Modelowanie i sterowanie obróbką ubytkową osiowosymetrycznych części o małej sztywności

# Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska Wydział Mechaniczny ul. Nadbystrzycka 36 20-618 LUBLIN Antoni Świć, Wiktor Taranenko, Aleksandr Abakumow Georgij Taranenko, Dariusz Wołos

# Modelowanie i sterowanie obróbką ubytkową osiowosymetrycznych części o małej sztywności



Recenzenci: prof. dr hab. inż. Andrzej Buchacz, Politechnika Śląska prof. dr hab. inż. Marek Opielak, Politechnika Lubelska

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2015

ISBN: 978-83-7947-179-9

Wydawca:	Politechnika Lubelska							
	ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin							
Realizacja:	Biblioteka Politechniki Lubelskiej							
	Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej							
	ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin							
	tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl							
	www.biblioteka.pollub.pl							
Druk:	TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak							
	www.agencjatop.pl							

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL <u>www.bc.pollub.pl</u> Nakład: 100 egz.

# SPIS TREŚCI

<b>WSTEP</b>	
WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SKRÓTÓW I OZNACZEŃ13	
1. ZWĘKSZENIE DOKŁADNOŚCI I EFEKTYWNOŚCI MASZYN	
TECHNOLOGICZNYCH15	
1.1. Zwiększenie dokładności obróbki skrawaniem15	
1.2. Modele matematyczne układów dynamicznych obrabiarek	
i procesu skrawania18	
1.3. Sterowanie dokładnością maszyn technologicznych (obrabiarek)39	
1.4. Optymalizacja sterowania układem dynamicznym obróbki	
skrawaniem według kryteriów ekonomicznych43	
2. IDENTYFIKACJA ANALITYCZNA UKŁADÓW	
DYNAMICZNYCH OBRÓBKI UBYTKOWEJ51	
2.1. Ogólna charakterystyka obiektu sterowania 51	
2.2. Metodologia opracowania modeli matematycznych układów	
dynamicznych obróbki skrawaniem 58	
2.2.1. Geometria warstwy skrawanej i siły skrawania	
przy toczeniu 63	
2.2.2. Własności sprężyste układu technologicznego 66	
2.2.3. Kształtowanie przekroju warstwy skrawanej	
2.2.4. Równania ruchu i uogólniona struktura modelu	
matematycznego	
3. MODELOWANIE UKŁĄDÓW DYNAMICZNYCH OBRÓBKI	
MECHANICZNEJ CZĘŚCI SPRĘŻYŚCIE-	
ODKSZTAŁCALNYCH80	
3.1. Modele dynamiczne toczenia części sprężyście-odkształcalnych	
o małej sztywności80	
3.1.1. Modelowanie toczenia sprężyście-odkształcalnych	
wałów o małej sztywności 80	
3.1.2. Uproszczenie modelu matematycznego toczenia	
sprężyście-odkształcalnych wałów o malej sztywności94	
3.2. Modele matematyczne układu dynamicznego szlifowania	
wzdłużnego sprężyście-odkształcalnych części o małej	
sztywności	
3.3. Układ dynamiczny szlitowania wgłębnego wałów o małej	
sztywności 110	

3.4. Analiza systemowa modeli 1	natematycznych i typowe struktury
układów dynamicznych obr	óbki sprężyście-odkształcalnych
wałów o małej sztywności.	
<ol><li>3.5. Analiza porównawcza wynil</li></ol>	ków badań teoretycznych
i eksperymentalnych charak	terystyk układu dynamicznego
obróbki sprężyście-odkształ	calnych części o małej sztywności120
3.5.1. Metodyka badań eks	perymentalnych i stanowisko
badawcze	
3.5.2. Wyniki badań ekspe	rymentalnych charakterystyk układu
dynamicznego toczer	nia sprężyście-odkształcalnych
wałów o małej sztyw	ności 124
4. MODELOWANIE PROCESÓW	/ PRZEJŚCIOWYCH
I CHARAKTERYSTYK CZĘSI	OTLIWOŚCIOWYCH
UKŁADÓW DYNAMICZNYCH	I OBRÓBKI TOKARSKIEJ
CZĘŚCI	
4.1. Krótki opis programu MATA	<i>MOD 1</i>
4.2. Numeryczne badania symul	acyjne układu dynamicznego
procesu skrawania	
4.3. Analiza wyników symulacji	
4.4. Modelowanie charakterysty	k układu dynamicznego obróbki
toczeniem wałów o małej s	ztywności136
5. METODY MODELOWANIA I	STEROWANIA PROCESAMI
OBROBKI MECHANICZNEJ (	CZĘŚCI
OSIOWOSYMETRYCZNYCH	O MAŁEJ SZTYWNOŚCI 146
5.1. Model graficzny procesów s	terowania obróbką
osiowosymetrycznych częśc	i o małej sztywności na bazie
metodologii IDEF0	
5.2. Blok funkcjonalny modelow	ania i sterowania układem
technologicznym obróbki cz	ęści o małej sztywności na bazie
<i>IDEF0</i>	
5.3. Model matematyczny układu	ı dynamicznego151
5.4. Modelowanie matematyczne	i ocena stanu energetycznego
układu dynamicznego	
5.5. Sterowanie układem dynami	cznym obróbki części
osiowosymetrycznych o mał	ej sztywności 160
5.6. Algorytmy i programy sterov	wania układami technologicznymi
obróbki osiowosymetryczny	ch części o małej sztywności168
6. DOKŁADNOŚć OBRÓBKI PRZ	<b>ZY STEROWANIU</b>
ADAPTACYJNYM PARAMET	RAMI UKŁADU
TECHNOLOGICZNEGO	
6.1. Sterowanie adaptacyjne dokł	adnością obróbki części
sprężyście-odkształcalnych.	

6.1.1. Zagadnienia niezmienności w sterowaniu odkształceniami	
sprężystymi układu technologicznego	173
6.1.2. Sterowanie parametrami stanu sprężyście-odkształcalnego	
wałów o małej sztywności	180
6.2. Możliwości zastosowania układów sterowania adaptacyjnego	
o małej czułości do zmiany parametrów układu	
technologicznego	186
6.3. Układy sterowania adaptacyjnego realizujące integralne kryteria	
jakości	201
6.4. Synteza optymalnego regulatora układu dynamicznego wiercenia	
otworów głębokich o małej średnicy	209
6.4.1. Modele oddziaływań zakłócających i kryterium jakości	
sterowania	209
6.4.2. Synteza układu sterowania w przypadku niepełnych	
danych o oddziaływaniach zakłócających	210
6.4.3. Sterowanie układem dynamicznym według kanału	
posuwu osiowego narzędzia	213
6.5. Synteza regulatora układu dynamicznego obróbki	
sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności	226
7. ALGORYTMY STEROWANIA ODKSZTAŁCENIAMI	
SPRĘŻYSTYMI UKŁADÓW DYNAMICZNYCH	231
7.1. UAS odkształceniami sprężystymi układów dynamicznych	
obrabiarek według kanału posuwu	231
7.2. Środki technologiczne automatyzacji i sterowania stanem	
sprężyście-odkształcalnym części przy przyłożeniu sił	
dodatkowych ze strony amortyzatorów	239
7.3. Środki technologiczne automatyzacji i sterowania stanem	
sprężyście-odkształcalnym wałów o małej sztywności przy	
przyłożeniu siły rozciągającej	252
PODSUMOWANIE	270
LITERATURA	274

### WSTĘP

Aktualnym problemem w budowie maszyn jest zagwarantowanie niezawodności dokładnościowej urządzeń mechanicznych i zwiększenia wydajności procesów technologicznych. Szczególnie ważne jest uzyskanie określonej dokładności wykonania części na obrabiarkach skrawających, a także uzyskanie odpowiedniej niezawodności dokładnościowej urządzeń wytwórczych, maszyn pomiarowych i robotów. Rozwiązanie tych zadań umożliwia wzrost jakości i efektywności procesów, realizowanych na współczesnych obrabiarkach i urządzeniach automatycznych, a także wpływa na opracowanie nowych technologii i wzrost konkurencyjności na światowym rynku urządzeń.

Podejście tradycyjne do zwiększenia dokładności obróbki obrabiarek oparte na unowocześnianiu konstrukcji mechanizmów w znaczących stopniu wyczerpało możliwości uzyskania istotnych efektów w tym zakresie, należy więc stosować nowe metody bazujące na zastosowaniu układów sterowania automatycznego układem dynamicznym obrabiarek.

Koncepcja zwiększenia wydajności procesów obróbki i dokładności części poprzez sterowanie odkształceniami sprężystymi układu dynamicznego obrabiarki jest prezentowana w wielu pracach oraz wdrażana do praktyki w wielu firmach.

Dokładność technologiczna urządzeń mechanicznych, a w szczególności przy wytwarzaniu części na obrabiarkach, uzyskiwana w wyniku zastosowania sterowania automatycznego odkształceniami sprężystymi układu dynamicznego, uwzględnia zużycie połączeń ruchomych, a więc określa czas pracy mechanizmów, maszyn i urządzeń.

Szczególnie jest aktualny problem zwiększenia efektywności urządzeń mechanicznych w warunkach produkcji elastycznej. Przy konieczności szybkiej zmiany parametrów procesu technologicznego z minimalnym udziałem operatora jest niezbędny odpowiedni "zapas dokładności" stosowanych urządzeń.

Współczesny przemysł maszynowy szczególnie mocno boryka się z problemem zwiększenia dokładności obróbki części o małej sztywności, znajdujących coraz szersze zastosowanie w wielu mechanizmach i maszynach, co jest związane ze współczesnymi tendencjami do zmniejszenia ich masy, a także szerokim zastosowaniem części o specyficznym przeznaczeniu funkcjonalnym. Takie części znajdują duże zastosowanie w dokładnych urządzeniach, w tym w: przyrządach precyzyjnych, w przemyśle lotniczym oraz kosmonautycznym. Metody tradycyjne zwiększenia dokładności obróbki części o małej sztywności, oparte na obróbce wieloprzejściowej, wymagają obniżenia parametrów skrawania, zastosowania podtrzymek, wprowadzenia dodatkowych zabiegów oraz obróbki ręcznej i ostatecznie nie zawsze pozwalają uzyskać zakładane efekty. Niezbędne jest więc poszukiwanie nowych efektywnych dróg sterowania dokładnością układu dynamicznego o elementach o małej sztywności. Zwiększenie niezawodności dokładnościowej urządzeń mechanicznych, w wyniku sterowania odkształceniami sprężystymi układu technologicznego dotyczy aspektów technologicznych, dosyć dobrze zaprezentowane w pracach [14–16, 21, 74, 96] oraz w przedkładanej monografii prezentującej modele matematyczne uogólnione i szczegółowe układu dynamicznego według różnych kanałów sterowania, jak również metod syntezy układów sterowania automatycznego odkształceniami sprężystymi układu dynamicznego, uwzględniających specyficzne właściwości obiektu i działających na niego zakłóceń.

Monografia składa się ze wstępu, sześciu rozdziałów, podsumowania oraz literatury.

W rozdziale pierwszym zaprezentowano ogólną charakterystykę zwiększenia dokładności obróbki skrawaniem. Przedstawiono analizę modeli matematycznych układów dynamicznych obrabiarek w procesie skrawania oraz zagadnień sterowania dokładnością urządzeń mechanicznych, jak również aspekty sterowania optymalnego układem dynamicznym według kryteriów ekonomicznych. Uzasadniono aktualność problematyki identyfikacji analitycznej układów dynamicznych urządzeń mechanicznych. Na podstawie opracowanych modeli matematycznych scharakteryzowano zagadnienia sterowania dokładnością obróbki skrawaniem.

Rozdział drugi zawiera ogólną charakterystykę obiektu sterowania, jest rozpatrywana metodologia opracowania modeli matematycznych układów dynamicznych obróbki skrawaniem. W oparciu o geometrię warstwy skrawanej i siły skrawania są analizowane właściwości sprężyste układu technologicznego. Przedstawiono proces kształtowania przekroju warstwy skrawanej. Opracowano układ równań oraz uogólniony schemat strukturalny modelu matematycznego obiektu sterowania – układu dynamicznego urządzeń mechanicznych przy obróbce tokarskiej

W rozdziale trzecim przedstawiono modele matematyczne uogólniony i szczegółowe układu dynamicznego obróbki tokarskiej według oddziaływania sterowniczego – zmiany prędkości posuwu wzdłużnego i oddziaływań zakłócających. Przeanalizowano charakterystyki czasowe i częstotliwościowe układu dynamicznego obróbki tokarskiej, a także ocenę dokładności aproksymacji i przybliżeń przy uproszczeniu wejściowych modeli matematycznych według oddziaływań sterowniczego i zakłócającego. Opisano stanowisko badawcze, przedstawiono metodykę i wyniki badań eksperymentalnych charakterystyk statycznych, dynamicznych oraz częstotliwościowych obiektu sterowania.

Rozdział czwarty zawiera krótki opis opracowanego oprogramowania stosowanego do modelowania i badania charakterystyk dynamicznych i częstotliwościowych układu dynamicznego obróbki tokarskiej. Przedstawiono analizę i ocenę dokładności wyników modelowania.

W rozdziale piątym zaprezentowano wykonaną, w oparciu o metodologię *IDEF0*, dekompozycję bloku funkcjonalnego odzwierciedlającą strukturę hierarchiczną modeli układu technologicznego. Umożliwiło to zbadanie

parametrów i charakterystyk procesu obróbki części osiowosymetrycznych o małej sztywności oraz opracowanie modeli matematycznych funkcjonowania, stanu energetycznego i algorytmów optymalnego sterowania układami technologicznymi obróbki mechanicznej części o małej sztywności.

W rozdziale szóstym przedstawiono konkretne struktury adaptacyjnych układów sterowania automatycznego odkształceniami sprężystymi urządzeń mechanicznych.

Rozdział siódmy zawiera opis środków technologicznych automatyzacji przy obróbce sprężyście–odkształcalnych wałów o małej sztywności (konstrukcji tłumików wibracji, podtrzymek samoosiujących, koników i urządzeń do obróbki wałów o małej sztywności). Zaprezentowano również przeznaczenie, strukturę i zasadę pracy układu zautomatyzowanego projektowania części obrotowych, uwzględniającego właściwości dynamiczne obrabiarek skrawających.

Zwiększenie dokładności obróbki i niezawodności technologicznej toczenia jest uzyskiwane w wyniku zbudowania i zastosowania bardziej dokładnych modeli matematycznych z uwzględnieniem specyfiki zjawisk zachodzących w strefie obróbki i odkształceń sprężystych układu dynamicznego oraz zastosowaniu uzyskanych modeli matematycznych do opracowania algorytmów sterowania optymalnych oraz adaptacyjnych.

Zasady budowy modeli matematycznych oraz układów sterowania opracowane i przedstawione w niniejszej monografii, mogą być adaptowane do innych procesów technologicznych: toczenia części sprężyście odkształcalnych, szlifowania oraz wiercenia otworów głębokich, charakteryzujących się szerokim zakresem zmienności parametrów układu dynamicznego.

Autorzy wyrażają głęboką wdzięczność i składają podziękowania recenzentom: prof. dr hab. inż. Andrzejowi Buchaczowi i prof. dr hab. inż. Markowi Opielakowi za cenne uwagi przy przygotowaniu rękopisu, które umożliwiły podniesienie w istotny sposób poziomu monografii. Autorzy również serdecznie dziękują inż. A. A. Dorożkinowi za pomoc w przygotowaniu materiałów graficznych.

# WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SKRÓTÓW I OZNACZEŃ

# SKRÓTY

DCPS	– charakterystyka dynamiczna procesu skrawania
AC	- sterowanie adaptacyjne, układ sterowania adaptacyjnego
ChAC	- charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa
ChFC	<ul> <li>– charakterystyka fazowo-częstotliwościowa</li> </ul>
MM	– model matematyczny
OS	– obiekt sterowania
РТ	<ul> <li>proces technologiczny</li> </ul>
ТО	– transmitancja operatorowa
UAS	– układ sterowania automatycznego
UAdS	– układ sterowania adaptacyjnego
UD	– układ dynamiczny
UT	– układ technologiczny
WS	– warstwa skrawana
0	ZNACZENIA
h(t)	– wartość chwilowa grubości warstwy skrawanej
$a_p(t)$	– wartość chwilowa głębokości skrawania
$\boldsymbol{b}_l$	– naddatek na obróbkę części
b(t)	– wartość chwilowa szerokości warstwy skrawanej
$d_p$	– średnica części obrabianej
f	– posuw wzdłużny
G(s)	– transmitancja operatorowa
$F_i$	– składowa siły skrawania UT
$L_p$	<ul> <li>– długość obrabianej części</li> </ul>
Ŕ	– współczynnik oddziaływania
M(s)	– transmitancja operatorowa układu sprężystego obrabiarki
$M_i(s), N_i(s)$	- transmitancje operatorowe procesu skrawania odpowiednio
	według przyrostu grubości i szerokości warstwy skrawanej
$m_{i,} n_{i}$	<ul> <li>– współczynniki oddziaływania procesu skrawania odpo-</li> </ul>
	wiednio według grubości i szerokości warstwy skrawanej
$n_p$	<ul> <li>prędkość obrotowa części, wrzeciona [obr/min.]</li> </ul>
q	<ul> <li>twardość materiału obrabianego</li> </ul>
$r_z$	– promień części
S	– operator Laplace'a
Τ	– stała czasowa
$t_r$	– czas procesu przejściowego
$v_c$	– prędkość skrawania
$v_f$	– prędkość posuwu poprzecznego

Vpop	<ul> <li>prędkość posuwu poprzecznego przy szlifowaniu wgłębnym</li> </ul>
<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	<ul> <li>– osie prostokątnego układu współrzędnych</li> </ul>
K <sub>r</sub>	– kąt przystawienia
τ	<ul> <li>– czas opóźnienia</li> </ul>
$\sigma$	– przeregulowanie
ω	– częstość kątowa
$\omega_{p}$	<ul> <li>prędkość kątowa części</li> </ul>
arphi	<ul> <li>– przemieszczenie kątowe obrabianego wału</li> </ul>
	(d - dynamiczne, o - obliczeniowe)

## 1. ZWIĘKSZENIE DOKŁADNOŚCI I EFEKTYWNOŚCI MASZYN TECHNOLOGICZNYCH

#### 1.1. Zwiększenie dokładności obróbki skrawaniem

W budowie maszyn obowiązują coraz wyższe wymagania odnośnie jakości wyrobów, w tym dokładności wykonania części.

W przypadku obrabiarek skrawających dokładność polega na utrzymaniu wymiarów części w granicach tolerancji z pewną rezerwą dokładności "technicznej" [123, 124]. Rezerwy dokładności "technicznej" wykonania części określające wytrzymałość połączeń ruchomych i, ostatecznie, niezawodność oraz długowieczność maszyn i mechanizmów, w najlepszych firmach japońskich produkujących obrabiarki, są równe od 60 do 75%.

Charakterystyki dokładnościowe wielu rodzajów urządzeń technologicznych są określane dokładnością wymaganego położenia przestrzennego ich elementów wykonawczych.

W przypadku obrabiarek skrawających dokładność części zależy od dokładności, w procesie obróbki, wzajemnego położenia narzędzia i półfabrykatu, będących ogniwem zamykającym łańcucha wymiarowego [20, 29, 48].

W procesie sterowania urządzeniem technologicznym, w przypadku ogólnym, powinna być zapewniona niezbędna dokładność odtworzenia w przestrzeni wymaganych trajektorii ruchu jego elementów wykonawczych. Odchylenie wzajemnego przestrzennego położenia elementów wykonawczych można przedstawić za pomocą wektora

$$\Delta R(t) = \left[\Delta R_i(t)\right], \quad i = \{x, y, z\}, \tag{1.1}$$

gdzie  $\Delta R_i(t)$  – projekcja wektora  $\Delta R(t)$  w układzie współrzędnych.

Podczas sterowania układem dynamicznym, który przyjęto rozumieć jako układ technologiczny wraz z realizowanym w nim procesem technologicznym, w warunkach działania zakłócenia jest konieczne zapewnienie ograniczenia o pewien funkcjonał  $\Delta R_i(t)$ .

$$K_r \left\{ \Delta R_i(t) \right\} \le K_{ii}. \tag{1.2}$$

Istotne jest, aby formę funkcjonału  $K_r$  wybierać z uwzględnieniem charakteru oddziaływań dynamicznych. Przy oddziaływaniach stacjonarnych ograniczenia mogą być nałożone na średniokwadratową wartość  $\Delta R_i(t)$ , a podczas zakłóceń skokowych – na maksimum modułu odchylenia.

