

Maciej Kowal

Wzmacnianie elementów konstrukcji stalowych węglowymi taśmami kompozytowymi

Lublin 2016

Wzmacnianie elementów konstrukcji stalowych węglowymi taśmami kompozytowymi

# Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska Wydział Budownictwa i Architektury ul. Nadbystrzycka 40 20-618 Lublin Maciej Kowal

# Wzmacnianie elementów konstrukcji stalowych węglowymi taśmami kompozytowymi



Recenzenci: dr hab. inż. Piotr Lacki, prof. Politechniki Częstochowskiej dr hab. inż. Stanisław Fic, prof. Politechniki Lubelskiej

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2016

ISBN: 978-83-7947-217-8

Wydawca:	: Politechnika Lubelska	
	ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin	
Realizacja:	Biblioteka Politechniki Lubelskiej	
	Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej	
	ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin	
	tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl	
	www.biblioteka.pollub.pl	
Druk:	TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak	
	www.agencjatop.pl	

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL <u>www.bc.pollub.pl</u> Nakład: 80 egz.

# Spis Treści

Wykaz oznaczeń	9
Streszczenia	12
Wstęp	14
1. Wprowadzenie	15
1.1. Metody wzmacniania konstrukcji stalowych	15
1.2. Połączenia klejowe i materiały kompozytowe	16
1.3. Taśmy kompozytowe do wzmocnień konstrukcji	17
1.4. Zalety stosowania kompozytów FRP we wzmacnianiu konstrukcji	
stalowych	17
2. Stan wiedzy w dziedzinie wzmacniania konstrukcji stalowych	
kompozytami FRP	22
2.1. Wstęp	22
2.2. Przygotowanie podłoża pod klejenie	22
2.3. Wytrzymałość złącza	25
2.4. Obszary możliwych aplikacji wzmocnienia	26
2.5. Cel i założenia pracy	27
3. Założenia i program badań własnych	29
3.1. Wstęp	29
3.2. Założenia pomiarowe	30
3.3. Materiały użyte w badaniach	31
3.4. Program badań	31
3.4.1. Etap pierwszy	31
3.4.2. Etap drugi	33
3.4.3. Etap trzeci	34
4. Wyniki badań laboratoryjnych	
4.1. Wyniki pierwszego etapu	39
4.2. Wyniki drugiego etapu	40
4.3. Wyniki trzeciego etapu	42
4.3.1. Sposoby zniszczenia próbek	43
4.3.2. Wytrzymałość układu stal-klej-taśma	46
4.3.3. Zachowanie złącza	52
4.3.4. Efektywna długość zakotwienia	60
4.3.5. Efektywność układu wzmocnienia	61
4.3.6. Wnioski z uzyskanych wyników	70

5. Analiza teoretyczna złącz klejowych pomiędzy stalą a kompozytami	
FRP	71
5.1. Złącza i wzmocnienia jednostronne	71
5.2. Wzmocnienia obustronne i złącza z obustronną nakładką	76
5.3. Wzmocnienia belek na zginanie	79
5.4. Analiza wytrzymałości złącza wzmocnienia zginanej belki stalowej	
wykonana przez Autora	84
5.4.1. Różniczkowe równanie zadania o wykresie naprężeń ścinających	
w skleinie	86
5.4.2. Różniczkowe równanie zadania o wykresie naprężeń	
odrywających w skleinie	91
5.4.3. Równanie ogólne naprężeń ścinających w skleinie	93
5.4.4. Równanie ogólne naprężeń odrywających w skleinie	94
5.4.5. Wprowadzenie warunków brzegowych do wzorów ogólnych	95
5.5. Porównanie wyników teoretycznych z uwzględnieniem zróżnicowania	
geometrii wzmocnienia i właściwości materiałowych. Porównanie	
wyników laboratoryjnych z analizą matematyczną10	07
5.6. Wnioski z analizy teoretycznej12	22
6. Analiza numeryczna12	24
6.1. Wstęp12	24
6.2. Model numeryczny 12	25
6.3. Wyniki analiz numerycznych12	27
6.3.1. Zgodność wyników modelu MES z laboratoryjnymi12	27
6.3.2. Badania parametryczne12	29
6.3.3. Porównanie wykresów naprężeń po długości skleiny z pomiarów	
tensometrycznych, analizy matematycznej i analizy numerycznej 13	31
6.3.4. Zgodność wyników analizy MES z pomiarami laboratoryjnymi	
i analizą matematyczną13	33
6.4. Wnioski z przeprowadzonej analizy obliczeniowej MES13	35
7. Podsumowanie i wnioski13	36
Literatura13	39
Wykaz ilustracji15	56
Wykaz wykresów15	57
Wyley fotografii	~ ~
wykaz lotografii	60

# Table of contents

List of notations	9
Abstracts	.12
Preface	.14
1. Introduction	.15
1.1. Methods for strengthening steel structure	.15
1.2. Adhesive bonds and composite materials	.16
1.3. Composite tapes for strengthening	.17
1.4. Advantages of FRP composites in strengthening steel structures	.17
2. State of the art in the field of strengthening of steel structures by FRP	
composites	.22
2.1. Introduction	.22
2.2. Substrate preparation for bonding	.22
2.3. Bond strength	.25
2.4. Areas of possible strengthening application	.26
2.5. Aims of work	.27
3. Assumptions and laboratory tests program	.29
3.1. Introduction	.29
3.2. Measuring assumptions	.30
3.3. Materials used in labratory tests	.31
3.4. Laboratory tests program	.31
3.4.1. The first stage	.31
3.4.2. The second stage	.33
3.4.3. The third stage	.34
4. The results of laboratory tests	.39
4.1. The results of the first stage	. 39
4.2. The results of the second stage	.40
4.3. The results of the third stage	.42
4.3.1. Failure modes	.43
4.3.2. The strength of steel–adhesive–tape structure	.46
4.3.3. Bond behavior	.52
4.3.4. Effective bond length	.60
4.3.5. The effectiveness of the strengthening	.61
4.3.6. The conclusions of the results	.70

5. Theoretical analysis of adhesive joints between the steel and FRP
composites71
5.1. Single lap joints
5.2. Double lap joints76
5.3. Flexural strenthening of beams79
5.4. Analysis of bond strength of strengthened steel beam in bending made
by the author
5.4.1. Differential equation of shear stress in the adhesive bond
5.4.2. Differential equation of peel stress in the adhesive bond
5.4.3. The general equation of shear stress in the adhesive bond
5.4.4. The general equation of peel stress in the adhesive bond
5.4.5. The introduction of boundary conditions to the general formulas95
5.5. Comparison of theoretical results, taking into account the bond end
geometry and material properties. Comparison of the laboratory
results and the mathematical analysis107
5.6. The conclusions of the theoretical analysis
6. Numerical analysis
6.1. Introduction
6.2. Numerical model
6.3. Numerical analysis results
6.3.1. Comparison of the FEM model and the laboratory results
6.3.2. Paramaetric research
6.3.3. Comparison of the laboratory measured, mathematical analysis
and numerical analysis stresses graphs
6.3.4. Compliance FEM analysis of laboratory measurements and
mathematical analysis
6.4. Conclusions from the FEM analysis
7. Summary
Keterences
List of ingures
List of graphs
List of photographs
List of tables

### Wykaz oznaczeń

## Indeksy

- 1 –dotyczy elementu wzmacnianego lub górnego elementu sklejonego;
- 2 –dotyczy materiału wzmacniającego lub dolnego elementu sklejonego;
- a –dotyczy kleju;
- i –dotyczy i-tego elementu/próbki;
- FRP –dotyczy taśmy kompozytowej
- śr.m –wartość średnia miarodajna;
- 95%.m -wartość miarodajna z prawdopodobieństwem wystąpienia 95%;

# Duże litery łacińskie

$A_1$	-pole przekroju poprzecznego górnego elementu wzmacnianego;			
$A_2$	-pole przekroju poprzecznego dolnego elementu wzmacniającego;			
$B_1 - B_{10}$	-stałe całkowania;			
$C_1 - C_4$	-stałe całkowania;			
E	–moduł sprężystości;			
Ea	–moduł sprężystości kleju;			
E <sub>FRP</sub>	-moduł sprężystości taśmy CFRP;			
$E_z$	-moduł Younga przekroju zespolonego;			
$E_zI_z$	-sztywność na zginanie przekroju zespolonego;			
$E_1$	-moduł sprężystości górnego elementu sklejonego lub wzmacnianego			
_	lub stali;			
E <sub>2</sub>	<ul> <li>moduł sprężystości dolnego elementu sklejonego lub wzmacniającego lub taśmy CFRP;</li> </ul>			
G	-moduł Kirchhoffa lub szybkość uwalniania energii pęknięcia;			
Ga	–moduł Kirchhoffa kleju;			
$I_1$	<ul> <li>moment bezwładności względem osi x-x elementu wzmacnianego lub stalowego;</li> </ul>			
$I_2$	<ul> <li>moment bezwładności względem osi x-x elementu wzmacniającego lub taśmy CFRP;</li> </ul>			
Iz	-moment bezwładności względem osi x-x przekroju zespolonego;			
L <sub>p</sub>	-długość taśmy wzmacniającej;			
Ĺ	-rozpiętość teoretyczna wzmocnionej belki;			
Lz	-długość zakotwienia;			
M; M(x)	)-moment zginający;			
$M_1; M_2$	-momenty zginające w elementach sklejonych;			
$M_{T}$	-całkowity moment zginający oddziałujący na wzmocniony przekrój;			
N <sub>0</sub>	–siła rozciągająca w skleinie;			
Ν	–siła normalna;			
Р	-siła skupiona oddziałująca na elementy sklejone;			
F	-wartość siły;			
$F_N$	-siła niszcząca;			
Q	-szukana minimalna wartość sumy kwadratów różnic;			

R <sub>d</sub>	–nośność;
R <sub>pom</sub>	-błąd pomiaru;
$\frac{R_{pom.95}}{\overline{D}}$	-wartosc błędu pomiaru z prawdopodobienstwem wystąpienia 95%;
R <sub>pom</sub>	-wartość średnia błędu pomiaru;
V	-siła poprzeczna;
V <sub>T</sub>	<ul> <li>–całkowita siła poprzeczna oddziałująca na wzmocniony przekrój;</li> </ul>
X	-parametr;
$X_{d,i}$	–projektowa wielkość materiałów użytych do wzmacniania albo
-	istniejących materiałów;
Z <sub>α</sub>	<ul> <li>moduł przekroju plastycznego, zależący od stopnia uplastycznienia przekroju od ściskania i rozciągania bisymetrycznego dwuteownika;</li> </ul>
Małe lit	ery łacińskie
а	–odległość od osi podparcia do początku taśmy wzmacniającej;
a <sub>d,i</sub>	<ul> <li>–nominalna wartość i–tych geometrycznych parametrów modelowych:</li> </ul>
b	-odległość od osi podparcia do punktu przyłożenia siły lub szerokość
U	skleiny:
<b>b</b> <sub>a</sub>	-szerokość skleiny;
$b_1$	-szerokość elementu wzmacnianego lub półki belki stalowej;
$b_2$	-szerokość elementu wzmacniającego lub taśmy kompozytowej;
h	-wysokość przekroju stalowego;
k <sub>kor</sub>	–współczynnik korygujący;
m	-stosunek modułu sprężystości kompozytu do modułu sprężystości
	stali;
$m_{1-}m_3$	-współczynnik;
n	–liczba próbek w populacji;
$n_{1,} n_{2}$	-współczynniki;
q; q(x)	-obciążenie równomiernie rozłożone oddziałujące na belkę;
t <sub>a</sub>	–grubość skleiny;
t <sub>FRP</sub>	–grubość taśmy kompozytowej;
t <sub>w</sub>	–grubość środnika;
$t_1$	-grubość półki dwuteownika lub górnego elementu sklejanego;
$t_2$	-grubość taśmy CFRP lub dolnego elementu sklejanego;
u	-przemieszczenie w kierunku poziomym;
t <sub>1</sub>	-przemieszczenie poziome dolnej krawędzi elementu wzmacnianego;
t <sub>2</sub>	-przemieszczenie poziome górnej krawędzi elementu wzmacniającego;
W	-przemieszczenie w kierunku pionowym;
х	–odległość od początku skleiny;
У	-odległość od środka ciężkości przekroju do zewnętrznej krawędzi;

### Duże litery greckie

- $\Delta_l$  –odległość pomiędzy kolejnymi tensometrami;
- $\Delta_s$  –ostateczne odkształcenie w środku rozpiętości;
- Δε –różnica odkształceń postaciowych pomiędzy przyległymi tensometrami;

### Małe litery greckie

<ul> <li>–współczynniki efektywnego pola powierzchni na ścinanie;</li> </ul>
-współczynnik;
-odkształcenie ścinające w kleju;
<ul> <li>–częściowy współczynnik i–tego materiału i produktu;</li> </ul>
<ul> <li>–częściowy współczynnik bezpieczeństwa;</li> </ul>
<ul> <li>–częściowy współczynnik konstrukcji stalowej;</li> </ul>
-odchylenie standardowe;
<ul> <li>–odkształcenie na dolnej krawędzi elementu wzmacnianego/górnego lub pierwszym tensometrze;</li> </ul>
<ul> <li>–odkształcenie na górnej krawędzi elementu wzmacniającego/dolnego lub drugim tensometrze;</li> </ul>
-odkształcenie postaciowe odczytane tensometrem przy sile P;
<ul> <li>–odkształcenie postaciowe odczytane tensometrem przy sile P na próbce referencyjnej;</li> </ul>
-odkształcenie postaciowe odczytane tensometrem przy sile 70kN;
<ul> <li>–odkształcenie postaciowe odczytane tensometrem przy sile 70kN na próbce referencyjnej;</li> </ul>
-współczynnik zmienności lub współczynnik lub wartość odciętej;
-współczynnik
-współczynnik Poissona;
-maksymalne naprężenie odrywające;
<ul> <li>–naprężenie odrywające przy sile niszczącej;</li> </ul>
–naprężenie odrywające;
–naprężenie ścinające;
-maksymalne naprężenie ścinające;
<ul> <li>–naprężenia ścinające przy sile niszczącej;</li> </ul>
–naprężenia ścinające;
21 · · · 1

### Ważniejsze skróty

FRP	-ang. Fibre Reinforced Polymers-polimery wzmocnione włóknami;
CFRP	-ang. Carbon Fibre Reinforced Polymers-polimery wzmocnione

włóknami węglowymi;

#### Streszczenia

# Wzmacnianie elementów konstrukcji stalowych węglowymi taśmami kompozytowymi

W pracy przedstawiono szeroki przegląd literaturowy z zakresu wzmacniania konstrukcji stalowych przyklejonymi materiałami kompozytowymi. Autor przeprowadził badania własne, w zakres których wchodziły badania laboratoryjne o szerokim zakresie pomiarów, badania teoretyczne oraz badania numeryczne. Celem niniejszych poszukiwań było potwierdzenie możliwości stosowania doklejanych elementów kompozytowych FRP do elementów stalowych jako metody odpowiedniej do podnoszenia nośności konstrukcji stalowych. Kolejnym celem było określenie wpływu zmian parametrów wzmocnienia na jego nośność.

W trakcie własnych badań laboratoryjnych zbadano m.in. wpływ przyklejenia taśmy kompozytowej na podniesienie nośności wzmacnianych dwuteowników.

W badaniach analitycznych określono wzory na naprężenia ścinające i odrywające w skleinie pomiędzy stalową belką wzmocnionej przyklejoną taśmą kompozytową. Rozwiązanie naprężeń ścinających użyte w niniejszej rozprawie zakłada pewne uproszczenia, jednakże pozwoliło na uzyskanie stosunkowo prostych wyrażeń na wartości naprężeń na długości skleiny.

W przeprowadzonej analizie MES oczekiwano uzyskania wyników odkształceń postaciowych i naprężeń w zginanej belce, które pozwolą na potwierdzenie zgodności analizy numerycznej z wynikami laboratoryjnymi oraz wynikami z analizy teoretycznej.

Wyniki badań zawarto we wnioskach.

# Strengthening of steel construction elements with carbon composite strips

The paper presents a broad overview of the literature in the field of steel structures strengthening by bonding composite materials. The author conducted own research, included laboratory testing of a wide range of measurements, theoretical research and numerical studies. The purpose of this research was to confirm the possibility of bonding FRP composite materials for steel elements as a method suitable for capacity improving. Another objective was to determine the impact of strengthening parameter changes to its capacity.

During laboratory research, among others, influence on increase the capacity of FRP composite bonding to steel I-beams was examined.

The analytical studies identified patterns in the shear and peel stresses in adhesive bond between the reinforced steel beam and the composite FRP strip. Shear stress solution derived in paper implies some simplifications, however, allowed to obtain relatively simple expressions for the stress on the length of the adhesive layer.

In the FEM analysis expected results of strains and stresses in the bending beam, which will allow for confirmation of compliance of numerical analysis results, laboratory tests results and theoretical analysis results.

The research findings are included in the summary.

# Wstęp

Obiekty mostowe i przemysłowe to w części konstrukcje metalowe, z czasem podlegające degradacji, a nawet zniszczeniu. Wiele takich konstrukcji użytkowanych obecnie to obiekty ponad półwieczne, a nawet starsze.

Mosty metalowe to obiekty zarówno kolejowe, drogowe oraz kładki. Ich ustroje niosące stanowią kratownice, blachownice lub łuki, ale również pomosty ortotropowe czy ustroje zespolone stalowo-betonowe. Wśród konstrukcji przemysłowych występują głównie słupy, dźwigary blachownicowe i kratowe, wieże, maszty i kominy.

Część konstrukcji mostowych wymaga wzmocnienia. Wynika to z trwającego na przestrzeni lat wzrostu wartości obciążeń użytkowych oraz obniżenia nośności obiektów. Spadek nośności wynika z osłabienia przekrojów elementów konstrukcyjnych pod wpływem warunków atmosferycznych w długiej perspektywie czasu, niedostatecznej konserwacji, nieprawidłowego utrzymania oraz z powodu wandalizmu.

Niejednokrotnie obniżenie właściwości eksploatacyjnych dotyczy konkretnych elementów konstrukcji, co powoduje, że bardziej ekonomiczna może okazać się naprawa lub wzmocnienie, zamiast wymiany całej konstrukcji. W przypadku mostu, remont może okazać się bardziej atrakcyjny ze względów społecznych, bowiem może być prowadzony jedynie przy ograniczeniu eksploatacji. Dzięki powyższemu, zakłócenie użytkowania i koszty społeczne mogą być znacznie ograniczone.

Praca przedstawia wyniki badań własnych autora, w tym literaturowych, laboratoryjnych i analitycznych, mających na celu potwierdzenie przydatności stosowania materiałów kompozytowych CFRP (ang. Carbon Fibre Reinforced Polymers) jako odpowiednich do wzmacniania konstrukcji stalowych. Praca opisuje również badania wpływu różnych parametrów wzmocnienia na nośność układu stal-klej-kompozyt FRP. Przedstawione w niniejszym utworze wyniki badań są wynikiem prac wykonanych w ramach rozprawy doktorskiej autora, a treść niniejszej pracy jest esencją treści tej rozprawy.

# 1. Wprowadzenie

### 1.1. Metody wzmacniania konstrukcji stalowych

Konstrukcja wymaga wzmocnienia w momencie, gdy nie przenosi zakładanych momentów zginających lub przekroczone zostają dopuszczalne siły poprzeczne.

Projektowanie wzmocnień konstrukcji mostowych jest ważną dziedziną działalności inżynierskiej. Konwencjonalne techniki wzmocnienia to m.in. wycięcie i wstawienie nowego elementu, zwiększenie przekrojów konstrukcji ze stali trudno spawalnych przez stosowanie nakładek z blachy stalowej przymocowanej na śruby sprężające lub nity, zwiększenie przekrojów konstrukcji ze stali spawalnych przez przyspawanie blach nakładkowych, wymiana nitów na śruby sprężające, zewnętrzne sprężenie czy stosowanie konstrukcji linowo– rozporowych. Ich stosowanie może jednak okazać się mało opłacalne lub technicznie trudne do wykonania. W zależności od gabarytów wzmacnianej konstrukcji, ciężar własny może poprzez wzmocnienie zostać znacząco zwiększony. Mogą wystąpić również zakłócenia schematów statycznych elementów, a układ wzmocnienia może być trudny do montażu. Wzmocnienie może być również podatne na korozję i zmęczenie, przez co uzyskany efekt ostateczny, może nie być w pełni zadowalający.

Obok wprowadzenia materiałów kompozytowych do wzmacniania podpór, zwłaszcza słupowych, trudno jest przejść obojętnie. Owinięcie słupów matami kompozytowymi zwiększa znakomicie nośność konstrukcji betonowej, wielokrotnie podnosząc jej nośność graniczną [1–8]. Prowadzone na świecie badania pokazują dużą efektywność wzmocnienia kolumn stalowych poprzez owinięcie matami kompozytowymi na ściskanie osiowe. Wzrost nośności na ściskanie osiowe może być nawet dwukrotny [9–12]. Owinięcie kolumny może również podnieść jej sztywność, co jest zwłaszcza pożądane w warunkach obciążeń sejsmicznych [13].

Rozwój materiałów kompozytowych FRP (Fibre Reinforced Polymers) –polimerów wzmacnianych włóknami i ich aplikacji w przemyśle lotniczym w ostatnim ćwierćwieczu pokazał, że materiały te wytrzymują ciężkie warunki atmosferyczne oraz wysokie wartości obciążeń.

Materiały kompozytowe z polimerów wzmocnionych włóknami węglowymi (CFRP), są obiecującą alternatywą do konwencjonalnych technik wzmacniania konstrukcji stalowych. Kompozyty CFRP są odporne na korozję, charakteryzuje je niska gęstość oraz wysoka wytrzymałość na rozciąganie. Doklejanie elementów kompozytowych charakteryzuje się wieloma zaletami, wśród których najważniejsza to prostota i łatwość aplikacji.

W ostatnim dwudziestoleciu, użycie materiałów kompozytowych we wzmacnianiu konstrukcji, poskutkowało atrakcyjną technologią w inżynierii lotniczej oraz konstrukcyjnej (przy wzmacnianiu konstrukcji betonowych, murowych i drewnianych). [14] Sukcesywnie rośnie liczba aplikacji kompozytów przy podnoszeniu nośności mostów stalowych. W Polsce, jako pierwszy metalowy, wzmocniony został most przez Wisłę w Chełmnie. [15]

W Europie pionierem wzmacniania mostów metalowych kompozytami jest Wielka Brytania. Wśród wzmocnionych konstrukcji mostowych w Wielkiej Brytanii sa m.in.: Tickford Bridge (z 1810 roku) niedaleko Newport Pagnell, najstarszy używany drogowy most żelazny na Świecie [16]; Hythe Bridge (1861) nad rzeka Tamiza [17]; Slattocks Canal Bridge (1936) niedaleko Rochdale; wiadukt w ciagu New Moss Road w Brystolu; mosty nad Redmile Canal [18]; Underbridge D65A w Acton w Londynie-wiadukt z drewnianym pokładem i stalowymi dźwigarami, który jest częścią infrastruktury londyńskiego metra [19]; kolejowy most King Street Bridge w Mold w Walii [20]; most Bid Road Bridge (1876) w Hildenborough w Kent; wiadukt drogowy nad koleją, Bow Road Bridge (1850) w East London; wiadukt drogowy Linney Lane Rail Bridge nad linią kolejową w Oldham; trzyprzesłowy wiadukt drogowy Hammersmith Bridge (1860-80) nad linia kolejowa i linia metra w Londynie; wiadukt nad koleja Waterloo Bridge (1848) w Liverpoolu; wiadukt kolejowy Newcastle High Level Bridge (1849) w Newcastle przez rzekę Tyne [21]; wiadukt drogowy Maunders Road Bridge (1870) nad linia kolejowa w Stoke on Trent [22]; wiadukt Bridge EL31 na stacji londyńskiego metra Surrey Quays [23]. We Włoszech wzmocniona została żelazna kładka dla pieszych Ponte de la Corona (1851) w Wenecji [16]. W literaturze można spotkać również informacje o wzmocnieniu kilku stalowych obiektów w USA. Są to mosty drogowe o konstrukcji zespolonej-Christina Creek Bridge, Ashland Bridge oraz 7838.5S092 Bridge w stanie Delaware [24].

Przyklejanie zewnętrznego zbrojenia w postaci kompozytowych taśm i mat oraz stosowanie opasania kompozytowego podpór słupowych, można zaliczyć do rozwiązań najnowszej generacji w skali światowej, jednakże nadal poznanej w niedostatecznym zakresie.

#### 1.2. Połączenia klejowe i materiały kompozytowe

Na podstawie badań Blumera, wynalazcy żywic epoksydowych (1930 r.), zapoczątkowano technikę klejenia elementów konstrukcyjnych. Produkcję przemysłową klejów na bazie żywic epoksydowych jako pierwsze podjęły zakłady CIBA w Szwajcarii w 1946 r. W Polsce żywice epoksydowe używane są od latach pięćdziesiątych dwudziestego wieku [25].

Początkowo, kleje na bazie żywic epoksydowych do łączenia konstrukcji stosowano w przemyśle lotniczym. Pierwszego zastosowania klejenia w obiekcie mostowym dokonano w 1963 r. w Polsce [26]. Od 1966 roku kleje epoksydowe wykorzystywano do uzupełnienia zbrojenia w mostach betonowych przez zewnętrzne doklejanie stalowych płaskowników [27, 28]. Od ostatniego dziesięciolecia XX wieku ważną pozycję we wzmacnianiu konstrukcji mostowych sukcesywnie zyskują materiały kompozytowe [15, 29–31].

#### 1.3. Taśmy kompozytowe do wzmocnień konstrukcji

Taśmy kompozytowe stosowane do wzmacniania konstrukcji, składają się z reguły z jednokierunkowo ułożonych włókien w matrycy klejowej. Nieodłączną cechą tej struktury jest anizotropia. Taśmę kompozytową w różnych kierunkach charakteryzuje inna sztywność i wytrzymałość. Sztywność i wytrzymałość w kierunku podłużnym są bardzo wysokie, a w kierunku poprzecznym dużo słabsze. Moduł sprężystości jednokierunkowego laminatu w kierunku poprzecznym jest jedynie dwa, trzy razy większy niż moduł samej matrycy klejowej. Podobnie jest z wytrzymałością, która w niektórych przypadkach bywa nawet niższa [32]. Wyróżnia się trzy główne typy taśm kompozytowych–CFRP (ang. Carbon Fibre Reinforced Polymers–taśmy węglowe), GFRP (ang. Glass Fibre Reinforced Polymers–taśmy szklanymi), AFRP (ang. Aramid Fibre Reinforced Polymers–taśmy aramidowe).

Zniszczenie wzmocnienia konstrukcjach betonowych zachodzi głównie w betonie z powodu jego niskiej wytrzymałości na rozciąganie. Uszkodzenie kohezyjne w warstwie kleju, odspojenie adhezyjne wzdłuż powierzchni styków klej-kompozyt lub stal-klej, rozwarstwienie taśmy FRP, to możliwe formy zniszczenia, które należy rozpatrzyć przy projektowaniu wzmocnienia konstrukcji metalowej. Różnorodność możliwych postaci zniszczenia i niepełna wiedza w obszarze zachowania materiałów kompozytowych przyklejonych do stali, wymusza wykonanie większej ilości badań, zanim możliwe stanie się szerokie wprowadzenie technologii do stosowania w praktyce.

# 1.4. Zalety stosowania kompozytów FRP we wzmacnianiu konstrukcji stalowych

Kompozyty FRP mają wiele zalet w stosunku do stali, w tym wyższy stosunek wytrzymałość-masa. Powoduje to łatwość transportowania i aplikacji materiału, wpływając na krótszy czas wbudowania i krótsze zakłócenia w użytkowaniu konstrukcji, przez co minimalizowane są ekonomiczne straty spowodowane ograniczeniem użytkowania obiektu. Składniki materiałów kompozytowych FRP mogą być również dostarczane oddzielnie z możliwością kształtowania do ostatecznej formy w miejscu wbudowania. Jest to tzw. proces nakładania na mokro, który zezwala na użycie FRP na zakrzywionych i nieregularnych powierzchniach, w których aplikacja płyt stalowych może być niezmiernie wymagająca lub wręcz niemożliwa.

Przyklejanie kompozytów FRP jest obiecującą metodą szczególnie we wzmacnianiu konstrukcji wrażliwych na zmęczenie. Metody tradycyjne, takie jak dospawanie stalowych taśm/płyt, mają wady w postaci występowania

naprężeń spawalniczych osłabiających wytrzymałość zmęczeniową. Elementy metalowe również mogą być przyklejane zamiast FRP jednakże, aby charakteryzować się tą samą wytrzymałością na rozciąganie co taśmy FRP, muszą mieć dużo większą grubość, a więc wyższą sztywność na zginanie. Powoduje to występowanie wyższych wartości naprężeń odrywających w kleju pomiędzy stalową taśmą a stalowym podłożem elementu wzmacnianego. Naprężenia te są główną przyczyną odspojenia elementu wzmacniającego, więc muszą być zminimalizowane w układzie wzmocnienia. Wyższa masa elementów stalowych, w porównaniu do FRP, wymaga również użycia więcej sprzętu i jest bardziej pracochłonna. Z tego powodu, stal staje się mniej atrakcyjna od kompozytów FRP jako materiał do wzmocnień.

Nośność projektowanego kompozytu FRP, wzmacniającego element metalowy można wyrazić w następujący sposób [16, 33]:

$$R_{d} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R\{X_{d,i}; a_{d,i}\} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R\{\eta \frac{X_{k,i}}{\gamma_{m,i}} X_{d,i}; a_{d,i}\}$$
(1.1)

gdzie:

R/*]*-funkcja określonego modelu mechanicznego (np. zginania, ścinania itp.),  $\gamma_{Rd}$ -częściowy współczynnik bezpieczeństwa założonego modelu.

Argumenty funkcji R{} są typowymi, projektowymi wielkościami  $X_{d,i}$  materiałów użytych do wzmacniania albo istniejących materiałów i nominalnych wartości  $a_{d,i}$  (i–tych geometrycznych parametrów modelowych). W dodatku  $\eta$  jest współczynnikiem zmienności,  $\gamma_{m,i}$  jest częściowym współczynnikiem i–tego materiału i produktu.

Częściowy współczynnik konstrukcji stalowej ( $\gamma_s$ ) należy przyjmować zgodnie z odpowiednimi normami projektowania, natomiast w przypadku kompozytów zgodnie z tab.1.1, a klejów zgodnie z tab.1.2. W celu uwzględnienia różnych modeli nośności w stanach granicznych nośności należy przyjmować współczynniki bezpieczeństwa zgodnie z tab.1.3 [16, 33].

N	r Rodzaj kompozytu	Typ aplikacji A <sup>1)</sup>	Typ aplikacji B <sup>2)</sup>
1	Wszystkie	1,10	1,25
1)	Zastosowanie materiałów kompe łupin, paneli itp., wyprodukow	ozytowych w formie prefabr wanych pod stałą kontrola	ykatów, np.: taśm, kształtek, ą jakości w powtarzalnych

Tabela 1.1. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa kompozytów [na podstawie 16, 33]

<sup>2)</sup> Zastosowanie materiałów laminowanych *in situ* w różnych, miejscowych warunkach, pod

kontrolą jakości odpowiedniej do robót terenowych

Nr	Rodzaj kompozytu	Typ aplikacji A <sup>1)</sup>	Typ aplikacji B <sup>2)</sup>
1	Wszystkie	1,20	1,50
	<sup>1)</sup> Zastosowanie materiałć kształtek, łupin, pan w pow	ów kompozytowych w formie eli itp., wyprodukowanych po rtarzalnych warunkach przemy	prefabrykatów, np.: taśm, d stałą kontrolą jakości /słowych
2)	Zastosowanie materiałów pod kontrol	laminowanych in situ w różny ą jakości odpowiedniej do rob	ch, miejscowych warunkach, ót terenowych

Tabela 1.2. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa klejów [na podstawie 16, 33]

Tabela 1.3. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa SGN(ULS) [na podstawie 16, 33]

Nr	Nośność (model)	$\gamma_{ m Rd}$
1	Zginanie / zginanie i obciążenie osiowe	1,00
2	Ścinanie / skręcanie	1,00
3	Rozwarstwienie (delaminacja)	1,20
4	Zmęczenie	1,20

Konstrukcje stalowe są wrażliwe na negatywne działania środowiska (o wiele bardziej od konstrukcji betonowych, drewnianych czy murowanych) i należy fakt ten uwzględniać w projektowaniu wzmacniania. Do najważniejszych skutków środowiskowych można zaliczyć redukcję właściwości mechanicznych (wytrzymałość, moduł sprężystości) w warunkach zasadowych, w ekstremalnych temperaturach, przy promieniowaniu UV, przy częstych cyklach zamrażania i odmrażania. Współczynniki przedstawiono w tab. 1.4 [16, 33].

Tabela 1.4. Współczynnik redukcyjny  $\eta_a$ z uwagi na środowisko [na podstawie 16, 33]

Nr	Rodzaj ekspozycji	Typ kompozytu / kleju	Współczynnik $\eta_a$
1		szklany / epoksydowy	0,75
2	Wewnątrz	aramidowy / epoksydowy	0,85
3		węglowy / epoksydowy	0,95
4		szklany / epoksydowy	0,65
5	Na zewnątrz	aramidowy / epoksydowy	0,75
6		węglowy / epoksydowy	0,85
7		szklany / epoksydowy	0,50
8	Środowisko agresywne	aramidowy / epoksydowy	0,70
9		węglowy / epoksydowy	0,85

Wartości współczynnika redukcyjnego  $\eta_a$ , przedstawionego w tab. 1.4, mogą być zwiększone do 10% w przypadku stosowania warstw ochronnych.

Z uwagi na zmienność cykliczną obciążeń ruchomych na mostach proponuje się również stosować współczynnik redukcyjny  $\eta_I$ , przedstawiony w tab. 1.5 [16, 33].

Wytrzymałość stali jest wyższa od wytrzymałości typowych klejów stosowanych we wzmacnianiu konstrukcji. Powoduje to różnorodność możliwych postaci zniszczenia. Podstawowymi formami zniszczenia są uszkodzenia kohezyjne w warstwie kleju albo uszkodzenia adhezyjne (odspojenie) wzdłuż powierzchni styków klej-kompozyt lub klej-stal. W związku z niewielką dostępną liczbą wyników doświadczeń oraz ograniczoną wiedzą w dziedzinie zachowania się materiałów kompozytowych przyklejonych do stali, niezbędne jest dalsze prowadzenie dogłębnych studiów teoretycznych i badań doświadczalnych [33].

Tabela	1.5.	Współczynnik	redukcyjny	$\eta_I$	Z	uwagi	na	efekt	cyklicznych	obciążeń	[na
		podstawie 16,	33]								

Nr	Rodzaj obciążenia	Typ kompozytu / kleju	Współczynnik $\eta_l$
1		szklany / epoksydowy	0,30
2	Stałe (skurcz i pełzanie, relaksacia)	aramidowy / epoksydowy	0,50
3	Totakbaoja)	węglowy / epoksydowy	0,80
4	Zmienne (zmęczenie)	wszystkie	0,50

Przyglądając się wynikom badań wykonywanych na świecie oraz polegając na ocenie zachowania się połączeń materiałów kompozytowych przyklejonych do stali, możliwe jest określenie rzeczywistych form zniszczenia elementów stalowych wzmocnionych przyklejonymi materiałami kompozytowymi FRP. Wzmocnione elementy poddawano badaniom pod działaniem sił ściskających, rozciągających i zginających. Do badań wykorzystywano następujące typy elementów próbnych [33]:

- a) typ 1: obciążenie przekazywane jest bezpośrednio na stal i CFRP. Służą do określenia naprężeń ścinających i rozciągających, wywołanych przez zginanie (odwzorowanie wzmacniania belek dwuteowych),
- b) typ 2: obciążenie bezpośrednio przyłożone do stali, skąd siła przekazywana jest na CFRP. Próbki służą badaniu efektywności wzmocnienia,

- c) typ 3: obciążenie bezpośrednio przekazane na element stalowy, który połączony jest z drugim elementem stalowym za pomocą kompozytu, pomiędzy elementami stalowymi występuje szczelina. Zwyczajowo jest to złącze z obustronnie przyklejonymi nakładkami. Ten typ próbek służy do badania połączeń pomiędzy stalą i kompozytem CFRP,
- d) typ 4: obciążenie bezpośrednio przyłożone do CFRP.

W stanie granicznym występowały poniższe postacie zniszczenia wzmocnienia [33]:

- a) zniszczenie adhezyjne na granicy stal-klej,
- b) zniszczenie kohezyjne (wewnątrz kleju),
- c) zniszczenie adhezyjne na granicy CFRP-klej,
- d) rozwarstwienie wewnątrz kompozytu (delaminacja CFRP),
- e) zerwanie CFRP,
- f) płynięcie stali.

# 2. Stan wiedzy w dziedzinie wzmacniania konstrukcji stalowych kompozytami FRP

# 2.1. Wstęp

Wykorzystanie materiałów kompozytowych FRP do wzmacniania konstrukcji żelbetowych, murowanych i drewnianych okazało się metodą skuteczną i relatywnie niedrogą. Kolejnym etapem jest sprawdzenie wpływu materiałów kompozytowych FRP na wzmacnianie konstrukcji stalowych.

W literaturze można odnaleźć wiele wyników badań z zakresu wzmacniania doklejanymi materiałami FRP konstrukcji żelbetowych drewnianych i murowanych. Na ich podstawie oraz licznych zastosowań taśm, mat czy kształtowników FRP, stworzono wytyczne stosowania kompozytów FRP do wzmacniania konstrukcji. Liczba dostępnych wyników badań i aplikacji w zakresie wzmacniania konstrukcji metalowych lub zespolonych stalowobetonowych, w odniesieniu do konstrukcji betonowych jest znacząco mniejsza.

W przygotowaniu niniejszej pracy autor przeprowadził szeroki przegląd literatury w zakresie wzmacniania konstrukcji stalowych materiałami kompozytowymi FRP dostępnej w Polsce i na świecie. W literaturze światowej występują pozycje, w których dokonano przeglądu piśmiennictwa z omawianego obszaru [32, 34–39], jak również obejmujące zakresem konkretne przypadki badań laboratoryjnych lub analiz teoretycznych.

literaturze [40-43] można znaleźć również wstępne wytyczne W projektowania wzmocnienia konstrukcji stalowych materiałami kompozytowymi FRP. Prace te, wprowadzaja wskazówki do doboru, uszczegółowienia, instalacji przyklejonych zewnętrznie do konstrukcji i utrzymania metalowych kompozytów FRP. Nakreślaja zalety i wady metod wzmocnienia w aspekcie efektywności ekonomicznej oraz trwałości długoterminowej. Wytyczne kierowane sa do projektantów i wykonawców wzmocnień i moga być wykorzystane przez praktyków do aplikacji różnych materiałów FRP do wzmocnienia konstrukcji. Moga zostać użyte jako uproszczone narzędzia analityczne do określenia układu wzmocnienia, wymaganych właściwości materiałowych FRP oraz do przewidzenia zachowania wzmocnienia. Z upływem czasu, dostępne rozwiązania winny być weryfikowane i uaktualniane, zgodnie z dostępnością aktualnych wyników badań numerycznych, laboratoryjnych oraz z miejsca wbudowania.

# 2.2. Przygotowanie podłoża pod klejenie

Jednym z kluczowych etapów wzmacniania konstrukcji stalowych materiałami kompozytowymi jest przygotowanie powierzchni wzmacnianego elementu i materiału wzmacniającego do połączenia za pomocą klejenia.

W literaturze światowej opisano znaczenie tego etapu wzmacniania konstrukcji m.in. w pracach [44–48].

Zachowanie się złącza klejowego we wzmocnieniu konstrukcji stalowych jest inne niż w przypadku konstrukcji betonowych. Wysokie wartości naprężeń w warstwie kleju, w większości aplikacji wynikają z wymiarów kompozytu potrzebnego do wzmocnienia konstrukcji stalowych. W przypadku połączenia klejowego pomiędzy FRP a stalą, prawidłowe przygotowanie podłoża pod klejenie jest kluczowe, aby złącze było zdolne do przeniesienia naprężeń między warstwowych, aby w pełni wykorzystać wytrzymałość tych materiałów. Pierwszym z wyzwań, aby efektywnie stosować materiały FRP we wzmacnianiu konstrukcji metalowych jest wytrzymałość połączenia klejowego [44].

Jednym z typowych sposobów przygotowania powierzchni stalowej pod klejenie jest oczyszczenie mechaniczne (obróbka strumieniowo-cierna) poprzez piaskowanie. Harris i Beevers [47] badali wpływ zastosowania grysów do piaskowania o różnej średnicy na wytrzymałość początkową złącza klejowego oraz wytrzymałość próbek poddanych starzeniu w warunkach wody o temperaturze 60°C w okresie 12 tygodni. Badaniami potwierdzili, że grys o większej średnicy dał bardziej szorstką powierzchnię, jednakże, na ogół chropowate powierzchnie wykazywały niższą energię powierzchniową. Określili również, że piaskowanie powoduje zmiany chemiczne powierzchni, które wpływają na sprężystą energię powierzchniową. Pomimo wpływu piaskowania na wyższą wytrzymałość złącza w odniesieniu do powierzchni ścieranych, nie stwierdzili różnicy w wytrzymałości pomiędzy drobnym i grubym grysem.

Teoretycznym podejściem odnośnie wpływu szorstkości na energię powierzchniową zajmował się Packham [48], według którego mechaniczna teoria klejenia jest powiązana z klejeniem elementów do szorstkich powierzchni. Przyklejanie elementów do szorstkich powierzchni może być wydajne ze względu na wysoką wewnętrzną energię powierzchniową atomów na powierzchni chropowatej. Szorstkie powierzchnie pod wpływem obciążenia, mogą tak rozkładać naprężenia, aby zwiększyć rozproszenie energii w chwili zniszczenia złącza. Wzmocnienie powierzchni szczepnej, które jest wynikiem rosnącej chropowatości, może zmienić mechanizm zniszczenia.

# 2.3. Wytrzymałość złącza

Przy projektowaniu wzmocnienia elementów stalowych przyklejanymi materiałami kompozytowymi, priorytetowo winny być określone wytrzymałość złącza i możliwe postaci jego zniszczenia. W odróżnieniu od wzmacnianych przyklejanymi kompozytami konstrukcji betonowych, najsłabszym ogniwem we wzmocnionych kompozytami konstrukcjach stalowych, nie jest podłoże wzmacnianej konstrukcji, a klej. W związku z tym, bardzo ważne jest odpowiednie poznanie właściwości użytego do wzmocnienia kleju oraz jego współpracy z materiałem kompozytowym. Główną, ale nie jedyną postacią zniszczenia jest przekroczenie granicznych naprężeń w kleju, które powoduje odspojenie materiału wzmacniającego na powierzchni styku stal-klej. Innymi spotykanymi postaciami zniszczenia wzmocnionych materiałami kompozytowymi FRP konstrukcji stalowych, są zniszczenie kohezyjne (wewnątrz kleju), zniszczenie adhezyjne na granicy CFRP-klej, rozwarstwienie wewnątrz kompozytu CFRP, zwane delaminacją, zerwanie CFRP oraz płynięcie stali.

Naukowcy zaangażowani w badania dotyczące wzmacniania konstrukcji stalowych materiałami kompozytowymi, trwale poszukują rozwiązań pozwalających na uzyskanie trwałego układu wzmocnienia, o wysokiej wydajności.

Do podstawowych działań podnoszących wytrzymałość złącza klejowego należy możliwie maksymalne zminimalizowanie napreżeń w kleju pomiedzy stalą a kompozytem. W pracach [49, 50] wywnioskowano, że w złączu próbki wzmocnionej pojedyncza nakładka kompozytowa, koncentracja napreżeń ścinających i odrywających (lub odkształceń), występuje w obszarze końca nakładki wzmacniajacej. Możliwe jest ograniczenie tego zjawiska poprzez wykonanie wypływu kleju poza kompozyt. Rozważano kształty pełne i połowicznie trójkatne, pełne i połowicznie okragłe, okragłe z wypływem, owalne, kwadratowe i łukowe. Ograniczenie koncentracji naprężeń przypisano zdolności wypływu do przenoszenia pewnych naprężeń ścinajacych. W odróżnieniu do deformacji liniowej, która zmienia sie ze zmiana zaaplikowanego obciażenia, nieliniowe geometrycznie odkształcenie wpływa na kumulacje napreżeń (odkształceń) w kleju. W pracach [51, 52] można znaleźć numeryczne badania wpływu wypływu kleju i fazowania taśmy na naprężenia w skleinie i odkształcenia CFRP.

Innym sposobem podnoszenia wytrzymałości złącza klejowego pojedynczej nakładki wzmacniającej może być przerywanie warstwy kleju w obszarze końca złącza klejowego, co opisano w pracy [53]. W zbiorowej pracy [54] przedstawiono wpływ różnych kombinacji kompozytów na wytrzymałość wzmocnienia. Sztywność kompozytu i kleju miały dominujący wpływ na nośność wzmocnienia i postać zniszczenia.

Hollaway [55] opisał zalety i ograniczenia częściowo prefabrykowanych taśm CFRP oraz klejów używanych w inżynierii konstrukcyjnej. Rozważał typy włókien węglowych o bardzo wysokim i wysokim module sprężystości. Z jego badań wynika również, że pocienianie grubości kleju redukuje do minimum wpływy środowiskowe na odkryte powierzchnie kleju, podnosząc trwałość kleju. Uzyskanie grubości kleju poniżej 0,5mm w warunkach budowlanych jest jednakże praktycznie niemożliwe do osiągnięcia.

Stratford i Chen [56] zwrócili uwagę, że zmiana geometrii taśmy wzmacniającej jest odpowiednim sposobem na ograniczenie koncentracji naprężeń kleju na końcu skleiny. Uzyskali 20% ograniczenia naprężeń poprzez stopniowanie taśm.

Ograniczenie naprężeń ścinających o 25% i odrywających o 50% uzyskali poprzez fazowanie taśmy. Najbardziej efektywne w ograniczeniu naprężeń w kleju było odwrotne fazowanie, które spowodowało ograniczenie naprężeń ścinających na poziomie 50% a odrywających w przybliżeniu 75%. Jeżeli zmiana geometrii nie daje oczekiwanego ograniczenia naprężeń, należy zastosować mechaniczne klamry na końcach taśm.

Możliwym sposobem zwiększenia wydajności złącza może być złącze klejowe wykonane z różnych klejów [57]. Złącza takie mogą obniżyć koncentrację naprężeń, podnieść wytrzymałość złącza, obniżyć rozrzuty w wartościach wytrzymałości złącza oraz zmienić postać zniszczenia wzmocnienia.

