



Krzysztof Śledziwski

Studium zachowania zespolonej belki ciągłej z uwzględnieniem zarysowania płyty

MONOGRAFIE

Studium zachowania zespolonej
belki ciągłej z uwzględnieniem
zarysowania płyty

Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska
Wydział Budownictwa i Architektury
ul. Nadbystrzycka 40
20-618 Lublin

Krzysztof Śledziwski

Studium zachowania zespolonej belki ciągłej z uwzględnieniem zarysowania płyty



Politechnika Lubelska
Lublin 2016

Recenzent:
prof. dr hab. inż. Wacław Szcześniak

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2016

ISBN: 978-83-7947-197-3

Wydawca: Politechnika Lubelska
ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin
Realizacja: Biblioteka Politechniki Lubelskiej
Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej
ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin
tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl
www.biblioteka.pollub.pl
Druk: TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak
www.agencjatorp.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl
Nakład: 100 egz. Ark. wyd. 6, 51

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń	9
Streszczenia	12
Wstęp.....	14
1. Przedmiot, cel i zakres pracy.....	15
2. Aktualny stan wiedzy w dziedzinie analizy belek zespolonych.....	17
2.1. Wprowadzenie	17
2.2. Wpływ zarysowania betonu na właściwości ciągłych belek zespolonych	17
2.2.1. Uwagi ogólne	17
2.2.2. Sztywność zginania przekroju zespolonego.....	18
2.2.3. Redystrybucja momentów zginających.....	23
2.2.4. Ugięcie belki.....	26
2.2. Praktyka projektowa i zalecenia normowe	28
2.3.1. Efekt zarysowania betonu w analizie ogólnej	29
2.3.2. Efekt sztywności w rozciąganej belce zespolonej.....	31
2.3.3. Rozkład sztywności przekroju.....	35
2.3.4. Sprawdzenie konstrukcji ze względu na stan graniczny zarysowania	37
2.4. Podsumowanie	44
3. Własne badania doświadczalne	46
3.1. Wprowadzenie	46
3.2. Program badań	46
3.3. Elementy badawcze.....	47
3.3.1. Podstawowe dane belek.....	47
3.3.2. Sposób wykonania belek	49
3.4. Przygotowanie i przebieg badań	51
3.4.1. Stanowisko badawcze.....	51
3.4.2. Realizacja obciążenia belek.....	52
3.4.3. Punkty pomiarowe i mierzone wielkości	54
4. Analiza wyników badań	57
4.1. Badania wstępne	57
4.1.1. Uwagi ogólne	57
4.1.2. Badania betonu	57
4.2. Badania zasadnicze	58
4.2.1. Uwagi ogólne	58
4.2.2. Wyniki propagacji rys w czasie.....	59
4.2.3. Wyniki pomiarów odkształceń (naprężeń).....	62

4.2.4. Wyniki pomiarów ugięć (przemieszczeń)	69
4.2.5. Wyniki pomiarów kąta obrotu przekroju belek	71
4.2.6. Wyniki pomiarów poślizgu pomiędzy płytą a dźwigarem	72
4.3. Wnioski z przeprowadzonych doświadczeń badawczych.....	72
5. Symulacja komputerowa mechanizmu tworzenia się rys w dźwigarze .	74
5.1. Wprowadzenie	74
5.2. Metoda elementów skończonych	74
5.3. Model betonu plastycznego ze zniszczeniem.....	77
5.3.1. Uwagi ogólne	77
5.3.2. Opis matematyczny	78
5.3.3. Powierzchnia obciążenia	80
5.3.4. Powierzchnia potencjału plastycznego.....	84
5.3.5. Hipoteza Druckera – Pragera.....	85
5.3.6. Identyfikacja parametrów betonu ściskanego	88
5.3.7. Identyfikacja parametrów betonu rozciąganego.....	91
5.3.8. Dodatkowe założenia w modelu materiału.....	93
5.4. Opis modelu obliczeniowego belki	93
5.4.1. Uwagi ogólne	93
5.4.2. Założenia do modelu belki	94
5.4.3. Dane materiałowe.....	94
5.4.4. Model obliczeniowy i jego kalibracja	98
5.5. Wyniki analiz numerycznych.....	100
5.5.1. Uwagi ogólne	100
5.5.2. Obraz uszkodzenia płyty rozciąganej.....	100
5.5.3. Analiza ugięć i wykresów naprężeń normalnych	101
5.6. Wnioski z przeprowadzonych symulacji	103
6. Podsumowanie	104
Literatura	106
Wykaz ilustracji.....	113
Wykaz wykresów	116
Wykaz fotografii	118
Wykaz tabel	119

Table of Contents

List of notations	9
Abstracts.....	12
Introduction.....	14
1. Subject, purpose and scope	15
2. Current state of the art in the analysis of composite beams	17
2.1. Introduction.....	17
2.2. Influence of cracking in concrete on the properties of continuous composite beams	17
2.2.1. General remarks	17
2.2.2. Bending stiffness of a composite cross-section.....	18
2.2.3. Redistribution of bending moments	23
2.2.4. The deflection of the beam.....	26
2.3. Design practice and standards recommendations.....	28
2.3.1. Effect of concrete cracking in a general analysis	29
2.3.2. Effect of tension stiffening in a composite beam	31
2.3.3. Distribution of cross-section stiffness	35
2.3.4. Construction check in respect of cracking limit states	37
2.4. Summary	44
3. Experimental tests.....	46
3.1. Introduction.....	46
3.2. Test plan.....	46
3.3. Tested elements.....	47
3.3.1. Basic beams data	47
3.3.2. Method of beams execution	49
3.4. Preparation and course of the tests.....	51
3.4.1. Test stand.....	51
3.4.2. Beam load.....	52
3.4.3. Measuring points and measured values	54
4. Analysis of test results	57
4.1. Preliminary tests.....	57
4.1.1. General remarks	57
4.1.2. Concrete tests	57
4.2. Proper tests.....	58
4.2.1. General remarks	58
4.2.2. Results of crack propagation over time	59
4.2.3. Results of strain measurement (stress)	62
4.2.4. Results of deflection measurement (displacement).....	69

4.2.5. Results of measuring the angle of rotation of the beams cross-section	71
4.2.6. Results of measuring the slip between the slab and the beam.....	72
4.3. Conclusions from experimental tests	72
5. Computer simulation of the mechanism of cracks formation in the beam	74
5.1. Introduction.....	74
5.2. Finite element method.....	74
5.3. Concrete damaged plasticity model	77
5.3.1. General remarks	77
5.3.2. Mathematical description	78
5.3.3. Load surface	80
5.3.4. The plastic potential surface.....	84
5.3.5. Drucker – Prager hypothesis	85
5.3.6. Identification of compressive concrete parameters	88
5.3.7. Identification of tension concrete parameters.....	91
5.3.8. Additional assumptions in a material model	93
5.4. Description of the computational beam model	93
5.4.1. General remarks	93
5.4.2. Assumptions for the beam model.....	94
5.4.3. Material data.....	94
5.4.4. Computational model and its calibration.....	98
5.5. Results of numerical analyses	100
5.5.1. General remarks	100
5.5.2. Image of a damaged tension slab.....	100
5.5.3. Analysis of deflections and graphs of normal stresses	101
5.6. Conclusions from computer simulations.....	103
6. Summary.....	104
References.....	106
List of figures	113
List of graphs	116
List of photographs	118
List of tables.....	119

Wykaz ważniejszych oznaczeń

Ze względu na różne znaczenie niektórych symboli oraz zachowanie oryginalnej postaci cytowanych wzorów, niektóre symbole i oznaczenia są objaśnione w tekście przy odpowiednich pozycjach.

Litery alfabetu łacińskiego

a	ramię wypadkowej naprężeń działających na przekrój poprzeczny
a_a	odległość osi obojętnej przekroju zespolonego od środka ciężkości przekroju stalowego
a_c	odległość osi obojętnej przekroju zespolonego od środka ciężkości przekroju betonowego
b	szerokość półki przekroju stalowego; szerokość płyty, połowa odległości między przyległymi środkami lub odległość między środkiem i wolną krawędzią półki
c	grubość otulenia zbrojenia podłużnego
d	wysokość użyteczna przekroju
d_c	odległość osi obojętnej przekroju zespolonego od górnej krawędzi przekroju zespolonego
f	ugięcie belki, płyty
f_{cm}	średnia wytrzymałość betonu na ściskanie
f_{ctk}	charakterystyczna wytrzymałość betonu na rozciąganie
f_{ctm}	średnia wytrzymałość betonu na rozciąganie
f_{yk}	charakterystyczna granica plastyczności stali
h_c	wysokość (grubość) płyty betonowej,
k	współczynnik uwzględniający efekt równomiernych samorównoważących się naprężeń
k_c	współczynnik uwzględniający charakter przebiegu naprężeń w przekroju w chwili bezpośrednio poprzedzającej zarysowanie
l	rozpiętość teoretyczna dźwigara
n	stosunek modułów sprężystości stali i betonu
u	przemieszczenie
s_{rm}	średni odstęp między rysami w betonie
w_k	szerokość rozwarcia rysy
x	wysokość strefy ściskanej
z_o	odległość pionowa
A	pole efektywnego poprzecznego przekroju zespolonego, wyznaczone bez uwzględnienia betonu w strefie rozciąganej
A_a	pole przekroju poprzecznego stali konstrukcyjnej

A_c	pole przekroju poprzecznego betonowego
A_{ct}	pole przekroju poprzecznego rozciąganej strefy betonu
A_p	pole przekroju stali sprężającej
A_s	pole przekroju poprzecznego zbrojenia podłużnego betonu
A_{st}	sprowadzone pole przekroju poprzecznego rozciąganego zbrojenia podłużnego betonu
B	szytywność giętna przekroju zespolonego; nośność przekroju betonowego
B_a	szytywność giętna części stalowej przekroju zespolonego
B_c	szytywność giętna części betonowej przekroju zespolonego
B_0	szytywność początkowa
B_1	szytywność giętna przekroju niezarysowanego
B_2	szytywność giętna przekroju zarysowanego
E_a	moduł sprężystości stali konstrukcyjnej
E_c	styczny moduł sprężystości betonu
$E_{c,eff}$	efektywny moduł sprężystości betonu
E_{cm}	sieczny moduł sprężystości betonu
E_s	moduł sprężystości stali zbrojeniowej
E_0	początkowy, styczny moduł sprężystości betonu
I	geometryczny moment bezwładności efektywnego przekroju zespolonego, wyznaczony bez uwzględnienia betonu w strefie rozciąganej
I_a	geometryczny moment bezwładności pola przekroju stali konstrukcyjnej
I_z	geometryczny moment bezwładności przekroju zespolonego
I_1	geometryczny moment bezwładności efektywnego, sprowadzonego do stali przekroju z uwzględnieniem betonu rozciąganego, jako niezarysowanego
I_2	geometryczny moment bezwładności efektywnego, sprowadzonego do stali przekroju z pominięciem betonu rozciąganego, lecz z uwzględnieniem zbrojenia w obszarze szerokości współpracującej
M	moment zginający działający na przekrój zespolony w przypadku odpowiedniej kombinacji obciążeń
M_a	moment zginający działający na przekrój stalowy
M_{cr}	moment zginający powodujący zarysowanie części betonowej
N	nośność graniczna przekroju zespolonego
N_a	siła normalna działająca na przekrój stalowy belki zespolonej
N_{cr}	siła krytyczna, rysująca płytę betonową belki zespolonej
N_s	siła rozciągająca w płycie, zależna od momentu M
S	nośność przekroju stalowego belki zespolonej
W_1	wskaźnik wytrzymałości przekroju zespolonego na zginanie
W_{zs}	wskaźnik wytrzymałości przekroju zastępczego w przypadku zbrojenia podłużnego betonu

Litery alfabetu greckiego

α, β, γ	współczynniki; parametry
α_{st}	iloraz
β_1	współczynnik zależny od przyczepności prętów zbrojeniowych
β_2	współczynnik zależny od czasu działania i powtarzalności obciążenia
ε	odkształcenie
ε_c	odkształcenie jednostkowe w betonie
ε_{c1}	odkształcenie betonu przy ściskaniu odpowiadające największemu naprężeniu
ε_{cu1}	odkształcenie graniczne betonu przy ściskaniu
ε_s	odkształcenie zbrojenia
ε_{sm}	średnie odkształcenie zbrojenia
ρ_s	parametr; stopień zbrojenia
σ	naprężenia
σ_c	naprężenia w betonie
σ_s	naprężenia w zbrojeniu
$\sigma_{s,o}$	naprężenia w zbrojeniu rozciągany z pominięciem wpływu betonu na odcinkach między rysami
ϕ	średnica (wymiar) pręta zbrojenia
$\Delta\sigma$	zakres naprężeń
$\Delta\sigma_s$	przyrost naprężeń w stali zbrojeniowej ma skutek wpływu betonu na odcinkach między rysami

Streszczenia

Studium zachowania zespolonej belki ciągłej z uwzględnieniem zarysowania płyty

W pracy przedstawiono wybrane zagadnienia związane z zachowaniem się belek zespolonych typu stal beton z uwzględnieniem zarysowania płyty. Analizie poddano belki dwuprzęsłowe, jako układy ciągłe, w których zespolenie między częścią stalową a betonową zapewniały łączniki sprężyste w postaci sworzni.

Podstawą do podjęcia takiej tematyki było traktowanie tego zagadnienia w dotychczasowych badaniach marginalnie i skupianie się głównie na określeniu nośności granicznej całego przekroju zespolonego, bądź też jego poszczególnych części składowych. Punktem wyjścia do osiągnięcia zasadniczego celu pracy jakim było rozpoznanie i sprecyzowanie naukowych podstaw uwzględnienia sztywności zarysowanego betonu w konstrukcji zespolonej stały się badania laboratoryjne zespolonych dźwigarów próbnym o zbliżonej skali do rzeczywistej, które zostały poprzedzone analizą stanu wiedzy w dziedzinie konstrukcji zespolonych, w szczególności konstrukcji statycznie niewyznaczalnych z betonem w strefach rozciąganych. Przedstawiono także podstawowe – ale związane z główną tematyką pracy – zagadnienia dotyczące sztywności belek zespolonych oraz dotychczasową praktykę projektową. Istotną częścią pracy jest również budowa modeli numerycznych (MES), które zostały wykorzystane do przeprowadzenia obliczeń konstrukcji poddanych badaniom laboratoryjnym. Przeprowadzono również analizę związku konstytutywnego betonu plastycznego ze zniszczeniem wraz z identyfikacją i interpretacją jego parametrów konstytutywnych. Omawiany model betonu został użyty i zweryfikowany przy opisie materiału w zginaniu (symetrycznym) belki zespolonej. Wyniki badań zawarto we wnioskach.

Study behavior of a continuous composite beam considering slab cracking

The paper discusses selected issues related to the behavior of steel-concrete composite beams, including the phenomenon of slab cracking. The analysis focused on double span beams as continuous systems, where the bond between steel and concrete was ensured by elastic joints in the form of pins.

The reason to address this matter is the fact the majority of studies so far have disregarded it, concentrating mainly on the issue of determination of the load bearing capacity of whole composite sections – or of particular components thereof. The point of departure for arriving at the essential objective of the paper, which involves identification and specification of the scientific basis of taking the issue of stiffness of cracked concrete in composite structures, were laboratory tests of composite trial girders of a near-real scale, preceded by an analysis of the state-of-the-art in the field of composite structures, especially with respect to statically indeterminate structures with concrete in zones under tension. The paper features also fundamental – but related to the main theme – issues concerning the stiffness of composite beams and the current design practice. A significant part of the paper has been also devoted to formation of numerical models (finite elements method) used to carry out calculations for structures subject to laboratory tests. An analysis of the constitutive relation between plastic concrete and destruction, including interpretation of its constitutive parameters has been also carried out. The discussed model of concrete has been used and verified in the description of material in (symmetric) bending of composite beams. The test results are included in the proposals.

Wstęp

Szybki rozwój infrastruktury w Polsce i na świecie w ostatnim czasie przyczynił się do budowy obiektów charakteryzujących się powtarzalnością zarówno przy projektowaniu, jak i w wykonawstwie [Rosignoli 1997; Radomski 2005].

Stawiane obecnie wymagania wobec wznoszonych konstrukcji obejmują, poza oczekiwaniami wysokiej trwałości oraz racjonalnie niskiej ceny, również warunek krótkiego czasu prowadzenia robót budowlano-montażowych [Śledziwski 2015]. Do najbardziej typowych rozwiązań, które przybierają nieustannie na znaczeniu należą konstrukcje zespolone [Siwowski i Sobala 1998; Nakamura 2000; Nakamura i in. 2002; Średniawa 2009; Śledziwski 2010].

Ich częste zastosowanie wynika z efektywnego wykorzystania własności różnych materiałów. Konstrukcja taka charakteryzuje się niewątpliwymi zaletami zarówno z wytrzymałościowego, jak i ekonomicznego punktu widzenia. Przekrój złożony z dwóch materiałów o znacznie różniących się cechach fizycznych, w sposób istotny komplikuje obliczanie nośności oraz sztywności. W przypadku ustrojów ciągłych dodatkowym czynnikiem wpływającym na nośność i trwałość konstrukcji jest zarysowanie płyty [Jarek 2008; Łagoda M. i Śledziwski 2011].

Przy określeniu sił w betonowych elementach rozciąganych, w stanie granicznej nośności, użyteczności i w celu sprawdzenia na zmęczenie, należy uwzględnić efekty zarysowania betonu i sztywności przy rozciąganiu betonu między rysami [Łagoda G. i in. 2010; Śledziwski 2012]. Zarysowanie betonu ma istotny wpływ na sztywność przekroju zespolonego, a tym samym na nośność takiego dźwigara. W wyniku powstałych rys w betonie dochodzi do przeciążenia przekroju stalowego momentem zginającym. Z kolei wzrost zginania powoduje przyrost siły normalnej w stali zbrojeniowej pasa betonowego. Zmiana sztywności ustroju nośnego wiąże się z redystrybucją momentów zginających na długości belki ciągłej. Problem zachowania się zespolonej konstrukcji z zarysowaną płytą betonową jest skomplikowany i przez to nie do końca rozpoznany. Z tego powodu nie jest uwzględniany w projektowaniu konstrukcji inżynierskich. Podejście takie może prowadzić do nieracjonalnej oceny nośności konstrukcji zespolonej oraz stanów granicznych użytkowania [Łagoda M. i Śledziwski 2014a].

Beton w podobszarach konstrukcji zespolonej może „pracować w złożonych stanach naprężenia” ze znacznym rozciąganiem (np. stan dwuosioowego ściskania z rozciąganiem, dwuosioowe rozciąganie ze ściskaniem). Uwzględnienie sztywności zarysowanego betonu w płycie belki zespolonej pozwoli na modelowanie konstrukcji bliższych rzeczywistości, co w znacznym stopniu usprawni proces projektowania.

1. Przedmiot, cel i zakres pracy

Przedmiotem pracy są belki zespolone typu stal-beton z łącznikami w postaci sworzni. W rozprawie analizuje się belki dwuprzęsłowe, jako układy ciągłe, w których występują strefy momentów ujemnych z rozciąganą płytą betonową.

Zasadniczym celem pracy jest rozpoznanie i sprecyzowanie naukowych podstaw uwzględnienia sztywności zarysowanego betonu w konstrukcji zespolonej typu stal-beton. Szczegółowo można wyróżnić następujące cele cząstkowe o charakterze zadań naukowych:

- określenie wpływu sztywności zarysowanego betonu w płycie dźwigara zespolonego na efektywność wykorzystania (nośność) przekroju konstrukcji,
- stworzenie adekwatnego modelu obliczeniowego konstrukcji zespolonych o schematach statycznych wywołujących ujemne momenty zginające.

Do realizacji założonych celów wykorzystano metody doświadczalne w postaci badań laboratoryjnych oraz numerycznych.

Powszechnie wiadomo, że stan zarysowania w konstrukcjach zespolonych jest zagadnieniem złożonym, do tego uzależnionym od wielu czynników, wśród których do najważniejszych należą charakterystyki geometryczne przekroju, schemat statyczny konstrukcji, charakter obciążenia (obciążenie stałe, zmienne, pochodzące od czynników technologicznych), poślizg między betonem i zbrojeniem, przyczepność płyty do dźwigara oraz cechy wytrzymałościowe i odkształcenia materiałów elementów składowych belki zespolonej, w tym, w szczególności betonu. W przypadku zadanego przekroju i schematu obciążeń belki zespolonej istotnym zagadnieniem przy jego analizie jest również wpływ czynników związanych z parametrem czasu.

Ze względu na możliwość występowania jednocześnie zbyt wielu czynników wpływających na zarysowanie płyty żelbetowej, zdecydowano się pominąć w pracy niektóre czynniki zależne od parametru czasu (skurcz i pęcznienie betonu), a skupić się jedynie na tych, których wpływ przy projektowaniu konkretnych obiektów można określić w sposób zdeterminowany.

Pominięcie parametru czasu eliminuje z analizy wpływ czynników reologicznych na stan odkształceń i naprężeń. Wpływu tego nie można pominąć, jeśli analizuje się rozkład naprężeń w konstrukcji poddanej długotrwałemu obciążeniu (także skurczem betonu) w czasie. Podobna sytuacja jest w przypadku odkształceń konstrukcji. Jest to istotny problem w całościowej analizie konstrukcji zespolonej, jednak z uwagi na to, że wychodzi on poza zakres rozprawy, w dalszej części nie będzie omawiany. Wpływ czynników reologicznych na starzenie się konstrukcji zespolonych (choć bez uwzględnienia sztywności betonu rozcią-

ganego) jest szczegółowo omówiony w literaturze przedmiotu [Furtak 1978, 1987 i 1999], bądź też w [Sattler 1959; Zamorski i Gremza 2006].

Niniejsza praca ma charakter pracy teoretyczno-doświadczalnej. Pierwszym jej etapem jest analiza stanu wiedzy w dziedzinie konstrukcji zespolonych, w szczególności konstrukcji statycznie niewyznaczalnych z betonem w strefach rozciąganych. Na tym etapie poddano ocenie dotychczasową praktykę projektową i zalecenia normowe oraz przedstawiono wpływ zarysowania betonu płyty na właściwości ciągłych belek zespolonych (rozdział 2).

Kolejny etap to badania laboratoryjne zespolonych dźwigarów próbnych o zbliżonej skali do rzeczywistej (rozdział 3), na podstawie, których zebrano dane do modelowania numerycznego zjawisk, zachodzących w rozciąganej płycie podczas zginania belki zespolonej. Rezultaty badań i ich analizę w kontekście znanych hipotez i przeprowadzonego przeglądu literatury przedstawiono w rozdziale 4.

Ostatnim etapem jest budowa modelu numerycznego. W rozdziale 5 przeprowadzono symulację komputerową mechanizmu tworzenia się rys w belkach poddanych badaniom laboratoryjnym. Na tym etapie została również przeprowadzona walidacja otrzymywanych wyników obliczeniowych z pomierzonymi oraz minimalizacja liczby elementów skończonych i komplikacji siatki elementów. Istotną częścią tego rozdziału jest również identyfikacja parametrów konstytutywnych na podstawie znanych wytrzymałości betonu, a także opis modelu betonu plastycznego ze zniszczeniem. Pracę podsumowano w rozdziale 6.

2. Aktualny stan wiedzy w dziedzinie analizy belek zespolonych

2.1. Wprowadzenie

W rozdziale tym przedstawiono podstawowe zagadnienia dotyczące wpływu zarysowania betonu na właściwości ciągłych belek zespolonych oraz analizy sztywności konstrukcji zespolonych statycznie niewyznaczalnych z betonem w strefach rozciąganych [Gómez Navarro 2000; Łagoda i Śledziewski 2011]. Opisano również dotychczasową praktykę projektową z tego zakresu a także ujęcie stanu zarysowania płyty pomostu według obowiązujących obecnie przepisów [Śledziewski 2014].

W tym miejscu należy podkreślić, iż dorobek naukowy dotyczący problematyki sztywności zarysowanego betonu w płycie dźwigara zespolonego nie jest zbyt znaczący. Wynika to przede wszystkim z dotychczasowego stosowania technologii pozwalającej przyjmować założenia o pomijaniu betonu rozciąganego w składzie przekroju. W miejscach zarysowania rzeczywiście następuje wyłączenie betonu z współpracy z dźwigarem stalowym. Natomiast na odcinkach między rysami zbrojenie podłużne oraz łączniki zapewniają przynajmniej częściową współpracę betonu z dźwigarem.

2.2. Wpływ zarysowania betonu na właściwości ciągłych belek zespolonych

2.2.1. Uwagi ogólne

Zasadniczy wpływ na proces tworzenia się rys w belkach zespolonych, wywierają odkształcenia wywołane przez obciążenia zewnętrzne. Istotny wpływ na obraz zarysowania płyty mogą mieć również odkształcenia wywołane przez skurcz betonu czy też zmiany termiczne [Kiernożycki 2003; Flaga 2004]. Aczkolwiek te ostatnie nie są przedmiotem niniejszej pracy i w związku z tym w dalszej części będą pomijane.

Rysy w betonowej części belki zespolonej mogą wystąpić, gdy [Furtak 1999; Madaj 2005]:

- płyta betonowa jest ściskana – w dolnej jej części, jeśli oś obojętna dźwigara zespolonego nie znajduje się w dźwigarze stalowym (rysy prostopadłe do osi belki),
- płyta betonowa jest rozciągana – dotyczy stref tzw. momentów ujemnych (rysy prostopadłe do osi belki).

Z rysami pierwszego rodzaju mamy do czynienia w krępych belkach zespolonych, które są charakterystyczne w budownictwie ogólnym. Mają one wpływ

na sztywność belki zespolonej, a ich charakter jest zbliżony do charakteru rys w zginanych elementach żelbetowych (ograniczony zasięg na wysokości przekroju, rozwartość zmniejszająca się w kierunku osi obojętnej).

Rysy drugiego rodzaju, typowe dla stref podporowych belek ciągłych i wspornikowych, są zbliżone do rys w rozciąganych prętach. Charakterystyczną ich cechą jest rozwój na całą wysokość przekroju, natychmiast gdy naprężenia na górnej krawędzi przekroczą wytrzymałość betonu na rozciąganie.

Z punktu widzenia analizy sztywności ciągłych konstrukcji zespolonych ważne są rysy drugiego rodzaju. Ich lokalizacja, rozstaw i rozwój wydają się kluczowe w obliczaniu ugięć oraz redystrybucji momentów zginających, zwłaszcza w zakresie sprężystym, w układach ciągłych. W tym kontekście istotne jest również zagadnienie współpracy betonu rozciąganego ze zbrojeniem w sąsiedztwie rysy.

2.2.2. Sztywność zginania przekroju zespolonego

Sztywnością giętą przekroju nazywamy opór, jaki przekrój stawia momentowi zginającemu. Znajomość sztywności, jako funkcji wyężenia jest konieczna do oszacowania ugięć konstrukcji, a także obliczenia rozkładu sił wewnętrznych w konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych i redystrybucji sił wewnętrznych będących skutkiem zmian sztywności przy zmieniającym się obciążeniu.

Na zmianę sztywności belki zespolonej największy wpływ mają przede wszystkim:

- 1) nieliniowy związek naprężenia – odkształcenia betonu,
- 2) podatność zespolenia,
- 3) zarysowanie obszarów betonu, który jest rozciągany.

Oblicza się ją jako iloczyn:

$$B = E \cdot I, \quad (2.1)$$

gdzie:

E – wielkość charakteryzująca opór w zależności od właściwości fizycznych materiału, z którego jest wykonany,

I – wielkość charakteryzująca opór w zależności od geometrii przekroju.

W przypadku gdy przekrój jest jednorodny, wykonany z materiału liniowo sprężystego, E jest modułem sprężystości materiału, a I momentem bezwładności.

W przekrojach złożonych o sztywności przekroju decyduje również podatność więzów (sztywność) łączących poszczególne elementy belki. W przypadku nieskończenie dużej sztywności więzów (więzy niepodatne) sztywność samego przekroju złożonego belki jest identyczna ze sztywnością przekroju jednorodnego. Z kolei w przypadku nieskończenie małej sztywności więzów, sztywność przekroju jest sumą sztywności elementów składowych belki. Chcąc opisać sztywność przekroju B , w którym poszczególne elementy wykonano z materiałów o różnych właściwościach fizycznych, należy zastosować dodatkowy para-

metr uwzględniający zróżnicowane właściwości fizyczne materiałów oraz podatność więzów:

$$B = f(E_i, I_i, \alpha, M), \quad (2.2)$$

gdzie:

E_i – wielkość opisująca właściwości fizyczne i-tego materiału,

I_i – wielkość opisująca geometrię i-tej części pola przekroju,

α – parametr uwzględniający podatność więzów pomiędzy poszczególnymi elementami składowymi przekroju (podatność zespolenia).

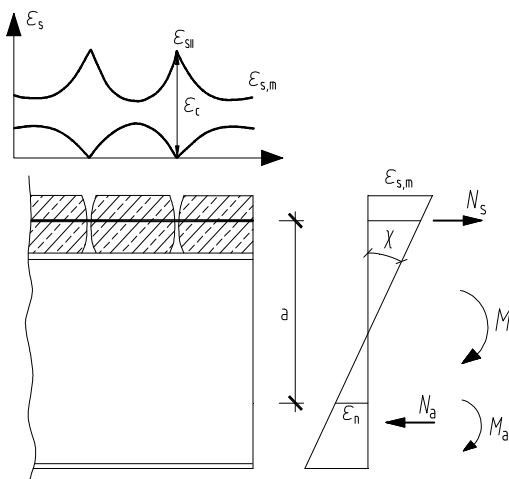
Stałość wszystkich argumentów funkcji (2.2) w czasie i przy każdym poziomie wyężenia jest warunkiem niezmienności tak opisanej sztywności. W przypadku ustalonej geometrii przekroju, sztywność chwilowa jest tylko funkcją wyężenia przekroju:

$$B = f(M), \quad (2.3)$$

gdzie:

M – uogólnione obciążenie działające w przekroju.

Na skutek wzrostu wyężenia następuje zmniejszenie sztywności, nawet w zakresie odkształceń sprężystych, a także niepodatności zespolenia. Jest to konsekwencją nieliniowości związku naprężenie-odkształcenie betonu. Szczególny charakter mają zmiany sztywności w przekroju zespolonym w którym część betonowa jest rozciągana.

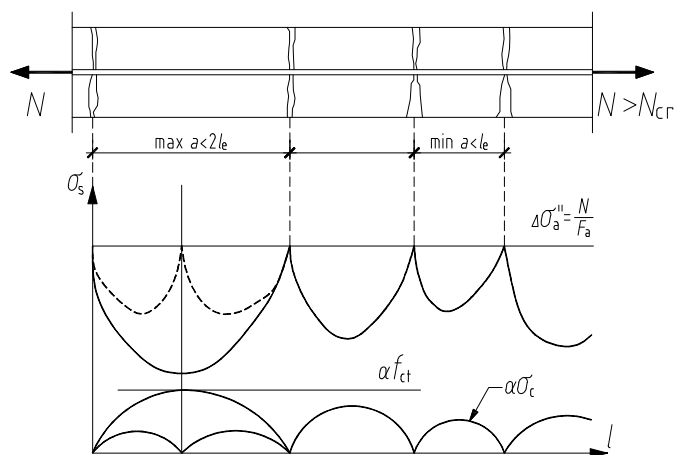


Rys. 1. Rozkład odkształceń w rozciągającym przekroju zespolonym [opracowanie na podstawie Madaj 2005]

Ma to bezpośredni związek z powstaniem rys w rozciągającym betonie po przekroczeniu granicznej odkształcalności przy rozciąganiu. Ze względu na małą

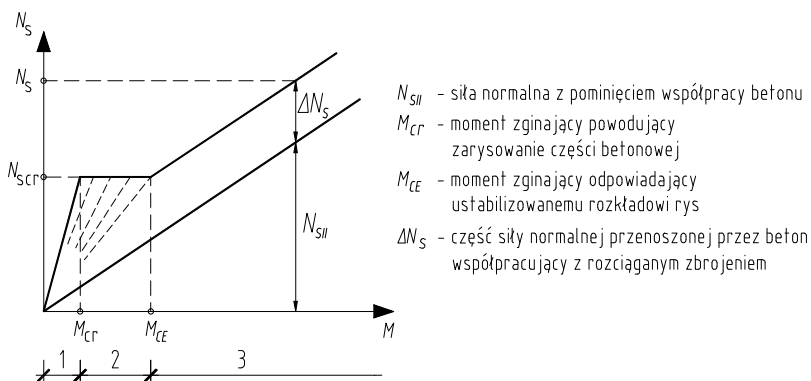
odkształcalność betonu rozciąganego następuje to już przy relatywnie małym obciążeniu przekroju momentem zginającym – nie przekraczającym z reguły 10-20 % nośności granicznej. Zarysowanie betonu powoduje skokową zmianę sztywności w przekroju z rysą. Sztywność takiego przekroju jest równa sztywności przekroju stalowego, tj. kształtownika i zbrojenia płyty. Poza przekrojami z rysą w belce występują także przekroje niezarysowane, a zmiana sztywności z uwagi na stopniowe odprężenie betonu wokół rysy nie zmienia się na długości belki skokowo (rys. 1). Stąd też w analizach przyjmuje się z reguły sztywność uśrednioną na odcinkach zarysowanych i niezarysowanych – analogicznie jak w analizach elementów żelbetowych.

Na odcinku belki, na którym płyta jest rozciągana, uśredniona sztywność nie jest wartością stałą ale zależy od wartości obciążenia zewnętrznego. Po powstaniu pierwszej rysy rozpoczyna się niestabilna faza pracy belki. Na skutek wzrostu obciążenia powstają kolejne rysy i zmniejsza się średnia sztywność zarysowanego odcinka. Faza ta kończy się wraz z ustabilizowaniem się obrazu zarysowania, gdy rozstaw rys jest równy granicznej wartości (rys. 2).



Rys. 2. Zasada formowania się rys w zbrojonym przecie rozciąganych (rozkład naprężeń normalnych) [opracowanie na podstawie Fantilli i in. 2007]

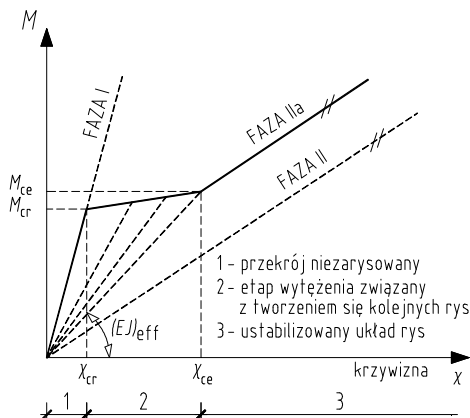
Na skutek współpracy stali zbrojeniowej z betonem, siła normalna przenoszona przez rozciąganą płytę betonową jest większa niż siła przenoszona przez samo zbrojenie. Wartość siły przenoszonej przez beton w fazie przed zarysowaniem rośnie proporcjonalnie do wartości obciążenia przejmowanego przez zbrojenie płyty. Po zarysowaniu stopniowo zmniejsza się udział betonu w przeniesieniu siły normalnej obciążającej płytę, a po ustabilizowaniu obrazu zarysowania udział ten ustala się na prawie niezmiennym poziomie (rys. 3).



Rys. 3. Zależność między momentem zginającym obciążającym przekrój zespolony a siłą normalną działającą na przekrój (oznaczenia zgodnie z rys. 4) [opracowanie na podstawie Madaj 2005]

Jest to wynikiem zmiennego przyrostu krzywizny belki na odcinku z rozciąganą płytą. Zakładając, że moduł sprężystości betonu ma stałą wartość, a zespolenie jest niepodatne, to w zakresie pracy sprężystej wyróżnia się trzy przedziały zmian krzywizny (rys. 4):

- 1 – moment zginający mniejszy od momentu rysującego (M_{cr}),
- 2 – moment zginający większy od momentu (M_{cr}), a mniejszy od momentu wywołującego ustabilizowany układ rys (M_{ce}),
- 3 – moment zginający większy od momentu wywołującego ustabilizowany układ rys (M_{ce}).