W złożonym problemie zapewnienia jakości, w zależności od konkretnych warunków funkcjonowania urządzenia, można wyodrębnić pewne podproblemy.

W niektórych rodzajach urządzeń technologicznych, w tym w wytaczarkach współrzędnościowych, maszynach pomiarowych, należy rozwiązać problem odpowiedniego położenia przestrzennego elementów wykonawczych. Osiągana dokładność pozycjonowania zależy od właściwości dynamicznych obiektu oraz napędu elektrycznego. Podwyższenie tej dokładności, szczególnie w przypadku wytaczarek współrzędnościowych oraz maszyn pomiarowych, w dużym stopniu jest utrudnione występowaniem nieliniowości przy sprowadzeniu obiektu do wymaganych współrzędnych. Badaniom problemów podwyższenia dokładności dynamicznej obrabiarek skrawających oraz współrzędnościowych maszyn pomiarowych, działających w systemach pozycjonowania w warunkach tarcia mieszanego są poświęcone prace G. S. Ravvy, K. I. Pałki, V. E. Lysowa, S. J. Galickowa i innych.

Szczególnie istotny jest problem zwiększenia dokładności obrabiarek skrawających, realizujących cykl obróbki wgłębnej. Podczas szlifowania wgłębnego wymiar obrabianej części jest określany przez końcowy punkt trajektorii wzajemnego ruchu ściernicy i części, a sam proces przebiega w warunkach sztywnego ograniczenia współrzędnych fazowych, uwarunkowanych własnościami procesu technologicznego.

Zagadnienia sterowania układem dynamicznym obrabiarek do szlifowania otworów w znacznym stopniu były rozwiązane w pracach zrealizowanych w Państwowym Uniwersytecie Technicznym w Samarze [83, 113, 165, 172].

Prace w zakresie optymalizacji procesu szlifowania otworów w procesie sterowania układem dynamicznym są aktywnie prowadzone w Instytucie Technologii i Obrabiarek (IFW) Uniwersytetu Technicznego w Hanowerze [73].

W przypadku tokarek, tokarek karuzelowych i szlifierek, na których są realizowane procesy toczenia wzdłużnego oraz szlifowania, w procesie sterowania powinna być zapewniona niezbędna dokładność odtwarzania w przestrzeni wymaganej trajektorii ruchu narzędzia skrawającego względem osi części. Zagadnienia podwyższenia dokładności i efektywności sterowania układem dynamicznym tokarek i szlifierek są przedstawione w pracach [17, 18, 19, 29, 55, 74, 82, 84, 108, 117, 169], jak również w niniejszej monografii.

W procesie eksploatacji urządzeń technologicznych występują różnorodne oddziaływania zakłócające, w przypadku obrabiarek zwykle jest to losowy proces stacjonarny nałożony na losową funkcję liniową [172]. W tym przypadku w zakłóceniu można wyodrębnić składnik zmieniający się powoli oraz składową wysokoczęstotliwościową. Pierwsza składowa jest związana przede wszystkim z odkształceniami cieplnymi układu technologicznego i zużyciem narzędzia skrawającego. Błędy cyklu obróbki części spowodowane tymi zakłóceniami, z reguły, są niewielkie i mogą być okresowo kompensowane przez wprowadzenie korekty do tzw. wymiaru nastawienia statycznego [17, 18, 29, 94, 109, 116, 117].

Składowa wysokoczęstotliwościowa błędu jest uwarunkowana przede wszystkim zmiennością naddatku na obróbkę, a także twardości materiału obrabianego oraz przypadkowymi drganiami układu skrawania. Podstawową i najbardziej efektywną metodą kompensowania wysokoczęstotliwościowej składowej błędu obróbki jest sterowanie odkształceniami sprężystymi układu dynamicznego obrabiarki.

Przeznaczenie funkcjonalne poszczególnych części, a także dążenie do zmniejszenia zużycia metalu uwarunkowały szerokie zastosowanie dokładnych części o małej sztywności. Takie części, do których zalicza się: wały, osie, półfabrykaty kół zębatych, przyrządy mechaniki precyzyjnej, wały skrętne i giętkie, osie przyrządów nawigacyjnych, resory, śruby, wkręty, wały – wirniki, cienkościenne korpusy i pokrywy mikromaszyn elektrycznych, jak pokazuje analiza [141], stanowią znaczny odsetek wyrobów w budowie maszyn precyzyjnych, w przemyśle lotniczym i kosmicznym. Przy czym ok. 34% z nich to części obrotowe obrabiane na tokarkach i szlifierkach.

Tradycyjne metody podwyższania jakości obróbki części o małej sztywności oparte na obróbce wielozabiegowej przy zmniejszeniu parametrów skrawania, zastosowaniu podtrzymek, ręcznej obróbce wykańczającej, prowadzą do istotnego obniżenia wydajności.

Szczególnie aktualny w warunkach produkcji elastycznej problem dokładności technologicznej, którego nie udało się rozwiązać przy zastosowaniu metod tradycyjnych, wymagał opracowania nowych metod i doprowadził do opracowania tzw. "układów sterowania adaptacyjnego obrabiarek".

Idea sterowania odkształceniami sprężystymi układu dynamicznego obrabiarek skrawających była po raz pierwszy przedstawiona w latach 60-tych XX wieku przez prof. B. S. Bałakszyna, a jej aspekty technologiczne były w znacznym stopniu rozwiązane w pracach utworzonej przez niego szkoły naukowej [17, 18, 29, 84, 117, 141, 142, 165].

Dodatkowym czynnikiem obniżającym niezawodność dokładnościową urządzeń technologicznych są odkształcenia sprężyste układu technologicznego w wyniku działania zakłóceń kinematycznych ze strony fundamentu. W przypadku obrabiarek precyzyjnych, urządzeń pomiarowych, przeznaczonych do regulacji i atestowania przyrządów nawigacyjnych i optycznych w stacjach kosmicznych, a także innych urządzeń specjalistycznych, wysoka wibroaktywność fundamentów może doprowadzić do niedopuszczalnego obniżenia charakterystyk dokładnościowych. Temu kierunkowi badań poświęcona jest duża liczba publikacji i nie jest on poruszany w ramach niniejszej monografii.

Podwyższenie niezawodności dokładnościowej oprzyrzadowania technologicznego może być powiązane ze zwiększeniem wydajności realizowanego na nim procesu technologicznego. Obrabiarki skrawające na ogół dzieli się na produkcyjne, przeznaczone do zapewnienia wysokich wskaźników wydajności oraz precyzyjne, których podstawowym zadaniem jest zapewnienie wysokiej dokładności obrabianych części. Podział ten powoduje, że kryteria optymalizacji i metodyka syntezy układu sterownia automatycznego powinny odpowiadać określonym specyficznym cechom. Układ sterowania obrabiarkami produkcyjnymi w wielu przypadkach jest budowany jako układ stabilizacji parametrów siłowych procesu skrawania i związanych z nimi odkształceń sprężystych układu technologicznego.

Spośród przedstawionych zagadnień, dotyczących projektowania i realizacji układów sterowania automatycznego, umownie wyodrębniono układy przeznaczone przede wszystkim do podwyższenia niezawodności dokładnościowej oprzyrządowania i układy umożliwiające optymalizację procesu technologicznego wg kryteriów ekonomicznych. Przeprowadzona zostanie także krótka analiza stanu problemu identyfikacji omawianych układów dynamicznych obrabiarek oraz urządzeń technologicznych.

### **1.2. Modele matematyczne układów dynamicznych** obrabiarek i procesu skrawania

Rozwiązanie problemu opracowania metod syntezy układu automatycznego sterowania układów dynamicznych obrabiarek i urządzeń technologicznych jest niemożliwe bez wnikliwego zbadania własności obiektu i opracowania modelu matematycznego, odzwierciedlającego charakterystyki obiektu sterowania.

W ogólnym przypadku badanie charakterystyk dynamicznych układu technologicznego obróbki przeprowadza się w celu wykazania wpływu oddziaływań zakłócających i sterujących na wartość odkształceń sprężystych obrabianych części w stanach ustalonych i przejściowych, formowania optymalnych lub quasi-optymalnych algorytmów sterowania, minimalizujących błędy kształtu części.

Opracowanie modelu matematycznego obiektu sterowania adekwatnego do obiektu – oryginału, jest konieczną przesłanką rozwiązania problemu analizy stabilności układu sterowania i syntezy członów korygujących wg wymaganych wskaźników jakości sterowania w stanach przejściowych. W podobnych układach wskaźniki jakości sterowania współrzędną wyjściową, za którą zwykle przyjmuje się odkształcenie sprężyste, bezpośrednio charakteryzują błędy kształtu części, spowodowane szybko zmieniającymi się zakłóceniami w postaci zmian naddatku na obróbkę oraz własności fizyko-mechanicznych obrabianego materiału. Wyniki badań charakterystyk statycznych i dynamicznych obiektu sterowania mogą być wykorzystane także przy tworzeniu bazy danych do zautomatyzowanych systemów projektowania procesów technologicznych w celu organizacji projektowania zorientowanego na technologię.

Do chwili obecnej opracowano wiele analityczno-doświadczalnych modeli dynamicznych charakterystyk procesu skrawania, których budowa jest wynikiem analizy zjawisk fizycznych zachodzących w czasie skrawania, a wartości parametrów występujących w tych modelach są określane na podstawie badań eksperymentalnych.

Rozwiązanie problemu zapewnienia wymaganej dokładności i jakości obróbki jest utrudnione, ponieważ w procesie obróbki część, narzędzie i węzły obrabiarki pozostając w ruchu względnym, tworząc skomplikowany dynamiczny układ technologiczny. Wcześniejsze określenie jego zachowania, bez ukierunkowanych badań, jest praktycznie niemożliwe.

Przy kompleksowym rozwiązywaniu problemu sterowania dokładnością kształtowania części jest więc niezbędne również uwzględnianie własności dynamicznych układu technologicznego. Badania charakterystyk układu dynamicznego oraz metody ich opracowania matematycznego zostały przedstawione w pracach [49, 64, 72, 80, 57, 83, 85, 105, 107, 115, 165, 170, 163, 164].

Analiza prac dotyczących drgań samowzbudnych przy skrawaniu umożliwiła sformułowanie siedmiu podstawowych hipotez wyjaśniających przyczyny ich powstawania:

- zmiana wartości siły tarcia lub siły skrawania w zależności od prędkości;
- zmienne wartości sił skrawania w wyniku okresowego wzajemnego oddziaływania narzędzia i wióra przy obróbce materiału;
- zmiana rzeczywistej geometrii ostrza podczas drgań;
- zmiana wartości siły skrawania przy zmianach przekroju warstwy skrawanej;
- zależność siły skrawania od względnej współrzędnej narzędzia i półfabrykatu w warunkach układu o dwóch stopniach swobody (zasada więzów współrzędnościowych);
- tworzenie i odrywanie się narostu;
- zjawisko skrawania "po śladzie" [42, 55, 60, 64, 65, 66, 87, 161-163].

W roku 1963 V. A. Kudinov zaproponował model dynamicznej charakterystyki procesu skrawania (DCPS) [71, 72]. Ze wszystkich znanych modeli ten był najczęściej cytowany w Polsce. Kudinov uznał, że w czasie występowania drgań samowzbudnych, zmiany sił skrawania są wynikiem zmian grubości warstwy skrawanej i zmian geometrii ostrza. W dalszej części swych wywodów stwierdził, iż przy częstotliwości drgań nie przekraczającej 500 Hz i przy ostrym narzędziu wpływ zmian geometrii ostrza można pominąć. Drgania samowzbudne mają z reguły niższą częstotliwość, a więc w celu uproszczenia wpływ ten pominięto już w fazie formułowania początkowych założeń modelu skrawania.

Rozważania te oparte były na analizie powstawania wióra w chwili rozpoczynania skrawania (przy skokowej zmianie grubości warstwy skrawanej). Kudinov założył, że prędkość przyrostu długości kontaktu wióra z powierzchnią natarcia jest stała. Powstawanie wióra przy skokowej zmianie grubości warstwy skrawanej różni się zasadniczo od jego kształtowania w trakcie drgań samowzbudnych, kiedy to maksymalne nachylenie toru narzędzia w stosunku do kierunku nominalnej prędkości skrawania lub pochylenie zewnętrznej powierzchni skrawania nie przekracza kąta przyłożenia narzędzia tj. około 6<sup>0</sup>. W takich warunkach długość kontaktu wióra z powierzchnią natarcia może zmieniać się wokół pewnej wartości średniej.

W dalszej części przedstawiono analizę podstawowych modeli dynamiki procesu skrawania opracowanych przez różnych autorów.

Model matematyczny dynamiki procesu toczenia pojedynczym ostrzem może być przez analogię adaptowany do innych kinematycznych odmian skrawania (np. do frezowania czołowego). Dlatego wszelkie prace, zarówno analityczne jak i doświadczalne, których celem jest opracowanie elementarnych modeli matematycznych są skoncentrowane na badaniu zjawisk związanych z tworzeniem wióra w procesie toczenia, przy czym w wielu przypadkach jest to toczenie swobodne.

Zakłada się, że skrawanie pojedynczym ostrzem nie powoduje powstawania w umownym punkcie styku narzędzia i części obrabianej momentu siły, zatem wszystkie składniki macierzy  $W'_{PS}(s)$  opisujące zmiany momentu siły w zależności od zmiany parametrów skrawania są równe zero. Oznacza to, że dolna połowa macierzy  $W'_{PS}(s)$  ma wartości zerowe [164]:

$$W_{PS_{i}}^{\prime}(s) = 0$$
 przy i=4,5,6; j=1,...,6.

Drgania w kierunku osi  $x'_1$  wywołują zmiany grubości warstwy skrawanej, których efektem jest zjawisko regeneracji śladu.

Praktyczne wykorzystanie modelu wymaga jedynie określenia współczynników sztywności właściwej skrawania  $k_{si}$  (i=1,2,3) w przypadku każdej z trzech składowych siły skrawania. Współczynniki te wyznacza się doświadczalnie badając zależność składowych siły skrawania od parametrów skrawania. Składowe siły skrawania można wyrazić za pomocą zależności:

$$\begin{bmatrix} F_f \\ F_p \\ F_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{fo} + k_{sf} b_0 \Delta a \\ F_{po} + k_{sp} b_0 \Delta a \\ F_{co} + k_{sc} b_0 \Delta a \end{bmatrix},$$
(1.3)

gdzie:  $F_f, F_p, F_c$  – składowe siły skrawania: posuwowa odporowa i główna;  $F_{fo}, F_{po}, F_{co}$  – średnie wartości składowych siły skrawania;  $\Delta a$  – zmiana grubości warstwy skrawanej;  $b_0$  – szerokość warstwy skrawanej;  $k_{sf}, k_{sp}, k_{sc}$  – współczynniki sztywności właściwej procesu skrawania odniesione do odpowiednich składowych siły.

Zdefiniowane w ten sposób współczynniki sztywności właściwej skrawania można wyrazić za pomocą wzoru:

$$\begin{bmatrix} k_{sf} \\ k_{sp} \\ k_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{f1-1}(1-\chi_{f}) \left(\frac{a_{1}}{a_{0}}\right)^{\chi_{f}} \left(\frac{v_{1}}{v_{0}}\right)^{\theta_{f}} \\ C_{p1-1}(1-\chi_{p}) \left(\frac{a_{1}}{a_{0}}\right)^{\chi_{p}} \left(\frac{v_{1}}{v_{0}}\right)^{\theta_{p}} \\ C_{c1-1}(1-\chi_{c}) \left(\frac{a_{1}}{a_{0}}\right)^{\chi_{c}} \left(\frac{v_{1}}{v_{0}}\right)^{\theta_{c}} \end{bmatrix}$$
(1.4)
$$\begin{bmatrix} k_{s1} \\ k_{s2} \\ k_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \kappa_{r} & \cos \kappa_{r} & 0 \\ -\cos \kappa_{r} & \sin \kappa_{r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{sf} \\ k_{sc} \end{bmatrix},$$
(1.5)

gdzie  $\kappa_r$  – kąt przystawienia.

Zależność określająca współczynniki oporu właściwego skrawania w układzie współrzędnych odniesienia  $x_1, x_2, x_3$  jest następująca:

$$\begin{bmatrix} k_{s1} \\ k_{s2} \\ k_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{f1-1}(1-\chi_f) \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^{\chi_f} \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^{\vartheta_f} \sin \kappa_r + C_{p1-1}(1-\chi_p) \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^{\chi_p} \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^{\vartheta_p} \cos \kappa_r \\ - C_{f1-1}(1-\chi_f) \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^{\chi_f} \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^{\vartheta_f} \cos \kappa_r + C_{p1-1}(1-\chi_p) \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^{\chi_p} \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^{\vartheta_p} \sin \kappa_r \\ C_{c1-1}(1-\chi_c) \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^{\chi_c} \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^{\vartheta_c} \end{bmatrix}$$
(1.6)

Elementarny model matematyczny procesu skrawania pojedynczego ostrza skrawającego (przy znanych współczynnikach właściwego oporu skrawania) można wyrazić jako:

#### Wybrane modele procesu skrawania

**Model Albrechta** [20] – uwzględnia wpływ na proces skrawania: naprężeń stycznych w płaszczyźnie ścinania, kąta tarcia wióra o powierzchnię natarcia, kąta ścinania oraz kata natarcia. Model ten przedstawia się jako:

gdzie:  $k_{s1}, k_{s3}$  – współczynniki sztywności właściwej procesu skrawania swobodnego:

$$k_{s1} = \frac{\tau \sin(\eta_0 - \gamma_0)}{\sin \Phi_0 \cos(\Phi_0 - \gamma_0 + \eta_0)},$$
 (1.9)

$$k_{s3} = \frac{\tau \cos(\eta_0 - \gamma_0)}{\sin \Phi_0 \cos(\Phi_0 - \gamma_0 + \eta_0)},$$
 (1.10)

gdzie:  $\tau$  – naprężenia statyczne w płaszczyźnie ścinania,

 $\eta_0$  – średnie wartości kąta tarcia wióra o powierzchnię natarcia,

 $\Phi_0$  – kąt ścinania,

 $\gamma_0$  – kąt natarcia.

**Model Dasa-Tobiasa** [41] (jest to model skrawania swobodnego adaptowany do skrawania nieswobodnego) przyjmuje następującą postać:

gdzie  $k_{s1}, k_{s3}$  – współczynniki oporu właściwego skrawania swobodnego:

$$k_{s3} = \frac{\sigma_s}{\sin \Phi_o}; \tag{1.12}$$

$$k_{s1} = k_{s3} = \frac{D\cos\Phi_0 - 1}{D\sin\Phi_0}, \qquad (1.13)$$

 $T_{p1}, T_{p3}\,$  – stałe czasowe wyznaczono ze wzorów:

$$T_{p1} = \frac{k_{s3}}{k_{s1}} \frac{a_0}{v_0}; \tag{1.14}$$

$$T_{p3} = \frac{k_{s1}}{k_{s3}} \frac{a_0}{v_0} \,. \tag{1.15}$$

Pozostałe wielkości wyznacza się z następujących zależności:

$$D = \frac{\sigma_s}{\tau}; \tag{1.16}$$

$$\Phi_0 = 45^\circ + \frac{1}{2}(\gamma_0 - \eta_0); \tag{1.17}$$

$$\eta_0 = \operatorname{arctg}(\mu_0) \,. \tag{1.18}$$

gdzie: D - tzw. uniwersalny wskaźnik obrabialności materiału (wielkość stała dla określonego gatunku),

 $\sigma_{s}$ – stosunek głównej składowej siły skrawania do pola powierzchni płaszczyzny ścinania

$$(\sigma_s = F_c / A_s), \tag{1.19}$$

 $\tau$  – naprężenia styczne w płaszczyźnie ścinania,

 $\mu_0, \eta_0$  – odpowiednio średnie wartości współczynnika tarcia i kąta tarcia wióra o powierzchnię natarcia,

 $\Phi_0$  – kąt ścinania,

 $\gamma_0$  – kąt natarcia.