Wzmacnianie konstrukcji stalowych przyklejonymi kompozytami FRP jest metodą dość nową i nie w pełni poznaną w odniesieniu do chociażby wzmacniania kompozytami konstrukcji betonowych. Ważnymi aspektami zachowania takiego wzmocnienia są narażenie na ciężkie warunki środowiskowe, starzenie złącza i obciążenia długotrwałe oddziałujące na wzmocnienie. Próby odwzorowania trudnych warunków środowiskowych i ich wpływu na wytrzymałość złącza przedstawione zostały w pracach [58–62] gdzie badano wytrzymałość złączy klejowych po ekspozycji w środowisku słonej wody, poddanych zmianom temperatury i wilgoci, poddanych wysokiej temperaturze, poddanych promieniowaniu UV i podniesionej temperaturze [63], rozpatrywano wpływ warunków utwardzania żywicy na ich wytrzymałość [64] oraz wpływ na wzmocnienie obniżonych temperatur [65].

Równie ważnym aspektem mającym wpływ na wytrzymałość i trwałość złącza jest efektywna długość zakotwienia. W literaturze nadal występuje niewiele opisanych badań traktujących o długości zakotwienia taśm lub mat CFRP do wzmacniania konstrukcji stalowych. Według dostępnych badań, w zależności od typu wzmocnienia efektywna długość zakotwienia jest zmienna. Badania analityczne i pomiary tensometryczne [24] dowiodły, że 98% wartości przekazywanych sił występuje na długości 100mm od końca taśmy CFRP. W pracy [66] efektywna długość zakotwienia określona została na 75mm, a w pracy [67] opisującej wzmocnione elementy zginane określona została poniżej 203mm. Zwiększanie długości zakotwienia poza wartość efektywną nie powoduje znaczącego zwiększenia wytrzymałości złącza klejowego [68].

Opóźnienie ścinania (ang. shear lag) w elemencie wzmocnionym poprzez doklejenie innego elementu opisuje zachowanie na końcach połączenia elementu rozciąganego, w którym część przekroju jest ze sobą połączona. Powierzchnia efektywna przenosząca rozciąganie może być mniejsza niż obliczone pole przekroju rozciąganego. Problem opóźnienia można rozwiązać wybierając długość połączenia, które mobilizuje całkowitą powierzchnię do przenoszenia obciążenia. Efekty opóźnienia ścinania na zachowanie wzmocnionej belki opisano w kilku pracach [67, 69–73]. Opóźnienie ścinania jest istotnym aspektem wyznaczania naprężeń w połączeniach klejowych przy użyciu równań różniczkowych równowagi. Jest ono jednak pomijane podczas analizowania fragmentu belki wzmocnionej za pomocą związków naprężenie-odkształcenie. Przez to, koncepcja płaskich przekrojów po odkształceniu jest poddawana w wątpliwość, w przypadku wzmacniania belek stalowych poprzez zewnętrzne przyklejenie materiałów kompozytowych, chociaż po analizie liniowych profili odkształceń zbadanych eksperymentalnie wzmocnionych belek, założenie pozostawania przekrojów płaskimi po odkształceniu, opisano jako prawidłowe [74].

### 2.4. Obszary możliwych aplikacji wzmocnienia

Wiedza w zakresie możliwości stosowania zewnętrznie przyklejonych materiałowych kompozytowych, jako wzmocnienia rośnie. Wśród pozycji literaturowych można spotkać pozycje opisujące badania wytrzymałości na zginanie pod obciążeniem statycznym stalowych belek o schemacie swobodnie podpartym. Dotyczą głównie trzy lub czteropunktowo zginanych belek o przekroju dwuteowym [75–82] oraz o przekroju rurowym prostokątnym [83]. Rozpatrywano również próby oceny wzmocnienia belki ciągłej [84]. Badano wpływ przyklejania wielu warstw jednokierunkowo tkanych mat CFRP na zwiększenie sztywności dwuteownika stalowego [85].

Innym aspektem wzmacniania konstrukcji stalowych na zginanie materiałami kompozytowymi jest wzmacnianie konstrukcji zespolonych stal-beton. Temat rozwija się sukcesywnie, jednakże dostępnych wyników badań jest stosunkowo niewiele, m.in. [10, 86–92].

Kolejnym obszarem wzmocnienia konstrukcji stalowych kompozytami poddawanym rozpoznaniu jest wzmacnianie na zmęczenie. Pękanie elementów konstrukcji stalowych pod wpływem cyklicznie zmieniających się obciążeń, to poważny problemem dotykający również konstrukcje mostowe. W literaturze można odnaleźć wyniki badań nad wzmocnieniem materiałami kompozytowymi na zmęczenie stalowych belek, płyt, prętów oraz złączy [93–111].

Wyboczenie jest kolejną z możliwych postaci zniszczenia elementów konstrukcji stalowych. Wysokie naprężenia lokalne powstają niejednokrotnie pod wpływem występowania obciążenia skupionego. Z powodu wysokich lokalnych naprężeń ściskających, lokalne wyboczenie może wpływać na cienkościenne elementy konstrukcji stalowych. Lokalnemu wyboczeniu tego rodzaju można zapobiec przez m.in. przyklejanie nakładek FRP. Wysokim lokalnym naprężeniom rozciągającym, również można zapobiec w ten sam sposób. Wzmacnianie konstrukcji stalowych materiałami kompozytowymi w tym obszarze wolno, ale sukcesywnie się rozwija. Poznana literatura opisuje między innymi wzmacnianie na lokalne wyboczenie środników belek [112–115], płyt stalowych [116] oraz zastrzałów z rur stalowych [117].

W pracy [118] opisano wstępne badania przeciwdziałania zwichrzeniu u podstawy (zbiorniki stalowe pod kombinacją obciążenia od ciśnienia wewnętrznego i osiowym obciążeniem *ang. elephant foot–stopa słonia*).

Kolejnymi obszarami użycia materiałów kompozytowych FRP wyglądającymi obiecująco są podnoszenie wytrzymałości rozciąganych złącz spawanych [66, 119] oraz wzmocnienia elementów stalowych o przekroju rurowym. Wzmocnienia przekrojów rurowych odnoszą się głównie do podnoszenia wytrzymałości na siłę osiową kolumn [10–12, 120–125], podnoszenia wytrzymałości na zginanie belek o przekroju rurowym [126–129] oraz wzmacniania środników belek rurowych o przekroju prostokątnym na podporową siłę tnącą [130–134]. Praca [13] przedstawia użycie owinięcia rur stalowych materiałami FRP w celu zwiększenia ich giętkości oraz wytrzymałość na wpływy sejsmiczne. Innym napotkanym aspektem wzmacniania przekrojów rurowych było zbadanie wpływu owinięcia przyklejanymi CFRP kolumn stalowych wypełnionych betonem (CFST) po poddaniu obciążeniu ogniowemu [135, 136]. W pracy [69] opisano połączenie doczołowe rur okrągłych ze stali o granicy plastyczności 1350MPa i wytrzymałości na rozciąganie 1500MPa, wysokomodułowymi (640GPa) matami CFRP pod obciążeniem rozciągającym.

Wśród palety wzmocnień elementów stalowych materiałami kompozytowi FRP znajdują się również pozycje, w których opisane zostały badania wpływu wzmocnienia materiałami kompozytowymi elementów stalowych na uderzenie [137–142].

W literaturze światowej [143, 144] znaleźć już można wstępne badania wpływu naprężenia taśm kompozytowych w aplikacjach wzmacniających konstrukcje stalowe oraz zespolone stal-beton [145, 146].

### 2.5. Cel i założenia pracy

Niniejsza praca ma za zadanie przedstawienie możliwości aplikacji przyklejanych kompozytów CFRP, jako materiałów odpowiednich we wzmacnianiu konstrukcji stalowych. W dalszych rozdziałach przedstawiono wyniki badań własnych autora. Obejmują one wyniki badań teoretycznych oraz doświadczalnych, elementów stalowych wzmocnionych przyklejonymi materiałami kompozytowymi CFRP w przypadkach rozciągania i zginania, osiągając cel pracy oraz potwierdzając główne założenia.

Potencjał przyklejanych zewnętrznie materiałów kompozytowych FRP we wzmacnianiu konstrukcji stalowych nie został dotychczas zbadany w zadowalającym zakresie. Jeszcze wiele aspektów wzmocnienia musi zostać poznanych. Dotyczy to szczególnie zachowania złącza klejowego pomiędzy stalą i kompozytem. W odniesieniu do potencjału kompozytów we wzmacnianiu konstrukcji stalowych oraz niewielkiej liczby dostępnych badań na przedmiotowy temat, w następnych rozdziałach pracy skupiono się głównie na udowodnieniu efektywności klejenia kompozytów FRP w podnoszeniu nośności konstrukcji stalowych, wpływu ukształtowania końca taśmy FRP lub kleju na wytrzymałość i trwałość złącza oraz wpływu grubości kleju i taśmy kompozytowej na długość zakotwienia.

Badania opisane w niniejszej pracy poszerzają wiedzę o zachowaniu się złącza i jego modelowaniu oraz o możliwościach stosowania kompozytów we wzmocnieniu konstrukcji stalowych. Przedstawione wyniki badań prezentują pogląd o zachowaniu wzmacnianych elementów stalowych i wzmacniających kompozytach. Są to elementy niezbędne do prawidłowego modelowania i projektowania układów wzmacniania konstrukcji stalowych kompozytami CFRP.

# 3. Założenia i program badań własnych

### 3.1. Wstęp

Autor przeprowadził badania w Laboratorium Budownictwa Politechniki Lubelskiej w ramach własnej rozprawy doktorskiej. Celem programu badawczego było udowodnienie możliwości podniesienia nośności stalowych konstrukcji inżynierskich poprzez przyklejenie materiałów kompozytowych.

W badaniach stosowano kompozytowe taśmy węglowe. Założono, że są one odpowiednie do aplikacji in-situ, gdy wzmacniane elementy umożliwiają przyklejanie taśm do długich płaskich powierzchni w nieskomplikowany sposób.

Wzmacnianie elementów stalowych doklejanymi kompozytami CFRP wymaga doboru odpowiedniego kleju, właściwego przygotowania powierzchni sklejanych elementów, określenia optymalnej długości zakotwienia taśmy oraz wyboru sposobu i typu zakotwienia taśm. Celem jest uzyskanie optymalnego złącza pomiędzy sklejanymi materiałami. W niniejszej pracy, badania laboratoryjne podzielono na trzy etapy.

W pierwszym etapie porównano różne typy geometrii zakończenia złącza. Posiłkując się poznanymi w literaturze rozwiązaniami, odrzucono te trudne do wykonania w rzeczywistych warunkach budowlanych. Określenia wytrzymałości złącz w zależności od geometrii ich zakończeń dokonano w badaniach osiowego rozciągania doczołowych złącz płaskowników stalowych z obustronną nakładką kompozytową. Do par płaskowników stalowych przyklejono obustronne nakładki z taśm kompozytowych o różnych geometriach zakończeń złącz. Badanie przeprowadzono na ośmiu geometriach zakończenia złącza. Celem badań było określenie wpływu kształtowania kleju i taśmy na końcu złącza na wytrzymałość i postać zniszczenia rozciąganego złącza klejowego.

W drugim etapie dokonano weryfikacji wyników z pierwszego etapu. Sprawdzono trzy zakończenia z ośmiu użytych w pierwszym etapie. Sprawdzenie przeprowadzono na wzmocnionych płaskownikach stalowych poddanych trójpunktowemu zginaniu.

W trzecim etapie badań, rozpoznano wpływ przyklejenia taśmy kompozytowej na podniesienie nośności wzmacnianych dwuteowników, poszukiwano efektywnej długości zakotwienia, rozpatrywano wpływ grubości warstwy kleju i modułu sprężystości taśmy kompozytowej na nośność układu wzmocnienia. Rozpatrzono trzy grubości kleju, trzy długości zakotwienia oraz zastosowano taśmy kompozytowe o dwóch różnych modułach sprężystości (168GPa i 210GPa).

### 3.2. Założenia pomiarowe

W pierwszym etapie badań mierzoną wielkością było obciążenie niszczące *P* przykładane zewnętrznie do próbek w badaniu osiowego rozciągania. Pomiaru wartości obciążenia dokonywano na uniwersalnej maszynie badawczej Walterbai, kontrolując przyrost siły przy stałym wzroście 100N/s, aż do zniszczenia złącza.

W drugim etapie badań wielkościami mierzonymi były obciążenie zewnętrzne *P*, przemieszczenie na tłoku oraz odkształcenia taśmy kompozytowej i płaskownika stalowego (na podstawie pomiarów tensometrycznych). Na tym etapie użyto uniwersalnej maszyny badawczej Zwick&Roel oraz aparatu do pomiaru odkształceń i przemieszczeń Hottinger MGC+. Badania przeprowadzono kontrolując przyrost siły przy stałym wzroście 100N/s, aż do zniszczenia złącza. Obciążenie zewnętrzne zginające uzyskano za pomocą siły skupionej umiejscowionej w środku rozpiętości próbki, 450mm od podpór.

Obciążenia realizowano w cyklach, w których wzrost obciążenia następował o 500N, wracając do siły 500N, po osiągnięciu maksimum cyklu. Cykle powtarzano do momentu zniszczenia próbki, określonego jako odspojenie taśmy kompozytowej od płaskownika.

W trzecim etapie badań rejestrowano obciążenie zewnętrzne *P*, składowe odkształcenia na powierzchni dolnej półki dwuteownika oraz na powierzchni taśmy (na podstawie pomiarów tensometrycznych). Podczas prowadzonych badań dokonywano również pomiaru przemieszczenia tłoka w środku rozpiętości belki. Badania wykonano na stanowisku badawczym pod prasą Zwick&Roel. Pomiaru odkształceń dokonywano przy pomocy tensometrów foliowych firmy TEN-MEX.

Obciążenie zrealizowano w formie dwóch sił skupionych działających symetrycznie względem środka rozpiętości belki. Siły obciążające przyłożono w odległości 650mm od podpór belek, odległość między siłami obciążającymi pozostawała stała i wynosiła 600mm. Obciążenia realizowano w cyklach, w których wzrost obciążenia następował o 5kN, wracając do siły 5kN, po osiągnięciu maksimum cyklu, aż do siły maksymalnej ustalonej w programie badań wynoszącej 95kN. Badania przeprowadzono kontrolując przyrost siły poprzez stały wzrost przemieszczenia. Siłę sterowano przemieszczeniem tłoka prasy 1,5mm/min.

# 3.3. Materiały użyte w badaniach

Kompozyty CFRP użyte w badaniach laboratoryjnych to laminowane taśmy średnio modułowe S&P Lamelle CFK 150/2000 (moduł sprężystości >168GPa; wytrzymałość na rozciąganie 2800MPa; odkształcenie przy zerwaniu 1,55%) i wysokomodułowe S&P Lamelle CFK 200/2000 (>210GPa; 2500MPa; 1,2%). Do badań użyto taśm oraz o szerokości 50mm i 60mm oraz grubości 1,4mm.

W badaniach użyto jednego kleju systemowego, S&P Resin 220. Dwuskładnikowego, bezrozpuszczalnikowego kleju na bazie żywicy epoksydowej, stosowanego do klejenia taśm z włókien węglowych, płaskowników stalowych, mat z włókien węglowych i szklanych oraz sklejania elementów betonowych, stalowych i drewnianych. Wytrzymałość na odrywanie od stali  $\geq$ 14,0MPa, wytrzymałość na ścinanie  $\geq$ 26,0MPa, moduł sprężystości  $\geq$ 7,1GPa.

Użyte w badaniach elementy stalowe różniły się w zależności od etapu badań. W pierwszym etapie użyto płaskowników stalowych o przekroju 50x10mm ze stali klasy S235/S275JR+AR (granica plastyczności 318MPa; wytrzymałości na rozciąganie 465MPa). W drugim etapie użyto płaskowników stalowych o przekroju 100x12mm ze stali S235JR+AR o granicy plastyczności 308MPa i wytrzymałości na rozciąganie 432MPa. W ostatnim, trzecim etapie wykorzystano dwuteowniki INP 140 ze stali klasy S235JR+M (granica plastyczności 297–321MPa; wytrzymałość na rozciąganie 442–466MPa).

Właściwości fizyczne elementów stalowych do badań uzyskano z materiałów od producentów. Moduł Young'a oraz odkształcenie przy uplastycznieniu elementów stalowych przyjęto na poziomie odpowiednio 206GPa oraz 0,2%.

# 3.4. Program badań

### **3.4.1.** Etap pierwszy

W pierwszym etapie poszukiwano optymalnej geometrii zakończenia przyklejonej taśmy i samego kleju. Przygotowano 78 próbek i poddano osiowemu rozciąganiu. Każdą próbkę stanowiły dwa płaskowniki stalowe (200x50x10mm) połączonych ze sobą za pomocą przyklejonych obustronnie nakładek z taśm węglowych o wymiarach 60x50x1,4mm. Nakładki przyklejono do płaskowników niesymetrycznie względem szczeliny pomiędzy nimi, z zakotwieniami o długościach 20mm i 40mm. Na rys. 3.1 przedstawiono schemat próbki. Wykonano 8 typów próbek, których liczba w zależności od schematu wyniosła 6, 9 lub 12. Na rys. 3.2 przedstawiono schematy badanych kształtów zakończenia spoiny.



Rys. 3.1. Wymiary [mm] próbki z podwójną nakładką [opracowanie własne]



Rys. 3.2. Schematy kształtów zakończenia spoiny w pierwszym etapie [opracowanie własne]

Rzeczywiste wymiary próbek pomierzono przed poddaniem obciążeniu. Grubość warstw kleju wyniosła 0,49–0,78mm, przy zakładanej 0,6mm. Pomierzone długości zakotwienia wynosiły  $L_1$ =18,33–21,58mm oraz  $L_2$ =32,95–41,79mm.

Wiązanie klejowe polega na działaniu sił adhezyjnych pomiędzy klejem a podłożem. Z tego względu konieczne jest odpowiednie przygotowanie podłoża pod klejenie. Nieodpowiednie przygotowanie powierzchni oraz różnice w grubości kleju są podstawowymi czynnikami wpływającymi na obniżenie nośności skleiny. Odpowiednio przygotowane, nośne podłoże jest warunkiem wykonania właściwego wzmocnienia przy użyciu przyklejanych taśm. Należy unikać zawilgocenia powierzchni, a zanieczyszczenia w postaci kurzu, olejów i tłuszczy należy bezwzględnie usunąć. [55,147]

Bezpośrednio przed przyklejaniem taśm, powierzchnie stalowe oczyszczono poprzez zmywanie acetonem, przetarto papierem ściernym i ponownie oczyszczono acetonem. Sklejane powierzchnie taśm weglowych oczyszczono acetonem. Acetonem zwilżano jasna ścierkę, która czyszczenie prowadzone było do momentu, aż na jej powierzchni nie występowały widoczne ślady pyłu weglowego na taśmach kompozytowych lub pyłu ściernego na stalowych płaskownikach.

Na oczyszczone i osuszone taśmy kompozytowe nanoszono klej, nadajac mu poprzecznie dwuspadowy kształt, aby zapobiec defektom złacza, takim jak pustki powietrzne. Następnie taśmy układano na oczyszczone stalowe podłoże dociskając tak, aby nadmiar kleju wypłynał spod taśmy. Nadmiar kleju usuwano lub kształtowano do zakładanego schematu zakończenia. W celu uniknięcia jakiegokolwiek przesuwu taśmy lub zmian grubości kleju, po przyklejeniu pierwszej taśmy, drugą taśmę przyklejano następnego dnia, kiedy klej pierwszej taśmy w pełni związał. Temperatura przygotowania i przechowywania próbek wynosiła 22°C. Czas poddania próbek badaniom od wykonania wyniósł 80-100 dni. [147]

## 3.4.2. Etap drugi

W drugim etapie zweryfikowano wyniki doboru optymalnej geometrii zakończenia złącza. Przygotowano 19 próbek, w tym jedną próbkę porównawczą z płaskownika stalowego (1000x100x12mm) oraz 18 próbek z trzema schematami wzmocnienia (po sześć w danym schemacie). Wzmocnione próbki składały sie z płaskownika stalowego (1000x100x12mm) z przyklejona do dolnej płaszczyzny taśmą CFRP (600x60x1,4mm). Rozpiętość teoretyczna wzmocnionych płaskowników wynosiła 900mm. Pomierzone grubości kleju wynosiły 0,65-0,89mm (średnio 0,74mm) przy 1 schemacie, 0,67-0,82mm (średnio 0,77mm) przy drugim schemacie oraz 0,63–0,76mm (średnio 0,72mm) w przypadku 3-go schematu zakończenia. Próbki poddano trzypunktowemu zginaniu. Wprowadzono następujące nazewnictwo schematów zakończeń próbek:

- a) z zakończeniem zwykłym (typ 1 zwykły),
- b) z zakończeniem zwykłym i wypływem kleju (typ 2 zwykły z wypływem)
- c) z zakończeniem z odwrotnym fazowaniem taśmy i wypływem kleju (typ 3-odwrotnie fazowany z wypływem), zgodnie z rys. 3.3.

Na rys. 3.3 przedstawiono wykonane schematy zakończeń złącza.



Rys. 3.3. Schematy kształtów zakończenia spoiny w drugim etapie [opracowanie własne]

Oczyszczanie klejonych powierzchni przed aplikacją taśm było identyczne jak w pierwszym etapie. Temperatura przygotowania i przechowywania próbek wynosiła 22°C. Czas od wykonania próbek do poddania badaniom wyniósł 100–170 dni.



Rys. 3.4. Schemat tensometrów na taśmie kompozytowej i płaskowniku [opracowanie własne]

Do dwóch próbek każdego schematu przyklejone zostały foliowe tensometry elektrooporowe, celem zbadania rozkładu odkształceń na powierzchni taśm i płaskowników. Jedna z próbek każdego schematu była oklejona symetrycznie względem środka rozpiętości siedemnastoma tensometrami, a druga dziesięcioma umiejscowionymi po jednej stronie. Do odczytu odkształceń użyto foliowych tensometrów elektrooporowych firmy Tenmex typu TFs10/120 (punkty 1–4) i TFs15/120 (punkty 5). Rozkład tensometrów na taśmie i płaskowniku zgodnie z rys. 3.4.

#### 3.4.3. Etap trzeci

W trzecim etapie badań skupiono się nad określeniem wpływu parametrów złącza klejowego i taśmy wzmacniającej na nośność układu wzmocnienia. Zbadano wpływ geometrii zakończenia przyklejonej taśmy i kleju, długości taśmy kompozytowej (przez to długości zakotwienia), modułu sprężystości taśmy kompozytowej oraz grubości kleju. W tym celu przygotowano 19 próbek, w tym 3 próbki porównawcze i 16 próbek wzmocnionych w ośmiu schematach. Każda wzmocniona próbka składała się z dwuteownika INP 140 o rozpiętości teoretycznej 1,90m z przyklejoną do dolnej półki taśmą kompozytową. Próbki poddano czteropunktowemu zginaniu. Rys. 3.5 przedstawia schemat próbki wraz z obciążeniem.



Rys. 3.5. Próbka w trzecim etapie badań [opracowanie własne]

Rzeczywiste wymiary elementów próbek zostały pomierzone przed obciążaniem. Średnia grubość pomierzonej warstwy kleju wynosiła:

- 0,56–0,71 mm, przy zakładanej 0,6 mm (grubość A),
- 1,26–1,33 mm, przy zakładanej 1,3 mm (grubość B),
- 1,74–1,77 mm, przy zakładanej 1,8 mm (grubość C).

Schemat oczyszczania powierzchni stalowej był zgodny z poprzednimi etapami. Wprowadzono dwukrotne przecieranie powierzchni papierem ściernym o różnym uziarnieniu (80 a następnie 180). Klejenie taśm do powierzchni półek dwuteowników było zgodne z klejeniem taśm do stali w poprzednich etapach.

Temperatura przygotowania i przechowywania próbek wynosiła 22°C. Czas od wykonania próbek (sklejenia) do badania wyniósł 105–112 dni w przypadku próbek 200.120.A.Z i 200.120.A.F oraz 19–24 dni w przypadku pozostałych próbek 165.120.A.F, 200.100.A.F, 200.100.B.F, 200.100.C.F oraz 200.80.A.F. W tab.3.1. przedstawiono zestawienie wykonanych próbek w trzecim etapie badań.

Wszystkie wzmocnione próbki zostały oklejone tensometrami elektrooporowymi. W zależności od schematu wzmocnienia próbek zmieniały się schematy oklejenia tensometrami. Próbki 200.120.Z.A i 200.120.F.A oklejono symetrycznie względem środka rozpiętości dziewiętnastoma tensometrami zgodnie z rys. 3.6. W przypadku tych próbek użyto foliowych tensometrów elektrooporowych firmy Tenmex typu TFs10/120.
Lp	Nazwa	Тур	Długość	Grubość	Schemat
		taśmy	taśmy [m]	kleju [mm]	złącza
1	Porówn. 1	_	_	_	-
2	Porówn. 2	_	_	_	_
3	Porówn. 3	_	_	_	_
4	200.120.Z.A.1	WM	1,20	0,69	Z
5	200.120.Z.A.2	WM	1,20	0,71	Z
6	200.120.Z.A.3	WM	1,20	0,62	Z
7	200.120.F.A.1	WM	1,20	0,63	OFzW
8	200.120.F.A.2	WM	1,20	0,67	OFzW
9	200.120.F.A.3	WM	1,20	0,56	OFzW
10	165.120.F.A.1	SM	1,20	0,67	OFzW
11	165.120.F.A.2	SM	1,20	0,67	OFzW
12	200.100.F.A.1	WM	1,00	0,70	OFzW
13	200.100.F.A.2	WM	1,00	0,63	OFzW
14	200.100.B.F.1	WM	1,00	1,26	OFzW
15	200.100.B.F.2	WM	1,00	1,33	OFzW
16	200.100.C.F.1	WM	1,00	1,77	OFzW
17	200.100.C.F.2	WM	1,00	1,74	OFzW
18	200.80.A.F.1	WM	0,80	0,64	OFzW
19	200.80.A.F.2	WM	0,80	0,61	OFzW

Tabela 3.1. Parametry próbek do badań w trzecim etapie [opracowanie własne]

Porówn.–porównawcza; ŚM–średniomodułowa S&P Lamelle 150/2000; WM–wysokomodułowa S&P Lamelle 200/2000; Z–zwykły; OFzW–odwrotnie fazowany z wypływem



Rys. 3.6. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbek 200.120.F.A oraz 200.120.Z.A [opracowanie własne]

W przypadku pozostałych wzmocnionych próbek i próbek porównawczych, użyto foliowych tensometrów elektrooporowych firmy Tenmex typu TFs5/120. Schematy przyklejenia tensometrów były zgodne z rys. 3.7–3.13.



Rys. 3.7. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbki 200.80.F.A.1 [opracowanie własne]



Rys. 3.8. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbki 200.80.F.A.2 [opracowanie własne]



Rys. 3.9. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbek 200.100.F.A.1, 200.100.F.B.1, 200.100.F.C.1 [opracowanie własne]



Rys. 3.10. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbek 200.100.F.A.2, 200.100.F.B.2, 200.100.F.C.2 [opracowanie własne]



Rys. 3.11. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbki 165.120.F.A.1 [opracowanie własne]



Rys. 3.12. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbki 165.120.F.A.2 [opracowanie własne]



# Rys. 3.13. Schemat rozmieszczenia tensometrów na dolnej półce dwuteowników referencyjnych [opracowanie własne]

# 4. Wyniki badań laboratoryjnych

# 4.1. Wyniki pierwszego etapu badań

Z przyjętych do opracowania 49 wyników osiowego rozciągania próbek uzyskano wartości średnie miarodajne ( $F_{śr.m}$ ) oraz wartości średnie miarodajne z prawdopodobieństwem wystąpienia 95% ( $F_{95\% m}$ ). Wyniki zestawiono w tab. 4.1.

Lp Тур F <sub>śr.m</sub> F95%.m.i/ F95%.m.i -F<sub>95%.m</sub>[kN] [kN] F95%.m.1 F95%.m.1 75,17% 8 -24.83% 1 20,57 16,37 2 3 23.95 17,15 78,75% -21,25% 3 7 27,96 87,62% -12,38% 19.08 4 1 24.29 21.78 0.00% 100.00% 5 4 32,84 26,01 119,44% 19,44% 5 6 27.23 34,82 125,01% 25,01% 7 2 35.36 27,49 126,20% 26,20% 8 6 38.30 28,52 130.96% 30.96%

Tabela	4.1.	Zestawienie	wvników	miarodainych	(odniesienie do	F(sr.m) [0	nracowanie własne]
1 abcia	<b>T</b> • <b>L</b> •	Listawiene	wymkow	innai ouajny ch	(oumesteme uo	1 31.11() [0	pracowanie wiasnej

Zniszczenie złącza klejowego pomiędzy stalą a kompozytem CFRP może przyjąć rożne postaci. W badaniach zaobserwowano następujące postacie zniszczenia próbek, t.j.:

- a) oderwanie nakładki na granicy stal-klej,
- b) oderwanie nakładki poprzez zniszczenie w kleju,
- c) oderwanie nakładki na granicy styku kleju i taśmy kompozytowej,
- d) rozwarstwienie (delaminacja) taśmy.

Głównymi postaciami zniszczenia były oderwanie nakładki na granicy stal-klej (a) oraz oderwanie nakładki na granicy kompozyt-klej w połączeniu z oderwaniem nakładki poprzez zniszczenie w kleju (a+b). Próbek ze zniszczeniem typu (c) i (d) było niewiele w stosunku do całkowitej liczby próbek. Rozważając etap badań, w którym poszukiwano wpływu kształtowania geometrii zakończenia taśmy i kleju na nośność złącza, wyciągnięto kilka wniosków, z których najważniejsze opisano poniżej:

- a) Osiągnięto cel badań, którym było określenie geometrii zakończenia taśmy i skleiny w złączu, dających wysokie nośności złącza.
- b) Nośność układu zależy bezwzględnie na odpowiednim przygotowaniu powierzchni klejonych.
- c) Przy zastosowaniu zakończenia typu 1, tj. zwykłego, nadmiar kleju miał widoczny wpływ na podniesienie nośności złącza. Przy konfiguracji typu 2, taśma zwykła z wypływem trójkątnym kleju, nośność w stosunku do zakończenia zwykłego, wzrosła o 45,6%.
- d) Wykonanie w warunkach budowlanych zakończenia typu 3 jest zdecydowanie trudniejsze w wykonaniu i bardziej narażone na czynniki środowiskowe w stosunku do typu 2.
- e) W zależności od zastosowania lub nie nadmiaru kleju, nośność złącza z taśmami fazowanymi wzrosła o 15–35% bez nadmiaru kleju i 57,7% z nadmiarem kleju.
- f) Przy użyciu odwrotnego fazowania taśmy z nadmiarem kleju na końcu, nośność złącza wzrosła o 57,7% (typ 6). Była to najkorzystniejsza geometria zakończenia złącza, ze względu na osiągnięte wyniki wytrzymałości.
- g) Przy użyciu nadmiaru kleju i zwykłego zakończenia taśmy, typ 2, nośność wzrosła o 45,6% i była to druga najkorzystniejsza geometria zakończenia złącza, ze względu na osiągnięte wyniki wytrzymałości.
- h) Do dalszych badań wybrano złącza zwykłe (jako porównawcze), zwykłe z wypływem kleju i odwrotnie fazowane z wypływem kleju (jako dwa typy złącz dających najkorzystniejsze wyniki).

#### 4.2. Wyniki drugiego etapu badań

Podczas opracowania wyników zauważono różnice w średnich poziomach zniszczenia wzmocnienia, w zależności od typu próbki. Najsłabiej wypadły wyniki wzmocnienia z zakończeniem zwykłym (typ 1), a najlepiej z zakończeniem odwrotnie fazowanym z wypływem kleju (typ 3), co było zgodne z założeniami

Podczas opracowania wyników zauważono, że rozbieżności wyników (zarówno na minus i plus) w przypadku czterech próbek rożnych typów, osłabiają pozytywny efekt wzmocnienia. W związku z tym zredukowano zakres rozpoznania do wyników różniących się nie więcej niż 10% od średniej z danej populacji. Wpłynęło to na ostateczne odrzucenie 2 wyników z 18 próbek (typ 2-1 wynik 18,4% poniżej średniej, typ 3-jeden wynik 14,8% poniżej średniej). Dwa wyniki sprowadzono do wartości niższych odpowiadających drugiemu najwyższemu w danej populacji. W przypadku próbek typu 1, jeden wynik sprowadzono z 3,87kN do 1,73kN. W przypadku próbek typu 2, brak zerwania taśmy, sprowadzono do siły niszczącej 2,97kN. Z przyjętych ostatecznie 16 wyników zginania próbek uzyskano wartości średnie miarodajne ( $F_{śr.m}$ ) i wartości średnie miarodajne z prawdopodobieństwem wystąpienia 95% ( $F_{95\%m}$ ) przy odchyleniu standardowym ( $\delta_F$ ) w przypadku każdej rozważanej populacji (n = 5–6).

Wyniki średnich sił niszczących oraz ugięć przy sile niszczącej próbkę, zestawiono w tab. 4.2.

 Tabela 4.2. Zestawienie wyników sił niszczących średnich miarodajnych i średnich miarodajnych z prawdopodobieństwem wystąpienia 95% [opracowanie własne]

Typ próbek	F <sub>śr.m</sub> [N]	F <sub>95%.m</sub> [N]	$\Delta F_{ m sr.m}$ [%]	ΔF <sub>95%.m</sub> [%]
1	1554	1228	_	_
2	2563	1752	64,9	42,7
3	3416	2195	119,8	78,7

Wartość wzrostu wytrzymałości próbek typu 2 i 3 odnoszono do typu 1. Metodologia obliczania wartości miarodajnych zgodnie z przedstawionymi poniżej wzorami (4.1–4.3).

$$F_{\$r.m} = \Sigma F_i / n$$

$$F_{95\%} = F_{\$r.m} (1 - 1,65v)$$

$$(4.1)$$

$$(4.2)$$

 $v = \delta_F / F_{\pm r.m}$ 

(4.3)

Metodologia obliczania wzrostu wytrzymałości złącza zgodna jest z poniższymi wzorami (4.4–4.7):

$$\Delta F_{\$r.m} = \frac{F_{\$r.m.2} - F_{\$r.m.1}}{F_{\$r.m.1}}$$
(4.4)

gdzie:

 $\Delta F_{\text{sr.m}}$ -wzrost wytrzymałości średniej,

 $F_{\text{śr.m.1}}, F_{\text{śr.m.2}}$ -wytrzymałość średnia próbek typu 1 i typu 2.

$$\Delta F_{95\%.m} = \frac{F_{95\%.2} - F_{95\%.1}}{F_{95\%.1}}$$

(4.5)

gdzie:

 $\Delta F_{95\%}$ -wzrost wytrzymałości z prawdopodobieństwem wystąpienia 95%,

 $F_{95\%.1}, F_{95\%.2}$ -wytrzymałości średnie próbek typu 1 i typu 2 z prawdopodobieństwem wystąpienia 95%.

W trakcie badań zaobserwowano jedną postać zniszczenia próbek, oderwanie nakładki na granicy stal-klej. Oderwanie taśmy powodujące zniszczenie wzmocnienia dotyczyło 17 próbek. Taśma nie oderwała się w przypadku jednej próbki. Oderwanie taśmy było nagłe. Nie zaobserwowano miejsca rozpoczęcia oderwania taśmy wzmacniającej.

Rozważając wnioski z drugiego etapu badań, na podstawie wpływu ukształtowania zakończenia złącza na wytrzymałość wzmocnienia, określono poniższe wnioski:

- a) W odniesieniu do zwykłego zakończenia taśmy, wypływ kleju miał widoczny wpływ na podniesienie nośności złącza. W przypadku typu 2 wytrzymałość średnia złącza w stosunku do typu 1 wzrosła o 64,9%, przy założeniu wyników średnich miarodajnych. W przypadku wartości średnich miarodajnych z prawdopodobieństwem ich wystąpienia w 95%, wartości te osiągnęły wzrost na poziomie 42,7%.
- b) Poprzez zastosowanie zakończenia odwrotnie fazowanego z wypływem (typ 3), siła niszcząca wzmocnienie wzrosła w stosunku do typu 1 o 119,8%, przy założeniu wyników średnich miarodajnych. W przypadku wartości średnich miarodajnych z prawdopodobieństwem wystąpienia 95%, zwiększenie wartości siły niszczącej wyniosło 78,7%.

# 4.3. Wyniki trzeciego etapu badań

Poddanie badaniom 3 próbek porównawczych i 16 wzmocnionych przy różnych konfiguracjach zakończenia taśmy i ukształtowania kleju, długościach i grubościach kleju oraz dwóch modułach sprężystości taśmy kompozytowej, pozwoliło na wyciągnięcie jasnych wniosków.

Badania czteropunktowego zginania przerywano po zerwaniu taśmy kompozytowej lub osiągnięciu na tłoku prasy siły 95kN, która zapewniała uplastycznienie wzmocnionego taśmą CFRP dwuteownika stalowego w obszarze przyłożenia sił skupionych na górnej półce. Siły niszczące niewzmocnione dwuteowniki stalowe oscylowały na poziomie 76kN. Wywołane tymi siłami momenty niszczące osiągnęły wartości 24,6–24,8kNm.

# 4.3.1. Sposoby zniszczenia próbek

Analizując możliwe sposoby zniszczenia próbek należy ustanowić definicję ich zniszczenia. Układ wzmocnienia mógł ulec awarii po przekroczeniu naprężeń granicznych w kleju, zakładanym jako najsłabsze ogniwo układu wzmocnienia, stali lub taśmie kompozytowej. Wynikiem przekroczenia naprężeń we wzmocnionym przyklejanymi materiałami kompozytowymi CFRP elemencie stalowym mogą być zniszczenie adhezyjne (odspojenie) na granicy stal-klej lub CFRP–klej, zniszczenie kohezyjne (wewnątrz kleju), rozwarstwienie wewnątrz kompozytu (delaminacja CFRP), zerwanie CFRP oraz płynięcie stali.

W przypadku opisywanych badań zaobserwowano występowanie dwóch postaci zniszczenia próbek. Pierwszą było odspojenie taśmy kompozytowej na granicy kontaktu stal-klej. Ta postać zniszczenia dotyczyła 12 próbek. W przypadku dwóch z nich (165.120.F.A.2 oraz 200.100.F.C.1), taśma dodatkowo uległa podłużnemu pęknięciu. Drugą postacią zniszczenia było uplastycznienie stali dwuteownika, któremu nie towarzyszyło odspojenie taśmy.

Sposób odspojenia taśm od dwuteowników we wszystkich próbkach był zbliżony. W trzech z nich taśma odspoiła się całkowicie, w pozostałych 13 tylko częściowo. Struktura wzmocnienia ulegała zniszczeniu adhezyjnemu (odspojeniu) na granicy stal-klej.



Fot. 4.1. Sposób zniszczenia próbki 200.80.F.A.1, opis w tekście [M. Kowal]

Próbki typu 200.80.F.A zniszczyły się w przy różnych poziomach obciążenia, ze średnią siłą niszczącą 55,07kN (17,9kNm). Wartość średniej siły niszczącej w tym przypadku jest niższa o 27,5% od średniej siły, przy której niszczyły się niewzmocnione dwuteowniki. Rozrzut wyników siły niszczącej na poziomie 17,5% pomiędzy słabszą i mocniejszą próbką pokazuje niezadowalającą powtarzalność wyników w tej grupie próbek. Próbki zniszczyły się przez nagłe odspojenie taśmy CFRP od dwuteownika stalowego na styku stal i kleju. Odspojenie obejmowało 90% i 60% powierzchni taśmy w przypadku odpowiednio próbki 200.80.F.A.1 i 200.80.F.A.2. Dwuteownik stalowy nie uległ uszkodzeniu.



Fot. 4.2. Sposób zniszczenia próbki 200.100.F.A.2, opis w tekście [M. Kowal]

Próbki typu 200.100.F.A zniszczyły się w przy różnych poziomach obciążenia w różnych cyklach (13 i 17), ze średnią siłą niszczącą 73,066kN (23,75kNm). Wartość średniej siły niszczącej w tym przypadku jest niższa o 3,8% od średniej siły, przy której niszczyły się niewzmocnione dwuteowniki. Średnia siła niszczaca próbki wzmocnione oraz niewzmocnione jest zatem na zbliżonym poziomie. Rozrzut wyników pomiędzy siłami niszczącymi na poziomie 24% pomiedzy próbkami pokazuje niezadowalajaca powtarzalność wyników w tej grupie próbek. Próbki zniszczyły się przez nagłe odspojenie taśmy CFRP od dwuteownika stalowego na styku stal i kleju. Odspojenie obejmowało 100% powierzchni taśmy w przypadku odpowiednio próbki 90% i 200.100.F.A.1 i 200.100.F.A.2. Dwuteownik stalowy nie uległ uszkodzeniu.



Fot. 4.3. Sposób zniszczenia próbki 200.100.F.B.1, opis w tekście [M. Kowal]

Próbki typu 200.100.F.B zniszczyły się w przy różnych poziomach obciążenia, w różnych cyklach obciążenia (15 i 17), ze średnią siłą niszczącą 77,706kN (25,25kNm). Wartość średniej siły niszczącej w tym przypadku jest wyższa o 2,3% od średniej siły, przy której niszczyły się niewzmocnione dwuteowniki. Rozrzut wyników siły niszczącej na poziomie 16,5% pomiędzy słabszą a mocniejszą próbką pokazuje niezadowalającą powtarzalność wyników w tej grupie próbek. Próbka 200.100.F.B.1 zniszczyła się w trakcie wzrostu obciążenia w 17 cyklu, przy sile na tłoku 84,178kN (27,36kN), przez lokalne wyboczenie półki górnej belki w miejscu przyłożenia sił. Taśma CFRP nie uległa odspojeniu. Próbka 200.100.F.B.2 zniszczyła się przez nagłe odspojenie taśmy CFRP od dwuteownika stalowego na styku stali i kleju. Odspojenie obejmowało 85% powierzchni taśmy. Dwuteownik stalowy nie uległ uszkodzeniu.

Próbki typu 200.100.F.C zniszczyły się w przy różnych poziomach obciążenia, w różnych cyklach obciążenia (14 i 15), ze średnią siłą niszczącą 70,18kN (22,81kNm). Wartość średniej siły niszczącej w tym przypadku była niższa o 7,6% od średniej siły, przy której niszczyły się niewzmocnione dwuteowniki. Rozrzut wyników siły niszczącej na poziomie 12,8% pomiędzy słabszą a mocniejszą próbką pokazuje niezadowalającą powtarzalność wyników w tej grupie próbek. Próbka 200.100.F.C.1 zniszczyła się przez nagłe odspojenie części taśmy, która pękła na jednym z końców. Taśma pękła wzdłuż na długości około 70% i odspoiła się na 5/9 swojej szerokości. Pozostała część taśmy, nadal współpracowała w przenoszeniu obciążeń. Badanie zakończono na 15 cyklu. Próbka 200.100.F.C.2 zniszczyła się przez nagłe całkowite odspojenie taśmy CFRP od dwuteownika stalowego na styku stal-klej. Na powierzchni kleju widoczne są niedokładności w doklejeniu taśmy do dwuteownika, mogące mieć znaczny wpływ na wytrzymałość skleiny. Dwuteownik stalowy nie uległ uszkodzeniu.

Próbki typu 165.120.F.A zniszczyły się w przy różnych poziomach obciążenia, w różnych cyklach obciążenia (16 i 18), ze średnia siłą niszcząca 83,66kN (27,19kNm). Wartość siły niszczącej w tym przypadku jest wyższa o 10,1% od siły, przy której niszczyły się niewzmocnione dwuteowniki. Rozrzut wyników siły niszczacej na poziomie niespełna 10% pomiedzy słabsza a mocniejsza próbką pokazuje zadowalająca powtarzalność wyników w tej grupie próbek. Słabsza z próbek w tej grupie, przeniosła siłę równą najmocniejszej próbki z niewzmocnionej. Druga z próbek przeniosła siłę wyższą od każdej z próbek niewzmocnionych. Próbka 165.120.F.A.1 zniszczyła się przez lokalne wyboczenie półki górnej belki w miejscu przyłożenia sił. Taśma CFRP nie uległa odspojeniu. Próbka 165.120.F.A.2 zniszczyła się przez częściowe odspojenie taśmy CFRP na jednym z końców. Zniszczenie taśmy CFRP było postepujące. Odspojenie to było powiązane z częściowym podłużnym zerwaniem taśmy. Taśma pekła wzdłuż na długości około 50% i odspoiła się na 2/3 swojej szerokości. Początkowo, taśma pękła co słychać było podczas badania, a następnie zaczęła się odspajać. Badanie zakończono na 17 cyklu przy sile 85kN (27,62kNm), ponieważ po przekroczeniu 80kN, dwuteownik zaczął się uplastyczniać. Pozostała część taśmy, nadal współpracowała w przenoszeniu obciążeń.

Wszystkie próbki typu 200.120.Z.A zniszczyły się w przy podobnym poziomie obciążenia (w 15 lub 16 cyklu), ze średnią siłą niszczącą 73,674kN (23,94kNm). Wartość średniej siły niszczącej w tym przypadku była o 3% niższa od średniej siły, przy której niszczyły się niewzmocnione dwuteowniki. Poziom siły niszczącej był bardzo zbliżony. Rozrzut wyników siły niszczącej na poziomie 7,5% pomiędzy najsłabszą a najmocniejszą próbką pokazuje zadowalającą powtarzalność wyników w tej grupie próbek. Próbki 200.120.Z.A. zniszczyły się przez nagłe odspojenie taśmy CFRP od dwuteownika stalowego na styku stal-klej. Odspojenie rozpoczynało się na jednym z końców taśmy. Obejmowało 90% (200.120.Z.A.1, 200.120.Z.A.3) i 100% (200.120.Z.A.2) długości skleiny. Dwuteownik stalowy nie uległ uszkodzeniu.

Wszystkie próbki typu 200.120.F.A zniszczyły się w przy podobnym poziomie obciążenia, w 19 cyklu obciążenia, ze średnią siłą niszczącą 91,75kN (29,82kNm). Wartość średniej siły niszczącej w tym przypadku była wyższa o 20,8% od średniej siły, przy której niszczyły się niewzmocnione dwuteowniki. Rozrzut wyników siły niszczącej na poziomie niespełna 3% pomiędzy najsłabszą a najmocniejszą próbką pokazuje bardzo wysoką powtarzalność wyników w tej grupie próbek. Próbka 200.120.F.A.1 zniszczyła się przez nagłe całkowite odspojenie taśmy CFRP od dwuteownika stalowego na styku stal-klej. W miejscu przyłożenia sił obciążenia uwidoczniły się ślady mogące świadczące o postępującym uplastycznieniu półki górnej dwuteownika, co potwierdza zachowanie belki po odspojeniu taśmy. Po nagłym odspojeniu taśmy CFRP belka stalowa uplastyczniła się. Próbki 200.120.F.A.2 i 200.120.F.A.3 zniszczyły się przez lokalne wyboczenie półki górnej belki w miejscu przyłożenia sił. Taśmy CFRP nie uległy odspojeniu.