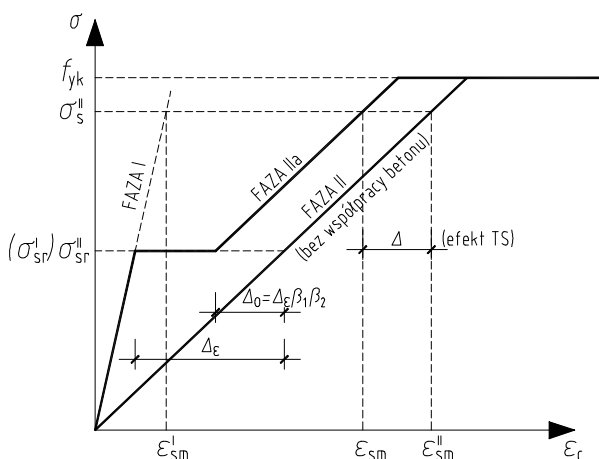
Rys. 4. Zależność między krzywizną a momentem zginającym w belce zespolonej spowodowana zmianami sztywności [opracowanie na podstawie Madaj 2005]

Jeśli w przedziałach 1 i 3 przyrost krzywizny jest w przybliżeniu wprost proporcjonalny liniowo do przyrostu momentu zginającego, to w przedziale 2 następuje niestabilny przyrost krzywizny o obwiedni odpowiadającej średniej

zmianie krzywizny – która jest funkcją liniową. Niestabilny przyrost krzywizny ma bezpośredni związek z powstaniem kolejnych rys, które powodują skokowy przyrost krzywizny (skokowe zmniejszenie sztywności). Po wzroście obciążenia następuje etap stabilizacji aż do obciążenia wywołującego powstanie kolejnej rysy. Faza ta kończy się, gdy rozstaw rys odpowiada wartości minimalnej w danego typu rozciągany pręcie (rys. 2).

Dalsze zwiększanie obciążenia powoduje jedynie wzrost rozwartości rys, a średnia sztywność zarysowanego odcinka ulega niewielkim zmianom. Tak zdefiniowana sztywność zawiera się pomiędzy sztywnością przekroju niezarysowanego (przekroju zespolonego obliczonego z uwzględnieniem betonu i stali – faza I) a sztywnością przekroju obliczonego z całkowitym pominięciem współpracy betonu (faza II).

W rzeczywistości na skutek współdziałania betonu rozciąganego ze zbrojeniem na odcinkach między rysami, średnia sztywność na odcinku zarysowanym przyjmuje wartość pośrednią między sztywnością obliczoną dla fazy I i II, oznaczoną jako faza IIa. Zjawisko to nosi nazwę usztywnienia przy rozciąganiu (ang. tension stiffening) oznaczonym jako efekt TS na rys. 5 [He i in. 2010].



Rys. 5. Zależności σ – ϵ w zbrojeniu rozciągany elementów żelbetowych [opracowanie na podstawie Bulicek i Roos 1992]

Takie podejście do obliczania sztywności przekroju zespolonego określane jest mianem podejścia deterministycznego. Zakłada się, że zarówno geometria przekroju, jak i cechy fizyczne betonu i stali są zdeterminowane. Przy czym cechy fizyczne betonu charakteryzują się losową zmiennością. Przeprowadzone analizy przez [Madaj i Ratajczak 1993] wykazują, że przyjęcie przeciętnych parametrów zmienności cech stali i betonu daje przedział ufności (w jakim mogło się zmieniać obciążenie wywołujące tę samą deformację) wynoszący nawet 25% wartości średniej. Analizy te wyraźnie wskazują również na wpływ kształtu przekroju stalowego na losowe procesy zmian cech przekroju. Dotyczy to

w szczególności przekrojów z relatywnie małym ściskany pasem stalowym, zespolonym z elementem betonowym – wpływ większych zmian losowych właściwości betonu w porównaniu ze stalą. Istotny wpływ na proces losowy ma także podatność zespolenia, która wpływa nie tylko na przebieg opisanego procesu, ale również na zakres zmian.

Należy również zwrócić uwagę na to, że badania modelowe i teoretyczne koncentrują się głównie na określeniu nośności granicznej przekroju. Jednakże w mostach obciążenie zmienia się między maksymalną jego wartością, jaką przewiduje się obciążyć obiekt (np. w czasie próbnego obciążenia lub przejazdu pojazdów ponadnormatywnych), a obciążeniem ciężarem własnym konstrukcji [Gómez Navarro i Lebet 2001].

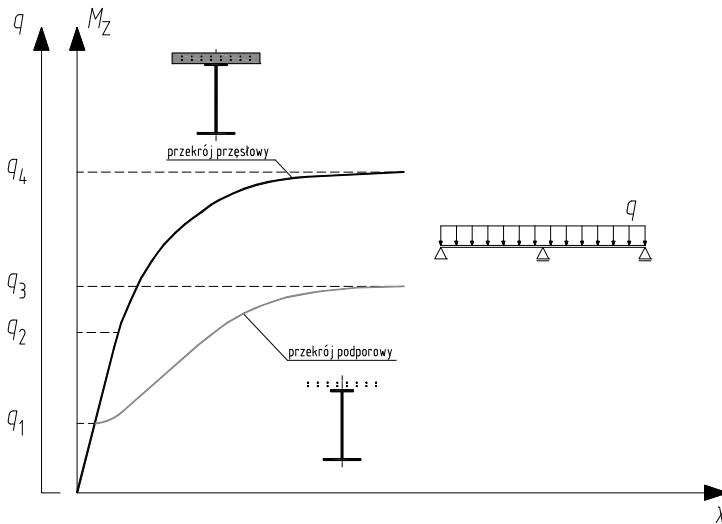
Obwiednia momentów zginających w belce ciągłej określa obszary, na których występują tylko momenty dodatnie, tylko momenty ujemne oraz momenty o zmiennych znakach. Może się więc zdarzyć, że zarysowana wcześniej płyta jest następnie poddana naprężeniom ściskającym. Według przeprowadzonych badań [Karlikowski i in. 2002] zarysowana płyta betonowa nie powoduje zmniejszenia nośności przekroju zespolonego po zmianie znaku momentu zginającego. Można się natomiast liczyć ze zmniejszeniem sztywności belki (zwiększeniem ugięcia).

2.2.3. Redystrybucja momentów zginających

Bardzo istotnym czynnikiem, mającym wpływ na sztywność giętną belki zespolonej, jest zarysowanie płyty oraz podatność zespolenia. Sztywność belki na długości jest uzależniona od stanu zarysowania płyty, a więc jest również zależna od rozkładu sił wewnętrznych (momentów zginających). W przypadku niepodatnego zespolenia największy wpływ na zmianę sztywność belki będzie miało zarysowanie płyty betonowej w strefie momentów ujemnych.

Przy zwiększającym się obciążeniu ($q_1 \rightarrow q_2$), działającym na belkę zespoloną, uwidaczniają się związki między obciążeniem a krzywizną (rys. 6).

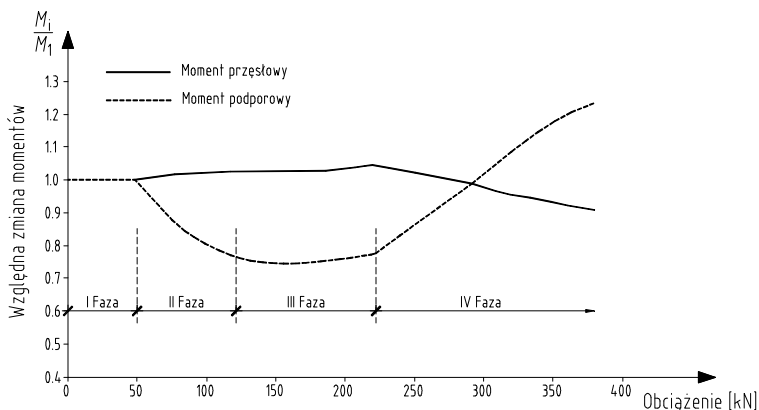
Wartość obciążenia q_1 jest równoznaczna z pojawieniem się naprężeń równych wytrzymałości betonu na rozciąganie. W wyniku zarysowania tego przekroju zwiększa się moment przęsłowy, kosztem momentu podporowego. Jednocześnie przekrój osiąga tzw. sztywność giętną efektywną, która jest zależna od wytrzymałości betonu na rozciąganie a także od stopnia jego zbrojenia. Pojawienie się w stali konstrukcyjnej (pas dolny nad podporą pośrednią) naprężeń równych granicy proporcjonalności (poziom q_2) powoduje zmniejszenie sztywności giętej a tym samym wzrost ugięć belki. Zauważalne jest dalszy wzrost momentu przęsłowego.



Rys. 6. Zależność między obciążeniem a krzywizną przekroju zespolonego [opracowanie na podstawie Czudek 1999]

Na poziomie q_3 następuje pełne uplastycznienie przekroju podporowego. Przy obciążeniu $\Delta q = q_4 - q_3$ belka ciąga staje się systemem dwóch belek swobodnie podpartych (przegub plastyczny nad podporą pośrednią). W dźwigarze stalowym narastają pola odkształceń plastycznych a także rosną ugięcia i obroty nad podporą.

Przy obciążeniu q_4 uplastyczniają się przekroje w przęśle – powstają dwa przeguby plastyczne.



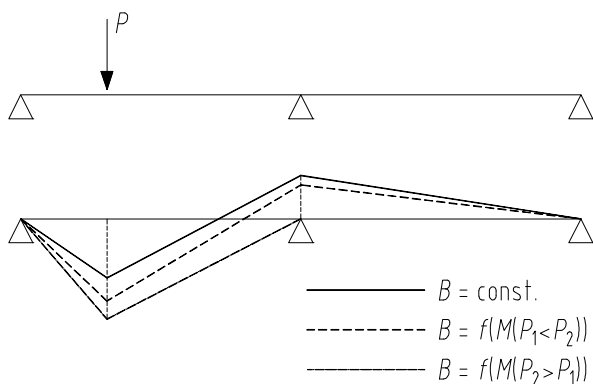
Rys. 7. Względne zmiany momentów przęsłowych i podporowych belki ciągłej przy zwiększającym się obciążeniu [opracowanie na podstawie Karlikowski i in. 2002]

Na podstawie przeprowadzonych badań eksperymentalnych [Karlikowski i in. 2002] mających na celu ocenę skutków zmian sztywności belki zespolonej

na redystrybucję sił wewnętrznych, wyróżniono cztery fazy pracy belek zespolonych (rys. 7):

- I faza – zakres w pełni sprężysty, przed zarysowaniem płyty;
- II faza – zakres obciążenia generującego powstawanie rys w strefie rozciąganej płyty, redystrybucja momentów zginających w kierunku przęsła;
- III faza – zakres obciążenia po ustabilizowaniu się obrazu zarysowania płyty betonowej do obciążenia powodującego powstanie pierwszego przegubu plastycznego, brak redystrybucji momentów pomiędzy podporą i przęsłem;
- IV faza – zakres obciążenia powodującego redystrybucję momentów zginających pomiędzy przęsłem i podporą w wyniku zmiany sztywności.

Redystrybucja momentów zginających ma ścisły związek ze stopniem wyężenia (wzrostem obciążenia). Przy niewielkim wyężeniu belki redystrybucja jest stosunkowo niewielka i rozkład momentów zginających odpowiada w przybliżeniu rozkładowi momentów w belce o stałej sztywności. Wyrażne zmiany w rozkładzie momentów zginających rozpoczynają się, gdy nastąpi zarysowanie płyty betonowej.



Rys. 8. Redystrybucja momentów zginających w belce zespolonej wywołana zmianą sztywności spowodowanej wzrostem wyężenia przekroju [opracowanie własne]

Następuje relatywnie większy przyrost momentów przęsłowych w porównaniu z momentami podporowymi. Proporcje te zmieniają się na niekorzyść momentu przęsłowego aż do wartości obciążenia, przy którym stabilizuje się obraz zarysowanej płyty. Od tej wartości obciążenia obserwowany jest względnie stały rozdział momentów zginających pomiędzy przęsłem i podporą. Dalszemu wzrostowi obciążenia (od chwili, kiedy uplastycznieniu ulega przekrój przęsłowy) towarzyszy proces odwrotny, tj. następuje względnie większy przyrost momentu podporowego w porównaniu z momentem przęsłowym.

Reasumując sposób redystrybucji może ulegać zmianie w zależności od kształtu przekroju poprzecznego, sposobu obciążenia belki i stopnia wyjątkowości jej przekrojów – co pokazano na rys. 8.

2.2.4. Ugięcie belki

Obliczenie ugięć dźwigarów zespolonych jednoprzęsłowych od obciążeń krótkotrwałych nie nastęrcza żadnych trudności. Zadanie to komplikuje się w przypadku dźwigarów ciągłych z płytą żelbetową (bez sprzężenia podłużnego), ze względu na trudny do jednoznacznego określenia wpływ zarysowania płyty na sztywność dźwigara w strefie momentów ujemnych. Ze względu na wieloparametrowość zagadnienia (zarysowanie płyty pomostu, podatność zespolenia, poślizg w płaszczyźnie zespolenia, skurcz i pęcznienie betonu, wpływy termiczne) dokładne określenie ugięć długotrwałych jest niemożliwe. W przypadku belek ciągłych konieczne jest uwzględnienie ewentualnego zarysowania płyty pomostu w strefach momentów ujemnych. Jeżeli chcemy oszacować od góry wartość ugięć, to można na długości ujemnych momentów zginających pominąć przekrój betonu. Można oszacować również wartość ugięć od dołu, przyjmując do obliczeń cały przekrój betonowy z pominięciem zbrojenia. W obliczeniach dokładnych należy jednak zastosować zmienne wartości sztywności.

Konieczne jest wyznaczenie chwilowej sztywności, co możliwe jest po dokonaniu analizy między krzywizną (χ) a momentem zginającym (M). Sztywność chwilowa przekroju B opisywana jest zależnością:

$$B = m \cdot B_0, \quad (2.4)$$

gdzie:

m – współczynnik będący miarą zmiany sztywności,

B_0 – sztywność początkowa, przy momencie zginającym $M=0$.

Przyjmując zależność między krzywizną a momentem zginającym:

$$\chi = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{B}, \quad (2.5)$$

gdzie:

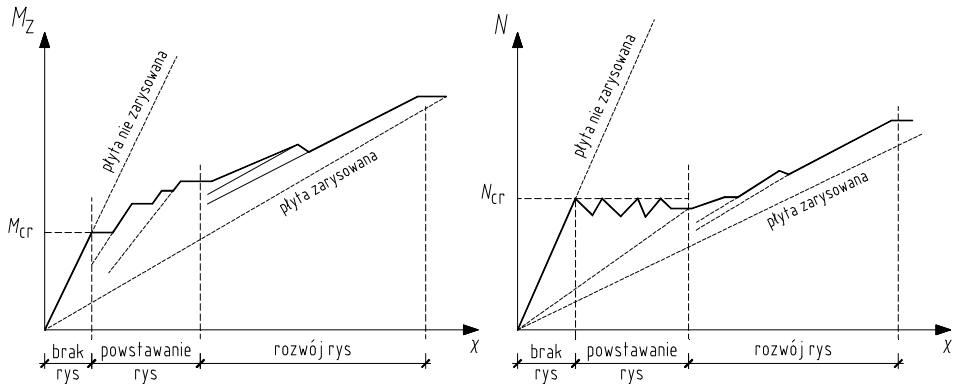
ρ – promień krzywizny,

oraz zakładając, że krzywiznę belki o sztywności B_0 wywołuje moment zginający M_{spr} , a o sztywności chwilowej B moment zginający M , otrzymujemy po przekształceniach:

$$m = \frac{B}{B_0} = \frac{M}{M_{spr}}. \quad (2.6)$$

W przekroju zespolonym ze zbrojoną płytą rozciągana relacja, jaka zachodzi pomiędzy krzywizną a momentem zginającym ma ścisły związek z zarysowa-

niem płyty. Podobna relacja zachodzi pomiędzy krzywizną a siłą normalną obciążającą płytę betonową (rys. 9).



Rys. 9. Związek między momentem zginającym i siłą normalną w płycie betonowej a krzywizną [opracowanie na podstawie Furtak 1999]

Nieciągłości związane są z zarysowaniem przekroju i zmniejszeniem się współpracy betonu ze stalą zbrojeniową, czego efektem są lokalne, skokowe spadki sztywności. Nie powodują one jednak skokowych zmian krzywizny belki, co wynika ze współdziałania betonu rozciąganego ze stalą zbrojeniową na odcinkach bezpośrednio przylegających do rysy. Sztywność belki zespolonej w strefie momentów zginających rozciągających płytę jest więc zmienna na odcinku pomiędzy rysami. Średnią sztywność przekroju w strefie rozciąganej opisuje wzór [Madaj 1998]:

$$B_{sr} = \psi \cdot B, \quad (2.7)$$

gdzie:

B – sztywność chwilowa przekroju z rysą,

ψ – współczynnik wyrażający wzrost sztywności na odcinkach między rysami ($\psi > 1$).

Współczynnik ψ jest funkcją wytrzymałości betonu na rozciąganie, stopnia zbrojenia płyty betonowej, a także modułu sprężystości stali zbrojeniowej:

$$\psi = f(f_{ctm}, \rho, E_s). \quad (2.8)$$

O charakterze zmian krzywizny decyduje również to, że wydłużalność betonu zbrojonego jest wyraźnie wyższa niż betonu nie zbrojonego. W efekcie tego przejście pomiędzy fazami pracy przekroju nie zarysowanego jest łagodniejsze niż wynikałoby to z relacji sztywności teoretycznych.

2.3. Praktyka projektowa i zalecenia normowe

Pomimo tego, że od kilkudziesięciu już lat w Polsce są budowane obiekty mostowe o konstrukcji zespolonej to dotychczas nie było krajowej normy regulującej procedurę ich projektowania. Stąd też części betonowe (żelbetowe lub sprężone) projektowano według normy do projektowania mostów betonowych [PN-91/S-10042], natomiast części stalowe według normy do projektowania mostów stalowych [PN-82/S-10052].

Sytuacja ta uległa zmianie dosyć niedawno, kiedy to wszystkie normy europejskie (EN), opracowane przez CEN (Europejski Komitet Normalizacyjny) uzyskały, bez wprowadzania jakichkolwiek zmian, status norm krajowych (PN-EN). W związku z tym członkowie CEN, a wśród nich Polski Komitet Normalizacyjny, zostali zobowiązani do wycofania norm krajowych, sprzecznych z normami EN do końca marca 2010 r.

Oznacza to, że mosty zespolone typu stal-beton należy obecnie projektować zgodnie z PN-EN 1994-2 Eurokod 4: Projektowanie konstrukcji zespolonych stalowo-betonowych, Część 2: Reguły ogólne i reguły dla mostów. Jest to pierwsza, polska norma do projektowania mostów zespolonych. Z tego powodu można stwierdzić, że w całości jest ona nowością zarówno w procesie projektowania, jak i budowy mostów zespolonych [Śledziewski 2014].

Nowe, europejskie normy projektowania mostów zespolonych bardzo istotnie różnią się od dotychczas obowiązującej w Polsce praktyki projektowania. W tej chwili jedna z nowych, podstawowych zasad zakłada, że przewidywany czas eksploatacji mostu stałego wynosi 100 lat, ale z uwzględnieniem obowiązku odpowiedniego utrzymywania i konserwacji obiektu. Oczywiście nie dla wszystkich elementów konstrukcji mostu, nie mówiąc już o elementach wyposażenia, możliwe jest zapewnienie stuletniej żywotności. W takim przypadku projekt powinien przewidzieć ich wymianę bez większych zakłóceń w normalnym użytkowaniu obiektu. Ponadto elementy konstrukcyjne, do których mocowane jest wyposażenie, muszą być tak projektowane, aby uszkodzenie wyposażenia nie powodowało zniszczenia nośnej konstrukcji mostu, do której jest ono przy-mocowane.

W trakcie projektowania obiektów należy sprawdzać sytuacje obliczeniowe w kolejności ich występowania, od momentu rozpoczęcia montażu. Efekty oddziaływań (siły wewnętrzne, naprężenia, odkształcenia itp.) określa się przy stosowaniu ogólnej analizy sprężystej lub analizy nieliniowej z uwzględnieniem wpływu deformacji, gdy ich efekty są znaczące (powyżej 10% wartości). Założono tu, że efekty oddziaływań można obliczać na podstawie globalnej analizy sprężystej, nawet wtedy, gdy nośność przekroju obliczana jest przy założeniu nieliniowości fizycznych materiałów lub kiedy projektant dopuszcza uplastycznienie przekroju. Przy projektowaniu mostów zespolonych najczęściej uzyskiwane były przekroje klasy czwartej. W świetle eurokodów możemy projektować przekroje wyższych klas. Nawet klasy pierwszej, co pozwoli nam w konsekwen-

cji stosować analizę lokalną sprężysto-plastyczną, a nawet lokalną analizę plastyczną. Globalną analizę plastyczną można stosować, jeśli elementy wykazują wystarczającą zdolność obrotową, wymaganą ze względu na redystrybucję momentów zginających oraz pod warunkiem, że można zapewnić stabilność elementów w miejscach przegubów plastycznych. Analizę sztywno-plastyczną można stosować, jeśli efekty towarzyszące deformacjom (np. efekty drugiego rzędu) są pomijalnie małe.

Jak już wspomniano wcześniej projektanci mostowi przy obliczaniu mostów zespolonych typu stal-beton rzadko uwzględniali sztywność zarysowanej płyty pomostu pod wpływem naprężeń rozciągających. W ten sposób znacznie zwiększona była teoretyczna trwałość i obliczeniowa sztywność konstrukcji mostu. Takie podejście, podyktowane było w dużej mierze brakiem normy krajowej. To, co wynikało z tradycji i przenoszenia zasad z norm stalowej i betonowej zostało obecnie zastąpione przez przepisy techniczne zawarte w Eurokodzie 4.

Wprowadzenie normy PN-EN 1994-2 do praktyki inżynierskiej pozwoliło na ujednoczenie procesu projektowania. W krajowej literaturze są już dostępne pozycje, które w ogólny sposób przybliżają projektowanie mostów zespolonych w świetle obowiązujących przepisów [Łagoda M. 1998; Łagoda G. i Łagoda M. 2005, 2010] a także szczegółowo opisują wybrane zasady i reguły dotyczące projektowania mostów zespolonych z rozciąganymi płytami betonowymi pomostu [Łagoda G. i Łagoda M. 2004; Łagoda G. i in. 2010; Łagoda M. i Fordoński 2006; Śledziwski 2012].

Proces projektowania oparty jest na stosowanej dotychczas metodzie stanów granicznych, z zastosowaniem częściowych współczynników bezpieczeństwa. Podczas obliczeń bierze się pod uwagę fazy montażowe oraz eksploatacyjne z jednoczesnym uwzględnieniem oceny zmęczenia. Na podstawie ogólnej analizy sprężystej lub analizy nieliniowej określa się siły wewnętrzne. Natomiast wpływ deformacji jest brany pod uwagę w przypadku znacznych efektów (powyżej 5%).

Gdy efektywne części zespolone mają klasę 1 lub 2 nośność elementów zginanych może być dopiero określana przy użyciu teorii plastyczności. Ograniczeń takich nie ma w odniesieniu do analizy sprężystej oraz nieliniowej, które mogą być stosowane dla przekroju poprzecznego dowolnej klasy.

2.3.1. Efekt zarysowania betonu w analizie ogólnej

Z reguły sprężyste parametry przekroju stalowego, zespolonego z betonem ścisłanym wyrażane są jako równoważny – w odniesieniu do modułów sprężystości – sprowadzony stalowy przekrój poprzeczny. Przy określeniu parametrów przekroju poprzecznego zespolonego z betonem rozciągającym, beton bywa pominięty. Wyjątek stanowi sytuacja, gdy rozważana jest sztywność betonu przy rozciąganiu. Momenty nad podporami w ciągłych układach zespolonych (przy założeniu braku zarysowań), mogą być zredukowane nawet o wartość nie prze-

kraczącą 10%. Siły wewnętrzne po redystrybucji powinny być w równowadze z obciążeniem – dla każdego przypadku.

Stosując w analizie metodę uwzględniającą wpływ zarysowania, należy ją odnieść nie tylko dla elementu rozciąganego, ale również i dla całej konstrukcji. Sztywność giętna zespolonego przekroju poprzecznego, jest wówczas wyrażana jako:

$$E_a \cdot I_{2,ts}. \quad (2.9)$$

Jeżeli mostu nie sprężono cięgłami i stosunek długości sąsiednich przęseł ciągłych (krótsze/dłuższe) wynosi co najmniej 0,6, to wówczas efekt zarysowania betonu może być uwzględniony poprzez określenie sztywności na zginanie:

$$E_a \cdot I_2, \quad (2.10)$$

na długości ponad 15% rozpiętości z każdej strony podpory wewnętrznej. Sztywność na zginanie na pozostałej długości przyjmuje się jak dla betonu niezarysowanego:

$$E_a \cdot I_1. \quad (2.11)$$

Sztywność giętna przekroju nie zarysowanego jest również stosowana do określenia wartości sił wewnętrznych. Tworzona obwiednia momentu zginającego dla konstrukcji z płytą betonową nad belką stalową powinna obejmować rzadkie kombinacje oddziaływań. Dodatkowo należy uwzględnić wpływy długotrwałe a także zmienne obciążenia ruchome, przy założeniu oddziaływania tylko na dwa przęsła sąsiadujące z wewnętrzną podporą. Określając obwiednię momentów zginających, obciążenie ruchome powinno być równomiernie rozłożone i umieszczone jednocześnie na sąsiadujących ze sobą przęsłach (przyległych do rozpatrywanej podpory).

Chcąc wyznaczyć obszary zarysowane i ich sztywności giętne (rys. 10) można posłużyć się jedną z poniższych metod:

- a) zredukować sztywność do $E_a \cdot I_2$ w przypadku obszarów, gdzie naprężenia rozciągające (wywołane efektami ogólnymi) w skrajnych włóknach płyty betonowej przekraczają wartość $1,3 \cdot f_{ctk}$,
- b) zredukować sztywność do $E_a \cdot I_{2,ts}$ w przypadku obszarów, gdzie naprężenia rozciągające (wywołane efektami ogólnymi) w skrajnych włóknach płyty betonowej przekraczają wartość $f_{ctk,0,95}$ ($1,3 \cdot f_{ctm}$).

Sztywność $E_a \cdot I_{2,ts}$ zależy od momentu zginającego M , działającego na przekrój belki zespolonej:

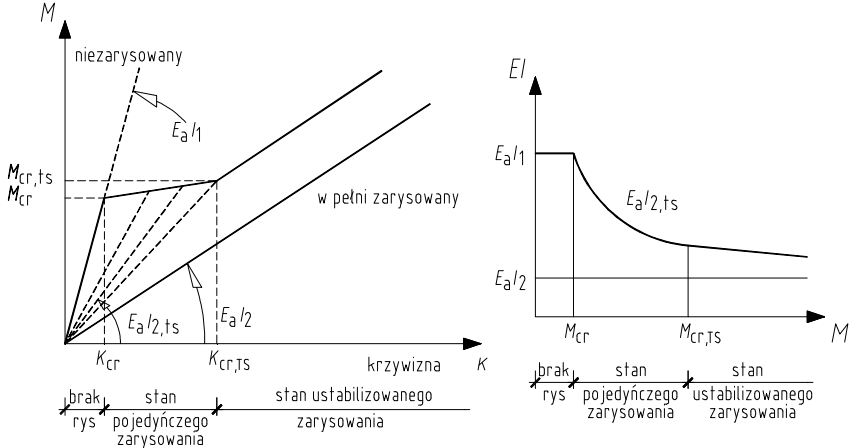
$$E_a \cdot I_{2,ts} = \frac{E_a \cdot I_a}{1 - \frac{N_s \cdot a}{M}}, \quad (2.12)$$

gdzie:

$E_a \cdot I_a$ – sztywność części ze stali konstrukcyjnej,

M – moment zginający odpowiedniej kombinacji obciążenia,

N_s – siła rozciągająca w płycie (zależna od momentu M).



Rys. 10. Szytywności w różnych obszarach zarysowania [opracowanie na podstawie ENV 1994-2]

W stanie formowania się rysy inicjującej może być wprowadzona zależność:

$$N_s = N_{cr} = A_{ct} \cdot f_{ctm} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_o}} \cdot (1 + \rho_s \cdot n_o), \quad (2.13)$$

gdzie:

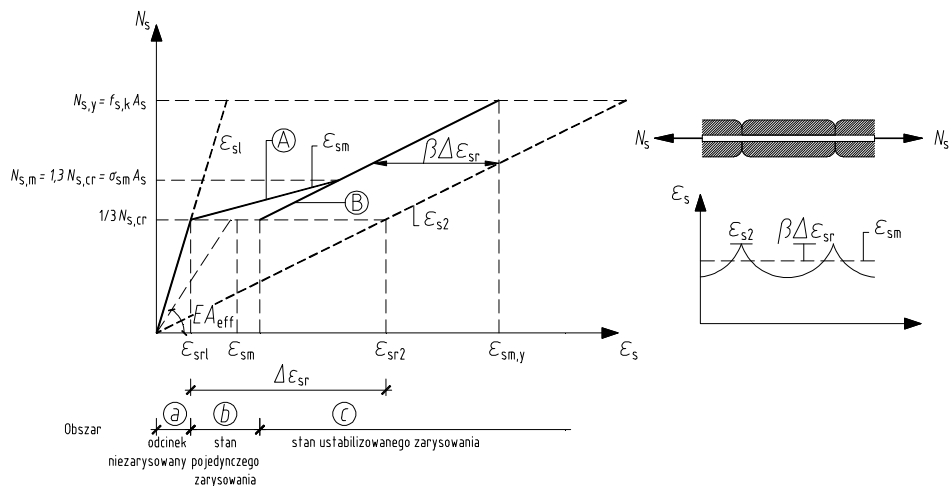
h_c – grubość płyty betonowej,

z_o – pionowa odległość pomiędzy środkami powierzchni niezarysowanej, niezbrojonej półki betonowej i niezarysowanego, niezbrojonego przekroju zespolonego, obliczonego z wykorzystaniem stosunku modułów E_a/E_m w przypadku efektów krótkotrwałych.

Taki rozdział sztywności może być zastosowany zarówno do ogólnej analizy stanów granicznych nośności jak i dla stanów granicznych użyteczności.

2.3.2. Efekt sztywności w rozciąganej belce zespolonej

Efekt sztywności w obszarach rozciągania belki zespolonej dla elementu z betonu zbrojonego może być rozważany przy wykorzystaniu zależności siła normalna–odkształcenie (odcinek A), podanego na rys. 11.



Rys. 11. Siła normalna i odkształcenie w rozciąganych elementach z betonu zbrojonego [opracowanie na podstawie ENV 1994-2]

Rozpatrując aktualne naprężenia w zbrojeniu, można wyodrębnić trzy obszary: (a), (b) i (c). Obszar (a) przedstawia zachowanie nie zarysowanego odcinka, obszar (b) zachowanie w stanie początkowego formowania rysy, natomiast obszar (c) ilustruje zachowanie w stanie ustabilizowanego zarysowania. W poszczególnych obszarach odkształcenia przyjmują postać:

(a) nie zarysowanego ($0 \leq N_s \leq N_{s,cr}$)

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s1}, \quad (2.14)$$

(b) początkowego formowania rysy ($N_{s,cr} < N_s \leq N_{s,m}$)

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \frac{\beta \cdot (N_s - N_{s,cr}) + (N_{s,m} - N_s)}{(N_{s,m} - N_{s,cr})} \cdot (\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}), \quad (2.15)$$

(c) ustabilizowanego zarysowania ($N_{s,m} < N_s \leq N_{s,y}$)

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \beta \cdot (\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}) = \varepsilon_{sr2} - \beta \cdot \Delta \varepsilon_{sr}, \quad (2.16)$$

gdzie:

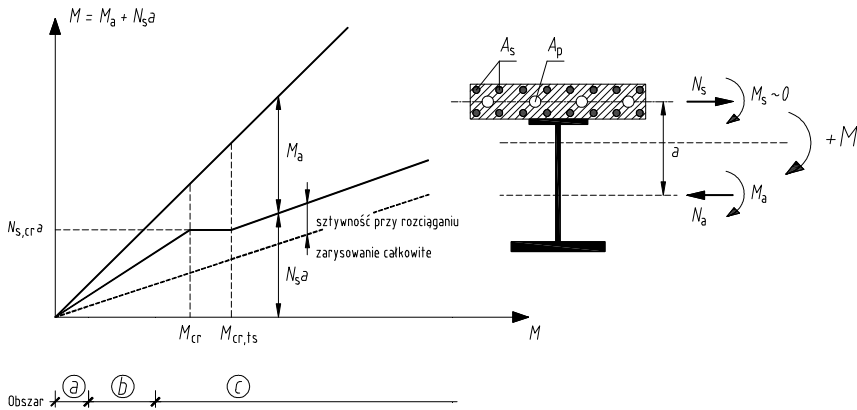
- ε_{s1} – odkształcenie zbrojenia w stanie nie zarysowanym,
- ε_{s2} – odkształcenie zbrojenia w stanie zarysowanym z pominięciem sztywności przy rozciąganiu betonu pomiędzy rysami,
- ε_{sr1} – odkształcenie zbrojenia w stanie nie zarysowanym, przy siłach rysujących, osiągających średnią wartość f_{ctm} wytrzymałości na rozciąganie. W przypadku elementów rozciąganych poddanych dodatkowym, lokalnym momentom zginającym od obciążeń stałych i ruchomych (np. pomosty w ściągach mostów łukowych), wywołujących naprężenia w tym

- samym kierunku jak siły normalne, zamiast wytrzymałości na rozciąganie f_{ctm} można wprowadzić wartość $0,7 f_{ctm}$,
- ε_{sr2} – odkształcenie zbrojenia przy rysie pod siłami rysującymi, osiągającymi f_{ctm} (jeżeli siły wewnętrzne są niższe od sił rysujących lub im równe, wówczas $\varepsilon_{sr2} = \varepsilon_{s1}$),
- σ_{sr1} – naprężenie zbrojenia w rysie, gdy uformuje się pierwsza rysa,
- σ_{sm} – naprężenie zbrojenia w rysie, gdy uformuje się ustabilizowany układ rys (przy braku pełniejszych informacji, można wprowadzić $\sigma_{sm} = 1,3 \sigma_{sr1}$),
- $N_{s,cr}$ – siła w zbrojeniu w rysie, gdy uformuje się pierwsza rysa ($N_{s,cr} = \sigma_{sr1} A_s$),
- $N_{s,m}$ – siła w zbrojeniu w rysie, gdy uformuje się ustabilizowany układ rys (przy braku pełniejszych informacji można przyjąć $N_{s,m} = 1,3 N_{s,cr}$),
- $\beta = 0,40$ w przypadku prętów odkształconych.

W zespolonych elementach rozciąganych bardzo ważne jest wyznaczenie momentów zginających wywołanych przez odkształcenia ustroju niosącego (lecz nie przez lokalne obciążenia pionowe). W tym celu sztywność giętna zarysowanego elementu zbrojonego może być potraktowana, jako iloczyn sztywności giętej elementu zbrojonego, niezarysowanego oraz stosunku jego sztywności podłużnej EA_{eff} do sztywności EA części niezarysowanej. Sztywność podłużną wyznacza się jako:

$$E \cdot A_{eff} = \frac{N_s}{\varepsilon_{sm}}, \quad (2.17)$$

przy czym ε_{sm} jest pokazane na rys. 11.

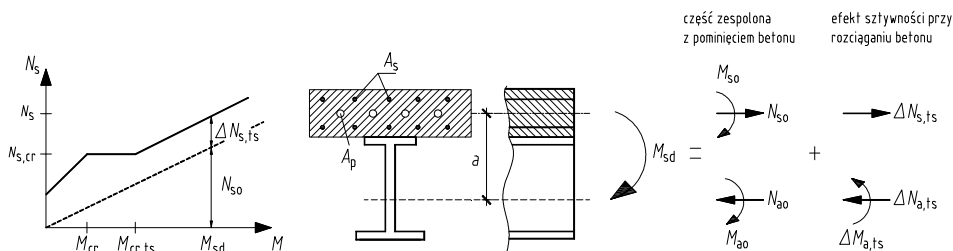


Rys. 12. Siły wewnętrzne przenoszące całkowity moment zginający M , z pominięciem skurczu [opracowanie na podstawie ENV 1994-2]

Na rysunku 12 przedstawiono przekrój poprzeczny belki zespolonej, w której moment zginający wywołuje rozciąganie w płycie betonowej. Siłami N_a i M_a oraz N_s i M_s , działającymi na wyodrębnione elementy (moment M_s w elemencie

rozciąganiem dla określenia N_s może być pominięty $\rightarrow M_s \approx 0$) możemy zastąpić moment M , który w przekroju poprzecznym jest rozdzielony na moment części stalowej M_a i na siły normalne $N_a = -N_a$ działające na ramieniu a .

Wpływ sztywności przy rozciąganiu na N_s , przy braku dokładniejszej metody można wyznaczyć poprzez wykorzystanie linii (B) z zależności siła-odkształcenie pokazanej na rysunku 11. Moment rysujący M_{cr} jest momentem na początku fazy formowania się rysy inicjalnej, określane również jako moment rysujący, powodujący dodatkowe naprężenia w skrajnych włóknach betonu, osiągające średnie wytrzymałości betonu na rozciąganie f_{ctm} . Z kolei $M_{cr,ts}$ jest momentem na początku ustabilizowanego układu zarysowania.