Das i Tobias opublikowali w roku 1967 model DCPS [41], w którym zmienne składowe sił skrawania wyznaczane są na podstawie wyników badań prowadzonych przy skrawaniu statycznym (bez drgań). Stwierdzili oni, że w stanie ustalonym główna siła skrawania  $F_c$  i siła ścinania  $F_s$  są proporcjonalne do pola powierzchni płaszczyzny ścinania  $A_s$  (rys. 1.1).



Rys. 1.1. Podstawowe założenie modelu Dasa i Tobiasa: a) rozkład sił skrawania; b) uniwersalny wykres skrawalności

Rok później Knight opublikował pracę [65, 66] poświeconą analizie modelu Dasa i Tobiasa, w której wykazał, że zarówno  $k_s$  i  $k_w$  jak i uniwersalny wskaźnik skrawalności *D* nie są stałymi materiałowymi, lecz zależą od prędkości skrawania i kąta natarcia. Ponadto znaczny wpływ na  $k_w$  i *D* ma zużycie na powierzchni przyłożenia, które przy niezmiennych siłach w płaszczyźnie ścinania ( $k_s$ ) powoduje wzrost siły  $F_c$ .

Model Dasa i Tobiasa został, zgodnie z omówionymi wyżej uwagami, uściślony przez Dasa, Knighta i Sadeka. Stwierdzili oni, że mimo wprowadzenia poprawek występuje niezgodność granicy stabilności obliczonej na jego podstawie, z otrzymaną doświadczalnie. Wynika to, zdaniem autorów, z nie uwzględnienia zmian kątów natarcia i przyłożenia w kinetycznym układzie odniesienia, zmian grubości warstwy skrawanej spowodowanych zmianami kierunku skra-wania oraz pochylenia zewnętrznej powierzchni skrawania. Mimo omówionych niedoskonałości model Dasa i Tobiasa zdobył sobie uznanie i był stosowany przez wielu badaczy. W Modelu Kudinova [71] uwzględnia się kąt ścinania, kąt natarcia, średnie wartości współczynników tarcia wióra o powierzchnię natarcia, a także naprężenia styczne w płaszczyźnie ścinania. Model jest przedstawiony w następującej postaci:

gdzie:  $k_{s3}$  – współczynnik sztywności właściwej skrawania swobodnego wyznaczony eksperymentalnie podobnie jak w przypadku modelu proporcjonalnego,

 $T_{w1}, T_{w3}$  – stałe czasowe wyznaczone z zależności:

$$T_{w3} = \frac{m}{n} \frac{a_0 k_{sp0}}{v_0}, \ T_{w1} = \left(1 + \frac{1}{\mu_0 k_{sp0}}\right) \frac{a_0 k_{sp0}}{v_0},$$

gdzie:  $\frac{m}{n}$  – współczynnik; w warunkach zmiennej grubości warstwy skrawania, przyjmuje wartości z przedziału (1÷1,5),

 $a_0$  – średnia grubość warstwy skrawania,

 $k_{sp0}$  – średnia wartość współczynnika spęczenia wióra,

vo- średnia wartość prędkości skrawania,

 $\mu_0$ – średnia wartość współczynnika tarcia wióra o powierzchnię natarcia.

**Model Grasso-Noto La Diega-Passannanti** [57] można zapisać w następującej postaci:

gdzie  $k_{s1}, k_{s2}, k_{s3}$  – współczynniki oporu właściwego skrawania, wyznaczone ze wzorów:

$$k_{s1} = \frac{1}{\cos\Phi_0} K_1 \sin\kappa_r + \frac{1}{\cos\Phi_0} K_2 \cos\kappa_r ,$$
  
$$k_{s2} = \frac{1}{\cos\Phi_0} K_1 \cos\kappa_r + \frac{1}{\cos\Phi_0} K_2 \sin\kappa_r , \ k_{s3} = \frac{1}{\cos\Phi_0} K_3$$

Stałe czasowe  $T_{p1}, T_{p2}, T_{p3}$  wyznacza się z zależności:

$$T_{p1} = T_{p2} = \frac{\left[M + BKa_0^{-\delta}\right]a_0\cos\eta_*}{K_2v_0\cos(\eta_* - 90^\circ + \kappa_r)}; \ T_{p3} = \frac{\left[D + EKa_0^{-\delta}\right]a_0}{K_3v_0\cos(\eta_* - 90^\circ + \kappa_r)},$$

przy czym:

$$K_{1} = \left[D + E(1 - \delta)Ka_{0}^{-\delta}\right]\sin\eta_{*}; \quad K_{2} = \left[D + E(1 - \delta)Ka_{0}^{-\delta}\right]\cos\eta_{*}$$
$$K_{3} = M + B(1 - \delta)Ka_{0}^{-\delta},$$

gdzie:  $\eta_*$  – kąt między płaszczyzną posuwu i kierunkiem spływu wióra, *M*, *B*, *D*, *E*, *K*,  $\delta$  – współczynniki aproksymacji statycznych charakterystyk procesu skrawania

Funkcje aproksymujące można przedstawić zależnościami:

$$\frac{F_c}{A_0} = M + B \frac{T_{N0}}{A_0}; \quad \frac{F_{fp}}{A_0} = \frac{\sqrt{F_f^2 + F_p^2}}{A_0} = D + E \frac{T_{N0}}{A_0}; \quad \frac{T_{N0}}{A_0} = K a_0^{-\delta},$$

gdzie:  $F_f, F_p, F_c$  – składowe siły skrawania (posuwowa, odporowa i główna),

 $T_{N0}$  – średnia wartość siły tarcia wióra o powierzchnię natarcia,

A0 – średnia wartość pola przekroju warstwy skrawanej,

 $\kappa_r$  – kąt przystawienia.

Niemal wszystkie znane modele DCPS dotyczą toczenia swobodnego. Model Dasa i Tobiasa był stosowany także do skrawania nieswobodnego [136–140], przy czym parametry DCPS były odnoszone do płaszczyzny przekroju głównego. Jest to znaczne uproszczenie. W roku 1979 Grasso, Noto La Diega i Passannanti [57] podjęli próbę przystosowania modelu Dasa i Tobiasa do skrawania wzdłużnego (nieswobodnego). Podstawowym parametrem charakter-ryzującym zarówno skrawanie statyczne jak i dynamiczne jest stosunek siły tarcia wióra o powierzchnię natarcia do pola przekroju warstwy skrawanej.

**Model Jemielniaka**. W modelu tym, uwzględnia się średnią wartość prędkości skrawania, kąt przystawienia, średnią wartość kąta ścinania, a także średnie wartości statycznej siły skrawania przypadające na jednostkę szerokości warstwy skrawanej [63, 64]:

$W_{PS}^{\prime}(s) =$	Π	$\sin \kappa_r$	$\cos \kappa_r$	0	0	0	0	ŗ	$\sin \kappa_r$	cos	K <sub>r</sub>	0	0	0	0
		$-\cos\kappa_r$	$\sin \kappa_r$	0	0	0	0		$-\cos\kappa_r$	$\sin \kappa_r$		0	0	0	0
		0	0	1	0	0	0	$W^*$	0	0 0		1	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	$W_{PS}(S)$	0			0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0				0 0		0	0	0
		0	0	0	0	0	0						0	0	0
		_												_	
		k	$s_{sf} \sin \kappa_r$	(1+	$T_{ff}$	s)	$k_{sj}$	$f \cos \kappa_r$	$(1+T_{fp}s)$	0	0	0	0		
		k	$k_{sp}\sin\kappa_r(1+T_{pf}s)$				$k_{sp}\cos\kappa_r(1+T_{pp}s)$			0	0	0	0		
$W^*$	( c)	$-h \mid k$	$k_{sc}\sin\kappa_r(1+T_{cf}s)$				$k_{sc}\cos\kappa_r(1+T_{cp}s)$			1	0	0	0		
VV PS	(3)	$-\nu_0$	0				0			0	0	0	0		
			0				0			0	0	0	0		
			0			0			0	0	0	0			
Γ	$k_{sf}$	$\sin \kappa_r$	$k_{sf} \cos \kappa$	r r	0	0	0	0]							
$- \begin{vmatrix} k \\ k \end{vmatrix}$	$k_{sp}$	$\sin \kappa_r$	$k_{sp} \cos \kappa$	r	0	0	0	0							
	$k_{sc}$	$\sin \kappa_r$	$k_{sc} \cos \kappa$	r.	1	0	0	$0  _{-s\tau}$							
		0	0		0	0	0	$0 \Big ^{e}$	,						
		0	0		0	0	0	0							
		0	0		0	0	0	0							
-								_							

gdzie:  $k_{sf}, k_{sp}, k_{sc}$  – współczynniki sztywności właściwej procesu skrawania swobodnego wyznaczane eksperymentalnie, odniesione do poszczególnych składowych siły skrawania,  $T_{ff}, T_{pf}, T_{cf}, T_{fp}, T_{pp}, T_{cp}$  – stałe czasowe, które można wyznaczyć z zależności:

$$\begin{split} T_{ff} &= \frac{h_0}{v_0} \frac{1}{tg\Phi_0} + \frac{1}{k_{sf} v_0 \sin \kappa_r} \Big( -e_{ff} + k_{bc} \Big), \\ T_{pf} &= \frac{h_0}{v_0} \frac{1}{tg\Phi_0} - \frac{1}{k_{sp} v_0 \sin \kappa_r} e_{pf} \,, \\ T_{cf} &= \frac{h_0}{v_0} \frac{1}{tg\Phi_0} + \frac{1}{k_{sc} v_0 \sin \kappa_r} \Big( -e_{cf} + k_{bf} \Big), \\ T_{fp} &= \frac{h_0}{v_0} \frac{1}{tg\Phi_0} + \frac{1}{k_{sf} v_0 \cos \kappa_r} e_{fp} \,, \\ T_{pp} &= \frac{h_0}{v_0} \frac{1}{tg\Phi_0} + \frac{1}{k_{sp} v_0 \cos \kappa_r} \Big( -e_{pp} + k_{bc} \Big), \\ T_{cp} &= \frac{h_0}{v_0} \frac{1}{tg\Phi_0} + \frac{1}{k_{sc} v_0 \cos \kappa_r} \Big( -e_{cp} - k_{bp} \Big), \end{split}$$

gdzie:  $h_0$  – średnia grubość warstwy skrawanej,

- v<sub>0</sub> średnia wartość prędkości skrawania,
- $\kappa_r$  kąt przystawienia,
- $\Phi_0$  średnia wartość kąta ścinania,

 $e_{ij}$  – współczynnik nachylenia stycznej do wykresu funkcji, opisującej zależność *i*-tej składowej siły skrawania przypadającej na jednostkę szerokości warstwy skrawanej w zależności od zmian kąta natarcia i położenia narzędzia,

 $k_{bf}$ ,  $k_{bp}$ ,  $k_{bc}$  – średnie wartości statycznej siły skrawania przypadające na jednostkę szerokości warstwy skrawanej.

**Model uzupełniający Zarsa** [176, 177] (uwzględnia wpływ zmian prędkości skrawania na zmiany składowych sił):

gdzie  $e_{z1}, e_{z3}$  – współczynniki nachylenia stycznych do wykresu funkcji opisującej zależność składowych siły, przypadających na jednostkę szerokości warstwy skrawanej, od prędkości skrawania,

 $T_z$  – stała czasowa wyznaczona ze wzoru:

$$T_z = \frac{k_{sp0}}{3v_0},$$

gdzie: k<sub>sp0</sub> – średnia wartość współczynnika spęczenia wióra,

 $v_0$  – średnia wartość prędkości skrawania.

Ogólny model matematyczny dynamiki procesu skrawania można przedstawić jako:

**Inne modele DCPS.** Najprostszy model DCPS pozwalający na uwzględnienie najważniejszych mechanizmów powstawania drgań samowzbudnych, jakimi są sprzężenie przez przemieszczenie i reprodukcja drgań, wywodzi się ze wzoru Hahna [59]:

$$F_{xd} = -K_{xd} \left( x_t - x_T \right),$$

gdzie  $K_{xd} = \partial F_f / \partial a$  – pochodna zależności  $F_f(a)$  określona w punkcie pracy tj. w przypadku nominalnej grubości WS.

Model Hahna jest bardzo uproszczony, ponieważ w rzeczywistości obok sztywności występuje także tłumienie siły skrawania, spowodowane zmianami geometrii ostrza i kierunku skrawania. W większości przypadków praktycznych tłumienie to może być jednak pominięte. Model matematyczny układu dynamicznego OUPN w postaci wzoru Hahna jest dobrym narzędziem do badania jego stabilności w związku ze zjawiskiem obróbki po śladzie. Z wzoru tego wynika, że na stabilność istotnie wpływa współczynnik  $K_{xd}$ . W związku z liniową zależnością między współczynnikiem  $K_{xd}$  a szerokością warstwy skrawanej jako miarę stabilności przyjmuje się tzw. graniczną szerokość warstwy skrawanej  $b_{gr}$ , tzn. taką, powyżej której pojawiają się drgania samowzbudne. Zamiennie można przyjmować również graniczną głębokość skrawania. Model ten jest najczęściej stosowany, szczególnie w pracach poświęconych analizie wpływu właściwości układu masowo-sprężystotłumiącego na stabilność obróbki przy prędkościach skrawania przekraczających 100 m/min. [104, 167, 168]. Nie umożliwia on jednakże prognozy znanego zjawiska wzrostu granicy stabilności przy niskich prędkościach skrawania [78, 101], co wynika z pominięcia tłumienia procesu skrawania, tj. składników zmiennej składowej siły skrawania zgodnej w fazie z prędkością drgań  $x_r$ .

Model Tobiasa i Fishwicka [162] był pierwszym, w którym starano się uwzględnić tłumienie procesu skrawania. Autorzy podjęli próbę doświadczalnego określenia wpływu zmian grubości warstwy skrawanej, prędkości wnikania narzędzia w materiał i prędkości obrotowej wrzeciona na zmienne składowe sił skrawania. Model ten obecnie ma jednak znaczenie tylko historyczne.

M. E. Eliasberg [49, 50] przedstawił model oparty na założeniu, że przy skrawaniu niektórych materiałów, na przykład stali, nad krawędzią skrawająca okresowo pojawia się szczelina wyprzedzająca. V. A. Kudinow [71] analizując wyniki badań wykonanych przez M. E. Eliasberga stwierdził, że błędnie uznał on narost obserwowany na zdjęciach za szczelinę wyprzedzającą. Zgodnie ze współczesnym stanem wiedzy o procesie powstawania wióra, pęknięcie czy szczelina wyprzedzająca może pojawić się jedynie w szczególnych warunkach skrawania, na przykład przy obróbce materiałów bardzo kruchych [166].

Albrecht na podstawie opracowanego przez siebie modelu procesu skrawania statycznego [20], zaproponował model DCPS oparty na założeniu, że siły skrawania zależą od pola powierzchni płaszczyzny ścinania, której położenie jest niezmienne. Pole to określone jest przez chwilową grubość warstwy skrawanej. W Modelu zaproponowanym przez Zarsa [139] przyjmuje się, że główną przyczyną powstawania drgań samowzbudnych jest opadająca charakterystyka sił skrawania w funkcji prędkości skrawania. Hipotezę tę na podstawie badań doświadczalnych obalili Knight i Tobias [66]. Mimo, iż statyczne siły skrawania zależą od prędkości skrawania, zależność ta nie jest bezpośrednia [71]: prędkość wpływa na temperaturę skrawania. Iner-cyjność procesów cieplnych zachodzących w strefie skrawania istotnie osłabia wpływ szybkich zmian prędkości na siły, co sprawia, że wpływ ten można pominąć. Zars zaproponował także [143] połączenie swojego modelu z modelem Kudinowa przy uwzględnieniu reprodukcji drgań.

Wyeliminowanie niedoskonałości modelu Dasa i Tobiasa było celem prac podjętych przez Nigma, Sadeka i Tobiasa [86]. Opracowany przez nich nowy model bazował na własnym opisie procesu skrawania statycznego [70], przedstawiającym zależność współczynnika spęczenia wióra i stosunku sił  $F_f/F_w$  od kąta natarcia, prędkości skrawania i grubości warstwy skrawanej. Autorzy ci przyjęli, że w przypadku skrawania dynamicznego (przy występowaniu drgań samowzbudnych) należy stosować kinetyczny układ odniesienia nie tylko w stosunku do sił skrawania, lecz również kąta natarcia i grubości warstwy skrawanej. Dodatkowym przyjętym założeniem jest współczynnik  $\varepsilon$ , określany na podstawie testów dynamicznych. Podważa to przydatność modelu w warunkach, w których wykonanie takich badań nie jest możliwe. Dysponując odpowiednią aparaturą można określić DCPS doświadczalnie, bez posługiwania się modelami, dającymi z natury rzeczy wyniki przybliżone. Autorzy zastrzegli, że opracowany przez nich model DCPS

można stosować w warunkach skrawania, w których nie występuje narost. Wyklucza to jego zastosowanie w zakresie niższych prędkości skrawania, gdy tłumienie procesu skrawania, którego wyznaczenie jest najtrudniejsze, odgrywa największą rolę.

Sata, Inamura i Matsushima przystosowali model Dasa i Tobiasa do skrawania nieswobodnego. Uznali, że model ten można odnieść do nieskończenie wąskiego fragmentu szerokości warstwy skrawanej mierzonej prostopadle do kierunku spływu wióra. Zmienne składowe sił skrawania (leżące w płaszczyźnie spływu wióra) wyznaczyli przez całkowanie sił elementarnych wzdłuż tego kierunku. Ich propozycja różni się zatem od modelu Grasso, Noto La Diega i Passannanti'ego jedynie sposobem wyznaczania pola przekroju warstwy skrawania, pozostając w istocie modelem płaskim.

V. V. Kaminskaja i E. F. Kusznir [64] postanowili zwiększyć dokładność modelu Kudinova wychodząc z tych samych co Kudinov warunków równowagi wióra przy skrawaniu statycznym. Analizowali oni przemieszczanie się wióra jako belki na podatnym podłożu. Zdaniem autorów, DCPS można otrzymać posługując się zależnościami opisującymi długość kontaktu wióra z powierzchnią natarcia. Nie przedstawili oni jednak żadnych wyników badań doświadczalnych potwierdzających poprawność ich modelu. Model ten należy zatem traktować z daleko idącą rezerwą [80].

W modelu DCPS skrawania swobodnego opracowanym przez Wu i Liu [173–175] analizuje się wpływ drgań narzędzia względem przedmiotu obrabianego na współczynnik tarcia wióra o powierzchnię natarcia i współczynnik spęczenia wióra. Do uzyskania DCPS konieczne jest przeprowadzenie badania granicy stabilności. W swoich badaniach autorzy stosowali prędkości skrawania  $v_c>180$  m/min. W takich warunkach tłumienie procesu skrawania jest nieznaczne i może być wykorzystane do celów praktycznych.

Na podstawie analizy literaturowej modeli dynamicznych charakterystyk procesu skrawania można zauważyć, że różnią się one znacznie od siebie, zarówno co do założeń podstawowych, jak i uzyskiwanych dzięki nim wyników. Ponadto dotyczą one skrawania swobodnego lub traktują skrawanie swobodne jako płaskie.

Modele te są wynikiem badań zjawisk fizycznych procesu skrawania lub wielkości fizycznych w strefie skrawania i analizy występowania drgań samowzbudnych. Niektóre zależności mają charakter hipotetyczny i są trudne do zweryfikowania.

Różnice w przyjmowanych założeniach, dotyczących procesu skrawania, są pierwszą przyczyną rozbieżności uzyskiwanych dynamicznych charakterystyk procesu skrawania. Do chwili obecnej wykonywane są badania doświadczalne, których wyniki jakościowo są zgodne z modelami V. A. Kudinova i innych np. [115].

Modele matematyczne, analizowane w tym rozdziale, nie mogą być wykorzystywane do opracowania algorytmów sterowania automatycznego procesem obróbki w warunkach produkcyjnych. Spowodowane jest to tym, że nie opisują one własności układu dynamicznego procesu skrawania i nie pozwalają obliczyć współczynników wzmocnień oraz stałych czasowych obiektu regulacji lub obiektu sterowania.