Fot. 4.4. Sposób zniszczenia próbki 200.120.F.A.2, opis w tekście [M. Kowal]

# 4.3.2. Wytrzymałość układu stal-klej-taśma

W konstrukcjach inżynierskich rozpatrujemy dwa podstawowe stany graniczne. Stan graniczny nośności (SGN/ULS), odnosi się do bezpieczeństwa konstrukcji. Stan ten polega na zniszczeniu całego układu lub jednego z elementów tego układu po przekroczeniu wartości sił wewnętrznych, które cały układ lub jego elementy są w stanie przenieść (utrata równowagi konstrukcji lub jakiejkolwiek jej części [148]). W omawianym przypadku wzmocnienia, struktura wzmocnienia mogła ulec awarii po przekroczeniu naprężeń granicznych w kleju, zakładanym jako najsłabszy w całym układzie wzmocnienia, stali lub taśmie kompozytowej.

Drugi stan, t.j. stan graniczny użytkowalności (SGU/SLS), odnosi się do funkcji konstrukcji lub elementów konstrukcji w warunkach zwykłego użytkowania [148]. W omawianym przypadku, struktura wzmocnienia mogła osiągnąć SGU po przekroczeniu dopuszczalnego ugięcia wzmacnianego elementu konstrukcji. Stan graniczny użytkowalności nie był rozpatrywany w niniejszej pracy. Taśma kompozytowa, przy swoim niewielkim, w stosunku do wzmacnianego elementu, przekroju poprzecznym, ma znikomy wpływ na wzrost sztywności przekroju wzmacnianego na zginanie.

W badaniach laboratoryjnych określono siły niszczące dwuteowniki niewzmocnione oraz wzmocnione. Określone zostały również sposoby zniszczenia, które zestawiono w tab. 4.3.

Lp	Próbka	<b>F</b> <sub>N</sub>	F <sub>śr</sub>	F <sub>śr</sub> OdS F		RZ			
		[kN]	[kN]	[kN]	[kN]				
1	Porównawcza 1	76,242	75,965	0,271	75,518	US			
2	Porównawcza 2	75,952	-						
3	Porównawcza 3	75,701	-						
4	200.80.F.A.1	59,935	55,069	6,882	43,714	OT			
5	200.80.F.A.2	50,203	-						
6	200.100.F.A.1	64,185	73,066	12,560	52,343	OT			
7	200.100.F.A.2	81,947	-						
8	200.100.F.B.1	84,178	77,706	9,153	62,602	US			
9	200.100.F.B.2	71,233	-			ОТ			
10	200.100.F.C.1	74,684	70,178	6,373	59,662	OT			
11	200.100.F.C.2	65,671	_						
12	165.120.F.A.1	87,399	83,665	5,281	74,950	US			
13	165.120.F.A.2	79,930	_			ОТ			
14	200.120.Z.A.1	76,394	73,674	2,755	69,129	OT			
15	200.120.Z.A.2	70,886	_						
16	200.120.Z.A.3	73,743	_						
17	200.120.F.A.1	91,822	91,770	1,273	89,669	US			
18	200.120.F.A.2	93,017	-						
19	200.120.F.A.3	90,472	-						
	F <sub>N</sub> –siła niszcząca; F <sub>ŚF</sub>	<sub>R</sub> –średnia siła 1	niszcząca; Od	S-odchylenie	e standardowe	;			
	$F_{SR,95\%}$ -średnia siła niszcząca z prawdopodobieństwem wystąpienia 95%;								
	RZ-rodzaj zniszczenia; US-uplastycznienie stali; OT-odspojenie taśmy								

Tabela 4.3. Zestawienie sił niszczących i sposobów zniszczenia [opracowanie własne]

Próbki przygotowano w dwóch układach zakończenia taśmy i kleju. Trzy próbki miały zakończenia typu zwykłego (200.120.Z.A.1–3), a pozostałe 13 próbek miało zakończenia taśmy odwrotnie fazowane z wypływem kleju.

W tym etapie badań rozpatrywano również wpływ modułu sprężystości taśmy na wytrzymałość układu wzmocnienia. Zbadano próbki wzmocnione taśmami o dwóch modułach sprężystości. Czternaście próbek wzmocniono taśmami o module sprężystości  $\geq$ 210GPa, a dwie z próbek taśmami o module sprężystości  $\geq$ 168GPa (165.120.F.A.1–2).

Kolejnym zagadnieniem badanym w kierunku określenia wpływu na wytrzymałość układu wzmocnienia było zróżnicowanie grubości warstw kleju w próbkach. Zastosowano trzy grubości warstwy kleju przy wzmacnianiu stalowych dwuteowników taśmami CFRP. Próbki oznaczone literą A, miały średnie grubości warstwy kleju w granicach 0,65mm (12 próbek). Próbki oznaczone literą B, miały zakładaną średnią grubość warstwy kleju 1,30mm (2 próbki). Natomiast próbki oznaczone literą C, miały zakładaną średnią grubość warstwy kleju 1,75mm (2 próbki).

Ostatnim badanym zagadnieniem w trzecim etapie było zróżnicowanie długości przyklejanych taśm. Zastosowano trzy długości taśm wzmacniających –0,80m, 1,00m oraz 1,20m.

Próbki porównawcze zniszczyły się poprzez uplastycznienie stali po obciążeniu średnio siłą 75,965kN (24,7kNm). Obciążenie to wywoływało naprężenia w przekroju na poziomie 303MPa, co potwierdza wartości granicy plastyczności przedstawione w certyfikatach materiałowych dwuteowników stalowych.

Próbki typu 200.80.F.A zniszczyły się poprzez odspojenie taśmy. Siły niszczące wywołały naprężenia w stali znacznie poniżej granicy plastyczności stali. Układ ulegał zniszczeniu przy obciążeniu o 27% niższym niż w przypadku dwuteowników niewzmocnionych.

Próbki typu 200.100.F.A zniszczyły się poprzez odspojenie taśmy. Naprężenia w dolnej krawędzi taśmy CFRP osiągały wartości w granicach 271MPa. Struktura ulegała zniszczeniu przy obciążeniu niższym niż w przypadku dwuteowników niewzmocnionych, jednakże widoczne było ograniczenie naprężeń w stali dwuteownika w stosunku do próbki niewzmocnionej.

Próbki typu 200.100.F.B zniszczyły się zarówno poprzez uplastycznienie w przekroju stali, jak i odspojenie taśmy kompozytowej. W przypadku próbki zniszczonej przez odspojenie taśmy, siła niszcząca na poziomie 71,233kN (23,15kNm) wywoływała naprężenie w stali na poziomie 277MPa w górnej półce oraz 256MPa w półce dolnej. Naprężenia w dolnej krawędzi taśmy CFRP osiągały wartości w granicach 266MPa. Za zniszczenie próbki w tym przypadku odpowiadały przekroczone naprężenia w kleju. W przypadku drugiej z próbek, siła 84,178kN (27,36kNm) wywołała uplastycznienie stali w górnej półce (327MPa) oraz naprężenia na poziomie 303MPa w półce dolnej.

Naprężenia w dolnej krawędzi taśmy CFRP osiągały wartości w granicach 315MPa. Poziom średniej siły niszczącej był o 2,3% wyższy w stosunku do dwuteowników niewzmocnionych.

Próbki typu 200.100.F.C zniszczyły się poprzez odspojenie taśmy. Próbki zniszczyły się z powodu przekroczenia naprężeń w kleju. Układ ulegał zniszczeniu przy obciążeniu niższym niż w przypadku dwuteowników niewzmocnionych, jednakże widoczne było ograniczenie naprężeń w stali dwuteownika w stosunku do próbki niewzmocnionej.

Próbki typu 165.120.F.A zniszczyły się zarówno poprzez uplastycznienie w przekroju stali, jak i odspojenie taśmy kompozytowej. W przypadku próbki zniszczonej przez odspojenie taśmy, siła niszcząca na poziomie 79,93kN (25,977kNm) wywoływała naprężenie w stali na poziomie 330MPa w górnej półce oraz 306MPa w półce dolnej. Naprężenia w dolnej krawędzi taśmy CFRP osiągały wartości w granicach 315MPa. Za zniszczenie próbki w tym przypadku odpowiadały przekroczone naprężenia w kleju, chociaż również naprężenia w górnej półce oscylowały w pobliżu umownej granicy plastyczności. W przypadku drugiej z próbek, siła 87,4kN (28,4kNm) wywołała naprężenia w stali na poziomie 341MPa w górnej półce oraz 321MPa w półce dolnej. Naprężenia w dolnej krawędzi taśmy CFRP osiągały wartości w granicach 330MPa. Naprężenia w stali przekroczyły umowną granicę plastyczności. Poziom średniej siły niszczącej był o 8% wyższy w stosunku do dwuteowników niewzmocnionych.

Próbki typu 200.120.Z.A zniszczyły się poprzez odspojenie taśmy. Siły niszczące wywoływały naprężenia w stali na poziomie 287MPa w górnej półce oraz 265MPa w półce dolnej. Naprężenia w dolnej krawędzi taśmy CFRP osiągały wartości w granicach 273MPa. Za zniszczenie próbek wzmocnionych w tym przypadku odpowiadały przekroczone naprężenia w kleju. Układ ulegał zniszczeniu przy obciążeniu niższym niż w przypadku dwuteowników niewzmocnionych, natomiast widoczne było ograniczenie naprężeń w półce górnej dźwigara, które nie pozwoliło na przekroczenie granicy plastyczności stali.

Próbki typu 200.120.F.A zniszczyły się poprzez uplastycznienie w przekroju stali. Zastosowanie odwrotnego fazowania taśmy i wypływu kleju na końcu wpłynęły na zmianę sposobu zniszczenia próbek, który tym razem polegał na przekroczeniu naprężeń ściskających w górnej półce dźwigara w miejscach przyłożenia sił skupionych. Poziom średniej siły niszczącej był o 20,8% wyższy w stosunku do dwuteowników niewzmocnionych.

Rozpatrując wytrzymałość wszystkich układów wzmocnienia, najlepsze wartości osiągnięto w przypadku wzmocnienia taśmami długości 1,20m z odwrotnym fazowaniem taśmy i wypływem kleju. Wytrzymałość układów wzmocnienia w przypadku taśm długości 1,20 m zarówno o modułach 168GPa i 210GPa była wyższa niż w przypadku dwuteowników niewzmocnionych. Widoczny prym w wytrzymałości wiodą jednak próbki typu 200.120.F.A, które osiągnęły średnią siłę niszczącą o prawie 21% wyższą w stosunku do dwuteowników niewzmocnionych.

Wytrzymałość sytemu w zależności od kształtu zakończenia skleiny i taśmy rozpatrywano wobec próbek oznaczonych 200.120.Z.A.1–3 oraz 200.120.F.A.1–3. Próbki te zostały wzmocnione taśmami o tym samym module sprężystości ( $\geq$ 210GPa) oraz tej samej długości (1,20m) i grubości (1,4mm). Grubości warstw kleju porównywanych próbek również miały podobne wartości. Średnia grubość kleju próbek z zakończeniem zwykłym wyniosła 0,67mm, a odwrotnie fazowanych z wypływem kleju 0,62mm.

Próbki, ze zwykłym zakończeniem układu wzmocnienia, osiągnęły średnią wytrzymałość na poziomie nieco powyżej 69kN przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95%. Próbki zniszczyły się poprzez odspojenie taśmy kompozytowej na granicy klej-stal. Próbki z zakończeniem taśmy odwrotnie fazowanym z wypływem, osiągnęły średnią wytrzymałość na poziomie nieco powyżej 89,6kN przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95%. Odspojenie taśmy wystąpiło w przypadku jednej z próbek. Dwie pozostałe zniszczyły się poprzez lokalne wyboczenie górnej półki.

Porównując te dwa typy zakończeń wzmocnienia, osiągnięto wytrzymałość wzmocnienia o 29,6% wyższą na korzyść zakończenia taśmy odwrotnie fazowanego z wypływem kleju.

Wytrzymałość sytemu w zależności od modułu sprężystości taśmy CFRP rozpatrywano na próbkach oznaczonych 200.120.F.A.1–3 oraz 165.120.F.A.1–2. Próbki te zostały wzmocnione taśmami o różnym module sprężystości, ale tym samym typie zakończenia taśmy, tej samej długości taśmy (1,20m), identycznej grubości taśmy (1,4mm) i porównywalnej grubości kleju. Średnia grubość kleju próbek z taśmą o module  $\geq$ 210GPa wyniosła 0,62mm, a z taśmą o module  $\geq$ 168GPa, 0,67mm.

Próbki, wzmocnione taśmą o module sprężystości ≥168GPa, osiągnęły średnią wytrzymałość na poziomie nieco powyżej 74,9kN przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95%. Próbki z taśmą o module ≥210GPa, zniszczone zostały siłą na poziomie 89,6kN przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95%. Rozpatrując wpływ modułu sprężystości na nośność układu, osiągnięto wytrzymałość wzmocnienia o 19,56% wyższą na korzyść taśmy o wyższym module sprężystości.

W tym miejscu, występuje dodatkowa możliwość porównania wytrzymałości układów wzmocnienia o tych samych długościach taśm, pomierzonych średnich grubościach klejów (0,67mm), ale o różnych modułach ( $\geq$ 168GPa oraz  $\geq$ 210GPa) i różnych zakończeniach układów wzmocnienia. Do porównania wzięto próbki typu 200.120.Z.A.1–3 oraz 165.120.F.A.1–2.

Wszystkie trzy próbki ze zwykłym zakończeniem złącza i taśmą wysokomodułową uległy zniszczeniu. Ich średnia wytrzymałość przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95% wyniosła nieco powyżej 69kN. Próbki, wzmocnione taśmą o module sprężystości  $\geq$ 168GPa, ale odwrotnie fazowanym zakończeniem taśmy z wypływem kleju osiągnęły średnią wytrzymałość 74,9kN przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95%. Zatem, rozpatrując te dwa typy próbek, uzyskano wytrzymałość wzmocnienia o 8,4% wyższą na korzyść taśmy średnio-modułowej, ale z zakończeniem taśmy odwrotnie fazowanym i wypływem kleju.

Do porównania wytrzymałości struktury w zależności od grubości warstwy kleju przygotowano sześć próbek. Próbki wzmocniono taśmami o tym samym module sprężystości (≥210GPa), tej samej długości (1,00m) i tym samym typie zakończenia taśmy i kleju (odwrotnie fazowany z wypływem) oraz identycznej grubości taśmy CFRP (1,4mm). Próbki oznaczono 200.100.F.A.1–2 (warstwa kleju średniej grubości 0,67mm), 200.100.F.B.1–2 (1,30mm) oraz 200.100.F.C.1–2 (1,76mm).

Pięć z sześciu próbek uległo zniszczeniu, polegającym na odspojeniu taśmy. W jednej z próbek taśma się nie odspoiła, a uplastyczniła się stal dwuteownika po osiągnięciu siły 84,18kN. W jej przypadku, siłę tę określono jako niszczącą. Najlepsze wyniki osiągnięto przy próbkach ze średnią grubością warstwy kleju 1,3mm, zarówno w przypadku wartości wytrzymałości średniej oraz wytrzymałości przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95%. Natomiast w przypadku próbek z klejem o grubości 0,67mm, wyższa wytrzymałość średnia w stosunku do wytrzymałości próbek z klejem 1,76mm, traci swoje znaczenie z powodu dużych rozrzutów wyników (odchylenie od średniej 10,8% do 6,4%). Ostatecznie porównując próbki z klejem o różnych grubościach stwierdzono, że przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95%, próbki C przeniosły siłę niszczącą o 14% wyższą niż próbki A, a próbki B o 19,6% wyższą od próbek A.

Do porównania wytrzymałości sytemu w zależności od długości taśmy przygotowano sześć próbek. Próbki wzmocniono taśmami o tym samym module sprężystości ( $\geq$ 210GPa), tym samym typie zakończenia taśmy i kleju (odwrotnie fazowany z wypływem), identycznej grubości taśmy CFRP (1,4mm) oraz zbliżonej średniej grubości warstwy kleju (0,62–0,67mm). Próbki oznaczono 200.80.F.A.1–2 (taśma 0,80m), 200.100.F.A.1–2 (taśma 1,00m) oraz 200.120.F.A.1–3 (taśma 1,20m).

Próbki z przyklejonymi taśmami o długości 0,80 m, osiągnęły średnią wytrzymałość przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95% na poziomie 43,7kN. Obie próbki uległy zniszczeniu przez odspojenie taśmy. Próbki z przyklejonymi taśmami o długości 1,00 m, osiągnęły średnią wytrzymałość układu przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95% na poziomie 52,3kN. Próbki uległy zniszczeniu przez odspojenie taśmy. Próbki z przyklejonymi taśmami o długości 1,20m, osiągnęły średnią wytrzymałość przy prawdopodobieństwie wystąpienia 95% na poziomie 89,6kN. Jedna z próbek uległa zniszczeniu przez odspojenie taśmy, a dwie pozostałe przez uplastycznienie stali powodujące lokalne wyboczenie półki górnej dwuteowników. Porównując nośność systemów wzmocnienia w odniesieniu do długości taśm, w przypadku taśm 1,20m osiągnięto wytrzymałość wzmocnienia o 71,2% wyższą, w stosunku do próbek z taśmami długości 1,00m oraz wyższą o 105,0%, w stosunku do próbek z taśmami długości 0,80m. Taśmy o długości 1,00m wykazały w stosunku do taśm o długości 0,80m wzrost wytrzymałości wzmocnienia o 19,7%.

#### 4.3.3. Zachowanie złącza

Wzmocnione dwuteowniki stalowe zostały oklejone tensometrami elektrooporowymi na powierzchni dolnej półki stalowej i przyklejonej taśmy CFRP. Tensometry przyklejono w celu rozpoznania wykresu odkształceń taśmy CFRP i półki stalowej podczas obciążania belek. Odkształcenia w taśmie CFRP wykorzystano do wyznaczenia średnich naprężeń ścinających w skleinie. Schemat rozmieszczenia tensometrów na wzmocnionych belkach przedstawiony został w Rozdziale 3.4.3 na rysunkach 3.6–3.13. Celem stworzenia profili odkształceń i naprężeń w skleinie było zrozumienie zachowania wiązania CFRP do stali. Pomierzone odkształcenia były najwyższe w połowie rozpiętości belek i zmniejszały się w kierunku końców taśmy CFRP. Takie zachowanie było oczekiwane ze względu na przyłożenie sił w pobliżu środka rozpiętości belek.

Na podstawie odkształceń pomierzonych tensometrycznie określono średnie naprężenia ścinające w kleju. Wykres naprężeń w kleju określony na podstawie pomiarów tensometrycznych, wykazał występowanie maksymalnych naprężeń ścinających w skleinie w pobliżu końców taśmy CFRP, a najniższych w środku rozpietości taśmy. Wyższe napreżenia ścinające na końcach taśmy zostały zainicjowane przez siły odrywające. Siły te wystąpiły w złączu z powodu zginania belek. Przyłożone siły skupione znajdowały sie w połowie rozpietości próbek. Maksymalny moment zginający występował w obszarze pomiędzy siłami skupionymi. Obszar ten był obszarem czystego zginania w belce. Materiał CFRP miał za zadanie przenieść większość przyłożonego do belek obciążenia w połowie rozpiętości. Siły w taśmach CFRP zostały wywołane przez siły przeniesione z belek stalowych przez warstwe kleju. Ponieważ obciażenie było stale aplikowane podczas badania, siły w taśmie CFRP wywoływały siły odrywające w kleju, a te powodowały naprężenia ścinające w warstwie klejącej. Średnie naprężenia ścinające (odczytane na podstawie pomierzonych odkształceń) miały największą wartość na końcach taśm CFRP z powodu przejścia z przekroju wzmocnionego na niewzmocniony. Kiedy siły w CFRP na końcach taśm osiągały nośność na ścinanie kleju, taśmy wzmacniające odspajały się od powierzchni stalowej. Wykresy odkształceń na długości taśm CFRP wyznaczono w przypadku próbek oznaczonych jako: 3.200.80.F.A.1, 3.200.100.F.A.1, 3.200.100.F.B.1, 3.200.100.F.C.1, 3.200.120.F.A.1-3, 3.200.120.Z.A.1-3 oraz 3.165.120.F.A.1. Na podstawie wykresów odkształceń wyznaczono następnie wykresy średnich naprężeń ścinających w kleju. W przypadku wszystkich badanych belek określono na podstawie odczytów z czujników tensometrycznych wartości odkształceń na końcach taśm kompozytowych. Na ich podstawie określono wartości średnich naprężeń ścinających w skleinie w tym obszarze. Wykresy odkształceń są pokazane jako punktowe wartości odkształceń w przypadku 20, 40, 60, 80 i 100% siły niszczącej układ wzmocnienia. Wszystkie wzmocnione taśmami CFRP belki były oklejone tensometrami elektrooporowymi na taśmie CFRP i w kilku punktach na powierzchni stalowej. Jednakże, tensometry do zbadania wykresu odkształceń na długości taśmy, co najmniej od środka taśmy do jej zakończenia, przyklejono na 11 belkach.

Różnica w odkształceniach od rozciągania pomiędzy dwoma punktami pomiarowymi musi być zrównoważona siłą ścinającą działającą pomiędzy taśmą CFRP i podłożem stalowym. Średnie naprężenie ścinające na granicy styku stalklej może być określone pomiędzy dwoma tensometrami poprzez [149]:

$$\tau_{av} = E_{FRP} t_{FRP} \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta l}$$
(4.6)

gdzie:

 $E_{FRP}$ -moduł sprężystości taśmy kompozytowej,  $t_{FRP}$ -grubość taśmy kompozytowej,

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$$

(4.7)

 $\Delta \varepsilon$ -różnica odkształceń dwóch przyległych tensometrów,

$$\Delta l = x_2 - x_1 \tag{4.8}$$

 $\Delta l$ -odległość pomiędzy dwoma przyległymi tensometrami.

Podłużne odkształcenie na końcu taśmy CFRP założono jako równe zero, aby obliczyć średnie naprężenie ścinające pomiędzy końcem taśmy a przyległym tensometrem. W obliczeniach założono moduł sprężystości CFRP równy  $E_{FRP} = 168$ GPa w taśmach średniomodułowych i  $E_{FRP} = 210$ GPa w taśmach wysokomodułowych. Grubość taśm wynosiła w obu przypadkach  $t_{FRP} = 1,4$ mm. Wartości maksymalnych średnich naprężeń ścinających przed uplastycznieniem kleju w złączu i następującym po nim odspojeniu taśmy oraz maksymalne przeniesione naprężenie w kleju przy próbkach, w których nie wystąpiło odspojenie taśmy zestawiono w tab. 4.4.

Tabela 4.4. Wartości wyznaczonych maksymalnych średnich naprężeń ścinających w skleinie i postacie zniszczenia belek stalowych wzmocnionych taśmami CFRP przy różnych długościach taśm, grubościach kleju, modułach sprężystości i typach zakończenia złącza [opracowanie własne]

Oznaczenie próbki	E <sub>FRP</sub> [GPa]	L <sub>CFRP</sub> [mm]	L <sub>Z</sub> [mm]	b <sub>A</sub> [mm]	$\tau_{avL}^{(1)}$	$\tau_{avP}^{2)}$ [MPa]	RZ
200.120.Z.A.1	210	1200	265	0,69	8,6	14,1	OL
200.120.Z.A.2				0,71	11,8	9,5	OP
200.120.Z.A.3				0,62	15,0	14,6	OP
200.120.F.A.1				0,63	18,2	19,5	OP
200.120.F.A.2				0,67	17,0	19,6	UPL
200.120.F.A.3				0,56	18,8	18,7	UPL
165.120.F.A.1	168	1200	265	0,67	23,4	25,7	UPL
165.120.F.A.2				0,67	19,2	12,9	OP
200.100.F.A.1	210	1000	165	0,70	28,2	21,0	OP
200.100.F.A.2				0,63	28,7	25,5	OL
200.100.F.B.1				1,26	14,0	-	UPL
200.100.F.B.2				1,33	15,2	14,7	OL
200.100.F.C.1				1,77	32,0	20,9	OL
200.100.F.C.2				1,74	16,8	19,0	OL
200.80.F.A.1	210	800	65	0,64	22,7	26,0	OL
200.80.F.A.2	-			0,61	23,2	22,2	OP

 $\begin{array}{l} E_{FRP} - moduł sprężystości taśmy; L_{CFRP} - długość taśmy; L_{Z} - długość zakotwienia; b_{A} - pomierzona grubość warstwy kleju; \tau_{avL} - maksymalne naprężenia ścinające po lewej stronie skleiny; \tau_{avP-} maksymalne naprężenia ścinające po prawej stronie skleiny; RZ-rodzaj zniszczenia; OL- odspojenie rozpoczynające się od lewej strony; OP-odspojenie rozpoczynające się od prawej strony; UPL-uplastycznienie stali. \end{array}$ 

Większość profili odkształceń wzdłuż długości taśmy CFRP było typowych, jak pokazano na wykr. 4.1–4.3. Wykazywały najwyższe odkształcenia w obszarze czystego zginania w środku rozpiętości belki i najniższe na końcach taśm CFRP. Zniszczenie przez odspojenie taśmy można zaobserwować w przesunięciu odkształceń w profilu od chwili, w której klej nie zapewnia dalszego mocowania CFRP do powierzchni stalowej belki. Profil taki przedstawiono na wykr. 4.4–4.6. Zniszczenie może nastąpić przy dowolnym obciążeniu, gdy naprężenia odrywające na końcu taśmy przekraczają wartość dopuszczalnej wytrzymałości na ścinanie kleju.

Obciążenia nadal mogą być przenoszone przez wzmocnioną belkę, jeżeli inne obszary kompozytu CFRP są zespolone ze stalą, aż do chwili przekroczenia naprężeń w kleju w tych obszarach.



Wykr. 4.1. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń próbki 165.120.F.A.1 przy różnych poziomach obciążenia [opracowanie własne]



Wykr. 4.2. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń próbki 200.120.F.A.1 przy różnych poziomach obciążenia [opracowanie własne]



Wykr. 4.3. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń próbki 200.120.Z.A.2 przy różnych poziomach obciążenia [opracowanie własne]



Wykr. 4.4. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń próbki 200.120.Z.A.3 przy różnych poziomach obciążenia [opracowanie własne]



Wykr. 4.5. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń próbki 200.100.F.B.1 przy różnych poziomach obciążenia [opracowanie własne]



Wykr. 4.6. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń próbki 200.80.F.A.1 przy różnych poziomach obciążenia [opracowanie własne]

Profile naprężeń ścinających w kleju są, w przypadku badanych wzmocnionych belek stalowych, wyraźnie. Równowaga sił wymaga, aby wszystkie podłużne naprężenia w taśmie CFRP były w pełni przekazywane do belki za pomocą spoiny klejowej, aby możliwe było pełne wykorzystanie wzmacniającego stal kompozytu CFRP.

Większość profili średnich naprężeń ścinających wzdłuż taśmy CFRP, opracowanych na podstawie odczytanych odkształceń, wykazywało maksimum na końcu taśmy CFRP i minimum w środku rozpiętości belki. Po przekroczeniu naprężeń dopuszczalnych, maksymalne naprężenia średnie ścinające przemieszczały się w kierunku środka belki, malejąc w obszarze zakończenia taśmy z powodu uplastycznienia. Przykładowe wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie na długości taśmy CFRP pokazano na wykr. 4.7–4.10.



Wykr. 4.7. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie na długości taśmy CFRP próbki 165.120.F.A.1 przy różnych poziomach obciążenia [opracowanie własne]



Wykr. 4.8. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie na długości taśmy CFRP próbki 200.120.F.A.1 przy różnych poziomach obciążenia [opracowanie własne]



Wykr. 4.9. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie na długości taśmy CFRP próbki 200.100.F.A.1 przy różnych poziomach obciążenia [opracowanie własne]



Wykr. 4.10. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie na długości taśmy CFRP próbki 200.100.F.C.1 przy różnych poziomach obciążenia [opracowanie własne]

Na wykr. 4.11–4.12 Przedstawiono przykładowe wykresy wartości średnich naprężeń ścinających w skleinie na różnych jej odcinkach w zależności od przyłożonej do wzmocnionej belki siły. Wykresy przedstawiają prawie idealnie liniowe przekazywanie naprężeń do przyklejonej taśmy CFRP nawet do osiągnięcia siły niszczącej, wykr. 4.11. W przypadku wykr. 4.12, zanim pokazało się zachowanie nieliniowe osiągające odkształcenie niszczące w kleju, liniowe przekazywanie obciążeń ze stali do taśmy osiągnęło zakres 70% siły niszczącej.



Wykr. 4.11. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie od przyłożonej siły na różnych jej odcinkach w próbce 200.120.F.A.3 [opracowanie własne]



Wykr. 4.12. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie od przyłożonej siły na różnych jej odcinkach w próbce 200.120.Z.A.2 [opracowanie własne]

# 4.3.4. Efektywna długość zakotwienia

Na podstawie przeprowadzonych własnych badań laboratoryjnych, w których zginaniu poddano 16 belek wzmocnionych przyklejonymi taśmami kompozytowymi CFRP, rozpoznano gdzie w złączu między CFRP i stalą zachodzi transfer sił. Zastosowane długości zakotwienia wynosiły 65mm, 165mm oraz 265mm. Wyznaczone na podstawie pomiarów tensometrycznych średnie naprężenia ścinające w skleinie potwierdziły, że prawie całość sił przekazywanych z belki stalowej do taśmy kompozytowej przez skleinę, występuje na długości do około 70mm od końca taśmy CFRP. Pokrywa się to z wynikami badań opisanymi w [24, 66]. Najlepsze wyniki wytrzymałości układu wzmocnienia, osiągnięto w przypadku próbek, w których długość zakotwienia taśmy wyniosła 265mm. Wynik ten jest bliższy wartości opisanej przez Nozakę i innych [67]. Tylko w przypadku tej długości zakotwienia udało się osiągnąć zniszczenie układu wzmocnienia spowodowanego uplastycznieniem stali przed odspojeniem taśmy. W tab. 4.5. zestawiono wartości sił niszczących w zależności od długości zakotwienia taśmy.

Na podstawie wyników przedstawionych w tab. 4.5. można wyciągnąć następujące wnioski:

- a) Efektywna długość zakotwienia taśm w przypadku zbadanych laboratoryjnie zginanych belek wzmocnionych przyklejonymi taśmami CFRP wyniosła 265mm.
- b) Grubość kleju ma wpływ na wartość przenoszonych przez skleinę sił, a zatem może mieć wpływ długość zakotwienia taśmy. W przypadku próbek z długością zakotwienia 165mm, próbki z warstwą kleju około 1,3mm dały najlepsze wyniki wytrzymałości w swojej grupie. Próbki z warstwą kleju grubości 1,76mm wykazały się większą wytrzymałością skleiny od próbek z warstwą kleju grubości 0,66mm, ale niższą od próbek z warstwą kleju grubości 1,3mm.
- c) Sposób zakończenia taśmy i skleiny w złączu ma wpływ na długość zakotwienia. Odwrotnie fazowana taśma z wypływem kleju w przypadku próbek z taśmami o długości zakotwienia 265mm, dawała wyższe wyniki nośności układów zarówno taśm średnio modułowych i wysokomodułowych w stosunku do wysokomodułowych taśm ze zwykłym zakończeniem.
- d) Niższy moduł sprężystości taśm średnio modułowych (168GPa) przy tej samej długości zakotwienia, co taśm wysokomodułowych (210GPa), przy tym samym zakończeniu taśmy i skleiny dawał niższe wyniki wytrzymałości złącza.

Lp.	Oznaczenie próbki	L <sub>Z</sub> [mm]	b <sub>A</sub> [mm]	RZ	F <sub>śr.95%</sub> [kN]
1	200.80.F.A.1	65	0,64	ОТ	43,714
2	200.80.F.A.2	-	0,61	01	
3	200.100.F.A.1	165	0,70	ОТ	52,343
4	200.100.F.A.2	•	0,63	01	
5	200.100.F.C.1		1,77	ОТ	59,662
6	200.100.F.C.2		1,74		
7	200.100.F.B.1		1,26	UPL	62,602
8	200.100.F.B.2	•	1,33	OT	
9	200.120.Z.A.1	265	0,69		69,129
10	200.120.Z.A.2		0,71	OT	
11	200.120.Z.A.3		0,62		
12	165.120.F.A.1	265	0,67	UPL	74,950
13	165.120.F.A.2		0,67	OT	
14	200.120.F.A.1	265	0,63	OT	89,607
15	200.120.F.A.2	-	0,67	LIDI	
16	200.120.F.A.3	-	0,56	UPL	

Tabela 4.5. Zestawienie maksymalnych sił przeniesionych przez próbki w zależności od długości zakotwienia [opracowanie własne]

L<sub>Z</sub>–długość zakotwienia; b<sub>A</sub>–pomierzona grubość warstwy kleju; RZ–rodzaj zniszczenia; OT– odspojenie taśmy; UPL–uplastycznienie stali; F<sub>śr.95%</sub> - średnia siła niszcząca z prawdopodobieństwem wystąpienia 95%

# 4.3.5. Efektywność układu wzmocnienia

Efektywność wzmocnienia określona została jako zwiększenie nośności określone na podstawie odczytanych odkształceń z czujników tensometrycznych. Uzyskanie wyników pomiarów tensometrycznych z 18 próbek, w tym 16 wzmocnionych przy dwóch typach zakończenia taśmy i ukształtowania kleju w jej obrębie, trzech długościach taśmy, trzech grubościach kleju oraz dwóch modułach sprężystości taśmy kompozytowej, pozwala na obiecującą wstępną ocenę.

Badania czteropunktowego zginania przerywano po zerwaniu taśmy kompozytowej lub zniszczeniu dwuteownika stalowego. Zniszczenie dwuteowników stalowych rozpoczynało się poprzez lokalne zniszczenie górnej półki przez uplastycznienie w miejscach przyłożenia sił skupionych. Granicę plastyczności stali dwuteowników określono na 297–321MPa, zgodnie z kartami materiałowymi. Wyznaczone teoretycznie naprężenia na tym poziomie w przypadku dwuteownika INP 140 występują przy momentach zginających o wartości 24,31–26,28kNm (odpowiednio siły 74,81kN i 80,85kN). Niestety z powodów błędów ludzkich i sprzętowych, odkształcenia z pomiarów tensometrycznych odczytano jedynie do wartości siły obciążającej równej 85kN.

Na wykr. 4.13 przedstawiono krzywą obciążenie–przemieszczenie w środku rozpiętości próbek referencyjnych. Ponieważ próbki referencyjne wykazywały podobne zachowanie w testach, w dalszej części zdecydowano w ich odniesieniu do oznaczania jako jednej próbki referencyjnej. Zachowanie próbki referencyjnej opisuje w rzeczywistości zachowanie próbki referencyjnej nr 3.



Wykr. 4.13. Krzywe obciążenie-przemieszczenie w środku rozpiętości próbek referencyjnych [opracowanie własne]

Na wykr. 4.14 pokazano krzywe obciążenie–przemieszczenie w środku rozpiętości próbek oznaczonych 200.120.F.A w odniesieniu do próbki referencyjnej. Zachowanie wzmocnionych belek jest pokazane ciągłymi liniami czerwoną, niebieską i zieloną powyżej linii belki referencyjnej opisaną linią przerywaną. Różnice w nośności w zakresie sprężystym przedstawia pierwsza pionowa linia przerywana, a różnice w nośności po uplastycznieniu stali w próbkach pokazują pionowe przerywane linie w kolorach czerwonym, niebieskim i zielonym. Przemieszczenie w środku rozpiętości belki jest liniowe, aż do przekroczenia granicy plastyczności w stali z wyjątkiem początkowej fazy obciążania belek dwuteowych do siły o wartości 6kN. U szczytu krzywych, zachowanie staje się nieliniowe, aż do zniszczenia z powodu utraty sztywności przekroju poprzez uplastycznienie półek belek pod miejscami przyłożenia sił i przekraczania granicy plastyczności w regionie czystego zginania. Wartość wzrostu nośności była stała dla wszystkich próbek wzmocnionych taśmą wysokomodułowe (210 GPa) i wynosiła około 8% w zakresie sprężystym. Jednakże, wytrzymałości układów były zależne od długości zakotwienia i typu zakończenia złącza oraz grubości skleiny. Tylko próbki odwrotnym fazowaniem i wypływem kleju oraz długością wiązania równą 265mm, Przenosiły obciążenia aż do uplastycznienia stali. Pozostałe próbki zniszczyły się poprzez odspojenie taśmy kompozytowej przed przekroczeniem granicy plastyczności.



Wykr. 4.14. Krzywe obciążenie-przemieszczenie w środku rozpiętości próbek typu 200.120.F.A [opracowanie własne]

W przypadku próbek o średnim module sprężystości, które również przenosiły obciążenia powyżej granicy plastyczności efekt wzmocnienia na podstawie krzywych siła–przemieszczenie w środku rozpiętości został określony na poniżej 5% w przypadku próbki 165.120.F.A.1. W przypadku próbki 165.120.F.A.2 nie zaobserwowano na podstawie pomierzonych wyników wzrostu sztywności i nośności w zakresie sprężystym. Zauważono niewielki wzrost dopiero w przypadku przekroczenia granicy plastyczności. Na wykr. 4.15 przedstawiono przebieg krzywych siła–przemieszczenie w środku rozpiętości belek typu 165.120.F.A.

Po odspojeniu taśm CFRP, wzmocnione belki wracały do zachowania przed wzmocnieniem. Zwykle dzieje się tak, gdy taśma całkowicie odspoi się od lub tylko w obszarze najwyższego momentu (w obszarze czystego zginania). Po obniżeniu obciążenia z powodu utraty zespolenia belki stalowej i taśmy CFRP, sztywność belki nagle się obniża a stal dąży do wytrzymałości plastycznej. Należy tutaj zauważyć, że wzrost sztywności o ok. 6% dotyczy belki o niewielkim przekroju INP 140. W przypadku belek o większym przekroju, np. w belkach stalowych o przekroju dwuteownika INP 300 lub INP 500, wzrost sztywności po przyklejeniu taśmy o zastosowanych wymiarach 50x1,4mm byłby znikomy i wynosił odpowiednio 0,3% oraz 0,05%.



Wykr. 4.15. Krzywe obciążenie-przemieszczenie w środku rozpiętości próbek typu 165.120.F.A [opracowanie własne]

Badania prowadzono z reguły do osiągnięcia siły o wartości 85 kN co odpowiadało 11 mm ugięcia belki referencyjnej. Powyżej tego przemieszczenia, próbki stawały się niestabilne z powodu skrętnego wygięcia belki lub poprzez wyboczenie w punktach obciążenia górnej półki stalowej. W przypadku belek, w których nastąpiło odspojenie taśmy badanie przerywano. W przypadku belek, w których taśmy się nie odspajały przy sile 85kN, badania kontynuowano do zniszczenia w przekroju stalowym.

Na wykr. 4.16 przedstawiono krzywe obciążenie–przemieszczenie w środku rozpiętości próbek typu 200.100.F.A, których przebiegi pokrywają się z przebiegami pozostałych wzmocnionych próbek, zniszczonych przez odspojenie taśmy CFRP przed przekroczeniem granicy plastyczności w stali.

Jak wspomniano na wstępie rozdziału, podniesienie nośności zakładano jako obniżenie odczytanych w pomiarach tensometrycznych odkształceń belek wzmocnionych w stosunku do belek referencyjnych. Wykazującą najlepsze właściwości mechaniczne belką referencyjną była belka nr 3, dlatego tę belkę wybrano do dalszych porównań. Pomiary tensometryczne rejestrowano do osiągnięcia siły niszczącej lub siły o wartości 85kN. W przypadku belek, w których taśmy się nie odspajały przy sile 85kN, badania kontynuowano do zniszczenia w przekroju stalowym. Jednakże w przypadku badania tych belek, z powodu błędów ludzkich i sprzętowych, nie zarejestrowano odkształceń powyżej siły 85kN. Poniżej na wykr. 4.17–4.23 przedstawione zostały wykresy odczytanych w środku rozpiętości odkształceń w zależności od przyłożonej siły zginającej. Liniami kolorowymi (czerwone, niebieskie i zielone) oznaczono krzywe odkształcenia od siły w próbkach wzmocnionych. Przerywaną linią koloru czarnego oznaczono krzywą odkształcenia od siły w próbce referencyjnej.



Wykr. 4.16. Krzywe obciążenie-przemieszczenie w środku rozpiętości próbek typu 200.100.F.A [opracowanie własne]



Wykr. 4.17. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.80.F.A [opracowanie własne]



Wykr. 4.18. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.A [opracowanie własne]



Wykr. 4.19. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.B [opracowanie własne]



Wykr. 4.20. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.C [opracowanie własne]



Wykr. 4.21. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 165.120.F.A [opracowanie własne]



Wykr. 4.22. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.120.Z.A [opracowanie własne]



Wykr. 4.23. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.120.F.A [opracowanie własne]

Na wykresach znajdujących się na wykr. 4.17–4.23 przebieg linii opisujących odkształcenia na spodzie dolnej półki od przyłożonej do belki siły, zlokalizowanie linii kolorowej powyżej czarnej przerywanej oznacza zwiększenie przenoszonej siły przy tych samych odkształceniach. Różnica w odkształceniach belki wzmocnionej i referencyjnej w stosunku do odczytanych odkształceń belki referencyjnej jest różnicą w poziomie nośności. Wyniki pomierzonych odkształceń uzyskane w przypadku próbek 200.100.F.B.1 i 200.100.F.C.2 można z pewnym bezpieczeństwem traktować jako błędne. Błąd pomiaru może wynikać z nieprawidłowej pracy czujnika tensometrycznego. Założenie takie, można przyjąć za prawidłowe przyglądając się pozostałym krzywym. W przypadku wyników pozostałych próbek, jasno widać pewien poziom zwiększenia nośności. Odbiegające od średniej w górę ciekawe są wyniki uzyskane w przypadku próbek 200.80.F.A.2 oraz 200.100.F.A.2. W przypadku tych próbek, uzyskany poziom ograniczenia odkształceń wyniósł odpowiednio 25,6% oraz 14,5%. Takie odchylenie od normy należy traktować jako przypadkowe, biorąc pod uwagę, że ogólnie poziom wzrostu nośności oscylował w granicach 8,5-10%.

W tab. 4.6. zestawiono pomierzone tensometrycznie odkształcenia w próbkach wzmocnionych i próbce porównawczej. Przedstawione odkształcenia dotyczą sił niszczących układ wzmocnienia (odspojenie taśmy) lub maksymalnej siły 85kN, przy której dokonano pomiarów oraz poziomu siły 70kN, tj. siły którą przeniosło 75% wszystkich próbek, a 100% próbek z taśmami długości 1200mm.

W kolumnie 2 tab. 4.6, zestawiono siły powodujące odspojenie taśm kompozytowych, z wyjatkiem próbek 165.120.F.A.1 oraz 200.120.F.A.1-3, przy których odczyt odkształceń zakończono na poziomie siły 85kN. W kolumnach 3 i 4 wpisano przypadające tym siłom wartości odkształceń odczytanych w pomiarach tensometrycznych. W kolumnach 6 i 7 zestawiono odkształcenia w próbkach wzmocnionych i próbce referencyjnej przy sile 70kN. Przedstawiono odkształcenia w przypadku próbek, które osiągnęły nośność 70kN. W kolumnach 5 i 8 wyznaczono stopień ograniczenia odkształceń w półce stalowej w środku rozpietości belki na podstawie różnic pomiedzy odkształceniami próbek wzmocnionych i próbki porównawczej odczytanych w pomiarach tensometrycznych. Na czerwono zaznaczono wyniki, które moga świadczyć o błednym odczycie odkształceń lub wcześniejszym uszkodzeniu wzmocnionej próbki, powodującym znaczące odstępstwo od pozostałych wyników.

Próbka	P [kN]	E <sub>P</sub>	E <sub>ref.P</sub>	$\Delta \varepsilon$	<i>Е</i> <sub>70</sub> [um/m]	$\mathcal{E}_{ref.70}$	$\Delta \varepsilon_{70}$
1	2	<u>[µIII/III]</u>	<u>[μπ/m]</u> 4	5	رېستان 6	<u>[μιιι/π]</u> 7	8
200.80.F.A.1	59,9	1072	1173	8,61	_	_	_
200.80.F.A.2	50,2	734	987	25,63	_	_	_
200.100.F.A.1	64,2	1166	1255	7,09	—	—	_
200.100.F.A.2	81,9	1370	1603	14,54	1198	1366	12,30
200.100.F.B.1	84,2	1825	1653	-10,41	1404	1366	-2,78
200.100.F.B.2	71,2	1301	1389	6,34	1278	1366	6,44
200.100.F.C.1	74,7	1343	1454	7,63	1251	1366	8,42
200.100.F.C.2	65,7	1294	1283	-0,86	_	—	_
165.120.F.A.1	85,0	1590	1665	4,50	1251	1366	8,42
165.120.F.A.2	79,9	1399	1556	10,09	1246	1366	8,78
200.120.Z.A.1	76,4	1342	1488	9,81	1235	1366	9,59
200.120.Z.A.2	70,9	1244	1382	9,99	1231	1366	9,88
200.120.Z.A.3	73,7	1295	1437	9,88	1233	1366	9,74
200.120.F.A.1	85,0	1488	1665	10,63	1229	1366	10,03
200.120.F.A.2	85,0	1497	1665	10,09	1228	1235	9,58
200.120.F.A.3	85,0	1493	1665	10,33	1230	1366	9,96

Tabela 4.6. Zestawienie pomierzonych odkształceń na poziomie sił niszczących oraz sile P=70kN wraz z procentowymi poziomami ograniczenia odkształceń po wzmocnieniu [opracowanie własne]

 $\varepsilon_P$ -odkształcenie wzmocnionej próbki przy sile niszczącej (lub 85kN przy próbkach 165.120.F.A.1 oraz 200.120.F.A.1-3);  $\varepsilon_{ref,P}$ -odkształcenie próbki referencyjnej;

 $\Delta \varepsilon = \frac{\varepsilon_{P} - \varepsilon_{ref,P}}{\varepsilon_{ref,P}}$ stopień ograniczenia odkształceń w półce stalowej przy sile niszczącej;

 $\Delta \varepsilon_{70} = \frac{\varepsilon_{70} - \varepsilon_{ref.70}}{\varepsilon_{ref.70}}$ stopień ograniczenia odkształceń w półce stalowej przy sile 70kN

Na podstawie wyników przedstawionych w tab. 4.6. oraz na rys. 4.17–4.23 można stwierdzić, że przyklejenie taśm kompozytowych do belek stalowych miało wpływ na podniesienie ich nośności. Uzyskane w dolnej półce stalowej czteropunktowo zginanych dwuteowników kształtowało się na poziomie 8,5–10% w przypadku zastosowania taśm o module sprężystości 210GPa oraz około 8,5% w przypadku zastosowania taśm o module sprężystości 168GPa. Grubość kleju oraz długość taśm kompozytowych nie miały w tym przypadku większego znaczenia na podniesienie poziomu nośności belki, który był podobny we wszystkich przypadkach. Znaczenie tych parametrów widoczne było w wytrzymałości układu stal-klej-taśma CFRP.