Rys. 13. Siły wewnętrzne w przekroju poprzecznym dla obszaru ustabilizowanego zarysowania [opracowanie na podstawie ENV 1994-2]

W stanie ustabilizowanego zarysowania, siły wewnętrzne wywołane przez M_{sd} , określone dla części zespolonej (N_{so} , M_{so} , N_{ao} , M_{ao}) z pominięciem betonu, sumują się z dodatkowymi siłami wewnętrznymi $\Delta N_{s,ts}$, $\Delta N_{a,ts}$ i $\Delta M_{a,ts}$, wywołanymi sztywnością przy rozciąganiu (rys. 13):

$$N_s = N_{so} + \Delta N_{s,ts}, \quad (2.18)$$

$$\Delta N_{a,ts} = -\Delta N_{s,ts}, \quad (2.19)$$

$$\Delta M_{a,ts} = \Delta N_{s,ts} \cdot a. \quad (2.20)$$

W przypadku mostów bez sprężenia podłużnego dodatkową siłę $\Delta N_{s,TS}$ można wyznaczyć jako:

$$\Delta N_{s,TS} = \frac{0,4 \cdot f_{ctm} \cdot A_s}{\rho_s \cdot \alpha_{st}}, \quad (2.21)$$

natomiast dla mostów sprężonych ciągniami:

$$\Delta N_{s,TS} = 0,4 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot (A_s + A_p)}{eff \rho_p \cdot \alpha_{st}}, \quad (2.22)$$

gdzie:

- A_s – powierzchnia stali zbrojeniowej w obszarze szerokości efektywnej,
- A_p – powierzchnia stali sprężającej w obszarze szerokości efektywnej,
- a – odległość pomiędzy osią obojętną części stali konstrukcyjnej i części nie zarysowanego betonu zbrojonego,

$$\alpha_{st} = \frac{A \cdot I_2}{(A_a \cdot I_a)}, \quad (2.23)$$

- A_{ct} – pole przekroju strefy rozciąganej, bezpośrednio przed zarysowaniem przekroju poprzecznego; w celu uproszczenia powinno być przyjmowane pole betonu ograniczone wewnątrz szerokości efektywnej,
- ρ_s – stosunek powierzchni stali zbrojeniowej do powierzchni strefy rozciąganej części rozważanego przekroju poprzecznego: $\rho_s = A_s/A_{ct}$,
- $eff\rho_p$ – efektywny stopień zbrojenia.

2.3.3. Rozkład sztywności przekroju

Jeśli w strefie momentów ujemnych, naprężenia rozciągające przekroczą wytrzymałość betonu na rozciąganie:

$$\sigma_{btk} \geq 2 \cdot f_{ctm}, \quad (2.24)$$

gdzie:

σ_{btk} – naprężenia rozciągające na krawędzi płyty współpracującej (od obciążeń charakterystycznych),

f_{ctm} – średnia wytrzymałość betonu na rozciąganie (charakterystyczna), to następuje wówczas zarysowanie płyty betonowej. Odcinki zarysowania płyty ustala się na podstawie obwiedni sił wewnętrznych (obwiedni momentów zginających) ustalonych dla odpowiedniej kombinacji charakterystycznej, z uwzględnieniem efektów długotrwałych (skurczu i pęcznienia). W odniesieniu do części z niezarysowaną płytą przyjmuje się sztywność zastępczego przekroju stalowego, w którym przekrój betonowy został zastąpiony ekwiwalentnym przekrojem stalowym:

$$B_1 = E_a I_1 = E_a I_{i1}. \quad (2.25)$$

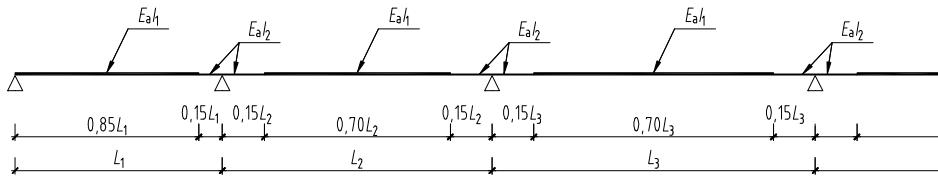
Natomiast na odcinkach, w których naprężenia rozciągające w płycie betonowej spełniają warunek (2.24), sztywność przyjmuje się równą sztywności równoważnego przekroju stalowego:

$$B_2 = E_a I_1 = E_a I_{ia}, \quad (2.26)$$

tnz. pomija się w obliczeniach beton rozciąganej płyty. Taki rozkład sztywności można stosować zarówno w stanach granicznych nośności jak i użytkowości.

Następnie należy powtórzyć obliczenia sił wewnętrznych przy zmienionym rozkładzie sztywności.

Jeśli wszystkie stosunki długości przyległych przęseł (krótsze/dłuższe) między podporami wynoszą co najmniej 0,6, w ciągłych belkach zespolonych, z półkami z betonu ponad przekrojem stalowym i niesprężonym, można stosować metodę uproszczoną, polegającą na tym, że efekt zarysowania uwzględnia się przez przyjęcie sztywności giętej $E_a I_2$ na 15% rozpiętości przęsła po każdej stronie podpory wewnętrznej oraz na pozostałych odcinkach wartości sztywności przekrojów niezarysowanych $E_a I_1$ (rys. 14).



Rys. 14. Uproszczony rozkład sztywności w ciągłej belce [opracowanie na podstawie Karlikowski i in. 2016]

W pomostach składających się z układu zespolonych belek podłużnych i poprzecznych (ruszt zespolony), jeśli nie występują siły rozciągające w płaszczyźnie rusztu, siły wewnętrzne można wyznaczać przy założeniu przekrojów niezarysowanych ($E_a I_1$).

Sztywność na skręcanie dźwigarów można obliczać przyjmując wyidealizowany przekrój (przekrój niezarysowany).

Jeśli nie są wymagane dokładniejsze obliczenia, na odcinkach, których płyta jest zarysowana, wpływ zarysowania płyty na sztywność na ścinanie można uwzględniać w przybliżeniu przyjmując zmniejszoną o połowę grubość płyty.

Z kolei w przypadku obliczania sił wewnętrznych w elemencie rozciąganym, w celu obliczenia stanu granicznego nośności, zmęczenia oraz stanu granicznego użytkowania powinno się uwzględnić efekty nieliniowe wynikające z zarysowania betonu, jak również współpracę betonu pomiędzy rysami oraz podwyższenie wytrzymałości na rozciąganie betonu zbrojonego.

Pojęcie elementów rozciąganych - oznacza dwa rodzaje prętów zespolonych:

- element żelbetowy jest elementem dźwigara stalowo-betonowego, zespolonego z całą konstrukcją ścinanymi łącznikami tylko na końcach pręta (siła rozciągająca - obciążony niezależnie element stalowy i żelbetowy),
- element żelbetowy jest zespolony z elementem stalowym na całej długości (siłę rozciągającą przenosi zespolony element stalowo-betonowy).

Typowe przykłady tego typu prętów występują w lukach ze ściągami i w kratownicach zespolonych, w których elementy z betonu lub elementy zespolone stalowo-betonowe są rozciągane.

Efekty współpracy betonu pomiędzy rysami można jednak pominąć, jeśli siły wewnętrzne w elementach rozciąganych z betonu wyznacza się przy założeniu elementów niezarysowanych, a w przypadku elementów stalowych, gdy oblicza się je z pominięciem betonu, tzn. przyjmując tylko przekrój stalowy.

Szywność rozciąganego elementu połączonego z dźwigarem stalowym jedynie na końcach elementu żelbetowego (np. stanowiącym ściąg w mostach łukowych), można obliczać ze wzoru:

$$(EA_s)_{\text{eff}} = \frac{E_s A_s}{1 - \frac{0,35}{(1 - n_o \rho_s)}}, \quad (2.27)$$

gdzie:

- n_o – iloraz modułów sprężystości E_a/E_{cm} przy obciążeniu krótkotrwałym,
- A_s – pole przekroju zbrojenia podłużnego rozciąganego elementu z betonu wewnątrz wysokości efektywnej,
- ρ_s – stopień zbrojenia wyznaczony zgodnie z (2.40).

Gdy rozciągany element z betonu jest jednocześnie poddany efektom lokalnym i globalnym (np. pomost mostu stanowi jednocześnie ściąg łuku) oraz jeśli efektywnych wytrzymałości betonu na rozciąganie nie sprawdza się bardziej dokładnymi metodami, można przyjąć, że $f_{ct,eff} = 0,7f_{ctm}$.

2.3.4. Sprawdzenie konstrukcji ze względu na stan graniczny zarysowania

Przy sprawdzaniu stanu granicznego zarysowania siły wewnętrzne określa się na podstawie analizy sprężystej, z uwzględnieniem efektów zarysowania betonu. Naprężenie w zbrojeniu określa się z uwzględnieniem wpływu współpracy betonu na odcinkach między rysami.

Zarysowanie należy ograniczyć do wartości, które nie pogarszają poprawnego funkcjonowania lub trwałości konstrukcji i nie powodują, że wygląd konstrukcji nie nadaje się do akceptacji. Jeżeli rysy nie wpływają ujemnie na działanie konstrukcji, to można zezwolić na zarysowanie bez podejmowania jakichkolwiek kroków mających na celu kontrolę szerokości rys.

Przy ograniczaniu szerokości rys w konstrukcjach zespolonych stosuje się ogólne reguły określone w normach PN-EN 1992-1-1 i PN-EN 1992-2, Ograniczenie szerokości rys zależy od klasy ekspozycji zgodnie z PN-EN 1992-2. Do elementów, które sprężono wyłącznie ciągniami bez przyczepności, stosuje się wymagania takie, jak dla elementów żelbetowych. Do elementów, w których zastosowano kombinację ciągnięć z przyczepnością i bez przyczepności, stosuje się wymagania takie jak dla betonowych elementów sprężonych z ciągniami z przyczepnością.

Jeśli, w miarę twardnienia betonu, zespolenie staje się efektywne, efekty cieplne hydratacji cementu i odpowiadającego temu zjawisku skurczu termicznego w stanach granicznych użyteczności uwzględnia się tylko w stadium

wykonania. Celem obliczeń jest określenie obszarów, w których oczekuje się rozciągania. O ile nie są podjęte specjalne środki ograniczające efekty cieplne związane z hydratacją cementu, przy określaniu obszarów zarysowanych przyjmuje się dla uproszczenia stałą różnicę temperatury między przekrojem betonowym i stalowym. Wartością zalecaną różnicy temperatury jest 20 K. Do określania naprężeń w betonie stosuje się współczynnik sprężystości jak dla obciążenia krótkotrwałego.

Graniczną szerokość rys w_{\max} należy ustalać, biorąc pod uwagę planowaną funkcję i właściwości konstrukcji oraz koszty ograniczenia zarysowania. Zalecane wartości w_{\max} (mm) w zależności od klasy ekspozycji podano w tabeli 1.

Tabela 1. Zalecane wartości w_{\max} [opracowanie na podstawie PN-EN 1992-1-1]

Klasa ekspozycji	Elementy zbrojone i sprężone z ciągniami bez przyczepności	Elementy sprężone ciągniami z przyczepnością
	Prawie stała kombinacja obciążeń	Częsta kombinacja obciążeń
XO, XC1	0,4 ¹⁾	0,2
XC2, XC3, XC4		0,2 ²⁾
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3	0,3	Dekompresja ³⁾

Uwaga 1: Dla klas ekspozycji XO i XC1 szerokość rys nie wpływa na trwałość, a ograniczenia nałożono w celu zapewnienia akceptowanego wyglądu. Jeżeli nie stawia się wymagań dotyczących wyglądu, to ograniczenia te można złągodzić.

Uwaga 2: Dla tych klas ekspozycji dodatkowo należy sprawdzić warunek dekompresji przy quasi-stałej kombinacji obciążeń.

Uwaga 3: Ograniczenie nazwane „dekompresją” oznacza, że wymaga się, aby wszystkie części cięgien lub ich kanałów były otoczone warstwą betonu ściskanego o grubości przynajmniej 100 mm.

Stan graniczny powstawania rys poprzecznych należy sprawdzać w przypadku, gdy nie chcemy dopuścić do zarysowania konstrukcji zespolonej lub jeśli wymagane jest ustalenie stanu zarysowania przekroju, np. w celu wyznaczenia sztywności. Do określenia stanu zarysowania konstrukcji, siły wewnętrzne należy obliczyć z zastosowaniem analizy sprężystej, biorąc pod uwagę zarysowanie płyty. W konsekwencji, jeśli przy pierwszej iteracji uzyska się na określonym odcinku wartość naprężeń powodującą zarysowanie płyty, to obliczenia należy powtórzyć, odpowiednio zmieniając sztywność elementu. Jako kryterium zarysowania przyjmuje się warunek:

$$\sigma_{\text{btkmax}} \geq f_{\text{ct,eff}}, \quad (2.28)$$

gdzie:

σ_{btkmax} – rozciągające naprężenia normalne,

$f_{\text{ct,eff}}$ – średnia wytrzymałość betonu na rozciąganie f_{ctm} , osiągnięta w chwili, w której jak się oczekuje powstaną rysy; wartość $f_{\text{ct,eff}}$ można przyjąć równą średniej wytrzymałości na rozciąganie f_{ctm} , pod warunkiem, że obliczenie minimalnego zbrojenia rozciąganego oparto na tym samym założeniu.

Mniejszą wartość wytrzymałości na rozciąganie od f_{ctm} należy przyjąć, jeśli można oczekiwać, że zarysowanie nastąpi wcześniej niż po 28 dniach ($f_{\text{ct,eff}} = f_{\text{ctm}}(t)$).

Naprężenie σ_{btkmax} oblicza się dla charakterystycznej kombinacji obciążeń, przy zachowaniu zasady liniowej zależności naprężeń i odkształceń w całym przekroju betonowym (faza I), bez uwzględnienia pełzania i skurczu betonu oraz zmian temperatury.

Jeśli założy się, że w konstrukcjach sprężonych obowiązuje kryterium dekompresji, to można przyjąć, że w przypadku konstrukcji zespolonych ze sprężoną płytą betonową, stan graniczny powstania rys jest miarodajny, tzn. że w konstrukcjach zespolonych ze sprężoną płytą betonową praktycznie nie są dopuszczalne rysy.

W przypadku, kiedy zachodzi taka konieczność, to szerokość rys w_k można obliczać ze wzoru:

$$w_k = s_{r,\text{max}} (\varepsilon_{\text{sm}} - \varepsilon_{\text{cm}}), \quad (2.29)$$

gdzie:

$s_{r,\text{max}}$ – maksymalny rozstaw rys,

ε_{sm} – średnie odkształcenie zbrojenia (pod wpływem odpowiedniej kombinacji obciążeń) obliczonym z uwzględnieniem wpływu odkształceń wymuszonych oraz wpływu usztywnienia przy rozciąganiu; uwzględnia się tu tylko przyrost wydłużenia liczony od stanu, w którym odkształcenie betonu (na poziomie, dla którego oblicza się ε_{sm}) jest zerowe,

ε_{cm} – średnie odkształcenie betonu między rysami.

Wartość $\varepsilon_{\text{sm}} - \varepsilon_{\text{cm}}$ należy wyznaczyć z:

$$\varepsilon_{\text{sm}} - \varepsilon_{\text{cm}} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{p,eff}}} (1 + \alpha_e \rho_{\text{p,eff}})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad (2.30)$$

gdzie:

σ_s – naprężenie w zbrojeniu rozciągany, obliczone przy założeniu, że przekrój jest zarysowany (z uwzględnieniem wpływu betonu na odcinkach między rysami – wzór 2.32); w elementach sprężonych σ_s można zastąpić przyrostem naprężeń w cięgnach sprężających $\Delta\sigma_p$,

α_c – iloraz modułów sprężających E_s/E_{cm} ,

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 + A'_p}{A_{c,eff}}, \quad (2.31)$$

- A'_p – pole przekroju cięgien sprężających leżących w granicach $A_{c,eff}$,
 $A_{c,eff}$ – efektywne pole betonu rozciąganego otaczającego zbrojenie lub cięgna sprężające,
 A_s – pole powierzchni przekroju stali zbrojeniowej,
 k_t – współczynnik zależny od czasu trwania obciążenia, $k_t = 0,6$ przy obciążeniach krótkotrwałych i $k_t = 0,4$ przy obciążeniach długotrwałych,
 ξ_1 – skorygowany współczynnik przyczepności, biorąc pod uwagę różne średnice stali zbrojeniowej i sprężającej, równy 1,0 gdy stosuje się tylko stal sprężającą oraz:

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \cdot \frac{\phi_s}{\phi_p}}, \quad (2.32)$$

- gdzie stosuje się stal zbrojeniową i sprężającą,
 ξ – stosunek średniej siły przyczepności stali sprężającej i stali zbrojeniowej uźebrowanej wg tabeli 2,
 ϕ_s – największa średnica prętów stali zbrojeniowej,
 ϕ_p – zastępcza średnica stali sprężającej (ϕ_{wire} oznacza średnicę drutu):
 $\phi_p = 1,6 \cdot \sqrt{A_p}$ – dla cięgien z kilku splotów lub drutów,
 $\phi_p = 1,75 \cdot \phi_{wire}$ – dla pojedynczych splotów z 7 drutów,
 $\phi_p = 1,20 \cdot \phi_{wire}$ – dla pojedynczych splotów z 3 drutów.

Tabela 2. Stosunek sił przyczepności cięgien i stali zbrojeniowej [opracowanie na podstawie PN-EN 1994-2]

Stal sprężająca	ξ		
	Strunobeton	Kablobeton, cięgna z przyczepnością	
		$\leq C50/60$	$\geq C70/85$
Pręty gładkie i druty	nie stosuje się	0,30	0,15
Sploty	0,60	0,50	0,25
Druty karbowane	0,70	0,60	0,30
Pręty żebrowane	0,80	0,70	0,35

Uwaga: W przypadku wartości pośrednich pomiędzy C50/60 i C70/85 można stosować interpolację liniową.

Jeżeli w strefie rozciąganej zbrojenie mające przyczepność do betonu jest rozmieszczone wystarczająco gęsto (rozstaw nie większy od $5 \cdot (c + f/2)$), to maksymalny, końcowy rozstaw rys można obliczyć ze wzoru (rys. 15):

$$s_{r,\max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{p,\text{eff}}}, \quad (2.33)$$

gdzie:

ϕ – jest średnicą zbrojenia; jeśli w jednym przekroju stosuje się różne średnice prętów, to zamiast ϕ przyjmuje się średnicę zastępczą ϕ_{eq} ; w przekroju, gdzie jest n_1 prętów o średnicy ϕ_1 i n_2 prętów o średnicy ϕ_2 , wartość ϕ_{eq} oblicza się ze wzoru:

$$\phi_{\text{eq}} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2}, \quad (2.34)$$

c – grubość otuliny zbrojenia podłużnego,

k_1 – współczynnik zależny od przyczepności zbrojenia; $k_1 = 0,8$ gdy są zastosowane pręty o wysokiej przyczepności, $k_1 = 1,6$ gdy zastosowano pręty o gładkiej powierzchni (np. ciągną sprężające),

k_2 – współczynnik zależny od rozkładu odkształceń; $k_2 = 0,5$ przy zginaniu, $k_2 = 1,0$ przy czystym rozciąganiu; przy mimośrodowym rozciąganiu lub przy analizie lokalnych pól naprężeń należy stosować pośrednie wartości, które można obliczać jako równe:

$$k_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2\varepsilon_1}, \quad (2.35)$$

ε_1 – większa z wartości odkształceń na krawędziach rozważanego przekroju, obliczona przy założeniu, że przekrój jest zarysowany,

ε_2 – mniejsza z wartości odkształceń na krawędziach rozważanego przekroju, obliczona przy założeniu, że przekrój jest zarysowany,

$k_3 = 3,4$,

$k_4 = 0,425$.

Jeżeli rozstaw zbrojenia mającego przyczepność przekracza $5 \cdot (c + f/2)$ (rys. 15), albo jeżeli w strefie rozciąganej nie ma zbrojenia mającego przyczepność do betonu, to górną granicę szerokości rys można obliczyć zakładając, że maksymalny rozstaw rys wynosi:

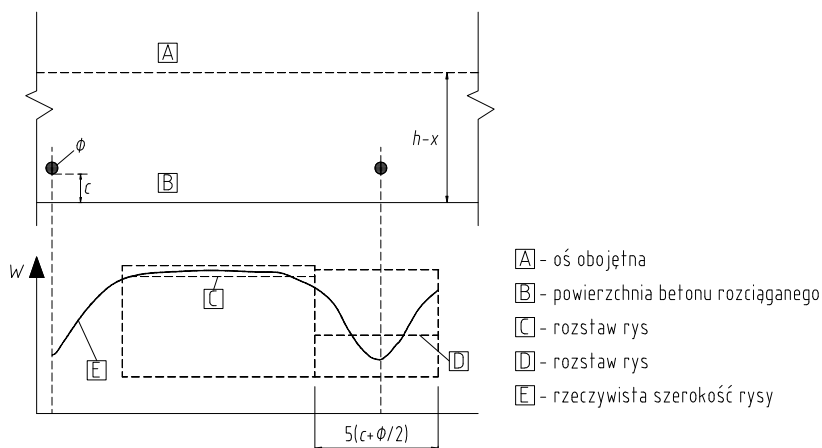
$$s_{r,\max} = 1,3 \cdot (h - x). \quad (2.36)$$

Z kolei w elemencie zbrojonym ortogonalnie, kąt między kierunkami naprężeń głównych i kierunkami zbrojenia jest znaczny (większy od 15°), to rozstaw rys $s_{r,max}$ można obliczyć ze wzoru:

$$s_{r,max} = \frac{1}{\frac{\cos \theta}{s_{r,max,y}} + \frac{\sin \theta}{s_{r,max,z}}}, \quad (2.37)$$

gdzie:

- θ – kąt między zbrojeniem w kierunku y i kierunkiem głównego naprężenia rozciągającego,
- $s_{r,max,y}$ – rozstaw rys obliczony zgodnie z wzorem (2.26) w kierunku y,
- $s_{r,max,z}$ – rozstaw rys obliczony zgodnie z wzorem (2.26) w kierunku z.



Rys. 15. Szerokość rys na powierzchni betonu w zależności od odległości od prętów zbrojeniowych [opracowanie na podstawie PN-EN 1992-1-1]

W płytach zespolonych, niesprężonych ciągniami, naprężenia σ_s w zbrojeniu rozciągającym z uwzględnieniem współpracy betonu między rysami można obliczać ze wzoru:

$$\sigma_s = \sigma_{s,o} + \Delta\sigma_s, \quad (2.38)$$

gdzie:

- $\sigma_{s,o}$ – naprężenie w zbrojeniu wywołane siłami wewnętrznymi, działającymi na przekrój zespolony, obliczone z pominięciem betonu strefy rozciąganej,

$$\Delta\sigma_s = \frac{0,4 \cdot f_{ctm}}{\alpha_{st} \cdot \rho_s}, \quad (2.39)$$

ρ_s – stopień zbrojenia:

$$\rho_s = \frac{A_s}{A_{ct}}, \quad (2.40)$$

A_{ct} – efektywne pole powierzchni półki betonowej wewnątrz strefy rozciągającej; w celu uproszczenia stosuje się pole powierzchni przekroju betonu półki ściskanej wewnątrz szerokości efektywnej,

A_s – pole powierzchni przekroju stali zbrojeniowej wewnątrz pola powierzchni efektywnej A_{ct} ,

$$\alpha_{st} = \frac{A \cdot I}{A_a \cdot I_a}. \quad (2.41)$$

W przypadku, kiedy nie prowadzi się dokładnych obliczeń, można uznać, że szerokość rys nie przekroczy dopuszczalnej wartości, gdy przy miarodajnym obciążeniu, średnica zbrojenia podłużnego nie przekroczy wartości podanych w tabeli 3 lub jeśli maksymalny rozstaw prętów zbrojenia nie przekroczy wartości podanych w tabeli 4.

Tabela 3. Zależność naprężeń w stali zbrojeniowej od średnicy pręta [opracowanie na podstawie PN-EN 1994-2]

Naprężenia w stali [MPa]	Maksymalna średnica pręta ϕ_s^* [mm] do obliczenia szerokości rys w_k		
	$w_k - 0,4$ mm	$w_k - 0,3$ mm	$w_k - 0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

Tabela 4. Maksymalny rozstaw prętów żebrowanych [opracowanie na podstawie PN-EN 1994-2]

Naprężenia w stali [MPa]	Maksymalna średnica pręta ϕ_s^* [mm] do obliczenia szerokości rys w_k		
	$w_k - 0,4$ mm	$w_k - 0,3$ mm	$w_k - 0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5

Należy jednak pamiętać, że metoda uproszczona w wielu przypadkach jest mało dokładna i przez to prowadzi do błędnych wyników, które znacznie odbiegają od rozwiązań uzyskiwanych według metody ogólnej [Knauff M. i Golubińska 2012]. Tabela 3 powstała na podstawie ogólnej metody normy (wzorów do obliczania szerokości rys), których przekształcona forma może służyć do obliczenia średnicy prętów zbrojenia. Przy ustalonej szerokości rysy w_k wartość średnicy ϕ zależy od czterech zmiennych: klasy betonu, naprężeń w stali (σ_s), efektywnego stopnia zbrojenia ($\rho_{p,eff}$) i otuliny zbrojenia (c). Przy budowie tabeli 3 należało stosować więc arbitralne założenia. W ten sposób przyjęta za podstawę obliczeń otulina $c = 25$ mm jest mało trafnie dobrana w przypadku mostów, dodatkowo wartość współczynnika k_4 nie może wynosić 1,0 tylko powinna być równa 0,425. Dodatkowo średnią wartość wytrzymałości betonu $f_{ct,eff}$ przyjęto równą 2,9 MPa czyli tak jak dla betonu C30/37.

Stąd też założenia zastosowane przy budowie tablicy w niektórych przypadkach (przy innych danych materiałowych) będą się przekładały na mało dokładne wyniki.

2.4. Podsumowanie

Konstrukcje zespolone zaliczane są do najbardziej interesujących rozwiązań ustrojów nośnych w technice budowlanej. Wynika to bezpośrednio ze szczególnych wymagań w odniesieniu do teorii tych konstrukcji jak i ich twórczego kształtowania. Współcześnie największe korzyści widzi się w zastosowaniu konstrukcji zespolonych typu stal – beton [Nakamura i in. 2002]. Są one głównie wykorzystywane przy budowie mostów, ale stosuje się je również w innych dziedzinach budownictwa, zwłaszcza w budownictwie przemysłowym [Johnson 2008].

Początki konstrukcji zespolonych datują się zasadniczo na lata trzydzieste ubiegłego wieku, chociaż pierwszy most drogowy o pomoście betonowym współpracującym z belkami stalowymi pochodzi z 1913 roku – most nad jeziorem Vierwaldstadt w Szwajcarii [Czudek 1999]. Początkowo stosowanie części betonowej miało za zadanie ograniczenie ugięć oraz drgań. Dopiero w latach trzydziestych zaczęto uwzględniać współpracę obu materiałów w przenoszeniu obciążeń. Jednocześnie w tym czasie pojawiła się praca Franza Dischingera [1937] o pełzaniu betonu, która zapoczątkowała rozwój teorii belek zespolonych. Oprócz tego liczne i dokładne badania przeprowadzone na wybudowanym w 1935 roku wiadukcie przez Szwajcarów (przez jezioro Sihl) o zespoleniu sztywnym zaowocowały wydaniem pierwszych w Europie wytycznych projektowania mostów zespolonych. Wybudowany w latach 1938/39 most drogowy pod Zagrzebiem przez Sawę [Koreleski 1967] zakończył fazę rozwoju mostów zespolonych w okresie międzywojennym.

Po II wojnie światowej, a w szczególności w latach pięćdziesiątych [Furtak 1999] rozpoczął się intensywny rozwój konstrukcji zespolonych. Podyktowany

głównie potrzebami odbudowy przy ograniczonych możliwościach dostępu do stali. Równocześnie nastąpił szybki rozwój mechaniki konstrukcji – w tym reologii, oraz wprowadzenie nowych technologii – w tym konstrukcji sprężonych. Ponadto zaczęto wytwarzać materiały konstrukcyjne nowej generacji. W efekcie wszystkie te czynniki spowodowały gwałtowny postęp techniczny w mostownictwie [Kędziński 1972]. Dodatkowo, możliwość stosowania betonu sprężonego przyczyniła się do rozwoju układów ciągłych (duże mosty), w których części nad podporami pośrednimi wykonywano często, jako sprężone. Konieczne stało się przy tym rozwiązanie wielu problemów teoretycznych, konstrukcyjnych i technologicznych, co w wyniku rozwoju wiedzy w tych dziedzinach stało się możliwe.

Pomimo, tego można zauważyć, że w dotychczasowych badaniach skupiano się z reguły na określeniu nośności granicznej całego przekroju zespolonego, bądź też jego poszczególnych części składowych (dźwigara stalowego, płyty betonowej, elementów i sposobów zespolenia) [Łagoda M. 1980, 1981; Łącki 1998; Nie i Cai 2003; Lebet i Thomann 2007; Biegus i Lorenc 2014; Gara i in. 2014]. Niewiele miejsca poświęcono natomiast zagadnieniu zachowania się zespolonej konstrukcji z zarysowaną płytą betonową [Łagoda G. i Warmuz 2004; Łagoda M. i Śledziwski 2014b, 2015; Śledziwski 2016]. Podejście takie wynikało zarówno ze złożoności problemu jak i z powodu nie występowania rys w konstrukcjach o małej rozpiętości przęseł oraz małym udziale obciążeń użytkowych w stosunku do obciążeń całkowitych. Dodatkowo sprawę komplikował brak normy krajowej do projektowania mostów zespolonych. Choć, jak wspomniano, belki zespolone są stosowane także w innych konstrukcjach, to osiągają w nich znacznie mniejsze rozpiętości niż w przypadku mostów, stąd też problem zarysowania rozciąganej płyty żelbetowej w mostownictwie występuje w większym stopniu.

Znaczenie samego zagadnienia zarysowania w kontekście konstrukcji zespolonych jest wciąż tematem dyskusji. Niepodważalnym faktem jest ich występowanie, aczkolwiek bezpieczeństwo konstrukcji nie jest tu w żaden sposób zagrożone. W niektórych krajach europejskich, w tym w Polsce dopuszczone jest występowanie rys o szerokości 0,2 mm nawet w wilgotnym środowisku, przy ekspozycji elementu na sole odladzające [Ducret i Lebet 1999]. Oczywiście jest to możliwe dzięki stosowaniu szeregu różnych zabiegów technologicznych [Collings 2005], między innymi: właściwej pielęgnacji betonu, odpowiedniej kolejności betonowania, kontrolowaniu przemieszczeń pionowych nad podporami czy też podniesieniu wykonawczemu [Łagoda G. i Łagoda M. 1989; Łagoda M. 1989; Chen i Duan 2014].

Należy jednak pamiętać, że w mostach zespolonych, zarówno tych tradycyjnych jak i nowoczesnych, część elementów poddana jest naprężeniom rozciągającym, które powodują powstawanie zarysowań. Zarysowania te z kolei mają bardzo istotny wpływ na sztywność, a więc pracę dźwigarów zespolonych, co w konsekwencji przekłada się na trwałość konstrukcji mostowej.

3. Własne badania doświadczalne

3.1. Wprowadzenie

Głównym celem doświadczalnej części pracy jest pogłębienie wiedzy na temat zjawisk zachodzących w konsekwencji rozciągania płyty podczas zginania belki zespolonej, a także zebranie danych do ich modelowania numerycznego. Badania doświadczalne przeprowadzono na belkach ciągłych, dwuprzęsłowych pod obciążeniem statycznym o powtarzalnych cyklach (obciążenie-odciążenie) aż do osiągnięcia maksymalnej założonej wartości¹.

W celu pełniejszej realizacji sformułowanych zadań wykonano badania dodatkowe, dotyczące własności materiałowych betonu, z którego została wykonana płyta elementu badawczego. Wykonano również pomiary nie będące bezpośrednio związane z zagadnieniem sztywności zarysowanego betonu jednak pozwalające na weryfikację wyników obserwacji i wyznaczenia, bądź też sprawdzenia dodatkowych parametrów. Stąd też dokonano pomiaru poślizgu płyty żelbetowej względem dźwigara stalowego, pozwalający zweryfikować stopień zespolenia belki, a także pomiaru odkształceń zarówno samego dźwigara, jak i płyty, co z kolei pozwoliło określić rzeczywiste położenie osi obojętnej, sztywność chwilową przekroju a także zweryfikować naprężenia w badanym elemencie. Oprócz tego, dokonano pomiarów kąta obrotu belki na każdym jej końcu, pomiaru ugięć w miejscu przyłożenia obciążenia zewnętrznego oraz pomiaru przemieszczeń pionowych nad podporami, dzięki czemu można było wyznaczyć końcowy obraz odkształconych elementów badawczych.

W dalszej części rozdziału przedstawiono pełny zakres przeprowadzonych badań wraz ze szczegółowym opisem elementów badawczych.

3.2. Program badań

Zakres badań doświadczalnych wynika z przyjętej metodyki rozwiązania postawionego w niniejszej pracy zagadnienia naukowego. W związku z tym przewidziano dwa etapy badań:

- 1) badania wstępne,
- 2) badania zasadnicze.

Celem badań wstępnych było określenie cech wytrzymałościowych betonu, z którego została wykonana płyta elementu badawczego. Wykonano badania na podstawie, których określono:

- wytrzymałość betonu na ściskanie i na rozciąganie,
- moduł sprężystości betonu.

¹ Badania doświadczalne były współfinansowane w ramach środków statutowych Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego nr S-50/B/2012 oraz Młodej Kadry 2013.

Z kolei dane materiałowe odnoszące się do zastosowanej stali uzyskano z atestów dostarczonych przez producentów.

Celem zasadniczej części doświadczalnej było określenie zachowania się pod obciążeniem statycznym belek zespolonych z rozciąganą płytą współpracującą, a także uzyskanie danych do komputerowego modelowania stalowo-betonowych konstrukcji zespolonych o schematach statycznych wywołujących ujemne momenty zginające. Stąd też badania właściwe obejmowały odpowiednio pomiary:

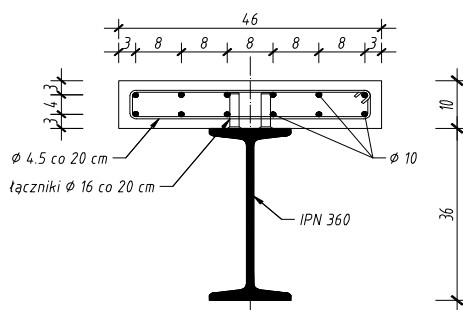
- propagacji rys w czasie,
- odkształcenia płyty betonowej, dźwigara stalowego i stali zbrojeniowej,
- kąta obrotu na końcach belek,
- ugięć belek w miejscu przyłożenia sił oraz przemieszczeń pionowych w osi podłużnej (nad każdą podporą),
- poślizgu płyty żelbetowej względem dźwigara stalowego.

Wszystkie prace związane z wykonaniem elementów badawczych, ich późniejszym przygotowaniem do badań i przeprowadzenie samych badań laboratoryjnych przewidzianych w założonym programie trwały około 2 miesięcy.

3.3. Elementy badawcze

3.3.1. Podstawowe dane belek

Badania laboratoryjne przeprowadzono na elementach badawczych, które wykonano w postaci belek ciągłych, dwuprzęsłowych, o przekroju poprzecznym przedstawionym na rysunku 16. Długość całkowita każdej belki wynosiła 7,00 m, w tym rozpiętości podporowe 2x3,00 m.



Rys. 16. Przekrój poprzeczny badanych belek z rozmieszczeniem zbrojenia głównego [badania własne]

Badane belki w odniesieniu do rzeczywistych konstrukcji mostów zespolonych były modelami w skali 1:2, stąd też grubość płyty przyjęto równą 10 cm. Natomiast pozostałe parametry geometryczne płyty żelbetowej (szerokość i długość) wynikały z ograniczeń w geometrii stendu badawczego (fot. 1).