W Polsce największe osiągnięcia w określaniu DCPS ma Politechnika Szczecińska. Opracowano tam dwa sposoby określania DCPS. Pierwszy sposób określania DCPS polega na klasycznym, doświadczalnym badaniu funkcji przejścia [53, 80]. Drugim sposobem określania dynamicznej charakterystyki procesu skrawania (DCPS) jest budowa analityczno–dynamicznych modeli, które umożliwiają określenie tej charakterystyki na podstawie właściwości mechanicznych materiału obrabianego i badań prowadzonych w warunkach skrawania ustalonego (statycznego) [62, 115].

Stan modelu dynamicznego w postaci stacjonarnego układu mechanicznego o n-stopniach swobody określa n-wymiarowy wektor współrzędnych uogólnionych G(t) [48]. Ruch układu odbywa się pod wpływem uogólnionych sił wymuszających tworzących wektor F(t). Zwykle przyjmuje się, że siły oporu, powstające w czasie ruchu, są proporcjonalne do prędkości punktów materialnych, oprócz tego zakłada się, że układ posiada pełną dyssypację, tzn. dowolnemu ruchowi towarzyszy rozpraszanie energii. Przy określonych założeniach ruch układu opisuje równanie Lagrange'a drugiego rzędu:

$$A\ddot{G} + B\dot{G} + CG = F, \qquad (1.20)$$

gdzie: *A*, *B*, *C* – macierze kwadratowe współczynników według metody najmniejszych kwadratów, określających odpowiednio: energię kinetyczną, funkcję dyssypacyjną i energię potencjalną układu.

Przy przejściu do operatorowej postaci zapisu równanie (1.20) przyjmuje postać:

$$(A \cdot s^2 + B \cdot s + C) \cdot G(s) = F(s),$$

a więc związek pomiędzy wyjściową i wejściową współrzędną układu mechanicznego może być przedstawiony za pomocą transmitancji operatorowej

$$H(s) = \frac{G(s)}{F(s)} = \frac{1}{As^2 + Bs + C}$$

W szczególnym przypadku modelu jednomasowego o jednym stopniu swobody transmitancja operatorowa ma postać:

$$h(s) = \frac{g(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + J},$$

gdzie: m – masa obiektu, b – współczynnik tłumienia, J – sztywność.

Do analizy charakterystyk dynamicznych układów sprężystych V. A. Kudinov zastosował współrzędne normalne  $q_i$  [72]. Umożliwia to opisanie poszczególnych elementów układu sprężystego układem równań drugiego rzędu:

$$\begin{split} m_1 \ddot{q}_1 + \beta_1 \dot{q}_1 + \kappa_1 q_1 &= n_1 Q, \\ m_2 \ddot{q}_2 + \beta_2 \dot{q}_2 + \kappa_2 q_2 &= n_2 Q, \\ \dots \\ m_n \ddot{q}_n + \beta_n \dot{q}_n + \kappa_n q_n &= n_n Q, \end{split}$$

- gdzie: Q zewnętrzna uogólniona siła działająca na układ sprężysty, symulująca działanie wejściowe,
  - $n_i$  współczynnik zredukowania siły zewnętrznej do współrzędnej normalnej.

Każdy element układu sprężystego można więc przedstawić za pomocą transmitancji operatorowej (*TO*) otrzymanej w wyniku przekształcenia jednego z równań.

$$G_{us_i}(s) = \frac{q_i(s)}{Q_i(s)} = \frac{K_{us_i}}{T_i^2 \cdot s^2 + T_i \cdot s + 1}.$$

Dynamiczna charakterystyka układu sprężystego zwykle przedstawiana jest w postaci szczegółowej charakterystyki amplitudowo-fazowej.

Uwzględnienie dynamicznej charakterystyki procesu skrawania komplikuje obliczeniową stronę procesu analizy. Najprostszymi formami omawianej charakterystyki mogą być charakterystyki uwzględniające:

- 1. Tylko sprężyste człony układu sprężystego w równaniu układu sprężystego  $F_p = K_{12} \cdot g$  (charakterystyka statyczna określana przy procesach ustalonych, w dostatecznym stopniu charakteryzująca ich własności);
- 2. Jeden z oporów lepkich jako uzupełnienie oporu sprężystego:  $(T \cdot s + 1) \cdot F_p(s) = K_{sk} \cdot g(s)$  (uwzględnienie dynamicznej charakterystyki procesu skrawania w takiej postaci podwyższa ogólny rząd równań *UD* obrabiarki o stopień);
- 3. Dwa opory lepkie połączone szeregowo, lub jeden człon inercyjny. Przy tym dynamiczna charakterystyka procesu skrawania ma postać:

$$(T_1^2 \cdot s^2 + T_2 \cdot s + 1) \cdot F_p(s) = K_{sk} \cdot g(s),$$

gdzie: g - współrzędna grubości wióra.

Klasyczna metoda analizy układów dynamicznych, w odniesieniu do dowolnych obiektów dynamicznych, przy opisywaniu złożonego urządzenia technologicznego napotyka na duże trudności obliczeniowe, które dodatkowo zwiększają się przy występowaniu w strukturze dynamicznej obrabiarek specyficznego procesu skrawania, podczas realizacji którego powstają dodatkowe oddziaływania na układ dynamiczny.

Bardziej racjonalne i efektywne podczas opracowywania modeli matematycznych układów dynamicznych oprzyrządowania technologicznego są metody oparte na strukturalizacji obiektu, pozwalające przedstawić model złożonego układu w postaci wielopoziomowej konstrukcji wzajemnie powiązanych członów łączonych w podukłady równych poziomów. W metodzie agregatywnej w układzie dynamicznym urządzenia skrawającego można wyodrębnić dwa duże podukłady: podukład technologiczny, umożliwiający ruch formowania wióra i proces technologiczny zdejmowania naddatku z obrabianego półfabrykatu.

Układ technologiczny urządzeń technologicznych, zawierający dużą liczbę ruchomo połączonych elementów i członów jest przykładem złożonego układu dynamicznego. Do badania takich układów szeroko wykorzystuje się specjalne metody takie jak: metoda oporów kompleksowych, metoda modeli bazowych i metoda impedancji lub ruchliwości [48].

Istota tych metod sprowadza się do badania dynamiki rzeczywistych układów technologicznych lub układów ciągliwo-sprężystych za pomocą modeli dyskretnych [139], w których wyodrębnione są elementy bezwzględnie stałe, będące nośnikami własności inercyjnych, oraz nieinercyjne elementy odkształcane, odzwierciedlające sprężyste, ciągliwe i plastyczne własności rzeczywistego obiektu. Własności układu technologicznego o parametrach dyskretnych są przedstawiane jako zależność między siłą przyłożoną do elementu i wywoływanym przez tę siłę efektem kinematycznym – przesunięciem, prędkością lub przyspieszeniem.

W badaniach własności układów dynamicznych powszechnie stosuje się pojęcie podatności dynamicznej:

$$H(j\omega) = \frac{g(j\omega)}{F(j\omega)}$$

oraz sztywności dynamicznej:

$$J(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{g(j\omega)}.$$

W odniesieniu do układu mechanicznego część rzeczywista równania zespolonego  $J(j\omega)$  charakteryzuje własności sprężyste układu, a część urojona określa jego własności dyssypacyjne.

Model dynamiczny złożonego układu dynamicznego zawierający człony połączone równolegle i szeregowo, można przekształcić wykorzystując znane reguły równoważenia. Równoważna sztywność dynamiczna i podatność przy równoległym połączeniu ogniw są odpowiednio równe:

$$J = \sum_{i=1}^{m} J_i$$
,  $H^{-1} = \sum_{i=1}^{m} H_i^{-1}$ .

Przy połączeniu szeregowym:

$$J^{-1} = \sum_{i=1}^{m} J_i^{-1}$$
,  $H = \sum_{i=1}^{m} H_i$ .

Badania charakterystyk dynamicznych konkretnych układów technologicznych obrabiarek przedstawiono w pracach [43, 66, 73, 87]. W omawianym zagadnieniu można wyróżnić wiele zadań związanych z analizą lokalnych podukładów układu dynamicznego. W pracach związanych z analizą badania układu sprężystego obrabiarek, z reguły jest rozpatrywany jeden z podukładów

układu sprężystego: część – podpora lub narzędzie – suport, a model matematyczny sprowadza się do jedno- lub dwumasowego modelu o różnych stopniach swobody. Wpływ procesu skrawania na układ technologiczny w tym przypadku wyraża się przez wprowadzenie zewnętrznej siły deterministycznej, która zmienia się zgodnie ze znaną regułą w funkcji czasu. Celem stworzenia takich modeli matematycznych jest teoretyczne określenie częstotliwości drgań własnych elementów układu sprężystego, częstotliwości drgań układu technologicznego oraz opracowanie metod ich aktywnego tłumienia [71, 87, 95, 98, 127].

Konstrukcje dynamicznych tłumików drgań razem z układem sprężystym obrabiarki mogą być przedstawione jako modele jedno-, dwu- i trójmasowe układów drgających z odpowiadającymi im liczbami stopni swobody [128–132, 141].

Opis matematyczny podobnego układu technologicznego w postaci modelu jednomasowego o trzech stopniach swobody nie uwzględnia własności dynamicznych procesu skrawania, wzajemnego oddziaływania mas części i tłumika drgań.

W pracy [43] zbadano eksperymentalnie struktura modelu układu sprężystego obrabiarki. Otrzymano opis matematyczny obiektu sterowania, z uwzględnieniem wzajemnego oddziaływania elementów układu sprężystego w procesie skrawania, przedstawiony w postaci charakterystyki quasi-statycznej.

Możliwość uwzględnienia zmieniających się parametrów części o małej sztywności w układach dynamicznych omówiono w pracach [131, 133]. Przedstawiono w nich cechy szczególne matematycznego opisu obiektu sterowania pod kątem wpływu oddziaływania zakłócającego, przy czym zmienne parametry zgodnie z metodą "zamrożonych" współczynników są przedstawione w postaci funkcji częściowo-liniowych. Jednocześnie uwzględniono cechy szczególne dodatkowych oddziaływań siłowych na układ technologiczny, wykorzystywanych do uzyskania stanu sprężyście odkształcalnego części o małej sztywności.

Podstawowymi pracami, w których poruszono zagadnienie prowadzenia badań w oparciu o metody analitycznej identyfikacji i opisu matematycznego układu dynamicznego obrabiarek i przedstawiono model matematyczny jednego z możliwych oddziaływań sterujących w postaci prędkości posuwu wzdłużnego, są [17, 18]. W przypadku układów dynamicznych tokarek rozpatrzono w nich różne schematy technologiczne obróbki, przy czym założono, że prędkość obrotowa części jest stała. Jako współrzędną wejściową przyjęto wielkość przemieszczenia noża w kierunku osiowym. Elementy układu sprężystego obrabiarki interpretowane są jako swoistego rodzaju wsporniki obciążone na końcach obciążeniem punktowym. Ich własności opisują odpowiadające im sztywności ekwiwalentne, które charakteryzują własności sprężyste układu technologicznego.
W przypadku, gdy w charakterze współrzędnej wejściowej obiektu jest przyjmowane przemieszczenie wzdłuż osi X, a wyjściowej – odkształcenia sprężyste  $g_x$  układu dynamicznego względem tej samej współrzędnej, transmitancję operatorową obiektu można przedstawić w postaci:

$$G(s) = \frac{g_x(s)}{x_w(s)} = -\frac{s \cdot T}{T \cdot s + 1},$$

przy uwzględnieniu, że prędkość posuwu wzdłużnego

$$v_f(t) = \frac{dx_w}{dt},$$

ulega ona przekształceniu do postaci:

$$G_{st}(s) = \frac{g_x(s)}{v_f(s)} = -\frac{T}{T \cdot s + 1},$$
(1.21)

gdzie:  $T = \frac{C_{p1}}{J_r};$ 

 $C_{p1} = C_{f_x} \cdot b_1^{x_{f_x}} \cdot v_c^{n_{f_x}} \cdot K_{m_{f_x}} \cdot K_1;$   $C_{f_x}, x_{f_x}, n_{f_x}, K_{m_{f_x}}, K_1 - \text{współczynniki empiryczne,}$  $v_c - \text{prędkość skrawania,}$ 

 $J_x$  – sztywność układu sprężystego względem współrzędnej x.

Przy zakłóceniu w postaci zmiany naddatku na obróbkę  $b_1$  w pracy [18] otrzymano następującą transmitancję operatorową obiektu:

$$G_{z}(s) = \frac{g_{x}(s)}{b_{1}(s)} = -\frac{s \cdot T}{T \cdot s + 1},$$
(1.22)

gdzie:  $T = \frac{C_{p2}}{J_x}$ ,  $C_{p2} = C_{f_x} \cdot v_c^{n_{f_x}} \cdot K_{m_{f_x}} \cdot K_1$ .

Przedstawione równania otrzymano z uwzględnieniem wyrażenia w przypadku osiowej składowej siły skrawania:

$$F_f = C_{f_x} \cdot b_1^{x_{f_x}} \cdot f^{y_{f_x}} \cdot v_c^{n_{f_x}} \cdot K_{m_{f_x}} \cdot K_1,$$

przy założeniach, że  $y_{fx} = 1$ , a prędkość skrawania, naddatek i własności obrabianego materiału są stałe, powyższą zależność można zapisać w postaci:

$$F_f = C_{p1} \cdot f ,$$

gdzie f – posuw wzdłużny.

Do określenia transmitancji operatorowej na podstawie oddziaływania zakłócającego równanie siły skrawania przekształcono do postaci:

$$F_f = C_{p1} \cdot f \cdot b_1.$$

W ten sposób otrzymano tylko cząstkowe modele matematyczne współrzędnej wyjściowej w postaci składowej osiowej odkształceń sprężystych. Oprócz tego, w uzasadnionych przypadkach wartość posuwu wzdłużnego wyznaczana była z równania:

$$f = K \frac{dx_w}{dt},$$

tzn. siły skrawania były proporcjonalne do prędkości posuwu wzdłużnego. Siły skrawania, jak pokazuje analiza prac z dziedziny teorii skrawania [56, 58, 178], są również określane przez przekrój warstwy skrawanej, której parametry powinny uwzględniać zjawisko skrawania "po śladzie" [1, 2, 71, 133, 134, 163]. W związku z tym, uzyskane modele mają charakter cząstkowy i są prawdziwe w przypadku wąskiego zakresu wielkości zmiennych.

Z analizy prac [2, 6, 10, 18, 62, 63, 64, 72, 80, 96, 123, 125, 128, 133, 139, 142, 170, 171, 180] wynika, że zagadnienie identyfikacji układów dynamicznych obrabiarek, rozwiązane zostało tylko częściowo i nadal aktualne jest dalsze ich opracowanie w zakresie określenia modelu matematycznego różnych oddziaływań sterujących oraz zakłócających z uwzględnieniem procesu kształtowania warstwy skrawanej, a także wzajemnego oddziaływania procesu technologicznego i procesów siłowych w strefie skrawania.

W przypadku omawianych układów dynamicznych charakterystyczne są szerokie zakresy zmian parametrów obiektu sterowania. W układach dynamicznych zawierających część o małej sztywności, parametry mogą się zmieniać w czasie cyklu obróbki jednej części. Wymienione okoliczności utrudniają zapewnienie stabilności układu sterowania automatycznego i wymagają wnikliwego podejścia do problemu wyboru jego struktury i syntezy członów korygujących.

Niewłaściwy dobór parametrów procesu skrawania prowadzi do wielu niepożądanych efektów takich jak: niska dokładność geometryczna i zła jakość powierzchni obrabianych części, wibracje układu dynamicznego, nadmierne siły skrawania powodujące szybkie zużycie lub nawet uszkodzenie ostrza skrawającego. Zastosowanie nowych materiałów narzędziowych umożliwia rozszerzenie zakresu parametrów skrawania, co powoduje, że wybór optymalnych parametrów jest jeszcze trudniejszy. Badania symulacyjne procesu skrawania, z wykorzystaniem modeli matematycznych, umożliwiają skrócenie czasu opracowania technologii obróbki. Możliwe jest wiec prognozowanie przebiegu skrawania bez konieczności przeprowadzania drogich i czasochłonnych eksperymentów. Modele matematyczne procesu skrawania moga być wykorzystane na różnych etapach procesu wytwórczego, dzięki czemu technolog może uzyskać odpowiedź na pytanie, czy możliwe jest osiagniecie wymaganej dokładności części przy wykorzystaniu określonej technologii obróbki. Operator obrabiarki może wykorzystać model do określenia optymalnych warunków skrawania. Projektant narzędzi skrawających może ocenić ich przydatność, bez potrzeby fizycznej produkcji tych narzędzi. Dlatego uzasadnione jest twierdzenie, że właściwe wykorzystanie modeli matematycznych procesu skrawania redukuje koszt produkcji na różnych jej etapach oraz prowadzi do zwiększenia jakości obrabianej części.

Współcześnie, badania modeli matematycznych procesu skrawania koncentrują się na modelach mechanistycznych, a także wykorzystujących metodę elementów skończonych (MES). Podejście mechanistyczne wymaga znajomości empirycznych zależności między narzędziem i obrabianym materiałem uzyskiwanych w czasie testów. Przy wykorzystaniu metody MES wymagana jest natomiast znajomości własności materiału, narzędzia, obrabiarki itp.

### 1.3. Sterowanie dokładnością maszyn technologicznych (obrabiarek)

Układy sterowania automatycznego obrabiarkami i urządzeniami muszą być dostosowane do realizacji różnorodnych zadań. Jednolita terminologia do opisu takich układów nie istnieje. W literaturze rosyjskiej są one nazywane "samonastawnymi", "adaptacyjnymi", w literaturze zachodniej zwykle są stosowane określenia: "sterowanie adaptacyjne" – AC i układy z "samonastawianiem parametrów obróbki".

Określenie "sterowanie adaptacyjne obrabiarkami" zostało wprowadzone przez prof. B. S. Balakshyna i jest powszechnie stosowane w literaturze, chociaż zdecydowana większość znanych obecnie układów sterowania układami dynamicznymi są to tradycyjne układy stabilizacji lub sterowania programowego. Zasadność stosowania określenia "sterowanie adaptacyjne" opiera się na tym, że zastosowanie układu automatycznego sterowania nadaje obrabiarce

własności adaptacyjne, co jest prawdziwe także w przypadku innych obiektów sterowania, wyposażonych w UAS. W niniejszej pracy pojęcie "sterowanie adaptacyjne" wykorzystuje się tylko w znaczeniu zdefiniowanym w teorii sterowania.

W wyniku przeprowadzonych badań [17, 18, 29, 84, 117, 125, 132, 133, 1354, 165, 112] ustalono, że wśród licznych przypadkowych czynników, wywierających wpływ na dokładność obróbki, dominujące są drgania, spowodowane zmianami naddatku i twardości obrabianych części. Oddziaływanie zakłócające powoduje zmiany odkształceń sprężystych układu technologicznego i zmianę nastawień tzw. łańcucha wymiarowego obrabiarki, co prowadzi do obniżenia dokładności obróbki.

Podczas toczenia i szlifowania wzdłużnego odkształcenia sprężyste układu technologicznego prowadzą do powstania błędu wymiaru części w przekroju wzdłużnym. Średnica obrabianej części  $d_{cz}$  określa wymiar  $d_s$ , uzyskiwany przy nastawieniu statycznym (wymiar nastawienia statycznego) i zredukowaną wartość odkształceń sprężystych:

$$d_{cz} = d_s + \Delta d_{cz} = d_s + K_{pr} \cdot \vec{g} , \qquad (1.23)$$

gdzie  $K_{pr}$  – współczynnik uwzględniający wpływ odkształceń sprężystych na wymiar części będący, w ogólnym przypadku, funkcją nieliniową wektora  $\vec{g}$  odkształceń sprężystych.

Największy wpływ na wartość zredukowanego odkształcenia sprężystego wykazuje promieniowa składowa  $g_y$ . Wektor odkształceń sprężystych zależy od zredukowanej sztywności *UT* i wektora siły skrawania:

$$g(J, \vec{F}). \tag{1.24}$$

Wartość zredukowanej sztywności J jest określana własnościami konstrukcyjnymi układu technologicznego obróbki i zależy nieliniowo od wartości i kierunku siły skrawania F, która z kolei jest nieliniową funkcją parametrów procesu obróbki.