# 4.3.6. Wnioski z uzyskanych wyników

Na podstawie wyników uzyskanych w trzecim etapie badań laboratoryjnych, można wyciągnąć następujące wnioski:

- a) Doklejanie elementów FRP do elementów stalowych jest efektywną metodą podnoszenia nośności konstrukcji stalowych, co pokazały w szczególności próbki z taśmami o długości 1,20m przy odwrotnym fazowaniu taśmy i z wypływem kleju w zakończeniu złącza.
- b) Odpowiednie ukształtowanie końca taśmy FRP lub kleju, ma wpływ na wytrzymałość układu wzmocnienia. W tym przypadku, punktem odniesienia są wartości sił, które układ stal-klej-taśma CFRP przenosił do zniszczenia. Odwrotnie fazowana taśma z wypływem kleju wykazuje wyższe nośności (o 30%) od taśmy ze zwykłym zakończeniem bez wypływu kleju na poziomie.
- c) Grubość kleju ma wpływ na długość zakotwienia. Porównując trzy typy próbek o różnych grubościach kleju, ale tej samej długości zakotwienia zauważono wzrost nośności ze wzrostem grubości kleju do pewnej granicy. Na podstawie wyników laboratoryjnych można stwierdzić, że wystąpiła grubość miarodajna, której wartość wynosiła 1,3mm. Zarówno powyżej, jak i poniżej tej grubości nośność była porównywalnie niższa.

# 5. Analiza teoretyczna złącz klejowych pomiędzy stalą a kompozytami FRP

Wśród analiz matematycznych złącz klejonych w literaturze odnaleźć można kilka rozpatrywanych przypadków. Podstawowa analiza dotyczy pojedynczych złączy zakładkowych. W takim złączu, za pomocą klejenia łączy się ze sobą na zakładkę, dwa elementy z materiałów identycznych lub różnych, przy jednakowych lub zróżnicowanych grubościach materiałów. Analizy pojedynczych złącz zakładkowych można odnaleźć w literaturze, jako pierwsze z rozpatrywanych m in. w pozycjach [28, 144, 150–188]. W początkowych stadiach, analizy złącz zakładkowych dotyczyły łączenia elementów za pomocą nitów. Złącza te poddawane są obciążeniom od sił rozciągających i oddziaływaniom termicznym.

Innym rodzajem analiz złącz klejonych, są analizy dotyczące symetrycznych obustronnych złącz lub wzmocnień elementów [76, 177, 189–199]. W złączach tego typu, rozpatrywane jest połączenie dwóch elementów za pomocą przyklejanych do obu elementów łączonych nakładek, na górze i na dole złącza. W przypadku obustronnego wzmocnienia, analizuje się przekrój elementu, który w celu wzmocnienia, zwiększony jest przez przyklejenie po obu stronach nakładek. W analizach obustronnego wzmocnienia dominuje przypadek rozciągania elementu oraz poddania oddziaływaniom termicznym.

Ostatnie z omawianych i rozpatrywanych w niniejszej pracy analiz złącz klejowych, dotyczą złącz pomiędzy przyklejonym elementem wzmacniającym a podłożem wzmacnianego na zginanie elementu belkowego [25, 33, 68, 74, 78, 145, 146, 200–219]. Zginanie wywoływane jest poprzez przyłożenie obciążenia równomiernie rozłożonego, pojedynczej siły skupionej lub dwóch symetrycznie lub niesymetrycznie ustawionych względem środka rozpiętości belki sił skupionych, jak również różnym dowolnym przypadkom obciążenia.

W analizach, złącza klejowe rozpatrywane są w warunkach dopuszczalnych naprężeń, odkształceń czy w podejściu mechaniki pękania. Poniżej przedstawiono przegląd literaturowy, w którym można znaleźć mniej lub bardziej skomplikowane analizy matematyczne złącz, możliwe do aplikacji w projektowaniu wzmocnień elementów poprzez przyklejenie nakładki.

#### 5.1. Złącza i wzmocnienia jednostronne

Teoria połączeń klejowych była przedmiotem wielu opracowań. Nie ma jednak jednolitej teorii. Opracowania dotyczyły głównie połączenia zakładkowego obciążonego osiowo siłami rozciągającymi. Zgodnie z pracą Rybaka [28], który zajmował się rozwojem analiz zakładkowych złącz klejowych, pierwsze opracowanie teorii połączenia klejowego przy daleko uproszczonych założeniach możemy znaleźć w pracy Volkersena [150] z 1938 roku, w której rozpatrywane było złącze nitowane.
Druga praca mająca znaczenie szczególne, to praca Golanda i Reissnera [151] (1944). Szeroki przegląd analiz złącz zakładkowych można znaleźć między innymi w pracach [152,153].

Liczba stosowanych złącz klejowych rośnie dzięki ciągłemu rozwojowi inżynierii materiałowej, w tym sklein. W celu określenia wytrzymałości złącza klejowego niezbędne jest określenie wykresu naprężeń w złączu, jak również odpowiednich kryteriów zniszczenia. Wykres naprężeń w złączu można uzyskać dzięki analizom matematycznym, jak i obliczeniami z użyciem programów opartych na metodzie elementów skończonych. W przypadku skomplikowanych oraz złożonych materiałów, obecnie preferuje się analizy numeryczne MES. W przypadku prostych układów, jak również w celu uniknięcia pracochłonnych procedur wprowadzania modeli numerycznych można skorzystać z mniej skomplikowanych metod analitycznych.

Analizy złącz klejowych rozpatrywane są już od lat 30. XX wieku. Do tej pory zaproponowano liczne metody analityczne. Projektant ma do czynienia z długą listą modeli analitycznych, co może sprawić trudności w znalezieniu najbardziej odpowiedniego algorytmu do konkretnej sytuacji. Poniżej zaprezentowano krótki przegląd modeli analitycznych dostępnych w literaturze i omówiono pokrótce zasady ich stosowania.

Do najprostszych analiz należą dwuwymiarowe analizy liniowo-sprężyste. Podstawowa metoda (klasyczna) rozważa najprostsze występujące w praktyce złącze, pojedyncze złącze zakładkowe. W metodzie tej zakłada się, że skleina odkształca się tylko od ścinania, a łączone elementy są sztywne. Wartość naprężenia ścinającego w tym przypadku, rozpatrywać można jako średnie naprężenie w warstwie kleju. Metoda nie jest realistyczna z powodu wielu uproszczeń, natomiast ciągle jest podstawą obliczania wytrzymałości na ścinanie skleiny [154].

Analiza Volkersena (1938) [150] wprowadza założenie zróżnicowania ścinania. Założenie obejmowało odkształcenia w skleinie tylko na skutek ścinania, ale dopuszczało odkształcenia elementów sklejanych od rozciągania. Materiały sklejane rozpatrywane były jako sprężyste. Jednakże, analiza ta nie uwzględnia efektu zginania spowodowanego przez mimośrodowe obciążanie złącza z pojedynczą zakładką. Rozwiązanie to jest bardziej odpowiednie w analizach złącz z podwójną nakładką, ponieważ w tych złączach, zginanie spowodowane mimośrodowością obciążenia jest pomijalne.

Goland i Reissner (1944) [151] stwierdzili, że mimośrodowe obciążenie złącza z pojedynczą zakładką powoduje występowanie w układzie oprócz rozciągającej siły przyłożonej na jednostkę szerokości  $\overline{P} = P/b$ , momentu zginającego M oraz siły poprzecznej V przyłożonych do zakończeń złącza. Pod wpływem występowania momentu zginającego, złącze będzie ulegało obrotowi, zmieniając kierunek linii obciążenia. W czasie obrotu złącza, moment zginający będzie malał powodując nieliniowy problem geometryczny, w którym wpływ dużego ugięcia materiału sklejanego musi być wzięty pod uwagę.

Autorzy [151] jako pierwsi użyli współczynnika momentu zginającego k oraz współczynnika siły poprzecznej k', które wiążą przyłożone na jednostkę szerokości obciążenie rozciągające  $\overline{P}$  z momentem zginającym M oraz silą poprzeczną V na końcach nakładki.

Wczesne prace wykonane przez Volkersena [150] oraz Golanda i Reissnera [151] były wielkim krokiem w kierunku analizy naprężeń złącz klejowych. Nie mniej jednak, ich prace miały kilka ograniczeń:

- a. Brak zmienności naprężeń kleju w kierunku grubości kleju.
- b. Założenie występowania maksymalnych naprężeń ścinających na końcach nakładki, co narusza warunek końca wolnego od naprężeń, prowadząc do raczej konserwatywnych prognoz obciążenia niszczącego.
- c. Rozważanie sklejonych materiałów jako cienkich belek, z pominięciem odkształceń w kierunku ścinania wzdłuż grubości kleju, a także na kierunku normalnym, co jest szczególnie ważne przy ścinaniu w przyklejonych materiałach miękkich, takich jak kompozyty.

L.J. Hart-Smith [155] wziął pod uwagę wpływ dużych odkształceń, ale rozważał deformacje oddzielnie w górnym i dolnym materiale sklejanym nakładkowo, przez co nie negował występowania warstwy kleju.

Oplinger [156] przedstawił bardziej szczegółowe analizy. Wychodząc z analizy Golanda i Reissnera [151] wziął pod uwagę skutki dużych ugięć zarówno na zewnątrz jak i wewnątrz nakładki, biorąc również pod uwagę poszczególne odkształcenia górnych i dolnych materiałów klejonych nakładkowo. Oplinger [156] otrzymał wyniki podobne do tych Golanda i Reissnera w przypadku dużych wartości grubości materiałów klejonych do grubości warstw kleju oraz istotne różnice w przypadku cienkich materiałów klejonych. Zhao [157] opracował prostszą formę współczynnika momentu zginającego, który jest odpowiedni w przypadku sklejanych materiałów grubych i sztywnych, ale ma ograniczenia przy krótkich nakładkach. Jego wyrażenie jest wiele prostsze i łatwiejsze w użyciu niż Hart-Smitha lub Golanda i Reissnera, dzięki pominięciu składnika nieliniowego względem  $\xi_I$ .

Oprócz określanych mianem dzieł klasycznych, kilku autorów pracowało nad uzyskaniem bardziej ogólnych rozwiązań, np. poprzez zastosowanie nieidentycznych materiałów sklejanych, różnych grubości i właściwości materiału lub zastosowania przyklejanych materiałów kompozytowych [144, 160, 162–176]. Jednakże, im bardziej model jest ogólny, tym bardziej wyrażenia rozwiązań stają się skomplikowane i wymagają użycia komputera do rozwiązania. Występują dwa klasyczne rozwiązania stosowane z użyciem komputera. W jednym, używana funkcja prowadzi do uzyskania wartości naprężeń, takich jak u Golanda i Reissnera [151] lub Volkersena [150]. W drugim, należy rozważać odkształcenia po grubości (lub poprzecznie) na kierunku ścinania i kierunku normalnym w materiałach sklejonych. Dotyczy to szczególnie materiałów kompozytowych (laminatów). Najważniejsze z wczesnych analiz z uwzględnieniem tych deformacji były prace Rentona i Vinsona [162], Srinivasa [163] i Allmana [160]. Renton i Vinson [162] oraz Srinivas [163], przeprowadzili podobne analizy, w których naprężenia w skleinie są stałe po grubości, a podłużne naprężenia odrywające zostały pominięte. W modelu Rentona i Vinsona [162] spełniony jest dodatkowo, warunek zerowych naprężeń ścinających na końcu zakładki. Z drugiej strony, w analizach Allmana [160], naprężenia odrywające są zmienne po grubości kleju, a ponadto spełniony jest warunek zerowych naprężeń ścinających na końcach zakładki. Podobnie jak w poprzednich dwóch analizach, naprężenia ścinające w skleinie założone są o stałej wartości po grubości kleju, a naprężenia normalne w kierunku podłużnym w skleinie są pominięte.

Dwuwymiarowa analiza liniowo-sprężysta Frostiga, Thomsena i Mortensena [168] jest rozwinięciem ich wcześniejszej pracy nad analizą płyt warstwowych z poprzecznie giętkimi lub sztywnymi rdzeniami. Naprężenia ścinające zakładane były jako stałe na grubości kleju a odrywające jako zmienne. Materiały sklejane modelowane były jako liniowo sprężyste cienkie belki lub płyty (szerokie belki) przestrzegając założeń Bernoulliego-Eulera. Pola naprężeń i odkształceń były jednolite na całej szerokości. Materiały sklejane mogą być metalowe lub z laminatów kompozytowych. Odkształcenia od ścinania i normalne (na grubości) w materiałach sklejanych pominięto. Analiza ta była jedyną, która rozważała wypływ kleju.

Kolejnym typem analiz złącza zakładkowego są dwuwymiarowe modele fizyczne sprężysto-plastyczne. W przypadku stosowania w złączu kleju o dużym odkształceniu plastycznym przy zniszczeniu, na przykład żywic epoksydowych modyfikowanych gumą, plastyczność kleju musi zostać uwzględniona, aby poprawnie odwzorować wykresy naprężeń i odkształceń po uplastycznieniu skleiny (kiedy płynie). Materiały sklejone również mogą się uplastycznić, zatem analiza musi zakładać takie zachowanie, jeżeli dąży się do przewidzenia realnych obciążeń niszczących.

Nieliniowość materiałów z powodu plastycznego zachowania jest często pomijana przez wzrost skomplikowania wyrażenia matematycznego. Zwykle, nieliniowość materiału jest realizowana tylko w modelach elementów skończonych. Większość analiz przedstawia założenia zachowania plastycznego tylko w warstwie kleju.

Nieliniowa analiza Grimesa i Greimanna [182] wykorzystuje równania różniczkowe. Autorzy zbadali trzy rodzaje połączeń: pojedyncze zakładkowe, z podwójną nakładką i stopniowane nakładkowe. Złącza rozważano jako wystarczająco szerokie, aby umożliwić założenie płaskiego stanu odkształcenia. Materiały sklejane mogą być odmienne pod względem właściwości materiału (izotropowy lub ortotropowy) jak i pod względem grubości. W przypadku kiedy sklejane materiały zakładane były jako ortotropowe, laminaty rozpatrywano jako symetryczne względem ich środka. Materiały sklejane modelowano jako płaskie płyty zginane. Naprężenia ścinające i odrywające w elementach sklejanych były pomijane, pod uwagę brano jedynie podłużne naprężenia normalne. Nieliniowe zachowanie elementów sklejanych modelowano zgodnie z teorią odkształcenia plastycznego przy użyciu przybliżenia do krzywej naprężenie-odkształcenie Ramberga i Osgooda zarówno do izotropowych i ortotropowych elementów sklejanych. W analizie Grimesa i Greimanna [182] naprężenia odrywające i ścinające w kleju przyjęto jako stałe po grubości kleju. Podłużne naprężenia normalne pominięto.

Ostatnim typem analiz, który w liczbie kilku pozycji można odnaleźć w literaturze, są bardziej rozwinięte analizy złącza obejmujące zakres trójwymiarowy. Dotychczas przedstawione analizy były dwuwymiarowe z założeniem, że zakładka znajduje się w stanie płaskiego naprężenia lub odkształcenia w płaszczyźnie prostopadłej do szerokości, z pominięciem naprężeń w kierunku szerokości spowodowanych przez odkształcenia materiałów sklejanych wynikających ze współczynnika Poissona i antyklastycznego zginania materiałów sklejanych. We wzmocnionym elemencie występuje maksymalne poprzeczne naprężenie ścinające (wzdłuż szerokości) w środku przekroju podłużnego. To tłumaczy, dlaczego podczas testów na rozciąganie jednokierunkowo zbrojonych kompozytów, może wystąpić podłużna rysa w próbce. Jako pierwsi rozważali te efekty Adams i Peppiatt [186], a następnie m.in. Oterkus i inni [187].

Podsumowując, większość modeli fizycznych analitycznych klejonych złącz zakładkowych jest dwuwymiarowa. Zakłada się w nich, że złącze klejowe podlega płaskiemu stanowi odkształcenia lub naprężenia w płaszczyźnie prostopadłej do szerokości złącza, z pominięciem naprężeń w kierunku szerokości wywołanym przez odkształcenia związane ze współczynnikiem Poissona w materiałach sklejonych i zginaniem w kierunku poprzecznym materiałów sklejonych. Istnieją jednak pewne wyjątki [186, 187], które uwzględniają zachowanie przestrzenne. Większość analiz jest liniowo-sprężysta zarówno w przypadku materiałów sklejanych i kleju, ponieważ nieliniowość materiałów jest trudna do wprowadzenia, a analizy stają się bardzo skomplikowane. W niniejszej pracy analizy złącz pojedynczych zakładkowych nie są rozważane.

### 5.2. Wzmocnienia obustronne i złącza z obustronną nakładką

klejowych pomiedzy elementami wzmacnianym Analizy złacz i wzmacniającym dotyczą nie tylko pojedynczych złącz zakładkowych. W literaturze, część miejsca poświęcona jest symetrycznym lub niesymetrycznym obustronnym wzmocnieniom elementów i złączom z obustronna nakładką. Wzmocnienie polega na zwiększeniu przekroju elementu wzmacnianego przez przyklejenie po obu stronach nakładek, które można aplikować symetrycznie lub z przesunięciem względem siebie. W taki sposób wzmacnia się głównie elementy w celu podniesienia wytrzymałości na siły rozciagające. Podobne analizy dotyczą złącza doczołowego z obustronną nakładką. W przypadku tego typu złącz, dwa elementy łączone ze sobą za pomocą przyklejanych po obu stronach nakładek. Złącza z obustronną nakładką, poddawane są głównie obciążeniom rozciągającym i termicznym. W literaturze można znaleźć szereg pozycji, w których wzmocnienia i złacza tego typu sa analizowane [76, 177, 189–199].

Hart-Smith w swojej pracy o złączach z przyklejonymi obustronnymi nakładkami [177] (1973), określił plastyczne zachowanie kleju przy użyciu sprężysto-plastycznego modelu naprężeń ścinających. Uwzględnił również zróżnicowanie sztywności i niezgodności w rozszerzalności termicznej materiałów sklejonych. Maksymalna wytrzymałość złącza nakładki obliczył z kryterium zniszczenia, tj. maksymalnych odkształceń od ścinania. W przypadku złącz z obustronnymi nakładkami nie tylko naprężenia ścinające, ale również odrywające mogą spowodować zniszczenie złącza. W przypadku odpowiednio cienkich materiałów sklejonych, naprężenia odrywające nie odgrywają ważnej roli. Hart-Smith [177] wziął pod uwagę kombinację sprężystych naprężeń odrywających z plastycznymi naprężeniami ścinającymi. Otrzymał równanie, które przedstawia maksymalne naprężenia odrywające jako funkcję maksymalnych naprężeń ścinających. Naprężenia odrywające ograniczono do zakresu sprężystego, ponieważ wewnętrzna wytrzymałość na rozciąganie laminatu jest zasadniczo mniejsza niż wytrzymałość na odrywanie typowych klejów.

Hart-Smith [177] poddał rozważaniu nieliniowe zachowanie kleju, niezależnie od jakiegokolwiek niezrównoważenia materiałów sklejonych, aby pokazać jak w przypadku identycznych materiałów sklejonych wytrzymałość złącza zależy od wytrzymałości kleju na ścinanie. Przeprowadził również analizę bisprężystą zbalansowanego złącza klejonego z podwójną nakładką. Dowiódł, że energia odkształcenia od ścinania w kleju jest jedyną niezbędną i odpowiednią wielkością określającą maksymalną potencjalną wytrzymałość złącza. Udowodnił, że bi-sprężyste zachowanie kleju (opisane na rys. 5.1) prowadzi do tych samych wyników. Rozważał również wpływ niezgodności rozszerzalności cieplnej sklejonych materiałów na naprężenia w skleinie.



#### Rys. 5.1. Analityczne przedstawienie aktualnych charakterystyk kleju [na podstawie 177]

Yang, Pang, Griffin [189] rozważali analityczne związki wykresów naprężeń i odkształceń w złączu z obustronnymi nakładkami poddanemu zginaniu wspornikowemu. Wyprowadzili dwa modele odkształceń, zakrzywienia, ugięcia pionowego i wytrzymałości. Pierwszy model opiera się na teorii belek, która zakłada, że płaskie przekroje pozostają płaskie w każdym przekroju złącza. Drugi model zakłada występowanie luki w przemieszczeniach pomiędzy sklejanymi powierzchniami laminatów. W obu modelach wpływy krawędzi nakładki oraz odkształcenia od poprzecznego ścinania zostały pominięte.

Tong, Sheppard i Kelly w pracach [191, 192] określili w złączach zbalansowanych proste wyrażenie, które pozwoliło na przedstawienie naprężeń odrywających w warunkach przemieszczenia poza płaszczyznę obciążenia. W ich wyrażeniu, naprężenia odrywające są proporcjonalne do przemieszczenia powierzchni minus stałe zwężenie wywołane współczynnikiem Poissona. Analizę zawężono do długich, cienkich, idealnie wykonanych złącz symetrycznych z obustronnymi nakładkami.

Albat i Romilly [193] zaprezentowali prostą jednowymiarową analizę liniowo-sprężystą. Szczegółowe wyprowadzenie wykresu naprężeń ścinających w skleinie i wykresu naprężeń odrywających w materiałach sklejonych w przypadku obustronnych nakładek wzmacniających i złącz doczołowych z obustronnymi nakładkami, oparte na podstawie jednowymiarowego podejścia Hart-Smitha [177], stanowi podstawę do bezpośredniego liniowo-sprężystego rozwiązania jednowymiarowego. Autorzy [193] wprowadzili poprawkę do opóźnienia ścinania w materiałach klejonych. Przedstawione wyprowadzenie jest rozwinięciem sprężystego rozwiązania Hart-Smitha [177].

Autorzy [193] przedstawili również analizę naprężeń w skleinie, materiale wzmacnianym i nakładkach w przypadku obustronnych wzmocnień nakładkami o zmiennej grubości (stopniowanymi) oraz złączach doczołowych z obustronnymi nakładkami o zmiennej grubości (stopniowanymi). Colombi i Poggi w pracy [195], opierając się na analizach [193] wyprowadzili wzory do wyznaczenia naprężeń ścinających w skleinie i odrywających w nakładkach CFRP pod rozciągającym obciążeniem statycznym. Założenia analiz były następujące: występowanie sprężystych związków naprężenieodkształcenie w kleju, stali i nakładkach CFRP; brak poślizgu pomiędzy stalą i CFRP (przekrój idealnie zespolony); występowanie stałych naprężeń ścinających po grubości kleju, cienka skleina. Wyniki analityczne zostały porównane z badaniami laboratoryjnymi. Uzyskane w badaniach laboratoryjnych wyniki miały zadowalającą, określenie autorów [195], zgodność z otrzymanymi w analizach matematycznych.

Gustafson, Bizard i Waas [76] zaprezentowali prace, w której wprowadzili odpowiednie parametry bezwymiarowe, które regulują zachowanie złącza pod jednoczesnym obciążeniem termicznym i mechanicznym. Parametry te mogą być wykorzystywane do szybkiego określenia wpływu ortotropowego charakteru materiału i geometrii złacza na zachowanie złacza. Autorzy przedstawili dwa modele termomechaniczne do analizy symetrycznego złącza z obustronnymi nakładkami. Autorzy [76] rozwineli metody analiz liniowo-spreżystych opisanych w [197] oraz [169] w celu włączenia mechanizmów deformacji kompozytów i szczątkowych odkształceń termicznych, które pojawiają sie w hybrydowych złączach metali i kompozytów takich jak w naprawach kompozytami stosowanych do metalowych konstrukcji lotniczych. Przewidywania analityczne naprężeń w kleju i ich zgodność porównali z wynikami liniowo sprężystego modelu elementów skończonych, który został potwierdzony wynikami eksperymentalnymi.

Markolefas i Papathanassiou [199] opracowali model opóźnienia ścinania złącza w celu oceny wykresu naprężeń w złączach z przyklejonymi obustronnymi nakładkami pod osiowym (rozciąganiem) cyklicznym obciążeniem ścinającym nakładki. Materiały sklejane zakładane były jako liniowo-sprężyste, natomiast klej spełniał konstytutywne związki naprężenie-odkształcenie materiału sprężysto-idealnie plastycznego. Główny wniosek analizy jest taki, że podczas odciążania, naprężenia ścinające o przeciwnym znaku mogą rozwijać się w strefach z plastycznych skleiny na końcach nakładki bez zmiany kierunku przyłożonego obciążenia. Model opisany w [199] można rozwinąć na przypadki rozwoju stref plastycznych w skleinie z naprężeniami tnącymi i odkształceniami plastycznymi o przeciwnym znaku (podczas odciążenia lub w trakcie zmiany kierunku obciążenia).

Podobnie jak w przypadku modeli analitycznych złącz pojedynczych, większość modeli analitycznych klejonych złącz i wzmocnień z obustronną nakładką jest dwuwymiarowa. Zakłada się w nich, że złącze klejowe podlega płaskiemu stanowi odkształcenia lub naprężenia w płaszczyźnie prostopadłej do szerokości złącza, z pominięciem naprężeń w kierunku szerokości wywołanym przez odkształcenia związane ze współczynnikiem Poissona w materiałach sklejanych. Rozważaniu poddano nieliniowe zachowanie kleju, niezależnie od jakiegokolwiek niezrównoważenia materiałów sklejanych, aby pokazać jak w przypadku identycznych materiałów sklejanych wytrzymałość złącza zależy od wytrzymałości kleju na ścinanie. Rozważano również wpływ niezgodności rozszerzalności cieplnej sklejanych materiałów oraz wpływ niedokładności wykonania przyklejonej obustronnej nakładki, związanej z przesunięciem górnej i dolnej nakładki względem siebie. Materiały sklejane zakładano głównie jako liniowo-sprężyste, natomiast klej badany był jako liniowo-sprężysty lub sprężysto-idealnie plastyczny.

Analizy złącz tego typu nie są celem niniejszej pracy, mimo przeprowadzonych własnych laboratoryjnych badań niszczących złącza doczołowe płaskowników stalowych z przyklejonymi obustronnymi nakładkami z taśm kompozytowych. Badania laboratoryjne ukierunkowano na dobór najbardziej korzystnego typu zakończenia złącza stal-klej-CFRP.

#### 5.3. Wzmocnienia belek na zginanie

W niniejszej pracy, poszukuje się analitycznego modelu złącza klejowego we wzmocnionej taśmą kompozytową belce stalowej poddanej zginaniu. Jest to ostatni typ złącza klejowego analizowany w niniejszej pracy. Taśmy kompozytowe mogą zostać przyklejone do spodu dolnej półki, ale również do półki górnej i środnika, jako zewnętrzne wzmocnienie. We wzmacniających belki taśmach, wywoływane są siły rozciągające, które należy przeprowadzić do belki poprzez naprężenia ścinające i normalne w kleju. Wynikiem tego może być odspojenie się taśmy wzmacniającej na jej końcach z powodu kombinacji naprężeń ścinających i odrywających na granicach styku materiałów sklejonych i skleiny. W poznanej literaturze spotkać można najczęściej obciążenie belki pojedynczą siłą skupioną lub dwiema siłami skupionymi, jak również przypadek równomiernego obciążenia [25, 33, 74, 76–78, 144, 145, 200–202, 204–218]. Poniżej przedstawione zostały poznane prace, w których przedstawiono analizy omawianego zagadnienia.

Smith i Teng [201] we wstępie swojej pracy wykonali przegląd istniejącej w ówczesnej chwili (2000 rok) literatury opisującej omawiany temat. Rozwiązania przystosowane były tylko do materiałów o charakterze liniowo-sprężystym. Podstawowym założeniem tych rozwiązań było poddanie skleiny naprężeniom tnącym i normalnym o stałej wartości po grubości kleju. Jest to klucz, który umożliwia stosunkowo proste rozwiązanie, choć założenie to jest w pewnym stopniu ukryte w niektórych rozwiązaniach. Opisali również dwa różne podejścia do rozwiązania problemu w napotkanych przez siebie pracach. Jednym z nich było podejście etapowe a drugim zgodność odkształceń.

Przedstawili swój pomysł na rozwiązanie problemu. Założyli w nim liniowosprężyste zachowanie materiału wzmacnianego i wzmacniającego. Odkształcenia materiałów sklejanych wynikały z poddania warstwy kleju niezmiennym naprężeniom po całej jej grubości oraz naprężeń odrywających na kierunku grubość-szerokość. Warstwa kleju będzie się odkształcać, więc przemieszczenia pionowe na spodzie materiału wzmacnianego i górnej powierzchni materiału wzmacniającego będą się różnić. W rezultacie, krzywizna belki będzie się różnić od krzywizny przyklejanego materiału. Z założenia, te deformacje w płaszczyźnie grubości i szerokości kleju mają znikomy wpływ na naprężenia ścinające na granicy faz, zatem krzywizny obu klejonych materiałów są zgodne ze sobą. Założenie to nie jest używane do określenia naprężeń odrywających na granicy styku skleiny i materiałów sklejonych.

W rozważaniach Smitha i Tenga [201] ogólne równanie różniczkowe między warstwowych naprężeń ścinających w kleju opisali wzorem:

$$\tau(x) = B_1 \cos(\lambda x) + B_2 \sin(\lambda x) + m_1 V_T(x),$$
(5.1)

gdzie:

$$\lambda^{2} = \frac{G_{a}b_{2}}{t_{a}} \left( \frac{(y_{1} + y_{2})(y_{1} + y_{2} + t_{a})}{E_{2}I_{2}} + \frac{1}{E_{1}A_{1}} + \frac{1}{E_{2}A_{2}} \right),$$

$$m_{1} = \frac{G_{a}}{t_{a}\lambda^{2}} \left( \frac{y_{1} + y_{2}}{E_{1}I_{1} + E_{2}I_{2}} \right).$$
(5.2)
(5.3)

Ogólne równanie różniczkowe naprężeń normalnych (odrywających) w kleju opisali wzorem [201]:

$$\sigma(x) = e^{-\beta x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q,$$
(5.4)

gdzie:

$$\beta^{4} = \frac{E_{a}b_{2}}{4t_{a}} \left( \frac{1}{E_{1}I_{1}} + \frac{1}{E_{2}I_{2}} \right), \tag{5.5}$$

$$n_1 = \left(\frac{y_1 E_2 I_2 + y_2 E_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2}\right),\tag{5.6}$$

$$n_2 = \frac{E_2 I_2}{b_2 (E_1 I_1 + E_2 I_2)}.$$
(5.7)

Praca Smitha i Tenga [201], skierowana była głównie na analizę wykresu naprężeń w złączu wzmocnionej przyklejoną taśmą kompozytową belki żelbetowej. Deng, Lee i Moy (2004) [77] przedstawili analityczne rozwiązanie do obliczania naprężeń we wzmocnionej belce poddanej obciążeniom mechanicznym i termicznym. Główne założenia jakie autorzy przyjęli w analizie dotyczyły liniowo-sprężystego zachowania materiałów, zastosowania teorii St.Venanta o pozostaniu płaskich przekrojów na odkształceniu, założenia stałej wartości naprężeń ścinających i odrywających po grubości skleiny, pominięcia odkształceń od ścinania w taśmie kompozytowej i belce stalowej, pominięcia odkształceń skleiny od zginania oraz pominięcia zginania taśmy kompozytowej przy obliczaniu naprężeń ścinających na granicy styku, chociaż wpływ ten jest uwzględniany przy obliczaniu naprężeń odrywających.

Colombi i Poggi (2006) [76] przedstawili wyniki badań eksperymentalnych i analiz stalowych belek dwuteowych wzmocnionych taśmami CFRP pod obciążeniem statycznym. Przyklejone do dolnych półek wzmocnienia belek miały różne geometrie, a przy klejeniu zastosowano różne kleje epoksydowe. Belki poddawano trójpunktowemu zginaniu. Swoje analizy matematyczne oparli na analizie naprężeń we wzmocnieniu, szczególnie zwracając swoją uwagę na napreżenia ścinajace w skleinie i napreżenia w taśmach CFRP. Użyli dwóch różnych modeli analitycznych. Pierwszy oparto na podejściu wytrzymałościowym Taljstena [202] (1997), aby oszacować naprężenia w skleinie i materiałach sklejonych, przy założeniu sprężystego zachowania materiałów. Drugi oparto na standardowej metodzie transformacji przekrojów [74] (2002) do określania właściwości wzmocnionego przekroju, a następnie oceny naprężeń we wzmocnieniu CFRP. Założenie jest takie, aby sprowadzić przekrój materiału wzmacniającego do przekroju materiału wzmacnianego. W rezultacie sprowadzony przekrój zachowuje się jak element składający się tylko z materiału elementu wzmacnianego. Wzmocniony przekrój zwiększa swoje pole powierzchni z powodu zwiększenia rzeczywistej szerokości taśmy kompozytowej m-krotnie, gdzie  $m = E_2/E_1$ . Następnie można zastosować do oszacowania naprężeń w przekroju założenia płaskiego stanu odkształcenia. Schemat wzmocnienia zgodnie z rys. 5.2.



Rys. 5.2. Transformacja przekroju zespolonego [na podstawie 76]

Na początku oblicza się położenie osi ciężkości przekroju, a następnie wyznacza geometryczny moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek ciężkości, z pominięciem grubości elementu wzmacniającego [76]:

$$y = \frac{A_1 \frac{h}{2}}{A_1 + mA_2}; \ I_z = I_1 + A_1 \left(\frac{h}{2} - y\right)^2 + mA_2 y^2,$$
(5.8)

gdzie  $I_2$  jest momentem bezwładności przekroju wzmacnianego. Na koniec oblicza się naprężenie rozciągające we wzmocnionym przekroju:

$$\sigma_c(x) = m \frac{P(x+a)}{2I_z} y.$$

(5.9)

W podobny sposób autor zajmował się wstępnym oszacowaniem naprężeń we wzmocnionej stali i taśmie kompozytowej, we wstępnej fazie badania wzmocnienia płaskich elementów na zginanie w drugim etapie pierwszej fazy badań własnych opisanych w [203, 220].

Ciekawe rozwiązanie modelu analitycznego do przewidywania liniowego i nieliniowego zachowania belek stalowych wzmacnianych przy użyciu przyklejania taśm kompozytowych, przedstawił Youssef [204] w 2006 roku. Youssef [204] określił, że w przypadku każdego przekroju stalowego, związek pomiędzy momentem zginającym w belce ( $M_1$ ) a osiowym odkształceniem na jej końcu ( $du_1/dx$ ), może być określony przez przeprowadzenie analizy odcinkowej. Ten związek może być zbliżony do dwuliniowej krzywej, a wartości określające tę krzywą mogą zostać wyznaczone. Te wartości to moment uplastyczniający ( $M_p$ ), osiowe odkształcenie na końcu elementu  $\varepsilon_p$  powiązane z  $M_p$ , sztywność sprężysta ( $K_1$ ) i sztywność posprężysta ( $K_2$ ).

Cheng, Tseng i Hung (2006) [205] stosują przyłożenie siły skupionej do obu sklejonych materiałów, w warunkach brzegowych koniec-koniec. Pierwszy model matematyczny pochodzi z równań opisujących zadanie i jego warunki brzegowe. Te skomplikowane i problematyczne w połączeniu analitycznie równania są rozwiązywane numerycznie za pomocą symbolicznej manipulacji i wykresu wartości liczby pojedynczej.

Pellegrino, Maiorana i Modena (2007) [221] przedstawili analityczną procedurę do określania zachowania przy zginaniu wzmocnionych przyklejonymi kompozytami FRP elementów stalowych i stalowo-betonowych. Metodę oparli na podstawie zachowania przekroju z uwzględnieniem nieliniowego zachowania się materiałów o dowolnej konfiguracji wzmocnienia FRP. Zaproponowana przez nich metoda ogólna, opiera się na równowadze przekroju poprzecznego i zgodności odkształceń. Przewiduje wytrzymałość na zginanie stalowych i stalowo-betonowych elementów wzmocnionych materiałami FRP. Uwzględnia po sprężyste zachowanie materiałów i dowolny kształt geometryczny wzmocnienia FRP. Stąd, metoda jest całkowicie ogólna i pozwala brać pod uwagę nieliniowości materiałowe i geometryczne.

Benachour, Benyoucef, Tounsi i Adda Bedia (2008) [144], wyprowadzili rozwiązanie naprężeń między warstwowych w belkach swobodnie podpartych wzmocnionych przyklejonymi sprężonymi taśmami FRP, poddanych obciążeniu równomiernie rozłożonemu, dowolnie ustawionemu obciążeniu skupionemu lub dwóm symetrycznym obciążeniom skupionym. Rozwiązanie opracowali z wykorzystaniem liniowej teorii sprężystości oraz włączając zmienność w ułożeniu włókien taśmy FRP. W przypadku belki poddanej czteropunktowemu zginaniu, rozpatrywali przypadek taśmy dłuższej od strefy czystego zginania oraz przyklejenia taśmy krótszej niż strefa czystego zginania.

Bocciarelli (2009) [209] zaprezentował proste podejście do przewidywania zachowania statycznie obciążanej belki stalowej wzmocnionej taśmami CFRP w zakresie sprężysto-plastycznym. Opracowany wzór można zastosować do dwóch przypadków obciążenia belki swobodnie podpartej, obciążenia rozłożonego i siły skupionej. Ponieważ moment zginający oddziałujący na wzmocnioną belkę został obliczony z prostych równań równowagi, zachowanie w zakresie sprężysto-plastycznym otrzymywane jest z prostej analizy przekroju. Wyprowadzenie jest tu ograniczone do wzmocnionych przekrojów dwuteowych ze wzmocnieniem przyklejonym do dolnej półki, chociaż może być rozwinięte do innych przekrojów o dowolnym kształcie.

Yang, Chen i Teng [210] (2009), przedstawili rozwiązanie analityczne między warstwowych naprężeń we wzmocnionych przez doklejenie elementu belkach poddanych dowolnemu obciążeniu mechanicznemu i termicznemu, które są symetrycznie rozmieszczone względem środka rozpiętości belki. Przedstawili rozwiązanie ogólne w kategoriach materiałów belki i taśmy wzmacniającej. Rozwiązanie określono przez szeregi Fouriera i opiera się merytorycznie na minimalizacji energii dodatkowej. Rozwiązanie uwzględnia nierównomierny wykres naprężeń w warstwie klejącej i warunek brzegowy zerowych naprężeń na końcach taśmy wzmacniającej. Rozwiązanie jest ogólne i może być stosowane do analizy innych typów konstrukcji zespolonych.

W pracach [216, 217] (2012) Haghani i Al-Emrani zajęli się weryfikacją nowego modelu projektowania połączeń klejowych stosowanych do klejenia taśm FRP do belek stalowych. W swojej metodzie, porzucili zasadę powiązania wytrzymałości złącza klejowego z wartością naprężenia lub odkształcenia elementu w określonym miejscu w złączu. Zamiast tego uważają, że przy zniszczeniu w złączu klejowym występuje unikalny stan naprężenia, niezależnie od którego naprężenie elementu jest rozważane. Zatem, możliwe jest rozważanie siły osiowej w laminacie w pewnej odległości od końca taśmy, jako globalnego parametru, który osiąga wartość krytyczną podczas zniszczenia złącza. W celu określenia wytrzymałości złącza wzmocnionej belki, konieczne jest uzyskanie ostatecznej wartości siły osiowej w taśmie na długości zakotwienia. Wartość maksymalnej siły osiowej w laminacie przy zniszczeniu można uzyskać doświadczalnie, ze zbadania prostych próbek reprezentatywnych, które odzwierciedlają stan naprężeń w skleinie wzmocnionej belki.

Bocciarelli, Colombi (2013) [218] stwierdzili, żeby w pełni wykorzystać potencjał wzmocnienia CFRP belka musi być zaprojektowana w zakresie plastycznym. W rzeczywistości w przypadku liniowo sprężystego zachowania stali, wkład taśmy CFRP przyklejonej do rozciąganej półki jest bardzo ograniczony zarówno w przypadku nośności i stanu granicznego użytkowania. Odspojenie taśmy CFRP lub jej uszkodzenie mogą uniemożliwić osiągnięcie pełnego zakresu nośności plastycznej przy zginaniu wzmocnionego przekroju. Nieliniowe modele elementów skończonych mogą być wykorzystane do określenia zachowania sprężysto-plastycznego konstrukcji w kategoriach sił wewnętrznych i naprężeń, aczkolwiek modele te są często skomplikowane, czasochłonne i nie są ogólnodostępne dla praktyków.

Analogicznie jak w przypadku analiz modeli złącz zakładkowych pojedynczych oraz złącz i wzmocnień z obustronną nakładką, modele fizyczne wzmocnienia zginanych belek są głównie dwuwymiarowe. Można wśród nich zauważyć dwa główne podejścia do analizy, naprężeniowe i mechaniki pękania. Materiały sklejone zakładane są niejednokrotnie jako liniowo-sprężyste. Zauważalne jest, że założenie liniowo-sprężystego zachowania belki stalowej powoduje ograniczenia w wydajności wzmocnienia. Z tego powodu można stwierdzić, że bardziej odpowiednim założeniem byłoby projektowanie wzmocnienia elementu stalowego w przypadku stali pracującej w zakresie sprężysto-plastycznym, a nawet stali całkowicie uplastycznionej.

## 5.4. Analiza wytrzymałości złącza wzmocnienia zginanej belki stalowej wykonana przez Autora

W poniższym podrozdziale przeprowadzono analizę nośności złącza wzmocnienia, skierowaną na określenie naprężeń ścinających i odrywających w skleinie pomiędzy belką stalową a taśmą kompozytową. Schemat statyczny wzmocnionej belki przedstawiono na rys. 5.3. Założenia analizy opera się na przyjętych przez Smitha i Tenga [201] do przypadku żelbetowej belki wzmacnianej przyklejonym płaskownikiem stalowym lub taśmą kompozytową.

Przyjęto następujące założenia w wyprowadzeniu wzorów na naprężenia w skleinie:

- liniowo-sprężyste zachowanie stali, CFRP i kleju,
- deformacje belki i przyklejonej taśmy wynikają ze zginania, sił osiowych oraz sił poprzecznych,
- wartość naprężeń odrywających i ścinających w skleinie na jej grubości jest stała.

Pod wpływem naprężeń odrywających w płaszczyźnie grubość/szerokość, warstwa kleju będzie się odkształcać. Z tego powodu, przemieszczenia w kierunku pionowym na dolnej krawędzi belki stalowej i górnej krawędzi taśmy kompozytowej będą się różnić. Krzywizna belki będzie inna niż krzywizna przyklejonej taśmy. Zakładamy, że odkształcenia w płaszczyźnie grubość/szerokość mają pomijalny wpływ na naprężenia w skleinie. W związku z tym założeniem, przyjmujemy identyczne krzywe odkształceń obu sklejonych materiałów przy obliczaniu naprężeń ścinających. Założenia identycznych krzywizn odkształceń nie uwzględnia się w obliczaniu naprężeń odrywających (rozwarstwiających).



Rys. 5.3. Schemat wzmocnionej belki stalowej [opracowanie własne]

# 5.4.1. Różniczkowe równanie zadania o wykresie naprężeń ścinających w skleinie



Rys. 5.4. Schemat wycinka wzmocnionej belki stalowej [opracowanie własne]

Z równania równowagi nieskończenie małego wycinka przedstawionego na rys. 5.4. wynika:

 $\Sigma H = 0$ :

$$N_{1}(x) - N_{1}(x) - dN_{1}(x) + \tau(x)b_{2}dx = 0,$$
$$\frac{dN_{1}(x)}{dx} = \tau(x)b_{2}dx,$$
(5.10)

gdzie b<sub>2</sub> jest szerokością taśmy kompozytowej.

$$-N_{2}(x) + N_{2}(x) + dN_{2}(x) - \tau(x)b_{2}dx = 0,$$
  
$$\frac{dN_{2}(x)}{dx} = \tau(x)b_{2}dx,$$
  
(5.11)

$$V(x) = V_1(x) + V_2(x),$$

(5.12)

$$\frac{dV(x)}{dx} = \frac{dV_1(x)}{dx} + \frac{dV_2(x)}{dx} = -q(x),$$
(5.13)

 $\Sigma V = 0$ :

 $\Sigma M_{01} = 0$ :

$$V_{1}(x) - V_{1}(x) - dV_{1}(x) - \sigma(x)b_{2}dx - q(x)dx = 0,$$
  
$$\frac{dV_{1}(x)}{dx} = -\sigma(x)b_{2} - q(x),$$
  
(5.14)

$$V_{2}(x) - V_{2}(x) - dV_{2}(x) + \sigma(x)b_{2}dx = 0,$$
  
$$\frac{dV_{2}(x)}{dx} = \sigma(x)b_{2},$$
  
(5.15)

(5.15)

$$\begin{split} M_1(x) - M_1(x) - dM_1(x) + V_1(x)dx + dV_1(x)dx + \sigma(x)b_2\frac{dx^2}{2} + q(x)\frac{dx^2}{2} \\ &-\tau(x)b_2y_1 = 0. \end{split}$$

Uwzględniając (5.14) i odrzucając małe wyższego rzędu otrzymujemy:

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) - \tau(x)b_2y_1,$$
(5.16)

gdzie  $y_1$  jest odległością od środka ciężkości belki do jej dolnej krawędzi.  $\Sigma M_{02} = 0$ :

$$M_2(x) - M_2(x) - dM_2(x) + V_2(x)dx + dV_2(x)dx - \tau(x)b_2y_2 = 0.$$

Uwzględniając (5.15) i odrzucając małe wyższego rzędu otrzymujemy:

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) - \tau(x)b_2y_2,$$
(5.17)

gdzie y<sub>2</sub> jest odległością od środka ciężkości taśmy do jej górnej krawędzi.