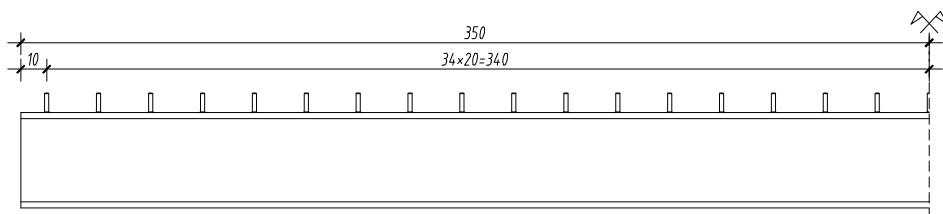


Fot. 1. Widok stanowiska badawczego [autor K. Śledziewski]

Płytę żelbetową wykonano z mieszanki betonowej zaprojektowanej na klasę C 25/30 i zazbrojono prętami gładkimi ze stali B235 (zbrojenie główne) i G3SI1 (strzemiona). Jako zbrojenie podłużne zastosowano pręty $\phi 10$ mm ułożone w dwóch rzędach: górnym i dolnym, na całej długości po 6 prętów w rozstawie co 8 cm. Natomiast w kierunku poprzecznym ułożono strzemiona $\phi 4,5$ mm w rozstawie co 20 cm. Pomimo tego, że obecnie w technice budowlanej do zbrojenia głównego nie stosuje się prętów gładkich to zastosowanie ich w trakcie badań było celowym zabiegiem, ponieważ chciano by, granica plastyczności stali zbrojeniowej była zbliżona do granicy plastyczności stali kształtowników.



Fot. 2. Widok belki z łącznikami [autor K. Śledziewski]



Rys. 17. Rozmieszczenie łączników kołkowych [badania własne]

Jako dźwigar stalowy, zastosowano profil walcowany IPN 360 ze stali S235, który na całej długości połączono z płytą za pomocą dwóch rzędów łączników kołkowych. Łączniki o średnicy ϕ 16 mm i wysokości 75 mm przyspawano do pasa górnego belki w rozstawie co 20 cm. Taki sposób połączenia miał zapewnić niepodatność zespolenia w całym zakresie obciążenia (Rys. 17 i Fot. 2).

3.3.2. Sposób wykonania belek

Wszystkie dźwigary wraz z przyspawaniem łączników do pasa górnego wykonano w wytwórni konstrukcji stalowych Gotowski Budownictwo Komunikacyjne i Przemysłowe Sp. z o.o., a następnie dostarczono do zakładu prefabrykacji w celu połączenia w całość z płytą².



Fot. 3. Montaż tensometrów na zbrojeniu [autor K. Śledziwski]

Deskowanie pod płytę żelbetową wykonano na rusztowaniu ciągłym (fot. 5). Podczas betonowania, celem zapewnienia właściwej otuliny (min. 2 cm) oraz właściwego ułożenia zbrojenia w płycie, zastosowano betonowe podkładki dystansowe z betonu tej samej klasy co płyta. Mieszanka betonowa o wymaganej

² Autor pragnie podziękować firmie Gotowski Budownictwo Komunikacyjne i Przemysłowe Sp. z o.o. za nieodpłatne udostępnienie materiałów do badań (belek stalowych).

klasie betonu wykonywana była w wytwórni betonów firmy Sibet S.A. w Kielcach według ich receptury. Przed betonowaniem płyty na wybranych prętach zbrojenia umieszczono po dwa tensometry na każdym pręcie w przekrojach nad podporą pośrednią i w przęśle w miejscu przyłożenia siły (fot. 3).

Wlewanie samej mieszanki do deskowania odbywało się z niewielkiej wysokości, tak aby uniknąć segregacji kruszywa (fot. 4 i 5). Beton pielęgnowano przez 14 dni zapewniając mu właściwą i stałą temperaturę oraz wilgotność.



Fot. 4. Betonowanie płyty górnej [autor K. Śledziewski]



Fot. 5. Gotowy element badawczy [autor K. Śledziewski]

Taki sposób wykonania elementów badawczych pozwolił na uniknięcie wprowadzenia dodatkowego, początkowego stanu naprężeń wywołanego sposobem montażu, a właściwa pielęgnacja pozwoliła na ograniczenie wpływu skurczu betonu na naprężenia.



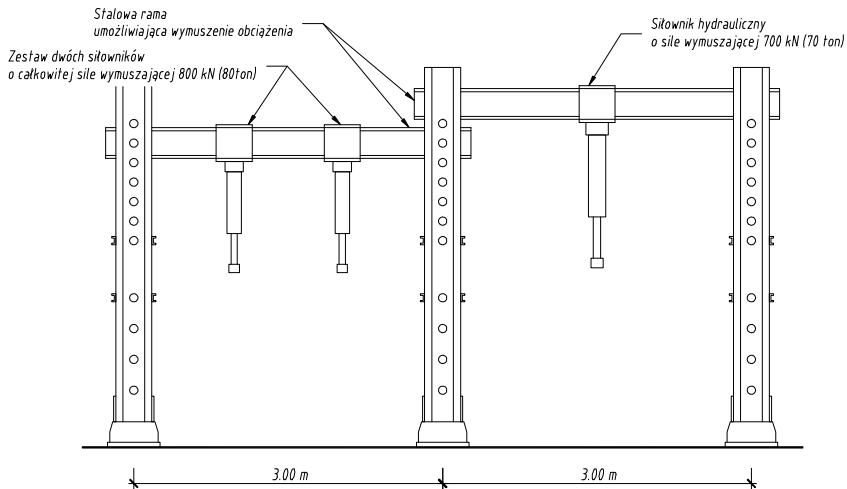
Fot. 6. Wymuszone kształtowanie rysy [autor K. Śledziewski]

Po zdemontowaniu deskowania, w połowie długości belki (lokalizacja podpory pośredniej) wykonano bruzdy szerokości 10 cm na obu krawędziach płyty i głębokości 0,5 cm (fot. 6) w celu wymuszenia kontrolowanej rysy.

3.4. Przygotowanie i przebieg badań

3.4.1. Stanowisko badawcze

Badania belek przeprowadzono we współpracy z Politechniką Świętokrzyską i Ośrodkiem Badań Mostów, filia „Kielce” należącym do Instytutu Badawczego Dróg i Mostów.



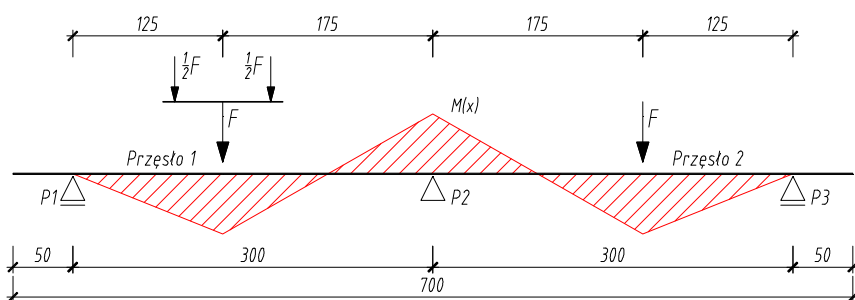
Rys. 18. Schemat stanowiska badawczego [badania własne]

Stanowisko badawcze składało się z maszyny wytrzymałościowej ZD-100 produkcji VEB w Werkstoffprüfmaschinen Leipzig ze stendem, wyposażonej w jeden siłownik hydrauliczny o maksymalnej sile wymuszającej 700 kN oraz dwóch siłowników hydraulicznych o maksymalnej sile wymuszającej po 350 kN każdy, z automatyczną kontrolą wywieranej siły (rys. 18).

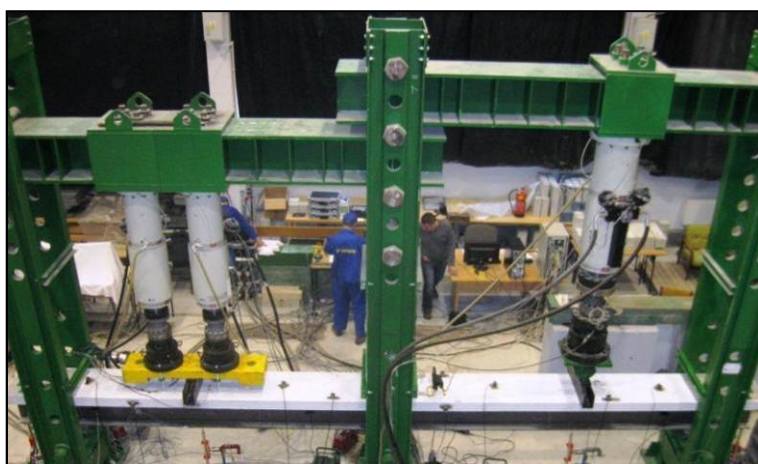
Elementy badawcze były umieszczone między słupkami stalowej ramy, które w przypadku zsunięcia się belki z któregoś łożyska zabezpieczały ją przed przemieszczeniem się z pozycji centralnej.

3.4.2. Realizacja obciążenia belek

Miejsce przyłożenia obciążeń zewnętrznych dobrano w taki sposób, aby wartości wywołanych momentów zginających, przęsłowych i podporowego były zbliżone do siebie oraz aby w elemencie badawczym występowały strefy momentów ujemnych powodujących rozciąganie górnych włókien płyty żelbetowej. Stąd też obciążenie w postaci dwóch sił skupionych zlokalizowano w odległości 175 cm z każdej strony podpory środkowej (rys. 19 i fot. 7).



Rys. 19. Schemat obciążenia badanych belek [badania własne]



Fot. 7. Realizacja obciążenia zewnętrznego [autor K. Śledziewski]

Siły były przyłożone do górnej powierzchni płyty betonowej za pośrednictwem konstrukcji (beleczka stalowa z podkładką) rozkładającej je na pasmo poprzeczne do osi belki o wymiarach 100 x 460 mm (fot. 8). Obciążenie wywołane dwoma siłownikami hydraulicznym przekazywano dodatkowo za pomocą belki trawersowej.



Fot. 8. Konstrukcja rozkładająca obciążenie [autor K. Śledziwski]

Wartości sił obciążających badaną belkę wprowadzano do programu, który sterował automatycznie siłownikami hydraulicznymi (fot. 10).

W każdym elemencie badawczym przeprowadzono po cztery cykle obciążenia, rozpoczynając za każdym razem od wartości zerowej siły obciążającej. Belki obciążano stopniowo narastającymi siłami skupionymi. Pierwszy cykl zawsze przeprowadzano w zakresie od 0 kN do pojawienia się pierwszej rysy. W następnych cyklach siłę zwiększano o około 200 kN, aż do osiągnięcia maksymalnego obciążenia założonego. Uzyskanie maksymalnej wartości w każdym cyklu odbywało się poprzez zwiększanie siły stopniowo, wprowadzając pośrednie wartości obciążenia. Prędkość przyrostu obciążenia wynosiła średnio około 10 kN/minutę. Zakres obciążenia odpowiadał obciążeniu eksploatacyjnemu przyjętego układu (zakres pracy sprężystej).

Wykaz poszczególnych cykli i odpowiadające im wartości obciążenia każdej z badanych belek przedstawiono w tabelach 3÷5.

Uzyskując wartości maksymalne lub minimalne w poszczególnych cyklach dokonywano około 180 sekundowych przerw przed kolejną zmianą obciążenia. Przerwy te pozwalały na ustabilizowanie się występujących wielkości naprężeń w badanych belkach, a także dawały możliwość obserwowania na bieżąco zachodzących zmian.

Tabela 5. Wartości obciążenia zewnętrznego belki B1 [badania własne]

Nr cyklu	Wartość podczas obciążania	Wartość podczas odciążania
	[kN]	[kN]
NC-1	0-70	70-0
NC-2	0-70-196	196-70-0
NC-3	0-70-196-393	393-196-70-0
NC-4	0-70-196-393-493	493-393-196-70-0

Tabela 6. Wartości obciążenia zewnętrznego belki B2 [badania własne]

Nr cyklu	Wartość podczas obciążania	Wartość podczas odciążania
	[kN]	[kN]
NC-1	0-230	230-0
NC-2	0-230-400	400-230-0
NC-3	0-230-400-600	600-400-230-0
NC-4	0-230-400-600-700	700-600-400-230-0

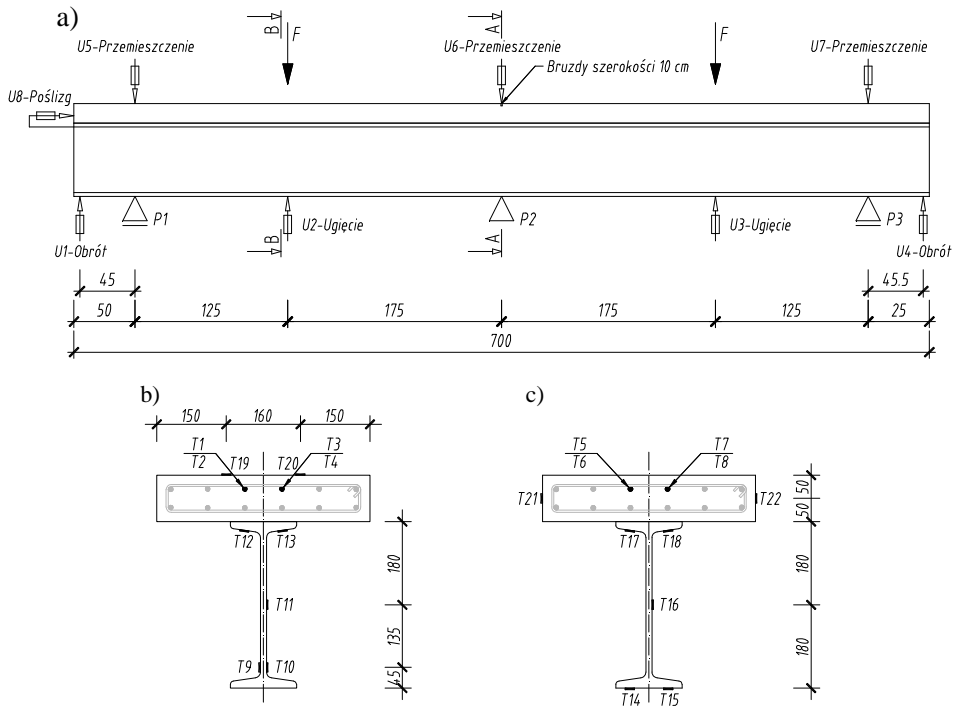
Tabela 7. Wartości obciążenia zewnętrznego belki B3 [badania własne]

Nr cyklu	Wartość podczas obciążania	Wartość podczas odciążania
	[kN]	[kN]
NC-1	0-120	120-0
NC-2	0-120-200	200-120-0
NC-3	0-120-200-400	400-200-120-0
NC-4	0-120-200-400-600-700	700-600-400-200-120-0

Ze względu na problemy techniczne związane ze stabilizacją konstrukcji rozkładającej obciążenie na pasmo poprzeczne płyty, w trakcie badania belki B1 udało się jedynie wywołać obciążenie zewnętrzne równe 70% wartości maksymalnej siłowników.

3.4.3. Punkty pomiarowe i mierzone wielkości

Rozmieszczenie punktów pomiarowych przedstawiono na rysunku 20. W trakcie wykonywania zasadniczych badań podstawowymi wielkościami podlegającymi pomiarowi była propagacja rys w czasie.



Rys. 20. Rozmieszczenie punktów pomiarowych: a) widok z boku, b) przekrój podporowy, c) przekrój przęsłowy [badania własne]

Ponadto w czasie badań za pomocą tensometrów elektrooporowych dokonano pomiaru odkształceń stali zbrojeniowej (tensometry foliowe oznaczone „T1”÷„T8”) i konstrukcyjnej (tensometry foliowe oznaczone „T9”÷„T18”) oraz betonu płyty (tensometry papierowe oznaczone „T19”÷„T22”). Odkształcenia mierzono w dwóch przekrojach: nad podporą, w strefie tzw. momentów ujemnych oraz w przęśle, w strefie tzw. momentów dodatnich. Dzięki wykonanym wcześniej bruzdom na obu krawędziach płyty chciano uzyskać rzeczywiste wartości odkształceń w miejscu pojawienia się rysy. W przekroju przęsłowym, ze względu na konstrukcję rozkładającą obciążenie na pasmo poprzeczne, na całą szerokość płyty tensometry naklejono na powierzchniach bocznych (fot. 8). Z kolei w przypadku przekroju podporowego punkty pomiarowe ze względu na sposób podparcia zamontowano na dole środnika, bezpośrednio nad dolną stopką (fot. 9).

Równocześnie, wraz z pomiarem odkształceń za pomocą czujników indukcyjnych WA100 i WA50 firmy Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH o zakresie pomiarowym 0÷100 mm i 0÷50 mm, dokonywano odczytów przemieszczeń pionowych (nad każdą podporą i w miejscu przyłożenia siły), kątów obrotu na końcach belki oraz poślizgu płyty betonowej względem górnej stopki dźwigara stalowego.



Fot. 9. Sposób podparcia elementów badawczych [autor K. Śledziwski]

Wszystkie urządzenia pomiarowe podłączono za pomocą kabli Technokabel LIICY-P 3x2x0,5 do analizatora sygnału typu SPIDER. Wyniki poszczególnych wielkości były rejestrowane komputerowo, w programie Catman 2.2 na każdym poziomie obciążenia (fot. 10). Oprócz tego, przy każdej kolejnej zmianie wartości siły obciążenia, gdy ustabilizowały się odczyty przemieszczeń i odkształceń, został wykonany obraz zarysowania. W celu ułatwienia pomiaru rys całą płytę pomalowano farbą.



Fot. 10. Stawisko pomiarowe [autor K. Śledziwski]

Rezultaty badań i ich analizę w kontekście znanych hipotez i przeprowadzonego przeglądu literatury przedstawiono w kolejnym, 4 rozdziale.

4. Analiza wyników badań

4.1. Badania wstępne

4.1.1. Uwagi ogólne

Cechy mechaniczne określono i zestawiono na podstawie badań poszczególnych materiałów wchodzących w skład elementu badawczego oraz na podstawie danych otrzymanych od producentów.

Badania własności mechanicznych przeprowadzono w betonie, z którego wykonano pasmo płyty. Natomiast informacje dotyczące cech materiałowych stali, których nie objęły badania otrzymano w postaci atestów dostarczonych przez producentów.

W trakcie badań wstępnych określono podstawowe cechy wytrzymałościowe betonu, a także przeprowadzono badania modułu sprężystości.

4.1.2. Badania betonu

Betonowanie płyty odbywało się w trzech seriach z uwagi na brak dostatecznej przestrzeni do pielęgnowania i przechowywania elementów badawczych. Stąd też w każdej serii wykonano badania pozwalające określić wytrzymałość betonu na ściskanie i rozciąganie. Dodatkowo, w betonie z którego wykonano płytę belki B3 określono współczynnik sprężystości.



Fot. 11. Próbkki do badań betonu [autor K. Śledziwski]

Beton był pielęgnowany przez pierwsze 7 dni w hali laboratoryjnej, zamkniętej. Zmienność temperatury występowała w przedziale zbliżonym do tzw.

pokojoyej dobowej oscylującej wokół 20°C. Wilgotność w pomieszczeniu była stała, w przybliżeniu wynosiła 40%. Same badania wykonano na elementach normowych (fot. 11). Ściskanie wyznaczono zgodnie z [PN-EN 12390-3] na próbkach sześciennych o boku 150 mm po 3, 7, 14 i 28 dniach od chwili wykonania, natomiast rozciąganie określono metodą przez rozłupywanie zgodnie z [PN-EN 12390-6] na walcach normowych o średnicy 150 mm i wysokości 300 mm. Do badań pobrano po 12 próbek z każdego zarobu.

Podobnie jak w przypadku wytrzymałości na rozciąganie, wartość modułu sprężystości badanego betonu określono na walcach o średnicy 150 mm i wysokości 300 mm. Otrzymane wyniki badań betonu po 28 dniach przedstawiono w tabeli 8.

Tabela 8. Wyniki badań betonu po 28 dniach [badania własne]

Nr belki	Ilość próbek	Wartości średnie [MPa]	Odchylenie standardowe σ [MPa]	Współczynnik zmienności v [%]	Gęstość średnia ρ [g/cm ³]
Wytrzymałość na ściskanie f_{cm} – badanie próbek 150x150x150 mm					
B1	3	72.44	2.56	3.54	2.50
B2	3	79.82	0.76	0.95	2.51
B3	3	70.15	2.47	3.42	2.49
Wytrzymałość na rozciąganie f_{ctm} – badanie próbek ϕ 150/300 mm					
B1	3	3.02	0.27	8.91	2.49
B2	3	4.62	0.48	10.36	2.46
B3	3	3.82	0.41	10.79	2.45
Współczynnik sprężystości E_{cm} [GPa] – badanie próbek ϕ 150/300 mm					
B3	3	43.19	-	-	-

Receptura oraz podstawowe parametry mieszanki betonowej otrzymane z zakładu produkcyjnego, z którego został dostarczony beton wskazywały iż mieszanka została zaprojektowana na klasę C 25/30. Z kolei badania własne wykazały, iż beton płyty ma właściwości mechaniczne co najmniej jak w przypadku betonu C 55/67. Stąd też w dalszych analizach, będą brane parametry wytrzymałościowe betonu otrzymane w trakcie badań wstępnych. Do dalszej analizy przyjęto również, że wartość modułu sprężystości przy ścisaniu jest równa wartości modułu przy rozciąganiu [Malinin i Rżysko 1981].

4.2. Badania zasadnicze

4.2.1. Uwagi ogólne

Właściwe badania doświadczalne były przeprowadzone dla 3 belek zespolonych. Parametry badanych elementów, sposób ich obciążania oraz mierzone wielkości i punkty pomiarowe zostały dokładnie omówione w rozdziale 3.

Głównym celem badań było określenie zachowania się statycznie niewyznaczalnej konstrukcji zespolonej z rozciąganą płytą w warunkach laboratoryjnych oraz pogłębienie wiedzy na temat zjawisk zachodzących w konsekwencji rozciągania płyty podczas zginania. Dodatkową korzyścią było zebranie danych do stworzenia modelu numerycznego (rozdział 5).

Rejestracja wyników odbywała się w sposób ciągły w każdym cyklu obciążenia. Natomiast pomiar powstałych rys wykonywano dopiero po osiągnięciu określonego poziomu obciążenia. Oznaczono wówczas liczbę rys, kierunek ich rozwoju oraz zasięg występowania.

W dalszej części rozdziału przedstawiono wyniki poszczególnych wielkości w formie graficznej oraz zestawień tabelarycznych. Wszystkie użyte oznaczenia są zgodne z oznaczeniami zastosowanymi na rysunkach 19 i 20 z rozdziału 3.

4.2.2. Wyniki propagacji rys w czasie

W czasie pomiarów propagacji rys w trakcie badań, skoncentrowano się głównie na ich liczbie, rozstawie, zasięgu występowania oraz morfologii. Wszystkich pomiarów dokonywano na każdym poziomie obciążenia. Zgodnie z założeniami rozprawy, głównym obszarem obserwacji była strefa rozciągana. W celu uzyskania pełniejszego obrazu stanu zarysowania w belkach zespolonych wykonano również pomiary w obszarach ściskanych. W strefie podpory środkowej z powodu braku możliwości dostępu do płaszczyzn bocznych płyty na szerokości ~ 30 cm, pomiarów dokonywano odpowiednio na górnej powierzchni płyty bądź też w jej osi. Z kolei w strefach ściskanych, ze względu na zastosowane trawersy w miejscu przekazywania obciążenia, utrudniony był dostęp do powierzchni górnej płyty na pasie o szerokości 10 cm.

Tabela 9. Ilość rys w zależności od wartości obciążenia [badania własne]

Element badawczy	Belka B1												Belka B2				Belka B3							
	Siła [kN]																							
Obciążenie wywołane 2 siłownikami	70	196	393	493	230	400	600	700	120	400	600	700	70	196	393	493	230	400	600	700	120	400	600	700
Obciążenie wywołane 1 siłownikiem	70	196	393	493	230	400	600	700	120	400	600	700	70	196	393	493	230	400	600	700	120	400	600	700
	Moment zginający [kNm]																							
Przęsło 1 (P1-P2)	37	102	203	254	119	207	309	361	63	207	309	361	37	102	203	254	119	207	309	361	63	207	309	361
Nad podporą P2	38	103	205	257	121	209	312	390	64	209	312	390	38	103	205	257	121	209	312	390	64	209	312	390
Przęsło 2 (P2-P3)	37	102	203	254	119	207	309	361	63	207	309	361	37	102	203	254	119	207	309	361	63	207	309	361
	Ilość rys [szt.]																							
Przęsło 1 (P1-P2)	-	-	1	2	-	-	1	1	-	-	1	1	-	-	1	2	-	-	1	1	-	-	1	1
Nad podporą P2	2*	7	8	9	1*	6	8	9	1*	5	8	9	2*	7	8	9	1*	6	8	9	1*	5	8	9
Przęsło 2 (P2-P3)	-	-	-	-	-	1	1	1	-	-	-	1	-	-	-	-	-	1	1	1	-	-	-	1

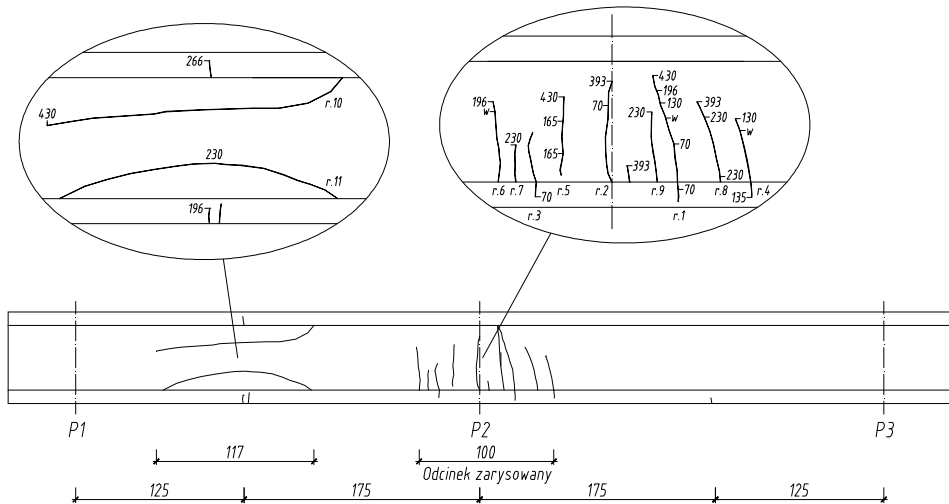
*) Rysa włoskowata

W tabeli 9 przedstawiono zestawienie ilości rys w każdej badanej belce w zależności od wartości działającej siły i wywołanego momentu zginającego (prześłowego i podporowego). Przy obliczaniu liczby rys brano pod uwagę jedynie rysy, które rozciągały się na co najmniej 50% szerokości płyty lub traktowano jako jedną rysę dwie krótsze, położone na przeciwległych krawędziach płyty, zlokalizowane w tym samym przekroju.

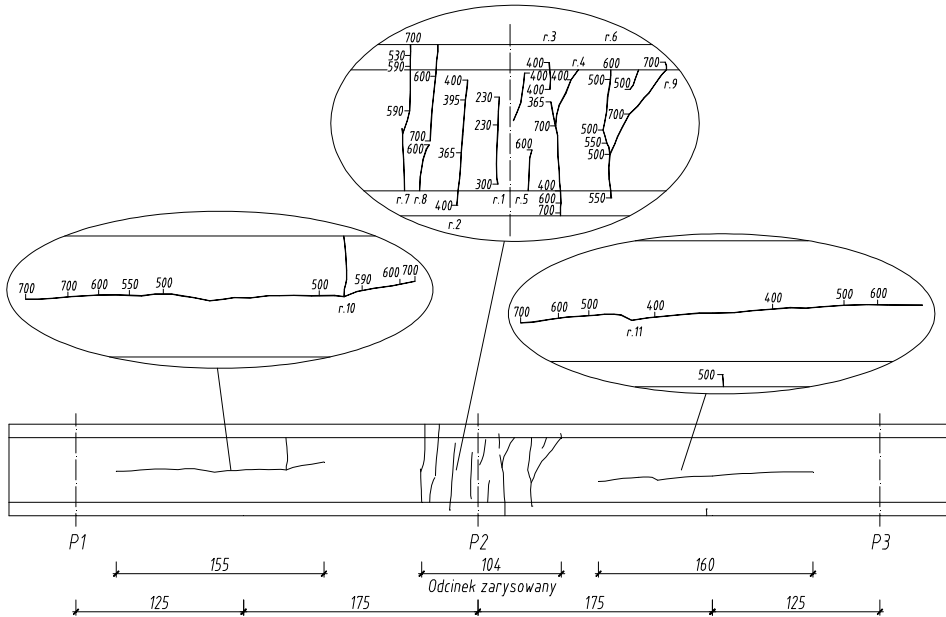
Pomimo, że końcowa ilość rys wszystkich belek była zbliżona do siebie to zaobserwowano, że za każdym razem sposób ich powstawania i rozwoju był inny. W przypadku belek B1 i B3 rysa inicjująca powstała przy obciążeniu odpowiadającym momentowi rysującemu. Natomiast w belce B2 rysa powstała dopiero przy sile 230 kN, która wywołała moment zginający dwukrotnie większy niż moment rysujący.

Na rysunkach 21÷23 pokazano końcowy obraz zarysowania płyt. Przy każdej rysie podano wartość obciążenia przy którym się pojawiła a także zasięg jej występowania oraz kolejność pojawiania się. Zarysowane odcinki, w strefie tzw. momentów ujemnych, były podobne w każdej belce i wynosiły odpowiednio 100 cm, 104 cm i 102 cm.

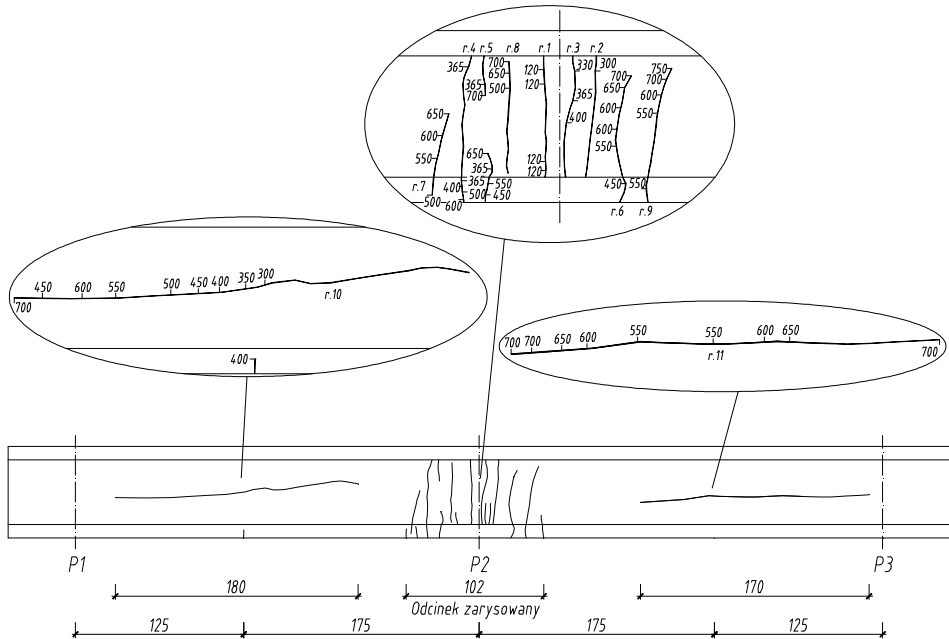
Pomimo wykonania w płytach obustronnych bruzd, jedynie w belce B1 rysa inicjująca powstała w osi podparcia, na szerokości 29 cm. Natomiast w belkach B2 i B3 rysy inicjujące pojawiły się w odległości 5 cm od osi. W belce B3 była to rysa na całą szerokość płyty, natomiast dla belki B2 była to długość równa 10 cm.



Rys. 21. Obraz końcowego układu rys w belce B1 [badania własne]



Rys. 22. Obraz końcowego układu rys w belce B2 [badania własne]



Rys. 23. Obraz końcowego układu rys w belce B3 [badania własne]

W każdej belce zaobserwowano inną morfologię rys co jedynie potwierdziło, że mechanizm rysowania płyty jest bardzo złożony. Aczkolwiek w trakcie badań zaobserwowano, że rysy propagowały zawsze od krawędzi płyty w kierunku jej osi, jednak nie w każdej belce łączyły się z rysami postępującymi od drugiej strony. W trakcie badań zaobserwowano również, że po przyłożeniu maksymalnego obciążenia liczba rys nie ulegała zwiększeniu a jedynie następował wzrost ich rozwarłośc.

Z kolei w strefie tzw. momentów dodatnich układ rys był charakterystyczny w ściskanej płycie. Wzdłuż osi podłużnej belki w obu kierunkach od miejsca przyłożenia obciążenia, powstała rysa, której długość wynosiła od 117 cm do 180 cm w zależności od belki. Taki obraz zarysowania potwierdza występowanie w płycie naprężeń rozciągających prostopadłych do osi zginanej belki. Naprężenia te musi przejść odpowiednio zaprojektowane zbrojenie poprzeczne.

Ostatnim badaniem związanym z propagacją rys w czasie, był pomiar ich rozstawu, który dokonywano w osi płyty. W tabeli 10 zestawiono pomierzone wartości średniego rozstawu rys, na zarysowanych odcinkach oraz podano średnią, obliczeniową odległość między rysami wyznaczoną wg [PN-EN 1992-1-1] z wzoru (2.30).

Tabela 10. Średni rozstaw rys nad podporą pośrednią [badania własne]

Nr belki	Długość odcinka zarysowanego	Liczba rys	Średni rozstaw rys	Teoretyczny średni rozstaw rys wyznaczony wg PN-EN
	[cm]	[szt.]	[cm]	[cm]
B1	100	9	11.1	
B2	104	9	10.8	16.6
B3	102	9	10.4	

Końcowy rozstaw rys wynosił około 11 cm i był mniejszy niż rozstaw prętów poprzecznych – 20 cm. Oznacza to, że w belkach ciągłych na odcinku, w którym naprężenia przekraczały wytrzymałość betonu na rozciąganie, rysy nie były generowane przez każdy z poprzecznych prętów zbrojenia.

Można również zauważyć, że wartość średniego rozstawu rys wyznaczona zgodnie z zależnościami zawartymi w Eurokodach, jest o 35 ÷ 37% większa niż wartości pomierzone. Potwierdza to jedynie wcześniejsze stwierdzenie, że owe propozycje wymagają dalszych uściśleń i weryfikacji doświadczalnych, zwłaszcza w zakresie belek ciągłych.

4.2.3. Wyniki pomiarów odkształceń (naprężeń)

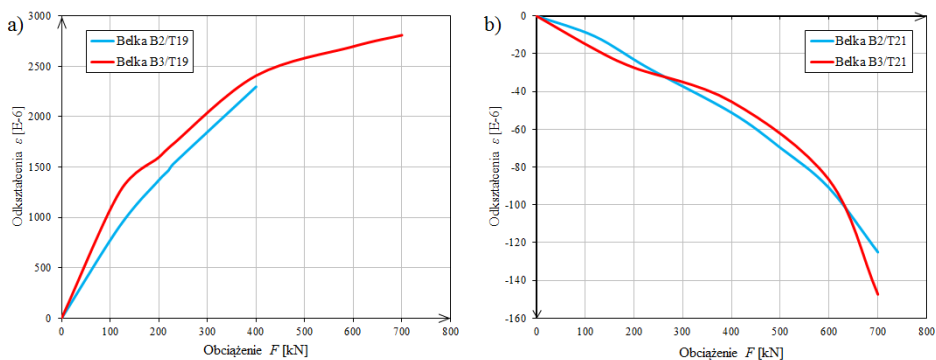
Podobnie jak w przypadku propagacji rys, w trakcie pomiarów odkształceń nie ograniczono się jedynie do odczytów nad podporą środkową, ale również

dokonano pomiarów w przeszle, w miejscu przyłożenia obciążenia zewnętrznego. Czujniki tensometryczne w każdym przekroju, rozmieszczono symetrycznie względem osi dźwigara celem kontroli zbieżności wyników. Stąd też w dalszej części podrozdziału przedstawiono jedynie wyniki wybranych punktów pomiarowych. Ze względu na zbyt dużą rozbieżność otrzymanych wyników odkształceń oraz kątów obrotu (sięgającą nawet około 40 %) między belką B1 a belkami B2 i B3 pominięto je w dalszych analizach jako niewiarygodne.

Otrzymane wyniki zebrano w formie wykresów w zależności siła-odkształcenie. W każdym elemencie badawczym wyznaczono średnią wartość odkształceń ze wszystkich cykli przy danej wartości siły obciążającej.