Wyznaczone powiązania zmiennych pozwoliły zaproponować dwa zasadniczo różniące się od siebie sposoby zwiększenia dokładności obróbki części [18,28]:

- poprzez kompensację zmian odkształceń sprężystych układu technologicznego drogą wprowadzenia dodatkowego przemieszczenia krawędzi skrawającej narzędzia (zmiana wymiaru nastawienia statycznego);
- poprzez stabilizację odkształceń sprężystych układów technologicznych z wykorzystaniem różnych oddziaływań sterujących.

Pierwsza metoda była związana ze znacznymi trudnościami technicznymi spowodowanymi przede wszystkim możliwościami realizacji małych przemieszczeń; obecnie zadanie to można z powodzeniem rozwiązać wykorzystując współczesne napędy elektryczne ze sterowaniem mikroprocesorowym.

Stabilizacja odkształceń sprężystych zgodnie z (1.24) może zostać osiągnięta poprzez zmianę sztywności elementów specjalnych [17, 29, 141] wprowadzanych w tym celu do łańcucha wymiarowego obrabiarki. Osiąga się to także poprzez sterowanie zmiennymi parametrami procesu skrawania, przede wszystkim prędkością posuwu, określającymi siłę skrawania.

Jako współrzędną regulowaną procesu należałoby przyjąć wymiar części, jednak jego pomiar jest związany z dużymi trudnościami technicznymi. Uważa się więc za racjonalne uzyskiwanie informacji o zredukowanej wartości odkształceń sprężystych poprzez pomiary siły skrawania. Przy tym należy ustalić zależność funkcjonalną między siłą skrawania i wielkością  $\Delta d_{cz}$  [18].

W większości przypadków w celu uproszenia realizacji technicznej urządzenia pomiarowego jako wielkość regulowaną przyjmuje się jedną ze składowych odkształceń sprężystych układu technologicznego obrabiarki lub siły skrawania, która najdokładniej odzwierciedla odchylenie wymiaru obrabianej części od wartości nominalnej.

W przypadkach, gdy zredukowana sztywność układu sprężystego zmienia się w znacznym zakresie w cyklu obróbki jednego półfabrykatu, zależność zmian *J* może być określona wystarczająco dokładnie. Na przykład przy obróbce półfabrykatów o dużym stosunku długości do średnicy (półfabrykaty o małej sztywności), proponuje się dokonywanie programowych zmian wartości siły skrawania w funkcji współrzędnej noża wzdłuż osi części [29, 141]. Jednak przy tym istotnie obniża się wydajność obróbki.

Wiele specyficznych problemów występujących podczas sterowania układem dynamicznym z półfabrykatami o małej sztywności spowodował konieczność przeprowadzenia specjalnych badań ukierunkowanych na poszukiwanie sposobów zwiększenia dokładności układu dynamicznego w takich warunkach [127, 133, 145, 141, 142, 146, 147, 148]. W tych pracach podkreśla się, że błędy spowodowane zmianami odkształceń sprężystych podczas obróbki części o małej sztywności mogą osiągać 80–85% całkowitego błędu. Proponuje się więc nowe oryginalne metody organizacji dodatkowych oddziaływań siłowych na układ technologiczny, które zmieniają jego stan sprężyście-odkształcalny w celu kompensowania odkształceń sprężystych.

Uzasadniony wybór współrzędnej regulowanej w układach sterowania, umożliwiających podwyższanie niezawodności dokładnościowej, powinien uwzględniać informacje o zakresie zmian parametrów obróbki i charakterystykach układu sprężystego. Do chwili obecnej przeprowadzono dużą ilość badań własności konkretnych układów technologicznych i ustalono parametry określające dokładność obróbki w tych warunkach.

Wykorzystanie doświadczenia w projektowaniu i wyników badań eksperymentalnych układu sterowania automatycznego układem dynamicznym, oprócz rozwiązania podstawowego zagadnienia, umożliwia dodatkowo:

- obniżyć lub nawet wyeliminować niebezpieczeństwo uszkodzenia obrabiarki, noża i obrabianej części z powodu przeciążeń powstających podczas gwałtownego wzrostu siły skrawania;
- zmniejszyć zależność procesu obróbki od operatora, co jest szczególnie ważne w warunkach ESP przy zwiększonych wymaganiach dokładnościowych i jakościowych obróbki;
- uprościć przygotowanie programów na obrabiarki NC i CNC;
- zmniejszyć wymagania odnośnie kwalifikacji operatora obrabiarki;
- wdrożyć nowe procesy obróbki i wprowadzić automatyczną kontrolę wymiarów części.

Podczas projektowania układu sterowania automatycznego głównym problemem jest wybór kryterium optymalizacji: priorytet może być przyznany kryteriom, charakteryzującym parametry dokładnościowe obróbki lub funkcjom oceny, związanym ze wskaźnikami ekonomicznymi procesu technologicznego (wydajnością) i kosztami.

Zgromadzone doświadczenie technologiczne pozwala przyjąć, że priorytetowe są wskaźniki dokładnościowe – rozbieżność dokładności z wymaganą czyni nieracjonalną, a w wielu przypadkach nawet bezsensowną eksploatację obrabiarek i innego oprzyrządowania technologicznego. Efekt sumaryczny, będący wynikiem zwiększenia dokładności obróbki części, przejawiający się w zwiększeniu resursu czasu pracy maszyn i mechanizmów, w których te części działają, może być znacznie większy niż uzyskany w wyniku optymalizacji według kryteriów ekonomicznych.

W wielu pracach z tego zakresu podczas rozpatrywania zagadnień sterowania omawiane są modele statyczne obiektu odzwierciedlające zmianę odkształceń sprężystych części wzdłuż jej osi w funkcji sił skrawania i dodatkowych oddziaływań siłowych ukierunkowanych na kompensację tych odkształceń. Celem sterowania jest minimalizacja lub eliminacja odkształceń sprężystych układu technologicznego w kierunku promieniowym.

W pracy [141] przedstawiono oryginalne kryterium optymalizacji w postaci minimum funkcji kwadratowej przemieszczenia punktu na powierzchni półfabrykatu, pod wpływem sił skrawania i oddziaływań sterujących, z uwzględnieniem ograniczenia trwałości i stabilności półfabrykatu. W wyniku rozwiązania zagadnienia statycznego otrzymano optymalny algorytm sterowania w postaci reguł zmiany dodatkowych oddziaływań siłowych, w funkcji współrzędnej przyłożenia siły skrawania. Niektóre kryteria optymalizacji, możliwe do zastosowania przy budowie układów automatycznego sterowania obrabiarkami, uwzględniające własności dynamiczne obiektu omówiono w [79].

Układy sterowania automatycznego układem dynamicznym obrabiarek w wielu przypadkach umożliwiają także rozwiązanie problemu podwyższenia dokładności obróbki i intensyfikacji procesu technologicznego. Przy ich opisaniu zwykle wykorzystuje się ogólny termin "adaptacyjny układ sterowania" bez konkretyzowania jego przeznaczenia. Niektóre ze znanych obecnie realizacji podobnych układów zostaną omówione w następnych podrozdziałach.

Na podstawie analizy prac, w których omawia się zagadnienia podwyższenia dokładności obrabiarek poprzez sterowanie odkształceniami sprężystymi układu technologicznego i zmiennymi siłowymi procesu technologicznego, można wyciągnąć wniosek, że w znacznej mierze rozwiązano w nich aspekty techniczne omawianego problemu. Przy tym, zagadnienie zasadności niektórych kryteriów optymalizacji i, w oparciu o te kryteria, syntezy optymalnych układów sterowania obiektami określonej klasy, pozostaje w znacznym stopniu nierozwiązane.

Jak pokazują wyniki niniejszej pracy, parametry układu dynamicznego obrabiarki jako obiektu sterowania mogą zmieniać się w szerokim zakresie przy zmianie parametrów obróbki, w związku z czym pojawiają się specyficzne zadania zapewnienia stabilności układu automatycznego sterowania i osiągnięcia wymaganych wskaźników jakości sterowania. Bez rozwiązania tych zagadnień nie może zostać uzyskana wysoka dokładność sterowania i w związku z tym, nie mogą zostać osiągnięte potencjalne możliwości podwyższenia niezawodności dokładnościowej obrabiarki.

Analizę niektórych zagadnień syntezy układów sterowania omawianej klasy przeprowadzono w [17, 55, 69, 97], jednak nie uwzględnia ona omówionych wcześniej specyficznych cech obiektu sterowania.

# 1.4. Optymalizacja sterowania układem dynamicznym obróbki skrawaniem według kryteriów ekonomicznych

Zagadnienie podwyższenia wydajności obrabiarek poprzez sterowanie układem dynamicznym jest aktualne w odniesieniu do obrabiarek produkcyjnych, na których jest realizowana obróbka zgrubna i kształtująca.

W tym przypadku, jako kryterium optymalności przy opracowywaniu układu sterowania automatycznego, rozpatrywane są funkcjonały, charakteryzujące wydajność procesu technologicznego oraz jego koszty własne, okres trwałości narzędzia, nakłady zredukowane i inne.

W wyniku działających na obiekt zakłóceń o charakterze losowym proces technologiczny obróbki części na obrabiarkach jest procesem stochastycznym. Podczas badań nad optymalizacją, w celu uproszczenia analizy, zazwyczaj warunki obróbki przedstawia się w postaci procesu quasi-stacjonarnego i wykorzystuje się zależności charakteryzujące związek korelacyjny współrzędnych procesu w ustalonych warunkach.

W procesie ustalenia ekonomicznie optymalnych warunków funkcjonowania największe znaczenie ma ocena części nakładów zależnych od warunków obróbki. Na przykład w [111], przy badaniu ekonomicznych kryteriów optymalności warunków skrawania, ogólne nakłady na obróbkę w okresie trwałości narzędzia wyrażono zależnością:

$$VZ_{sr} = B_1(T_{nar} + t_{zm}) + B_2, \qquad (1.25)$$

- gdzie:  $B_1$  koszty własne czasu maszynowego obrabiarki,
  - B2 koszty własne narzędzia w okresie trwałości,
  - $T_{nar}$  trwałość narzędzia,
  - $Z_{sr}$  średnie koszty zdjęcia naddatku.

$$Z_{sr} = \frac{1}{T_{nar}} \cdot \int_{0}^{T_{nar}} Zdt, \qquad (1.26)$$

gdzie: Z – bieżąca wartość nakładów na zdjęcie objętości jednostkowej materiału,

V – całkowita objętość materiału zdjęta w okresie trwałości narzędzia:

$$V = \int_{0}^{T_{nar}} V_{zm} dt, \qquad (1.27)$$

gdzie  $V_{zm}$  – prędkość zdejmowania materiału.

Równanie (1.25) z uwzględnieniem (1.26) można zapisać w postaci:

$$Z_{sr} = \frac{B_1 + \frac{1}{T_{nar}} [B_1 \cdot t_{zm} + B_2]}{\frac{1}{T_{nar}} \int_{0}^{T_{nar}} V_{sm} dt}.$$
 (1.28)

Uwzględniając, że dopuszczalne zużycie narzędzia do wymiany jest równe:

$$v_{dop} = \int_{0}^{T_{nar}} \mu_z dt ,$$

wyznacza się prędkość zużycia  $\mu_z$ .

Równanie (1.28) po podstawieniu  $Z_{sr} z$  (1.26) może być zapisane w postaci:

$$\frac{1}{T_{nar}} \int_{0}^{T_{nar}} Zdt = \frac{B_1 + \frac{1}{T_{nar}} \cdot \frac{[B_1 \cdot t_{zm} + B_2]}{V_{dop}} \cdot \int_{0}^{T_{nar}} \mu_z dt}{\frac{1}{T_{nar}} \int_{0}^{T_{nar}} V_{sm} dt}.$$

Równanie to zawiera wiele parametrów uśrednionych w okresie trwałości narzędzia. Zależność w przypadku wartości chwilowych można otrzymać przy przejściu granicznym:

$$Z = \lim_{T_{nar} \to 0} \frac{1}{T_{nar}} \int_{0}^{T_{nar}} Zdt = \frac{B_1 + \frac{B_1 \cdot t_{zm} + B_2}{V_{dop}} \mu_z}{V_{sm}}.$$
 (1.29)

Okres trwałości ostrza przy nieuwzględnieniu okresów jego początkowego dotarcia i przyspieszonego zużycia jest równy:

$$T_{nar} = \frac{V_{dop}}{\mu_z} ,$$

co pozwala uprościć równanie kosztów (1.29) i zapisać kryterium optymalizacji w postaci:

$$J = \frac{1}{Z} = \frac{V_{sm}}{B_1 \left[ 1 + \frac{t_{zm}}{T_{nar}} \right] + \frac{B_2}{T_{nar}}} \,.$$

Przyjmując, że prędkość zdejmowania materiału podczas obróbki wzdłużnej wynosi:

$$V_{sm} = v_c \cdot f \cdot b ,$$

gdzie:  $v_c, f, b$  – odpowiednio: prędkość skrawania, posuw na obrót i głębokość skrawania,

otrzymuje się:

$$J = \frac{v_c \cdot f \cdot b}{B_1 \left[ 1 + \frac{t_{zm}}{T_{nar}} \right] + \frac{B_2}{T_{nar}}}$$

Równanie kryterium odpowiadającego maksymalnej wydajności i określającego faktyczną wydajność obrabiarki w czasie skrawania, otrzymuje się z powyższej zależności przy pominięciu kosztów własnych narzędzia:

$$J_1 = \frac{v_c \cdot f \cdot b}{B_1 \left[ 1 + \frac{t_{zm}}{T_{nar}} \right]}.$$

Warunki skrawania zgodnie z kryteriami J i  $J_1$  na ogół nie pokrywają się [111], proponuje się więc, przy uwzględnieniu konkretnych wymogów procesu produkcyjnego, wyznaczenie kryterium kompromisowego.

W ogólnym przypadku, kryterium optymalizacji zależy od okresu trwałości noża, jednak nie ma jednolitej teorii opisującej proces jego zużycia, a więc stosuje się otrzymane zależności empiryczne. Najbardziej rozpowszechniona jest zależność Taylora, zgodnie z którą okres trwałości narzędzia określa równanie:

$$T_{nar} = C_v \cdot v_c^{\gamma}.$$

Równanie to umożliwia określenie ekonomicznie optymalnej prędkości skrawania tylko w przypadku, gdy znana jest wartość posuwu oraz ekonomiczny okres trwałości narzędzia. Bardzo często jest stosowana zależność:

$$v_c \cdot T_{nar} \cdot f^{y_v} \cdot b^{x_v} = C_v.$$
(1.30)

Na podstawie analizy zależności przyjętego kryterium od parametrów procesu przy zastosowaniu równania (1.30), określającego szybkość zużycia noża [69] można ustalić, że kryterium nie ma ekstremalnych wartości w dopuszczalnym obszarze i optymalny algorytm sterowania jest określany przez narzucone ograniczenia.

Jako przykład na rys. 1.2 przedstawiono krzywe stałej wartości kosztów jednostki długości obrobionej części (1) i stałego czasu obróbki długości półfabrykatu (2), otrzymane w [69] przy toczeniu półfabrykatu ze stali. Proste na rysunku opisują: 3 – minimalne wartości kosztów obróbki; 4 – minimalne czasy obróbki; 5 – ograniczenie poziomu odkształceń narzędzia; 6 – ograniczenia mocy silnika napędowego wrzeciona; 7 – zależność minimalnego iloczynu czasu i trwałości, proponowana przez autorów jako uogólniona funkcja oceny.



Rys. 1.2. Zależności do określania optymalnych warunków skrawania

Z przytoczonych zależności wynika, że wraz ze zwiększeniem prędkości skrawania przy stałym posuwie, koszty i czas obróbki obniżają się do pewnego minimum, a następnie wzrastają. Ze wzrostem posuwu zmniejszeniu ulegają koszty i czas obróbki. Charakter zależności (1.20) świadczy o tym, że optymalne warunki obróbki powinny być wyznaczane z uwzględnieniem ograniczenia mocy skrawania lub dopuszczalnych odkształceń sprężystych narzędzia.

W wielu pracach, dotyczących analizy zagadnień optymalizacji obróbki na podstawie kryterium nakładów zredukowanych ustalono, że funkcjonał  $J(v_c, f)$ nie ma ekstremum w granicach nałożonych ograniczeń. Zagadnienie sterowania optymalnego w warunkach działania zmiennych zakłóceń (głębokości skrawania i podatności materiału na obróbkę) może być więc sprowadzone do stabilizacji siłowych parametrów skrawania. W charakterze optymalnego algorytmu obróbki toczeniem zalecana jest zasada stałości mocy i stycznej składowej siły skrawania lub też zasada stałości trwałości narzędzia oraz stycznej składowej siły skrawania. Jako oddziaływania sterujące na obiekt przyjmuje się prędkość obrotową części i prędkość posuwu wzdłużnego.

Podstawowe ograniczenia, których uwzględnienie jest konieczne, w przypadku obróbki zgrubnej i kształtującej, mają charakter siłowy. Są to ograniczenia mocy zasilania ruchu głównego, trwałości i sztywności narzędzia oraz elementów obrabiarki. W większości przypadków ograniczenia te mogą być pominięte lub ich strefa może być przesunięta dzięki zastosowaniu innego narzędzia i obrabiarki o innych parametrach. Zasadne jest pytanie, wychodzące poza ramy omawianego problemu, o metody wyboru urządzeń technologicznych do obróbki półfabrykatów określonego rodzaju. Do chwili obecnej ten problem nie został rozwiązany. Brak ekstremum kryterium optymalizacji jest charakterystyczny przy wykorzystywaniu zależności na trwałość w postaci (1.30). Przy zastosowaniu innej zależności, funkcja oceny może mieć minimum. Na przykład w [68] omówiono rozszerzone równanie zależności trwałości:

$$T_{nar} = n_p \cdot f^{m_p} \cdot v_c^{k_{pv}}.$$

Zaproponowano uwzględnianie zależności wskaźników  $m_p$  i  $k_{pv}$  od prędkości skrawania i wartości posuwu. W wyniku badań eksperymentalnych procesu toczenia stali C55N ostrzami z węglika spiekanego z obszaru zastosowań P15, określono zależności wskazanych współczynników od parametrów technologicznych i otrzymano równania wartości względnego kosztu obróbki, które opisują powierzchnię z ekstremum (rys. 1.3).



Rys. 1.3. Zależność kryterium optymalizacji od prędkości skrawania i posuwu

W tym przypadku udaje się określić optymalną wartość zmiennych technologicznych, które powinny być utrzymywane przez układ sterowania.

Problemy optymalizacji warunków obróbki z uwzględnieniem kryteriów ekonomicznych oraz budowy wielokanałowych układów sterowania analizowano w pracach [18, 51, 84, 91, 92, 97, 175].

Prawdziwość zaprezentowanej rozszerzonej zależności do określania trwałości narzędzia jest sprawdzana tylko w przypadku wąskiego przedziału zmian warunków obróbki, w związku z czym przy badaniu zagadnień optymalizacji warunków pracy obiektu wg kryteriów ekonomicznych, zależność na trwałość jest przedstawiana zwykle w postaci (1.30), a więc algorytmy sterowania opracowywano przy uwzględnieniu ograniczeń zmiennych siłowych.

Znanych jest wiele postaci układów automatycznego sterowania układami dynamicznymi obrabiarki. Charakterystycznym przykładem jest opracowany przez Moskiewską Fabrykę Obrabiarek i Narzędzi elektrohydrauliczny układ stabilizacji stycznej składowej siły skrawania, z oddziaływaniem sterującym w postaci prędkości posuwu. Wielkość regulowana, proporcjonalna przy stałej prędkości obrotowej wrzeciona oraz niezmiennej średnicy części i mocy skrawania, w tym układzie określana jest pośrednio poprzez pomiar prądu w obwodzie stojana silnika ruchu głównego. Przy zmianie warunków skrawania na obrabiarce, zapewnienie stabilności układu wymaga dostosowywania współczynnika wzmocnienia, co, przy braku dokładnych kryteriów wyboru jego wartości, powoduje istotne obniżenie parametrów eksploatacyjnych urządzenia.