Naprężenia ścinające w skleinie opisano  $\tau(x)$ , normalne (odrywające)  $\sigma(x)$ . Odkształcenia od ścinania w warstwie kleju (skleinie) możemy opisać wyrażeniem:

$$\gamma = \frac{du(x,y)}{dx} + \frac{dv(x,y)}{dy},$$
(5.18)

gdzie u(x, y), są poziomymi, a v(x, y), pionowymi odkształceniami w dowolnym punkcie skleiny po jej długości, zgodnie z rys. 5.3. Naprężenia ścinające odpowiadające temu odkształceniu można opisać jak niżej:

$$\tau(x) = G_a \left( \frac{du(x, y)}{dy} + \frac{dv(x, y)}{dx} \right),$$
(5.19)

gdzie  $G_a$  jest modułem Kirchhoffa kleju. Różniczkując wyrażenie (5.19) po x otrzymujemy:

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = G_a \left( \frac{d^2 u(x, y)}{dy dx} + \frac{d^2 v(x, y)}{dx^2} \right).$$

(5.20)

Zakrzywienie omawianego różniczkowanego wycinka można powiązać z momentem obciążającym  $M_T(x)$  jak niżej:

$$\frac{d^2 v(x)}{dx^2} = -\frac{1}{E_z J_z} M_T(x),$$
(5.21)

gdzie  $E_z J_z$  jest calkowitą sztywnością zespolonego elementu belka stalowataśma CFRP, rozważając częściową współpracę pomiędzy dwoma sklejonymi elementami. Założono, że skleina poddana jest równomiernym naprężeniom tnącym, dlatego u(x, y) zmienia się liniowo po grubości kleju, opisanej  $t_a$ , zatem:

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{t_a} [u_2(x) - u_1(x)],$$
(5.22)

oraz różniczkując po x:

$$\frac{d^{2}u(x,y)}{dydx} = \frac{1}{t_{a}} \left( \frac{du_{2}(x)}{dy} - \frac{du_{1}(x)}{dx} \right),$$
(5.23)

gdzie  $t_a$ -grubość warstwy kleju,  $u_1(x)$ -to podłużne przemieszczenia na dolnej krawędzi belki, a  $u_2(x)$ -podłużne przemieszczenia na górnej krawędzi taśmy. Wstawiając równania (5.21) i (5.23) do równania (5.20) otrzymujemy wyrażenie:

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = \frac{G_a}{t_a} \left( \frac{du_2(x)}{dy} - \frac{du_1(x)}{dx} - \frac{t_a}{E_z J_z} M_T(x) \right).$$
(5.24)

Przy obliczaniu  $E_z J_z$ , powinny być uwzględnione naprężenia ścinające w skleinie, jednakże komplikuje to rozwiązanie problemu. Trzecia składowa równania (5.24) ma pomijalną wartość w porównaniu do dwóch wcześniejszych składowych i można ją pominąć w dalszych wyprowadzeniach. Wzór (5.24) przyjmuje postać jak niżej:

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = \frac{G_a}{t_a} \left( \frac{du_2(x)}{dy} - \frac{du_1(x)}{dx} \right).$$
(5.25)

Odkształcenia na spodzie dolnej półki belki i górnej powierzchni taśmy przy uwzględnieniu składowych odkształcenia (od sił osiowych, poprzecznych i od zginania) można wyrazić wzorami:

w dolnej krawędzi belki:

$$\varepsilon_1 = \frac{du_1}{dx} = \frac{y_1}{E_1 J_1} M_1(x) - \frac{1}{E_1 A_1} N_1(x) + \frac{y_1}{G_1 \alpha_1 A_1} [q(x) + b_2 \sigma(x)],$$
(5.26)

• w górnej krawędzi taśmy:

$$\varepsilon_2 = \frac{du_2}{dx} = -\frac{y_2}{E_2 J_2} M_2(x) + \frac{1}{E_2 A_2} N_2(x) + \frac{y_2}{G_2 \alpha_2 A_2} b_2 \sigma(x),$$
(5.27)

w których indeks 1 odnosi się do belki stalowej, indeks 2 do taśmy kompozytowej, *E* jest modułem sprężystości, *G* modułem Kirchoffa, *A* polem przekroju poprzecznego, *J* momentem bezwładności przekroju względem osi poziomej przekroju poprzecznego,  $\alpha$  współczynnikiem efektywnego pola powierzchni na ścinanie ( $\alpha = 5/6$  w przypadku prostokąta), M(x) momentem zginającym, N(x) siłą osiową, V(x) siłą poprzeczną,  $b_2$  szerokością taśmy kompozytowej, *y* odległością od środka ciężkości przekroju do rozpatrywanej krawędzi.

Z warunków równowagi (5.10) i (5.11) wiemy, że:

$$\frac{dN_{1}(x)}{dx} = \frac{dN_{2}(x)}{dx} = \tau(x)b_{2}dx,$$
(5.28)

gdzie:

$$N_1(x) = N_2(x) = N(x) = b_2 \int_0^x \tau(x) \, dx.$$
(5.29)

Przy założeniu jednakowej krzywizny belki i taśmy, związek pomiędzy dwoma sklejonymi materiałami można wyrazić wzorem:

$$\frac{M_1(x)}{E_1 J_1} = \frac{M_2(x)}{E_2 J_2} = \tau(x) b_2 dx$$

lub

$$M_1(x) = RM_2(x),$$
(5.30)

gdzie:

$$R = \frac{E_1 J_1}{E_2 J_2}.$$
(5.31)

Równowagę momentów rozpatrywanego wycinka wzmocnionego elementu przedstawionego na rys. 5.5 można wyrazić:

$$M_T(x) = M_1(x) + M_2(x) + N(x)(y_1 + y_2 + t_a).$$
(5.32)

Zginanie każdego z elementów, wyrażone w funkcji całkowitego przyłożonego momentu  $M_T(x)$  i naprężeń ścinających, można przedstawić wstawiając do wzoru (5.32) równania (5.29) i (5.30):

$$M_1(x) = \frac{R}{1+R} \left[ M_T(x) - b_2 \int_0^x \tau(x)(y_1 + y_2 + t_a) \, dx \right],$$
(5.33)

oraz

$$M_2(x) = \frac{1}{1+R} \left[ M_T(x) - b_2 \int_0^x \tau(x)(y_1 + y_2 + t_a) \, dx \right].$$
(5.34)

Pierwsze pochodne po x momentów zginających każdego ze sklejonych elementów mają postać:

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) = \frac{R}{1+R} \left[ V_T(x) - b_2 \tau(x) (y_1 + y_2 + t_a) \right],$$
(5.35)

oraz

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) = \frac{1}{1+R} \left[ V_T(x) - b_2 \tau(x)(y_1 + y_2 + t_a) \right].$$
(5.36)

Po wstawieniu równań (5.36) i (5.37) do równania (5.35), a następnie po jednokrotnym zróżniczkowaniu równania po x, otrzymujemy:

$$\frac{d^{2}\tau(x)}{dx^{2}} = \frac{G_{a}}{t_{a}} \left[ -\frac{y_{2}}{E_{2}J_{2}} \frac{dM_{2}(x)}{dx} + \frac{1}{E_{2}A_{2}} \frac{dN_{2}(x)}{dx} + \frac{y_{2}b_{2}}{G_{2}\alpha_{2}A_{2}} \frac{d\sigma(x)}{dx} - \frac{y_{1}}{E_{1}J_{1}} \frac{dM_{1}(x)}{dx} + \frac{1}{E_{1}A_{1}} \frac{dN_{1}(x)}{dx} - \frac{y_{1}}{G_{1}\alpha_{1}A_{1}} \frac{dq(x)}{dx} - \frac{y_{1}b_{2}}{G_{1}\alpha_{1}A_{1}} \frac{d\sigma(x)}{dx} \right].$$
(5.37)

Podstawiając siły ścinające z równań (5.35) i (5.36) oraz siły osiowe z równania (5.29) do równania (5.37) otrzymujemy równanie różniczkowe drugiego rzędu naprężeń ścinających w skleinie po jej długości ze stałymi parametrami materiałów sklejonych, opisane wyrażeniem:

$$\frac{d^{2}\tau(x)}{dx^{2}} - \frac{G_{a}b_{2}}{t_{a}} \left[ \frac{(y_{1} + y_{2})(y_{1} + y_{2} + t_{a})}{E_{1}J_{1} + E_{2}J_{2}} + \frac{1}{E_{1}A_{1}} + \frac{1}{E_{2}A_{2}} \right] \tau(x) 
= -\frac{G_{a}}{t_{a}} \left[ \frac{(y_{1} + y_{2})}{E_{1}J_{1} + E_{2}J_{2}} V_{T}(x) + \frac{y_{1}}{G_{1}\alpha_{1}A_{1}} \frac{dq(x)}{dx} + b_{2} \left( \frac{y_{1}}{G_{1}\alpha_{1}A_{1}} - \frac{y_{2}}{G_{2}\alpha_{2}A_{2}} \right) \frac{d\sigma(x)}{dx} \right].$$
(5.38)

## 5.4.2. Różniczkowe równanie zadania o wykresie naprężeń odrywających w skleinie

Podczas obciążenia belki, występuje pionowe rozdzielanie pomiędzy sklejonymi materiałami, belką i taśmą. Proces ten wywołuje w skleinie naprężenia normalne określane odrywającymi lub rozwarstwiającymi.

Naprężenia odrywające  $\sigma(x)$  można wyrazić poprzez wzór:

$$\sigma(x) = \frac{E_a}{t_a} [\nu_2(x) - \nu_1(x)],$$
(5.39)

gdzie  $v_1(x)$  i  $v_2(x)$  są pionowymi przemieszczeniami sklejonych materiałów. Opierając się na warunkach równowagi materiałów (zgodnie z rys. 5.4) z pominięciem małych drugiego rzędu z równań (5.14), (5.16) w belce oraz (5.15), (5.17) w taśmie oraz na poniższych równaniach drugich pochodnych przemieszczeń pionowych po x:

• w belce:

$$\frac{d^2 v_1(x)}{dx^2} = -\frac{1}{E_1 J_1} M_1(x) - \frac{1}{G_1 \alpha_1 A_1} [q(x) + b_2 \sigma(x)],$$
(5.40)

• w taśmie:

$$\frac{d^2 \nu_2(x)}{dx^2} = -\frac{1}{E_2 J_2} M_2(x) + \frac{1}{G_2 \alpha_2 A_2} b_2 \sigma(x),$$
(5.41)

można opisać równania różniczkowe na ugięcie taśmy i belki wyrażone w warunkach naprężeń ścinających i odrywających w skleinie.

Różniczkując jednokrotnie po x równanie (5.40) i wstawiając do niego równanie (5.16), następnie ponownie różniczkując jednokrotnie po x i wstawiając równanie (5.14) otrzymujemy równanie różniczkowe czwartego rzędu na ugięcie w belce:

$$\frac{d^4 v_1(x)}{dx^4} = \frac{b_2}{E_1 J_1} \sigma(x) - \frac{b_2}{G_1 \alpha_1 A_1} \frac{d^2 \sigma(x)}{dx^2} + \frac{y_1 b_2}{E_1 J_1} \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{1}{E_1 J_1} q(x) - \frac{1}{G_1 \alpha_1 A_1} \frac{d^2 q(x)}{dx^2}.$$

(5.42)

Różniczkując jednokrotnie po x równanie (5.41) i wstawiając do niego równanie (5.17), następnie ponownie różniczkując jednokrotnie po x i wstawiając równanie (5.15) otrzymujemy równanie różniczkowe czwartego rzędu na ugięcie w taśmie:

$$\frac{d^4 v_2(x)}{dx^4} = -\frac{b_2}{E_2 J_2} \sigma(x) + \frac{b_2}{G_2 \alpha_2 A_2} \frac{d^2 \sigma(x)}{dx^2} + \frac{y_2 b_2}{E_2 J_2} \frac{d\tau(x)}{dx}.$$
(5.43)

Różniczkując czterokrotnie po x równanie (5.39) i wstawiając do niego równania (5.42) i (5.43) otrzymujemy równanie różniczkowe czwartego rzędu naprężeń odrywających w skleinie po jej długości ze stałymi parametrami sklejonych materiałów, opisane wzorem:

$$\frac{d^4\sigma(x)}{dx^4} - \frac{E_a b_2}{t_a} \left[ \frac{1}{G_1 \alpha_1 A_1} + \frac{1}{G_2 \alpha_2 A_2} \right] \frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} + \frac{E_a b_2}{t_a} \left[ \frac{1}{E_1 J_1} + \frac{1}{E_2 J_2} \right] \sigma(x)$$

$$= -\frac{E_a b_2}{t_a} \left[ \frac{y_1}{E_1 J_1} - \frac{y_2}{E_2 J_2} \right] \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{E_a}{t_a E_1 J_1} q(x)$$

$$+ \frac{E_a}{t_a G_1 \alpha_1 A_1} \frac{d^2 q(x)}{dx^2}.$$

(5.44)

### 5.4.3. Równanie ogólne naprężeń ścinających w skleinie

Różniczkowe równania naprężeń ścinających (5.38) i odrywających (5.44) w skleinie po jej długości są ze sobą sprzężone. Powoduje to znaczne utrudnie-

nie uzyskania ich rozwiązania. Obydwa równania (5.38) i (5.44), ze względu na argument x są liniowe, niejednorodne o stałych współczynnikach.

Rozwiązanie można uzyskać przez rozdzielenie niewiadomych naprężeń, tj. np. przez wyznaczenie z (5.38) pochodnej  $d\sigma(x)/dx$ , a następnie po jednokrotnym zróżniczkowaniu związku (5.44) podstawienie odpowiednich pochodnych  $\sigma(x)$ , co prowadzi do równania na  $\tau(x)$  rzędu piątego. Stosując znane metody, można wyznaczyć poszukiwane funkcje w zależności od 5-ciu stałych wynikających z warunków brzegowych.

W rozpatrywanym przypadku, rozprzężenie naprężeń przeprowadzono przez przyjęcie, że wpływ odkształceń postaciowych od sił poprzecznych w obu materiałach sklejonych jest pomijalnie mały [144, 201]. Równanie różniczkowe naprężeń ścinających w skleinie wynika z uproszczenia równania (5.38) przyjmującego postać:

$$\frac{d^{2}\tau(x)}{dx^{2}} - \frac{G_{a}b_{2}}{t_{a}} \left[ \frac{(y_{1} + y_{2})(y_{1} + y_{2} + t_{a})}{E_{1}J_{1} + E_{2}J_{2}} + \frac{1}{E_{1}A_{1}} + \frac{1}{E_{2}A_{2}} \right] \tau(x) + \frac{G_{a}}{t_{a}} \left( \frac{y_{1} + y_{2}}{E_{1}J_{1} + E_{2}J_{2}} \right) V_{T}(x) = 0.$$
(5.45)

Rozpatrujemy stan obciążenia odpowiedni do prowadzonych badań doświadczalnych, w których q=const. oraz występowania dwóch sił skupionych, to implikuje kolejne uproszczenia równania (5.45).

W celu uproszczenia, rozwiązanie ogólne opisane poniżej, ogranicza się do obciążenia równomiernie rozłożonego, pojedynczego obciążenia skupionego lub dwóch sił skupionych przyłożonych symetrycznie względem środka rozpiętości belki. W takim przypadku,  $d^2V_T(x)/dx^2 = 0$ , a ogólne równanie (5.45) przyjmuje postać równania różniczkowego drugiego rzędu:

$$\tau(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + \frac{m_1 V_T(x)}{\lambda^2},$$
(5.46)

gdzie:

$$\lambda^{2} = \frac{G_{a}b_{2}}{t_{a}} \left[ \frac{(y_{1} + y_{2})(y_{1} + y_{2} + t_{a})}{E_{1}J_{1} + E_{2}J_{2}} + \frac{1}{E_{1}A_{1}} + \frac{1}{E_{2}A_{2}} \right],$$
(5.47)

oraz

$$m_1 = \frac{G_a}{t_a} \left( \frac{y_1 + y_2}{E_1 J_1 + E_2 J_2} \right).$$
(5.48)

## 5.4.4. Równanie ogólne naprężeń odrywających (odrywających) w skleinie

Równanie różniczkowe naprężeń odrywających (5.44) w skleinie z pominięciem wpływu odkształceń od sił poprzecznych przyjmuje postać:

$$\frac{d^4\sigma(x)}{dx^4} + \frac{E_a b_2}{t_a} \Big[ \frac{1}{E_1 J_1} + \frac{1}{E_2 J_2} \Big] \sigma(x) + \frac{E_a b_2}{t_a} \Big[ \frac{y_1}{E_1 J_1} - \frac{y_2}{E_2 J_2} \Big] \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{E_a}{t_a E_1 J_1} q(x) = 0,$$
(5.49)

Ogólnym rozwiązaniem równania (5.44) będzie równanie różniczkowe 4-tego rzędu:

$$\sigma(x) = e^{-\beta x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] + e^{\beta x} [C_3 \cos(\beta x) + C_4 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q(x),$$
(5.50)

gdzie:

$$\beta^{4} = \frac{E_{a}b_{2}}{t_{a}} \left( \frac{1}{E_{1}J_{1}} + \frac{1}{E_{2}J_{2}} \right),$$

$$n_{1} = \frac{y_{1}E_{2}J_{2} - y_{2}E_{1}J_{1}}{E_{1}J_{1} + E_{2}J_{2}},$$
(5.51)

oraz

$$n_2 = \frac{E_2 J_2}{b_2 (E_1 J_1 + E_2 J_2)}.$$
(5.53)

(5.52)

W przypadku dużych wartości x zakłada się, że naprężenia odrywające osiągają wartość równą zero [201], przez co stałe:

$$C_3 = C_4 = 0. (5.54)$$

Ogólne równanie naprężeń odrywających w skleinie przyjmuje postać:

$$\sigma(x) = e^{-\beta x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q(x).$$
(5.55)

W wyprowadzeniu wzoru (5.55) założono, że  $d^5\tau(x)/dx^5 = 0$ , ponieważ wartość tej pochodnej ma pomijalne znaczenie na wynik ostateczny [201].

### 5.4.5. Wprowadzenie warunków brzegowych do wzorów ogólnych

Dysponując wyprowadzonymi rozwiązaniami ogólnymi naprężeń ścinających i odrywających w skleinie, możliwe staje się rozpatrywanie konkretnych przypadków obciążenia. W niniejszym podrozdziale rozpatrujemy przypadki obciążenia równomiernie rozłożonego, pojedynczej siły skupionej oraz dwóch sił skupionych przyłożonych do belki symetrycznie względem środka rozpiętości.

### Naprężenia ścinające w skleinie przy równomiernie rozłożonym obciążeniu belki

Wzór na siłę poprzeczną we wzmocnionej belce obciążonej równomiernie ma postać:

$$V_T(x) = q\left(\frac{L_t}{2} - x - a\right).$$

(5.56)

Poprzez wstawienie wyrażenia (5.56) do wzoru (5.46) ogólne rozwiązanie naprężeń ścinających w skleinie w tym przypadku obciążenia przyjmie postać:

$$\tau(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + \frac{m_1}{\lambda^2} q\left(\frac{L_t}{2} - x - a\right),$$
(5.57)

w zakresie  $0 \le x \le L_p$ , gdzie q jest obciążeniem równomiernie rozłożonym, x odległością od początku taśmy w kierunku jej końca, a odległością od punktu podparcia do początku taśmy,  $L_t$  rozpiętością belki, a  $L_p$  długością taśmy kompozytowej. Wymiarowanie zgodne z rys. 5.4. Stałe wyznacza się z następujących warunków brzegowych.

$$x = 0 \to M_2 = 0,$$
  
 $x = 0 \to N_1 = N_2 = 0.$ 
(5.58)

Pierwszy warunek dotyczy momentu zginającego w przekroju przy x = 0. W tej lokalizacji, na krawędzi taśmy kompozytowej, moment zginający  $M_2(0)$  oraz siły osiowe w belce  $N_1(0)$  i taśmie kompozytowej  $N_2(0)$  są równe zero. W związku z tym, moment zginający w przekroju na krawędzi taśmy kompozytowej jest przenoszony wyłącznie przez belkę i może być wyrażony:

$$M_1(0) = M_T(0) = \frac{qa}{2}(L_t - a),$$
(5.59)

Podstawiając równania (5.26) i (5.27), z pominięciem wpływu ścinania, do równania (5.24) z pominięciem trzeciego warunku, uwzględniając powyższe warunki brzegowe, w x = 0 otrzymujemy:

$$\frac{d\tau(0)}{dx} = -m_2 M_T(0),$$
(5.60)

gdzie

$$m_2 = \frac{G_a}{t_a} \frac{y_1}{E_1 J_1}.$$
(5.61)

Przyrównując pierwszą pochodną równania (5.46) w x = 0 do równania (5.60) można określić drugą ze stałych całkowania:

$$B_2 = -\frac{m_2}{2\lambda}qa(L_t - a) + \frac{m_1}{\lambda^3}q.$$
(5.62)

Drugi warunek brzegowy obejmuje założenie zerowych naprężeń ścinających w skleinie  $\tau(x) = 0$ , w środku rozpiętości taśmy i belki (x=L<sub>p</sub>/2), z powodu symetrii obciążenia. Na tej podstawie określa się pierwszą stałą:

$$B_1 = \frac{1}{\lambda} \left[ \frac{m_2 q a}{2} (L_t - a) - \frac{m_1}{\lambda^2} q \right] tanh \left( \lambda \frac{L_p}{2} \right).$$
(5.63)

W praktycznych przypadkach, kiedy wzmacniane są przekroje o większych wymiarach  $\lambda L_p/2 \ge 10$ , a związany z tą wartością  $tanh(\lambda L_p/2) \approx 1$ , zatem wyrażenie (5.63) można uprościć:

$$B_1 = \frac{m_2}{2\lambda} q a (L_t - a) - \frac{m_1}{\lambda^3} q = -B_2.$$
(5.64)

Podstawiając ponownie stałe  $B_1$  i  $B_2$  do równania (5.17) uzyskuje się uproszczone wyrażenie na naprężenia ścinające w skleinie w dowolnym jej przekroju przy obciążeniu równomiernie rozłożonym:

$$\begin{aligned} \tau(x) &= \left[\frac{m_2}{2\lambda}qa(L_t - a) - \frac{m_1}{\lambda^3}q\right]\cosh(\lambda x) \\ &+ \left[-\frac{m_2}{2\lambda}qa(L_t - a) + \frac{m_1}{\lambda^3}q\right]\sinh(\lambda x) + \frac{m_1}{\lambda^2}q\left(\frac{L_t}{2} - x - a\right) \\ &= \frac{m_2}{2\lambda}qa(L_t - a)\frac{e^{\lambda x} + e^{-\lambda x}}{2} - \frac{m_2}{2\lambda}qa(L_t - a)\frac{e^{\lambda x} - e^{-\lambda x}}{2} \\ &- \frac{m_1}{\lambda^3}q\frac{e^{\lambda x} + e^{-\lambda x}}{2} + \frac{m_1}{\lambda^3}q\frac{e^{\lambda x} - e^{-\lambda x}}{2} + \frac{m_1}{\lambda^2}q\left(\frac{L_t}{2} - x - a\right) \\ &= \frac{m_2}{2\lambda}qa(L_t - a)e^{-\lambda x} - \frac{m_1}{\lambda^3}qe^{-\lambda x} + \frac{m_1}{\lambda^2}q\left(\frac{L_t}{2} - x - a\right), \\ \tau(x) &= \left[\frac{m_2a}{2}(L_t - a) - \frac{m_1}{\lambda^2}\right]\frac{qe^{-\lambda x}}{\lambda} + \frac{m_1}{\lambda^2}q\left(\frac{L_t}{2} - x - a\right). \end{aligned}$$
(5.65)

Naprężenia ścinające w skleinie przy obciążeniu belki pojedynczą siłą skupioną





Rys. 5.5. Przypadki rozpatrywanego obciążenia wzmocnionej belki [opracowanie własne]

Rozpatrujemy przypadek, w którym siła skupiona przyłożona jest do wzmocnionej przyklejoną taśmą belki, tzn. lewy koniec taśmy wzmacniającej jest usytuowany po lewej stronie przyłożonej siły, zgodnie z rys. 5.5.

Wzory na siłę poprzeczną we wzmocnionej belce swobodnie podpartej, obciążonej siłą skupioną mają postać:

$$V_T(x) = P\left(1 - \frac{b}{L_t}\right), \qquad gdy \ 0 \le x < (b - a),$$

oraz

$$V_T(x) = -P\frac{b}{L_t}, \ gdy \ (b-a) < x \le L_p.$$
(5.66)

W przypadku (5.66) nie ma potrzeby stosowania rachunku funkcji uogólnionych. Po wstawieniu wzorów (5.66) na siłę poprzeczną do równania (5.47), otrzymujemy ogólne wyrażenia na naprężenia ścinające w skleinie, w przypadku obciążenia pojedynczą siłą skupioną:

 $\tau(x)$ 

$$= \begin{cases} B_3 \cosh(\lambda x) + B_4 \sinh(\lambda x) + \frac{m_1}{\lambda^2} P\left(1 - \frac{b}{L_t}\right), & 0 \le x < (b - a), \\ B_5 \cosh(\lambda x) + B_6 \sinh(\lambda x) - \frac{m_1}{\lambda^2} P\frac{b}{L_t}, & (b - a) < x \le L_p. \end{cases}$$
(5.67)

Warunki brzegowe do wyznaczenia stałych całkowania ze wzoru (5.67) przedstawiono poniżej:

w x = 0

$$M_1(0) = M_T(0) = Pa\left(1 - \frac{b}{L_t}\right)$$

 $N_1(0) = N_2(0) = 0,$ w x =  $L_p/2$ 

$$auig(L_p/2ig)=0$$
 jeżeli siła przyłożona w  $L_p/2$ ,

 $w x = L_p$ 

$$M_1(L_p) = M_T(L_p) = \frac{Pab}{L_t}$$
  
w x = (b - a) [201]

$$\tau(x) s_{a} ciagle, \quad przy czym \tau(x)|_{x=(b-a)-0_{-}} = \tau(x)|_{x=(b-a)-0_{+}},$$
  
$$\frac{d\tau(x)}{dx} s_{a} ciagle, \quad przy czym \left. \frac{d\tau(x)}{dx} \right|_{x=(b-a)-0_{-}} = \frac{d\tau(x)}{dx} \bigg|_{x=(b-a)-0_{+}}.$$
  
(5.68)

Stałe  $B_3$  i  $B_4$  wyznaczamy podobnie jak stałe  $B_1$  i  $B_2$ . Wstawiając równania (5.26) i (5.27), z pominięciem wpływu ścinania, do równania (5.24) z pominięciem trzeciego warunku, uwzględniając powyższe warunki brzegowe, dla x = 0 otrzymujemy:

$$\frac{d\tau(0)}{dx} = -m_2 M_T(0) = -m_2 Pa\left(1 - \frac{b}{L_t}\right).$$
(5.69)

Przyrównując pierwszą pochodną równania (5.67) w x = 0 do równania (5.69) można określić czwartą ze stałych całkowania:

$$B_4 = -\frac{m_2}{\lambda} Pa\left(1 - \frac{b}{L_t}\right).$$
(5.70)

Trzecią stałą wyznaczamy poprzez warunki brzegowe w punkcie przyłożenia siły skupionej w  $x = b - a = L_p/2$ . Zakładam, że z powodu symetrii obciążenia  $\tau(L_p/2) = 0$ . Na tej podstawie określa się trzecią stałą całkowania.

$$\tau(b-a) = B_3 \cosh(\lambda(b-a)) + B_4 \sinh(\lambda(b-a)) + \frac{m_1}{\lambda^2}P,$$

$$B_3 = \frac{m_2}{\lambda} Pa\left(1 - \frac{b}{L_t}\right) \tanh(k) - \frac{m_1}{\lambda^2}P \frac{1}{\cosh(k)},$$
(5.72)

gdzie  $k = \lambda(b - a)$ . Analogicznie jak w przypadku obciążenia równomiernie rozłożonego, w praktycznych przypadkach  $k \ge 10$ , a związany z tą wartością  $tanh(k) \approx 1$ , zatem wyrażenie (5.72) można uprościć:

$$B_3 = \frac{m_2}{\lambda} Pa\left(1 - \frac{b}{L_t}\right) - \frac{m_1}{\lambda^2} Pe^{-k} .$$
(5.73)

Wyznaczenie stałych  $B_5$  i  $B_6$  wymaga założenia ciągłości naprężeń ścinających w skleinie i ich pierwszej pochodnej w punkcie przyłożenia siły. Wstawiając równania (5.70) i (5.73) do (5.69) otrzymamy wzór na naprężenia ścinające w skleinie po lewej stronie przyłożonej siły:

$$\tau(x)|_{x=(b-a)-0_{-}} = \frac{m_{2}}{\lambda} Pa\left(1 - \frac{b}{L_{t}}\right) e^{-\lambda x} + \frac{m_{1}}{\lambda^{2}} P\left[1 - \frac{b}{L_{t}} - \cosh(\lambda x)e^{-k}\right],$$

$$0 \le x \le (b-a),$$
(5.74)
$$\left.\frac{d\tau(x)}{dx}\right|_{x=(b-a)-0_{-}} = -m_{2} Pa\left(1 - \frac{b}{L_{t}}\right) e^{-\lambda x} - \frac{m_{1}}{\lambda} P\sinh(\lambda x)e^{-k},$$

$$0 \le x \le (b-a).$$
(5.75)

Wzory na naprężenia ścinające w skleinie i pierwszą pochodną po x, po prawej stronie przyłożonej siły:

$$\tau(x)|_{x=(b-a)-0_{+}} = B_{5}\cosh(\lambda x) + B_{6}\sinh(\lambda x) - \frac{m_{1}}{\lambda^{2}}\frac{p}{2},$$

$$\left.\frac{d\tau(x)}{dx}\right|_{x=(b-a)-0_{+}} = \lambda B_{5}\sinh(\lambda x) + \lambda B_{6}\cosh(\lambda x),$$

$$(b-a) \le x \le L_{p}.$$
(5.77)

Przy założeniu  $\tau(L_p/2) = 0$  i  $\lambda L_p/2 \ge 10$  $B_5 = -B_6.$ 

(5.78)

Przyrównując  $\frac{d\tau(x)}{dx}\Big|_{x=(b-a)-0_{-}}$  i  $\frac{d\tau(x)}{dx}\Big|_{x=(b-a)-0_{+}}$  wyznaczamy stałą  $B_6$ , a następnie  $B_5$ :

$$B_{6} = -\frac{m_{2}Pa}{\lambda} \left(1 - \frac{b}{L_{t}}\right) - \frac{m_{1}}{\lambda^{2}} Psinh(k),$$

$$B_{5} = \frac{m_{2}Pa}{\lambda} \left(1 - \frac{b}{L_{t}}\right) + \frac{m_{1}}{\lambda^{2}} Psinh(k).$$
(5.79)
(5.80)

Wstawiając stałe  $B_3, B_4, B_5$  i  $B_6$  do wzoru (5.67) otrzymujemy rozwiązane równania na naprężenia ścinające w skleinie na całej jej długości:

$$\tau(x) = \begin{cases} \frac{m_2}{\lambda} Pa\left(1 - \frac{b}{L_t}\right) e^{-\lambda x} - \frac{m_1}{\lambda^2} P\left[\cosh(\lambda x) e^{-k} - 1 + \frac{b}{L_t}\right], 0 \le x \le (b - a), \\ \frac{m_2}{\lambda} Pa\left(1 - \frac{b}{L_t}\right) e^{-\lambda x} + \frac{m_1}{\lambda^2} P\left[\sinh(k) e^{-\lambda x} - \frac{b}{L_t}\right], \quad (b - a) \le x \le L_p. \end{cases}$$
(5.81)

### Naprężenia ścinające w skleinie przy obciążeniu belki dwiema siłami skupionymi

Rozpatrywany jest przypadek, w którym dwie siły skupione przyłożone są do wzmocnionej przyklejoną taśmą belki symetrycznie względem środka rozpiętości belki. Przyłożone siły znajdują się w obszarze przyklejonego wzmocnienia, zgodnie z rysunkiem 5.28. Taśma wystaje poza obszar stałego momentu zginającego.

Wzory na siłę poprzeczną we wzmocnionej belce obciążonej siłą skupioną mają postać:

 $V_T(x) = P, \qquad gdy \ 0 \le x \le (b-a),$  $V_T(x) = 0, \qquad gdy \ (b-a) \le x \le L_p/2.$ 

(5.82)

Ogólne rozwiązanie wprowadzone na podstawie wzorów (5.46) oraz (5.82) ma postać:

$$\tau(x) = \begin{cases} B_7 \cosh(\lambda x) + B_8 \sinh(\lambda x) + \frac{m_1}{\lambda^2} P, & 0 \le x < (b-a), \\ B_9 \cosh(\lambda x) + B_{10} \sinh(\lambda x), & (b-a) < x \le L_p/2. \end{cases}$$
(5.83)

Warunki brzegowe do wyznaczenia stałych całkowania ze wzoru (5.83) są następujące:

$$M_1(0) = M_T(0) = Pa,$$
  
 $N_1(0) = N_2(0) = 0,$ 

 $w x = L_p/2$ 

w x = 0

oraz

$$\tau(L_p/2) = 0,$$
  
 $w x = (b-a) [201]$   
 $\tau(x) sq ciqgle, przy czym \tau(x)|_{x=(b-a)-0_{-}} = \tau(x)|_{x=(b-a)-0_{+}},$   
 $\frac{d\tau(x)}{dx} sq ciqgle,$   
 $przy czym \frac{d\tau(x)}{dx}\Big|_{x=(b-a)-0_{-}} = \frac{d\tau(x)}{dx}\Big|_{x=(b-a)-0_{+}}.$   
(5.84)

Stałe  $B_7$  i  $B_8$  wyznaczamy analogicznie do  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  i  $B_4$ . Podstawiając równania (5.26) i (5.27), z pominięciem wpływu sił poprzecznych na odkształcenia, do równania (5.24) z pominięciem trzeciego warunku, uwzględniając powyższe warunki brzegowe, w x = 0 otrzymujemy:

$$\frac{d\tau(0)}{dx} = -m_2 M_T(0) = -m_2 P a.$$
(5.85)

Przyrównując pierwszą pochodną równania (5.83) w x = 0 do równania (5.85) można określić ósmą ze stałych całkowania:

$$B_8 = -\frac{m_2}{\lambda} Pa.$$
(5.86)

Siódmą stałą wyznaczamy analogicznie do stałej  $B_1$ .

$$B_7 = -\frac{m_2 P a}{\lambda} tanh(k) - \frac{m_1}{\lambda^2} \frac{P}{cosh(k)}.$$
(5.87)

Przy założeniu  $k \ge 10$  uproszczony wzór na  $B_7$  ma postać:

$$B_7 = -\frac{m_2 P a}{\lambda} - \frac{m_1}{\lambda^2} P e^{-k}.$$
(5.88)

Wzór na naprężenia w skleinie w zakresie,  $0 \le x \le (b - a)$  ma wyrażenie:

$$\tau(x) = \frac{m_2 P a}{\lambda} e^{-\lambda x} + \frac{m_1}{\lambda^2} P[1 - \cosh(\lambda x) e^{-k}].$$
(5.89)

Przy obliczaniu stałej  $B_9$  korzystam z warunku na wartość zerowych naprężeń ścinających w skleinie w środku taśmy. Ponieważ w praktyce  $\lambda L_p/2 \ge 10$  zależność między stałymi jest następująca:

$$B_9 = -B_{10}.$$
(5.90)

Przy obliczaniu stałej  $B_{10}$  korzystam z założenia ciągłości naprężeń ścinających i ich pierwszej pochodnej po x pod punktem przyłożenia siły, przyrównując  $\frac{d\tau(x)}{dx}\Big|_{x=(b-a)-0_{-}}$  i  $\frac{d\tau(x)}{dx}\Big|_{x=(b-a)-0_{+}}$ . Następnie wyznaczam stałą  $B_9$ .

$$\tau(x)|_{x=(b-a)-0_{-}} = \frac{m_{2}Pa}{\lambda}e^{-\lambda x} + \frac{m_{1}}{\lambda^{2}}P[1 - \cosh(\lambda x)e^{-k}],$$

$$0 \le x < (b-a),$$
(5.91)

$$\frac{d\tau(x)}{dx}\Big|_{x=(b-a)-0_{-}} = -m_2 Pae^{-\lambda x} - \frac{m_1}{\lambda} Psinh(\lambda x)e^{-k},$$

$$0 \le x < (b-a),$$
(5.92)
$$\tau(x)|_{x=(b-a)-0_{+}} = B_9 \cosh(\lambda x) + B_{10} \sinh(\lambda x) = -B_{10}e^{-\lambda x},$$

$$(b-a) < x \le L_p/2,$$
(5.93)

$$\frac{d\tau(x)}{dx}\bigg|_{x=(b-a)-0_{+}} = \lambda B_{9}\sinh(\lambda x) + \lambda B_{10}\cosh(\lambda x) = \lambda B_{10} e^{-\lambda x},$$

$$(b-a) < x \le L_p/2,$$
(5.94)

$$B_{10} = -\frac{m_2 P a}{\lambda} - \frac{m_1}{\lambda^2} Psinh(k),$$

$$m_2 P a = m_1 - m_1 k k$$
(5.95)

$$B_9 = \frac{m_2 P a}{\lambda} + \frac{m_1}{\lambda^2} P sinh(k).$$
(5.96)

Po wstawieniu równań (5.95) i (5.96) do (5.83) otrzymujemy wzór na naprężenia w skleinie w przedziale  $(b - a) < x \le L_p/2$ :

$$\tau(x) = \frac{m_2 P a}{\lambda} e^{-\lambda x} + \frac{m_1}{\lambda^2} P sinh(k) e^{-\lambda x}.$$
(5.97)

Końcowy wzór na naprężenia ścinające w skleinie w dowolnym punkcie na jej długości można wyrazić wzorem:

$$\tau(x) = \begin{cases} \frac{m_2 P a}{\lambda} e^{-\lambda x} + \frac{m_1}{\lambda^2} P[1 - \cosh(\lambda x) e^{-k}], & 0 \le x < (b - a), \\ \frac{m_2 P a}{\lambda} e^{-\lambda x} + \frac{m_1}{\lambda^2} P \sinh(k) e^{-\lambda x}, & (b - a) < x \le L_p/2. \end{cases}$$
(5.98)

### Naprężenia odrywające w skleinie we wszystkich omawianych przypadkach obciążenia belki

Ogólne rozwiązanie naprężeń odrywających w skleinie opisane zostało równaniem (5.55). Stałe  $C_1 i C_2$  wyznaczane są na podstawie dwóch warunków brzegowych:

 $w x = 0 \rightarrow M_2(x) = 0$  $x = 0 \rightarrow$ Siła poprzeczna w przekroju na końcu taśmy ma wartość  $V_T(0)$ Różniczkując dwukrotnie po x równanie (5.176) otrzymujemy:

$$\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} = \frac{E_a}{t_a} \left[ \frac{d^2\nu_2(x)}{dx^2} - \frac{d^2\nu_1(x)}{dx^2} \right].$$
(5.99)

Wstawiając do powyższego wzoru równania (5.40) i (5.41) z pominięciem wpływu odkształceń od sil poprzecznych, uzyskamy w x = 0:

$$\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2}\Big|_{x=0} = \frac{E_a}{t_a} \Big[\frac{1}{E_1 J_1} M_1(0) - \frac{1}{E_2 J_2} M_2(0)\Big].$$
(5.100)

Wcześniej ustalono, że na końcu przyklejonej taśmy kompozytowej  $M_2(0) = 0, M_1(0) = M_T(0)$  oraz  $N_1(0) = N_2(0) = 0$ , zatem równanie (5.100) można ponownie zapisać jako:

$$\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2}\Big|_{x=0} = \frac{E_a}{t_a} \frac{1}{E_1 J_1} M_1(0).$$
(5.101)  
dotyczy siła poprzecznej w belce i taśmie, w przekroju

Drugi warunek brzegowy dotyczy siła poprzecznej w belce i taśmie, w przekroju na końcu taśmy. Różniczkując trzykrotnie po x równanie (5.39) otrzymujemy:

$$\frac{d^3\sigma(x)}{dx^3} = \frac{E_a}{t_a} \left[ \frac{d^3v_2(x)}{dx^3} - \frac{d^3v_1(x)}{dx^3} \right].$$
(5.102)

Wstawiając do powyższego wzoru równania (5.72) i (5.69) z pominięciem wpływu odkształceń od sił poprzecznych, uzyskamy w x = 0:

$$\frac{d^{3}\sigma(x)}{dx^{3}}\Big|_{x=0} = \frac{E_{a}}{t_{a}} \Big[ \frac{1}{E_{1}J_{1}} V_{1}(0) - \frac{1}{E_{2}J_{2}} V_{2}(0) \Big] - \frac{E_{a}b_{2}}{t_{a}} \Big[ \frac{y_{1}}{E_{1}J_{1}} - \frac{y_{2}}{E_{2}J_{2}} \Big] \tau(0).$$
(5.103)

Ponieważ siła poprzeczna na końcu taśmy równa jest zero ( $V_2(0) = 0$ ), to całą siłę poprzeczną w tym przekroju przenosi belka ( $V_1(0) = V_T(0)$ ). W związku z tym, drugi warunek brzegowy można wyrazić równaniem:

$$\frac{d^3\sigma(x)}{dx^3}\Big|_{x=0} = \frac{E_a}{t_a E_1 J_1} V_1(0) - n_3 \tau(0),$$
(5.104)

gdzie

$$n_3 = \frac{E_a b_2}{t_a} \left[ \frac{y_1}{E_1 J_1} - \frac{y_2}{E_2 J_2} \right].$$
(5.105)

Różniczkując kilkukrotnie po x równanie (5.55), otrzymujemy drugą i trzecią pochodną po x równania ogólnego na naprężenia odrywające w skleinie w x = 0:

$$\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2}\Big|_{x=0} = -2\beta^2 C_2 - n_1 \frac{d^3\tau(x)}{dx^3}\Big|_{x=0} - n_2 \frac{d^2q(x)}{dx^2},$$
(5.106)

oraz

$$\frac{d^3\sigma(x)}{dx^3}\Big|_{x=0} = 2\beta^3 C_1 + 2\beta^3 C_2 - n_1 \frac{d^4\tau(x)}{dx^4}\Big|_{x=0} - n_2 \frac{d^3q(x)}{dx^3}.$$
(5.107)

Ponieważ obciążenie jest ograniczone do równomiernie rozłożonego lub skupionego, druga pochodna i pochodne wyższego rzędu q(x) po x mają zerowe wartości. Po podstawieniu warunków brzegowych (5.101) i (5.104) do równań (5.106) i (5.107) można określić stałe  $C_1$  i  $C_2$ :

$$C_{1} = \frac{E_{a}}{2\beta^{3}t_{a}E_{1}J_{1}} [V_{T}(0) + \beta M_{T}(0)] - \frac{n_{3}}{2\beta^{3}}\tau(0) + \frac{n_{1}}{2\beta^{3}} \left[\beta \frac{d^{3}\tau(x)}{dx^{3}}\right]_{x=0} + \frac{d^{4}\tau(x)}{dx^{4}}\Big|_{x=0},$$
(5.108)
$$C_{2} = -\frac{E_{a}}{2\beta^{2}t_{a}E_{1}J_{1}}M_{T}(0) - \frac{n_{1}}{2\beta^{2}}\frac{d^{3}\tau(x)}{dx^{3}}\Big|_{x=0}.$$
(5.109)

Stałe  $C_1 i C_2$  określone zostały w warunkach momentu zginającego  $M_T(0)$  i siły poprzecznej  $V_T(0)$  w przekroju wzmocnionej belki na końcu taśmy. Na podstawie wyznaczonych stałych  $C_1 i C_2$ , po wprowadzeniu do wzoru (5.192), można określić wzór ogólny na naprężenia odrywające w skleinie we wszystkich trzech omawianych przypadkach:

$$\begin{split} \sigma(x) &= e^{-\beta x} \left\{ \frac{E_a}{2\beta^3 t_a E_1 J_1} [V_T(0) + \beta M_T(0)] + \frac{n_1}{2\beta^3} \left[ \beta \frac{d^3 \tau(x)}{dx^3} \right]_{x=0} + \frac{d^4 \tau(x)}{dx^4} \Big|_{x=0} \right] \\ &- \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) \right\} \cos(\beta x) \\ &- e^{-\beta x} \left[ \frac{E_a}{2\beta^2 t_a E_1 J_1} M_T(0) - \frac{n_1}{2\beta^2} \frac{d^3 \tau(x)}{dx^3} \Big|_{x=0} \right] \sin(\beta x) - n_1 \frac{d \tau(x)}{dx} \\ &- n_2 q(x). \end{split}$$

(5.110)

Wzór na naprężenia odrywające w skleinie przy obciążeniu równomiernym ma wyrażenie:

$$\sigma(x) = e^{-\beta x} \left\{ \frac{E_a}{2\beta^3 t_a E_1 J_1} \left[ q \left( \frac{L_t}{2} - a \right) + \beta \frac{qa}{2} (L_t - a) \right] \right. \\ \left. + \frac{n_1}{2\beta^3} \left[ \beta \left[ m_1 - \frac{m_2 qa}{2} \lambda (L_t - a) \right] q \right. \\ \left. + \left[ \frac{m_2 qa}{2} \lambda (L_t - a) - m_1 \right] \lambda q \right] - \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) \right\} \cos(\beta x) \\ \left. - e^{-\beta x} \left[ \frac{E_a}{2\beta^2 t_a E_1 J_1} \frac{qa}{2} (L_t - a) \right. \\ \left. - \frac{n_1}{2\beta^2} \left[ m_1 - \frac{m_2 qa}{2\lambda} \lambda (L_t - a) \right] q \right] \sin(\beta x) \\ \left. + n_1 \left\{ \left[ \frac{m_2 qa}{2\lambda} (L_t - a) - \frac{m_1}{\lambda^2} \right] q e^{-\lambda x} + \frac{m_1}{\lambda^2} q \right\} - n_2 q. \right.$$
(5.111)

Wzory na naprężenia odrywające w skleinie przy obciążeniu pojedynczą siłą skupioną mają wyrażenia:  $(F_{1}(1 + 0\tau))$ 

$$\begin{split} \sigma(x) &= e^{-\beta x} \left\{ \frac{E_a(1+\beta a)}{2\beta^3 t_a E_1 J_1} P\left(1-\frac{b}{L_t}\right) \right. \\ &+ \frac{n_1 P}{2\beta^3} \left[ \lambda^3 \left[ m_2 a \left(1-\frac{b}{L_t}\right) - \frac{m_1}{\lambda} e^{-k} \right] - \beta \lambda^2 m_2 a \left(1-\frac{b}{L_t}\right) \right] \right] \\ &- \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) \right\} \cos(\beta x) \\ &- Pa \left(1-\frac{b}{L_t}\right) e^{-\beta x} \left[ \frac{E_a}{2\beta^2 t_a E_1 J_1} + \frac{n_1}{2\beta^2} \lambda^2 m_2 \right] \sin(\beta x) \\ &+ n_1 P e^{-\lambda x} \left[ m_2 a + \frac{m_1}{\lambda} \lambda \sinh(\lambda x) \right], \\ 0 &\leq x < (b-a), \\ (5.112) \\ \sigma(x) &= e^{-\beta x} \left\{ \frac{E_a(1+\beta a)}{2\beta^3 t_a E_1 J_1} P\left(1-\frac{b}{L_t}\right) + \frac{n_1 P}{2\beta^3} (\lambda^2 - \lambda) \left[ m_2 \lambda a \left(1-\frac{b}{L_t}\right) + m_1 P \sinh(k) \right] \right] \\ &- \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) \right\} \cos(\beta x) \\ &- P e^{-\beta x} \left[ \frac{E_a a}{2\beta^2 t_a E_1 J_1} \left(1-\frac{b}{L_t}\right) \\ &+ \frac{n_1 \lambda^2}{2\beta^2} \left[ m_2 \lambda a \left(1-\frac{b}{L_t}\right) + m_1 P \sinh(k) \right] \right] \sin(\beta x) \\ &+ n_1 P e^{-\lambda x} \left[ m_2 a \left(1-\frac{b}{L_t}\right) + \frac{m_1}{\lambda} P \sinh(k) \right] \\ &\left(b-a\right) < x \leq L_p \end{split}$$

(5.113)

Wzory na naprężenia odrywające w skleinie przy obciążeniu dwiema siłami skupionymi mają wyrażenia:

$$\begin{aligned} \sigma(x) &= e^{-\beta x} \left\{ \frac{E_a P}{2\beta^3 t_a E_1 J_1} [1 + \beta a] + \frac{n_1 P}{2\beta^3} \lambda^2 [m_2 a(\lambda - \beta) - m_1 e^{-k}] \\ &- \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) \right\} \cos(\beta x) \\ &- P e^{-\beta x} \left[ \frac{E_a a}{2\beta^2 t_a E_1 J_1} + \frac{n_1}{2\beta^2} m_2 \lambda^2 a \right] \sin(\beta x) \\ &+ n_1 P \left[ m_2 a e^{-\lambda x} + \frac{m_1}{\lambda^3} e^{-k} \sinh(\lambda x) \right], \end{aligned}$$

$$0 \le x < (b - a),$$
(5.114)

$$\sigma(x) = e^{-\beta x} \left\{ \frac{E_a P}{2\beta^3 t_a E_1 J_1} [1 + \beta a] + \frac{n_1 P}{2\beta^3} (\lambda^2 - \lambda) [m_2 a \lambda + m_1 sinh(k)] \right. \\ \left. - \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) \right\} \cos(\beta x) \\ \left. - P e^{-\beta x} \left\{ \frac{E_a a}{2\beta^2 t_a E_1 J_1} + \frac{n_1 \lambda}{2\beta^2} [m_2 a \lambda + m_1 sinh(k)] \right\} \sin(\beta x) \right. \\ \left. + n_1 P e^{-\lambda x} \left[ m_2 a + \frac{m_1}{\lambda} sinh(k) \right],$$

$$(b - a) < x \le L_p/2.$$

$$(5.115)$$

Wzór na maksymalne naprężenia odrywające w skleinie przy obciążeniu równomiernym w x = 0 można opisać wzorem:

$$\begin{split} \sigma_{max} &= \left\{ \frac{E_a}{2\beta^3 t_a E_1 J_1} \Big[ q \left( \frac{L_t}{2} - a \right) + \beta \frac{qa}{2} (L_t - a) \Big] \\ &+ \frac{n_1}{2\beta^3} \Big[ \beta \left( \frac{m_1}{\lambda^2} - \frac{m_2 qa}{2} \lambda (L_t - a) \right) q + \left( \frac{m_2 qa}{2} \lambda (L_t - a) - m_1 \right) \lambda q \Big] \\ &- \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) \Big\} + n_1 \left\{ \Big[ \frac{m_2 qa}{2\lambda} (L_t - a) - \frac{m_1}{\lambda^2} \Big] q + \frac{m_1}{\lambda^2} q \Big\} - n_2 q. \end{split}$$

(5.116)

Wzór na maksymalne naprężenia odrywające w skleinie przy obciążeniu pojedynczą siłą skupioną w x = 0 można opisać wzorem:

$$\begin{split} \sigma_{max} &= \left\{ \frac{E_a(1+\beta a)}{2\beta^3 t_a E_1 J_1} P\left(1-\frac{b}{L_t}\right) \\ &\quad + \frac{n_1 P}{2\beta^3} \left[ \lambda^3 \left[ m_2 a \left(1-\frac{b}{L_t}\right) - \frac{m_1}{\lambda} e^{-k} \right] - \beta \lambda^2 m_2 a \left(1-\frac{b}{L_t}\right) \right] \\ &\quad - \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) \right\} + n_1 m_2 P a. \end{split}$$

(5.117) Wzór na maksymalne naprężenia odrywające w skleinie przy obciążeniu dwiema siłami skupionymi w x = 0 można opisać wzorem:

$$\sigma_{max} = \frac{E_a P}{2\beta^3 t_a E_1 J_1} [1 + \beta a] + \frac{n_1 P}{2\beta^3} [m_2 a (\lambda^3 - \beta \lambda^2) - m_1 \lambda^2 e^{-k}] - \frac{n_3}{2\beta^3} \tau(0) + n_1 m_2 P a.$$

(5.118)
### 5.5. Porównanie wyników teoretycznych z uwzględnieniem zróżnicowania geometrii wzmocnienia i właściwości materiałowych. Porównanie wyników laboratoryjnych z analizą matematyczną

W niniejszym podrozdziale przedstawiono wyniki wyznaczonych w analizie matematycznej wykresów naprężeń ścinających i normalnych (odrywających). Naprężenia ścinające wyznaczone na podstawie analiz poddane zostały porównane z uzyskanymi w badaniach laboratoryjnych. Wykresy naprężeń ścinających w skleinie wyznaczane były na podstawie wyprowadzonego w Podrozdziale 5.4.5 wzoru (5.98), wykresy naprężeń odrywających wyznaczono przy pomocy wzoru (5.114).

