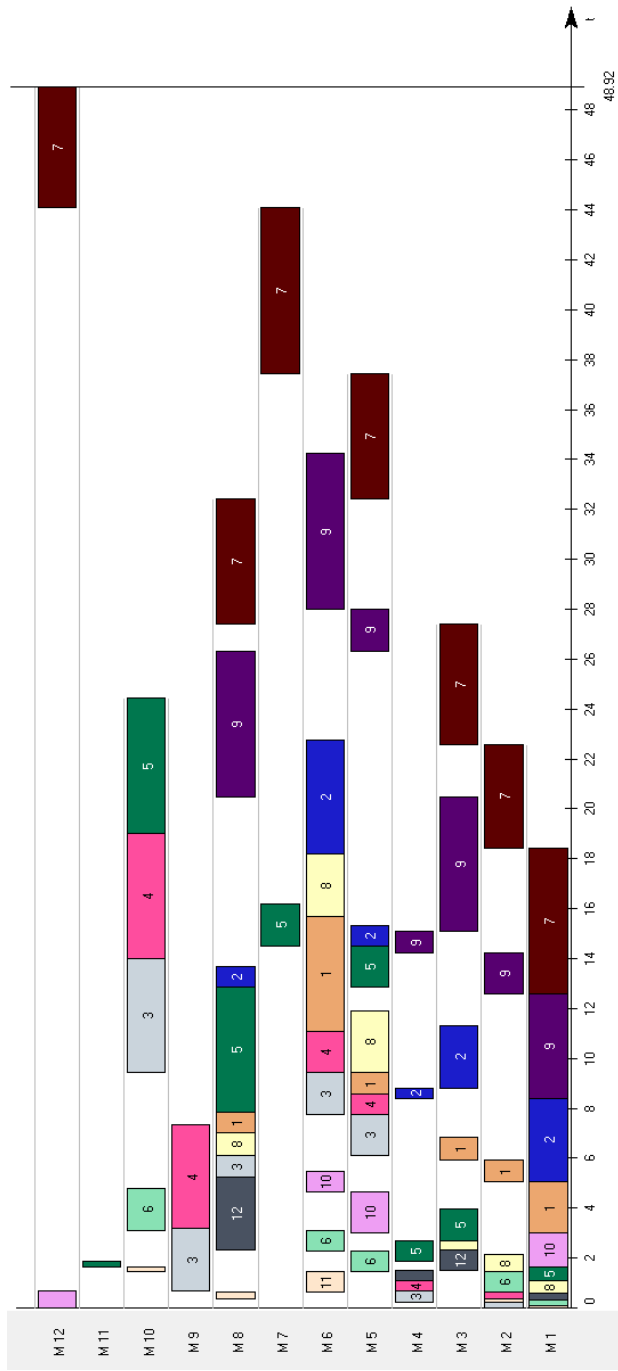
Rys. 21. Harmonogram nominalny dla 12 zadań produkcyjnych – reguła LPT



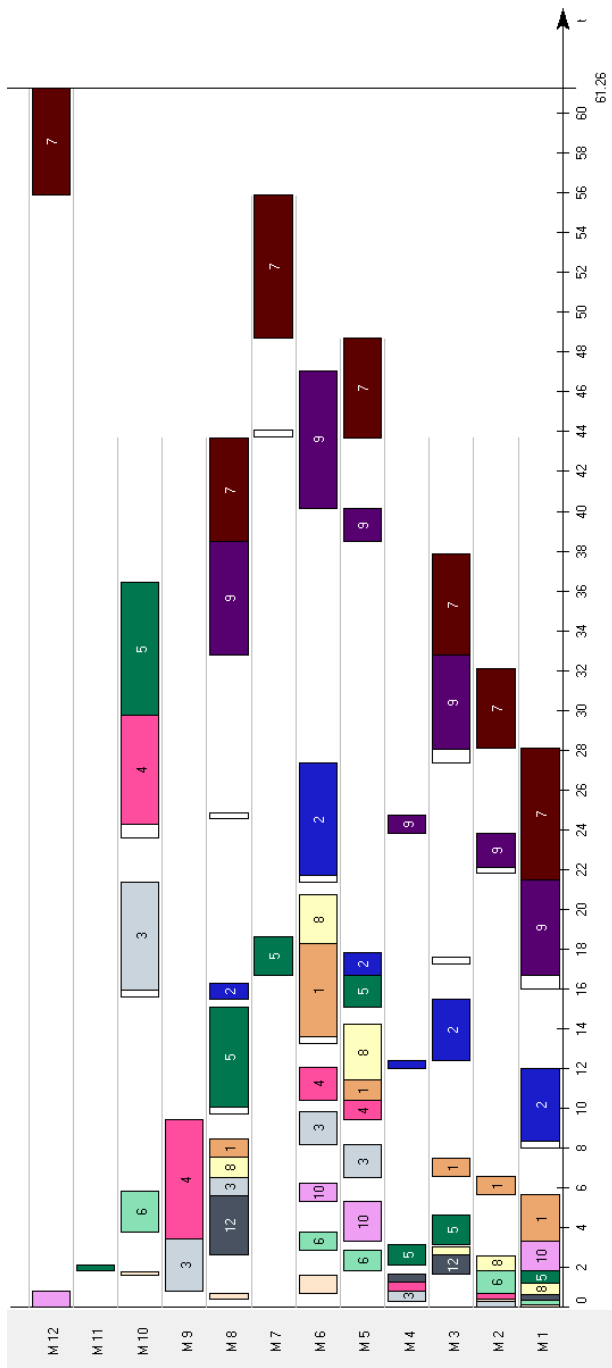
Rys. 22. Harmonogram odporny dla 12 zadań produkcyjnych – reguła LPT