Dużo firm również zajmuje się zagadnieniem opracowania układów sterowania obrabiarek, przy czym dużą uwagę poświęca się wyposażeniu obrabiarek CNC w "układy adaptacyjne" [29, 97]

Na przykład w firmie Gildemeister wyposaża się tokarki CNC w układ sterowania adaptacyjnego firmy Siemens. Kontrolowanymi zmiennymi w układzie są: moment na wale silnika ruchu głównego mierzony dzięki zastosowaniu specjalnego czujnika oraz prędkość obrotowa wrzeciona. Na podstawie ich wartości jest określana moc skrawania i składowa styczna siły skrawania. W charakterze oddziaływań sterujących na obiekt są wykorzystywane: prędkość obrotowa wrzeciona i prędkość posuwu.

Według analogicznych zasad opracowano układ sterowania adaptacyjnego AC typu ASEMA do tokarek CNC. Zastosowanie wymienionych układów pozwala istotnie podwyższyć wskaźniki jakościowe produkcji i wydajność procesu technologicznego.

Układy sterowania zmiennymi siłowymi procesu skrawania i odkształceniami sprężystymi układu technologicznego tokarek i frezarek w USA są produkowane przez firmy General Electric, Boeing, Macotech, Westinghouse. Budową układów AC zajmują się także japońskie firmy Okuma i Mazak.

Zastosowanie układów mikroprocesorowych CNC w znacznym stopniu ułatwia realizację układu automatycznego sterownia, ponieważ nie wymaga instalowania dodatkowych bloków sterowania (oprócz czujników zmiennych siłowych lub odkształceń sprężystych) oraz synchronizacji i pozwala przechowywać informację o indywidualnych parametrach obrabiarki.

Z analizy wynika, że algorytmy sterowania optymalne wg kryteriów ekonomiicznych, w większości przypadków sprowadzają się do utrzymania na wymaganym poziomie parametrów siłowych procesu, w tym składowych siły skrawania. Uwzględniając fakt, że składowe siły skrawania są wzajemnie powiązane z odkształceniami sprężystymi układu, zagadnienie sterowania w wielu przypadkach można sprowadzić do stabilizacji, na określonym granicznym poziomie, odkształceń sprężystych. Przy syntezie takich układów pojawiają się takie same trudności, jak przy projektowaniu układów automatycznego sterowania, przeznaczonych do podwyższenia dokładności obróbki.

Podsumowując niniejszy rozdział, można sformułować kilka następujących spostrzeżeń. Jedna z głównych przyczyn obniżenia niezawodności dokładnościowej urządzeń technologicznych są zmiany odkształceń spreżystych układu technologicznego, powstające w wyniku zmiany sztywności obrabianych części i oddziaływań siłowych, wywołanych przez realizację procesu skrawania na obrabiarkach. Znaczne podwyższenie dokładności i efektywności wykorzystania urządzeń precyzyjnych, robotów, maszyn pomiarowych, obrabiarek osiagnać dzięki sterowaniu automatycznemu odkształceniami można sprężystymi układu dynamicznego. Do chwili obecnej w znacznym stopniu rozwiązano aspekty technologiczne tego zagadnienia. Potencjalne możliwości podwyższenia niezawodności dokładnościowej urządzeń nie są w pełni wykorzystane, ponieważ opracowane modele matematyczne obiektu sterowania nie sa zbyt dokładne oraz jest niewystarczająco uzasadnione naukowe podejście do syntezy optymalnych układów automatycznego sterowania odkształceniami sprężystymi układu dynamicznego z uwzględnieniem specyficznych własności obiektu.

W związku z tym, w kolejnych rozdziałach niniejszej monografii przedstawiono następujące podstawowe zagadnienia:

- opracowanie, na bazie metod identyfikacji analitycznej, uogólnionych modeli matematycznych układów dynamicznych obrabiarek: wyjściowego oraz aproksymującego, uwzględniających możliwe oddziaływania sterujące i zakłócające;
- ustalanie kryteriów optymalizacji oraz opracowanie metod syntezy optymalnych układów sterowania automatycznego odkształceniami sprężystymi, uwzględniających specyficzne własności układu dynamicznego jako obiektu sterowania i specyfikę oddziaływujących na niego zakłóceń.

Opracowanie inżynierskiej metodyki obliczeń i syntezy układów automatycznego sterowania przedstawionej klasy, a także konkretnych układów sterowania odkształceniami sprężystymi dotyczy obrabiarek, przeznaczonych do toczenia wzdłużnego.

#### 2. IDENTYFIKACJA ANALITYCZNA UKŁADÓW DYNAMICZNYCH OBRÓBKI UBYTKOWEJ

Jakość sterowania obiektem w zasadniczym stopniu zależy od jakości opracowanego modelu matematycznego obiektu sterowania. Przy dużej niedokładności modelu efektywne sterowanie obiektem może być utrudnione lub nawet niemożliwe. Budowa optymalnego (odnośnie określonego kryterium) modelu matematycznego obiektu, tj. problem **identyfikacji** własności statycznych i dynamicznych obiektu sterowania, jest ważnym zagadnieniem w automatyce, automatyzacji oraz automatycznym sterowaniu procesami technologicznymi obróbki skrawaniem.

Rozpatrywane podejście metodologiczne do analitycznej identyfikacji układów dynamicznych procesów technologicznych obróbki skrawaniem, a także formułowane na jej podstawie modele matematyczne różnych zmiennych sterujących, realizowane są od 1972 r. i rozwijane w kolejnych latach. Podstawowe wyniki w tym zakresie zostały przedstawione w pracach A. M. Abakumowa [1–15, 23–28, 96, 99, 100, 133, 179, 180], G. W. Taranenko [46, 47, 99, 100, 131, 140, 143, 143, 145-158, 179], W. A. Taranenko [2, 5, 6, 9–15, 32, 34, 38–40, 43, 45–47, 77, 96, 99, 100, 117, 123–160, 171, 179–181], A. Świcia [34, 47, 127-131, 141, 142, 152-158, 170, 171, 181]. Możliwości zastosowania opracowanych modeli matematycznych potwierdzono badaniami eksperymentalnymi [43, 134, 137] oraz badaniami innych autorów [64, 79, 104, 115, 165], a także – praktyką syntezy układów sterowania automatycznego odkształceniami sprężystymi układów dynamicznych obrabiarek.

#### 2.1. Ogólna charakterystyka obiektu sterowania

Układ dynamiczny (*UD*) procesu obróbki jest układem maszyn technologicznych wraz z realizowanymi na nich procesami obróbki skrawaniem (toczenie, szlifowanie, wiercenie, frezowanie) [2, 127, 126, 181].

Aktywne oddziaływanie na proces technologiczny (*PT*), przy zastosowaniu układu automatycznej regulacji, umożliwia zwiększenie dokładności wymiarowej i kształtowej przedmiotów obrabianych, zmniejszenie chropowatości powierzchni, poprawę wskaźników technicznych i ekonomicznych oraz zwiększenie dokładności funkcjonowania układów technologicznych. Rozbudowa istniejącego modelu matematycznego sterowania obiektem, nie jest możliwa bez uwzględnienia procesów, działających w strefie obróbki i w układzie technologicznym zamkniętym przez proces skrawania.

Przy projektowaniu układów regulacji dowolnego procesu technologicznego najistotniejsze jest opracowanie podstaw teoretycznych sterowania, w tym modelu matematycznego i algorytmów sterowania procesem, a także opracowanie podstawowych wymagań odnośnie wskaźników jakościowych układu regulacji oraz jego charakterystyk dynamicznych. Przy braku pełnej informacji o obiekcie sterowania, jego model matematyczny może znacznie różnić się od obiektu rzeczywistego. W tym przypadku układ regulacji automatycznej nie zapewnia żądanej jakości sterowania. Należy więc brać pod uwagę możliwie szeroki zakres zmian parametrów obiektu sterowania. W układzie technologicznym, w związku ze zmieniającym się charakterem ograniczeń, parametry mogą ulegać zmianie w trakcie obróbki jednej części. Komplikuje to zadanie syntezy układu regulacji i wymaga precyzyjnego podejścia do zagadnienia doboru jego struktury. Badania charakterystyk dynamicznych układów technologicznych zaprezentowano w pracach Dasa i Tobiasa [26], Grasso, Noto La Diega i Passannanti'ego [57], i innych [54, 64, 66, 79, 115]. Modele matematyczne tworzono w celu teoretycznego wyznaczenia częstotliwości drgań układu oraz jego elementów, a także opracowania metod ich aktywnego tłumienia. W tych modelach nie uwzględniano zjawisk, zachodzących w strefie obróbki i własności dynamicznych procesu skrawania. Opracowanie matematycznego modelu obiektu sterowania jest niezbednym etapem syntezy układu regulacji i elementów korygujących, a zatem zapewnienia niezbędnych wskaźników jakości oraz opracowania racjonalnych algorytmów sterowania.

Jakościowe powiązania zmiennych w układzie dynamicznym urządzenia mechanicznego przedstawiono na schemacie – rys. 2.1. Uzyskanie wymaganej niezawodności dokładnościowej urządzenia mechanicznego wymaga zagwarantowania odpowiedniego położenia przestrzennego lub określonych trajektorii ruchów elementów wykonawczych (zamykających).

Najważniejszymi zmiennymi wyjściowymi układu dynamicznego są więc odkształcenia sprężyste układu technologicznego, które charakteryzuje wektor  $\vec{g}_{UT}$ . Zmienność odkształceń sprężystych układu technologicznego obrabiarki skrawającej jest przyczyną zmiany położenia przestrzennego noża i części, będących elementami wykonawczymi (zamykającymi) układu technologicznego, co prowadzi do zmniejszenia dokładności obróbki części [4, 136, 139]. Odkształcenia sprężyste elementów układu technologicznego precyzyjnych maszyn pomiarowych oraz robotów wpływają na obniżenie charakterystyk dokładnościowych urządzeń.

Jako zmienne wyjściowe układów dynamicznych obrabiarek mogą być również przyjmowane zmienne bezpośrednio charakteryzujące dokładność i jakość obróbki części, np. średnica obrobionej części  $d_{cz}$ , chropowatość  $H_{cz}$  i falistość jej powierzchni  $W_{cz}$ , mimośród  $e_{cz}$ , itp.

Wektor uogólniony możliwych współrzędnych regulowanych układu technologicznego, zgodnie ze schematem (rys. 2.1), oznaczono jako:

$$\vec{Y}_{UT} = (\vec{g}_{UT}, d_{cz}, H_{cz}, W_{cz}, e_{cz}, ...).$$

Do układu technologicznego posuwów i ruchów dodatkowych jest przekazywany, kształtowany w napędach ruchu głównego, wektor oddziaływań sterowniczych  $\vec{U}$ , umożliwiający określone przemieszczenie przestrzenne i (lub) pozycjonowanie elementów wykonawczych obrabiarki oraz systemów pomiarowych. W obrabiarkach wektor oddziaływań sterowniczych jest kształtowany przez napęd elektryczny ruchu głównego, umożliwiający ruch obrotowy części  $n_{cz}$ , i napędy posuwów umożliwiające, w ogólnym przypadku, ruch według trzech współrzędnych  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ . Odpowiednie napędy pozwalają również sterować, na przykład, kątem obrotu  $\mathcal{P}_i$  elementów wykonawczych obrabiarek i systemów pomiarowych według różnych osi:

$$U = (n_{cz}, V_x, V_y, V_z, \mathcal{G}_i, \dots).$$

Układ technologiczny (*UT*) obrabiarek skrawających powoduje przekształcanie wejścia – oddziaływania sterownicze w przemieszczenia i prędkości przemieszczeń elementów *UT*, w wyniku czego są kształtowane zmienne technologiczne  $\vec{T}$ , określające przebieg procesu technologicznego. Składowymi wektora  $\vec{T}$  są: prędkość skrawania  $v_c$ , głębokość skrawania  $a_p$ , prędkość posuwu poprzecznego  $v_f$  oraz wymiar nastawienia statycznego  $\Delta_s$ [18, 29]:

$$\vec{T} = (v_c, a_p, v_f, \Delta_s, \dots).$$

Proces technologiczny obróbki mechanicznej jest związany ze zdejmowaniem materiału z części obrabianej, co prowadzi do powstania wektora siły skrawania  $\vec{F}_{sk}$ . Procesy siłowe w strefie skrawania można charakteryzować odpowiednio, na przykład: siłą skrawania  $F_{sk}$ , mocą skrawania  $P_{sk}$ , momentem na wale wrzeciona  $M_{wr}$ , i momentem napędu posuwu  $M_f$  Układ technologiczny obrabiarki skrawającej przekształca oddziaływania sterownicze w przemieszczenia i prędkości przemieszczeń:

$$Y_{pt_1} = (F_{sk}, P_{sk}, M_{wr}, M_f, ...).$$

Jako zmienne wyjściowe procesu technologicznego można również przyjmować wydajność  $W_{PT}$ , prędkość zdejmowania materiału  $V_m$ , prędkość zużycia narzędzia skrawającego  $V_z$ , różne wskaźniki ekonomiczne i inne:

$$\vec{Y}_{pt_2} = (W_{pT}, V_m, V_z, E_i, ...).$$

Wyjściowe współrzędne układu dynamicznego są kształtowane w wyniku oddziaływania *UT* i *PT*, w związku z czym przedstawiony podział oraz odniesienie do poszczególnych bloków *UD* jest w dużym stopniu umowne.

Wpływ parametrów siłowych procesu technologicznego na napędy ruchu głównego i posuwu, a także na odkształcenia sprężyste układu technologicznego prowadzi do pojawienia się w obiekcie obwodów sprzężenia zwrotnego zewnętrznego i wewnętrznego.

Do podwyższenia dokładności obróbki części, szczególnie o małej sztywności, oprócz oddziaływań sterowniczych, pochodzących od napędów posuwów i ruchu głównego, są stosowane także dodatkowe oddziaływania siłowe, pochodzące od specjalnych urządzeń sterowniczych, zmieniające stan sprężysto–odkształcalny części [141, 142]. Zalicza się do nich oddziaływania w postaci: siły zacisku  $F_{x1}$ ; nieosiowej siły rozciągającej powodującej również moment zginający  $M_{zg} = F_{x1} \cdot e$  (e – mimośród siły rozciągającej); jednej lub kilku dodatkowych sił przeciwdziałających  $F_d$ ; momentów zginających  $F_{zg}$ ; sił elektromagnetycznych  $F_{em}$  i innych. Dodatkowe oddziaływania siłowe zilustrowano na schemacie (rys. 2.1) wektorem:



Rys. 2.1. Uogólniony schemat układu dynamicznego oprzyrządowania technologicznego

Na układ technologiczny działa wiele zakłóceń, do których, przede wszystkim, można zaliczyć wariacje zmiennych siłowych spowodowane realizacją procesu technologicznego. Zakłócenia te można rozpatrywać jako zakłócenia wewnętrzne układu dynamicznego.

Na niezawodność dokładnościową urządzeń mechanicznych (w szczególności dokładnych obrabiarek skrawających, optyczno-mechanicznych układów pomiarowych, maszyn pomiarowych i robotów) istotnie wpływają także odkształcenia sprężyste, uwarunkowane oddziaływaniami kinematycznymi ze strony fundamentu.

W ogólnym przypadku oddziaływanie fundamentu można przedstawić w postaci wektora oddziaływań kinematycznych  $\vec{R}_k$ , wywołującego dodatkowe przemieszczenia względne elementów wykonawczych (zamykających), na przykład noża i części w przypadku obrabiarki lub elementów optycznego układu pomiarowego. W celu obniżenia poziomu pól wibracyjnych ze strony aktywnej wibracyjnie podstawy–fundamentu, w wielu przypadkach, między fundamentem i elementami nośnymi układu technologicznego, są umieszczane specjalne elementy sprężyste – amortyzatory. Oddziaływania kinematyczne na elementy nośne układu technologicznego (wektor  $\vec{R}_o$ ), powodujące przemieszczenie jego elementów wykonawczych (zamykających), zależą nie tylko od własności *UT*, lecz także od charakterystyk amortyzatorów lub, w przypadku zastosowania układu aktywnej ochrony antywibracyjnej, od wektora  $\vec{F}_o$  oddziaływania sterowniczego na elementy wykonawcze układu antywibracyjnego.

Na układ technologiczny oddziałują także zakłócenia w postaci: zmiany temperatury  $T^{\circ}$ , zmienności współczynnika tarcia  $f_{tar}$ , wpływu luzów  $\alpha$ , zużycia elementów  $J_i$  itd. Wskazane dodatkowe oddziaływania zakłócające można charakteryzować wektorem:

$$B_1 = (T^\circ, f_{tar}, \alpha, J_i, \dots).$$

Zakłócenia procesu technologicznego można przedstawić w postaci wektora  $\vec{B}_2$ , którego składowymi są: zmiana naddatku na długości  $b_l$  i promieniu  $b_r$  części, zmiana twardości materiału obrabianego q, zmiana własności skrawnych  $r_i$  narzędzia itp.:

$$\vec{B}_2 = (b_l, b_r, q, r_i, \dots).$$

Uogólniona struktura układu dynamicznego urządzeń technologicznych może być konkretyzowana z uwzględnieniem specyficznych własności obiektu sterowania. W przypadku obrabiarek skrawających charakterystyczny jest cały zestaw rozpatrzonych zakłóceń i wzajemnych powiązań zmiennych. Realizacja procesu na robotach pomiarowych, układach pomiarowo – badawczych i innych urządzeniach, szczególnie kiedy badania są wykonywane przy ustalonych parametrach, w zasadzie nie prowadzi do powstania dodatkowych oddziaływań siłowych [9, 38]. W tych warunkach wewnętrzne powiązania zwrotne nie są zamknięte przez proces technologiczny i struktura obiektu ulega znacznemu uproszczeniu, a podstawowymi zakłóceniami są oddziaływania kinematyczne ze strony fundamentu.

Najważniejszymi celami sterowania układem dynamicznym obrabiarek skrawających są intensyfikacja procesu technologicznego oraz podwyższenie dokładności obróbki części. Uwzględniając fakt, że główną przyczyną powstania błędów kształtu części przy toczeniu wzdłużnym i szlifowaniu, szczególnie części o małej sztywności, są odkształcenia sprężyste układu technologicznego, celowe jest rozpatrywanie omawianych zmiennych jako wyjściowych współrzędnych obiektu.

Jakość obrobionej powierzchni i dokładność obróbki, w tym przypadku, zależą od promieniowej siły skrawania  $F_p$ . Przy optymalizacji procesu technologicznego

siła  $F_p$  jest zmieniana w funkcji bieżącego naddatku na obróbkę.

Układy sterowania automatycznego są, przede wszystkim, przeznaczone do zwiększenia wydajności procesu technologicznego. Budowane są jako układy stabilizacji siły skrawania (tzw. układy regulowania granicznego). Jako wielkość regulowaną zwykle przyjmuje się jedną ze składowych siły skrawania lub zmienne funkcjonalnie powiązane z  $F_p$ .

Za zmienne wyjściowe modeli matematycznych, rozpatrywanych układów dynamicznych przyjmuje się siły skrawania i odkształcenia sprężyste układu technologicznego.

Przy budowie układów umożliwiających zwiększenie dokładności obróbki, jako czujniki sprzężenia zwrotnego stosowane są także czujniki, umożliwiające bezpośredni pomiar wymiarów obrobionych części. W tym przypadku ma miejsce kompensacja błędów spowodowanych działaniem różnorodnych zakłóceń. Przy obliczaniu i projektowaniu podobnych układów można również zastosować rozpatrzone układy, ponieważ procesy dynamiczne w takich układach sterowania automatycznego są określane, przede wszystkim, właściwościami układu sprężystego obrabiarki i procesu technologicznego.

Istnieją różne podejścia [106, 110] do rozwiązania zagadnienia identyfikacji obiektów sterowania: analityczne oparte na nagromadzonych analitycznie i eksperymentalnie danych o zjawiskach fizycznych badanego procesu, a także intensywnie rozwijane w ostatnim czasie podejście statystyczne, bazujące na opracowaniu materiałów badań eksperymentalnych.

W niniejszej pracy modele matematyczne układów dynamicznych urządzeń mechanicznych tworzone są analitycznie. Poszczególne parametry, wchodzące do równań, są zatem uszczegółowiane na bazie danych eksperymentalnych. Takie podejście do rozwiązania zagadnienia identyfikacji obiektu bazuje na następujących założeniach.