Do wyznaczenia naprężeń w skleinie przyjmowano parametry materiałowe stali, kleju i taśmy kompozytowej zgodnie z Podrozdziałem 3.3. Grubości kleju przyjmowane do obliczeń były zgodne z pomierzonymi. W związku z tym próbki miały zróżnicowane grubości warstwy kleju również w obrębie jednej grupy.

W analizie matematycznej rozpatrywano dwa przypadki. Napreżenia w skleinie po uwzględnieniu zwykłego zakończenia taśmy oraz odwrotnie fazowanego z wypływem kleju. Do trzech próbek typu 200.120.ZA, zastosowano wprost wzór (5.98) przy założeniu niezmienności geometrycznej wzmocnionego przekroju. W przypadku próbek pozostałych zastosowano dwa rozwiązania. Pierwsze, polegało na uproszczeniu, w którym przyjęto stały przekrój wzmocnionej belki, tak jak w przypadku próbek typu 200.120.ZA. Drugie rozwiązanie polegało na podzieleniu fazowanego elementu na przedziały (długości 0,1mm każdy) i uwzględnieniu wymiarów taśmy i grubości kleju w opracowywanym przekroju. Końce taśm fazowano pod katem 45 stopni, przy grubości taśmy 1,4mm. Założono 14 przedziałów, w których w zależności od odległości od początku taśmy, zmieniała się grubość taśmy od 0,1mm do 1,4mm, a wraz z nią właściwości geometryczne wzmocnionego przekroju. Dwa różne podejścia przy zastosowaniu tych samych wzorów do wyznaczania naprężeń ścinających i odrywających spowodowały uzyskanie różnych wartości ostatecznych naprężeń. Na wykr. 5.1. przedstawiono przykładowe wykresy naprężeń ścinających i odrywających w przypadku próbki 200.120.FA1 przy obciążeniu 40kN bez uwzględnienia i z uwzględnieniem fazowania taśmy na końcu i wypływu kleju.

Na wykr. 5.1. widoczna jest różnica w wartości maksymalnych naprężeń. Liniami przerywanymi, czerwona–naprężenia ścinające, zielona–naprężenia odrywające, przedstawiono rozwiązanie naprężeń uzyskanych przy założeniu zwykłego zakończenia taśmy. Liniami ciągłymi, kolory jak wcześniej, przedstawiono rozwiązanie naprężeń uzyskanych przy założeniu odwrotnego fazowania taśmy i wypływu kleju.

Rozwiązanie z założeniem zakończenia zwykłego powoduje brak możliwości uzyskania końca taśmy wolnego od naprężeń.

W przypadku fazowania, w x = 0 grubość taśmy wynosi zero, zatem w tym przypadku warunek końca wolnego od naprężeń jest możliwy do uzyskania. Wraz ze wzrostem odległości w kierunku środka rozpiętości rośnie grubość taśmy. Wraz z grubością taśmy rosną naprężenia ścinające w kleju. W przekroju, w którym grubość taśmy osiąga jej pełną wartość, tutaj 1,4mm w odległości 1,4mm od początku taśmy, wartość naprężeń i ich przebieg pokrywa się z przebiegiem przy zastosowaniu zwykłego zakończenia. Widoczna jest jednak różnica w maksymalnych naprężeniach ścinających, które przy rozpatrywaniu zwykłego zakończenia były wyższe od 10,0% do 17,3% w stosunku do zakończenia odwrotnie fazowanego.



Wykr. 5.1. Wykresy naprężeń ścinających i odrywających w kleju [opracowanie własne]

Na podstawie wzoru (5.114) wyznaczono wartość napreżeń odrywajacych. Naprężenia odrywające zależą między innymi od geometrii przekroju wzmocnionego oraz wartości naprężeń ścinających. Naprężenia odrywające wyznaczono w podobny sposób jak naprężenia ścinające. W przypadku fazowania taśmy i wypływu kleju, fazowany koniec taśmy podzielono na przedziały. Naprężenia odrywające wyznaczano przy założeniu przekroju w konkretnym przedziale, a wartość naprężeń ścinających  $\tau(0)$  przyjmowano do każdego z przedziałów jako wartość naprężeń ścinających w x = 0 w przypadku zastosowania taśmy o grubości zgodnej z grubości w danym przekroju. Na przykład naprężenia w odległości 1mm od początku taśmy wyznaczono przy grubości taśmy 1mm, a składowa  $\tau(0)$  wyznaczono x = 0 przy założeniu grubości taśmy również 1mm, tak jakby taśma miała te grubość na całej swojej długości. Podobnie, jak w przypadku naprężeń ścinających, wartość naprężeń odrywających i ich wartość różni się diametralnie. W przypadku rozpatrywania zwykłego zakończenia taśmy, w x = 0 uzyskujemy wartość maksymalną naprężeń, natomiast zerową w przypadku taśmy fazowanej.

Od przekroju, w którym grubości taśm zrównują się, a taśma fazowana uzyskuje wartość maksymalnych naprężeń odrywających, przebieg naprężeń jest identyczny. Co więcej, różnica w wartości maksymalnych naprężeń odrywających przy rozpatrywaniu zwykłego i fazowanego zakończenia taśmy, w zależności od grubości kleju, była wyższa 2,21–3,44 krotnie w przypadku taśmy o zwykłym zakończeniu.

Rozpatrywanie kombinacji naprężeń ścinających i odrywających w analizach wzmocnienia belki taśmą fazowaną, przy założeniu zwykłego zakończenia, może spowodować negatywny efekt uzyskania naprężeń, których skleina mogłaby nie przenieść. Fazowanie zakończenia taśmy ma widoczny wpływ na obniżenie wartości maksymalnych naprężeń ścinających i odrywających oraz zmianę przebiegu naprężeń w skleinie, a przez to na zwiększenie nośności złącza. Potwierdza to wnioski z badań laboratoryjnych opisanych w Rozdziale 4. Kolejny wniosek, który można wyciągnąć z wykr. 5.1. to występowanie koncentracji naprężeń ścinających w skleinie na ostatnich kilkudziesięciu milimetrach od końca taśmy, co również potwierdza wyniki uzyskane w badaniach laboratoryjnych opisanych w Rozdziale 4.

## Porównanie wyników naprężeń uzyskanych teoretycznie w zależności od grubości skleiny

Celem poszukiwania naprężeń w przypadku różnych grubości skleiny przyjęto próbki wzmocnione taśmą długości 1,0m z zakończeniem odwrotnie fazowanym z wypływem kleju. Nawiązując do badań laboratoryjnych do porównania przyjęto trzy grubości kleju: 0,6mm, 1,2mm oraz 1,8mm. W tab. 5.1 przedstawiono wyniki analiz teoretycznych naprężeń w zależności od grubości skleiny w złączu w przypadku rozpatrywania zakończenia złącza odwrotnie fazowanego z wypływem kleju.

t <sub>a</sub>	$ au_{40/2}$	$\sigma_{40/2}$	$\mathbf{F}_{\mathbf{N}}$	$ au_{ m FN}$	$\sigma_{ m FN}$					
[mm]	[MPa]	[MPa]	[kN]	[MPa]	[MPa]					
0,6	15,9	3,6	73,1/2	29,0	6,6					
1,2	11,8	2,8	77,7/2	22,9	5,5					
1,8	9,9	2,4	70,2/2	17,3	4,2					
t <sub>a</sub> –grubość kle	t <sub>a</sub> -grubość kleju; $\tau_{40/2}$ , $\sigma_{40/2}$ -naprężenia przy sile 20kN; F <sub>N</sub> -siła niszcząca; $\tau_{FN}$ , $\sigma_{FN}$ -naprężenia									

Tabela 5.1. Wartości maksymalnych naprężeń ścinających i odrywających w skleinie w zależności od grubości skleiny [opracowanie własne]

przy sile niszczącej

Wyniki wyznaczonych teoretycznie naprężeń maksymalnych w skleinie pokazują, że wraz ze wzrostem grubości skleiny, przy tej samej wartości obciążenia, naprężenia maksymalne w skleinie spadają. W przypadku zastosowania spoiny o grubości 1,2mm, maksymalne napreżenia ścinające w skleinie spadły o 25,6%, a odrywające o 20,9% w stosunku do napreżeń w skleinie grubości 0,6mm. W przypadku zastosowania spoiny o grubości 1,8mm, maksymalne naprężenia ścinające w skleinie spadły o 37,9%, a odrywające o 33,7% w stosunku do naprężeń w skleinie grubości 0,6mm oraz maksymalne naprężenia ścinające w skleinie spadły o 16,5%, a odrywające o 16,2% w stosunku do napreżeń w skleinie grubości 1,2mm. Na podstawie wyników teoretycznych przedstawionych w tab. 5.1 można stwierdzić, że zwiekszenie grubości skleiny powoduje ograniczenie maksymalnych napreżeń ścinających i odrywających w skleinie, co skutkuje wzrostem nośności układu wzmocnienia. W porównaniu do wyników laboratoryjnych uzyskano zgodność jedynie w zakresie zwiększenia nośności struktury ze skleiną o grubości 1,2mm oraz 1,8mm w stosunku do próbek ze skleina grubości 0,6 mm. Niestety nie uzyskano rzeczywistego wzrostu nośności układu w przypadku zwiększenia grubości skleiny z 1,2mm do 1,8mm, ponieważ próbki typu 200.100.FC uległy awarii ze średnią siłą niszczącą (70,2kN), tj. niższą od siły niszczącej próbki 200.100.FB (77,7kN). Niezgodność wyników teoretycznych typu z praktycznymi można uzasadnić nieprawidłowym przygotowaniem skleiny, w której wystąpiły pustki powietrzne, skutkujące osłabieniem nośności, co opisano w Rozdziale 4. Na podstawie tab. 5.1 można dodatkowo stwierdzić, że zwiększenie grubości skleiny powoduje obniżenie wartości naprężeń maksymalnych, które jest zdolna przenieść skleina.

## Porównanie wyników naprężeń uzyskanych teoretycznie w zależności od modułu sprężystości taśmy kompozytowej

Do poszukiwania naprężeń w przypadku różnych grubości skleiny przyjęto próbki wzmocnione taśmą długości 1,2m z zakończeniem odwrotnie fazowanym z wypływem kleju. Nawiązując do badań laboratoryjnych do porównania przyjęto próbki wzmocnione taśmami o module sprężystości 168GPa oraz 210GPa. W tab. 5.2 przedstawiono wyniki analiz teoretycznych naprężeń maksymalnych w zależności od modułu sprężystości taśmy kompozytowej.

E <sub>FRP</sub>	$\tau_{40/2}$	$\sigma_{40/2}$	$\mathbf{F}_{\mathbf{N}}$	$ au_{ m FN}$	$\sigma_{ m FN}$
[GPa]	[MPa]	[MPa]	[kN]	[MPa]	[MPa]
168	10,9	2,4	83,7/2	20,8	3,5
210	12,3	2,8	91,8/2	28,3	6,4

Tabela 5.2. Wartości maksymalnych naprężeń ścinających i odrywających w skleinie w zależności od modułu sprężystości taśmy [opracowanie własne]

Wyniki wyznaczonych teoretycznie maksymalnych naprężeń w skleinie pokazują, że wraz ze zwiększeniem modułu sprężystości taśmy kompozytowej, przy tej samej wartości obciążenia, naprężenia maksymalne w skleinie rosną. W przypadku zastosowania taśmy wysokomodułowej (210GPa), maksymalne naprężenia ścinające w skleinie wzrosły o 13,6%, a odrywające o 18,5% w stosunku do naprężeń w skleinie przy zastosowaniu taśmy o module sprężystości 168 GPa. Na podstawie wyników teoretycznych przedstawionych w tab. 5.2 można stwierdzić, że zastosowanie do wzmocnienia belki stalowej taśm o wyższym module sprężystości powoduje wzrost maksymalnych naprężeń ścinających i odrywających w skleinie, co skutkuje obniżeniem nośności układu wzmocnienia. W porównaniu do wyników laboratoryjnych nie uzyskano w tym przypadku zgodności. W warunkach rzeczywistych, zastosowanie taśm o wyższym module sprężystości pozwoliło na osiągnięcie wyższej nośności układu.

## Porównanie wyników naprężeń uzyskanych teoretycznie w zależności od długości zakotwienia taśmy

Do poszukiwania naprężeń w przypadku różnych długości zakotwienia taśmy przyjęto próbki wzmocnione taśmą długości 0,8m, 1,0m oraz 1,2m z zakończeniem odwrotnie fazowanym z wypływem kleju, z tą samą grubością skleiny, tj. 0,6mm. W tab. 5.3 przedstawiono wyniki analiz teoretycznych naprężeń maksymalnych w skleinie w zależności od długości zakotwienia taśmy.

$L_{Z}$	$ au_{40/2}$	<b>O</b> <sub>40/2</sub>	$\mathbf{F}_{\mathbf{N}}$	$ au_{ m FN}$	$\sigma_{ m FN}$
[mm]	[MPa]	[MPa]	[kN]	[MPa]	[MPa]
65	19,4	4,4	55,1/2	26,7	6,0
165	15,9	3,6	73,1/2	29,0	6,6
265	12,3	2,8	91,8/2	28,3	6,4
L <sub>Z</sub> -dług	gość zakotwienia	; $\tau_{40/2}$ , $\sigma_{40/2}$ -napr	eżenia przy sile	20kN; F <sub>N</sub> –siła ni	szcząca;

Tabela 5.3. Wartości maksymalnych naprężeń ścinających i odrywających w skleinie w zależności od długości zakotwienia taśmy [opracowanie własne]

 $L_Z$ –długość zakotwienia;  $\tau_{40/2}$ ,  $\sigma_{40/2}$ –naprężenia przy sile 20kN;  $F_N$ –siła niszcząca;  $\tau_{FN}$ ,  $\sigma_{FN}$ –naprężenia przy sile niszczącej

Wyniki wyznaczonych teoretycznie naprężeń maksymalnych w skleinie pokazują, że wraz ze wzrostem długości zakotwienia, przy tej samej wartości obciążenia, naprężenia maksymalne w skleinie spadają. W przypadku zastosowania długości zakotwienia 165mm, maksymalne naprężenia ścinające i odrywające w skleinie spadły o 18,2%, w stosunku do naprężeń w skleinie przy długości zakotwienia 65mm. W przypadku zastosowania długości zakotwienia 265mm, maksymalne naprężenia ścinające i odrywające w skleinie spadły o 36,4% w stosunku do naprężeń w skleinie przy długości zakotwienia 65mm oraz o 22,2%, w stosunku do długości zakotwienia 165mm. Na podstawie wyników teoretycznych przedstawionych w tab. 5.3, można stwierdzić, że zwiększenie długości zakotwienia powoduje wzrost nośności układu wzmocnienia. Naprężenia maksymalne, które przeniosła skleina w przypadku wszystkich rozważanych długości zakotwienia, były zbliżone. W porównaniu do wyników laboratoryjnych opisanych w Rozdziale 4, uzyskano zgodność w zakresie zwiększenia nośności próbek spowodowaną zwiększeniem długości zakotwienia.

### Porównanie wyników naprężeń uzyskanych teoretycznie w zależności od sposobu zakończenia taśmy

Do poszukiwania naprężeń w przypadku różnych sposobów zakończenia taśmy przyjęto próbki wzmocnione taśmą długości 1,2m, grubością kleju 0,6mm, modułem sprężystości 210GPa oraz zakończeniem zwykłym i odwrotnie fazowanym z wypływem kleju W tab. 5.4 przedstawiono wyniki analiz teoretycznych naprężeń maksymalnych w skleinie w zależności od sposobu zakończenia taśmy.

TZ	$ au_{40/2}$	<b>O</b> <sub>40/2</sub>	<b>F</b> <sub>N</sub>	$ au_{ m FN}$	$\sigma_{ m FN}$
	[MPa]	[MPa]	[kN]	[MPa]	[MPa]
Z	14,7	8,8	73,7/2	27,1	16,3
OFW	12,3	2,8	91,8/2	28,3	6,4
TZ-tvp zakońc	zenia: Z–zwykły	: OFW-odwrotn	ie fazowany z w	vpłvwem: $\tau_{40/2}$ , o	$\overline{\mathbf{x}}_{40/2}$ –napreżenia

Tabela 5.4. Wartości maksymalnych naprężeń ścinających i odrywających w skleinie w zależności od sposobu zakończenia taśmy [opracowanie własne]

TZ-typ zakończenia; Z-zwykły; OFW-odwrotnie fazowany z wypływem;  $\tau_{40/2}$ ,  $\sigma_{40/2}$ -naprężenia przy sile 20kN;  $\tau_{FN}$ ,  $\sigma_{FN}$ -naprężenia przy sile niszczącej

Wyniki wyznaczonych teoretycznie naprężeń maksymalnych w skleinie pokazują, że dzięki zastosowaniu odwrotnego fazowania taśmy i wypływu kleju, przy tej samej wartości obciążenia, maksymalne naprężenia w skleinie spadają. Wartość maksymalnych naprężeń ścinających w skleinie, po zastosowaniu fazowania taśmy i wypływu kleju, spadła o 16,0%, a naprężeń odrywających o 68,4%. Poziom naprężeń ścinających przy zniszczeniu w przypadku obu typów próbek był zbliżony, natomiast należy pamiętać, że w przypadku próbek 200.120.FA, taśma odspoiła się tylko w przypadku próbki nr 1. Można założyć, że w tym przypadku o nośności skleiny decydowała wartość naprężeń odrywających w skleinie. Ponad 2,5 większa wartość naprężeń odrywających w próbkach ze zwykłym zakończeniem w stosunku do fazowanych, może oznaczać trzy możliwości:

- a) odwrotne fazowanie z wypływem kleju jest rozwiązaniem, które znacząco ogranicza wartość naprężeń odrywających w skleinie,
- b) rozwiązanie teoretyczne w przypadku zakończenia zwykłego, przedstawiające przebieg naprężeń za wzorem (5.114) może dawać niezgodne z rzeczywistymi, a nawet błędne wartości naprężeń odrywających.
- c) rozwiązanie teoretyczne zakładające przebieg naprężeń zgodny ze wzorem (5.114), jednakże z podziałem na przedziały w obrębie fazowania jest nierzeczywiste i może dawać niezgodne z rzeczywistymi, a nawet błędne wartości naprężeń odrywających.

Odnosząc się w tym przypadku do wyników naprężeń maksymalnych w przypadku innych próbek o różnych grubościach kleju, module sprężystości taśmy, czy długości zakotwienia, w których przy zniszczeniu, wartość maksymalnych napreżeń odrywajacych była zbliżona 4,7–6,7MPa, można przychylić się do drugiej możliwości. Należy również wziąć pod uwagę właściwości materiałowe kleju podane przez producenta. Wartość wytrzymałości na ścinanie określona została na  $\geq$ 26,0MPa, a wartość wytrzymałości na odrywanie kleju od stali ≥14,0MPa. Wzięcie pod uwagę tego aspektu powoduje przychylenie się trzeciej możliwości. Rozwiązanie naprężeń odrywających na długości skleiny według (5.114) przy założeniu zwykłego zakończenia taśmy, ale do przypadku taśmy fazowanej, powoduje uzyskanie wartości maksymalnych naprężeń odrywajacych 20,9MPa przy sile 91,8kN w x = 0 gdzie napreżenia ścinające mają wartość równą zero oraz 6,5MPa w x = 1,4 mm. W takim przypadku uzyskujemy identyczną wartość naprężeń odrywających jak w przypadku fazowania. Konkludując, można stwierdzić, że fazowanie końca taśmy wzmacniającej z wypływem kleju, ma bardzo korzystny wpływ na zwiększenie nośności skleiny, przy obciażeniu statycznym.

W porównaniu do wyników laboratoryjnych opisanych w Rozdziale 4, uzyskano zgodność w zakresie zwiększenia nośności wzmocnienia spowodowaną zastosowaniem odwrotnego fazowania taśmy i wypływem kleju.

# Porównanie wyników naprężeń uzyskanych teoretycznie w zależności od grubości taśmy

Do poszukiwania naprężeń w przypadku różnych grubości taśmy przyjęto próbki wzmocnione taśmą grubości 1,2mm, 1,4mm, 1,6mm oraz 1,8mm. Analizowane długości taśm wyniosły 1,00m, 1,05m, 1,10m, 1,15m, 1,20m, 1,25m oraz 1,30m. Rozpatrywano taśmy o module sprężystości 210GPa ze zwykłym zakończeniem, ze skleiną grubości 0,6mm. Grubości taśm założono teoretycznie, nie znaleziono w produkcji węglowych taśm o module sprężystości około 210GPa i grubości innej niż 1,4mm.

W tab. 5.5 przedstawiono wyniki analiz teoretycznych naprężeń maksymalnych w skleinie w zależności od grubości taśmy.

Tabela 5.5. Wartości maksymalnych naprężeń ścinających i odrywających w skleinie w zależności od grubości taśmy i przy różnych długościach zakotwienia, przy całkowitej sile zginającej wzmocnioną belkę równej F=40 kN [opracowanie własne]

Lz	$\tau_{1,2}$	$\sigma_{1,2}$	$\tau_{1,4}$	$\sigma_{1,4}$	τ <sub>1,6</sub>	$\sigma_{1,6}$	$\tau_{1,8}$	$\sigma_{1,8}$
[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
165	17,9	12,2	19,2	11,6	20,5	11,1	21,7	10,6
190	16,9	11,5	18,2	10,9	19,4	10,4	20,5	10,0
215	15,9	10,8	17,1	10,3	18,2	9,8	19,3	9,4
240	14,9	10,1	16,0	9,6	17,1	9,2	18,1	8,8
265	13,9	9,5	15,0	9,0	16,0	8,6	16,9	8,2
290	12,9	8,8	13,9	8,4	14,8	8	15,7	7,7
315	11,9	8,1	12,8	7,7	13,7	7,4	14,5	7,1
	L <sub>Z</sub> -długo	sć zakotwi	enia; τ <sub>1,2</sub> , σ	<sub>1,2</sub> –napręże	enia w taśm	ie o gruboś	ci 1,2mm	

Wyniki wyznaczonych teoretycznie naprężeń maksymalnych w skleinie pokazują, jak grubość taśmy kompozytowej zastosowanej do wzmocnienia elementu wpływa na wartość maksymalnych naprężeń w skleinie. Na podstawie wyników przedstawionych w tab. 5.5 można stwierdzić, że ze wzrostem grubości taśmy rośnie wartość maksymalnych naprężeń ścinających w skleinie. Zwiększenie grubości taśmy ma również wpływ na obniżenie wartości maksymalnych naprężeń odrywających w skleinie z powodu zwiększenia sztywności taśmy. Przy założeniu, że główny wpływ na odspojenie taśmy będą miały wpływ naprężenia ścinające na granicy styku w skleinie (kombinacja naprężeń opisana poniżej), w celu zastosowania taśmy kompozytowej stosowanej do wzmocnienia o wyższej niż zakładanej początkowo grubości, należy rozpatrzyć zwiększenie długości zakotwienia.

## Porównanie wartości naprężeń ścinających uzyskanych teoretycznie z wartościami i uzyskanych na podstawie odczytów tensometrycznych

Wyznaczone na podstawie wyprowadzonego w niniejszym rozdziale wzoru (5.98) wartości maksymalnych naprężeń ścinających i ich przebieg, zostały porównane z wartościami wyznaczonymi na podstawie pomiarów tensometrycznych. Sposób wyznaczania naprężeń ścinających na podstawie pomierzonych odkształceń opisano w Rozdziale 4. Elementem poddanym porównaniu jest wartość maksymalnych naprężeń ścinających w skleinie. Teoretyczne wartości naprężeń maksymalnych i przebieg naprężeń na długości skleiny wyznaczono indywidualnie w przypadku każdej z badanych próbek, ponieważ:

- a) grupy próbek różniły się od siebie modułem sprężystości lub grubością warstwy kleju lub długością zakończenia lub sposobem zakończenia przyklejonej taśmy,
- b) w danej grupie próbek wystąpiły nieznaczne różnice w grubościach wykonanych warstw kleju w stosunku do założonych. Za grubość skleiny przyjęto wartość rzeczywistą pomierzoną na ostatnich 100mm taśmy.

Wartość naprężeń maksymalnych w próbkach odczytanych w pomiarach laboratoryjnych porównano z wartością teoretyczną. Następnie, określono różnicę pomiędzy teorią a praktyką. Po wyznaczeniu błędu w przypadku pojedynczej próbki, szukano średniej wartości błędu w przypadku grupy próbek. Wartość błędu określono metodą sumy najmniejszych kwadratów różnic. Wartość teoretyczną wyznaczoną na podstawie wzoru (5.98) przemnażano przez współczynnik korygujący k, następnie porównywano z wartościami wyznaczonymi na w pomiarach tensometrycznych po obu stronach przyklejonej taśmy. Wartość współczynnika korygującego uznano za prawidłową w chwili uzyskania najmniejszej wartości sumy kwadratów różnic pomiedzy wartościami pomierzonymi a wartością teoretyczną. Kwadraty różnic wyznaczono na poziomach obciążenia odpowiadających maksimum w każdym kolejnym cyklu tj. 5kN, 10kN, 15kN, ..., 80kN, 85kN, chyba że próbka wcześniej ulegała awarii. Jeżeli próbka zniszczyła się przez nagłe odspojenie taśmy przy wartości np. 81kN w 17 cyklu, to za maksymalna siłe, przy której szukano kwadratu różnicy przyjmowano 80kN w cyklu 16. Co więcej, jeżeli zauważono oznaki uplastycznienia skleiny z jednej lub drugiej strony taśmy, nie brano wyniku pomiaru do wyznaczenia wartości błędu. W takim przypadku notowano wartość maksymalnych naprężeń jakie przeniosła skleina. Uplastycznienie skleiny przejawiało się spadkiem wartości naprężenia wyznaczonego z odkształceń w przedziale pomiędzy krawędzia taśmy a ostatnim tensometrem, przy jednoczesnym wzroście wartości naprężenia w przedziale pomiędzy tensometrem przedostatnim i ostatnim.

Metodykę określenia błędu pomiaru opisano poniżej:

$$Q = \{ \Sigma (k_{kor} \tau_{teor.i} - \tau_{max.i})^2 + \Sigma (k_{kor} \tau_{teor.i} - \tau_{min.i})^2 \},$$
5.119

gdzie:

Q-szukana minimalna wartość sumy kwadratów różnic,

kkor-współczynnik korygujący,

 $\tau_{teor.i}$ -wartość ścinających naprężeń maksymalnych teoretycznych przy sile o wartości i =5 kN, 10 kN, 15 kN, ..., 85 kN,

 $\tau_{max.i}\text{-}wartość naprężeń maksymalnych pomierzonych z jednej strony taśmy przy sile o wartości i,$ 

 $\tau_{min,i}$ -wartość naprężeń maksymalnych pomierzonych z drugiej strony taśmy przy sile o wartości i,

W chwili, gdy wartość sumy kwadratów różnic osiągała minimum przy konkretnym współczynniku korygującym  $k_{kor}$ , wartość błędu pomiaru  $R_{pom}$  określono na podstawie poniższego wzoru:

$$R_{pom} = |k_{kor} - 1|.$$
 5.120

W tab. 5.6 i tab. 5.7 przedstawiono wyniki różnice w wynikach teoretycznych i pomiarowych w przypadku wszystkich próbek indywidualnie oraz ze średnim błędem w przypadku grupy.

Tabela 5.6. Różnice wyników teoretycznych i pomiarowych w przypadku obliczania próbek fazowanych z założeniem zwykłego końca taśmy [opracowanie własne]

Próbka	Q [MPa <sup>2</sup> ]	<b>k</b> <sub>kor</sub>	R <sub>pom</sub> [%]	$\overline{R}_{pom}$ [%]	δ <sub>f</sub> [%]	R <sub>pom.95%</sub>
3.200.80.F.A.1	8,503	0,778	22,2	18,00	3,82	11,70
3.200.80.F.A.2	2,576	0,831	16,9	-		
3.200.100.F.A.1	18,398	0,920	8,0	10,95	6,58	0,10
3.200.100.F.A.2	17,701	0,829	17,1	-		
3.200.100.F.B.1	0,039	1,017	1,7	10,90	10,18	5,90
3.200.100.F.B.2	18,670	0,804	19,6	-		
3.200.100.F.C.1	9,155	0,912	8,8	5,20	2,69	0,77
3.200.100.F.C.2	13,853	0,949	5,1	-		
3.165.120.F.A.1	2,673	0,851	14,9	18,40	7,35	6,27
3.165.120.F.A.2	7,873	0,750	25,0	_		
3.200.120.Z.A.1	29,432	0,588	41,2	42,70	3,62	36,73
3.200.120.Z.A.2	0,825	0,559	44,1	_		
3.200.120.Z.A.3	0,995	0,529	47,1			
3.200.120.F.A.1	13,940	0,614	38,6	38,47	1,76	35,56
3.200.120.F.A.2	9,436	0,614	38,6	_		
3.200.120.F.A.3	2,014	0,584	41,6			

Analizując tab. 5.6, w której przedstawiono wyniki uzyskane przy założeniu zwykłego zakończenia taśmy, widoczna jest pewna powtarzalność wyników. Największe różnice zauważalne są w próbkach typu 200.120.ZA (42,7%), przy błędzie z prawdopodobieństwem wystąpienia 95% o wartości 36,73% oraz 200.120.FA (38,47%), przy błędzie z prawdopodobieństwem wystąpienia 95%

o wartości 35,56%. Jednakże w tych przypadkach, odchylenia pomiędzy wynikami poszczególnych próbek a wartością średnią są niemal identyczne. W przypadku tych dwóch typów próbek występuje zadowalająca powtarzalność wyników. Błąd o wartości około 40tu procent w kierunku niedoszacowania, może wynikać z zastosowania niedostatecznie dokładnych tensometrów w pomiarach próbek 200.120.ZA i 200.120.FA. W przypadku tych próbek zastosowano tensometry o długości podstawy 19mm, w pozostałych próbkach 10mm. Spowodowało to przesunięcie odczytu odkształceń taśmy kompozytowej z odległości około 3mm od krawędzi taśmy na odległość ok. 7mm. W związku ze świadomością, że szczyt naprężeń ścinających zlokalizowany jest w pobliżu krawędzi, możliwe jest uśrednienie odczytanego, na podstawie odkształceń, naprężenia na zbyt długim odcinku taśmy, co spowodowało obniżenie wartości. Niemniej jednak, można uznać wyniki za prawidłowe z powodu ich powtarzalności, przy założeniu 35-40% granicy bezpieczeństwa.

Próbka	Q [MPa <sup>2</sup> ]	k <sub>kor</sub>	R <sub>pom</sub> [%]	R <sub>pom</sub> [%]	δ <sub>f</sub> [%]	R <sub>pom.95%</sub> [%]
3.200.80.F.A.1	8,503	0,936	6,4	3,55	4,03	3,10
3.200.80.F.A.2	2,575	0,993	0,7	_		
3.200.100.F.A.1	18,397	1,091	9,1	5,65	7,28	6,37
3.200.100.F.A.2	17,700	0,99	1,0	_		
3.200.100.F.B.1	0,038	1,151	15,1	12,05	7,00	0,50
3.200.100.F.B.2	18,670	0,914	8,6	_		
3.200.100.F.C.1	9,154	1,013	1,3	4,85	2,62	0,53
3.200.100.F.C.2	13,853	1,049	4,9	_		
3.165.120.F.A.1	2,672	1,038	3,8	6,60	1,84	3,57
3.165.120.F.A.2	7,873	0,907	9,3	_		
3.200.120.F.A.1	13,941	0,733	26,7	42,70	3,62	36,73
3.200.120.F.A.2	9,435	0,733	26,7	-		
3.200.120.F.A.3	2,014	0,703	29,7	-		

Tabela 5.7. Różnice wyników teoretycznych i pomiarowych w przypadku obliczania próbek fazowanych z założeniem fazowanego końca taśmy [opracowanie własne]

Analizując tab. 5.7, w której przedstawione wyniki uzyskano przy założeniu fazowanego zakończenia taśmy z wypływem kleju, w próbkach fazowanych, również zauważalna powtarzalność wyników. W próbkach typów 200.80.FA, 200.100.F,B,C oraz 165.120.FA wartości pomierzone oscylowały w granicach wartości uzyskanych teoretycznie. Różnica z prawdopodobieństwem

wystąpienia 95% wynosiła poniżej 4%. Tym razem wyniki teoretyczne były niższe od pomierzonych, jednakże na poziomie oscylującym w granicy wyniku pomierzonego. Największe różnice ponownie występują w próbkach typu 200.120.FA ( $\overline{R}$ =26,57%,  $R_{95\%}$ =23,66%). Niemniej jednak, można uznać wyniki za prawidłowe z powodu ich powtarzalności, przy założeniu 20% granicy bezpieczeństwa.

Wykresy naprężeń pomierzonych i teoretycznych przedstawiono na wykr. Wykres (a) odnosi się do rozwiązania równania 5.2-5.7. napreżeń z uwzględnieniem zwykłego zakończenia wszystkich próbek. Wykres (b) odnosi się do założenia w przypadku próbek z taśmą fazowaną i wypływem kleju, rozwiązania uwzględniającego fazowanie taśmy. Kolorem czarnym zaznaczono wykres naprężeń ścinających na długości skleiny wyznaczony na podstawie pomiarów tensometrycznych zgodnie z Rozdziałem 4. Linią czerwoną przerywana opisany został wykres napreżeń ścinajacych, wyznaczony przy pomocy wzoru (5.98). Linią czerwoną ciągłą opisany został wykres naprężeń ścinających skorygowanych, wyznaczony przy pomocy wzoru (5.98) z uwzględnieniem współczynnika korygującego k. Linią zieloną przerywaną opisany został wykres naprężeń odrywających, wyznaczony przy pomocy wzoru (5.114). Linią zieloną ciągłą opisany został wykres naprężeń odrywających skorygowanych, wyznaczony przy pomocy wzoru (5.98) z uwzględnieniem współczynnika korygującego k. Ponieważ w próbkach 200.80.FA; 200.100.FA;B;C oraz 165.120.FA bład z prawdopodobieństwem wstąpienia 95% wyniósł 0,78%, współczynnik korygujący założono k=1. W związku z tym, wykres naprężeń ścinających i ścinających skorygowanych, ma w przypadku tych próbek ten sam przebieg. W przypadku próbek 200.120.ZA, współczynnik korygujący k<sub>kor</sub> =0,65. W przypadku próbek 200.120.FA współczynnik korygujący  $k_{kor} = 0.65$ , przy uwzględnieniu rozwiązania taśmy ze zwykłym zakończeniem oraz k<sub>kor</sub> =0,8, przy uwzględnieniu rozwiązania taśmy fazowanej.



Wykr. 5.2. Wykresy naprężeń w skleinie przy sile 40kN, próbki 200.80.FA1 z rozwiązaniem zakończenia: a) zwykłym, b) odwrotnie fazowanym z wypływem [oprac. własne]



Wykr. 5.3. Wykresy naprężeń w skleinie przy sile 50kN, próbki 200.100.FA1 z rozwiązaniem zakończenia: a) zwykłym, b) odwrotnie fazowanym z wypływem [oprac. własne]



Wykr. 5.4. Wykresy naprężeń w skleinie przy sile 45kN, próbki 200.100.FC1 z rozwiązaniem zakończenia: a) zwykłym, b) odwrotnie fazowanym z wypływem [oprac. własne]



Wykr. 5.5. Wykresy naprężeń w skleinie przy sile 75kN, próbki 165.120.FA1 z rozwiązaniem zakończenia: a) zwykłym, b) odwrotnie fazowanym z wypływem [oprac. własne]



Wykr. 5.6. Wykresy naprężeń w skleinie przy sile 50 kN, próbki 200.120.ZA1 [opracowanie własne]



Wykr. 5.7. Wykresy naprężeń w skleinie przy sile 80kN, próbki 200.120.FA1 z rozwiązaniem zakończenia: a) zwykłym, b) odwrotnie fazowanym z wypływem [oprac. własne]

Wykr. 5.2–5.7 opisują wykresy naprężeń na długości skleiny. Przebieg naprężeń uzyskany teoretycznie za pomocą wzoru (5.98) nie pokrywa się idealnie z przebiegiem odczytanym na podstawie pomiarów tensometrycznych. Wynika to między innymi z możliwości pomiarowych, co opisano wcześniej. Przy analizie naprężeń ścinających na długości skleiny, ważnym aspektem jest uwidocznienie koncentracji naprężeń i ich maksimum w pobliżu końca taśmy kompozytowej. Zarówno w przebiegu teoretycznym, jak i tym pomierzonym, wartość naprężeń ścinających spada do zera lub wartości bliskiej zero w odległości około 50 mm od końca taśmy.

Naprężenia odrywające na długości skleiny uzyskane za pomocą wzoru (5.114) w zależności od założeń wstępnych wykazuje diametralnie inne wartości maksymalne i różny kształt w zależności od rozpatrywanego obszaru. Przy obliczaniu taśm fazowanych z wypływem kleju z uwzględnieniem fazowania, wartość maksymalnych naprężeń odrywających w stosunku do rozwiązania przy założeniu zwykłego zakończenia jest kilkukrotnie niższa. W przypadku próbek z klejem grubości 0,6mm i taśmą o module 210GPa, obniżenie wartości maksymalnych naprężeń odrywających wyniosło 68,8%. Przy tej samej grubości skleiny z taśmą o module 168GPa, redukcja wartości naprężeń odrywających wyniosła 72,0%. W przypadku próbek z taśmami o module 210GPa i skleiną grubości 1,2mm i 1,8mm, zmiana metody obliczeń spowodowała obniżenie wartości maksymalnych naprężeń odrywających odpowiednio o 59,1% oraz 54,0%.

#### 5.6. Wnioski z analizy teoretycznej

W rozdziale określono naprężenia ścinające i odrywające w skleinie stalowej belki dwuteowej wzmocnionej przyklejoną taśmą kompozytową. Przeprowadzono porównanie wyników teoretycznych z pomiarami laboratoryjnymi. Rozpoznanie wykresów i wartości maksymalnych tych naprężeń w skleinie pozwala na zrozumienie przyczyn zniszczenia złącza przez odspojenie taśmy. Świadomość wykresów naprężeń pozwala również na stworzenie odpowiednich reguł projektowych. Rozwiązanie naprężeń ścinających użyte w niniejszym rozdziale zakłada niezmienność naprężeń po grubości skleiny. Jest to uproszczenie, ale i kluczowe założenie, które pozwoliło na wyprowadzenie stosunkowo prostego wyrażenia wartości naprężeń na długości skleiny. Zastosowane rozwiązanie zakłada wpływ wszystkich kategorii deformacji oprócz odkształceń od sił poprzecznych, których włączenie spowodowałoby znaczne utrudnienie rozwiązania.

Na podstawie przeprowadzonych w rozdziale analiz można nakreślić następujące wnioski:

 Zginanie belki i siły osiowe w przyklejonej taśmie są wartościami mającymi dominujący wpływ na naprężenia w skleinie pomiędzy wzmocnioną przez doklejenie taśmy belką stalową a taśmą.

- 2. Ze wzrostem grubości skleiny naprężenia maksymalne w skleinie spadają. W skleinie o grubości 1,2mm, wartości maksymalnych naprężeń ścinających w skleinie spadły o 25,6%, a odrywających o 20,9% w stosunku do skleiny grubości 0,6mm.
- 3. Zwiększenie grubości skleiny powoduje obniżenie wartości naprężeń maksymalnych, które jest zdolna przenieść skleina.
- 4. Wraz ze zwiększeniem modułu sprężystości taśmy kompozytowej, wartości naprężeń maksymalnych w skleinie rosną. W przypadku zastosowania taśmy o module 210GPa, wartości maksymalnych naprężeń ścinających w skleinie wzrosły o 13,6%, a odrywających o 18,5% w odniesieniu do taśmy o module sprężystości 168GPa. Zastosowanie taśmy o wyższej wartości modułu sprężystości w warunkach rzeczywistych pozwoliło na osiągnięcie wyższej nośności układu.
- 5. Wraz ze wzrostem długości zakotwienia, wartości naprężeń maksymalnych w skleinie spadają. W przypadku zastosowania długości zakotwienia 265mm, wartości maksymalnych naprężeń ścinających i odrywających w skleinie spadły o 36,4% w stosunku do wartości naprężeń w skleinie przy długości zakotwienia 65mm Wzrost długości zakotwienia podnosi poziom nośności układu wzmocnienia.
- 6. Zastosowanie odwrotnego fazowania taśmy i wypływu kleju powoduje obniżenie wartości maksymalnych naprężeń w skleinie w stosunku do zwykłego zakończenia taśmy. Wartość maksymalnych naprężeń ścinających w skleinie, po zastosowaniu fazowania taśmy i wypływu kleju, spadła o 16,0%, a naprężeń odrywających o 68,4%.
- 7. Ze wzrostem grubości taśmy, rośnie wartość maksymalnych naprężeń ścinających w skleinie. Zwiększenie grubości taśmy wpływa na obniżenie wartości maksymalnych naprężeń odrywających w skleinie z powodu zwiększenia sztywności taśmy.
- 8. Wyprowadzone rozwiązanie na naprężenia ścinające w skleinie wykazało bardzo dobrą zgodność wyników teoretycznych z pomierzonymi. Średni błąd w wartości maksymalnych naprężeń ścinających, tj. różnica między wynikiem teoretycznym i praktycznym z prawdopodobieństwem wstąpienia 95% wyniósł 0,78% przy próbkach z dokładniejszym odczytem odkształceń oraz 19,46% przy próbkach z pomiarem niższej dokładności.
- 9. Przebieg naprężeń odrywających na długości skleiny uzyskany teoretycznie w zależności od założeń wstępnych wykazuje diametralnie inne wartości maksymalne i inny kształt przebiegu. Naprężenia odrywające osiągały wartości o 54,0–72,0% niższe przy uwzględnieniu fazowania w stosunku do zastosowania zakończenia zwykłego.
- 10. Należy przeprowadzić dodatkową analizę numeryczną, która pozwoli na określenie prawidłowości wyprowadzonego rozwiązania teoretycznego.

### 6. Analiza numeryczna

#### 6.1. Wstęp

Analizy numeryczne oparte są przede wszystkim na metodzie elementów skończonych. Analizy te są użytecznym narzędziem w wymiarowaniu konstrukcji, a nieodłączne i jedyne w analizach konstrukcji skomplikowanych geometrycznie lub zróżnicowanych materiałowo. Modelowanie konstrukcji wzmocnionych przez przyklejenie elementu jest skomplikowane, ponieważ niejednokrotnie łączy się dwa lub więcej elementów o różnych parametrach materiałowych, które mają wpływ na ich zachowanie pod obciążeniem. W zależności od przeznaczenia konstrukcji wzmocnionej, odpowiedni dobór wymiarów elementu wzmacniającego, modułu sprężystości i wytrzymałości materiału wzmacniającego oraz kleju, ma kluczowe znaczenie na trwałość i wytrzymałość wzmocnienia. Analiza MES, może być w takim przypadku nieocenionym wsparciem.