W pierwszej kolejności, jako dalszy ciąg pomiarów związanych ze zjawiskami zachodzącymi w zginanej płycie betonowej, przedstawiono wyniki odkształceń tensometrów oznaczonych „T19”÷„T22”. Punkty pomiarowe „T19” i „T20” odnosiły się do strefy, gdzie występowały siły rozciągające i zamontowano je na górze płyty, w osi podpory środkowej, w odległości 150 mm od krawędzi płyty i 50 mm od końca bruzd wymuszających kontrolowaną rysę. Konstrukcja rozkładająca przyłożone obciążenie zewnętrzne na pasmo poprzeczne spowodowała, że punkty pomiarowe „T21” i „T22” odnoszące się do ściskanej części płyty betonowej należało zamontować na powierzchniach bocznych, w połowie wysokości płyty.

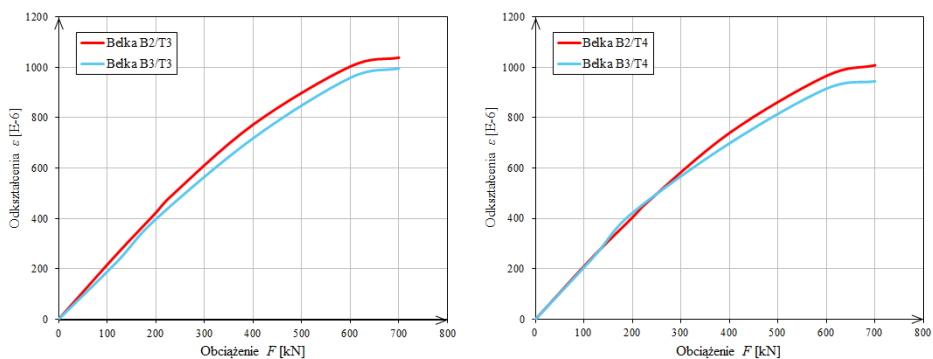
Na wykresie 1 przedstawiono wartości średnich odkształceń betonu w funkcji przyłożonej siły w przekroju podporowym (przekrój A-A) i przęsłowym (przekrój B-B) każdego elementu badawczego.



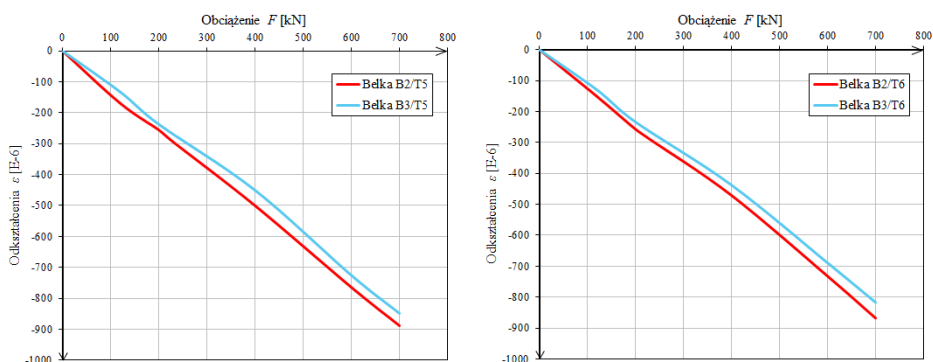
Wykr. 1. Odształcenia średnie płyty: a) przekrój podporowy, b) przekrój przęsłowy [badania własne]

Pomiaru odkształceń zbrojenia podłużnego, dokonano na dwóch środkowych prętach położonych w górnej warstwie zbrojenia. Na każdy pręt zamontowano po dwa tensometry, na górnej powierzchni i dolnej. Tensometry oznaczone „T1”÷„T4” położone były w miejscu wymuszenia kontrolowanej rysy, natomiast punkty „T5”÷„T8” w miejscu przyłożenia siły.

Wykresy 2 i 3 przedstawiają wyniki, które otrzymano odpowiednio w prętach zbrojeniowych rozciąganych oraz prętów zbrojeniowych ściskanych.

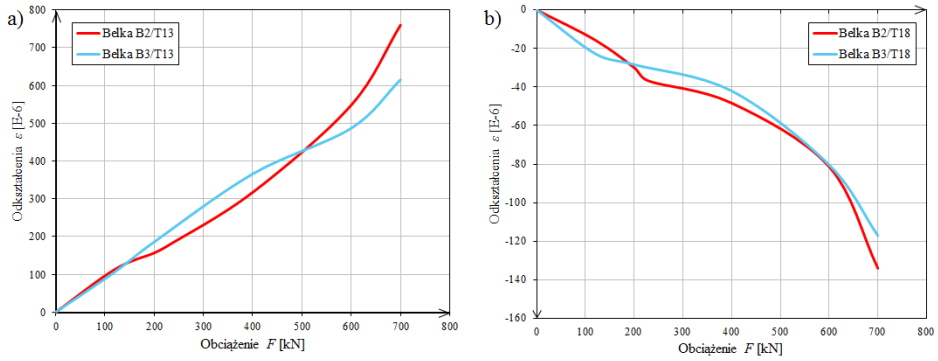


Wykr. 2. Średnie odkształcenia prętów zbrojeniowych rozciąganych, przekrój A-A belek [badania własne]

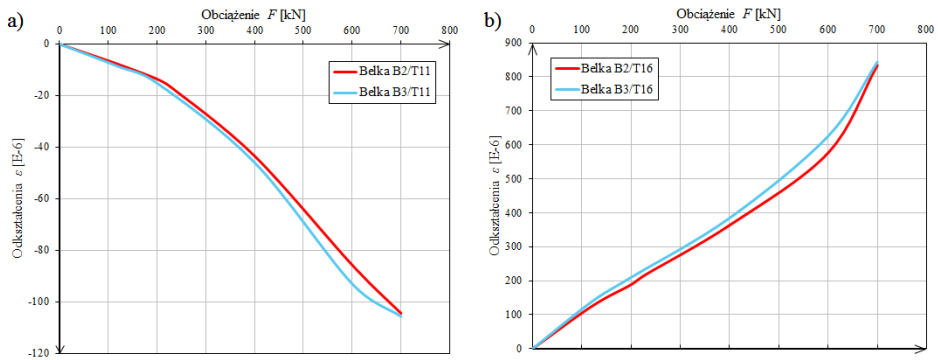


Wykr. 3. Średnie odkształcenia prętów zbrojeniowych ściskanych, przekrój B-B belek [badania własne]

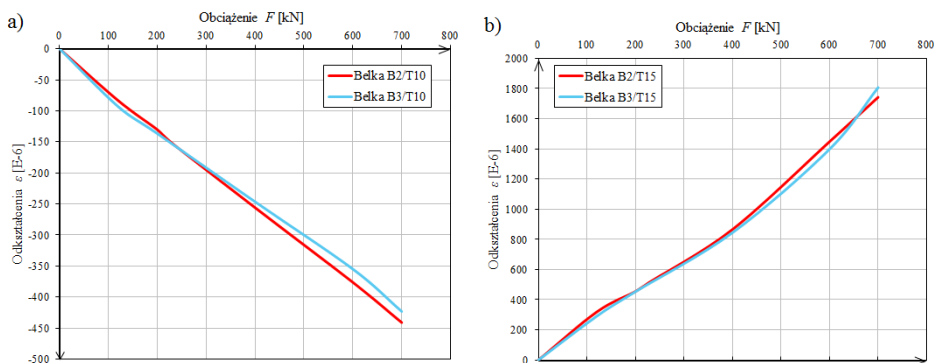
Odkształcenia dźwigara stalowego mierzono na trzech różnych wysokościach. W przekroju podporowym: na stopce górnej (punkty pomiarowe „T12” i „T13”), w środku wysokości środnika (punkt pomiarowy „T11”) oraz na dole środnika, bezpośrednio nad stopką (punkty pomiarowe „T9” i „T10”) co było wymuszone poprzez występujące lokalne krzywizny pasa dolnego. W przekroju przęsłowym punkty pomiarowe rozmieszczono podobnie, czyli: na stopce górnej (tensometry „T17” i „T18”), w środku wysokości środnika (tensometr „T16”) i na spodzie stopki dolnej (tensometry „T14” i „T15”).



Wykr. 4. Średnie odkształcenia górnej stopki belek: a) przekrój A-A, b) przekrój B-B [badania własne]



Wykr. 5. Średnie odkształcenia środka belek: a) przekrój A-A, b) przekrój B-B [badania własne]

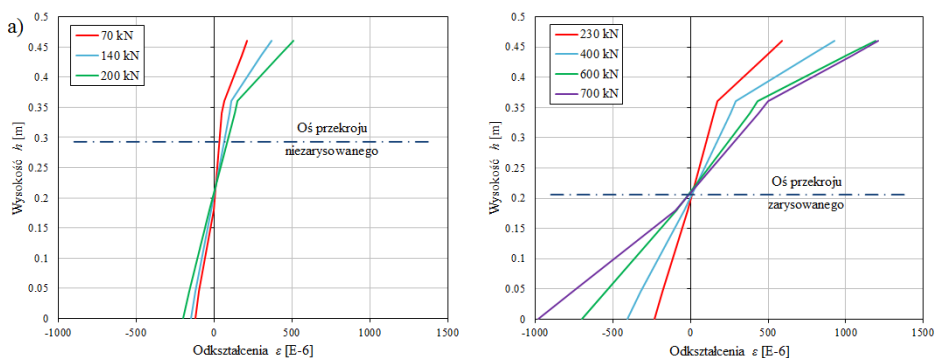


Wykr. 6. Średnie odkształcenia na dole belki stalowej: a) przekrój A-A, b) przekrój B-B [badania własne]

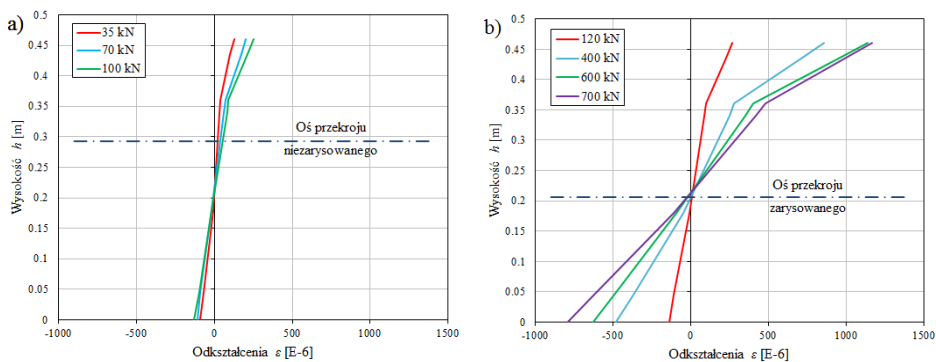
Otrzymane wyniki średnich odkształceń belki zaprezentowano na wykresach 4÷6. Na każdym rysunku zestawiono wyniki przy danej wysokości pomiarowej z rozbiem na odpowiedni przekrój.

Wyniki odkształceń potwierdzają dobrą zbieżność między poszczególnymi elementami badawczymi. Wszystkie belki w trakcie badań, przy zastosowanych obciążeniach pracowały w pełnym zakresie sprężystym (zgodnie z wcześniejszymi założeniami).

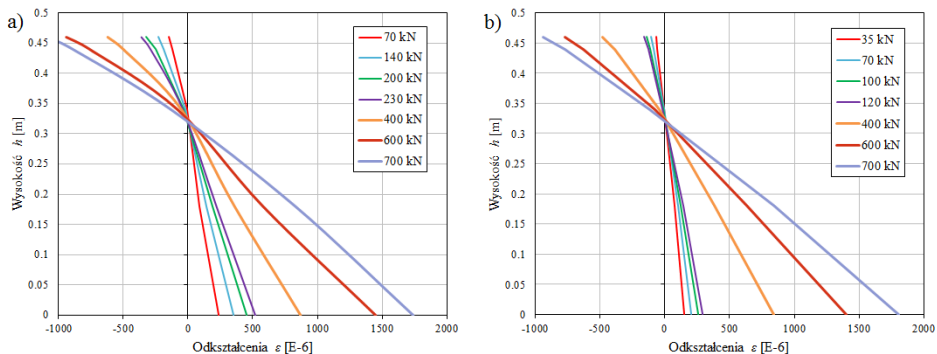
Otrzymane pomiary wartości odkształceń pozwoliły na określenie rzeczywistego położenia osi obojętnej. Na wykresach 7÷9 przedstawiono rozkład odkształceń (naprężeń) w przekroju, w zależności od wartości przyłożonej siły zewnętrznej. Dodatkowo w przekroju podporowym pokazano oddzielnie rozkład odkształceń przed zarysowaniem płyty i po jej zarysowaniu.



Wykr. 7. Rozkład odkształceń w przekroju podporowym belki B2: a) przed zarysowaniem, b) po zarysowaniu [badania własne]

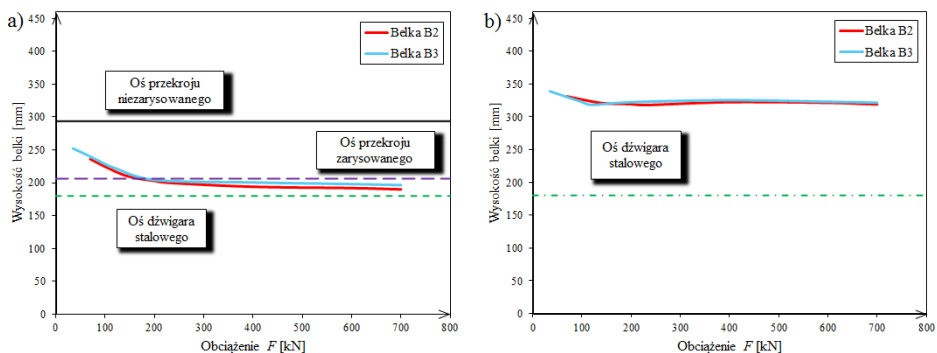


Wykr. 8. Rozkład odkształceń w przekroju podporowym belki B3: a) przed zarysowaniem, b) po zarysowaniu [badania własne]



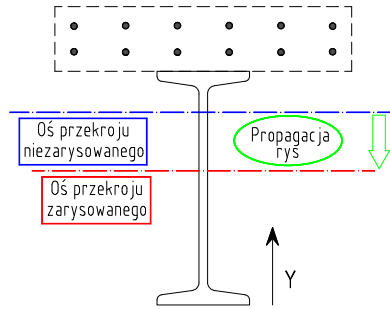
Wykr. 9. Rozkład odkształceń w przekroju przęsłowym: a) belka B2, b) belka B3 [badania własne]

We wszystkich badanych belkach w przekroju przęsłowym, w początkowych fazach obciążenia (siły 70 kN do 230 kN w belce B2 i siły od 35 kN do 120 kN w belce B3) nastąpiło stopniowe obniżenie położenia osi obojętnej a następnie jej stabilizacja na poziomie około 320 mm. Z kolei w przypadku przekroju podporowego obniżenie położenia osi obojętnej nastąpiło w całym zakresie przyjętego obciążenia. Przy niskich wartościach przyłożonych sił zjawisko to postępowało szybko natomiast po osiągnięciu siły wywołującej zarysowanie płyty zaobserwowano, że przesunięcie osi obojętnej w kierunku osi przekroju zarysowanego zaczęło postępować stopniowo (wykr. 10).



Wykr. 10. Zmiana położenia osi obojętnej: a) przekrój A-A, b) przekrój B-B [badania własne]

Wpływ zarysowania płyty na zmianę położenia osi obojętnej przekroju podporowego przedstawiono na rysunku 24.



Rys. 24. Wpływ zarysowania płyty na zmianę położenia osi obojętnej w przekroju podporowym [badania własne]

Wykorzystując pomierzone wielkości odkształceń w przekroju określono lokalną krzywiznę badanych elementów, co w konsekwencji pozwoliło ustalić również sztywność przekroju.

W analizie zachowania stalowo-betonowych belek zespolonych możemy posługiwać się jedynie sztywnością chwilową. Wynika to w szczególności ze zmieniających się w sposób istotny właściwości betonu w zależności od stopnia jego wyężenia oraz podatności więzów łączących część stalową i betonową.

Wychodząc ze znanej zależności między sztywnością chwilową B a krzywizną χ (wzór 2.5) i relacji, które zachodzą pomiędzy momentem zginającym a naprężeniem:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{J}, \quad (4.1)$$

oraz naprężeniem a odkształceniem:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E. \quad (4.2)$$

Wartość krzywizny lokalnej χ wyznaczono z zależności:

$$\chi = \frac{\varepsilon}{y}, \quad (4.3)$$

gdzie:

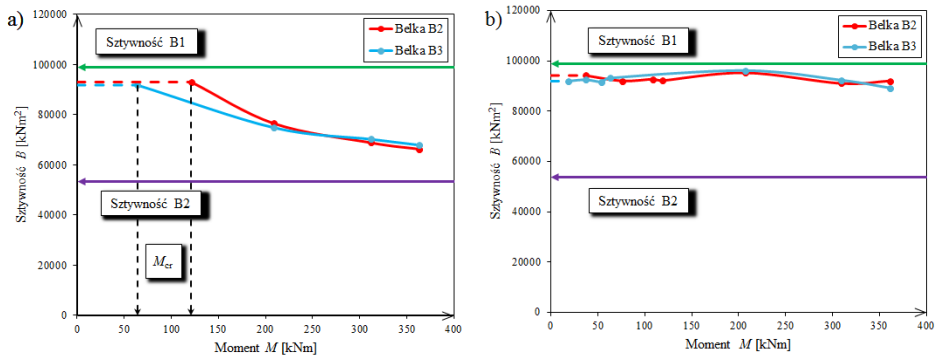
ε – odkształcenia danych włókien przekroju,

y – odległość miejsca pomiaru odkształceń od osi obojętnej przekroju.

Stąd też lokalną sztywność (chwilową) belki oszacowano jako:

$$B = \frac{M}{\chi}, \quad (4.4)$$

którą pokazano w funkcji momentu zginającego na wykresie 11.



Wykr. 11. Szywność chwilowa badanych elementów: a) przekrój podporowy, b) przekrój przęsłowy [badania własne]

Oprócz rzeczywistych, zmierzonych wartości, na wykresach naniesiono również wartości obliczone zgodnie z wzorami (2.10) i (2.11) przy założeniu, że sztywność:

- jest równa sztywności zastępczego przekroju stalowego, w którym przekrój betonowy został zastąpiony ekwiwalentnym przekrojem stalowym (B_1),
- jest równa sztywności równoważnego przekroju stalowego (kształownika i zbrojenia płyty betonowej) (B_2).

Analiza uzyskanych rezultatów wskazuje, że w zakresie odkształceń sprężystych wpływ nieliniowości związku $\sigma - \varepsilon$ betonu na sztywność przekrojów zespolonych ze ściskaną płytą betonową jest nieznaczny (przy 2-procentowym stopniu uzbrojenia płyty, który występował w badanych elementach wpływ ten jest pomijalny). Stwierdzono natomiast, że rzeczywista sztywność belek zespolonych ze ściskaną płytą betonową jest o około 5÷10% mniejsza od obliczonej teoretycznie.

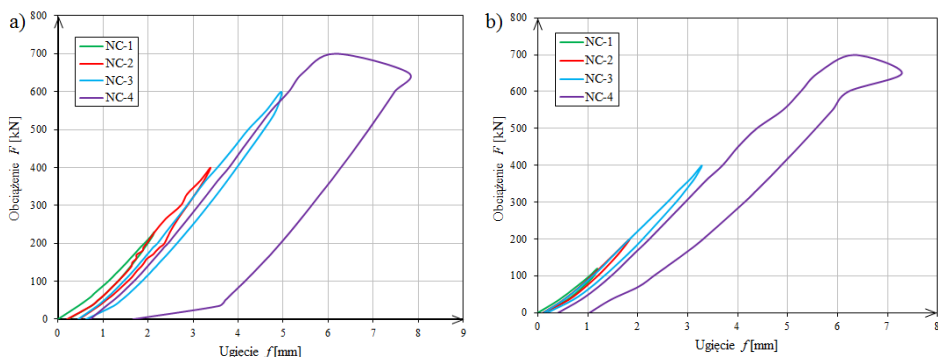
W przypadku przekrojów z płytą rozciąganą do chwili powstania pierwszej rysy lokalna krzywizna (sztywność) belki jest w przybliżeniu równa sztywności „pełnego przekroju” zespolonego, tj. sztywności z uwzględnieniem współpracy płyty betonowej i zbrojenia. Wyraźny spadek sztywności zaobserwowano wraz z pojawieniem się pierwszej rysy (gwałtowny wzrost krzywizny). Względna sztywność belki w stosunku do przekroju stalowego zmniejszała się wraz ze wzrostem wycięcia belek.

4.2.4. Wyniki pomiarów ugięć (przemieszczeń)

Ugięcia belek mierzono w dwóch punktach, w miejscu przyłożenia obciążenia zewnętrznego. Oprócz tego w osi podłużnej belki, nad każdą podporą dokonywano odczytu przemieszczeń pionowych. Największe wartości zaobserwowano w przypadku punktu pomiarowego U2. Na wykresie 12 zaprezentowano

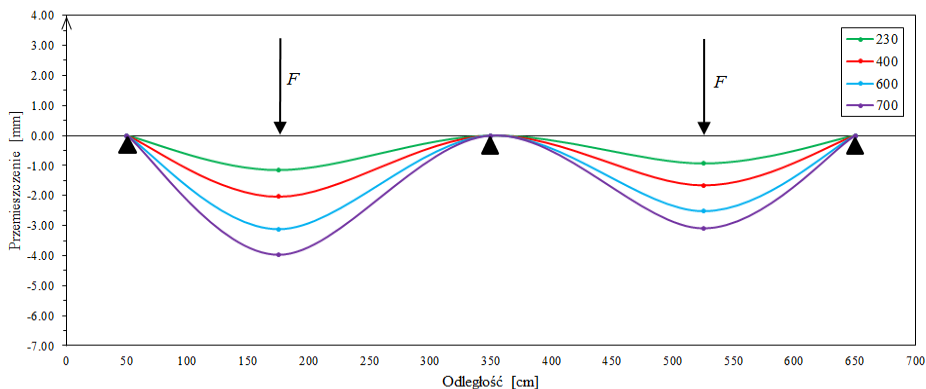
wykresy przedstawiające postać krzywych siła-ugięcie w poszczególnych cyklach obciążenia.

Poczynając od wartości zerowej obciążenia poprzez kolejne cykle, zaobserwowano niewielkie acz stałe przyrosty ugięć trwałych wynoszących około 0,15 mm. Największą wartość przyrostu zanotowano w ostatnim cyklu – 0,95 mm w belce B2 i 0,63 mm w belce B3.

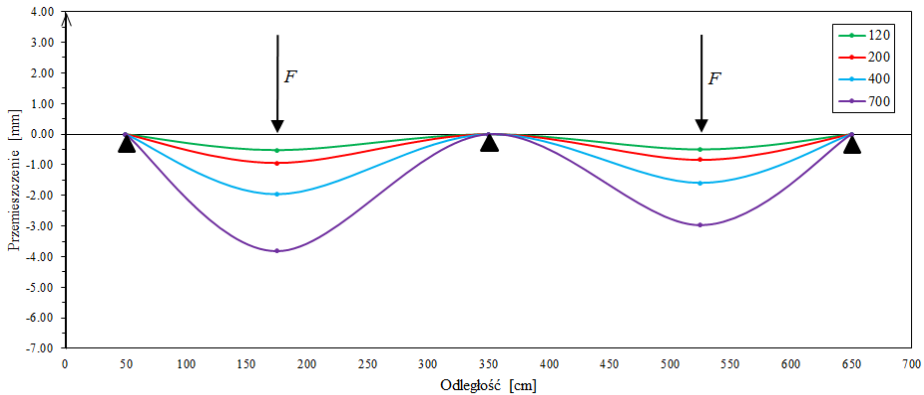


Wykr. 12. Zależność siła-ugięcie całości obciążenia w punkcie pomiarowym U2: a) belka B2, b) belka B3 [badania własne]

Otrzymane wyniki pozwoliły na wyznaczenie linii ugięcia dla całego elementu badawczego przy wzrastającym obciążeniu. Obraz odkształconych belek na każdym poziomie obciążenia przedstawiono odpowiednio na wykresie 13 i 14.



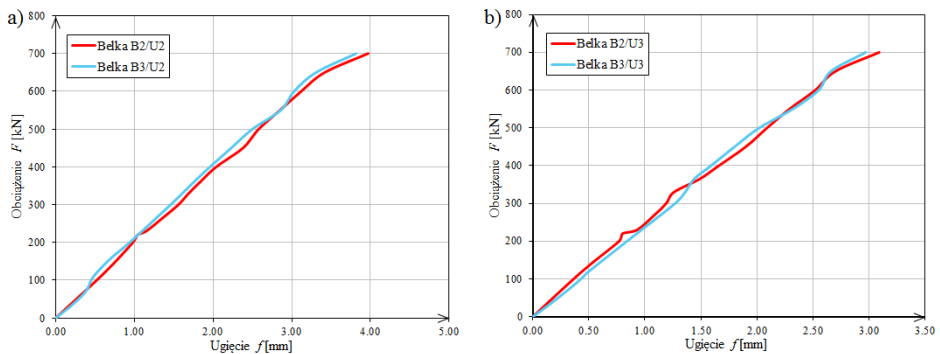
Wykr. 13. Linia ugięcia belki B2 [badania własne]



Wykr. 14. Linia ugięcia belki B3 [badania własne]

Linie ugięć wybranych elementów badawczych w całym zakresie obciążenia były zbliżone do siebie. Na poziomie około 50% maksymalnego obciążenia zewnętrznego zauważalne jest pojawienie się większej wartości przemieszczeń pasa dolnego pod jedną z sił obciążających (przęsło 1). Co było konsekwencją różnego sposobu wymuszenia obciążenia na poszczególnych przęsłach.

Na wykresie 15 przedstawiono również porównanie średnich wartości uzyskanych ugięć względnych każdej badanej belki w funkcji przyłożonej siły.

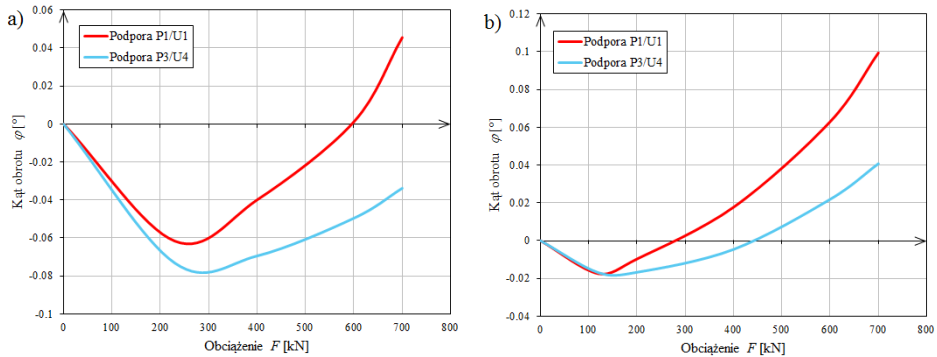


Wykr. 15. Ugięcie belek w miejscu przyłożenia obciążenia: a) przęsło 1, b) przęsło 2 [badania własne]

Dzięki czemu zaobserwowano iż ścieżki równowagi statycznej wykazywały wyraźnie liniowe zachowanie w przyjętym zakresie obciążenia.

4.2.5. Wyniki pomiarów kąta obrotu przekroju belek

Kąty obrotu belek zespolonych mierzono na dwóch skrajnych podporach, oznaczonych odpowiednio symbolami P1 i P3. Uzyskane wyniki średnich wartości przedstawiono na wykresie 16.



Wykr. 16. Kąty obrotu belek zespolonych: a) belka B2, b) belka B3 [badania własne]

Na podstawie otrzymanych wyników zaobserwowano, że kąty obrotu malały do wartości obciążenia zewnętrznego wywołującego zarysowanie płyty betonowej po czym następował ich wzrost. Maksymalne wartości kątów obrotu nie przekraczały $0,10^\circ$. Różnice wyników między elementami badawczymi wynikały z różnych poziomów siły wywołujących zarysowanie: 230 kN w belce B2 i 120 kN w belce B3. Natomiast różnice wyników między poszczególnymi podporami w badanych belkach spowodowane były podobnie jak w przypadku przemieszczeń w płaszczyźnie pionowej różnym sposobem wymuszenia obciążenia na poszczególnych przęsłach.

4.2.6. Wyniki pomiarów poślizgu pomiędzy płytą a dźwigarem

Pomiary poślizgu płyty żelbetowej względem dźwigara przeprowadzono, dokonując odczytów na końcu belki przy podporze P1. W tym celu użyto czujnika indukcyjnego zamontowanego do stopki górnej dźwigara.

W pracy nie zamieszczono uzyskanych wyników, gdyż otrzymana maksymalna wartość poślizgu wyniosła 0,026 mm. Stąd też do dalszych analiz przyjęto, że poślizg w badanych belkach, w przyjętym zakresie obciążenia nie wystąpił. Zgodnie z wcześniejszymi założeniami można przyjąć, że zespolenie jest niepodatne.

4.3. Wnioski z przeprowadzonych doświadczeń badawczych

Oprócz spostrzeżeń zamieszczonych w trakcie analizy otrzymanych wyników, można na podstawie przeprowadzonych badań laboratoryjnych sformułować następujące wnioski końcowe:

1. Rzeczywiste położenie osi obojętnej przekroju zespolonego znajduje się między wyznaczonymi osiami przekroju nie zarysowanego oraz zarysowanego. W momencie pojawiania się nowych rys, oś obojętna przesuwa się ku osi obojętnej przekroju z ustabilizowanym zarysowaniem.

2. Związek pomiędzy krzywizną a momentem zginającym obciążającym belkę w zakresie sprężystym jest właściwie związkiem liniowym, proporcjonalnym do wyężenia przekroju zespolonego.
3. Sztywność belek zespolonych z płytą rozciągną do chwili zarysowania jest praktycznie stała i w przybliżeniu równa sztywności obliczonej przy założeniu pełnej współodkształcalności części stalowej i betonowej. Wyraźny spadek sztywności zaobserwowano wraz z pojawieniem się pierwszej rysy.
4. Powstawanie kolejnych rys powoduje, że występują zaburzenia lokalnych krzywizn i gwałtowne ich zmiany. Efektem tego są znacznie szybsze przyrosty ugięć niż przed zarysowaniem.
5. Rozstaw rys zależy od rozkładu odkształceń w strefie rozciąganej, na który znaczący wpływ ma położenie osi obojętnej.
6. Zmiany sztywności w zakresie odkształceń sprężystych (w zakresie obciążeń eksploatacyjnych) przy wzrastającym obciążeniu są niewielkie i tym samym nie powodują redystrybucji momentów zginających w belce ciągłej.
7. Belki z łącznikami kołkowymi wykazują dużą powtarzalność wyników badań zarówno w zakresie odkształceń jak i stanu zarysowania.
8. Do pełnego opisu ugięć oraz zadania zarysowania belek zespolonych typu stal-beton należy uwzględnić parametr czasu (skurcz i pęcznienie betonu) oraz określić wpływ odkształceń termicznych.

5. Symulacja komputerowa mechanizmu tworzenia się rys w dźwigarze

5.1. Wprowadzenie

Przedstawione w rozdziale 3 badania doświadczalne dźwigarów mostowych o zbliżonej skali do rzeczywistej posłużyły, jako punkt odniesienia do przeprowadzenia obliczeń komputerowych belek zespolonych z rozciąganą, zarysowaną płytą.

W trakcie rozwoju obszarów zarysowanych występuje redystrybucja naprężeń w konstrukcji zespolonej, co w skrajnych przypadkach może prowadzić do znacznej zmiany schematu statycznego konstrukcji. Istnieje także drugi aspekt tego zagadnienia związany z obliczaniem konstrukcji zespolonych w fazie nieliniowych właściwości betonu i stali. Do badań numerycznych użyto programu opartego o metodę elementów skończonych – Abaqus firmy Dassault Systèmes, zawierającego źródła algorytmów numerycznych i programów MES, w których występuje zarówno nieliniowość o charakterze geometrycznym jak i materiałowym [Szturomski 2013].

Budowane modele zostały wykorzystane do przeprowadzenia obliczeń konstrukcji poddanych badaniom laboratoryjnym. Następnie wykonano kalibrację, polegającą na odpowiednim „dopasowaniu” modelu przez jego modyfikację aż do uzyskania satysfakcjonujących zbieżności wyników obliczeń komputerowych z wartościami pomierzonymi oraz minimalizację liczby elementów skończonych i komplikacji siatki elementów. Na tym etapie została również przeprowadzona końcowa kalibracja modelu obliczeniowego.

Istotną częścią tego rozdziału jest również identyfikacja parametrów konstytutywnych na podstawie wytrzymałości betonu, otrzymanych w wyniku badań wstępnych (punkt 4.1.2 w rozdziale 4), a także opis zastosowanego modelu betonu plastycznego ze zniszczeniem.

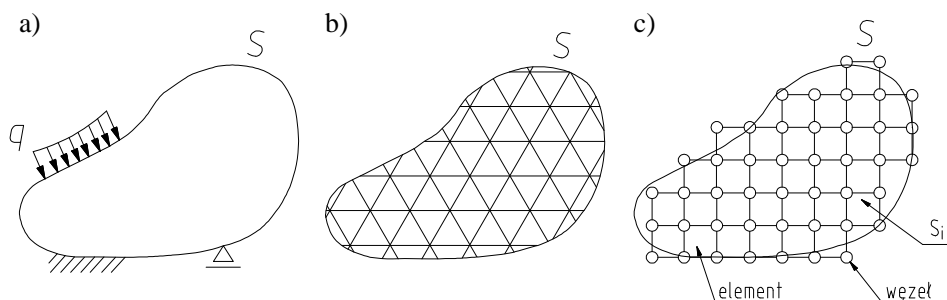
5.2. Metoda elementów skończonych

Obecnie, wraz z większą wydajnością systemów obliczeniowych oraz możliwością ich zastosowania w procesie analizy i projektowania konstrukcji inżynierskich nastąpił intensywny rozwój metod numerycznych używanych w zakresie obliczeń statycznych, wymiarowania i analizy zachowania konstrukcji. Metody numeryczne niejednokrotnie są jedyną drogą do uzyskania praktycznie przydatnych rozwiązań w analizie złożonych ustrojów przestrzennych wykonanych z materiałów niepodlegających prawom liniowej sprężystości. Metody numeryczne prowadzą zawsze do rozwiązań przybliżonych, gdyż układ równań różniczkowych jest zastąpiony układem równań algebraicznych, a dokładne

rozwiązanie w postaci zamkniętego wzoru analitycznego jest zastępowane zbiorem liczb opisującym rozpatrywane zjawisko. Symulacje komputerowe stworzyły możliwość analizowania zagadnień trudnych i złożonych, co w znacznym stopniu przyczynia się do redukcji kosztów związanych z przeprowadzeniem badań doświadczalnych. Stąd też wirtualne modele numeryczne stają się dzisiaj podstawowym środkiem do prowadzenia analiz. W praktyce procedury projektowania, które opierały się na wypracowanych przez dziesięciolecia metodach analitycznych zostają wyparte przez metody numeryczne.

Modele obliczeniowe można analizować przy zastosowaniu różnych metod numerycznych, aczkolwiek najpopularniejsze są symulacje wirtualne rzeczywistych procesów w systemach opartych na Metodzie Elementów Skończonych (MES). We współczesnym piśmiennictwie jest wiele monografii i artykułów poświęconych tej metodzie. Do podstawowych prac w tym zakresie należą [Zienkiewicz 1972; Crisfield 1986; Zienkiewicz i Taylor 2000].

Sama Metoda Elementów Skończonych jest jedną z metod dyskretyzacji układów geometrycznych ciągłych, tj. podziału kontinuum na skończoną liczbę podobszarów. Wobec powyższego, idea metody zakłada modelowanie nawet bardzo złożonych konstrukcji (części i zespołów) poprzez ich reprezentację za pomocą możliwie prostych geometrycznie elementów składowych, nawet z uwzględnieniem nieciągłości i wielofazowości materiałowych.



Rys. 25. Dyskretyzacja modelu ciągłego – transformacja w zbiór (siatkę) elementów skończonych: a) model geometryczny ciągły, b) model dyskretny idealny, c) model dyskretny obliczeniowy [opracowanie na podstawie Rusiński i in. 2000]

Główne założenie MES to podział modelu geometrycznego ciągłego (rys. 25) na elementy skończone, łączące się w tzw. węzłach, czego efektem jest utworzenie modelu geometrycznego dyskretnego. Należy w tym miejscu podkreślić, iż efektem dyskretyzacji jest transformacja układu o nieskończonej liczbie stopni swobody (zdolności do zmiany wartości określonej współrzędnej) do postaci układu o skończonej liczbie stopni swobody (SSW):

$$S = \sum_1^n Si, \text{ gdzie } n \rightarrow \infty, \quad (5.1)$$

przy czym, ze względów praktycznych osiągnięcie warunku $n \rightarrow \infty$ jest trudne do zrealizowania.