Współrzędne wyjściowe procesu toczenia, na przykład składowe sił skrawania i odkształcenia sprężyste, zależą od wielu czynników, mogących się zmieniać w szerokim zakresie w zależności od parametrów skrawania, właściwości obrabianego materiału, charakterystyk ostrza, właściwości układu sprężystego itp. Uwarunkowania te powodują, że zagadnienie eksperymentalnego określenia modeli matematycznych stają się niezwykle pracochłonne i uniemożliwiają uzyskanie wystarczająco ogólnych wyników.

Z analizy oddziaływań zakłócających na układ dynamiczny wynika, że większość z nich ma charakter losowy, w szczególności odnosi się to do oddziaływań kinematycznych ze strony fundamentu oraz zmiany naddatku na obróbkę. Przy identyfikacji analitycznej obiektu sterowania, parametry modelu matematycznego układu dynamicznego są funkcjami zarówno zmiennych deterministycznych takich jak: prędkość obrotowa części oraz zmiennych, które mogą zmieniać się w sposób losowy (twardość obrabianego materiału, naddatek na obróbkę itp.).

Opracowany model matematyczny na bazie identyfikacji analitycznej umożliwia ustalenie wzajemnych powiązań deterministycznych między parametrami charakteryzującymi własności procesu technologicznego i układu technologicznego oraz parametrami modelu. Przy deterministycznych charakterystykach technologicznych można sformułować deterministyczny model matematyczny obiektu, natomiast w przypadku produkcji o znanych charakterystykach losowych procesu technologicznego i układu technologicznego – otrzymać oceny losowe parametrów modelu.

Identyfikacja analityczna jest możliwa dzięki wiedzy z zakresu teorii skrawania metali, analizy stabilności i jakości dynamicznej urządzeń mechanicznych, a także badaniom poszczególnych elementów i procesów struktury dynamicznej urządzeń mechanicznych [30, 58, 81, 87, 88, 89, 164].

Istotny wkład w opracowanie modeli matematycznych układu dynamicznego urządzeń mechanicznych wnoszą prace V. A. Kudinowa [72] i K. Marchelka [115, 164], w których sformułowano podstawy teoretyczne badań jakości dynamicznej obrabiarek. Drgania obrabiarek w procesie obróbki mechanicznej i metody zwiększenia ich odporności były badane w różnych krajach. Wyniki tych badań umożliwiają pokazanie charakteru wzajemnych powiązań w strukturze dynamicznej urządzeń mechanicznych i można je wykorzystać do analitycznego kształtowania modeli matematycznych.

Zagadnienie identyfikacji układu dynamicznego urządzeń mechanicznych, jak i innych obiektów sterowania, polega na określeniu operatora, definiującego wzajemne powiązanie wyjściowych i wejściowych zmiennych modelu matematycznego [106, 110]. Uzyskanie wyników przeglądowych, podobnie jak przy rozwiązywaniu zagadnienia identyfikacji innych obiektów złożonych, nie wymaga uwzględnienia wszystkich istotnych zjawisk i procesów.

Przy opracowywaniu modeli matematycznych wybranych zmiennych wyjściowych, dopuszczalne jest nieuwzględnianie kanałów powiązań w obiekcie sterowania przez napędy elektryczne ruchu głównego oraz posuwu – proces technologiczny musi być zamknięty przez układ sprężysty obrabiarki i części. Można również nie uwzględniać oddziaływań związanych ze zużyciem narzędzia skrawającego i procesami cieplnymi, ponieważ ich inercyjność jest wyższa o rząd wielkości od inercyjności członów układu technologicznego i procesu technologicznego.

W niektórych rodzajach maszyn technologicznych, np. obrabiarkach współrzędnościowych, zespoły wykonawcze muszą mieć wysoką dokładność pozycjonowania, przy tym bardzo istotne jest zjawisko tarcia, określające stabilność ruchu zespołów obrabiarki [54]. W przypadku rozpatrywanych typów obrabiarek, w których proces obróbki przebiega przy ciągłym posuwie narzędzia skrawającego, wskazane zjawiska mogą nie być uwzględniane. Modele kinematyczne obrabiarki są scharakteryzowane istotnymi nieliniowościami typu "luz", jednak dzięki wysokiej jakości wykonania współczesnych mechanizmów posuwu, tych nieliniowości również można nie uwzględniać.

Możliwość linearyzacji równań ruchu poszczególnych członów układu dynamicznego maszyn technologicznych jest określana także sposobami tradycyjnymi, polegającymi na tym, że spełnienie wysokich wymagań odnośnie dokładności regulowania prowadzi do realizacji układu automatycznego sterowania, pracującego przy "małych" odchyłkach zmiennych

Układ dynamiczny maszyn technologicznych może być więc rozpatrywany jako wielowymiarowy obiekt sterowania z podukładami w postaci układu technologicznego. W strukturze obiektu sterowania występują obwody sprzężenia zwrotnego poprzez sprężysty układ technologiczny, uwarunkowane oddziaływaniami siłowymi powstającymi przy realizacji procesu technologicznego.

## 2.2. Metodologia opracowania modeli matematycznych układów dynamicznych obróbki skrawaniem

Pod pojęciem modelu matematycznego obiektu, w szerokim zakresie, rozumie się zbiór zależności analitycznych, tablicowych i graficznych, ilościowo obrazujących związki między charakterystycznymi wielkościami obiektu. W ogólnym przypadku regułę przekształcania oddziaływania wejściowego X

w odpowiedź obiektu Y przedstawia się w postaci operatora lub wektora  $F_m$ , który reprezentuje zbiór operacji matematycznych lub logicznych, pokazuje zależność między funkcjami wejściowymi i wyjściowymi.

Metoda syntezy modelu matematycznego obiektu sterowania, w znacznej mierze, zależy od ilości wykorzystanej informacji apriorycznej, pod którą w każdym konkretnym przypadku rozumie się informacje o obiektach do momentu rozpoczęcia bieżącego etapu badań. W tym przypadku, zadanie opracowania modelu może być zrealizowane w dwóch etapach. W pierwszym etapie na podstawie apriorycznych informacji o procesach fizycznych występujących w obiekcie sterowania opracowuje się pierwotny model strukturalny. Zwykle model ten uwzględnia nieznane parametry, których określenie na podstawie danych apriorycznych jest skomplikowane lub niemożliwe. Pierwotny model strukturalny może zawierać pewne elementy, które nie są niezbędne w następnych etapach opracowania modelu matematycznego. W drugim etapie, na podstawie badań eksperymentalnych, określa się nieznane parametry obiektu i precyzuje jego strukturę.

W przypadku, gdy istnieje pełna informacja o obiekcie sterowania, jest możliwe opracowanie modelu drogą analityczną. Proces, prowadzący do opracowania struktury i określenia parametrów modelu nazywa się identyfikacją przypadku układów analityczna. złożonych, opracowanie modelu W matematycznego droga analityczną często wymaga przeprowadzenia dodatkowych badań eksperymentalnych w celu sprawdzenia uzyskanych wyników teoretycznych, a także określenia niezbędnych parametrów modelu. Na przedstawionym schemacie pokazano podstawowy zakres badań przy opracowaniu modelu matematycznego, który realizowany jest na podstawie pogłębionej analizy teoretycznej powiązań pomiędzy zmiennymi parametrami oraz opracowania zależności, określających procesy występujące w obiekcie. Proces toczenia na obrabiarce jest realizowany w wyniku złożonego współdziałania układu sprężystego, procesów skrawania i tarcia, procesów w napędach posuwu i wrzeciona, co schematycznie przedstawiono na rys. 2.2a. [57].



Rys. 2.2. Schematy współdziałania procesów i układu sprężystego: a) zamknięty układ dynamiczny obrabiarki, b) uproszczony schemat procesu toczenia

Występowanie obwodów zamkniętych w przedstawionym schemacie, jest uwarunkowane siłowym współdziałaniem elementów dynamicznej struktury obrabiarki przez jej układ sprężysty, np. siła skrawania powoduje odkształcanie układu sprężystego obrabiarki względem położenia narzędzia i półfabrykatu, co powoduje zmiany przekroju warstwy skrawanej. Zmiany siły skrawania wpływają na wartość odkształceń sprężystych układu itp. [1, 2, 10, 133, 135, 136].

Przy opracowywaniu modelu matematycznego układu dynamicznego, rozpatrywanego jako obiekt sterowania, oddziaływania układu sprężystego obrabiarki i procesów tarcia, mające istotne znaczenie w przypadku analizy stabilności ruchu węzłów obrabiarki, można pominąć.

Współczesne napędy elektryczne wrzeciennika i posuwu zapewniają wysoką dokładność sterowania prędkością elementów wykonawczych, co pozwala także pominąć obwód sprzężenia zwrotnego w obiekcie sterowania poprzez procesy w napędach i rozpatrywać prędkość obrotową wrzeciona  $n_p$  i prędkość posuwu  $v_f$ , jak oddziaływania ukierunkowane. Nieliniowość typu "luz", w modelu mechanizmu posuwu wzdłużnego, w większości przypadków nie wpływa na właściwości dynamiczne obiektu sterowania w układach adaptacyjnych, dzięki obciążeniu, występującemu w schemacie kinematycznym obrabiarki podczas jej pracy.

Uwzględniając wyszczególnione założenia i możliwe zakłócenia *z*, schemat obiektu sterowania można przedstawić w postaci pokazanej na rys. 2.1b. Przekształcona struktura uwzględnia stopień zamkniętości procesu technologicznego tylko przez układ sprężysty obrabiarki i części obrabianej.

W celu osiągnięcia wymaganej niezawodności dokładnościowej oprzyrządowania podczas jego działania, należy zapewnić wymagane położenie przestrzenne lub trajektorie ruchów elementów wykonawczych. Ważnymi zmiennymi wyjściowymi układu dynamicznego są więc odkształcenia sprężyste *g* układu technologicznego. Wahania wartości odkształceń sprężystych układu technologicznego obrabiarek powodują zmiany położenia przestrzennego ostrza i przedmiotu obrabianego, co w końcowym efekcie zmniejsza dokładność obróbki przedmiotów. Uwzględniając, że główną przyczyną występowania błędów kształtu przedmiotów przy toczeniu wzdłużnym są odkształcenia sprężyste układu technologicznego, wymienione zmienne należy rozpatrywać jako współrzędne wyjściowe obiektu sterowania.

Wyniki badań eksperymentalnych procesu skrawania [35, 90], świadczą o tym, że jakość powierzchni obrabianej i dokładność obróbki są określane w tym przypadku wartością promieniowej siły skrawania  $F_p$ . W przypadku optymalizacji procesu technologicznego wartość  $F_p$  powinna zmieniać się w funkcji bieżącej wartości naddatku na obróbkę.

Układy sterowania automatycznego, przeznaczone przede wszystkim do zwiększania wydajności procesu technologicznego, tworzy się jako układy stabilizacji siły skrawania, przy tym jako wielkość regulowaną zwykle przyjmuje się jedną ze składowych sił skrawania  $F_c$  lub zmiennych funkcjonalnie powiązanych z  $F_p$  (rys. 2.3.)



Rys. 2.3. Główne składowe siły skrawania przy toczeniu

Składowe siły skrawania lub odkształcenia sprężyste układu technologicznego przyjmowane są jako zmienne wyjściowe modelu matematycznego układu dynamicznego.

W prezentowanej pracy modele matematyczne układu dynamicznego opracowane są na podstawie badań analitycznych i uściślania, w oparciu o dane eksperymentalne, wybranych parametrów, wchodzących do równania ruchu. Takie podejście do rozwiązania zadania identyfikacji obiektu opiera się na następujących założeniach. Parametry wyjściowe procesu toczenia np. składowa siły skrawania i odkształcenia sprężyste zależą od kilkudziesięciu czynników, które mogą zmieniać się w szerokim zakresie w zależności od parametrów skrawania, właściwości materiału obrabianego, charakterystyk ostrza, właściwości układu sprężystego itd. Parametry modeli matematycznych układu dynamicznego, są funkcjami zmiennych regulowanych takich jak prędkość obrotowa przedmiotu, charakterystyki układu sprężystego oraz zmiennych, które mogą zmieniać się przypadkowo np. twardość materiału obrabianego, naddatek na obróbkę, itp.

Przy opracowywaniu modeli matematycznych na podstawie identyfikacji analitycznej udaje się określić wzajemny związek między parametrami, charakteryzującymi właściwości procesu i układu technologicznego, a parametrami modelu. Umożliwia to, przy ustalonych charakterystykach technologicznych, opracowanie deterministycznego modelu matematycznego obiektu [133, 136].

Przy opracowaniu modeli matematycznych, w odniesieniu do wybranych wielkości wyjściowych, można pominąć kanały sprzężeń w obiekcie sterowania poprzez napędy wrzeciennika i posuwu, a uwzględnić jedynie stopień zamknięcia procesu technologicznego przez układ sprężysty.

Dopuszczalne jest także, pominięcie oddziaływań związanych ze zużyciem narzędzi i procesami cieplnymi, ponieważ ich inercja jest o jeden rząd wielkości wyższa od inercji członów układu technologicznego i procesu technologicznego.

Możliwość linearyzacji równań ruchu poszczególnych elementów układu dynamicznego wynika z tradycyjnego poglądu, że zapewnienie ścisłych wymagań w stosunku do dokładności regulacji sprowadza się do realizacji układów automatycznej regulacji, działających przy "małych" odchyleniach zmiennych. Układ dynamiczny procesu toczenia może być więc rozpatrywany jako wielowymiarowy obiekt sterowania z podukładami w postaci procesu technologicznego i układu sprężystego. W strukturze obiektu sterowania zawarte są obwody sprzężeń zwrotnych przez układ sprężysty, wywołane oddziaływaniami siłowymi, występującymi podczas realizacji procesu technologicznego.

## 2.2.1. Geometria warstwy skrawanej i siły skrawania przy toczeniu

Proces skrawania na tokarce jest realizowany w wyniku ruchu przedmiotu z prędkością obrotową *n* i prędkością posuwu wzdłużnego  $v_f$  (rys. 2.4) [1, 133]. Głównymi zmiennymi, charakteryzującymi proces skrawania są: prędkość skrawania  $v_c$ , prędkość posuwu  $v_f$  oraz elementy przekroju warstwy skrawanej (*WS*).

Elementami przekroju warstwy skrawanej są: grubość warstwy skrawanej h, szerokość b, lub wzajemnie powiązane z nimi wartości f i  $a_p$  (rys. 2.4), przy czym przy skrawaniu nożem o kącie  $\kappa_r = 90^\circ$ , h = f,  $a_p = b$ . W teorii skrawania metali [178], charakteryzując przebieg procesu technologicznego, stosuje się wielkości f i  $a_p$ .

Wielkość f nazywa się posuwem w mm/obrót części, a  $a_p$  – głębokością skrawania. Wartości te rozpatrywane są jako parametry stanu ustalonego i są stałe w czasie jednego obrotu przedmiotu. Przy opracowaniu modeli matematycznych procesu toczenia niezbędne jest uwzględnienie zmian f i  $a_p$  nawet w czasie jednego obrotu przedmiotu, należy je rozpatrywać jako zmienne zależne od czasu bieżącego t. W związku z tym należy wykorzystywać pojęcie chwilowej (bieżącej) wartości posuwu f(t) i chwilowej bieżącej wartości głębokości skrawania  $a_p(t)$ .

W czasie procesu toczenia siłę skrawania można przedstawić w postaci dwóch składników [56, 178]:

$$F_i = F_{1i} + F_{2i}, \ i = \{x, y, z\}.$$
(2.1)

Siła  $F_{1i}$  jest siłą powstawania wióra, z którą wiór odziałuje na powierzchnię natarcia ostrza. Siłę tę określa się pracą właściwą powstawania wióra i polem przekroju skrawanej warstwy materiału:

$$F_{1i} = Q_c \cdot f \cdot a_p \cdot k_i, \ i = \{x, y, z\},$$
(2.2)

gdzie:  $Q_c$  – praca właściwa powstawania wióra,

 $k_i$  – współczynnik, zależny od geometrii ostrza noża i tarcia materiału obrabianego o powierzchnię ostrza [58].



Rys. 2.4. Elementy geometryczne przekroju poprzecznego warstwy skrawanej przy toczeniu wzdłużnym

Składnik  $F_{2i}$  w zależności (2.1) przestawia siły kontaktowe odkształceń na powierzchni przyłożenia i zależy od: fizycznych właściwości obrabianego materiału, prędkości skrawania oraz grubości warstwy skrawanej. W większości przypadków siły skrawania, na pomocniczej powierzchni przyłożenia są znacznie mniejsze od sił występujących na powierzchni natarcia i dlatego można je pominąć w obliczeniach.  $F_{2i}$  należy uwzględniać tylko w przypadkach znacznego zużycia ostrza, przy małych względnych wartościach grubości warstwy skrawanej i obróbce materiałów twardych.

W większości przypadków, przy stałej prędkości skrawania, siły skrawania można rozpatrywać jako proporcjonalne do twardości obrabianego materiału i powierzchni przekroju warstwy skrawanej [178]:

$$F_i \cong Q_c \cdot f \cdot a_p \cdot k_i. \tag{2.3}$$

Wartości liczbowe współczynników  $Q_c$  i  $k_i$ , dostępne są w literaturze przedmiotu.

Równanie (2.3) opisuje wpływ parametrów przekroju warstwy skrawanej na siły skrawania. W teorii skrawania metali do obliczania sił skrawania można zastosować zależność (2.4) [119, 141]:

$$F_i = 10 \cdot C_p \cdot a_p^{X_{fi}} \cdot f^{Y_{fi}} \cdot v_c^{n_{pi}} \cdot k_i.$$

$$(2.4)$$

Wartości stałej  $C_{p}$ , współczynników  $k_i$  i wykładników potęgowych  $x_{fi}$ ,  $y_{fi}$ ,  $n_{pi}$ , są obliczane empirycznie przy konkretnych warunkach obróbki.

Linearyzując równanie (2.3) i (2.4), przyrosty siły skrawania można przedstawić w postaci:

$$\Delta F_i = m_i \cdot \Delta f + n_i \cdot \Delta_b a_p + c_i \Delta q + s_i \Delta v_c \,. \tag{2.5}$$

Współczynniki procesu skrawania w funkcji posuwu  $\Delta f$ , głębokości skrawania  $\Delta a_p$ , twardości materiału obrabianego  $\Delta q$  i prędkości skrawania  $\Delta v_c$  definiuje się zależnościami:

$$m_{i} = \left(\frac{\partial F_{i}}{\partial f}\right)_{o}; \ n_{i} = \left(\frac{\partial F_{i}}{\partial a_{p}}\right)_{o}; \ c_{i} = \left(\frac{\partial F_{i}}{\partial q}\right)_{o}; \ s_{i} = \left(\frac{\partial F_{i}}{\partial v_{c}}\right)_{o}.$$
(2.6)

Wykładnik potęgi  $n_{pi}$  we wzorze (2.4) w wielu przypadkach jest w przybliżeniu równy 0, a w zależności (2.3) siły skrawania praktycznie nie zależą od prędkości skrawania  $v_c$ . Współczynnik linearyzacji  $s_i$  w (2.6) jest natomiast bliski lub równy 0.

Przedstawione równania pokazują zależność sił od parametrów skrawania w stanie ustalonym. W stanach przejściowych, jak pokazano w pracy [57], siły skrawania są ściśle powiązane z parametrami przekroju warstwy skrawanej. Związki te wynikają z właściwości plastycznych materiału obrabianego, co powoduje opóźnienie zmian siły skrawania względem zmian parametrów przekroju warstwy skrawanej.

Własności dynamiczne procesu skrawania zmiennej wyjściowej w postaci całkowitej siły skrawania  $F_c$  i zmiennej wejściowej – posuwu, mogą być opisane funkcją przejścia członu inercyjnego:

$$M_{c}(s) = \frac{\Delta F_{c}(s)}{\Delta f(s)} = \frac{m_{c}}{T_{c} \cdot s + 1},$$
(2.7)

gdzie:  $m_c$  – współczynnik wzmocnienia procesu skrawania określany wg (2.6);

 $T_c$  – stała czasowa powstawania wióra w przypadku  $F_c$ .

Funkcję przejścia (2.7), otrzymano w przypadku procesu skrawania swobodnego. Można ją przenieść na proces skrawania nieswobodnego, w tych przypadkach praktycznych, gdy grubość warstwy skrawanej jest o jeden rząd wartości mniejsza od jej szerokości. Wówczas proces skrawania w przypadku każdej składowej siły skrawania może być przedstawiony w postaci funkcji przejścia przyrostów grubości i szerokości przekroju warstwy skrawanej.