W literaturze można znaleźć pozycje, w których metody MES posłużyły do weryfikacji modeli analitycznych oraz wyników pomiarów laboratoryjnych złącz klejowych metal-metal lub stal-kompozyt oraz wzmocnień elementów stalowych materiałami kompozytowymi. Stosunkowo, najwięcej pozycji dotyczyło najprostszego, pojedynczego złącza zakładkowego [219, 222–235], które miały na celu zrozumienie zachowania złącza klejowego i czynników wpływających na jego trwałość. Weryfikacji wyników teoretycznych i laboratoryjnych służyły również analizy MES złącz podwójnych nakładkowych i obustronnych wzmocnień [76, 195, 236-243]. Analiz numerycznych zajmujących się modelami MES belek stalowych wzmocnionych taśmami kompozytowymi jest stosunkowo najmniej. Dotyczą m.in. weryfikacji analiz teoretycznych naprężeń w skleinie w przypadku różnych typów obciążenia belek [77, 210, 218, 244, 245].

W celu porównania uzyskanych wyników własnych badań laboratoryjnych oraz analizy teoretycznej przeprowadzono analizę MES. Badania wykonano głównie w celu weryfikacji prawidłowości modelu teoretycznego wyznaczania naprężeń odrywających, a dopiero drugim celem była weryfikacja modelu naprężeń ścinających. Według wiedzy autora, nie istnieją nieskomplikowane, niedrogie metody eksperymentalne pomiaru naprężeń odrywających w badaniach tego typu próbek. Niemal wszystkie pomiary eksperymentalne naprężeń podane w literaturze dotyczą naprężeń ścinających i oparte są na pomiarach odkształceń na zewnętrznej powierzchni przyklejonej taśmy. Naprężenia ścinające w skleinie oblicza się z różnicy odkształceń między dwoma sąsiednimi czujnikami tensometrycznymi, z uzależnieniem od odległości między czujnikami oraz grubości i modułu sprężystości taśmy kompozytowej, jak opisano w Rozdziale 4. Powoduje to wprowadzenie do pomiarów przynajmniej dwóch oczywistych przybliżeń wartości naprężeń. Po pierwsze, z powodu zaniedbania wpływu zginania taśmy na wartość naprężeń, co jest istotne w obszarze zakończenia taśmy. Po drugie, naprężenie ścinające pomiędzy przyległymi czujnikami tensometrycznymi jest uśrednione, przez co wysoka wartość naprężenia ścinającego w obszarze końca taśmy może nie zostać uchwycona. Co więcej, średnie naprężenia ścinające uzyskane w wyniku takiego pomiaru bliższe są wartości naprężeń na styku taśma-klej aniżeli styku klej-stal, który jest bardziej narażony na odspojenie. Podobne wnioski można znaleźć m.in. w [210].

#### 6.2. Model numeryczny

Modele analizy MES stworzono z tymi samymi geometriami i parametrami wzmocnienia jak w badaniach laboratoryjnych. Rozkład naprężeń na długości skleiny oraz ich wartości maksymalne, zbadano szczegółowo w obszarze końca taśmy. Do weryfikacji wyników użyto programu ABAQUS®6.12-3. Utworzono trójwymiarowy model rozpatrywany w przestrzeni dwuwymiarowej, z wykorzy-staniem elementów powłokowych typu "shell", uwzględniający całą długość belki. Węzły na końcu belki reprezentowały warunki podparcia w kierunku pio-nowym. Siatkę pomiarową modelu belki pokazano na rys. 6.1.



Rys. 6.1. Model siatki, wycinek wzmocnienia w obszarze zakończenia belki z taśmą: a) z zakończeniem odwrotnie fazowanym i wypływem kleju, b) z zakończeniem zwykłym [opracowanie własne]

Stalową belkę, klej i taśmę kompozytową modelowano 4 węzłowymi, podwójnie zakrzywionymi elementami powłokowymi bez redukcji punktów całkowania (S4). W celu uzyskania dokładnych wyników naprężeń w obszarze końca taśmy, siatkę w tym obszarze zagęszczono, co przedstawiono w tab. 6.1. i tab. 6.2.

Tabela 6.1. Dyskretyzacja siatki w przypadku belki wzmocnionej taśmą ze zwykłym zakończeniem (wymiary siatki przyjęto od osi podparcia do środka belki) [opracowanie własne]

El	L [mm]	0		300		350		360		400		500		650		950
D	n <sub>H</sub>		60		60		60		60		60		60		60	
r	$n_L$		60		200		100		50		40		30		60	
ć	n <sub>H</sub>		60		60		60		60		60		60		60	
3	$n_L$		60		200		100		50		40		30		60	
•	n <sub>H</sub>						10		10		10		10		10	
A	$n_L$						100		50		40		30		60	
т	n <sub>H</sub>						15		15		15		15		15	
1	$n_L$						100		50		40		30		60	
	L					50		50		00		00		50		50
	[mm]					35		36		40		5(		65		95
	El–element; P–półki; Ś–środnik; A–klej; T–taśma; L–odległość od końca taśmy;															

n<sub>H</sub>-ilość elementów na wysokości; n<sub>L</sub>-ilość elementów na wysokości

Tabela 6.2. Dyskretyzacja siatki w przypadku belki wzmocnionej taśmą odwrotnie fazowaną z wypływem (wymiary siatki przyjęto od osi podparcia do środka belki) [opracowanie własne]

	T			~		~				_		~		$\sim$				$\overline{}$
El	[mm]	0		298		348		35]		36]		398		498		65(		95(
D	n <sub>H</sub>		15		15		15		15		15		15		15		15	
r	$n_{\rm L}$		60		100		20		24		88		20		30		60	
ć	n <sub>H</sub>		60		60		60		60		60		60		60		60	
3	$n_{\rm L}$		60		100		20		24		88		20		30		60	
•	n <sub>H</sub>						7-22		7		7		7		7		7	
A	$n_{\rm L}$						100		24		88		20		30		60	
т	n <sub>H</sub>								15		15		15		15		15	
1	$n_{\rm L}$								24		88		20		30		60	
	L					<b>t</b> 8		51		51		98		98		50		20
	[mm]					32		35		30		3		4		65		9
	El–element; P–półki; Ś–środnik; A–klej; T–taśma; L–odległość od końca taśmy;																	
	n <sub>H</sub> -ilość elementów na wysokości; n <sub>L</sub> -ilość elementów na wysokości																	

Model geometryczny użyty w analizie numerycznej był identyczny z użytym w analizie matematycznej i badaniach laboratoryjnych. W analizie numerycznej rozpatrywano belkę wzmocniona taśmą długości z zakończeniem zwykłym taśmy oraz odwrotnie fazowanym z wypływem. Założono długość belki INP140 równą 2,00m, rozpiętość belki w osiach podpór 1,90m, wymiary taśmy kompozytowej 1200x50x1,4mm, grubość skleiny 0,6mm, ścięcie taśmy i wypływ kleju pod kątem 45°. Do analizy założono izotropowe zachowanie wszystkich materiałów, moduł sprężystości stali 205GPa i współczynnik Poisson'a 0,3; moduł sprężystości kleju 7,1GPa, współczynnik Poisson'a 0,35 i moduł Kirchhoffa 2,63GPa; moduł sprężystości kompozytu 210GPa i współczynnik Poisson'a 0,3.

W badaniach laboratoryjnych, wykres zmian naprężeń uzyskano na podstawie odczytu odkształceń postaciowych w przyległych punktach pomiarowych na spodzie taśmy kompozytowej wzmacniającej belkę. W analizie matematycznej, rozkład naprężeń określono na granicy styku klej-stal. W celu zbadania zgodności modelu MES i wyników laboratoryjnych, porównano wartości odkształceń na dolnej powierzchni taśmy kompozytowej. Następnie porównano naprężenia ścinające i odrywające w kleju na styku warstw klej-stal z modelu numerycznego z naprężeniami uzyskanymi w kleju w modelu matematycznym. Porównaniom poddano zarówno taśmy o zwykłym zakończeniu, jaki odwrotnie fazowane z wypływem kleju.

#### 6.3. Wyniki analiz numerycznych

#### 6.3.1. Zgodność wyników modelu MES z laboratoryjnymi

Opierając się na badaniach laboratoryjnych założono, że o zgodności modelu numerycznego z badaniami laboratoryjnymi, będą świadczyć zgodne wartości odkształceń pomierzonych na dolnej krawędzi taśmy kompozytowej. W celu weryfikacji wyników uzyskanych w analizach MES, porównano wartości obliczonych odkształceń z odczytanymi w badaniach laboratoryjnych, w punktach zgodnych z pomiarowymi.

Na wykr. 6.1–6.3 przedstawiono porównanie wartości odkształceń postaciowych w kierunku podłużnym taśmy uzyskanych w analizie numerycznej oraz pomierzonych w pomiarach laboratoryjnych. Porównanie przeprowadzono w przypadku obciążenia wzmocnionych belek dwiema siłami skupionymi o wartości 20kN każda. Niebieskimi punktami oznaczono wartości odkształceń postaciowych odczytanych w pomiarach laboratoryjnych, w przypadku wszystkich trzech próbek. Linią czerwoną, przedstawiony został wykres odkształceń wyznaczony na podstawie analizy numerycznej.



Wykr. 6.1. Porównanie wykresów odkształceń na spodzie taśmy kompozytowej uzyskanych w analizie MES oraz badaniach laboratoryjnych w próbce 165.120.FA [opracowanie własne]

Na wykr. 6.1 przedstawiono wykresy odkształceń na dolnej krawędzi taśmy kompozytowej w próbkach typu 165.120.FA. Najmniejszy błąd różnicy kwadratów, w przypadku wszystkich próbek typu 165.120.FA, uzyskano przy sprowadzeniu wartości z analizy numerycznej do 95,4% wartości. Można stwierdzić, że różnica pomiędzy wartościami pomierzonymi a wyznaczonymi laboratoryjnie wynosi 4,6%. Wartość różnicy analiz i pomiarów na takim poziomie pozwala stwierdzić, że do obliczeń założono prawidłowy model numeryczny.



Wykr. 6.2. Porównanie wykresów odkształceń na spodzie taśmy kompozytowej uzyskanych w analizie MES oraz badaniach laboratoryjnych w próbce 200.120.ZA [opracowanie własne]

Na wykr. 6.2 przedstawiono wykresy odkształceń na dolnej krawędzi taśmy kompozytowej w próbkach typu 200.120.ZA. Najmniejszy błąd różnicy kwadratów, w przypadku wszystkich próbek typu 200.120.ZA, uzyskano przy sprowadzeniu wartości z analizy numerycznej do 102,1% wartości. W związku z tym, można stwierdzić, że różnica pomiędzy wartościami pomierzonymi a wyznaczonymi laboratoryjnie wynosi 2,1%. Wartość różnicy analiz i pomiarów na takim poziomie pozwala stwierdzić, że do obliczeń założono prawidłowy model numeryczny.



Wykr. 6.3. Porównanie wykresów odkształceń na spodzie taśmy kompozytowej uzyskanych w analizie MES oraz badaniach laboratoryjnych w próbce 200.120.FA [opracowanie własne]

Na wykr. 6.3 przedstawiono wykresy odkształceń na dolnej krawędzi taśmy kompozytowej w próbkach typu 200.120.FA. Najmniejszy błąd różnicy kwadratów, w przypadku wszystkich próbek typu 200.120.FA, uzyskano przy sprowadzeniu wartości z analizy numerycznej do 99,8% wartości. W związku z tym, można stwierdzić, że różnica pomiędzy wartościami pomierzonymi a wyznaczonymi laboratoryjnie wynosi 0,2%. Wartość różnicy analiz i pomiarów na takim poziomie pozwala stwierdzić, że do obliczeń założono prawidłowy model numeryczny.

#### 6.3.2. Badania parametryczne

Opierając się na badaniach laboratoryjnych i analizach teoretycznych oczekiwano, że niektóre parametry wymiarowe będą miały istotny wpływ na wartość naprężeń w skleinie. W celu weryfikacji wyników uzyskanych laboratoryjnie i w analizie matematycznej przeprowadzono analizę MES wpływu na wzmocnienie grubości laminatu FRP, modułu sprężystości laminatu FRP, grubość warstwy skleiny i długości wiązania. Właściwości materiału i warunki obciążenia były takie same jak te stosowane w badaniach eksperymentalnych. Wyniki analiz przedstawiono na wykr. 6.4–6.5. W przypadku zmiennych geometrii wzmocnienia oraz właściwości materiałowych badania prowadzono przy obciążeniu wzmocnionej belki dwiema siłami skupionymi o wartości 20 kN.



Wykr. 6.4. Wykresy naprężeń (a) ścinających, (b) odrywających w skleinie belki wzmocnionej taśmą długości 1200mm, o module 168GPa oraz 210GPa, grubości 1,4mm, zakończonej odwrotnym fazowaniem z wypływem kleju, ze skleiną grubości 0,6mm [opracowanie własne]



Wykr. 6.5. Wykresy naprężeń (a) ścinających, (b) odrywających w skleinie belki wzmocnionej taśmą długości 1200mm, o module 210GPa, grubości 1,4mm, z zakończeniem zwykłym oraz odwrotnym fazowaniem taśmy i wypływem kleju, ze skleiną grubości 0,6mm [opracowanie własne]

Na podstawie wykr. 6.4 można stwierdzić, że zastosowanie taśmy o module sprężystości 168 GPa w zamian za taśmę o module 210 GPa, wpływa na obniżenie wartości naprężeń zarówno ścinających i odrywających. Wartość naprężeń ścinających zmalała o 12,8% a odrywających o 5,9%. W porównaniu do wyprowadzonych wzorów na naprężenia ścinające i odrywające w skleinie w Rozdziale 5, występuje pewna zgodność. Obliczając wartości maksymalne naprężeń według wzorów matematycznych, wartość naprężeń ścinających zmalała o 11,4% a odrywających o 14,3%. Występuje zatem pewna niezgodność natomiast na akceptowalnym poziomie. Na podstawie wykr. 6.5. można stwierdzić, że zastosowanie taśmy odwrotnie fazowanej z wypływem kleju w zamian za taśmę zakończoną w sposób zwykły, wpływa na obniżenie wartości naprężeń ścinających i odrywających. Wartość naprężeń ścinających zmalała o 29,4% a odrywających o 71,79%. W porównaniu do wyprowadzonych wzorów na naprężenia ścinające i odrywające w skleinie w Rozdziale 5, występuje pewna zgodność. Obliczając wartości maksymalne naprężeń według wzorów matematycznych, wartość naprężeń ścinających zmalała o 16,0% a odrywających o 68,4%. W tym przypadku, występuje pewna niezgodność obniżenia wartości naprężeń, jednakże na dodatkowy plus.

#### 6.3.3. Porównanie wykresów naprężeń po długości skleiny z pomiarów tensometrycznych, analizy matematycznej i analizy numerycznej

Opierając się na wartościach naprężeń ścinających uzyskanych w badaniach laboratoryjnych oraz obliczonych wartościach naprężeń ścinających i odrywających uzyskanych w analizach matematycznych i numerycznych, dokonano porównania wartości i przebiegu naprężeń w skleinie. Na wykr. 6.6–6.8 przedstawiono przebiegi naprężeń ścinających i odrywających na długości skleiny, w przypadku wzmocnionych belek obciążonych dwiema siłami skupionymi o wartości 20kN każda.

Opisy wykresów oznaczają:

- POM –wartość naprężeń średnich ścinających wyznaczonych na podstawie pomiarów tensometrycznych, w różnych punktach pomiarowych w przypadku grupy próbek.
- TEO.Z –wartość naprężeń wyznaczonych na podstawie wzorów teoretycznych przy obliczaniu taśmy ze zwykłym zakończeniem.
- TEO.F –wartość naprężeń wyznaczonych na podstawie wzorów teoretycznych przy obliczaniu taśmy zakończeniem fazowanym.
- MES.TK–wartość naprężeń wyznaczonych na numerycznie na granicy styku taśma-klej.
- MES.SK–wartość naprężeń wyznaczonych na numerycznie na granicy styku stal-klej.

Występowanie obliczonych metodą MES dwóch typów naprężeń ścinających i odrywających, spowodowane jest ich różnicą w zależności od granicy kontaktu. W badaniach matematycznych przeprowadzonych w Rozdziale 5, wartości uzyskiwane są z pewnymi uproszczeniami, między innymi stałością naprężeń na grubości kleju. Powoduje to uzyskanie tylko jednej wartości naprężeń ścinających i odrywających w kleju. Z tego powodu, przeprowadza się porównanie wartości naprężeń teoretycznych z oboma typami naprężeń uzyskanymi z analizy numerycznej.



Wykr. 6.6. Porównanie wartości i przebiegu naprężeń (a) ścinających, (b) odrywających w skleinie wzmocnionej belki typu 165.120.FA [opracowanie własne]



Wykr. 6.7. Porównanie wartości i przebiegu naprężeń (a) ścinających, (b) odrywających w skleinie wzmocnionej belki typu 200.120.ZA [opracowanie własne]



Wykr. 6.8. Porównanie wartości i przebiegu naprężeń (a) ścinających, (b) odrywających w skleinie wzmocnionej belki typu 200.120.FA [opracowanie własne]

Analizując wykr. 6.6–6.8 można zauważyć, że wyznaczone na podstawie analizy MES wykresy naprężeń ścinających i wartości maksymalne pokrywają się z wynikami uzyskanymi w laboratorium oraz w obliczeniach matematycznych według wzoru (5.98). W przypadku naprężeń ścinających obliczanych teoretycznie i metodą MES, występuje nieznaczne przeszacowanie wartości ścinających naprężeń maksymalnych (teoretycznych) na poziomie 2,1–2,6% w stosunku do wyników uzyskanych MES. Wartość ścinających naprężeń maksymalnych odczytanych na podstawie pomiarów tensometrycznych w stosunku do obliczonych MES wynosi 101,3% w przypadku próbek 165.120.FA, 76,8% w przypadku próbek 200.120.ZA oraz 56,3% w przypadku próbek 200.120.FA. Wyniki te pokazują podobne wartości jak w przypadku badań analitycznych.

Analizując przedstawione na wykr. 6.6–6.8 wykresy naprężeń odrywających zauważamy, że te wyznaczone na podstawie MES praktycznie na całej długości pokrywają się z wynikami uzyskanymi w obliczeniach matematycznych według wzoru (5.114). W przypadku wartości maksymalnych uzyskano zgodność wyników MES i analitycznych w przypadku naprężeń odrywających na granicy styku taśma-klej. Na granicy stal-klej, wartości napreżeń maksymalnych wyznaczonych analitycznie różnią się od wartości uzyskanych MES. W przypadku naprężeń obliczanych metodą uwzględnienia fazowania w taśmach fazowanych, występuje niedoszacowanie wartości naprężeń maksymalnych (teoretycznych) na granicy styku stal-klej, na poziomie 47–53%. W przypadku napreżeń obliczanych metodą nie uwzględnienia fazowania w taśmach fazowanych, występuje przeszacowanie wartości naprężeń maksymalnych (teoretycznych) na granicy styku stal-klej, na poziomie 65–66%. W przypadku napreżeń obliczanych metodą zwykłą w taśmach ze zwykłym zakończeniem, występuje niedoszacowanie wartości naprężeń maksymalnych (teoretycznych) na granicy styku stal-klej, na poziomie 54,9%.

#### 6.3.4. Zgodność wyników analizy MES z pomiarami laboratoryjnymi i analizą matematyczną

W tab. 6.3. przedstawiono wyniki wyznaczonych na podstawie odkształceń pomierzonych w laboratorium (Pom.), obliczonych według wzoru (5.98) (Teo.) oraz wyznaczonych metodą elementów skończonych (MES) wartości maksymalnych naprężeń ścinających oraz dokonano ich porównania.

Na podstawie wyników przedstawionych w tab. 6.3 można stwierdzić zgodność analizy numerycznej i teoretycznej. Wartości teoretyczne i numeryczne wykazują niewielkie różnice w wartości maksymalnych naprężeń ścinających w próbkach typu 165.120.FA, w granicach +1,3%– -1,4%. Wartości teoretyczne i numeryczne wykazują podobne przeszacowanie wartości maksymalnych naprężeń ścinających w próbkach typu 200.120.FA, w granicach 23,2–24,8% oraz 43,7–45,1% w próbkach 200.120.ZA. Stosunek wartości maksymalnych naprężeń ścinających uzyskanych analitycznie do numerycznych jest na stałym poziomie w granicach 102,1–102,7%.

Typ próbek	Pom.	Teo.	MES <sub>TK</sub>	MES <sub>SK</sub>	Pom./ Teo.	Pom./ MES <sub>max</sub>	Teo./ MES <sub>max</sub>
	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[%]	[%]	[%]
165.120.FA	10,87	11,03	10,74	8,63	98,62	101,3	102,7
200.120.FA	9,42	12,53	12,27	9,89	75,17	76,8	102,1
200.120.ZA	7,90	14,38	12,35	14,02	54,93	56,3	102,6
							-

Tabela 6.3. Porównanie wartości naprężeń ścinających [opracowanie własne]

Pom.–naprężenia wyznaczone na podstawie odkształceń; Teo–naprężenia wyznaczone na podstawie wzoru 5.98; MES<sub>TK</sub>–naprężenia wyznaczone w MES na granicy styku taśma-klej; ME-S<sub>SK</sub>–naprężenia wyznaczone w MES na granicy styku stal-klej; MES<sub>max</sub>–naprężenia maksymalne wyznaczone w MES

W tab. 6.4. zestawiono wyniki obliczonych według wzoru (5.114)(Teo.) i metodą elementów skończonych (MES) wartości maksymalnych naprężeń odrywających oraz dokonano ich porównania.

Typ próbek	Teo. <sub>Z</sub>	Teo. <sub>F</sub>	MES <sub>TK</sub>	MES <sub>SK</sub>	Teo. <sub>Z</sub> / MES <sub>max</sub>	Teo. <sub>F</sub> / MES <sub>max</sub>
	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[%]	[%]
165.120.FA	8,40	2,39	2,38	5,06	165,9%	47,2%
200.120.FA	8,90	2,83	2,72	5,38	165,4%	52,6%
200.120.ZA	8,58	n.d.	6,25	19,04	54,9%	n.d.

Tabela 6.4. Porównanie wartości naprężeń odrywających [opracowanie własne]

Teo.<sub>Z</sub>–naprężenia wyznaczone na podstawie wzoru 5.114 bez uwzględnienia fazowania; Teo.F–naprężenia wyznaczone na podstawie wzoru 5.114 z uwzględnieniem fazowania ; MES<sub>TK</sub>–naprężenia wyznaczone w MES na granicy styku taśma-klej; MESSK–naprężenia wyznaczone w MES na granicy styku stal-klej; MES<sub>max</sub>–naprężenia maksymalne wyznaczone w MES

Na podstawie wyników przedstawionych w tab. 6.4 można stwierdzić pewną niezgodność analizy numerycznej i teoretycznej. Wartości teoretyczne i numeryczne wykazują różnice w wartości maksymalnych naprężeń odrywających. Jednakże, w przypadku próbek z zakończeniem taśmy odwrotnie fazowanym z wypływem kleju, wartości numeryczne znajdują się w przybliżeniu w połowie wartości różnicy pomiędzy obliczeniem metodą zwykłą, a metodą z uwzględnieniem fazowania zakończenia taśmy. W przypadku próbek ze zwykłym zakończeniem (200.120.ZA), występuje niedoszacowanie wartości maksymalnych naprężeń odrywających obliczonych teoretycznie w stosunku do wyników analizy MES o 54,9%.

### 6.4. Wnioski z przeprowadzonej analizy obliczeniowej MES

W niniejszym rozdziale opisane zostały wyniki przeprowadzonej analizy metodą elementów skończonych. Na ich podstawie można wyciągnąć następujące wnioski:

- 1. Występuje zgodność wyników odkształceń postaciowych pomierzonych w trakcie własnych badań laboratoryjnych oraz wyznaczonych za pomocą modelu numerycznego. Na podstawie trzech typów próbek określono, że różnice w pomiarach laboratoryjnych i modelu numerycznym wynoszą poniżej 5% wartości.
- 2. Stwierdza się zadowalającą zgodność wyników na podstawie przeprowadzonych badań parametrycznych teoretycznych i numerycznych, dotyczących wpływu modułu sprężystości taśmy kompozytowej oraz sposobu zakończenia przyklejonej taśmy wzmacniającej. Kierunki zmian wartości naprężeń oraz ich fizyczne wartości, również były zbliżone.
- 3. Wykresy naprężeń ścinających i wartości maksymalne pokrywają się z wynikami uzyskanymi w laboratorium oraz w obliczeniach według wzoru (5.98). Wartości ścinających naprężeń maksymalnych (analitycznych) na są przeszacowane na poziomie 2,1–2,6% w stosunku do wyników uzyskanych numerycznie. Wartości ścinających naprężeń maksymalnych odczytanych na podstawie pomiarów tensometrycznych w stosunku do obliczonych MES pokazują podobne wartości jak w przypadku badań analitycznych.
- 4. Wykresy naprężeń odrywających praktycznie na całej długości pokrywają się z wynikami uzyskanymi w obliczeniach według wzoru (5.114). W przypadku wartości maksymalnych uzyskano zgodność wyników numerycznych i analitycznych w przypadku naprężeń odrywających na granicy styku taśma-klej. Na granicy stal-klej, wartości naprężeń maksymalnych wyznaczonych analitycznie różnią się od wartości uzyskanych numerycznie.
- 5. Występuje pewna niezgodność analizy MES i analitycznej. Występują różnice w wartościach maksymalnych naprężeń odrywających.
- 6. Zmiana wartości naprężeń na grubości skleiny nie jest bez znaczenia. Naprężenie odrywające w górnym rogu skleiny ma wartość dodatnią oraz ujemną w dolnym rogu. W rzeczywistości, ujemne naprężenie przy dolnym narożni-ku nie przyczynia się do uszkodzenia wiązania. Odrywanie jest wynikiem dodatnich naprężeń odrywających skupionych w górnym rogu na końcu skleiny, co opisano w [245]. Zmiana wartości naprężeń na grubości skleiny ma większe znaczenie w przypadku naprężeń odrywających.

### 7. Podsumowanie i wnioski

W ramach niniejszej pracy Autor przeprowadził szeroki przegląd literaturowy z zakresu wzmacniania konstrukcji stalowych przyklejonymi materiałami kompozytowymi. Autor przeprowadził badania własne, w zakres których wchodziły badania laboratoryjne o szerokim zakresie pomiarów, badania teoretyczne oraz badania numeryczne. Celem niniejszych poszukiwań było potwierdzenie możliwości stosowania doklejanych elementów kompozytowych FRP do elementów stalowych jako metody odpowiedniej do podnoszenia nośności konstrukcji stalowych oraz wpływu zmian parametrów wzmocnienia na jego nośność.

W trakcie własnych badań laboratoryjnych dokonano wyboru geometrii końców złącza odrzucając te, które są trudne do wykonania w rzeczywistych warunkach budowlanych oraz zbadano wpływ zmian parametrów wzmocnienia na jego nośność. Badania laboratoryjne przeprowadzono na 78 próbkach rozciąganych, 18 zginanych trójpunktowo płaskownikach oraz na 19 dwuteownikach poddanych czteropunktowemu zginaniu. Zbadano m.in. wpływ przyklejenia taśmy kompozytowej na podniesienie nośności wzmacnianych dwuteowników. Poszukiwano efektywnej długości zakotwienia oraz rozpatrywano wpływ grubości warstwy kleju i modułu sprężystości taśmy kompozytowej oraz zakończenia taśmy na nośność układu wzmocnienia.

W badaniach analitycznych określono wzory na naprężenia ścinające i odrywające w skleinie pomiędzy stalową belką wzmocnionej przyklejoną taśmą kompozytową. Rozpoznanie wykresów i wartości maksymalnych naprężeń w skleinie pozwala na zrozumienie przyczyn zniszczenia złącza przez odspojenie taśmy. Świadomość wykresów naprężeń pozwala również na stworzenie odpowiednich reguł projektowych. Rozwiązanie naprężeń ścinających użyte w niniejszej rozprawie zakłada pewne uproszczenia, jednakże pozwoliło to na uzyskanie stosunkowo prostych wyrażeń na wartości naprężeń na długości skleiny.

W przeprowadzonej analizie MES oczekiwano uzyskania wyników odkształceń postaciowych i naprężeń w zginanej belce, które pozwolą na potwierdzenie zgodności analizy numerycznej z wynikami laboratoryjnymi oraz wynikami z analizy teoretycznej.

Uzyskano wszystkie cele założone w niniejszej pracy.

Na podstawie przeprowadzonych w niniejszej pracy badań laboratoryjnych, analitycznych oraz MES można opisać następujące główne wnioski:

1. Wzmacnianie konstrukcji stalowych przez doklejanie kompozytów CFRP wymaga doboru odpowiedniego kleju, przygotowania klejonych powierzchni, określenia optymalnej długości wiązania oraz wyboru sposobu i typu zakotwienia taśm w celu uzyskania optymalnego złącza pomiędzy sklejanymi materiałami.

- 2. Doklejanie elementów FRP do elementów stalowych jest efektywną metodą podnoszenia nośności konstrukcji stalowych.
- 3. Odpowiednie ukształtowanie końca taśmy FRP lub kleju, ma wpływ na wytrzymałość układu stal-skleina-taśma CFRP. Zastosowanie odwrotnego fazowania taśmy i wypływu kleju powoduje obniżenie wartości maksymalnych naprężeń w skleinie w stosunku do zwykłego zakończenia taśmy.
- 4. Ze wzrostem grubości skleiny wartości naprężeń maksymalnych w skleinie spadają. Jednakże, zwiększenie grubości skleiny powoduje obniżenie wartości naprężeń maksymalnych, które jest zdolna przenieść skleina.
- 5. Wraz ze wzrostem długości zakotwienia, wartości naprężeń maksymalnych w skleinie spadają.
- 6. Wraz ze zwiększeniem modułu sprężystości taśmy kompozytowej, wartości naprężeń maksymalnych w skleinie rosną. Zastosowanie taśmy o wyższym module w warunkach rzeczywistych pozwala na osiągnięcie wyższej nośności układu oraz bardziej efektywnego wpływu wzmocnienia.
- 7. Grubość taśmy kompozytowej zastosowanej do wzmocnienia elementu wpływa na wartość maksymalnych naprężeń w skleinie. Ze wzrostem grubości taśmy, rośnie wartość maksymalnych naprężeń ścinających w skleinie, a odrywających maleje.
- 8. Wyprowadzone rozwiązanie na naprężenia ścinające w skleinie wykazało bardzo dobrą zgodność wyników teoretycznych z pomierzonymi.
- 9. Wystąpiła zgodność wyników pomierzonych odkształceń postaciowych w trakcie własnych badań laboratoryjnych, w punktach pomiarowych na dolnej krawędzi taśmy odkształceń oraz wyznaczonych za pomocą modelu numerycznego.
- 10. Wykresy naprężeń ścinających i wartości maksymalne uzyskane numerycznie, pokrywają się z wynikami uzyskanymi w laboratorium oraz w obliczeniach matematycznych według wzoru (5.98). Wartości ścinających naprężeń maksymalnych odczytanych na podstawie pomiarów tensometrycznych w stosunku do obliczonych numerycznie pokazują podobne wartości jak w przypadku badań analitycznych.
- 11. Wykresy naprężeń odrywających uzyskane numerycznie, praktycznie w pełni pokrywają się z wynikami uzyskanymi w obliczeniach matematycznych według wzoru (5.114). W przypadku wartości maksymalnych uzyskano zgodność wyników numerycznych i analitycznych w przypadku naprężeń odrywających na granicy styku taśma–klej. Na granicy stal-klej, wartości naprężeń maksymalnych wyznaczonych analitycznie różnią się od wartości uzyskanych numerycznie. Nie świadczy to jednak o braku prawidłowości modelu, a potrzebie głębszej kalibracji.

Przeprowadzenie opisanych w niniejszej pracy analiz i badań uświadamia jak wielka jest potrzeba dalszego rozpoznania tematu wzmacniania konstrukcji stalowych materiałami kompozytowymi. Przyszłe prace mogą być skierowane w kilku kierunkach, aby rozwijać wiedzę i zwiększyć zaufanie do korzystania z taśm CFRP, jak również uzyskać bardziej szczegółową wiedzę na temat zachowania wiązania pomiędzy kompozytem CFRP i powierzchnią stalową oraz trwałości układu. Kierunki badań mogą być następujące:

- 1. Określenie trwałości układu wzmocnienia w warunkach środowiskowych np. długotrwałego działania ekstremalnych temperatur, wilgoci oraz czynników związanych z nieprawidłowym utrzymaniem.
- 2. Przez różnice we współczynnikach rozszerzalności termicznej stali i CFRP, w skleinie mogą wystąpić naprężenia, mogące spowodować zniszczenie układu wzmocnienia. Należy rozpoznać zachowanie wzmocnionej belki pod obciążeniem termicznym, aby możliwe było określenie odpowiednich procedur klejenia taśm do belek stalowych w zależności od występujących temperatur i określić procedury wyznaczania zachowania układu wzmocnienia w zależności od zmian temperatury.
- Przydatne byłoby wyprowadzenie nieniszczących metod badawczych obliczania wytrzymałości złącza w obszarach koncentracji naprężeń na końcu złącza np. na podstawie właściwości mechanicznych i fizycznych kleju, taśmy i jakości przygotowanego podłoża.
- 4. Efekt opóźnienia ścinania w przekroju wzmocnionym powodujący, że powierzchnia efektywna przenoszenia rozciągania może być mniejsza niż całkowite obliczone pole przekroju rozciąganego, nie został zbadany. Należy zbadać możliwość występowania tego efektu w warunkach rzeczywistych, tj. próbek o wymiarach zbliżonych do rzeczywistych.
- 5. Wpływ odpowiedniego kształtowania zakończenia taśmy i warstwy kleju na nośność złącza przy obciążeniu statycznym był widoczny. Należy jednak potwierdzić, czy takie rozwiązanie ma wpływ na wytrzymałość złącza przy obciążeniu zmęczeniowym, czy niezbędne jest stosowanie dodatkowych mocowań taśmy, np. klamer.
- 6. Należy zbadać trwałość układu wzmocnienia pod obciążeniami dynamicznym i zmęczeniowym.
- 7. Należy sprawdzić efekty wzmocnienia elementów stalowych sprężonymi taśmami CFRP, które w odróżnieniu od taśm niesprężonych mogą być wykorzystane w większym zakresie i w sposób bardziej efektywny wykorzystać właściwości materiałów FRP.
- 8. W przyszłych pracach należy skupić się nad znalezieniem odpowiedniego modelu naprężeń odrywających, który pozwoli na jednoznaczne stwierdzenie zgodności naprężeń odrywających w obszarze końcowym skleiny.

### Literatura

- 1. Ajdukiewicz A., Hulimka J., ChylińskaA., Właszczuk M., *Awaria i rekonstrukcja dolnej części nośnej chłodni kominowej*, Materiały konferencji naukowo-technicznej nt. "Awarie budowlane–Badania, diagnostyka, naprawy, rekonstrukcje", 20-23 maja 2003, Szczecin-Międzyzdroje
- 2. Harries K.A., Rickles J.R., Pessiki S., Sause R., *Rehabilitation of lapsplices in non-ductile reinforced concrete columns using CFRP jackets*, International Conference "Structural Faults + Repair", 2003
- 3. Johnson N., Saiidi M., Itani A., Ladkany S., *Earthquake performance and retrofit of bridge column/pedestal piers*, The 2nd International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management, IABMAS, Kyoto 2004
- 4. Liu X., Nanni A., Silva P.F., Laboube R.A., *Rehabilitation of steel bridge* columns with FRP composite materials, International Conference, "Structural Faults + Repair"–2003
- 5. Scarth J., Keble J., *Desalination and column wraping of M6 Cumbria Bridges: aramid fibre*, International Conference "Structural Faults+Repair", 2003
- 6. Schnerch D., Lanier B., Rizkala S., Nakagoshi A., *Flexural strengthening* of steel bridges and tower using high modulus CFRP materials, The 2nd International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management, IABMAS, Kyoto 2004
- 7. Teng J.G., Lam L., Understanding and modelling the behavior of FRPconfined concrete, International Conference "Structural Faults+Repair", 2003
- 8. Tinazzi D., Pellegrino C., Cadelli G., Barbato M., Modena C., *Experimental* study of RC columns confined with FRP sheets, International Conference "Structural Faults + Repair", 2003
- 9. Bambach M.R., Jama H.H., Elchalakani M., *Axial capacity and design of thin-walled steel SHS strengthened with CFRP*, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1112–1121
- 10. Shaat A., *Structural behaviour of steel columns and steel-concrete composite girders retrofitted using CFRP*, A thesis submitted to the Department of Civil Engineering in conformity with the requirements for the degree of Doctor of Philosophy Queen's University Kingston, Ontario, Canada, November, 2007
- 11. Bambach M.R., Axial capacity and crushing behavior of metal-fiber square tubes-Steel, stainless steel and aluminum with CFRP, Composites: Part B 41 (2010) p.550–559
- 12. Bambach M.R., Axial capacity and crushing of thin-walled metal, fibre-epoxy and composite metal-fibre tubes, Thin-Walled Structures 48 (2010) p.440-452

- 13. Teng J.G., Hu Y.M., Behaviour of FRP-jacketed circular steel tubes and cylindrical shells under axial compression, Construction and Building Materials 21 (2007) p.827–838
- 14. Phares B. M., Wipf T. J., Klaiber F.W., Abu-Hawash A., *Strengthening of Steel Girder Bridges Using FRP*, Proceedings of the 2003 Mid-Continent Transportation Research Symposium, Ames, Iowa, August 2003. 2003 by Iowa State University
- Lagoda G., Lagoda M., Strengthening steel bridge across Vistula River in Poland, 33rd IABSE Symposium, Bangkok, Thailand, September 9-11, 2009, Sustainable Infrastructure Environment Friendly, Safe and Resource Efficient Vol. 96
- 16. Guidelines for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening existing structures, CNR-DT 202/2005, Rome-CNR June 2007
- 17. Luke S., *Strengthening structures with carbon fibre plates case histories for Hythe bridge, Oxford and Qafco Prill tower*, Qatar, NGCC first annual conference and AGM–Composites in construction, through life performance. 30-31 October 2001, BRE, Watford, UK
- Luke S., *The use of carbon fibre plates for the strengthening of two metallic bridges of an historic nature in the UK*, International Conference on FRP Composites in Civil Engineering, J. G. Teng, ed., Hong Kong, China, v. 2, p.975–983
- Moy S. S. J., Bloodworth A. G., *Strengthening a Steel Bridge with CFRP Composites*, ICE Proceedings Structures and Buildings 160/SB2(2007), 81–93
- 20. Farmer N., Smith I., *King Street Railway Bridge–Strengthening of cast iron girders with FRP composites*, Proc. 9th Int'l Conference on Structural Faults and Repairs (2001), 4th–6th July 2001, London.
- Harries K.A., *FRP International-the official newsletter of the International Institute for FRP in Construction*, Vol. 8, No. 3, July 2011–website version, dostęp 17.11.2014
- 22. Canning L., Farmer N., Luke S., Smith I., *Recent Developments in Strengthening Technology and the strengthening/reconstruction decision*, Conference on Railway Bridges Today and Tomorrow, 22nd–23rd November 2006, Bristol, p.107–113.
- 23. Church D.G., Silva T.M.D., *Application of carbon fibre composites at covered ways 12 and 58 and bridge EL*, Proceedings Advanced Polymer Composites for Structural Applications in Construction, Thomas Telford, London 2002, p.491–500.
- 24. Łagoda M., *Wzmacnianie mostów przez doklejanie elementów*, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005
- 25. Jasakow M., Rybak M., Pierwszy most klejony w Polsce, Drogownictwo 5/1965

- 26. Kajfasz S., *Concrete beams with reinforcement bonded by gluing*, Preliminary investigations, RILEM, Paris 1967
- Rybak M., Wybrane zagadnienia połączeń klejowych, Prace Centralnego Ośrodka Badań i Rozwoju Techniki Drogowej. Seria–Monografie nr 1/73. Warszawa 1973
- Furtak K., Zastosowanie materiałów kompozytowych do wzmacniania oczepów wiaduktu drogowego, Konferencja Naukowo-Techniczna Zagadnienia materiałowe w inżynierii lądowej. MATBUD 2000 Kraków-Mogilany, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2000
- 29. Łagoda G., Łagoda M., *Wzmocnienie kompozytami ustroju nośnego wielopoziomowego parkingu w porcie lotniczym im. F. Chopina w Warszawie*, Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej / Politechnika Poznańska, Nr 10/2011, s.169–174.
- Charles D., Application of Advanced Materials: A Case Study on Actual Bridge Performance, NSF-REU 2006
- 31. Miller T.C., Chajes M.J., Mertz D.R., Hastings J.N., *Strengthening of a steel bridge girder using CFRP plates*, ASCE Journal of Bridge Engineering, 6(6) 2001, p.514–522
- 32. Linghoff D., Hagani R., Al-Emrani M., *Carbon-fibre composites for* strengthening steel structures, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1048–1058
- Łagoda M., Wzmacnianie konstrukcji mostowych kompozytami polimerowymi, Polska Akademia Nauk, Studia z Zakresu Inżynierii Nr 76, Warszawa 2012
- 34. Shaat A., Schnerch D., Fam A., Rizkalla S., *Retrofit of Steel Structures Using Fiber Reinforced Polymers (FRP), State-of-the-Art*, Transportation research board (TRB) annual meeting. CD-ROM (04-4063), 2004
- Hollaway L. C., Zhang L., Photiou N. K., Teng J. G., Zhang S., Advances in Adhesive Joining of Carbon Fibre/Polymer Composites to Steel Members for Repair and Rehabilitation of Bridge Structures, Advances in Structural Engineering Vol. 9 No. 6 2006 p.791–803
- 36. Zhao X.-L., Zhang L., *State-of-the-art review on FRP strengthened steel structures*, Engineering Structures 29 (2007) 1808–1823
- Teng J.G., Yu T., Fernando D., Strengthening of steel structures with fiberreinforced polymer composites, Journal of Constructional Steel Research 78 (2012) p.131–143
- Rizkalla S., Dawood M., Schnerch D., Development of a carbon fiber reinforced polymer system for strengthening steel structures, Composites: Part A 39 (2008) p.388–397
- 39. Hollaway L.C., A review of the present and future utilisation of FRP composites in the civil infrastructure with reference to their important inservice properties, Construction and Building Materials 24 (2010), p.2419–2445

- 40. Moy S.S.J., *FRP composites. Life extension and strengthening of metallic structures*, ICE design and practice guides, Institution of Civil Engineers, 2001, ISBN: 0-7277-3009-6
- 41. Cadei J.M.C., Stratford T.J., Hollaway L.C., Duckett W.G., *Strengthening metallic structures using externally bonded fibre reinforced polymers*, Ciria C595, London, 2004
- 42. Schnerch D., Dawood M., Sumner E., Rizkalla S., *Design guidelines for trengthening of steel-concrete composite beams with high modulus CFRP materials*, Schnerch, 7th International Conference on Short and Medium Span Bridges, Montreal, Quebec, Canada, 2006
- 43. Schnerch D., Dawood M., Rizkalla S., Sumner E., *Proposed design guidelines for strengthening of steel bridges with FRP materials*, Construction and Building Materials 21 (2007) p.1001–1010
- 44. Schnerch D., Stanford K., Sumner E., Rizkalla S., *Bond behavior of cfrp strengthened steel bridges and structures*, Proceedings of the International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures (BBFS 2005) Chen and Teng (eds) 2005 International Institute for FRP in Construction 435
- 45. Schnerch D., Dawood M., Rizkalla S., Sumner E., K. Stanford, *Bond Behavior of CFRP Strengthened Steel Structures*, Advances in Structural Engineering Vol. 9 No. 6 2006, p.805–817
- 46. Dawood M., *Bond Characteristics and Environmental Durability of CFRP Materials for Strengthening Steel Bridges and Structures*, A dissertation submitted to the Graduate Faculty of North Carolina State University in partial fulfillment of the requirements for the Degree of Doctor of Philosophy Civil Engineering Raleigh, North Carolina 2008
- 47. Harris A.F., Beevers A., *The effects of grit-blasting on surface properties for adhesion*, International Journal of Adhesion & Adhesives 19 (1999) 445–452
- 48. Packham D.E., *Surface energy, surface topography and adhesion*, International Journal of Adhesion & Adhesives 23 (2003) p.437–448
- 49. Tsai M.Y., Morton J., *The effect of a spew fillet on adhesive stress distributions inlaminated composite single-lap joints*, Composite Structures 32 (1995) p.123–131
- 50. Lang T.P., Mallick P.K., *Effect of spew geometry on stresses in single lap adhesive joint*, International Journal of Adhesion & Adhesives 18 (1998) p.167–177
- Deng J., Lee M.M.K., Effect of plate end and adhesive spew geometries on stresses in retrofitted beams bonded with a CFRP plate, Composites: Part B 39 (2008) p.731–739
- 52. Haghani R., Al-Emrani M., Kliger R., *Interfacial stress analysis of geometrically modified adhesive joints in steel beams strengthened with FRP laminates*, Construction and Building Materials 23 (2009), p.1413–1422