W trakcie obliczeń dyskretyzacji ulegają również wszelkie inne wielkości fizyczne, reprezentowane w układzie za pomocą funkcji ciągłych (np. obciążenia, utwierdzenia, przemieszczenia, naprężenia). Stąd też podczas dyskretyzacji określonej wielkości fizycznej dąży się do maksymalnego zbliżenia jej postaci dyskretnej i ciągłej z zastosowaniem metod aproksymujących.

Aby rozwiązać poszczególne zadanie mechaniki (np. z dziedziny wytrzymałości materiałów) należy zwrócić uwagę na fizyczne otoczenie układu, tj. w przypadku układu przedstawionego na rysunku 25a: wymuszenie (obciążenie ciągłe q) oraz utwierdzenie (stałe ciągle wraz z podporą przesuwną).

Wymuszenie oraz utwierdzenie noszą umowne określenie warunków brzegowych układu. Chcąc doprowadzić do uzyskania żądanych wyników z zastosowaniem MES należy zbudować tzw. macierze sztywności, początkowo macierze lokalne (na podstawie wartości współrzędnych węzłów oraz wartości parametrów fizycznych elementów), a następnie tzw. macierz globalną. Kolejnym etapem jest budowa globalnego wektora obciążenia, po czym następuje rozwiązanie układu równań i obliczenie sił wewnętrznych oraz reakcji węzłów.

Współczesne aplikacje inżynierskie CAE (ang. *Computer – Aided Engineering*), w których stosuje się MES składają się z trzech wzajemnie współpracujących modułów, którymi są:

- preprocesor (służy m.in. do importu lub przygotowania geometrii, doboru rodzaju elementów skończonych, dyskretyzacji kontinuum, a także przyłożenia warunków brzegowych),
- solver (moduł przeznaczony do budowy oraz rozwiązania układu równań, na podstawie którego uzyskuje się poszukiwane wartości danych wielkości fizycznych),
- postprocesor (moduł służący do prezentacji oraz wspomaganie interpretacji uzyskanych wyników).

Oprócz tego rozbudowane możliwości metody umożliwiają rezygnację z modeli belkowych i realne, inżynierskie projektowanie na modelach powierzchniowych a nawet objętościowych [Zienkiewicz i Taylor 2000].

Dodatkową korzyścią rozwoju technik obliczeniowych jest również odejście od prostej, liniowej analizy wytrzymałościowej i zastosowanie bardziej złożonych algorytmów uwzględniających nieliniowe związki fizyczne materiału [Rusiński i in. 2000]. W obszarze analiz wytrzymałościowych, obliczenia wytrzymałościowe z uwzględnieniem nieliniowości fizycznych wykonuje się najczęściej:

- w obiektach, których materiał znajduje się w zakresie nieliniowym, podczas normalnej eksploatacji,
- przy wymiarowaniu konstrukcji zgodnie z wymogami nośności granicznej,

- oraz w celu wyznaczenia wartości energii zniszczenia (siły niszczącej) obiektów.

Aby prawidłowo zdefiniować, a następnie rozwiązać zadanie nieliniowe w metodzie elementów skończonych należy przede wszystkim określić model materiału i związki konstytutywne.

W odróżnieniu od materiału liniowo sprężystego, gdzie związki między odkształceniem a naprężeniem i między odkształceniem i przemieszczeniem są liniowe, niezmiennie w całym zakresie, tu uzyskujemy sprzężenie między charakterystykami materiału i wartościami określającymi aktualny stan materiału (przemieszczenie, naprężenie, odkształcenie), a nawet historią stanu materiału (np. utwardzenie) i prędkością zmiany stanu materiału (zagadnienia związane z lepkością). Stąd też rozwiązanie zadania opiera się na technice przyrostowej, polegającej na krokowym zwiększaniu parametrów wejściowych, rozwiązywaniu zadania na poszczególnych krokach i sterowaniu charakterystykami materiału poprzez uzyskane wyniki cząstkowe. Jak każdy proces iteracyjny, rozwiązanie ma charakter niejednoznaczny, zależy od zastosowanej techniki przyrostowej i metod iteracji na poszczególnych krokach. W większości przypadków, niezależnie od zastosowanych modeli materiału, sformułowanie zadania polega na sprowadzeniu modeli nieliniowych do skończonej liczby cząstkowych modeli liniowych i następnie odpowiednie stosowanie technik interpolacji. Ponieważ ogólny model materiału, uwzględniający bardzo różne zjawiska, byłby bardzo rozbudowany i wymagałby bardzo złożonych metod rozwiązywania, w zależności od potrzeb stosujemy modele uwzględniające tylko niektóre zjawiska.

5.3. Model betonu plastycznego ze zniszczeniem

5.3.1. Uwagi ogólne

Prawidłowy opis zniszczenia betonu jest podstawowym zagadnieniem, gdy rozważa się zachowanie betonu w konstrukcji przy zaawansowanych deformacjach. W betonie na skutek rozwoju istniejących mikrorys dochodzi do osłabienia materiału. To zjawisko na gruncie mechaniki ośrodków ciągłych definiuje się, jako uszkodzenie, w trakcie którego macierz sztywności stycznej przestaje być dodatnio określona. Przypadek ten pojawia się w przypadku rozciągania betonu, kiedy to na skutek rozwoju uszkodzenia macierz sztywności stycznej jest ujemnie określona, co prowadzi do lokalizacji odkształceń. Z matematycznego punktu widzenia dochodzi do zmiany typu cząstkowych równań różniczkowych, które rządzą procesem z eliptycznego na hiperboliczny. Przez to zadanie jest źle uwarunkowane i w konsekwencji otrzymane rozwiązanie zależy od gęstości zastosowanej dyskretyzacji [Pietruszczak i Mróz 1981].

Przedstawiony problem może być regularyzowany różnymi metodami, w których wyróżnić należy dwie podstawowe grupy. Pierwsza grupa dotyczy regularyzacji na poziomie sformułowania matematycznego, druga zaś

regularyzyje problem na poziomie sformułowania numerycznego. Do pierwszej grupy należą przede wszystkim modele lepko-plastyczne, w których stan naprężenia zależy również od prędkości deformacji [Łodygowski 1996]. Stosowane są one głównie w dynamice. Do grupy tej zaliczyć można również modele Cosseratów i mikropolarne, które z kolei stosowane są do gruntów i ośrodków sypkich [Tejchman i Gudehus 2001]. W przypadku modelowania zniszczenia w betonie używa się także modeli nielokalnych [Bobinski i Tejchman 2006] oraz tzw. modeli wyższego rzędu, czyli gradientowych [Pamin 2004]. Nielocalne modele wprowadzają funkcję uśredniającą (np. funkcję Gaussa), która przelicza lokalne zmienne na nielocalne zgodnie z określonymi wagami.

Natomiast możliwość regularyzacji na poziomie sformułowania numerycznego, polega na wprowadzeniu w sposób jawny szerokości strefy lokalizacji deformacji plastycznych do elementu skończonego [Pietruszczak i Mróz 1981]. Dodatkowo stosujemy automatyczne zagęszczanie siatki elementów skończonych, na podstawie lokalnych błędów spowodowanych dużymi gradientami zmiennych wewnętrznych a także wprowadzamy nieciągłość pola przemieszczeń wewnątrz elementu skończonego [Belytschko i Black 1999]. Prowadzi to do regularyzacji problemu. Wszystkie wymienione wyżej metody regularyzacji wprowadzają do modelu materiału pewną wewnętrzną charakterystyczną skalę długości, która stanowi informację o szerokości strefy lokalizacji odkształceń.

W dalszej części tego podrozdziału zaprezentowano za [Jankowiak T. 2009] opis modelu betonu plastycznego ze zniszczeniem, oparty na mechanice pękania, gdzie do opisu zniszczenia wykorzystano miarę skalarną. Przedstawiono również identyfikację niezbędnych parametrów do prawidłowego modelowania betonu [Jankowiak T. i Łodygowski 2005a].

5.3.2. Opis matematyczny

Numeryczna analiza zadania początkowo brzegowego z lokalizacją zniszczenia wymaga kompleksowego, konstytutywnego modelowania materiału. W modelu tym skalarny parametr zniszczenia jest używany do modelowania zniszczenia betonu oddzielnie w ściskaniu i rozciąganiu. Skalarny opis zniszczenia materiału [Kachanow 1958] początkowo używano do opisu zjawiska pęcznienia. Podstawowym zagadnieniem przy analizie numerycznej konstrukcji betonowych jest określenie prawidłowego mechanizmu zniszczenia konstrukcji oraz jej nośności. Aby tego dokonać, wymagana jest identyfikacja parametrów konstytutywnych modelu, bazująca na określonych eksperymentach laboratoryjnych.

Równanie konstytutywne [Kachanow 1958; Lubliner i in. 1989] materiału ze skalarnym zniszczeniem przedstawia się następująco:

$$\sigma = (1-d)D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) = D^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}), \quad (5.2)$$

gdzie:

- σ – tensor naprężenia Cauchy’ego,
- d – skalarny parametr zniszczenia (degradacji sztywności),
- ε – tensor odkształceń,
- d – skalarny parametr zniszczenia (degradacji sztywności),
- D_0^{el} – początkowy tensometr sprężystej sztywności konstytutywnej,
- D^{el} – zdegradowany tensor sprężystej sztywności konstytutywnej.

Niezbędne jest określenie efektywnego tensora naprężenia na podstawie równania (5.2) jako:

$$\bar{\sigma} = D_0^{\text{el}} : (\varepsilon - \varepsilon^{\text{pl}}), \quad (5.3)$$

gdzie:

- ε^{pl} – tensor odkształceń plastycznych,
- oraz ewolucji parametru zniszczenia d , zgodnie z regułą:

$$d = d(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^{\text{pl}}). \quad (5.4)$$

Zmienna d jest funkcją naprężeń efektywnych $\bar{\sigma}$ oraz ekwiwalentnych odkształceń plastycznych $\bar{\varepsilon}^{\text{pl}}$. W modelu betonu plastycznego ze zniszczeniem sztywność materiału jest początkowo izotropowa, jednak podczas procesu degradacji sztywności jest określona przez dwie zmienne d_c w strefie ściskania i d_t w strefie rozciągania.

Ostatecznie, tensor naprężeń Cauchy’ego σ jest proporcjonalny do tensora naprężeń efektywnych $\bar{\sigma}$, a współczynnikiem proporcjonalności jest $(1 - d)$:

$$\sigma = (1 - d)\bar{\sigma}. \quad (5.5)$$

Zniszczenie materiału przy ściskaniu i rozciąganiu jest określone niezależnie przez dwie zmienne, odpowiednio $\bar{\varepsilon}_c^{\text{pl}}$ i $\bar{\varepsilon}_t^{\text{pl}}$, które określają ekwiwalentne odkształcenia (przy ściskaniu i rozciąganiu):

$$\bar{\varepsilon}^{\text{pl}} = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_c^{\text{pl}} \\ \bar{\varepsilon}_t^{\text{pl}} \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_t^{\text{pl}} = h(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^{\text{pl}}) \dot{\bar{\varepsilon}}^{\text{pl}}.$$

Zarysowanie (w rozciąganiu) oraz zgniecie (w ściskaniu) w betonie jest reprezentowane przez wzrost zmiennej wzmocnienia (osłabienia). Wielkości te kontrolują ewolucję powierzchni obciążenia F oraz degradację sztywności materiału.

Powierzchnia obciążenia określa stan odkształceń, jako funkcja naprężeń oraz efektywnych odkształceń plastycznych. W przypadku nielepkiego plastycz-

nego modelu ze zniszczeniem, stan naprężeń i odkształceń musi spełniać warunek:

$$F(\sigma, \bar{\varepsilon}^{\text{pl}}) \leq 0. \quad (5.7)$$

Plastyczne płynięcie określane jest przez funkcję potencjału plastycznego $G(\sigma)$ oraz niestowarzyszone prawo płynięcia w postaci:

$$\dot{\varepsilon}^{\text{pl}} = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\sigma)}{\partial \sigma}. \quad (5.8)$$

Model materiału plastycznego ze zniszczeniem jest jedną z wielu możliwości modelowania betonu [Kmieciak i Kamiński 2011], w którym istotne jest określenie prawidłowych parametrów konstytutywnych, co pozwala na prawidłowe jakościowe jak i ilościowe porównanie wyników numerycznych z eksperymentalnymi.

5.3.3. Powierzchnia obciążenia

Powierzchnia obciążenia [Lubliner i in. 1989], która jest używana w modelu betonu plastycznego ze zniszczeniem ma postać:

$$F(\sigma) = \frac{1}{1-\alpha} \left[\sqrt{3J_2} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle \right] - f_c. \quad (5.9)$$

Parametry modelu α , β i γ decydują o kształcie powierzchni obciążenia w przestrzeni σ . Postać funkcji obciążenia zapewnia wygodną identyfikację parametrów. Przyjmując za [Jankowiak T. 2009], że w przypadku dwuosiowego ściskania, któremu odpowiadają naprężenia główne $(-f_{bc}, -f_{bc}, 0)$ znikają z równania (5.9) człony z β i γ , gdyż zarówno $\langle \sigma_{\max} \rangle$ jak i $\langle -\sigma_{\max} \rangle$ są równe zero. W tym przypadku pierwszy niezmiennik stanu naprężenia I_2 jest równy $-2 \cdot f_{bc}$. Natomiast drugi niezmiennik dewiatora stanu naprężenia J_2 jest równy $f_{bc}^2/3$. Wtedy równanie (5.9) przyjmuje postać:

$$\frac{1}{1-\alpha} \left[\sqrt{3 \frac{f_{bc}^2}{3}} - 2\alpha f_{bc} \right] = f_c, \quad (5.10)$$

a po przekształceniu otrzymujemy zależność:

$$\alpha = \frac{(f_{bc} / f_c) - 1}{2(f_{bc} / f_c) - 1}, \quad (5.11)$$

pozwalającą na wyznaczenie parametru α , na który ma wpływ stosunek wytrzymałości przy dwuosiowym ściskaniu f_{bc} do wytrzymałości przy jednoosiowym ściskaniu f_c . Parametr β należy identyfikować w taki sposób, aby po-

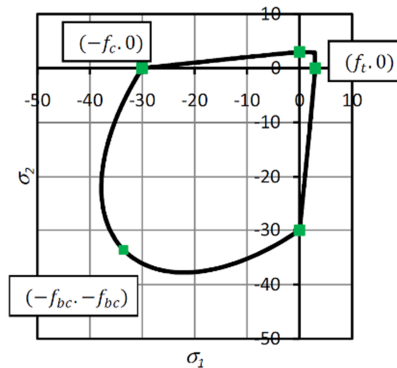
wierzchnia obciążenia przechodziła przez punkt $(f_t, 0, 0)$. W tym przypadku $\langle \sigma_{\max} \rangle = \langle f_t \rangle = f_t$, a zatem równanie (5.9) przyjmuje postać:

$$\frac{1}{1-\alpha} \left[\sqrt{3 \frac{f_t^2}{3}} + \alpha f_t + \beta f_t \right] = f_c, \quad (5.12)$$

ponieważ pierwszy niezmiennik stanu naprężenia I_1 jest równy f_t , natomiast drugi niezmiennik dewiatora stanu naprężenia J_2 jest równy $f_t^2/3$. W tej sytuacji możliwe jest obliczenie parametru β jako:

$$\beta = \frac{f_c}{f_t} (1-\alpha) - (1-\alpha). \quad (5.13)$$

W płaskim stanie naprężenia tylko dwie zmienne decydują o kształcie powierzchni obciążenia (rys. 26), mianowicie parametr α i β . Podstawiając do równania (5.9) niezmienniki I_1 oraz J_2 , odpowiadające punktowi $(-f_c, 0, 0)$, okazuje się, że jest ono tożsamościowo spełnione.



Rys. 26. Powierzchnia Lublinera w płaskim stanie naprężenia [Jankowiak 2009]

Parametr γ pojawia się tylko w trójosiowym stanie naprężenia, gdy $\sigma_{\max} < 0$, stąd też należy przedstawić jego wpływ na kształt powierzchni obciążenia w płaszczyźnie południkowej. Na rysunku 27 przedstawiono kształt powierzchni obciążenia w przekroju południkowym w przestrzeni $r - \zeta$, na którym dodatkowo naniesiono wyniki badań eksperymentalnych (♦) [Launay i Gachon 1971]. Widoczne są dwa południki. Południk rozciągany (PR), dla którego $r < 0$ oraz południk ściskany (PS), dla którego z kolei $r > 0$. Za [Lubliner i in. 1989] istotne znaczenie ma wartość ilorazu obu promieni:

$$\rho = \frac{r_{\text{PR}}}{r_{\text{PS}}} \text{ przy określonym } \zeta. \quad (5.14)$$

Aby zdefiniować ogólne równania obu południków niezbędne jest określenie maksymalnych naprężeń obu południków [Abbo i Sloan 1995] jako:

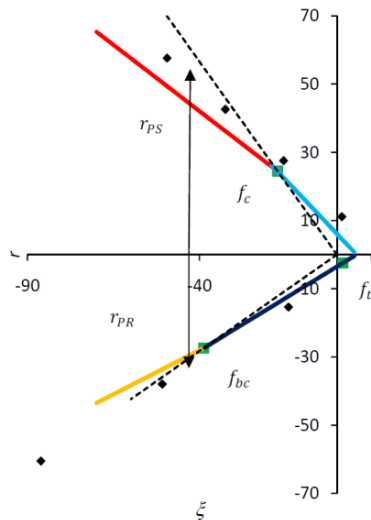
$$\sigma_{\max} = \begin{cases} \frac{1}{3}(I_1 + 2\sqrt{3J_2}) & \text{dla } r_{PR} \\ \frac{1}{3}(I_1 + 2\sqrt{3J_2}) & \text{dla } r_{PS} \end{cases} \quad (5.15)$$

Stąd równanie obu południków PS i PR można przedstawić następująco:

$$r_{PR} = \begin{cases} \frac{\sqrt{6}(1-\alpha)f_c - (\alpha + \gamma/3)\sqrt{3}\zeta}{3(1+2\gamma/3)} & r < -\frac{\zeta}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{6}(1-\alpha)f_c - (\alpha + \beta/3)\sqrt{3}\zeta}{3(1+2\beta/3)} & r \geq -\frac{\zeta}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (5.16)$$

$$r_{PS} = \begin{cases} \frac{\sqrt{6}(1-\alpha)f_c - (\alpha + \gamma/3)\sqrt{3}\zeta}{3(1+\gamma/3)} & r < -\frac{2\zeta}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{6}(1-\alpha)f_c - (\alpha + \beta/3)\sqrt{3}\zeta}{3(1+\beta/3)} & r \geq -\frac{2\zeta}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (5.17)$$

Analizując równanie (5.9) okazuje się, że dzięki zastosowaniu w nim nawiasu Macauleya, niezbędne jest określenie równań południków w obu strefach, ściskanej i rozciąganej, zarówno w przypadku $\sigma_{\max} < 0$ jak i $\sigma_{\max} > 0$. Odpowiednie proste dzielące przestrzeń $r - \zeta$ zaznaczano na rysunku 27 linią przerywaną.



Rys. 27. Przekrój południkowy powierzchni obciążenia (L) [Jankowiak 2009]

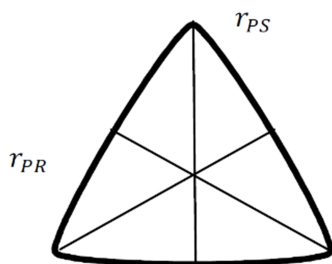
Dodatkowo naniesiono punkty identyfikujące, oznaczone za pomocą ■. Dzięki temu możliwe było sprawdzenie poprawności, gdyż wszystkie trzy punkty leżą na odpowiednich południkach, jednak w strefie, w której wpływ mają tylko parametry α oraz β . Zatem stosując w strefie trójosiowego ściskania, gdzie $\langle -\sigma_{\max} \rangle \neq 0$, w równaniu (5.14) odpowiednie zależności (5.16 i 5.17), można określić parametr ρ jako:

$$\rho = \frac{\gamma + 3}{2\gamma + 3}. \quad (5.18)$$

Po przekształceniach wzoru (5.18) otrzymano:

$$\gamma = \frac{3(1 - \rho)}{2\rho - 1}. \quad (5.19)$$

Zatem parametr γ identyfikuje się poprzez globalne dopasowanie dwóch południków w strefie trójosiowego ściskania do wyników badań. Na rysunku 27 są zaprezentowane wyniki trójosiowego ściskania [Launay i Gachon 1971 oraz Chen W. 1982], które prowadzą do określenia parametru ρ , wahającego się w granicach od 0,64 do 0,80 w różnych badaniach laboratoryjnych. Przekrój dewiatorowy przedstawiono na rysunku 28.



Rys. 28. Przekrój dewiatorowy (L) [Jankowiak 2009]

Zgodnie z wcześniejszymi rozważaniami możliwe jest uwzględnienie w równaniu (5.9) ewolucji $F(\sigma)$ w zależności od $\bar{\epsilon}^{pl}$. W modelu betonu plastycznego ze zniszczeniem wykonano to jako:

- uzmiennienie parametru β od aktualnej wartości naprężenia ściskającego $\bar{\sigma}_S$ i rozciągającego $\bar{\sigma}_R$, które są funkcjami odpowiednio $\bar{\epsilon}_S^{pl}$ i $\bar{\epsilon}_R^{pl}$, co następuje:

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_S(\bar{\epsilon}_S^{pl})}{\bar{\sigma}_R(\bar{\epsilon}_R^{pl})}(1 - \alpha) - (1 - \alpha), \quad (5.20)$$

- zastąpienie parametru f_c funkcją $\bar{\sigma}_S(\bar{\epsilon}_S^{pl})$, co następuje:

$$f_c = \bar{\sigma}_S(\bar{\epsilon}_S^{pl}). \quad (5.21)$$

Zmiany te i dopuszczenie ewolucji powierzchni obciążenia nie wpływają na wcześniejsze rozważania. Przed wprowadzeniem ekwiwalentnych naprężeń ściskających oraz rozciągających zachodzą następujące zależności:

$$\bar{\sigma}_S(\bar{\epsilon}_S^{pl} = 0) = f_c \text{ oraz } \bar{\sigma}_R(\bar{\epsilon}_R^{pl} = 0) = f_t. \quad (5.22)$$

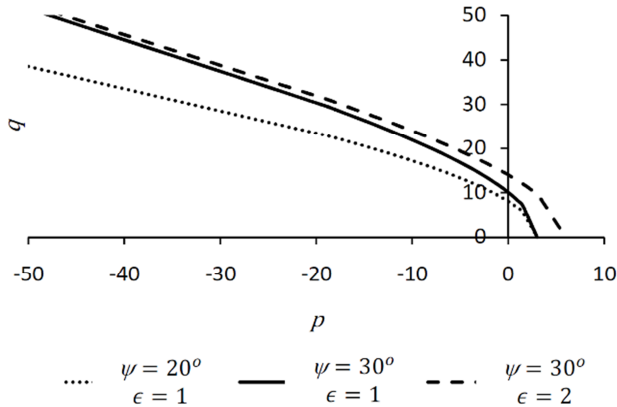
5.3.4. Powierzchnia potencjału plastycznego

Model betonu plastycznego ze zniszczeniem zakłada użycie niestowarzyszonego prawa płynięcia. Powierzchnia potencjału plastycznego G (rys. 29) ma postać:

$$G(\sigma) = \sqrt{(f_c - \epsilon f_t \tan \psi)^2 + q^2} + p \tan \psi - f_c = 0, \quad (5.23)$$

gdzie:

- p – efektywne naprężenie hydrostatyczne, $p = \frac{1}{3} \cdot I_1$,
- q – ekwiwalentne efektywne naprężeniem HMM, $q^2 = 3J_2$.



Rys. 29. Powierzchnia potencjału plastycznego [Jankowiak 2009]

W równaniu (5.23) występują dwa parametry ψ i ϵ . Identyfikacja obu parametrów odbywa się poprzez globalne dopasowanie w płaszczyźnie p - q za pomocą minimalizacji błędu kwadratowego [Jankowiak i Łodygowski 2005b]. Natomiast ich wpływ na kształt powierzchni potencjału plastycznego przedstawiono poniżej, wraz z globalnym sposobem ich identyfikacji.

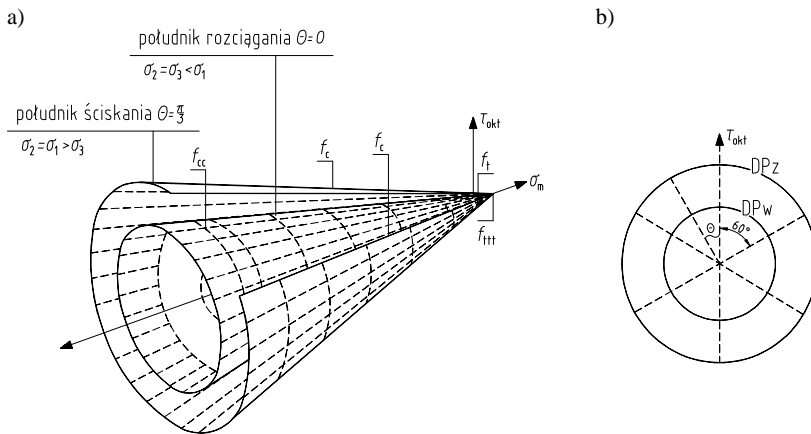
5.3.5. Hipoteza Druckera – Pragera

Zniszczenie betonu może być podzielone na dwa typy. Pierwszy odnosi się do pęknięcia przy rozciąganiu, które jest związane z pojawieniem się dominującej rysy i spadkiem nośności w kierunku prostopadłym do niej [Chen A. i Chen W. 1975], drugi zaś jest związany z zgniataniem podczas ściskania, w trakcie którego dochodzi do rozwoju i ewolucji wielu małych rys i w efekcie utraty większości wytrzymałości betonu związanej z pokruszeniem.

Wytrzymałość betonu w złożonym stanie naprężenia jest zależna od stopnia złożoności stanu naprężenia panującego w materiale. Nie może więc być określana na podstawie tylko prostych testów, takich jak jednoosiowe ściskanie lub rozciąganie. Zatem wytrzymałość betonu może być określana tylko poprzez uwzględnienie wzajemnej interakcji różnych składowych stanu naprężenia.

Stąd też chcąc opisać wytrzymałość betonu równaniem stanu trójosiowego, należy przedstawić jej płaszczyznę w trójwymiarowej przestrzeni naprężeń (dla materiału izotropowego, jakim uznawany jest beton w szerokim zakresie naprężeń), gdzie na powierzchni znajdują się stany naprężeń odpowiadające zniszczeniu materiału, zaś wewnątrz stany bezpiecznej pracy. Dodatkowo wewnątrz przestrzeni zlokalizowana jest tzw. powierzchnia potencjału plastycznego, po przekroczeniu której mamy do czynienia z dwiema sytuacjami [Majewski 2003]:

- wzrost odkształceń bez zmiany naprężenia (idealna plastyczność),
- osłabienie materiałowe – destrukcja materiału.

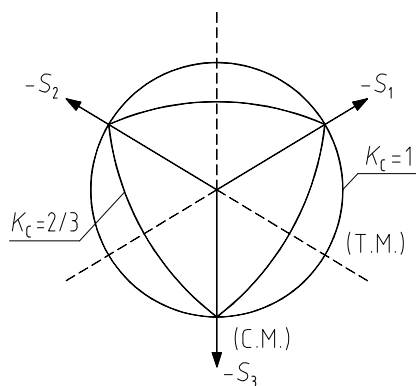


Rys. 30. Powierzchnia graniczna Druckera-Pragera: a) widok, b) przekrój dewiatorowy [opracowanie na podstawie Majewski 2003]

Jedną z najczęściej stosowanych hipotez wytrzymałościowych w betonie jest hipoteza Druckera-Pragera [Drucker 1959; Prager 1952], zgodnie z którą o zniszczeniu decyduje energia odkształcenia postaciowego, a sama powierzchnia graniczna w przestrzeni naprężeń przyjmuje kształt stożka (rys. 30). Zaletą stosowania tego kryterium zniszczenia jest gładkość powierzchni i co z tym się

wiąże brak komplikacji przy zastosowaniach numerycznych, a wadą nie pełna zgodność z rzeczywistym zachowaniem betonu [Majewski 2003].

Model betonu plastycznego ze zniszczeniem CDP (ang. *Concrete Damage Plasticity*) stosowany w programie Abaqus jest modyfikacją hipotezy wytrzymałościowej Druckera-Pragera. Na przestrzeni ostatnich lat wprowadzono w niej kolejne modyfikacje [Lubliner i in. 1989; Lee i Fenves 1998], według których powierzchnia zniszczenia w przekroju dewiatorowym nie musi być kołem i jest regulowana przez parametr K_c . Interpretacją fizyczną parametru K_c jest stosunek odległości pomiędzy osią hydrostatyczną do południków ściskania i rozciągania w przekroju dewiatorowym, Stosunek ten jest zawsze większy od 0,5. W przypadku gdy jego wartość wyniesie 1 to przekrój dewiatorowy powierzchni zniszczenia staje się okręgiem – jak w klasycznej hipotezie wytrzymałościowej Druckera-Pragera (rys. 31).

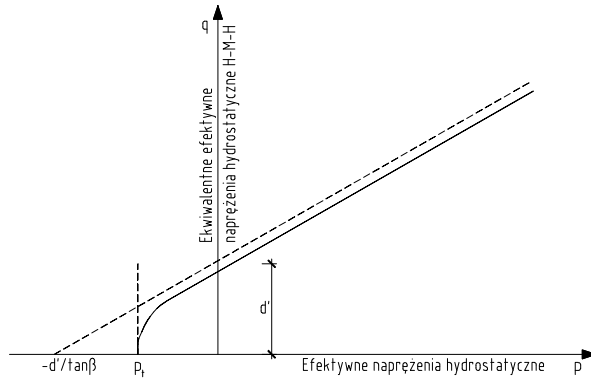


Rys. 31. Przekrój dewiatorowy powierzchni zniszczenia w modelu betonu CDP [opracowanie na podstawie Majewski 2003]

Za pracą Majewskiego [2003] wartość ta dla naprężenia normalnego średniego równego zero, wynosi 0,6 i powoli rośnie wraz z malejącym naprężeniem średnim. Zalecaną wartością K_c zgodnie z Abaqus User's Manual [2012] jest 2/3. Kształt ten jest podobny do kryterium wytrzymałościowego sformułowanego przez Williama i Warnke [1975], w którym połączono trzy wzajemnie styczne elipsy. Jest to kryterium teoretyczno – doświadczalne zbudowane na podstawie wyników badań w trójosiowym stanie naprężenia.

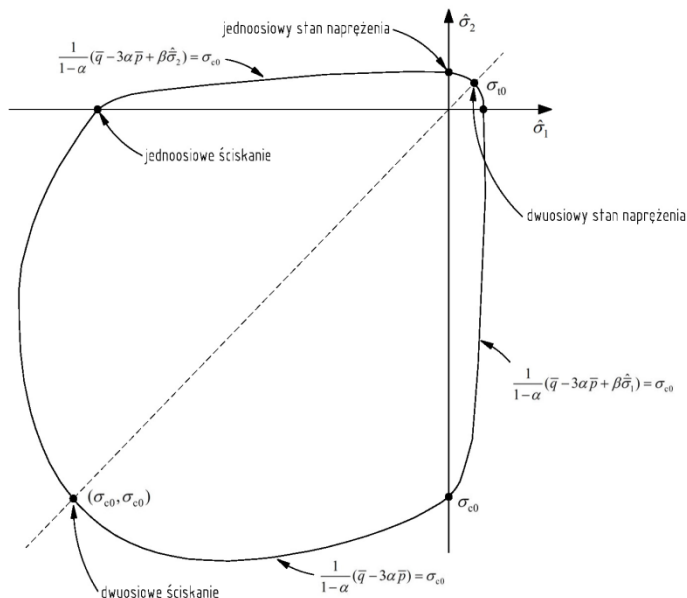
Podobna zmiana dotyczy kształtu południków płaszczyzny w przestrzeni naprężeń, które są liniami krzywymi. W modelu betonu CDP powierzchnia potencjału plastycznego w płaszczyźnie południkowej przybiera postać hiperboli (rys. 32). Regulacja kształtu następuje poprzez parametr mimośrodkowości potencjału plastycznego (ang. *Eccentricity*). Jest to długość odcinka mierzonego wzdłuż osi hydrostatycznej między wierzchołkami hiperboli, a przecięciem asymptot tej hiperboli (środek hiperboli). Parametr mimośrodkowości można obliczyć jako stosunek wytrzymałości na rozciąganie do wytrzymałości na ści-

skanie [Jankowiak I., Kąkol i Madaj 2005]. Zalecaną wartością dla modelu CDP jest $\epsilon = 0,1$. W granicznym przypadku, gdy jest on równy zero, powierzchnia staje się w płaszczyźnie południkowej linią prostą – klasyczna hipoteza Druckera-Pragera.



Rys. 32. Hiperboliczna powierzchnia potencjału plastycznego w płaszczyźnie południkowej [opracowanie na podstawie Majewski 2003]

Kolejnym parametrem, który opisuje zachowanie betonu jest określenie punktu, w którym ulega on zniszczeniu w trakcie dwuosowego ściskania (rys. 33). Wartość σ_{b0}/σ_{c0} (f_{b0}/f_{c0}) określa stosunek wytrzymałości betonu w stanie dwuosowym, do wytrzymałości w stanie jednoosiowym.



Rys. 33. Wytrzymałość betonu w dwuosowym stanie naprężenia w modelu CDP [opracowanie na podstawie Abaqus User's Manual 2012]

Najbardziej wiarygodnymi badaniami z tego zakresu są przeprowadzone w 1969 r. badania Kupfera. Po ich aproksymacji równaniem elipsy, wytrzymałość na równomierne dwuosiowe ściskanie wynosi $f_{cc} = 1,16248$ [Majewski 2003], z kolei Abaqus User's Manual [2012] jako wartość domyślną podaje 1,16.

Ostatnim parametrem opisującym zachowanie się betonu w złożonym stanie naprężenia jest kąt dylatacji (ang. *Dilation Angle*), czyli kąt nachylenia asymptoty powierzchni zniszczenia w stosunku do osi hydrostatycznej, mierzony w płaszczyźnie południkowej (kąt tarcia wewnętrzznego w betonie). W analizach numerycznych niejednokrotnie przyjmuje się wartość równą $\beta = 36^\circ$ [Jankowiak I., Kąkol i Madaj 2005; Jankowiak I. i Madaj 2011].

Tabela 11. Domyślne parametry modelu CDP [opracowanie na podstawie Abaqus User's Manual 2012]

Parametr	Wartość
Kąt dylatacji β	36°
Mimośrodowość ϵ	0,10
f_{bo}/f_{co}	1,16
K_c	0,667
Parametr wiskotyczny μ	0

W tabeli 11 zestawiono parametry modelu betonu CDP określające jego pracę w złożonym stanie naprężenia [Abaqus User's Manual 2012].

5.3.6. Identyfikacja parametrów betonu ściskanego

Najdokładniejszą metodą opisu związku naprężeń oraz odkształceń jest wykonanie testów jednoosiowego ściskania zastosowanego betonu i następnie dokonanie transformacji zmiennych z otrzymanego wykresu. W modelu CDP należy wyznaczyć tzw. odkształcenia niesprężyste $\bar{\epsilon}_c^{in}$, poprzez odjęcie od odkształceń całkowitych (rejestrowanych w teście jednoosiowego ściskania) część sprężystą odpowiadającą niezniszczonemu materiałowi:

$$\bar{\epsilon}_c^{in} = \epsilon_c - \epsilon_{0c}^{el}, \quad (5.24)$$

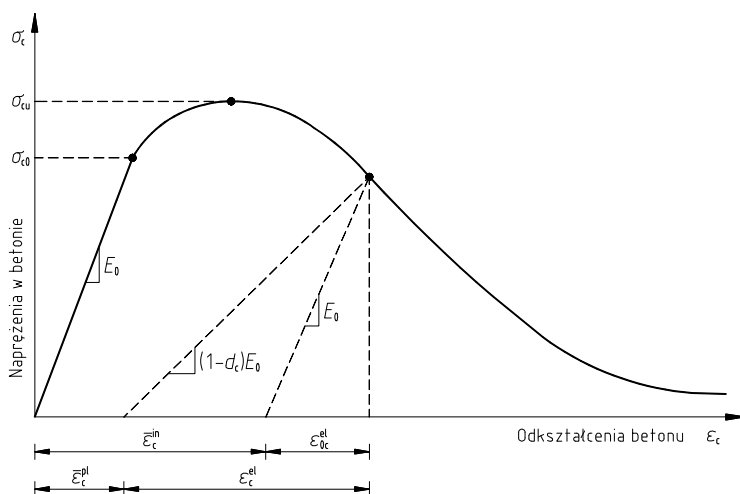
$$\epsilon_{0c}^{el} = \frac{\sigma_c}{E_0}. \quad (5.25)$$

W trakcie transformacji odkształceń należy ustalić moment, od którego materiał będzie definiowany jako nieliniowo sprężysty (rys. 34). Badania laboratoryjne (testy jednoosiowe) wykazują, że takie zachowanie materiału występuje niemal od początku procesu ściskania, lecz w większości analiz numerycznych może ono być w fazie początkowej pomijalne. Majewski [2003] podaje, że koniec

sprężystości liniowej powinien rosnąć wraz ze wzrostem wytrzymałości betonu i stąd też powinien być bardziej przyjęty niż wyznaczony na podstawie badań. Dodatkowo określił go jako procentową wartość naprężeń w stosunku do wytrzymałości betonu, zgodnie z zależnością:

$$e_{\text{lim}} = 1 - \exp\left(\frac{-f_c}{80}\right). \quad (5.26)$$

Prostszą metoda określenia tego pułapu jest arbitralne przyjęcie go na poziomie $0,4 \cdot f_{cm}$. Zgodnie z [PN-EN 1992-1-1] moduł sprężystości betonu określa się jako sieczny w zakresie $0 \div 0,4 \cdot f_{cm}$. Warto na tym etapie założyć taki pułap początku fazy niesprężystej, dzięki któremu wartość początkowa modułu Younga oraz wartość sieczna były ze sobą zbieżne. Z reguły w większości analiz numerycznych badaniu podlega faza osiągnięcia wytrzymałości materiału, a nie faza początkowej jego pracy. Przyjęcie takiego poziomu daje większą pewność uzyskania zbieżności rozwiązania.