Tab. 11. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 12 zadań produkcyjnych – reguła LPT

Harmonogram	Terminy zakończenia zadań [godz.]											
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
nominalny	44,52	49,10	11,92	16,92	39,86	23,43	36,67	39,94	34,02	19,26	21,10	34,02
odporny	52,60	58,25	13,10	21,17	50,18	31,47	46,98	47,95	41,87	27,12	28,62	41,65
Nr symulacji:	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉	C₁₀	C₁₁	C₁₂
1	48,32	54,95	15,60	22,83	45,69	32,48	40,44	43,84	37,82	23,26	28,69	36,42
2	50,04	55,21	11,72	17,72	45,03	29,86	38,49	42,78	36,85	21,61	30,01	36,38
3	50,22	56,94	12,28	15,62	45,02	24,84	42,86	44,28	37,74	20,30	24,99	36,95
4	48,72	55,04	14,24	21,13	46,10	32,92	42,31	44,38	39,26	24,74	30,00	37,71
5	49,21	55,35	12,76	17,65	47,31	31,98	41,91	43,62	38,30	23,68	28,52	36,18
6	50,08	57,25	12,40	18,68	46,10	33,60	38,97	44,91	39,23	29,88	30,95	38,05
7	52,10	58,46	15,77	20,14	46,72	33,24	42,89	47,24	39,73	23,55	33,39	39,77
8	52,39	58,60	12,33	20,35	46,36	33,77	41,98	45,67	39,17	24,32	29,99	38,27
9	47,62	53,98	12,93	17,90	44,08	30,50	37,59	42,98	36,10	26,65	27,61	35,28
10	50,15	57,09	13,35	19,94	46,50	32,47	43,61	45,12	39,02	24,36	32,62	38,49
11	50,40	55,95	12,31	19,48	46,33	33,35	41,00	45,87	38,95	23,98	30,45	38,01
12	50,04	55,21	11,72	17,72	45,03	29,86	38,49	42,78	36,85	21,61	30,01	36,38
13	47,02	54,08	14,70	25,56	44,59	31,02	37,89	43,28	36,62	21,87	28,27	35,80
14	49,83	56,48	12,93	18,36	43,82	31,79	37,37	44,68	37,63	27,77	28,87	36,19
15	50,22	56,86	13,31	19,73	46,09	33,17	42,47	46,69	38,96	22,99	30,39	38,67
16	49,86	56,58	13,61	18,86	45,89	25,72	41,93	44,84	37,82	21,83	29,45	37,35
17	48,31	54,04	12,78	20,19	45,14	33,27	38,83	44,80	38,88	29,24	30,30	37,53
18	49,27	55,87	12,49	19,21	46,10	32,30	38,76	44,15	38,25	23,80	29,59	37,33
19	47,24	54,34	14,00	18,40	45,15	31,35	41,46	43,38	37,79	23,32	28,30	35,78
20	49,73	55,10	11,93	16,86	44,37	31,98	35,51	42,71	37,59	27,58	28,74	36,05
21	50,57	56,66	12,23	17,63	47,14	33,07	42,82	45,17	38,83	24,19	30,39	38,05
22	47,58	54,04	11,42	16,81	44,60	29,50	38,07	43,31	36,25	21,75	29,65	35,75
23	49,64	55,48	13,17	20,76	44,69	33,90	35,05	44,02	38,75	29,91	28,92	36,62
24	47,91	54,65	14,35	21,97	43,67	32,03	38,72	43,60	37,43	22,39	28,44	36,20
25	49,79	56,02	12,17	17,42	46,38	30,44	38,26	44,66	38,10	21,11	23,32	37,45