- 53. Lang T.P., Mallick P.K., *The effect of recessing on the stresses in adhesively bonded single-lap joint*, International Journal of Adhesion & Adhesives 19 (1999) 257–271
- 54. Al-Emrani M., Linghoff D., Kliger R., *Bonding strength and fracture mechanisms in composite steel-CFRP elements*, Proceedings of the International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures (BBFS 2005) Chen and Teng (eds) 2005 International Institute for FRP in Construction
- 55. Hollaway L.C., Advances in adhesive joining of dissimilar materials with special reference to steels and FRP composites, Proceedings of the International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures (BBFS 2005) Chen and Teng (eds) 2005 International Institute for FRP in Construction
- 56. Stratford T.J., Chen J.F., *Designing for tapers and defects in FRP-strengthened metallic structures*, Proceedings of the International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures (BBFS 2005) Chen and Teng (eds) 2005 International Institute for FRP in Construction
- 57. Fitton M.D., Broughton J.G., Variable modulus adhesives\_an approach to optimised joint performance, International Journal of Adhesion & Adhesives 25 (2005) p.329–336
- 58. Yang Y.-X., Yue Q.-R., Peng F.-M., *Experimental research on bond behaviour of CFRP to steel*, Proceedings of the International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures (BBFS 2005) Chen and Teng (eds) 2005 International Institute for FRP in Construction
- 59. Nguyen T.-C., Bai Y., Zhao X.-L., Al-Mahaidi R., *Durability of steel/CFRP double strap joints exposed to sea water, cyclic temperature and humidity*, Composite Structures 94 (2012) p.1834–1845
- 60. Nguyen T.-C., Bai Y., Zhao X.-L., Al-Mahaidi R., *Mechanical* characterization of steel/ CFRP double strap joints at elevated temperatures, Composite Structures 93 (2011) p.1604–1612
- 61. Nguyen T.-C., Bai Y., Al-Mahaidi R., Zhao X.-L., *Time-dependent* behaviour of steel/CFRP double strap joints subjected to combined thermal and mechanical loading, Composite Structures 94 (2012) p.1826–1833
- 62. Dawood M., Rizkalla S., *Environmental durability of a CFRP system for strengthening steel structures*, Construction and Building Materials 24 (2010) p.1682–1689
- 63. Nguyen T.-C., Bai Y., Zhao X.-L., Al-Mahaidi R., *Effects of ultraviolet* radiation and associated elevated temperature on mechanical performance of steel/CFRP double strap joint, Composite Structures 94 (2012), p.3563–3573
- 64. Czaderski Ch., Martinelli E., Michels J., Motavalli M., *Effect of curing conditions on strength development in an epoxy resin for structural strengthening*, Composites: Part B 43 (2012) p.398–410
- 65. Al-Shawaf A., Zhao X.-L., Adhesive rheology impact on wet lay-up CFRPsteel joints behaviour under infrastructural subzero exposures, Composites, Part B 47 (2013) p.207–219
- 66. Jiao H., Zhao X.-L., *CFRP strengthened butt-welded very high strength* (*vhs*) *circular steel tubes*, Thin-Walled Structures 42 (2004) p.963–978
- 67. Nozaka K., Shield C K., Hajjar J. F.. *Effective bond length of carbon-fiberreinforced polymer strips bonded to fatigued steel bridge I-girders*, Journal of Bridge Engineering, ASCE, v. 10, n. 2, March, 2005, p.195–205
- 68. Deng J., Lee M.M.K., Behaviour under static loading of metallic beams reinforced with a bonded CFRP plate, Composite Structures 78 (2007) p.232–242
- 69. Fawzia S., Al-Mahaidi R., Zhao X.L., Rizkalla S., *Strengthening of circular hollow steel tubular sections using high modulus CFRP sheets*, Construction and Building Materials 21 (2007) p.839–845
- 70. Tavakkolizadeh M., Saadatmanesh H., *Fatigue Strength of Steel Girders Strengthened with Carbon Fiber Reinforced Polymer Sheets*, J. Struct. Eng. 2003.129: p.30-40.
- Al-Saidy A H., Klaiber F. W., Wipf T. J., Repair of Steel Composite Beams with Carbon Fiber-Reinforced Polymer Plates, J. Compos. Constr. 2004.8: p.163–172
- 72. Dawood, M., Rizkalla, S., and Sumner, E., *Fatigue and Overloading Behavior of Steel–Concrete Composite Flexural Members Strengthened with High Modulus CFRP Materials*, J.Compos. Constr., (2007)11(6), p.659–669.
- 73. Oehlers D.J., Nguyen N.T., Ahmed M., Bradford M.A., *Partial interaction in composite steel and concrete beams with full shear connection*, J. Construct. Steel Res. Vol.41 No. 2/3, p.235–248, 1997
- 74. Moy SSJ, Nikoukar F., Flexural behaviour of steel beams reinforced with carbon fibre reinforced polymer composite, In: Shenoi RA, Moy SSJ, Hollaway LC, editors. Proceeding of the ACIC 2002, advanced polymer composites for structural applications in construction. London: Thomas Telford; 2002. p.195–202
- 75. Sebastian W.M., Nonlinear proportionality of shear-bond stress to shear force in partially plastic regions of asymmetric FRC-laminated steel members, International Journal of Solids and Structures 40 (2003) p.25–46
- 76. Colombi P., Poggi C., An experimental, analytical and numerical study of the static behavior of steel beams reinforced by pultruded CFRP strips, Composites: Part B 37 (2006) p.64–73
- 77. Deng J., Lee M.M.K., Moy S. S.J., *Stress analysis of steel beams reinforced* with a bonded CFRP plate, Composite Structures 65 (2004) p.205–215
- 78. Linghoff D., Al-Emrani M., Kliger R., *Performance of steel beams* strengthened with CFRP laminate-Part1: laboratory tests, Composites: Part B (2009), doi:10.1016/j.compositesb.2009.05.008

- 79. Ochi N., Matsumura M., Hisabe N., Experimental Study on Strengthening Effect of High Modulus CFRP Strips with Different Adhesive Length Installed onto the Lower Flange Plate of I Shaped Steel Girder, Procedia Engineering 14 (2011) p.506–512
- 80. Kim Y. J., Brunell G., Interaction between CFRP-repair and initial damage of wide-flange steel beams subjected to three-point Bending, Composite Structures 93 (2011) p.1986–1996
- 81. Al-Emrani M., Kliger R., Analysis of interfacial shear stresses in beams strengthened with bonded prestressed laminates, Composites: Part B 37 (2006) p.265–272
- 82. Liu X., Silva P.F., Nanni, A., *Rehabilitation of steel bridge members with FRP composite materials*, Proceedings of the International Conference on Composites in Construction, J.Figueiras, L. Juvandes and R. Furia, eds., 2001, Porto, Portugal, p.613-617
- 83. Photiou N.K., Hollaway L.C., Chryssanthopoulos M.K., *Strengthening of an artifically degraded steel beam utilising a carbon/glass composite system*, Construction and Building Materials 20 (2006) p.11–21
- 84. Mohammed M., Kadhim A., *Effect of CFRP plate length strengthening continuous steel beam*, Construction and Building Materials 28 (2012) p.648–652
- 85. Nagai M., Hidekuma Y., Miyashita T., Okuyama Y., Kudo A., Kobayashi A., *Bonding characteristics and flexural stiffening effect of CFRP strand sheets bonded to steel beams*, Procedia Engineering 40 (2012) p.137–142
- 86. Sen R., Liby L., Mulins G., *Strengthening steel bridge sections using CFRP laminates*, Composites: Part B 32 (2001) p.309–322
- El-Hacha R., Ragab N., Flexural strengthening of composite steel-concrete girders using advanced composite materials, Third International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE 2006) December 13–15 2006 p.741–744, Miami, Florida, USA
- Schnerch D., Rizkalla S., *Flexural Strengthening of Steel Bridges with High Modulus CFRP Strips*, Journal of Bridge Engineering, Vol. 13, No. 2, March 1, 2008. ASCE, ISSN 1084–0702/2008/2–192–201, DOI: 10.1061(ASCE)1084–0702(2008)13:2(192)
- 89. Al-Saidy A H., Klaiber F. W., Wipf T. J., *Strengthening of steel-concrete composite girders using carbon fiber reinforced polymer plates*, Construction and Building Materials 21 (2007) p.295–302
- Fam A., MacDougall C., Shaat A., Upgrading steel-concrete composite girders and repair of damaged steel beams using bonded CFRP laminates, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1122–1135
- Al-Saidy A H., Klaiber F. W., Wipf T. J, Al-Jabri K.S., Al-Nuaimi A.S., Parametric study on the behavior of short span composite bridge girders strengthened with carbon fiber reinforced polymer plates, Construction and Building Materials 22 (2008) p.729–737

- 92. Sallam H.E.M., Badawy A.A.M., Saba A.M., Mikhail F.A., *Flexural* behavior of strengthened steel concrete composite beams by various plating methods, Journal of Constructional Steel Research 66 (2010) p.1081–1087
- 93. Liu H.B., Zhao X.L., Mahaidi R., *The effect of fatigue loading on bond strength of CFRP bonded steel plate joints*, Proceedings of the International Symposium on Bond Behaviour of FRP in Structures (BBFS 2005) Chen and Teng (eds) 2005 International Institute for FRP in Construction
- 94. Colombi P., Fava G., *Fatigue behaviour of tensile steel/CFRP joint*, Composite Structures 94 (2012) p.2407–2417
- 95. Wu Ch., Zhao X.L., Chiu W. K., Al-Mahaidi R., Duan W. H., *Effect of fatigue loading on the bond behaviour between UHM CFRP plates and steel plates*, Composites: Part B (2013), vol. 50, p.344–353
- 96. Colombi P., Plasticity induced fatigue crack growth retardation model for steel elements reinforced by composite patch, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 43 (2005) p.63–76
- 97. Lin H., Zhao X-L., Al-Mahadi R., *Boundary element analysis of CFRP* reinforced steel plates, Composite Structures 91 (2009) p.74–83
- 98. Bocciarelli M., Colombi P., Fava G., Poggi C., *Fatigue performance of tensile steel members strengthened with CFRP plates*, Composite Structures 87 (2009), p.334–343
- Liu H., Xiao Z., Zhao X-L., Al-Mahaidi R., Prediction of fatigue life for CFRP-strengthened steel plates, Thin-Walled Structures 47 (2009), p.1069–1077
- 100. Täljsten B., Skodborg Hansen Ch., Wittrup Schmidt J., *Strengthening of old metallic structures in fatigue with prestressed and non-prestressed CFRP laminates*, Construction and Building Materials 23 (2009) p.1665–1677
- 101. Tsouvalis N.G., Mirisiotis L.S., Dimou D.N., *Experimental and numerical study of the fatigue behaviour of composite patch reinforced cracked steel plates*, International Journal of Fatigue 31 (2009) p.1613–1627
- 102. Wang R., Nussbaumer A., *Modelling fatigue crack propagation of a cracked metallic member reinforced by composite patches*, Engineering Fracture Mechanics 76 (2009) p.1277–1287
- 103. Liu H., Al-Mahaidi R., Zhao X.-L., Experimental study of fatigue crack growth behaviour in adhesively reinforced steel structures, Composite Structures 90 (2009) p.12–20
- 104. Nakamura H., Jiang W., Suzuki H., Maeda K., Irube T., Experimental study on repair of fatigue cracks at welded web gusset joint using CFRP strips, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1059–1068
- 105. Lin F., Nakamura H., Maeda K., Suzuki H., Irube Y., CFRP repair of fatigue cracks and bonding behavior subjected to cyclic load during curing, Bridge Mainteance, Safety, Management and Life-Cycle Optimization –Frangopol, Sause & Kusko (eds) 2010 Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-0-415-87786-2, p.2748–2754

- 106. Deng J., Lee M.M.K., *Fatigue performance of metallic beam strengthened with a bonded CFRP plate*, Composite Structures 78 (2007) p.222–231
- 107. Holden T.A., Cheng J.J.R., Lam C.C., Yam M.C.H., Analitycal study of fatigue repair of coped beams using carbon fibre reinforced polymer, Bridge Mainteance, Safety, Management and Life-Cycle Optimization– Frangopol, Sause & Kusko (eds) 2010 Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-0-415-87786-2, p.2742–2747
- 108. Kima Y.J., Harries K.A., *Fatigue behavior of damaged steel beams* repaired with CFRP strip, Engineering Structures 33 (2011) p.1491–1502
- 109. Jiao H., Mashiri F., Zhao X.-L., A comparative study on fatigue behaviour of steel beams retrofitted with welding, pultruded CFRP plates and wet layup CFRP sheets, Thin-Walled Structures 59 (2012) p.144–152
- 110. Ghafoori E., Schumacher A., Motavalli M., Fatigue behavior of notched steel beams reinforced with bonded CFRP plates: Determination of prestressing level for crack arrest, Engineering Structures 45 (2012), p.270–283
- 111. Ghafoori E., Motavalli M., Botsis J., Herwig A., Galli M., *Fatigue* strengthening of damaged metallic beams using prestressed unbounded and bonded CFRP plates, International Journal of Fatigue 44 (2012) p.303–315
- 112. Harries K.A., Peck A.J., Abraham E.J., *Enhancing stability of structural steel sections using FRP*, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1092–1101
- 113. Zhao X.L., Al-Mahaidi R., Web buckling of light steel beams strengthened with CFRP subjected to end-bearing forces, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1029–1036
- 114. Wu C., Zhao X.L., Duan W.H., *Design rules for web crippling of CFRP* strengthened aluminium rectangular hollow sections, Thin-Walled Structures 49 (2011) p.1195–1207
- 115. El-Tawil S., Ekiz E., Goel S., Chao Sh.-H., *Retraining local and global buckling behavior of steel plastic hinges using CFRP*, Journal of Constructional Steel Research 67 (2011) p.261–269
- 116. Siddique M.A.A., El Damatty A.A., Enhancement of buckling capacity of steel plates strengthened with GFRP plates, Thin-Walled Structures 60 (2012) p.154–162
- 117. Gao X.Y., Balendra T., Koh C.G., Buckling strength of slender circular tubular steel braces strengthened by CFRP, Engineering Structures 46 (2013) p.547–556
- 118. Batikha M., Chen J.F., Rotter J.M., Teng J.G., *Strengthening metallic cylindrical shells against elephant's foot buckling with FRP*, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1078–1091

- 119. Suzuki H., Inaba N., Tomita Y., Shito K., Study on improvement of fatigue strength of out-of-plane gusset welded joints by attaching GFRP, Bridge Mainteance, Safety, Management and Life-Cycle Optimization–Frangopol, Sause & Kusko (eds) 2010 Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-0-415-87786-2, p.2791-2798.
- 120. Teng J.G., Hu Y.M., Behaviour of FRP-jacketed circular steel tubes and cylindrical shells under axial compression, Construction and Building Materials 21 (2007) p.827-838
- 121. Bambach M.R., Elchalakani M., *Plastic mechanism analysis of steel SHS* strengthened with CFRP under large axial deformation, Thin-Walled Structures 45 (2007) p.159–170
- 122. Bambach M.R., Jama H.H., Elchalakani M., Axial capacity and design of thin-walled steel SHS strengthened with CFRP, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1112–1121
- 123. Bambach M.R., Elchalakani M., Zhao X.L., *Composite steel–CFRP SHS tubes under axial impact*, Composite Structures 87 (2009) p.282–292
- 124. N. Silvestre, D. Camotim, B. Young, On the use of the EC3 and AISI specifications to estimate the ultimate load of CFRP-strengthened cold-formed steel lipped channel columns, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1102–1111
- 125. Haedir J., Zhao X.L., *Design of short CFRP reinforced steel tubular columns*, Journal of Constructional Steel Research
- 126. Lanier B., Schnerch D., Rizkalla S., Behavior of steel monopoles strengthened with high-modulus CFRP materials, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1037–1047
- 127. Haedir J., Bambach M.R., Zhao X.L., Grzebieta R.H., *Strength of circular hollow sections (CHS) tubular beams externally reinforced by carbon FRP sheets in pure Bending*, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1136–1147
- 128. Haedir J., Zhao X.L., Bambach M.R., Grzebieta R.H., Analysis of CFRP externally-reinforced steel CHS tubular beams, Composite Structures 92 (2010) p.2992–3001
- 129. Haedir J., Zhao X.L., *Design of CFRP-strengthened steel CHS tubular beams*, Journal of Constructional Steel Research 72 (2012) p.203–218
- 130. Zhao X.L., Fernando D., Al-Mahaidi R., *CFRP strengthened RHS subjected* to transverse end bearing force, Engineering Structures 28 (11), p.1555–1565 (2006)
- 131. Fernando D., T.Yua, Teng J.G., Zhao X.L., *CFRP strengthening of* rectangular steel tubes subjected to end bearing loads. Effect of adhesive properties and finite element modelling, Thin-Walled Structures 47 (2009) p.1020–1028
- 132. Zahurul Islam S.M., Young B., *Ferritic stainless steel tubular members strengthened with high modulus CFRP plate subjected to web crippling*, Journal of Constructional Steel Research 77 (2012) p.107–118

- 133. Zahurul Islam S.M., Young B., Strengthening of ferritic stainless steel tubular structural members using FRP subjected to Two-Flange-Loading, Thin-Walled Structures 62 (2013) p.179–190
- 134. El Damatty A.A., Abushagur M., Testing and modelling of shear and peel behavior for bonded steel/FRP connections, Thin-Walled Structures 41 (2003) p.987–1003
- 135. Taoa Z., Hanb L.-H., Behaviour of fire-exposed concrete-filled steel tubular beam columns repaired with CFRP wraps, Thin-Walled Structures 45 (2007) p.63–76
- 136. Z Taoa Z., Hanb L.-H., Zhuanga J.-P., *Cyclic performance of fire-damaged concrete-filled steel tubular beam–columns repaired with CFRP wraps*, Journal of Constructional Steel Research 64 (2008) p.37–50
- 137. Soleiman Fallah A., Mohamed Ali R.M., Louca L.A., Analytical-numerical study of interfacial stresses in plated beams subjected to pulse loading, Engineering Structures 30 (2008) p.856–869
- 138. Bambach M.R., Zhao X.L., Jama H., *Energy absorbing characteristics of aluminium beams strengthened with CFRP*, International Journal of Impact Engineering 37 (2010) p.37–49
- 139. Al-Zubaidy H.A., Zhao X.L., Al-Mahaidi R., Effect of Impact Tensile Load on Strength of CFRP Bonded Steel Plate Joints, Procedia Engineering 14 (2011) p.1312–1317
- 140. Al-Zubaidy H.A., Zhao X.L., Al-Mahaidi R., *Dynamic bond strength between CFRP sheet and steel*, Composite Structures 94 (2012), p.3258–3270
- 141. Al-Zubaidy H.A., Al-Mahaidi R., Zhao X.L., Experimental investigation of bond characteristics between CFRP fabrics and steel plate joints under impact tensile loads, Composite Structures 94 (2012) p.510–518
- 142. H Al-Zubaidy H.A., Zhao X.L., Al-Mahaidi R., Experimental evaluation of the dynamic bond strength between CFRP sheets and steel under direct tensile loads, International Journal of Adhesion & Adhesives 40 (2013) p.89–102
- 143. Colombi P., Bassetti A., Nussbaumer A., *Delamination effects on cracked steel members reinforced by prestressed composite patch*, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 39 (2003) 61–71
- 144. Benachour A., Benyoucef S., Tounsi A., Adda Bedia E.A., *Interfacial stress* analysis of steel beams reinforced with bonded prestressed, Engineering Structures 30 (2008) p.3305-3315
- 145. Deng J., Lee M.M.K., Li Sh., *Flexural strength of steel–concrete composite beams reinforced with a prestressed CFRP plate*, Construction and Building Materials 25 (2011) p.379–384
- 146. Miyamoto A., Motoshita M., Fujii M., Strengthening of composite girder bridge by external prestressing, IABSE reports, Rapports AIPC, IVBH Berichte, Vol.999 (1997)

- 147. Łagoda M., Kowal M., Wpływ kształtu zakończenia skleiny na wytrzymałość złącza stal-kompozyt FRP, Budownictwo i Architektura 2013, nr 2, vol. 12, s.39–46
- 148. EN1990. Eurokod 0. Podstawy projektowania konstrukcji.
- 149. Stanford K.A., Strengthening steel structures with High Modulus Carbon Fiber Reinforced Polymers (CFRP) Materials: Bond and Development Length Study, North Carolina State University, Raleigh 2009
- 150. Volkersen O. Die Nietkraftverleitung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten, Luftfahrtforschung 1938;15: p.41.
- 151. Goland M, Reissner E.J., *The stresses in cemented joints*, Journal of Applied Mechanics 1944 11: p.A17-A27
- 152. Silva L., Neves P., Adams R.D., Spelt J.K., Analytical models of adhesively bonded joints—Part I Literature survey, International Journal of Adhesion & Adhesives 29 (2009) p.319–330
- 153. Silva L., Neves P., Adams R.D., Spelt J.K., Wang I., Analytical models of adhesively bonded joints—Part II Comparative study, International Journal of Adhesion & Adhesives 29 (2009) 331–341
- 154. De Bruyne N.A. The strength of glued joints, Aircraft Eng 1944;16: p.115
- 155. Hart-Smith LJ. NASA contract report, NASA CR-112236, 1973.
- 156. Oplinger D.W., *Effects of adherend deflections in single lap joints*, International Journal of Solids and Structures, Volume 31, Issue 18, September 1994, Pages 2565–2587
- 157. Zhao X.L., *Stress and failure analysis of adhesively bonded lap joints*, PhD dissertation, University of Bristol, 1991.
- 158. Ojalvo I.U., Eidnoff H.L., Bond Thickness Effects upon Stresses in Single-Lap Adhesive Joints, AIAA J 1978 Vol.16, No., p.204-211.
- 159. Tsai M.Y., Oplinger D.W., Morton J., Improved theoretical solutions for adhesive lap joints, International Journal of Solids and Structures, Volume 35, Issue 12, April 1998, p.1163–1185
- 160. Allman D.J., A theory for elastic stresses in adhesive bonded lap joints, Quart J Mech Appl Math 1977;30: p.415–436.
- 161. Chen D., Cheng S., An analysis of adhesive-bonded single-lap joints, ASME Journal of Applied Mechanics 1983;50: p.109.
- 162. Renton J., Vinson J.R., *The efficient design of adhesive bonded joints*, Journal of Adhesion 1975 vol.7 p.175–193.
- 163. Srinivas S. NASA Technical Note 1975, NASA TN D-7855.
- 164. Renton W.J., Vinson J.R., On the behavior of bonded joints in composite material structures, Engineering Fracture Mechanics, Volume 7, Issue 1, March 1975, Pages 41–52, IN1-IN6, p.53–60
- 165. Crocombe A.D., Ashcroft I.A., Simple Lap Joint Geometry, Modeling of Adhesively Bonded Joints, Springer (2008) ISBN: 978-3-540-79055-6.

- 166. Renton W.J., Vinson J.R., Analysis of adhesively bonded joints between panels of composite materials, Journal of Applied Mechanics, March 1977, p.101–106
- 167. Adams R.D., Mallick V., A method for the stress analysis of lap joints, Journal of Adhesion 1992 vol.38, p.199–217
- 168. Frostig Y., Thomsen O.T., Mortensen F., Analysis of adhesive-bonded joints, square-end, and spew-fillet-high order theory approach, Journal of Engineering Mechanics 1999; 125: p.1298–1307.
- 169. Bigwood D.A., Crocombe A.D., *Elastic analysis and engineering design formulae for bonded joint*, International Journal of Adhesion and Adhesives, Volume 9, Issue 4, October 1989, p.229–242
- 170. Sawa T., Nakano K., Toratani H., A two-dimensional stress analysis of single lap adhesive joints subjected to tensile loads, Journal of Adhesion Science and Technology 1997;11: p.1039–62.
- 171. Sawa T., Liu J., Nakano K., Tanaka J., A two-dimensional stress analysis of single-lap adhesive joints of dissimilar adherends subjected to tensile loads, Journal of Adhesion and Science Technology 2000;14: p.43–66.
- 172. Adams R.D., Peppiatt N.A., *Stress analysis of adhesive-bonded lap joints*, Journal of Strain Analysis 1974;9:p.185–196.
- 173. Moy S.S.J., FRP composites. Life extension and strengthening of metallic structures, ICE design and practice guides. Institution of Civil Engineers, 2001. ISBN: 0 7277 3009 6
- 174. Malej M., Bian Y., Interfacial shear stress concentration in FRPstrengthened beams, Composite Structures 54 (2001) p.417–426
- 175. Tounsi A, Benyoucef S., Interfacial stresses in externally FRP plated concrete beams, International Journal of Adhesives 2007:27: p.207–215.
- 176. Wang J., Zhang C., Three-parameter, elastic foundation model for analysis of adhesively bonded joint, International Journal of Adhesion & Adhesives 29 (2009) p.495–502
- 177. Hart-Smith L.J., NASA Contract Report 1973, NASACR-112235.
- 178. Bigwood D.A., Crocombe A.D., *Non-linear adhesive bonded joint design analyses*, International Journal of Adhesion and Adhesives, Volume 10, Issue 1, January 1990, p.31–41
- 179. Adams R.D., Mallick V., *The effect of temperature on the strength of adhesively- bonded composite-aluminium joints*, Journal of Adhesion 1993 vol.43, p.17–33.
- 180. Mortensen F., Thomsen O.T., Analysis of adhesive bonded joints: a unified approach, Composites Science and Technology, Volume 62, Issues 7–8, June 2002, p.1011–1031
- 181. Smeltzer S.S., Klang E.C., Analysis method for inelastic, adhesively bonded joints with anisotropic adherends, Proceedings of the 18 th annual technical conference. Gainesville, FL, USA: American Society for Composites; 2003. p. 104.

- 182. Grimes G.C., Greimann L.F., *Analysis of Discontinuities, Edge Effects, and Joints*, Composite Materials 1975; p.135–230.
- 183. Crocombe A.D., Bigwood D.A., *Development of a full elasto-plastic adhesive joint design*, The Journal of Strain Analysis for Engineering Design1992; 27: p.211.
- 184. Wang R.X., Cui J., Sinclair A.N., Spelt J.K., *Strength of adhesive joints with adherend yielding: I. Analytical model*, Journal of Adhesion 2003;79: p.23–48.
- 185. Adams R.D., Comyn J., Wake W.C., *Structural adhesive joints in engineering*, 2nd ed. London:Chapman&Hall;1997.
- 186. Adams R.D., Peppiatt N.A., *Effect of poisson's ratio strains in adherends* on stresses of an idealized lap joint, Journal of Strain, 1973, 8, p.134–139.
- 187. Oterkus E., Barut A., Madenci E., Smeltzer III S.S., Ambur D.R., *Bonded Lap Joints of Composite Laminates with Tapered Edges*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 43, p.1459–1489.
- 188. Owens J.F.P., Lee-Sullivan P., *Stiffness behaviour due to fracture in adhesively Bondem composite-to-aluminum joint. I Theoretical model*, International Journal of Adhesion & Adhesives 20 (2000) p.39–45
- 189. Yang C., Pang S.S., Griffin S.A., *Strength model of adhesive-bonded double-lap joints under cantilevered bending*, Polymer Engineering and Science, Mid-May 1992, Vol. 32, No. 9
- 190. Tong L., Bond shear strength for adhesive bonded double-lap joint, Int.J.Solids Structures Vol.31, No. 21, p.2919–2931, 1994
- 191. Tong L., Relationship between surface displacement and adhesive peel stress in bonded double lap joint, International Journal of Adhesion and Adhesives 15 (1995) p.43–48
- 192. Tong L., Sheppard A., Kelly D., *The effect of adherend alignment on the behaviour of adhesively bonded double lap joints*, Int.J.Adhesion and Adhesives 16 (1996) p.241–247
- 193. Albat A.MRomilly., D.P., A direct linear-elastic analysis of double symmetric bonded joints and reinforcements, Composites Science and Technology 59 (1999) p.1127–1137
- 194. Setoodeh A.R., Hadavina H., Biglari F.R., Nibkin K., Comparison of Analytical, Numerical, and Experimental Methods in Deriving Fracture Toughness Properties of Adhesives Using Bonded Double Lap Joint Specimens, The Journal of Adhesion Vol. 81, No. 5, p.529–553, 2005
- 195. Colombi P., Poggi C., Strengthening of tensile steel members and bolted joints using adhesively bonded CFRP plates, Construction and Building Materials 20 (2006) p.22–33
- 196. Gustafson P.A., Bizard A., Waas A.M., Dimensionless parameters in symmetric double lap joints: An orthotropic solution for thermomechanical loading, International Journal of Solids and Structures 44 (2007), p.5774–5795

- 197. Delale F., Erdogan F., Aydinoglu M.N., Stresses in adhesively bonded joints: a closed-form solution, J Compos Mater 1981;15: p.249–71
- 198. Bocciarelli M., Colombi P., Fava G., Poggi C., Prediction of debonding strength of tensile steel-CFRP joints using fracture mechanics and stress based criteria, Engineering Fracture Mechanics 76 (2009) p.299–313
- 199. Markolefas S.I., Papathanassiou Th.K., Stress redistributions in adhesively bonded double-lap joints, with elastic-perfectly plastic adhesive behavior, subjected to axial lap-shear cyclic loading, International Journal of Adhesion & Adhesives 29 (2009) p.737-744
- 200. Goglio L., Rossetto M., Precision of the one-dimensional solutions for bonded double lap joints, International Journal of Adhesion and Adhesives 31 (2011) p.301–314
- 201. Smith S.T., Teng J.G., *Interfacial stresses in plated beams*, Engineering Structures 23 (2001) p.857–871
- 202. Taljsten B., *Strengthening of beams by plate bonding*, J Mater Civ Eng 1997;9(4): p.206–12
- 203. Łagoda M., Kowal M., Wzmacnianie płaskich, zginanych elementów stalowych materiałami kompozytowymi FRP, Budownictwo i Architektura 2014, nr 2, vol. 13, s.257–264
- 204. Youssef M.A., Analytical prediction of the linear and nonlinear behaviour of steel beams rehabilitated using FRP sheets, Engineering Structures 28 (2006) p.903–911
- 205. Cheng T.-H., Tseng C.-H., Hung C.-H., Analysis of stresses in adhesive joints applicable to IC chips using symbolic manipulation and the numerical method, Journal of Adhesion Science and Technology, 2006, 20:15, p.1669–1692
- 206. Luo Q., Tong L., Analytical solutions for nonlinear analysis of composite single-lap adhesive joints, International Journal of Adhesion & Adhesives 29 (2009) p.144–154
- 207. Ameur M., Tounsi A., Benyoucef S., Bachir Bouiadjra M., Adda Bedia E.
  A. Stress analysis of steel beams strengthened with a Bondem hygrothermal aged composite plate, Int J Mech Mater Des (2009) 5: p.143–156
- 208. Tounsi A., *Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate*, International Journal of Solids and Structures 43 (2006) p.4154–4174
- 209. Bocciarelli M., *Response of statically determined steel beams reinforced by CFRP plates in the elastic–plastic regime*, Engineering Structures 31 (2009) p.956-967
- 210. Yang J., Chen J.F., Teng J.G., *Interfacial stress analysis of plated beams under symmetric mechanical and thermal loading*, Construction and Building Materials 23 (2009) p.2973–2987

- 211. Carpinteri A., Cornetti P., Pugno N., Edge debonding in FRP strengthened beams: Stress versus energy failure criteria, Engineering Structures 31 (2009) p.2436–2447
- 212. Czaderski Ch., Rabinovitch O., Structural behavior and inter-layer displacements in CFRP plated steel beams–Optical measurements, analysis, and comparative verification, Composites: Part B (2010)
- 213. Elchalakani M., Fernando D., *Plastic mechanism analysis of unstiffened steel I-section beams strengthened with CFRP under 3-point Bending*, Thin-Walled Structures 53 (2012) p.58–71
- 214. Yuan H., Teng J.G., Seracino R., Wu Z.S., Yao J., Full-range behaviour of FRP-to- concrete bonded joints, Engineering Structures 2004;26(5): p.553–65.
- 215. Fernandgo N.D., Bond behaviour and debonding failures in CFRP strengthened steel members, Hong Kong Poltytechnic University 2010
- 216. Haghani R., Al-Emrani M., A new design model for adhesive joints used to bond FRP laminates to steel beams–Part A: Background and theory, Construction and Building Materials 34 (2012) p.486–493
- 217. Haghani R., Al-Emrani M., A new design model for adhesive joints used to bond FRP laminates to steel beams Part B: Experimental verification, Construction and Building Materials 30 (2012) p.686–694
- 218. Bocciarelli M., Colombi P., On the elasto-plastic behavior of continuous steel beams reinforced by bonded CFRP lamina, Engineering Structures 49 (2013) p.756–766
- 219. Venkateswara Rao M., Mohana Rao K., Rama Chandru Raju V., Bala Krishna Murthy V., Sridhara Raju V.V., *Three-dimensional Finie Element Analysis of adhesively Bondem single lap joint In laminatem FRP composites subjected to combined loading with LC-US end conditions*, Int. Journal of Systems and Technologies Vol.2, No.1, p.11–22
- 220. Kowal M., Łagoda M., *CFRP composite materials strengthening of flat steel elements to reduce the stresses in the steel*, Structure and Environment 2014, nr 4, vol. 6, p.5–11
- 221. Pellegrino C., Maiorana E., Modena C., *FRP strengthening of steel and steel-concrete composite structures: an analytical approach*, Materials and Structures, DOI 10.1617/s11527-008-9386-6
- 222. Roy S., Reddy N., A finite element analysis of adhesively bonded composite joints with moisture diffusion and delayed failure, Computers and Structures Vol. 29, No. 6, p.1011–1031, 1988
- 223. da Silva L. F. M., Campilho R. D. S. G., *Advances in Numerical Modelling of adhesive joints*, SpringerBriefs in Computational Mechanics, DOI: 10.1007/978-3-642-23608-2\_1,
- 224. Crocombe A.D., Bigwood D.A., Richardson G., *Analysing structural adhesive joints for failure*, Int. J. Adhesion and Adhesives, Vol.10, No. 3, July 1990.

- 225. Anyfantis K.N. Analysis and Design of Composite to Metal Adhesively Bonded Joints, Athens, February 2012
- 226. Apalak M. K., Gunes R., *Elastic flexural behaviour of an adhesively bonded single lap joint with functionally graded adherends*, Materials and Design 28 (2007) p.1597–1617
- 227. Apalak M. K., Engin A., Elasto-plastic Stress Analysis of an Adhesively Bonded Single Lap Joint, The Tenth International Conference on Machine Design and Production, 4–6 September 2002, Cappadocia, Turkey, p.291-308
- 228. Cheng F., Özsoy Ö. Ö., Reddy J.N., Finite Element Modeling of Viscoelastic Behavior and Interface Damage in Adhesively Bonded Joints, in Advances in Modeling and Design of Adhesively Bonded Systems (eds S. Kumar and K.L. Mittal), John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA., 2013, doi: 10.1002/9781118753682.ch2,
- 229. Roy S., Neddy J.N., *Finite-element models of viscoelasticity and diffusion in adhesively bonded joint*, Int. Journal for numerical Methods in Engineering, Vol. 26, p.2531–2546
- 230. Apalak M. K., Gunes R., *Investigation of elastic stresses in an adhesively* bonded single lap joint with functionally graded adherends in tension, Composite Structures 70 (2005) p.444–467
- 231. Neddy J.N., Roy S., *Non-linear analysis of adhesively bonded joint*, Int. J. Non-Linear Mechanics, Vol. 23, No. 2, p.97–112, 1988
- 232. Ribeiro F.L., Borges L., d'Almeida J.R.M., *Numerical stress analysis of carbon-fibre-reinforced epoxy composite single lap joints*, International Journal of Adhesion & Adhesives 31 (2011) p.331–337
- 233. M.K. Apalak, Gunes R., *On non-linear thermal stresses in an adhesively bonded single lap joint*, Computers and Structures 80 (2002) p.85–98
- 234. Pradhan S.C., Iyengar N.G.R., Kishore N.N., *Parametric study of interfacial debonding in adhesively bonded composiste joints*, Composite Structures 29 (1994) p.119–125
- 235. Pandey P.C., Narasimhan S., Three-dimensional nonlinear analysis of adhesively bonded lap joints considering viscoplasticity in adhesives, Computers and Structures 79 (2001) p.769–783
- 236. Al-Emrani M., Kliger R., Experimental and Numerical Investigation of the Behaviour and Strength of Composite Steel-CFRP Members, Advances in Structural Engineering Vol. 9 No. 6 2006 p.819–831
- 237. Bocciarelli M., Colombi P., *Elasto-plastic debonding strength of tensile steel/CFRP joint*, Engineering Fracture Mechanics 85 (2012) p.59–72
- 238. Gustafson P.A., Waas A.M., A bonded joint finite element for a symmetric double lap joint subjected to mechanical and thermal loads, Int. J. Numer. Meth. Engng 2009; 79: p.94–126
- 239. Choupani N., *Characterization of fracture in adhesively bonded double-lap joints*, International Journal of Adhesion & Adhesives 29 (2009) 761–773

- 240. Rastogi N., Soni S.R., Nagar A., *Thermal stresses in aluminum-to-composite double-lap bonded joint*, Advances in Engineering Software Vol. 29, No. 3–6, p.273–281, 1998
- 241. Özer H., Öz Ö., *Three dimensional finite element analysis of bi-adhesively bonded double lap joint*, International Journal of Adhesion & Adhesives 37 (2012) p.50–55
- 242. Bogdanovich A.E., Kizhakkethara I., *Three-dimensional finite element* analysis of double-lap composite adhesive bonded joint using submodeling approach, Composites: Part B 30 (1999) p.537–551
- 243. Altus E., *Three-dimensional singularities in double lap joint*, Engineering Fracture Mechanics Mechanics Vol. 21, No. 6, p.1097–1112, 1985
- 244. Chiew S.P., Yu Y., Lee C.K., Bond failure of steel beams strengthened with *FRP laminates–Part 1 Model development*, Composites: Part B 42 (2011) p.1114–1121
- 245. Yu Y., Chiew S.P., Lee C.K., Bond failure of steel beams strengthened with *FRP laminates–Part 2: Verification*, Composites: Part B 42 (2011) p.1122–1134

## Wykaz ilustracji

Rys. 3.1. Wymiary [mm] próbki z podwójną nakładką w pierwszym etapie	
[opracowanie własne]	32
Rys. 3.2. Schematy kształtów zakończenia spoiny w drugim etapie	
[opracowanie własne]	32
Rys. 3.3. Schematy kształtów zakończenia spoiny	
[opracowanie własne]	34
Rys. 3.4. Schemat tensometrów na taśmie kompozytowej i płaskowniku	
[opracowanie własne]	34
Rys. 3.5. Próbka w trzecim etapie badań	
[opracowanie własne]	35
Rys. 3.6. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbek 200.120.F.A oraz	
200.120.Z.A [opracowanie własne]	36
Rys. 3.7. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbki 200.80.F.A.1	
[opracowanie własne]	37
Rys. 3.8. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbki 200.80.F.A.2	
[opracowanie własne]	37
Rys. 3.9. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbek 200.100.F.A.1,	
200.100.F.B.1, 200.100.F.C.1	
[opracowanie własne]	37
Rys. 3.10. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbek 200.100.F.A.2,	
200.100.F.B.2, 200.100.F.C.2	
[opracowanie własne]	37

Rys. 3.11. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbki 165.120.F.A.1	
[opracowanie własne]	.38
Rys. 3.12. Schemat rozmieszczenia tensometrów próbki 165.120.F.A.2	
[opracowanie własne]	.38
Rys. 3.13. Schemat rozmieszczenia tensometrów na dolnej półce	
dwuteowników referencyjnych	
[opracowanie własne]	.38
Rys. 5.1. Analityczne przedstawienie aktualnych charakterystyk kleju	
[na podstawie 177]	.77
Rys. 5.2. Transformacja przekroju zespolonego	
[na podstawie 76]	.81
Rys. 5.3. Schemat wzmocnionej belki stalowej	
[opracowanie własne]	.85
Rys. 5.4. Schemat wycinka wzmocnionej belki stalowej	
[opracowanie własne]	.86
Rys. 5.5. Przypadki rozpatrywanego obciążenia wzmocnionej belki	
[opracowanie własne]	.97
Rys. 6.1. Model siatki, wycinek wzmocnienia w obszarze zakończenia belki	
z taśmą: a) z zakończeniem odwrotnie fazowanym i wypływem	
kleju, b) z zakończeniem zwykłym	
[opracowanie własne]1	125

## Wykaz wykresów

Wykr. 4.1. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń	
próbki 165.120.F.A.1 przy różnych poziomach obciążenia	
[opracowanie własne]	55
Wykr. 4.2. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń	
próbki 200.120.F.A.1 przy różnych poziomach obciążenia	
[opracowanie własne]	55
Wykr. 4.3. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń	
próbki 200.120.Z.A.2 przy różnych poziomach obciążenia	
[opracowanie własne]	56
Wykr. 4.4. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń	
próbki 200.120.Z.A.3 przy różnych poziomach obciażenia	
[opracowanie własne]	56
Wykr. 4.5. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń	
próbki 200.100.F.B.1 przy różnych poziomach obciażenia	
[opracowanie własne]	56
Wykr. 4.6. Pomierzony na powierzchni taśmy CFRP wykres odkształceń	
próbki 200.80.F.A.1 przy różnych poziomach obciażenia	
[opracowanie własne]	57

Wykr. 4.7. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie na długości	
taśmy CFRP próbki 165.120.F.A.1 przy różnych poziomach	
obciążenia [opracowanie własne]	57
Wykr. 4.8. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie na długości	
taśmy CFRP próbki 200.120.F.A.1 przy różnych poziomach	
obciążenia [opracowanie własne]	58
Wykr. 4.9. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie na długości	
taśmy CFRP próbki 200.100.F.A.1 przy różnych poziomach	
obciążenia [opracowanie własne]	58
Wykr. 4.10. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie na długości	
taśmy CFRP próbki 200.100.F.C.1 przy różnych poziomach	
obciążenia [opracowanie własne]	58
Wykr. 4.11. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie od	
przyłożonej siły na różnych jej odcinkach w próbce	
200.120.F.A.3 [opracowanie własne]	59
Wykr. 4.12. Wykresy średnich naprężeń ścinających w skleinie od	
Przyłożonej siły na różnych jej odcinkach w próbce	
200.120.Z.A.2 [opracowanie własne]	59
Wykr. 4.13. Krzywe obciążenie-przemieszczenie w środku rozpiętości	
próbek referencyjnych [opracowanie własne]	62
Wykr. 4.14. Krzywe obciążenie-przemieszczenie w środku rozpiętości	
próbek typu 200.120.F.A	
[opracowanie własne]	63
Wykr. 4.15. Krzywe obciążenie-przemieszczenie w środku rozpiętości	
próbek typu 165.120.F.A	
[opracowanie własne]	64
Wykr. 4.16. Krzywe obciążenie-przemieszczenie w środku rozpiętości	
próbek typu 200.100.F.A	
[opracowanie własne]	65
Wykr. 4.17. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.80.F.A	
[opracowanie własne]	65
Wykr. 4.18. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.A	
[opracowanie własne]	66
Wykr 4 19 Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200 100 F B	
i jui 117. Ty kies shu oukszuletine protek typu 200.1001.B	
[opracowanie własne]	66
[opracowanie własne] Wykr. 4.20. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.C	66
[opracowanie własne] Wykr. 4.20. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.C [opracowanie własne]	66 66
<ul> <li>[opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.20. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.C [opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.21. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 165.120.F.A</li> </ul>	66 66
<ul> <li>[opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.20. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.C [opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.21. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 165.120.F.A [opracowanie własne]</li> </ul>	66 66 67
<ul> <li>[opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.20. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.C</li> <li>[opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.21. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 165.120.F.A</li> <li>[opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.22. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.120.Z.A</li> </ul>	66 66 67
<ul> <li>[opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.20. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.C [opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.21. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 165.120.F.A [opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.22. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.120.Z.A [opracowanie własne]</li> </ul>	66 66 67 67
<ul> <li>Wykr. 4.20. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.100.F.C [opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.21. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 165.120.F.A [opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.22. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.120.Z.A [opracowanie własne]</li> <li>Wykr. 4.23. Wykres siła-odkształcenie próbek typu 200.120.F.A</li> </ul>	66 66 67 67

Wykr. 5.1. Wykresy naprężeń ścinających i odrywających w kleju
[opracowanie własne]
Wykr. 5.2. Wykresy naprężeń w skleinie przy sile 40kN, próbki 200.80.FA1
z rozwiązaniem zakończenia: a) zwykłym, b) odwrotnie
fazowanym z wypływem [oprac. własne]120
Wykr. 5.3. Wykresy naprężeń w skleinie przy sile 50kN, próbki
200.100.FA1z rozwiązaniem zakończenia: a) zwykłym,
b) odwrotnie fazowanym z wypływem [oprac. własne]120
Wykr. 5.4. Wykresy naprężeń w skleinie przy sile 45kN, próbki
200.100.FC1 z rozwiązaniem zakończenia: a) zwykłym,
b) odwrotnie fazowanym z wypływem [oprac. własne]
Wykr. 5.5. Wykresy naprężeń w skleinie przy sile 75kN, próbki
165.120.FA1 z rozwiazaniem zakończenia: a) zwykłym,
b) odwrotnie fazowanym z wypływem [oprac. własne]
Wykr. 5.6. Wykresy napreżeń w skleinie przy sile 50 kN, próbki
200.120.ZA1 [opracowanie własne]
Wykr 5.7 Wykresy napreżeń w sklejnie przy sile 80kN próbki
200 120 FA1 z rozwiazaniem zakończenia: a) zwykłym
b) odwrotnie fazowanym z wypływem [oprac. własne] 121
Wykr 61 Porównanie wykresów odkształceń na spodzie taśmy
kompozytowej uzyskanych w analizie MES oraz hadaniach
laboratoryinych w próbec 165 120 FA [opracowanie własne] 128
Wykr 6.2 Porównanie wykresów odkształceń na spodzie taśmy
kompozytowaj uzyskanych w analizio MES oraz hadaniach
kompozytowej uzyskanych w analizie MES oraz baualiach
Wyler 6.2. Derévypanie wylerecéw odkortokoń na opodzie tećmy.
wyki. 0.5. Polowinanie wykiesow ouksztateli na spouzie tasiny
kompozytowej uzyskanych w analizie MES oraz badamach
Mala (4) Walay and the first state of the first sta
wykr. 6.4. wykresy napręzen (a) scinających, (b) odrywających w skieline
belki wzmocnionej tasmą długosci 1200mm, o module 168GPa
oraz 210GPa, grubosci 1,4mm, zakonczonej odwrotnym
fazowaniem z wypływem kleju, ze skleiną grubości 0,6mm
[opracowanie własne]
Wykr. 6.5. Wykresy naprężeń (a) ścinających, (b) odrywających w skleinie
belki wzmocnionej taśmą długości 1200mm, o module 210GPa,
grubości 1,4mm, z zakończeniem zwykłym oraz odwrotnym
fazowaniem taśmy i wypływem kleju, ze skleiną grubości
0,6mm [opracowanie własne]130
Wykr. 6.6. Porównanie wartości i przebiegu naprężeń (a) ścinających,
(b) odrywających w skleinie wzmocnionej belki typu
165.120.FA [opracowanie własne]132

Wykr. 6.7. Porównanie wartości i przebiegu naprężeń (a) ścinających,	
(b) odrywających w skleinie wzmocnionej belki typu	
200.120.ZA [opracowanie własne]	132
Wykr. 6.8. Porównanie wartości i przebiegu naprężeń (a) ścinających,	
(b) odrywających w skleinie wzmocnionej belki typu	
200.120.FA [opracowanie własne]	132

## Wykaz fotografii

Fot. 4.1. Sposób zniszczenia próbki 200.80.F.A.1, opis w tekście	
[M. Kowal]	43
Fot. 4.2. Sposób zniszczenia próbki 200.100.F.A.2, opis w tekście	
[M. Kowal]	44
Fot. 4.3. Sposób zniszczenia próbki 200.100.F.B.1, opis w tekście	
[M. Kowal]	44
Fot. 4.4. Sposób zniszczenia próbki 200.120.F.A.2, opis w tekście	
[M. Kowal]	46

## Wykaz tabel

Tabela 1.1. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa kompozytów	
[na podstawie 16, 33]	18
Tabela 1.2. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa klejów	
[na podstawie 16, 33]	19
Tabela 1.3. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa SGN(ULS)	
[na podstawie 16, 33]	19
Tabela 1.4. Współczynnik redukcyjny $\eta_a$ z uwagi na środowisko	
[na podstawie 16, 33]	19
Tabela 1.5. Współczynnik redukcyjny $\eta_I$ z uwagi na efekt cyklicznych	
obciążeń [na podstawie 16, 33]	20
Tabela 3.1. Parametry próbek do badań w trzecim etapie	
[opracowanie własne]	36
Tabela 4.1. Zestawienie wyników miarodajnych (odniesienie do Fśr.m)	
[opracowanie własne]	39
Tabela 4.2. Zestawienie wyników sił niszczących średnich miarodajnych	
i średnich miarodajnych z prawdopodobieństwem wystąpienia	
95% [opracowanie własne]	41
Tabela 4.3. Zestawienie sił niszczących i sposobów zniszczenia	
[opracowanie własne]	47