Rys. 34. Krzywa naprężenie-odkształcenie betonu przy jednoosiowym ściskaniu [opracowanie na podstawie Abaqus User's Manual 2012]

Po zdefiniowaniu zmiennych naprężenie-odkształcenie (ang. *Yield Stress – Inelastic Strain*) należy określić zmienną degradacji d_c , która dla materiału niezniszczonego wynosi 0 oraz wartość 1 w przypadku całkowitej utraty zdolności w przenoszeniu naprężeń:

$$d_c = d_c(\bar{\epsilon}_c^{\text{pl}}, f_i) \text{ w przypadku } 0 \leq d_c \leq 1. \quad (5.27)$$

Wartości te również mogą być odczytane z testów jednoosiowego ściskania, obliczając w odpowiedni sposób stosunek wartości naprężeń opadającej gałęzi wykresu do wytrzymałości betonu na ściskanie. Stąd też model CDP określa

odkształcenia jako:

$$\bar{\varepsilon}_c^{pl} = \bar{\varepsilon}_c^{in} - \frac{d_c}{(1-d_c)} \cdot \frac{\sigma_c}{E_0}. \quad (5.28)$$

We wzorze (5.28) E_0 oznacza początkowy moduł sprężystości materiału niezniszczonego. Na podstawie wartości odkształceń plastycznych, można wyznaczyć naprężenia σ_c w przypadku ściskania jednoosiowego oraz ich efektywne wartości $\bar{\sigma}_c$ opisujące rozmiar powierzchni pęknięcia i zniszczenia:

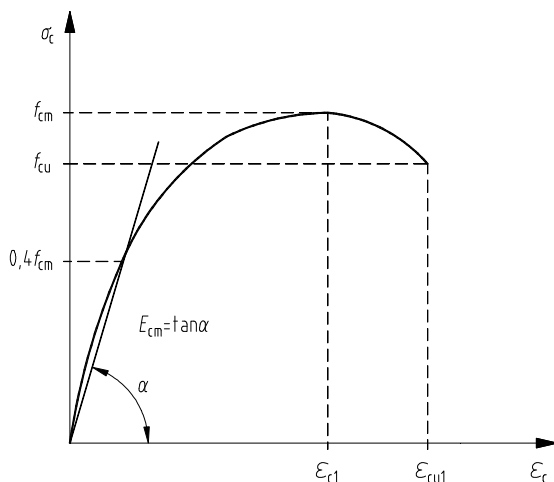
$$\sigma_c = (1-d_c) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon_c - \bar{\varepsilon}_c^{pl}), \quad (5.29)$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1-d_c)} = E_0 \cdot (\varepsilon_c - \bar{\varepsilon}_c^{pl}). \quad (5.30)$$

Przebieg zachowania materiału można również ustalić bez testów z jednoosiowego ściskania, a znając jedynie średnią wytrzymałość betonu na ściskanie f_{cm} . Wówczas drugą wartością niezbędną do rozpoczęcia analizy przebiegu zmienności krzywej naprężenie-odkształcenie jest moduł sprężystości podłużnej betonu E_{cm} . Jego wartość można oszacować na podstawie zależności dostępnych w literaturze przedmiotu [PN-EN 1992-1-1]:

$$E_{cm} = 22 \cdot (0,1 \cdot f_{cm})^{0,3}. \quad (5.31)$$

Kolejnymi wartościami określającymi położenie punktów charakterystycznych na wykresie są odkształcenia przy osiągnięciu wytrzymałości ε_{c1} a także odkształcenia graniczne przy zniszczeniu ε_{cu1} (rys. 35).



Rys. 35. Schematyczna zależność naprężenie-odkształcenie do analizy konstrukcji zgodnie z Eurokodem 2 [opracowanie na podstawie PN-EN 1992-1-1]

W pracy [Kmieciak i Kamiński 2011] można znaleźć analizę porównawczą budowy krzywej naprężenie-odkształcenie dla nieliniowej pracy konstrukcji według najbardziej popularnych zależności zaproponowanych min. przez: Wang i Tsu [2001], Seanse'a [za: Jankowiak I., Kąkol i Madaj 2005] czy też w [PN-EN 1992-1-1].

5.3.7. Identyfikacja parametrów betonu rozciąganego

Wytrzymałość betonu na rozciąganie w jednoosiowym stanie naprężenia, ze względu na trudności wykonawcze i duży rozrzut wyników rzadko wyznaczana jest w próbie bezpośredniego rozciągania. Stąd też korzysta się z reguły z metod pośrednich, takich jak rozłupywanie próbek bądź też zginanie beleczek. W przypadku braku badań laboratoryjnych można uzależnić wytrzymałość na rozciąganie od wytrzymałości na ściskanie, zgodnie z [PN-EN 1992-1-1]:

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{(2/3)}. \quad (5.32)$$

W modelu CDP używa się pojęcia odkształceń rysujących (ang. *cracking strain*) $\bar{\varepsilon}_t^{ck}$. Pozwala to uwzględnić zjawisko zwane efektem usztywnienia (*tension stiffening*). Beton podczas rozciągania nie jest traktowany jak ciało sprężysto-kruche, lecz uwzględnia się efekty takich zjawisk jak zazębienie się kruszywa w rysie oraz przyczepność betonu do stali na odcinku między rysami. Założenie to ma rację bytu przy analizie z rozmytym obrazem zarysowania. Dzięki temu spadek naprężeń w betonie w strefie rozciąganej nie następuje nagle, lecz stopniowo. Odkształcenia po zarysowaniu zdefiniowane są jako różnica odkształceń całkowitych i odkształceń sprężystych dla niezniszczonego materiału:

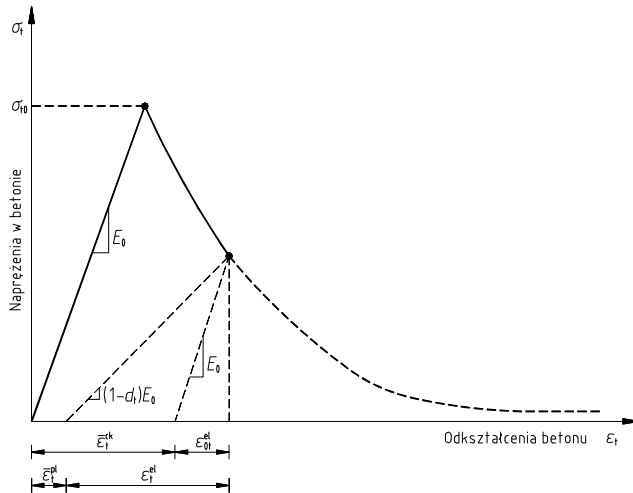
$$\bar{\varepsilon}_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{0t}^{el}, \quad (5.33)$$

$$\varepsilon_{0t}^{el} = \frac{\sigma_t}{E_0}. \quad (5.34)$$

Z kolei odkształcenia plastyczne $\bar{\varepsilon}_t^{pl}$ obliczane są analogicznie jak w przypadku ściskania po zdefiniowaniu parametru degradacji d_t :

$$d_t = d_t(\bar{\varepsilon}_t^{pl}, f_i) \text{ gdy } 0 \leq d_t \leq 1. \quad (5.35)$$

W celu zbudowania krzywej naprężenie-odkształcenie dla betonu przy jednoosiowym rozciąganiu należy określić postać funkcji osłabienia (rys. 36).



Rys. 36. Krzywa naprężenie-odkształcenie betonu przy jednoosiowym rozciąganiu – efekt zeszytywnienia [opracowanie na podstawie Abaqus User’s Manual 2012]

Zgodnie z Abaqus User’s Manual [2012] przy braku danych, naprężenia mogą być redukowane liniowo do zera od momentu osiągnięcia wytrzymałości na rozciąganie w przypadku odkształceń całkowitych 10-cio krotnie większych niż w momencie osiągnięcia wartości f_{ctm} . Dokładny opis tej funkcji wymaga jednak kalibracji modelu z przewidywanymi wynikami w konkretnym przypadku analizy, co zaproponowali min. [Wang i Tsu 2001]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= E_c \cdot \epsilon_t & \text{gdy } \epsilon_t < \epsilon_{cr} \\ \sigma_t &= f_{ctm} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_t} \right)^{0,4} & \text{gdy } \epsilon_t > \epsilon_{cr} \end{aligned} \right\} \quad (5.36)$$

We wzorze (5.36) ϵ_{cr} oznacza odkształcenie przy zarysowaniu betonu. Jako, że efekt zeszytywnienia może znacząco wpływać na wyniki analizy i dodatkowo zależność ta wymaga kalibracji podczas konkretnej symulacji, zaleca się za [Kmieciak i Kamiński 2011] używać modyfikację wzoru Wanga i Tsu, dla funkcji osłabienia:

$$\sigma_t = f_{ctm} \cdot \left(\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_t} \right)^n \quad \text{gdy } \epsilon_t > \epsilon_{cr}, \quad (5.37)$$

gdzie, n oznacza parametr określający tempo osłabienia.

5.3.8. Dodatkowe założenia w modelu materiału

Jak wskazują Kmiecik i Kamiński w pracy [Kmiecik i Kamiński 2011] uwzględnienie pełnej nieliniowości betonu wraz z jego postępującą degradacją w miarę przyrostu naprężeń może powodować problemy związane z otrzymaniem zbieżności rozwiązania. Problemy te są głównie związane z naprężeniami rozciągającymi. Techniki MES oparte na zmniejszeniu rozmiaru przyrostu obciążenia lub zwiększeniu maksymalnej liczby kroków podczas rozwiązywania zadania z wykorzystaniem podejścia Newtona-Raphsona mogą okazać się niewystarczające. Stąd też w modelu CDP występuje parametr wiskotyczny μ (ang. *Viscosity*), który pozwala niewiele przekroczyć powierzchnię potencjału plastycznego w niektórych, wystarczająco małych krokach zadania czyli służy do regularyzacji równań konstytutywnych. Sama idea regulacji wiskoplastycznej polega na takim doborze parametru ($\mu > 0$), aby stosunek kroku czasowego zadania do wartości μ dążył do nieskończoności. Taki sposób regulacji wymusza kilkukrotny dobór parametru μ , w celu sprawdzenia jak duży ma on wpływ na otrzymane wyniki zadania oraz ustalenie jego wartości minimalnej.

5.4. Opis modelu obliczeniowego belki

5.4.1. Uwagi ogólne

Ze względu na złożoność rozpatrywanych zagadnień dotyczących mechaniki betonu [Godycki – Ćwirko 1980], a związanych z nieliniowością problemu, wszystkie zadania obliczeniowe, które są podejmowane w niniejszej rozprawie, zostały rozwiązane w programie Abaqus/CAE i Abaqus/Standard. Pierwszy moduł posłużył do stworzenia modelu geometrycznego belki, drugi natomiast do symulacji zadań obliczeniowych. Program Abaqus pozwala na uwzględnienie wszystkich nieliniowych efektów, które wpływają zarówno jakościowo, jaki i ilościowo na wyniki. Istnieje kilka podstawowych źródeł nieliniowości, między innymi nieliniowość fizyczna, geometryczna czy wynikająca ze zmiennych w procesie warunków brzegowych. W niniejszej rozprawie skupiono się głównie na nieliniowości fizycznej opisującej beton. Wszystkie analizy numeryczne, jakie zostały przeprowadzone, uwzględniają ponadto nieliniowości geometryczne związane z dużymi deformacjami. Została również wzięta pod uwagę nieliniowość warunków brzegowych związana w szczególności z kontaktem.

Modelowanie dźwigarów zespolonych [Hernández i in. 2014], w których płyta betonowa jest rozciągana stanowi zadanie trudne i do tego bardziej złożone niż w przypadku płyty ściskanej [Prakash i in. 2011]. Wynika to w dużej mierze z problematyczności w szacowaniu sztywności żelbetowej części elementu rozciąganego, w tym dotyczących określenia współpracy rozciąganego betonu ze zbrojeniem. W analizie dotyczy to przede wszystkim oszacowania:

- momentu inicjującego proces zarysowania i opis morfologii rys,
- zmian sztywności przy zwiększającym się wyężeniu przekroju.

Dodatkowym problemem, w analizie numerycznej takiego modelu, jak wskazują m. in. autorzy prac [Jankowiak I. i Madaj 2011, Wróblewski i in. 2012] jest sposób modelowania zespolenia części stalowej i betonowej przekroju oraz opis mechanizmu uszkodzenia rozciąganej płyty betonowej.

5.4.2. Założenia do modelu belki

Uproszczenia są nierozłącznie związane z każdym modelem obliczeniowym, a zwłaszcza numerycznym, aproksymującym rzeczywistą konstrukcję. W prezentowanej w niniejszym rozdziale analizie przyjęto zatem następujące założenia:

1. zastosowano model betonu plastycznego ze zniszczeniem CDP,
2. beton zbrojony przenosi naprężenia rozciągające także po zarysowaniu, tzw. tension stiffening (rys. 36),
3. stal spełnia wymagania materiału liniowo – sprężysto – plastycznego,
4. zbrojenie (pręty podłużne i strzemiona) zamodelowano w sposób dyskretny, wprowadzając je jako elementy osadzone typu *embedded* w płycie belki będącej elementem typu *host*,
5. zespolenie płyty betonowej z górną półką belki stalowej zróżnicowano, w zależności od rozkładu momentów zginających na długości belki (rys. 19). Stąd też w strefie rozciąganej zespolenie zamodelowano jako połączenie dyskretne odwzorowujące występowanie w elementach poddanych badaniom laboratoryjnym sztywnych łączników. Wykorzystano do tego specjalne elementy, tzw. konektory, które pozwalają połączyć w sposób dyskretny (punkt do punktu), fizycznie ze sobą dwa różne odkształcalne elementy przy tym odwzorowując typ złączy i zachowanie łączników. Użyty typ połączenia *beam* zapewnił sztywne połączenie (o nieskończonej sztywności na zginanie i ścinanie) między dwoma węzłami, z których jeden był węzłem siatki górnej półki stalowej a drugi węzłem siatki płyty betonowej. Dodatkowo zdefiniowano powierzchnie kontaktowe między półką górną belki stalowej i płytą betonową, przyjmując współczynnik tarcia równy $\mu=0,5$. Z kolei w strefach momentów dodatnich gdzie płyta była ściskana uwzględniono pełne zespolenie górnej powierzchni belki stalowej z dolną powierzchnią płyty żelbetowej za pomocą połączenia „ciągłego” (typu *tie*).

5.4.3. Dane materiałowe

Wykaz dokładnych cech materiałów użytych w trakcie badań laboratoryjnych przedstawiono w rozdziale 4. W tabeli 12 zestawiono najważniejsze parametry wytrzymałościowe, które posłużyły w symulacjach komputerowych do opracowania modelu materiału betonu oraz stali.

Tabela 12. Parametry wytrzymałościowe użytych materiałów [badania własne]

Beton	wytrzymałość na ściskanie		70.15 MPa
	wytrzymałość na rozciąganie		3.82 MPa
	moduł sprężystości		43.19 GPa
Stal		belka	355 MPa
	granica plastyczności	pręty podłużne	281 MPa
		strzemiona	380 MPa
	moduł sprężystości		210 GPa

W celu kompleksowego zamodelowania betonu płyty zarówno w strefie ściskania, rozciągania jak i w złożonym stanie naprężenia użyto modelu betonu plastycznego ze zniszczeniem CDP.

Niewątpliwą zaletą modelu betonu CDP stosowanego w programie ABAQUS jest oparcie go na parametrach posiadających jednoznaczną interpretację fizyczną. W punkcie 5.3 została dokładnie opisana rola powyższych parametrów wraz z aparatem matematycznym opisującym rozwój powierzchni granicznej w trójwymiarowej przestrzeni naprężeń. W tabeli 13 zestawiono przyjęte w analizie numerycznej parametry modelu CDP określające jego zachowanie się w złożonym stanie naprężenia.

Tabela 13. Przyjęte parametry modelu CDP [badania własne]

Parametr	Wartość
Kąt dylatacji β	36°
Mimośrodowość ϵ	0,10
f_{bo}/f_{co}	1,16
K_c	0,667
Parametr wiskotyczny μ	0,0001

Przy identyfikacji parametrów założono, że beton zachowuje się liniowo-sprężyste do $0,4 \cdot f_c$ w ściskaniu i do f_t w rozciąganiu. W przypadku ściskania granicą sprężystości jest punkt, opisany wartością naprężeń 28,06 MPa i odkształceń 0,0006450. Od wartości naprężeń 28,06 MPa do wartości 70,15 MPa beton w ściskaniu się wzmacnia. W tym zakresie ewentualne odciążenie odbywa się po prostej równoległej, którego współczynnik kierunkowy wynosi E_{cm} . W momencie osiągnięcia naprężeń równych 70,15 MPa beton w ściskaniu się osłabia, co połączone jest również z degradacją sztywności. Po osiągnięciu naprężeń krytycznych dla betonu, następuje zmniejszenie sztywności.

Zależność naprężenie-odkształcenie nieliniowej pracy betonu przy jednoosiowym ścisaniu została odczytana zgodnie z zaleceniami [PN-EN 1992-1-1]:

$$\sigma_c = f_{cm} \cdot \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad \text{gdy } 0 < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu1}, \quad (5.38)$$

$$k = 1,05 \cdot E_{cm} \frac{\varepsilon_{cl}}{f_{cm}}, \quad (5.39)$$

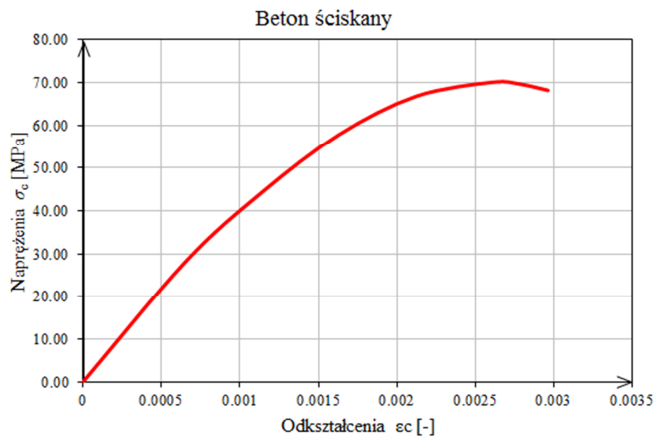
$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cl}}. \quad (5.40)$$

Przy czym wartości odkształcenia odpowiadające największemu naprężeniu oraz odkształcenia graniczne wyznaczono z:

$$\varepsilon_{cl} = 0,7 \cdot f_{cm}^{0,31} \quad \text{i} \quad \varepsilon_{cl} \leq 2,8, \quad (5.41)$$

$$\varepsilon_{cu1} = 2,8 + 28 \cdot [0,01 \cdot (98 - f_{cm})]^4. \quad (5.42)$$

Przebieg otrzymanej krzywej naprężenie-odkształcenie przedstawiono na rysunku 37.



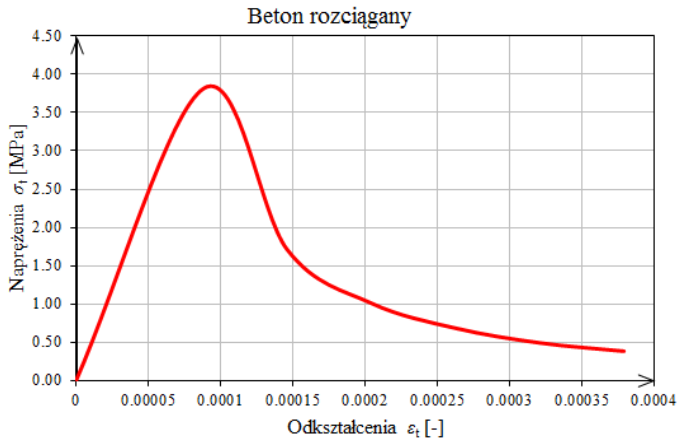
Rys. 37. Krzywa naprężenie-odkształcenie betonu ściskanego wyznaczona wg Eurokodu 2 [badania własne]

Następnie dokonano transformacji zmiennych na odkształcenia niesprężyste $\bar{\varepsilon}_c^{in}$, wg wzorów (5.24) i (5.25) oraz obliczono zmienne degradacji d_c , jako stosunek wartości naprężeń w opadającej gałęzi wykresu do wytrzymałości betonu na ścisanie. Dzięki temu na podstawie wzoru (5.28) zostaną w trakcie analiz numerycznych wyznaczone odkształcenia plastyczne $\bar{\varepsilon}_c^{pl}$ (tabela 14).

Tabela 14. Parametry opisujące zachowanie betonu w ściskaniu [badania własne]

σ_c	$\bar{\varepsilon}_c^{-in}$	d_c	$\bar{\varepsilon}_c^{-in}$
[MPa]	[-]	[-]	[-]
28.06	0.000000	0	0.000000
44.38	0.000113	0	0.000113
57.87	0.000292	0	0.000292
66.84	0.000576	0	0.000576
70.15	0.000990	0	0.000990
69.69	0.001175	0.007	0.001175
68.24	0.001382	0.027	0.001382

Analogiczne rozważania przeprowadzono w przypadku rozciągania. Zgodnie z wcześniejszymi założeniami przyjęto, że beton zachowuje się sprężysto do naprężeń równych 3,82 MPa. Według wzorów (5.33) i (5.34) wyznaczono odkształcenia rysujące $\bar{\varepsilon}_t^{ck}$, na podstawie których przy uwzględnieniu parametru degradacji d_t (przyjęto maksymalną degradację betonu równą 0,99) obliczane są odkształcenia plastyczne $\bar{\varepsilon}_t^{pl}$. Na podstawie kalibracji modelu określono postać funkcji osłabienia, przy założeniu, że naprężenia mogą być redukowane liniowo od momentu osiągnięcia wytrzymałości na rozciąganie (rys. 38).

**Rys. 38. Krzywa naprężenie-odkształcenie betonu rozciąganego wyznaczona wg Eurokodu 2 [badania własne]**

Parametry materiałowe opisujące zachowanie betonu w rozciąganiu zestawiono w tabeli 15.

Tabela 15. Parametry opisujące zachowanie betonu w rozciąganiu [badania własne]

σ_t	$\bar{\varepsilon}_t^{ck}$	d_t	$\bar{\varepsilon}_t^{ck}$
[MPa]	[-]	[-]	[-]
3.82	0.00	0.00	0
0.38	0.0004	0.99	0.0004

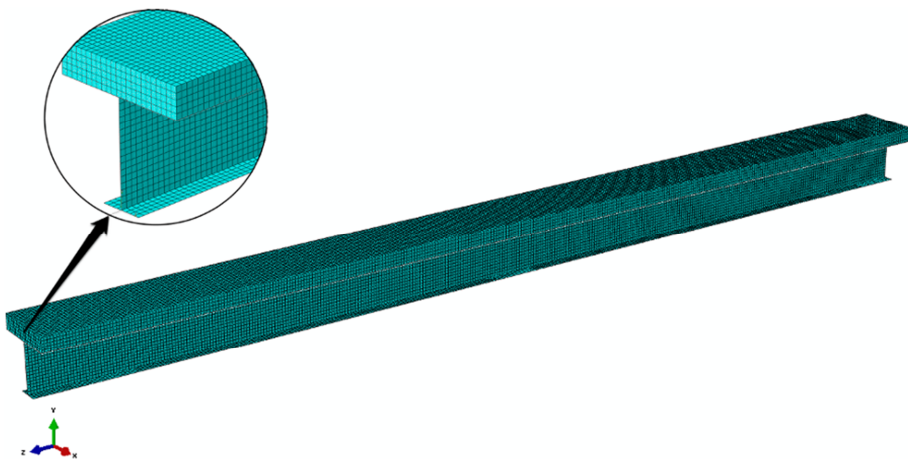
Stal zamodelowano jako ciało liniowo – sprężysto – plastyczne o parametrach uplastycznienia określonych w tabeli 12. W trakcie badań laboratoryjnych, w przyjętym zakresie obciążenia nie nastąpiła utrata stateczności geometrycznej dodatkowo wstępne analizy zachowania elementu badawczego wykazały, że nie ma potrzeby definiować plastycznego wzmocnienia materiału.

Oprócz tego model ciała sprężysto-plastycznego dobrze odwzorowuje zachowanie się zwykłej stali i jest najczęściej wykorzystywany w klasycznej teorii plastyczności oraz przy obliczaniu nośności granicznej.

5.4.4. Model obliczeniowy i jego kalibracja

Ze względu na specyfikę modelowanej konstrukcji, która składa się z dwóch różnych materiałów o wyraźnie innej geometrii, do modelu wprowadzono odmiennie rodzaje elementów skończonych, najlepiej opisujące składowe belki. Stąd też poszczególne części zamodelowano za pomocą:

- ośmiowęzłowych elementów bryłowych o zredukowanym całkowaniu (C3D8R) - płyta betonowa,
- czterowęzłowych elementów powłokowych o zredukowanym całkowaniu (S4R) - dwuteownik walcowany,
- dwuwęzłowych liniowych elementów belkowych (B31) – pręty zbrojenia głównego oraz strzemiona.



Rys. 39. Dyskretyzacja modelu obliczeniowego belki [badania własne]

Dyskretyzacji modelu dokonano przy użyciu narzędzi, dostępnych w module *Mesh*, indywidualnie poszczególnych części rozpatrywanej belki (rys. 39).

W celu wygenerowania siatki w zależności od geometrii części dobrano kształt elementów skończonych (ang. *Element Shape*) oraz metodę siatkowania (ang. *Technique*). Przyjęte parametry przedstawiono w tabeli 16.

Tabela 16. Dobór metody siatkowania [badania własne]

Część składowa modelu	Kształt elementu skończonego	Metoda siatkowania
Belka	Quad (quadrilateral)	Free
Płyta	Hex (hexahedral)	Structured

Jako podstawowe kryterium rozmiaru siatki przyjęto stosunek długości do szerokości boków równy 1:1. Przeprowadzono liczne symulacje parametryczne z różnymi rozmiarami siatki MES od 3,33 cm do 1,00 cm. Wystarczająco dokładne wyniki otrzymano dla rozmiaru siatki elementów 2,00 cm, w przypadku których zbieżność rozwiązania względem otrzymanych wielkości w trakcie badań laboratoryjnych wynosiła ponad 90 %. Przy mniejszym rozmiarze siatki zaobserwowano niewielki wzrost zbieżności rozwiązania – około 0,1 %. Podobną sytuację zaobserwowano w przypadku zagęszczania siatki w strefach rozciąganych płyty i połączeniu płyty betonowej z górną półką belki stalowej. W tabeli 17 przedstawiono końcową liczbę elementów i węzłów.

Tabela 17. Dobór wielkości elementów skończonych [badania własne]

Część składowa modelu	Rozmiar siatki MES [cm]	Liczba elementów	Liczba węzłów
Belka		11200	11583
Pręt podłużny	2,00	348	349
Strzemię		48	48
Płyta		40250	50544

Model belki obciążono dwiema siłami skupionymi, które przyłożono do węzłów siatki na płycie. W celu uzyskania równomiernego obciążenia na całej powierzchni rozkładu sił na belce (obciążenie w eksperymencie było przekazywane na belkę za pośrednictwem stalowej beleczki z podkładką) nałożono na sąsiednie węzły siatki więzy tych samych przemieszczeń pionowych (wymuszenie kinematyczne). Dzięki temu rozłożenie sił skupionych przyjęto na polu o wymiarach 100 x 460 mm. Oprócz tego element badawczy obciążony był ciężarem własnym.

Problemy związane z uzyskaniem zbieżności rozwiązania spowodowane nielineowością modelu materiału rozwiązano za pomocą stabilizacji wiskotycznej. Zmniejszono również rozmiar przyrostu obciążenia ($0,01 \div 1E-12$) oraz zwiększono maksymalną liczbę kroków obciążenia (max 12000) podczas rozwiązy-

wania zadania z wykorzystaniem podejścia Newtona-Raphsona. Doboru parametru μ , dokonano iteracyjnie po analizie jak duży ma on wpływ na otrzymane wyniki zadania. Ostatecznie przyjęto $\mu=0,0001$ co pozwoliło rozwiązać zadanie w ponad 1200 przyrostach obciążenia utworzonych w około 4000 iteracji. Z analizy zachowania elementu badawczego wynika, że taka wartość parametru wiskotycznego pozwala na zachowanie kompromisu między wielkością obliczeniową zadania a dokładnością otrzymanych wyników.

5.5. Wyniki analiz numerycznych

5.5.1. Uwagi ogólne

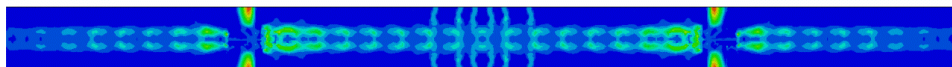
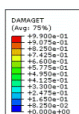
Poprawność założeń modelu MES zweryfikowano zestawiając w formie graficznej na wykresach określone parametry otrzymane z analiz numerycznych z wynikami badań laboratoryjnych a także w przypadku obrazu uszkodzenia w postaci danych wygenerowanych bezpośrednio na elementach skończonych, bez uśredniania danych.

Porównanie wyników wykonano w wybranych przekrojach i punktach pomiarowych zgodnie z rysunkiem 20 z rozdziału 3.

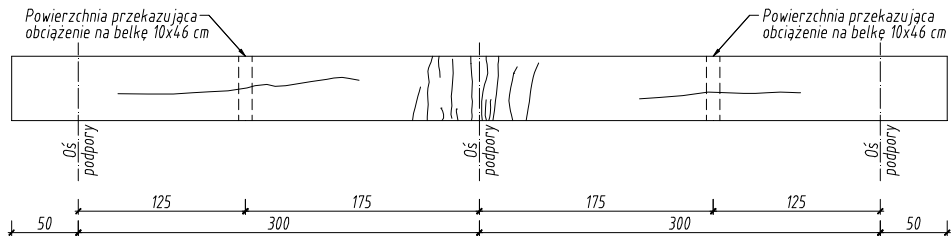
5.5.2. Obraz uszkodzenia płyty rozciąganej

Identyfikacja zarysowania płyty została wykonana na podstawie analizy map uszkodzeń zdefiniowanych zmianami wielkości parametru DAMAGET, czyli degradacji sztywności d_i obrazującej zniszczenie materiału.

Należy przy tym pamiętać, że model materiału CDP nie pozwala na kształtowanie się rys w sposób dyskretny z uwzględnieniem wykruszenia się materiału (jego ubytków). Skutkuje on jedynie stopniowym wyłączeniem się ze współpracy elementów skończonych, jednak w ten sposób następuje swoiste ich „sklejenie” i dalszy ich udział w przekazywaniu odkształceń na sąsiednie elementy. Niedoskonałość ta nie ma istotnego wpływu na zachowanie całego elementu badawczego (zaobserwowano zbieżność ścieżki równowagi statycznej).



Rys. 40. Końcowy obraz zniszczenia materiału wywołanego maksymalnym obciążeniem zewnętrznym (widok góry płyty): degradacja sztywności [badania własne]



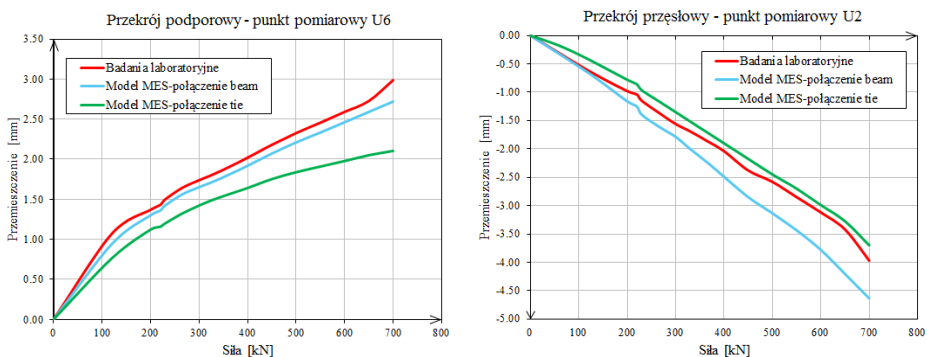
Rys. 41. Obraz zarysowania góry płyty badanych belek [badania własne]

Przedstawione na rysunku 40 mapy uszkodzeń zdefiniowanych parametrem d_t mogą być utożsamiane z miejscami pojawienia się rys w płytach betonowych badanych belek zespolonych. Obraz uszkodzeń otrzymany w analizach numerycznych odpowiada jakościowo obrazowi rozkładu rys uzyskanych podczas badań eksperymentalnych (rys. 41).

Analiza map uszkodzeń zdefiniowanych parametrem d_t pozwala ponadto prześledzić proces powstawania i rozwoju rys przy wzrastającym obciążeniu modelu. W przypadku rozpatrywanej belki pierwsze uszkodzenia betonu płyty pojawiły się w osi podparcia, przy obciążeniu wywołującym naprężenia w betonie równym wytrzymałości betonu na rozciąganie. W początkowej fazie, przy dalszym zwiększaniu obciążenia, kolejne rysy zaczęły pojawiać się jednocześnie z obu stron podparcia, rozprzestrzeniając się w kierunku środka przęsła. Dalszy wzrost obciążenia powodował zagęszczanie się stref uszkodzenia (rys). Podobne zjawisko obserwowano w czasie badań empirycznych.

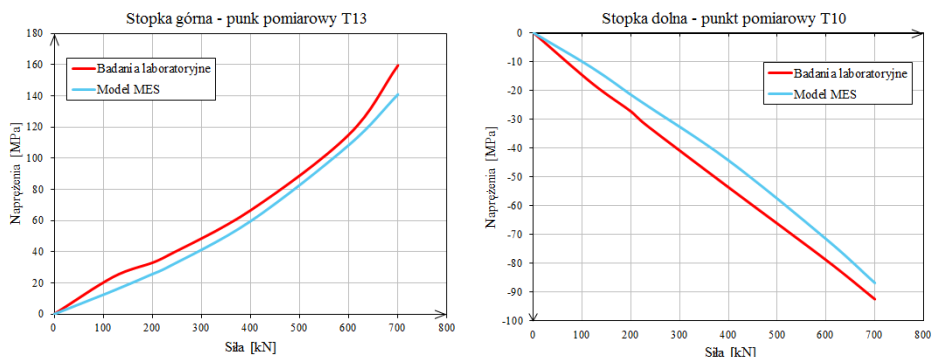
5.5.3. Analiza ugięć i wykresów naprężeń normalnych

Dalszą weryfikację modelu numerycznego przeprowadzono opierając się o zestawienie uzyskanych przemieszczeń badanych belek i modelu numerycznego (wykr. 17), a także rozkładu naprężeń w badanych belkach i modelu numerycznym (wykr. 18 i 19).