Rys. 23. Harmonogram nominalny dla 12 zadań produkcyjnych – reguła SPT



Rys. 24. Harmonogram odporny dla 12 zadan produkcyjnych – regula SPT

Tab. 12. Terminy zakończenia poszczególnych prac – 12 zadań produkcyjnych – reguła SPT

Harmonogram	Terminy zakończenia zadań [godz.]											
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂
nominalny	15,68	22,76	14,01	19,01	24,43	4,79	48,92	18,18	34,24	5,49	1,63	5,26
odporny	18,25	27,35	21,37	29,76	36,41	5,85	61,26	20,7	47,06	6,25	1,75	5,6
Nr symulacji:	C₁	C₂	C₃	C₄	C₅	C₆	C₇	C₈	C₉	C₁₀	C₁₁	C₁₂
1	19,84	26,38	15,65	23,75	31,15	5,68	57,18	12,67	37,44	6,70	2,00	4,87
2	17,10	25,39	15,00	20,33	27,73	5,49	57,36	19,55	38,24	5,93	1,76	5,73
3	19,42	25,86	16,51	22,54	29,94	6,48	58,27	13,53	40,01	6,40	1,74	5,79
4	16,40	25,38	16,82	22,38	29,78	5,28	57,15	18,85	39,27	6,89	1,63	5,39
5	19,78	26,22	16,77	23,71	30,36	6,13	63,65	13,10	39,53	6,87	1,86	5,65
6	19,94	27,06	16,01	25,97	33,37	5,72	60,48	12,94	38,97	5,99	1,80	5,96
7	20,32	25,92	13,27	16,80	25,10	5,50	54,97	14,37	38,91	8,09	1,93	6,67
8	16,07	25,54	16,12	19,19	26,59	5,65	58,77	18,52	38,89	6,61	1,74	5,68
9	18,24	27,32	16,14	22,13	29,53	6,43	56,26	21,49	37,13	6,11	1,96	5,90
10	15,07	24,83	16,69	22,05	29,45	5,48	56,66	19,18	38,93	6,74	1,66	5,57
11	15,45	25,87	16,25	24,69	31,34	7,11	55,79	19,55	37,46	5,95	1,67	5,38
12	15,68	23,07	16,62	20,46	27,86	6,36	58,04	18,13	38,62	5,97	1,79	5,76
13	20,31	28,01	16,19	21,53	28,93	6,06	58,78	14,30	37,69	6,58	1,91	5,91
14	18,60	29,19	21,22	15,08	28,62	6,23	56,05	21,85	38,58	6,37	1,81	5,72
15	12,98	24,32	16,04	22,29	29,69	5,26	60,06	17,88	38,38	5,55	1,63	5,78
16	20,16	26,96	16,04	21,84	29,24	5,52	56,48	13,26	38,98	6,26	1,79	5,66
17	20,22	26,29	14,57	25,41	32,81	5,49	60,69	13,68	39,85	6,09	1,98	6,99
18	17,42	22,51	12,75	20,39	27,04	5,04	56,98	13,10	38,25	7,36	1,66	5,93
19	16,57	25,59	14,61	20,38	27,78	5,70	58,11	19,02	38,75	5,89	1,63	5,74
20	20,31	27,37	13,51	22,45	29,85	5,77	57,06	13,41	38,10	5,61	1,68	5,49
21	21,93	28,37	20,39	24,21	31,61	6,50	58,06	12,30	38,38	6,57	1,52	5,52
22	21,39	26,60	16,81	22,07	29,47	6,15	59,16	15,67	39,00	7,03	1,73	5,41
23	17,42	26,33	16,53	19,98	27,38	5,62	55,49	19,87	38,05	5,77	1,71	5,67
24	19,43	26,17	12,68	18,14	25,54	5,80	56,38	13,97	37,36	7,31	1,86	6,16
25	16,51	26,51	15,69	20,55	27,95	6,29	64,01	18,96	39,02	5,98	1,77	5,53