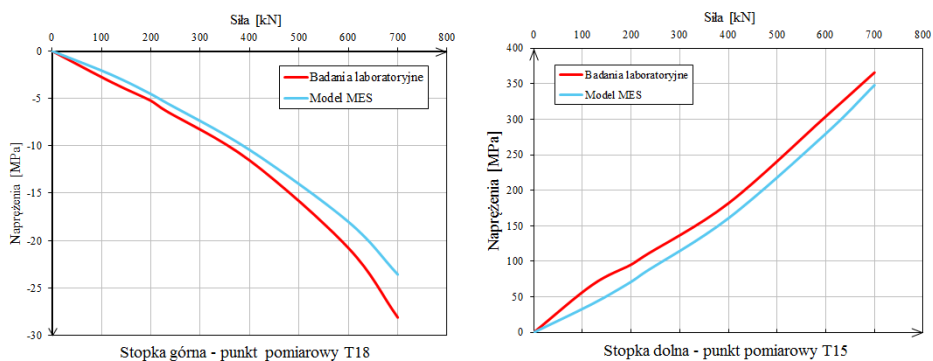


Wykr. 17. Porównanie przemieszczeń pionowych [badania własne]

Na przedstawionym wykresie widać również, że różnica między sztywnością belki w eksperymencie i sztywnością modelu numerycznego jest zbliżona do siebie. Potwierdza to prawidłowy dobór w modelu betonu zmiennych degradacji d (w szczególności d_t). Ponadto wskazuje, że w przypadku belek ciągłych w których mamy strefy z płytą rozciąganą dobre odwzorowanie daje zespolenie przy wykorzystaniu połączenia punktowego płyty betonowej z dźwigarem stalowym, a więc model zespolenia odwzorowujący wiernie rzeczywiste zespolenie. Natomiast w strefach, w których płyta betonowa jest ściskana, lepsze odwzorowanie zachowania badanej belki można uzyskać stosując pełne zespolenie za pomocą połączenie „ciągłego” [Jankowiak I. i Madaj 2008].



Wykr. 18. Porównanie wielkości naprężeń belki stalowej w przekroju podporowym (połączenie dyskretne: *beam*) [badania własne]



Wykr. 19. Porównanie wielkości naprężeń belki stalowej w przekroju przęsłowym (połączenie „ciągłe”: *tie*) [badania własne]

Przeprowadzona analiza porównawcza wskazuje, na dobrą zgodność otrzymanych wyników badań eksperymentalnych i numerycznych a także ogólną zgodność modelu obliczeniowego z założeniami dotyczącymi hipotez wytrzymałościowych materiału.

5.6. Wnioski z przeprowadzonych symulacji

Przeprowadzone analizy numeryczne i uzyskane w ich wyniku rezultaty pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

1. Opanowanie efektywnego narzędzia do obliczeń komputerowych umożliwia prowadzenie szeregu interesujących analiz parametrycznych.
2. Szczegółowa analiza belek zespolonych stalowo-betonowych z płytą rozciąganą (z określeniem pełnej ścieżki równowagi statycznej) możliwa jest do przeprowadzenia przy zastosowaniu metody elementów skończonych i algorytmów nieliniowej statyki.
3. Badania określające cechy materiałowe, z których wykonano poszczególne elementy belek są niezbędne do ich prawidłowego zamodelowania.
4. Jednym z istotnych zagadnień modelowania zespolonej belki stalowo-betonowej jest przyjęcie modelu zespolenia – sposobu połączenia płyty betonowej z dźwigarem stalowym.
5. W przypadku analizy belek zespolonych stalowo – betonowych z betonową płytą rozciąganą wyniki bardziej odpowiadające rzeczywistej pracy belki można uzyskać przy zastosowaniu punktowego zespolenia belki z płytą.
6. Właściwy opis betonu rozciąganego, uwzględniający jego zachowanie po zarysowaniu, ma duży wpływ na zgodność wyników analiz numerycznych z wynikami badań empirycznych. Wprowadzenie do analizy parametru uszkodzenia betonu przy rozciąganiu d_t umożliwia analizę zarysowania płyty na każdym poziomie obciążenia belki.
7. Zastosowany sposób modelowania numerycznego betonowej płyty rozciąganej oraz jej połączenia z belką stalową pozwala w sposób precyzyjny określić poziom deformacji i uszkodzenia płyty rozciąganej na każdym poziomie obciążenia belki zespolonej.
8. W przypadku belek ciągłych zachodzi konieczność różnicowania modelowania zespolenia części stalowej i betonowej, w zależności od rozkładu momentów zginających na długości belki.

6. Podsumowanie

W pracy podjęto się trudnego zadania, jakim jest określenie wpływu betonu między rysami w rozciąganej płycie belki zespolonej – tzw. usztywnienia przy rozciąganiu (ang. *tension stiffening*) – na szeroko pojęte zachowanie konstrukcji. Problem ten występuje głównie w mostownictwie stąd też wszystkie analizy były prowadzone rozpatrując stan sprężysty natomiast badania eksperymentalne w zakresie sprężystej pracy stali konstrukcyjnej. Analizy te można uznać za pewien punkt odniesienia w przypadku rozpatrywania stanu granicznego użytkowania oraz stanu granicznego nośności ze względu na zmęczenie.

Pomimo, że algorytm pozwalający obliczeniowo ująć zarysowanie płyty betonowej w strefie momentu ujemnego jest przedstawiony w normie Eurokod 4, to jednakże temat zarysowania wciąż rodzi liczne wątpliwości, podobnie jak interpretacja pewnych zapisów normy odnoszących się do tego tematu [PN-EN 1994-2].

Poprawne modelowanie konstrukcji zespolonych jest zadaniem bardzo skomplikowanym. Przyjęty powszechnie w projektowaniu konsensus co do wpływu efektów zarysowania płyty nad podporami pośrednimi i w narożach ram na zachowanie się konstrukcji jest wciąż przedmiotem wielu dyskusji. Zasadniczo wykonuje się analizę statyczną w stanie zarysowanym i uzyskane w ten sposób wartości sił wewnętrznych są podstawą wymiarowania przekrojów zespolonych. Dalsze wymiarowanie przeprowadza się przyjmując przekrój w stanie zarysowanym lub niezarysowanym, co zależy od rodzaju rozpatrywanej siły wewnętrznej. Ponieważ w analizie globalnej przyjmowana jest sztywność zarysowanej płyty wynikająca jedynie ze sztywności prętów zbrojeniowych, zwiększenie sztywności zarysowanej płyty żelbetowej uwzględniane jest w analizie wtórnie poprzez zwiększenie naprężeń w zbrojeniu w stosunku do wyznaczonych bez udziału betonu; takie postępowanie przeprowadza się przy sprawdzaniu zarysowania, ale już nie w stanie granicznym nośności.

Właściwe ujęcie zarysowania w projektowaniu jest istotne zwłaszcza w przypadku podniesienia wykonawczego, ale problem ten dotyczy także pewnych sprawdzeń w stanie granicznym nośności. Przykładem jest analiza zmęczeniowa. Ponadto efekt usztywnienia przy rozciąganiu, powodując przesunięcie w górę osi bezwładności w pełni zarysowanego przekroju podporowego belki zespolonej w klasie czwartej, może powodować zmiany układu naprężeń w środku i problemy ze statecznością smukłego środka. Zasadnicza trudność w obliczeniach zarysowanej belki zespolonej polega na tym, że ciężko jest zdefiniować model do analizy globalnej w pełni spójny z założeniami przyjętymi do wymiarowania przekrojów tak, aby uzyskiwać wyniki obliczeń po stronie bezpiecznej.

W najbliższej przyszłości należy spodziewać się pojawienia w budownictwie nowych form konstrukcji zespolonych z dużym udziałem betonu w przekroju zespolonym gdzie zagadnienie modelowania zarysowania będzie bardzo istotne.

Dalszym etapem badań konstrukcji zespolonych powinno być ich zachowanie w przypadku szeroko rozumianych obciążeń dynamicznych [Szcześniak 2000].

Literatura

- Abaqus User's Manual, Version 6.12, USA, Dassault Systèmes Simulia Corp, 2012.
- Abbo A., Sloan S., *A smooth hyperbolic approximation to the mohr-coulomb yield criterion*, „Computers and Structures”, 1995 vol. 54 issue 3, s. 427–441.
- Belytschko T., Black T., *Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing*, „International Journal for Numerical Methods in Engineering”, 1999 vol. 45 issue 5, s. 601–620.
- Biegus A., Lorenc W., *Development of shear connections in steel-concrete composite structures*, „Civil and Environmental Engineering Reports”, 2014 vol. 15 issue 4, s. 23–32.
- Bobinski J., Tejchman J., *Modelling of size effects in concrete using elasto-plasticity with non-local softening*, „Archives of Civil Engineering”, 2006 vol. 52 issue 1, s. 7–35.
- Bulicek H., Roos W., *Rechnerische Ermittlung der Auswirkung verschiedener Einflußgrößen auf Tension-Stiffening*, „Bauingenieur”, 1992 nr 67, s. 313–318.
- Chen A. i Chen W., *Constitutive relation for concrete*, „Journal of the Engineering Mechanics Division”, 1975 vol. 101 issue 4, s. 465–481.
- Chen W., *Plasticity in reinforced concrete*, NYC, McGraw-Hill Book Company, 1982.
- Chen W. F., Duan L., *Bridge Engineering Handbook: Construction and Maintenance*, Second Edition, Boca Raton, CRC Press, 2014.
- Collings D., *Steel-concrete composite bridges*, London, Thomas Telford, 2005.
- Crisfield M.A., *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures, Vol. I: Linear analysis*, Swansea, Pineridge Press, 1986.
- Czudek H., *Stan wiedzy w zakresie konstrukcji zespolonych*, [W:] 5 Konferencja Naukowa - Konstrukcje zespolone, Zielona Góra, Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, 1999, s. 7–28.
- Dischinger F., *Untersuchungen über die Knicksicherheit, die elastische Verformung bei Bogenbrücken*, „Der Bauingenieur”, 1937 nr 35, 36, 39, 40.
- Drucker D., *A definition of stable inelastic materials*, „Journal of Applied Mechanics”, 1959 vol. 26 issue 81, s. 101–106.
- Ducret J.-M., Lebet J.-P., *Behaviour of Composite Bridges during Construction*, „Structural Engineering International”, 1999 vol. 9 issue 3, s. 212–218.

- Fantilli A.P., Mihashi H., Vallini P., *Crack profile in RC, R/FRCC and R/HPFRCC members in tension*, „Materials and Structures”, 2007 vol. 40, s. 1099–1114.
- Flaga K., *Naprężenia skurczowe i zbrojenie przypowierzchniowe w konstrukcjach betonowych*, Kraków, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2004.
- Furtak K., *Wpływ czynników reologicznych na stan naprężenia i odkształcenia w belkach zespolonych*, „Inżynieria i Budownictwo”, 1978 nr 5.
- Furtak K., *Ocena wpływu pęczania betonu na zmianę momentów zginających w ciągłych belkach zespolonych*, „Inżynieria i Budownictwo”, 1987 nr 9.
- Furtak K., *Mosty zespolone*, Warszawa–Kraków, PWN, 1999.
- Gara F., Ranzi G., Leoni G., *Design Expressions for the Effective Width of Composite Steel-Concrete Members*, [In:] IABSE Symposium Report, IABSE Madrid Symposium: Engineering for Progress, Nature and People, 2014, s. 161–168.
- Godycki - Ćwirko T., *Mechanika betonu*, Warszawa, Arkady, 1980.
- Gómez Navarro M., *Concrete cracking in the deck slabs of steel-concrete composite bridges*, Thèse No. 2268, Lausanne, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2000.
- Gómez Navarro M., Lebet J.-P., *Concrete cracking in composite bridges: tests, models and design proposals*, „Structural Engineering International”, 2001 vol. 11 no. 3, s. 184–190.
- He J., Liu Y., Chen A., Yoda T., *Experimental study on inelastic mechanical behaviour of composite girders under hogging moment*, „Journal of Constructional Steel Research”, 2010 vol. 66, s. 37–52.
- Hernández H., Bonilla J., Rodríguez G., *Study of the behavior of composite beams made of concrete and steel by using numerical simulation*, „Revista ingeniería de construcción”, 2014 vol. 29 no. 1, s. 5–21.
- Jankowiak I., Kąkol W., Madaj A., *Identyfikacja modelu numerycznego ciągłej belki zespolonej na podstawie badań laboratoryjnych*, Konferencja Konstrukcje Zespolone, t. 7, Zielona Góra, Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, 2005, s. 163–178.
- Jankowiak I., Madaj A., *Numeryczne modelowanie zespolenia płyty betonowej z dźwigarem stalowym*, Konferencja Konstrukcje Zespolone, t. 8, Zielona Góra, Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, 2008, s. 131–148.
- Jankowiak I., Madaj A., *Stalowo-betonowy dźwigar zespolony z rozciąganą płytą betonową*, „Inżynieria i Budownictwo”, 2011 nr 12, s. 667–671.
- Jankowiak T., *Kryteria zniszczenia betonu przy obciążeniach quasi-statycznych i dynamicznych*, Praca doktorska, Poznań, Politechnika Poznańska, 2009.

- Jankowiak T., Łodygowski T., *Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model*, „Foundation Of Civil And Environmental Engineering”, 2005a no. 6, s. 53–69.
- Jankowiak T., Łodygowski T., *Numerical analysis of a failure surface for concrete based on micromechanical structure*, [In:] 16th Int. Conf. on Computer Methods in Mechanics, Czestochowa, 2005b.
- Jarek B., *Zarysowanie belek zespolonych typu stal - beton o zespoleniu niepełnym*, Konferencja Konstrukcje Zespolone, t. 8, Zielona Góra, Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, 2008, s. 149–158.
- Johnson R. P., *Composite Structures of Steel and Concrete: Beams, Slabs, Columns, and Frames for Buildings*, Third Edition, Malden, Blackwell Publishing, 2008.
- Kachanow L., *O vremeni razrušenija v usloviach polzučesti*, Izv. Ak. Nauk CCCP, Otd. Techn. Nauk, 1958 nr 8, s. 26–31.
- Karlikowski J., Madaj A., Wołowicki W., *Badanie skutków zarysowania płyty w belkach zespolonych*, „Inżynieria i Budownictwo”, 2002 nr 7, s. 381–383.
- Karlikowski J., Madaj A., Wołowicki W., *Mosty zespolone stalowo-betonowe. Zasady projektowania wg PN-EN 1994-2*, Warszawa, WKiŁ, 2016.
- Kędzierski B., *Postęp techniczny w mostownictwie*, Warszawa, WKiŁ, 1972.
- Kiernożycki W., *Betonowe konstrukcje masywne: Teoria, wymiarowanie, realizacja*, Kraków, Polski Cement, 2003.
- Kmieciak P., Kamiński M., *Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration*, „Archives Of Civil And Mechanical Engineering”, 2011 vol. 11 no. 3, s. 623–636.
- Knauff M., Golubińska A., *O uproszczonej metodzie kontroli zarysowania według Eurokodu 2*, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, 2012 Zeszyt 59 nr 3(2), s. 93–100.
- Koreleski J., *Zespolone konstrukcje mostowe*, Warszawa–Kraków, PWN, 1967.
- Launay P., Gachon H., *Strain and Ultimate Strength of Concrete under Triaxial Stress*, „Special Publication”, 1971 vol. 34, s. 269–282.
- Lebet J-P., Thomann M., *ew Steel-Concrete Adherence Connections for Composite Bridges*, [In:] IABSE Symposium Report, IABSE Symposium, Weimar, 2007, s. 41–48.
- Lee J., Fenves G.L., *Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures*, „Journal of Engineering Mechanics”, 1998 vol. 124 no. 8, s. 892–900.

- Lublinter J., Oliver J., Oller S., Oñate E., *A Plastic-Damage Model for Concrete*, „International Journal of Solids and Structures”, 1989 vol. 25 issue 3, s. 229–326.
- Łagoda G., Łagoda M., *Technologie stosowane przy budowie mostów zespolonych*, II Konferencja Konstrukcje zespolone, Zielona Góra, Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, 1989, s. 113–119.
- Łagoda G., Łagoda M., *Efekty sztywności przy rozciąganiu w mostach zespolonych w świetle ENV 1994-2*, [W:] 14 seminarium–Współczesne metody wzmacniania i przebudowy mostów, Poznań, 2004, s. 155–162.
- Łagoda G., Łagoda M., *Zasady projektowania mostów zespolonych w świetle ENV 1994-2*, [W:] 7 Konferencja „Konstrukcje zespolone”, Zielona Góra, Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, 2005, s. 283–294.
- Łagoda G., Łagoda M., *Projektowanie mostów zespolonych w świetle PN-EN 1994 -2*, „Materiały Budowlane”, 2010 nr 4, s. 45–49.
- Łagoda G., Warmuz A., *Zarysowanie współpracującej płyty betonowej w mostowym dźwigarze zespolonym*, [W:] „Krynica 2004”, t. 5, Warszawa, Wydawnictwo Inżynierii Łądowej, 2004, s. 55–62.
- Łagoda G., Radomski W., Łagoda M., *Effect of Tension Stiffening in Composite Bridges in the Light of Eurocodes*, [In:] Proc. of the 5th International Conference On „Bridge Maintenance, Safety, Management and Life-Cycle Optimization“, 11-15 July, Philadelphia, Pennsylvania, USA, CRC Press, 2010, s. 2853–2858.
- Łagoda M., *Podatność zespolenia w konstrukcjach mostowych*, Prace Instytutu Badawczego Dróg i Mostów, Warszawa, Nr 2, 1980.
- Łagoda M., *Stan graniczny podatności łączników w mostowych konstrukcjach zespolonych*, Praca doktorska, Warszawa, IBDiM, 1981.
- Łagoda M., *Możliwość regulacji sił wewnętrznych*, [W:] 2 Konferencja Konstrukcje Zespolone, Zielona Góra, Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, 1989, s. 121–127.
- Łagoda M., *Projektowanie konstrukcji zespolonych w świetle Eurokodu 4*, [W:] Konferencja Naukowo–Techniczna „Mosty Zespolone”, Kraków, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 1998, s. 205–213.
- Łagoda M., Fordoński K., *The cooperation of the cracked concrete in bridge composite constructions according to EC-4*, "Actual Trends in Highway and Bridge Engineering", Editura Societatii Academice "Matei-Teiu Bottez" Iași, Romania, 2006, s. 110–120.
- Łagoda M., Śledziwski K., *Wpływ zarysowania betonu na pracę belki zespolonej ciągłej typu stal-beton*, „Przegląd Spawalnictwa”, 2011 nr 3, s. 31–35.

- Łagoda M., Śledziewski K., *Analiza mostowej konstrukcji stalowo-betonowej z płytą rozciąganą*, „Materiały Budowlane”, 2014a nr 4, s. 55–58.
- Łagoda M., Śledziewski K., *Praca stalowo-betonowej belki zespolonej z uwzględnieniem zarysowania płyty*, „Budownictwo i Architektura”, 2014b nr 2 vol. 13, s. 265–274.
- Łagoda M., Śledziewski K., *Badanie zarysowania płyty w belkach zespolonych typu stal-beton*, „Inżynieria i Budownictwo”, 2015 nr 7, s. 366–370.
- Łącki J., *Nośność zespolenia żelbetowej płyty z dźwigarem stalowym*, Maszynopis, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Kraków, Politechnika Krakowska, 1998.
- Łodygowski T., *Theoretical and numerical aspects of plastic strain localization*, Rozprawy 312, Poznań, Wydawnictwa Politechniki Poznańskiej, 1996.
- Madaj A., *Sztywność giętna stalowo-betonowego przekroju zespolonego z rozciąganą częścią betonową*, [W:] Konferencja Naukowo-Techniczna „Mosty Zespolone”, Kraków, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 1998, s. 233–242.
- Madaj A., *Doraźna nośność i sztywność na zginanie zespolonych belek stalowo-betonowych*, Poznań, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2005.
- Madaj A., Ratajczak G., *Wpływ losowych zmian wybranych parametrów na nośność stalowo-betonowego przekroju zespolonego*, [W:] 3 Konferencja Naukowa „Konstrukcje zespolone”, Zielona Góra, Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, 1993.
- Majewski S., *Mechanika betonu konstrukcyjnego w ujęciu sprężysto-plastycznego*, Gliwice, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2003.
- Malinin N.N., Rżysko J., *Mechanika materiałów*, Warszawa, PWN, 1981.
- Nakamura S., *New structural forms for steel/concrete composite bridges*, „Structural Engineering International”, 2000 vol. 1, s. 45–50.
- Nakamura S., Momiyama Y., Hosaka T., Homma K., *New technologies of steel/concrete composite bridges*, „Journal of Constructional Steel Research”, 2002 vol. 58 no. 1, s. 99–130.
- Nie J., Cai C., *Steel-Concrete Composite Beams Considering Shear Slip Effects*, „Journal of Structural Engineering”, 2003 vol. 129 no. 4, s. 495–506.
- Pamin J., *Gradient-Enhanced Continuum Models: Formulation, Discretization and Applications*, Monograph 301, Series Civil Engineering, Kraków, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2004.
- Pietruszczak S., Mróz Z., *Finite element analysis of deformation of strain softening materials*, „International Journal for Numerical Methods in Engineering”, 1981 vol.17, s. 327–334.

- Prager W., *Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design*, „Quarterly of Applied Mathematics”, 1952 vol. 10 no. 2, s. 157–165.
- Prakash A., Anandavalli N., Madheswaran C.K., Rajasankar J., Lakshmanan N., *Three Dimensional FE Model of Stud Connected Steel-Concrete Composite Girders Subjected to Monotonic Loading*, „International Journal of Mechanics and Applications”, 2011 vol. 1 no. 1, s. 1–11.
- Radomski W., *Nowoczesne rozwiązania materiałowe i konstrukcyjne w mostownictwie*, „Geoinżynieria: Drogi, Mosty, Tunele”, 2005 nr 3, s. 30–37.
- Rosignoli M., *Evolution of a Technique*, Concrete International, February, 1997.
- Rusiński E., Czmochowski J., Smolnicki T., *Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych*, Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2000.
- Sattler K., *Theorie der Verbunds Konstruktionen*, Berlin, Wilhelm Ernst und Sohn, 1959.
- Siwowski T., Sobala D., *Nowe konstrukcje mostów zespolonych w Japonii*, [W:] Konferencja Naukowo-Techniczna: Mosty Zespolone, Kraków, Wydawnictwo Politechniki krakowskiej, 1998, s. 349–356.
- Szcześniak W., *Wybrane zagadnienia z dynamiki płyt*. Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2000.
- Szturomski B., *Inżynierskie zastosowanie MES w problemach mechaniki ciała stałego na przykładzie programu Abaqus*, Gdynia, Wydawnictwo Akademickie AWM, 2013.
- Śledziewski K., *Mosty PCS – nowoczesny rodzaj konstrukcji zespolonej*, „Inżynieria i Budownictwo”, 2010 nr 8, s. 439–440.
- Śledziewski K., *Sztywność zarysowanego betonu w ciągłych belkach zespolonych typu stal–beton według PN-EN 1994-2*, „Drogownictwo”, 2012 nr 1, s. 12–16.
- Śledziewski K., *Nowości w projektowaniu mostowych konstrukcji zespolonych stalowo–betonowych*, „Drogownictwo”, 2014 nr 1, s. 31–33.
- Śledziewski K., *Analiza technologii montażu mostu zespolonego metodą nasuwania podłużnego*, „Technika Transportu Szynowego”, 2015 nr 12, s. 2977–2982.
- Śledziewski K., *Praca stalowo-betonowej belki zespolonej z uwzględnieniem zarysowania płyty*, Praca doktorska, Politechnika Lubelska, Wydział Budownictwa i Architektury 2016, kps, przechowywany w Bibliotece Politechniki Lubelskiej.
- Średniawa W., *Tendencje w budowie mostów zespolonych*, „Inżynieria i Budownictwo”, 2009 nr 1–2, s. 58–63.

- Tejchman J., Gudehus G., *Shearing of a narrow granular strip with polar quantities*, „International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics”, 2001 vol. 25, s. 1–18.
- Wang T., Hsu T.T.C., *Nonlinear finite element of concrete structures using new constitutive models*, „Computers and Structures”, 2001 vol. 79, s. 2781–2791.
- Willam K.J., Warnke E.P., *Constitutive models for the triaxial behavior of concrete*, „Proceedings of the International Assoc. for Bridge and Structural Engineering”, 1975 vol. 19, s. 1–30.
- Wróblewski T., Pełka-Sawenko A., Abramowicz M., Berczyński S., *Modeling and analysis of free vibration of steel-concrete composite beams by finite element method*, „Advances in Manufacturing Science and Technology”, 2012 vol. 36 nr 4, s. 85–96.
- Zamorski W., Gremza G., *Badania wpływu skurczu betonu na ugięcia i odkształcenia belek zespolonych stalowo-betonowych*, „Przegląd Budowlany”, 2006 nr 2, s. 18–22.
- Zienkiewicz O.C., *Metoda elementów skończonych*, Warszawa, Arkady, 1972.
- Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., *The Finite Element Method, Fifth Edition*, Woburn, Butterworth Heinemann, 2000.

Normy

- ENV 1994-2 Eurocode 4, *Design of composite steel and concrete structures, Part 2: Composite Bridges*.
- PN-82/S-10052, *Obiekty mostowe, Konstrukcje stalowe, Projektowanie*.
- PN-91/S-10042, *Obiekty mostowe, Konstrukcje betonów, żelbetowe i sprężone, Projektowanie*.
- PN-EN 1991-1-1 Eurokod 1, *Oddziaływania na konstrukcje, Część 1-1: Oddziaływania ogólne, Ciężar objętościowy, ciężar własny, obciążenie użytkowe w budynkach*.
- PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2, *Projektowanie konstrukcji z betonu, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków*.
- PN-EN 1994-2 Eurokod 4, *Projektowanie konstrukcji zespolonych stalowo-betonowych, Część 2: Reguły ogólne i reguły dla mostów*.
- PN-EN 12390-3, *Badania betonu, Część 3: Wytrzymałość na ścislenie próbek do badania*.
- PN-EN 12390-6, *Badania betonu, Część 6: Wytrzymałość na rozciąganie przy rozłupywaniu próbek do badań*.

Wykaz ilustracji

Rys. 1.	Rozkład odkształceń w rozciągany przekroju zespolonym [opracowanie na podstawie Madaj 2005].....	19
Rys. 2.	Zasada formowania się rys w zbrojonym pręcie rozciągany (rozkład naprężeń normalnych) [opracowanie na podstawie Fantilli i in. 2007]	20
Rys. 3.	Zależność między momentem zginającym obciążającym przekrój zespolony a siłą normalną działającą na przekrój (oznaczenia zgodnie z rys. 4) [opracowanie na podstawie Madaj 2005].....	21
Rys. 4.	Zależność między krzywizną a momentem zginającym w belce zespolonej spowodowana zmianami sztywności [opracowanie na podstawie Madaj 2005].....	21
Rys. 5.	Zależności σ - ε w zbrojeniu rozciągany elementów żelbetowych [opracowanie na podstawie Bulicek i Roos 1992]	22
Rys. 6.	Zależność między obciążeniem a krzywizną przekroju zespolonego [opracowanie na podstawie Czudek 1999].....	24
Rys. 7.	Względne zmiany momentów przęsłowych i podporowych belki ciągłej przy zwiększającym się obciążeniu [opracowanie na podstawie Karlikowski i in. 2002]	24
Rys. 8.	Redystrybucja momentów zginających w belce zespolonej wywołana zmianą sztywności spowodowanej wzrostem wyężenia przekroju [opracowanie własne].....	25
Rys. 9.	Związek między momentem zginającym i siłą normalną w płycie betonowej a krzywizną [opracowanie na podstawie Furtak 1999].....	27
Rys. 10.	Sztywności w różnych obszarach zarysowania [opracowanie na podstawie ENV 1994-2].....	31
Rys. 11.	Siła normalna i odkształcenie w rozciąganych elementach z betonu zbrojonego [opracowanie na podstawie ENV 1994-2].....	32
Rys. 12.	Siły wewnętrzne przenoszące całkowity moment zginający M , z pominięciem skurczu [opracowanie na podstawie ENV 1994-2].....	33
Rys. 13.	Siły wewnętrzne w przekroju poprzecznym dla obszaru ustabilizowanego zarysowania [opracowanie na podstawie ENV 1994-2].....	34

Rys. 14.	Uproszczony rozkład sztywności w ciągłej belce [opracowanie na podstawie Karlikowski i in. 2016]	36
Rys. 15.	Szerokość rys na powierzchni betonu w zależności od odległości od prętów zbrojeniowych [opracowanie na podstawie PN-EN 1992-1-1].....	42
Rys. 16.	Przekrój poprzeczny badanych belek z rozmieszczeniem zbrojenia głównego [badania własne].....	47
Rys. 17.	Rozmieszczenie łączników kołkowych [badania własne].....	49
Rys. 18.	Schemat stanowiska badawczego [badania własne].....	51
Rys. 19.	Schemat obciążenia badanych belek [badania własne].....	52
Rys. 20.	Rozmieszczenie punktów pomiarowych: a) widok z boku, b) przekrój podporowy, c) przekrój przęsłowy [badania własne].....	55
Rys. 21.	Obraz końcowego układu rys w belce B1 [badania własne].....	60
Rys. 22.	Obraz końcowego układu rys w belce B2 [badania własne].....	61
Rys. 23.	Obraz końcowego układu rys w belce B3 [badania własne].....	61
Rys. 24.	Wpływ zarysowania płyty na zmianę położenia osi obojętnej w przekroju podporowym [badania własne].....	68
Rys. 25.	Dyskretyzacja modelu ciągłego – transformacja w zbiór (siatkę) elementów skończonych: a) model geometryczny ciągły, b) model dyskretny idealny, c) model dyskretny obliczeniowy [opracowanie na podstawie Rusiński i in. 2000].....	75
Rys. 26.	Powierzchnia Lubliner w płaskim stanie naprężenia [Jankowiak 2009]	81
Rys. 27.	Przekrój południkowy powierzchni obciążenia (L) [Jankowiak 2009]	82
Rys. 28.	Przekrój dewiatorowy (L) [Jankowiak 2009]	83
Rys. 29.	Powierzchnia potencjału plastycznego [Jankowiak 2009]	84

Rys. 30.	Powierzchnia graniczna Druckera-Pragera: a) widok, b) przekrój dewiatorowy [opracowanie na podstawie Majewski 2003]	85
Rys. 31.	Przekrój dewiatorowy powierzchni zniszczenia w modelu betonu CDP [opracowanie na podstawie Majewski 2003]	86
Rys. 32.	Hiperboliczna powierzchnia potencjału plastycznego w płaszczyźnie południkowej [opracowanie na podstawie Majewski 2003]	87
Rys. 33.	Wytrzymałość betonu w dwuosiowym stanie naprężenia w modelu CDP [opracowanie na podstawie Abaqus User's Manual 2012]	87
Rys. 34.	Krzywa naprężenie-odkształcenie betonu przy jednoosiowym ściskaniu [opracowanie na podstawie Abaqus User's Manual 2012]	89
Rys. 35.	Schematyczna zależność naprężenie odkształcenie do analizy konstrukcji zgodnie z Eurokodem 2 [opracowanie na podstawie PN-EN 1992-1-1].....	90
Rys. 36.	Krzywa naprężenie-odkształcenie betonu przy jednoosiowym rozciąganiu – efekt zeszywnienia [opracowanie na podstawie Abaqus User's Manual 2012]	92
Rys. 37.	Krzywa naprężenie-odkształcenie betonu ściskanego wyznaczona wg Eurokodu 2 [badania własne].....	96
Rys. 38.	Krzywa naprężenie-odkształcenie betonu rozciąganego wyznaczona wg Eurokodu 2 [badania własne].....	97
Rys. 39.	Dyskretyzacja modelu obliczeniowego belki [badania własne].....	98
Rys. 40.	Końcowy obraz zniszczenia materiału wywołanego maksymalnym obciążeniem zewnętrznym (widok góry płyty): degradacja sztywności [badania własne].....	100
Rys. 41.	Obraz zarysowania góry płyty badanych belek [badania własne].....	101

Wykaz wykresów

Wykr. 1.	Odształcenia średnie płyty: a) przekrój podporowy, b) przekrój przęsłowy [badania własne]	63
Wykr. 2.	Średnie odształcenia prętów zbrojeniowych rozciąganych, przekrój A-A belek [badania własne]	64
Wykr. 3.	Średnie odształcenia prętów zbrojeniowych ściskanych, przekrój B-B belek [badania własne]	64
Wykr. 4.	Średnie odształcenia górnej stopki belek: a) przekrój A-A, b) przekrój B-B [badania własne]	65
Wykr. 5.	Średnie odształcenia środka belek: a) przekrój A-A, b) przekrój B-B [badania własne]	65
Wykr. 6.	Średnie odształcenia na dole belki stalowej: a) przekrój A-A, b) przekrój B-B [badania własne]	65
Wykr. 7.	Rozkład odształceń w przekroju podporowym belki B2: a) przed zarysowaniem, b) po zarysowaniu [badania własne]	66
Wykr. 8.	Rozkład odształceń w przekroju podporowym belki B3: a) przed zarysowaniem, b) po zarysowaniu [badania własne]	66
Wykr. 9.	Rozkład odształceń w przekroju przęsłowym: a) belka B2, b) belka B3 [badania własne]	67
Wykr. 10.	Zmiana położenia osi obojętnej: a) przekrój A-A, b) przekrój B-B [badania własne]	67
Wykr. 11.	Sztywność chwilowa badanych elementów: a) przekrój podporowy, b) przekrój przęsłowy [badania własne]	69
Wykr. 12.	Zależność siła-ugięcie całości obciążenia w punkcie pomiarowym U2: a) belka B2, b) belka B3 [badania własne]	70
Wykr. 13.	Linia ugięcia belki B2 [badania własne]	70

Wykr. 14. Linia ugięcia belki B3 [badania własne]	71
Wykr. 15. Ugięcie belek w miejscu przyłożenia obciążenia: a) przęsło 1, b) przęsło 2 [badania własne]	71
Wykr. 16. Kąty obrotu belek zespolonych: a) belka B2, b) belka B3 [badania własne]	72
Wykr. 17. Porównanie przemieszczeń pionowych [badania własne]	101
Wykr. 18. Porównanie wielkości naprężeń belki stalowej w przekroju podporowym (połączenie dyskretne: <i>beam</i>) [badania własne]	102
Wykr. 19. Porównanie wielkości naprężeń belki stalowej w przekroju przęsłowym (połączenie „ciągłe”: <i>tie</i>) [badania własne]	102

Wykaz fotografii

Fot. 1.	Widok stanowiska badawczego [autor K. Śledziwski].....	48
Fot. 2.	Widok belki z łącznikami [autor K. Śledziwski].....	48
Fot. 3.	Montaż tensometrów na zbrojeniu [autor K. Śledziwski].....	49
Fot. 4.	Betonowanie płyty górnej [autor K. Śledziwski].....	50
Fot. 5.	Gotowy element badawczy [autor K. Śledziwski].....	50
Fot. 6.	Wymuszone kształtowanie rysy [autor K. Śledziwski].....	51
Fot. 7.	Realizacja obciążenia zewnętrznego [autor K. Śledziwski].....	52
Fot. 8.	Konstrukcja rozkładająca obciążenie [autor K. Śledziwski].....	53
Fot. 9.	Sposób podparcia elementów badawczych [autor K. Śledziwski].....	56
Fot. 10.	Stanowisko pomiarowe [autor K. Śledziwski].....	56
Fot. 11.	Próbki do badań betonu [autor K. Śledziwski].....	57

Wykaz tabel

Tabela 1. Zalecane wartości w_{max} [opracowanie na podstawie PN-EN 1992-1-1]	38
Tabela 2. Stosunek sił przyczepności cięgien i stali zbrojeniowej [opracowanie na podstawie PN-EN 1994-2]	40
Tabela 3. Zależność naprężeń w stali zbrojeniowej od średnicy pręta [opracowanie na podstawie PN-EN 1994-2]	43
Tabela 4. Maksymalny rozstaw prętów żebrowanych [opracowanie na podstawie PN-EN 1994-2]	43
Tabela 5. Wartości obciążenia zewnętrznego belki B1 [badania własne]	54
Tabela 6. Wartości obciążenia zewnętrznego belki B2 [badania własne]	54
Tabela 7. Wartości obciążenia zewnętrznego belki B3 [badania własne]	54
Tabela 8. Wyniki badań betonu po 28 dniach [badania własne]	58
Tabela 9. Ilość rys w zależności od wartości obciążenia [badania własne]	59
Tabela 10. Średni rozstaw rys nad podporą pośrednią [badania własne]	62
Tabela 11. Domyślne parametry modelu CDP [opracowanie na podstawie Abaqus User's Manual 2012].....	88
Tabela 12. Parametry wytrzymałościowe użytych materiałów [badania własne]	95
Tabela 13. Przyjęte parametry modelu CDP [badania własne]	95
Tabela 14. Parametry opisujące zachowanie betonu w ściskaniu [badania własne]	97
Tabela 15. Parametry opisujące zachowanie betonu w rozciąganiu [badania własne]	98
Tabela 16. Dobór metody siatkowania [badania własne]	99
Tabela 17. Dobór wielkości elementów skończonych [badania własne]	99