Wyrażenie (2.5), przy przejściu do operatorowej postaci zapisu i pominięciu zależności sił od prędkości skrawania, można przedstawić w postaci:

$$\Delta F_i(s) = M_i(s) \cdot \Delta f(s) + N_i(s) \cdot \Delta a_p(s) + C_i(s) \cdot \Delta q(s).$$
(2.8)

#### 2.2.2. Własności sprężyste układu technologicznego

W procesie obróbki części w układzie technologicznym działanie sił skrawania prowadzi do powstania odkształceń sprężystych *g* układu, które w ogólnym przypadku zależą od wartości tych sił i miejsca ich przyłożenia [71, 80].

Związki między wielkością odkształceń sprężystych, a składowymi sił skrawania, w postaci operatorowej opisuje się linearyzowanymi zależnościami:

$$\Delta g_i(s) = \Delta H_i(s) \Delta F_i(s), \quad i = \{x, y, z\}.$$
(2.9)

W powyższych zależnościach  $H_i(s)$  należy traktować jako funkcje przejścia ekwiwalentnego układu sprężystego, zbudowanego z wrzeciona, zespołu suportu i części [71]. W stanie ustalonym operator  $H_i(s)$  jest nieliniową funkcją, linearyzującą ustaloną wartość współrzędnej X. Uwzględniając, że w ogólnym przypadku odkształcenia układu technologicznego, względem każdej współrzędnej, są zależne nie tylko od składowej siły skrawania skierowanej wzdłuż tej współrzędnej, ale także od dwóch innych składowych, można zapisać zależność w postaci przyrostowej:

$$\Delta g_x = h_{xx} \Delta F_f + h_{xy} \Delta F_p + h_{xz} \Delta F_c,$$
  

$$\Delta g_y = h_{yx} \Delta F_f + h_{yy} \Delta F_p + h_{yz} \Delta F_c,$$
  

$$\Delta g_z = h_{zx} \Delta F_f + h_{zy} \Delta F_p + h_{zz} \Delta F_c.$$
(2.10)

Współczynniki  $h_{ij}$  w równaniach (2.10), charakteryzujące stosunek przesunięcia ostrza noża względem jednej z osi ortogonalnego układu współrzędnych do przyrostu składowej siły skrawania, określa się z zależności:

$$h_{ij} = \left(\frac{\partial y_i}{\partial F_j}\right), \quad i = \{x, y, z\}, \quad j = \{x, y, z\}.$$
(2.11)

Można je traktować jako podatność *UT*. Podatność (lub odwrotna do niej wielkość – sztywność) jest podstawową własnością sprężystego układu w stanie ustalonym.

Współczynniki  $h_{xx}$ ,  $h_{yy}$ ,  $h_{zz}$  opisują podatności układu technologicznego we współrzędnych X, Y, Z względem przyrostów składowych sił skrawania tych współrzędnych (podatności własne). Współczynniki  $h_{ij}$  przy  $i \neq j$ charakteryzują podatność układu technologicznego w przypadku *i*-tej współrzędnej względem składowej siły skrawania dla *j*-tej współrzędnej (podatności skrośne).

W dalszej części przedstawiono bardziej szczegółową metodykę określenia współczynników  $h_{ij}$  oraz wpływ poszczególnych składowych sprężystych odkształceń na własności dynamiczne układu.

Największy wpływ na dokładność obróbki wykazują odkształcenia sprężyste układu technologicznego względem współrzędnej *Y* (rys. 2.5). Prowadzą one do zwiększenia odległości krawędzi ostrza od osi obrotu półfabrykatu, a następnie do zmiany promienia obrabianego przedmiotu o wielkość  $g_y(x, F_p)$ . Zmieniają się przy tym parametry przekroju warstwy skrawanej i siły skrawania (rys. 2.5, rys. 2.6) [136].



Rys. 2.5. Uproszczony schemat układu sprężystego tokarki

Przy toczeniu wzdłużnym (rys. 2.6) odkształcenia sprężyste względem współrzędnej Y są przede wszystkim zależne od siły promieniowej  $F_p$ , powodującej odkształcenia  $g_{wy}$  – wrzeciona,  $g_{ky}$  – konika,  $g_{sy}$  – noża i suportu oraz  $g_{py}$  – części w kierunku promieniowym. Wielkość odkształceń sprężystych części, a także wrzeciona i konika, istotnie zależy od punktu przyłożenia siły  $F_p$  wzdłuż osi części:

$$g_{y}(x,F_{p}) = g_{ky}(x,F_{p}) + g_{wy}(x,F_{p}) + g_{sy}(x,F_{p}) + g_{py}(x,F_{p}).$$

Do dalszej analizy celowe jest przedstawienie odkształceń sprężystych w postaci dwóch składowych. Pierwsza z nich reprezentuje elementy obrabiarki (pierwsze trzy składowe w powyższym wyrażeniu), a druga – odkształcenia części:

$$g_{y}(x,F_{p}) = g_{oby}(x,F_{p}) + g_{py}(x,F_{p}), \qquad (2.12)$$

$$g_{obv}(x, F_p) = g_{kv}(x, F_p) + g_{wv}(x, F_p) + g_{sv}(x, F_p).$$
(2.13)



Rys. 2.6. Schemat odkształceń sprężystych UT

Z uwzględnieniem zależności (2.12), podatność ekwiwalentnego układu sprężystego względem współrzędnej *Y* oraz analogicznie innych współrzędnych, jest określana przez odpowiednie podatności obrabiarki i części:

$$h_{ij} = h_{obij} + h_{pij}. aga{2.14}$$

Wynika to ze złożoności układu technologicznego obrabiarki, uwarunkowanej występowaniem dużej liczby ruchomych elementów i połączeń. Za najbardziej niezawodne są uważane metody eksperymentalne badania charakterystyk układu sprężystego, na ich podstawie są wyznaczane współczynniki  $h_{obij}$ .

Wartości i charakter zmian odkształceń sprężystych części  $g_{py}(x, F_i)$  zależą od sposobu zamocowania części na obrabiarce i jej własności sprężystych. Odkształcenia sprężyste  $g_{py}(x, F_p)$  w stanie ustalonym mogą być, na przykład, obliczone przy zamocowaniu części w kłach i rozpatrywane jako ugięcie belki swobodnie leżącej na dwóch podporach [104], czyli

$$g_{py}(x, F_p) = \frac{F_p x^2 (L_p - x)}{3EIL_p},$$
(2.15)

gdzie: E – moduł sprężystości materiału części,

I – moment bezwładności przekroju części.

Funkcja  $g_{py}(x)$  ma maksimum przy  $x = \frac{L_p}{2}$ , a maksymalne odkształcenie części jest równe:

$$g_{p\max} = \frac{F_p L_p^3}{48EI} \,.$$

Równania ugięcia  $g(x, F_i)$  innych układów technologicznych obróbki przedstawiono w [35, 142]. Na podstawie tych równań, z wykorzystaniem zależności (2.11), określono wartości podatności części, a podatność ekwiwalentną UT – z zależności (2.14).

Analiza stanów dynamicznych *UT* zwykle jest oparta na założeniu o współrzędnych normalnych [71]. W tym przypadku, własności dynamiczne różnych członów *UT* można opisać równaniami drugiego rzędu, natomiast ekwiwalentną funkcję przejścia układu sprężystego "obrabiarka – część" – zależnością:

$$H_{ij}(s) = \frac{\Delta g_i(s)}{\Delta F_j(s)} = \sum_{k=1}^n \frac{h_{ijk}}{m_k h_{ijk} s^2 + \xi_{ijk} h_{ijk} s + 1},$$
 (2.16)

gdzie:  $m_k$ ,  $\xi_{ijk}$ ,  $h_{ijk}$  – odpowiednio masa, względny współczynnik tłumienia

i podatność elementów układu sprężystego *i*-tej współrzędnej względem *j*-tej składowej siły skrawania.

Wyniki badań eksperymentalnych układów sprężystych maszyn pokazują, że w większości przypadków ekwiwalentny układ sprężysty posiada tylko jedną istotną częstotliwość, tak zwany "ton podstawowy" [71, 80]. Umożliwia to opisanie własności dynamicznych przy pomocy równania różniczkowego drugiego rzędu. Funkcje przejścia należy więc rozpatrywać, uwzględniając własności dynamiczne ekwiwalentnego układu sprężystego, przedstawianych współczynnikami  $H_{ij}$ , odpowiadającymi członom oscylacyjnym, a jako zmienne składowe wejściowe i wyjściowe układu sprężystego – wyrażenia operatorowe (2.8) i (2.16).

#### 2.2.3. Kształtowanie przekroju warstwy skrawanej

Przy toczeniu ślady obróbki poprzedzającej istotnie wpływają na przebieg procesu, jest to tak zwane zjawisko skrawania "po śladzie" [57, 63, 117]. Przejawia się ono w tym, że składowe warstwy skrawanej materiału w chwili bieżącej są określone zarówno przez chwilowe położenie krawędzi ostrza, jak i również jego współrzędnymi w chwili poprzedniego obrotu półfabrykatu, tzn. w chwili opóźnionej o czas jednego obrotu

$$\tau = \frac{1}{n_p} \; .$$

Sposób kształtowania przekroju warstwy skrawanej przy toczeniu wzdłużnym przedstawiono na rys. 2.7.



Rys. 2.7. Schemat formowania poprzecznego przekroju:
a) z uwzględnieniem odkształceń sprężystych dla współrzędnej
X, b) z uwzględnieniem odkształceń sprężystych dla
współrzędnych X i Y

Przekrój warstwy skrawanej z uwzględnieniem odkształceń sprężystych współrzędnej X przedstawiono na rys. 2.7a. Odkształcenia sprężyste osi X i Y uwzględniono natomiast na rys. 2.6b. Chwilową wartość posuwu można przedstawić w postaci [1, 133]:

$$f(t) = x(t) - x(t - \tau), \qquad (2.17)$$

gdzie x(t) i  $x(t-\tau)$  – położenie krawędzi skrawającej ostrza, odpowiednio, w chwili bieżącej t i w chwili opóźnionej o czas  $\tau$  jednego obrotu części.

Współrzędne krawędzi skrawającej ostrza, bez uwzględnienia odkształceń sprężystych, zależą od prędkości posuwu wzdłużnego:

$$x'(t) = \int_{0}^{t} v_{f}(t) dt, \ x'(t-\tau) = \int_{0}^{t-\tau} v_{f}(t-\tau) dt.$$

W przypadku ogólnym, jak wynika z rys. 2.7, na położenie krawędzi skrawającej ostrza w chwili bieżącej, dodatkowo wpływa wartość odkształceń sprężystych względem osi X i Y:

$$x(t) = \int_{0}^{t} v_{f}(t) dt - g_{x}(t) - K_{\kappa_{r}} g_{y}(t), \qquad (2.18)$$

gdzie:  $K_{\kappa_r} = ctg\kappa_r$  – współczynnik, uwzględniający wpływ sprężystych odkształceń osi Y na grubość warstwy skrawanej,  $\kappa_r$  – kąt przystawienia krawędzi skrawającej.

Położenie krawędzi skrawającej w chwili poprzedniego obrotu określa się jako:

$$x(t-\tau) = \int_{0}^{t-\tau} v_f(t-\tau) dt - g_x(t-\tau) - K_{\kappa_r} g_y(t-\tau) .$$
 (2.19)

Uwzględniając zależności 2.17–2.19 można wyznaczyć f(t):

$$f(t) = \int_{0}^{t} v_{f}(t) dt - g_{x}(t) - K_{\kappa_{r}} g_{y}(t) - \left[\int_{0}^{t-\tau} v_{f}(t-\tau) dt - g_{x}(t-\tau) - K_{\kappa_{r}} g_{y}(t-\tau)\right].$$
(2.20)

Wartość bieżącą średniej głębokości skrawania można otrzymać przy założeniu, że znana jest zależność zmiany naddatku na obróbkę  $b_1$  wzdłuż osi części (rys. 2.8) oraz z pominięciem odkształceń sprężystych w kierunku promieniowym w przypadku średniej wartości głębokości skrawania i grubości warstwy  $l_1 - l_2 = f$ :



Rys. 2.8. Przekrój poprzeczny warstwy skrawanej przy zmianach naddatku wzdłuż osi części

Uwzględniając linearyzację oraz, że  $v_f = const$ , można zapisać zależność opisującą zmiany naddatku w funkcji czasu  $b_1(t)$  (przy pominięciu zmiany odkształceń sprężystych według osi X):

$$b(t) = \frac{1}{t_1 - t_2} \left[ \int_{0}^{t_1} b_l(t) dt - \int_{0}^{t_2} b_l(t) dt \right] - g_y(t), \qquad (2.21)$$

gdzie:  $t_1 - t_2 = \tau$ .

Na parametry warstwy skrawanej mają także wpływ odkształcenia sprężyste względem współrzędnej Z, szczególnie istotne przy obróbce części podatnych o małej średnicy. Przyrost szerokości warstwy skrawanej, wskutek odkształceń sprężystych współrzędnej Z, zgodnie z rys. 2.9, jest równy [133]:

$$b_z = r_p - r_p \cos \alpha$$
.


Rys. 2.9. Schemat wpływu odkształceń sprężystych względem współrzędnej Z na glębokość skrawania

Linearyzując powyższe wyrażenie, otrzymano:

$$\Delta b_z = K_{bz} \Delta g_z \,,$$

gdzie wzmocnienie, ustalające związek między przyrostami  $\Delta b_z$  i  $\Delta g_z$ , z uwzględnieniem małej wartości kąta  $\alpha$  przyjmuje postać:

$$K_{bz} = \sin \frac{g_{z0}}{r_p} \cong \frac{g_{z0}}{r_p}.$$

Przy toczeniu zewnętrznym, wzrost wartości odkształceń sprężystych współrzędnej Z prowadzi do zmniejszenia głębokości skrawania (sprzężenie ujemne). W procesach roztaczania odkształcenia sprężyste współrzędnej Z powodują dodatkowy dodatni przyrost głębokości warstwy skrawanej. Obwód dodatniego sprzężenia zwrotnego w strukturze dynamicznej obiektu może mieć niekorzystny wpływ na jego stabilność.

Przyrost szerokości zastępczej przekroju warstwy skrawanej, z uwzględnieniem dodatkowej zmiany naddatku na obwodzie części  $b_r$  i wpływu odkształceń względem osi Z (przy procesie toczenia zewnętrznego), można zapisać jako:

$$\Delta b(t) = \frac{1}{t_1 - t_2} \left[ \int_{0}^{t_1} \Delta b_l(t) dt - \int_{0}^{t_2} \Delta b_l(t) dt \right] - \Delta g_y(t) - K_{bz} \Delta g_z(t) .$$
(2.22)

W przypadku, gdy określona jest zależność zmiany twardości obrabianego materiału wzdłuż osi części  $q_1(t)$ , przeprowadzając podobną analizę, można otrzymać zależność średniej wartości twardości materiału na odcinku przekroju warstwy skrawanej jako:

$$q(t) = \frac{1}{t_1 - t_2} \begin{bmatrix} t_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (2.23)$$

Po zastosowaniu do równań (2.21), (2.22), (2.23) przekształcenia Laplace'a otrzymuje się:

$$\Delta a(s) = \frac{1}{s} \left[ 1 - e^{-s\tau} \right] \Delta v_f(s) - \left[ 1 - e^{-s\tau} \right] \Delta g_x(s) - \left[ 1 - e^{-s\tau} \right] K_{\kappa_r} \Delta y_y(s) , \quad (2.24)$$

$$\Delta b(s) = \frac{1}{s\tau} \Big[ 1 - e^{-s\tau} \Big] \Delta b_l(s) - \Delta g_y(s) - K_{bz} \Delta g_z(s) , \qquad (2.25)$$

$$\Delta q(s) = \frac{1}{s\tau} \Big[ 1 - e^{-s\tau} \Big] \Delta q_l(s) .$$
(2.26)

Równanie zastępczej grubości przekroju warstwy skrawanej otrzymano przy założeniu stałej prędkości obrotowej części. W zależności (2.24) pojawia się dodatkowa składowa w postaci:

$$-\frac{v_{no}\tau}{s} \left[ 1 - e^{-s\tau} \right] \Delta n_p(s) , \qquad (2.27)$$

odzwierciedlająca sterowanie prędkością obrotową części.

### 2.2.4. Równania ruchu i uogólniona struktura modelu matematycznego

W pracach [1–4, 133] uogólniony model matematyczny układu dynamicznego toczenia wałów. W układzie równań i schemacie strukturalnym modelu matematycznego uwzględniających geometrię warstwy skrawanej i siły skrawania przy toczeniu, uwzględniono także właściwości sprężyste układu technologicznego oraz proces kształtowania przekroju warstwy skrawanej. Przy kształtowaniu przekroju uwzględniane jest zjawisko skrawania "po śladzie" [4, 71], polegające na tym, że składowe (grubość – h(t) oraz szerokość– b(t)) warstwy skrawanego materiału zależą od położenia krawędzi skrawającej narzędzia nie tylko w bieżącym momencie t, lecz także w czasie  $(t - \tau)$  poprzedniego obrotu.

Układ równań, opisujących obiekt sterowania obróbką toczeniem może być przedstawiony w postaci:

$$\Delta F_f(s) = M_x(s)\Delta a(s) + N_x(s)\Delta b(s) + C_x(s)\Delta q(s), \qquad (2.28)$$

$$\Delta F_p(s) = M_y(s)\Delta a(s) + N_y(s)\Delta b(s) + C_y(s)\Delta q(s), \qquad (2.29)$$

$$\Delta F_c(s) = M_z(s)\Delta a(s) + N_z(s)\Delta b(s) + C_z(s)\Delta q(s), \qquad (2.30)$$

$$\Delta F_c(s) = M_z(s)\Delta a(s) + N_z(s)\Delta b(s) + C_z(s)\Delta q(s), \qquad (2.30)$$
  
$$\Delta g_x(s) = H_{xx}(s)\Delta F_f(s), \ \Delta g_y(s) = H_{yy}(s)\Delta F_p(s), \qquad (2.31)$$

$$\Delta g_z(s) = H_{zz}(s)\Delta F_c(s). \tag{2.31}$$

Schemat strukturalny obiektu sterowania, odpowiadający układom równań (2.24), (2.25), (2.26), (2.27), (2.28) (2.29), (2.30) przedstawiono na rys. 2.10 [46].



Rys. 2.10. Wyjściowy schemat strukturalny obiektu sterowania

Wprowadzając oznaczenia:

$$G_{\tau}(s) = 1 - e^{-s\tau}, \ G_{\nu_f}(s) = \frac{1}{s} G_{\tau}(s),$$
$$G_{n_{\nu}}(s) = -\frac{v_{no}\tau}{s} G_{\tau}(s),$$
$$G_b(s) = \frac{1}{s\tau} G_{\tau}(s), \ G_q(s) = \frac{1}{s\tau} G_{\tau}(s).$$

można przekształcić wyrażenia (2.24) – (2.26) do postaci:

$$\Delta a(s) = G_{v_f}(s) \Delta v_f(s) + G_{n_v}(s) \Delta n_p(s) - G_{\tau}(s) \Delta g_x(s) - K_{\kappa_r} G_{\tau}(s) \Delta g_y(s)$$
(2.32)

$$\Delta b(s) = G_b(s) \Delta b_l(s) - \Delta b_r(s) - \Delta g_y(s) - K_{bz} \Delta g_z(s), \qquad (2.33)$$

$$\Delta q(s) = G_q(s) \Delta q_l(s) \,. \tag{2.34}$$

Schemat strukturalny obiektu sterowania, opisany równaniami (2.28), (2.29), (2.30), (2.31), (2.32 (2.33), (2.34), przedstawiono na rys. 2.11.



Rys. 2.11. Schemat strukturalny obiektu sterowania

Na proces kształtowania przekroju warstwy skrawanej duży wpływ ma zjawisko skrawania "po śladzie" i odkształcenia sprężyste układu technologicznego. Proces kształtowania przekroju warstwy skrawanej można opisać układem równań całkowo–różniczkowych z opóźnionym argumentem. Zmienne, charakteryzujące przekrój warstwy skrawanej, zależą od zmiennych wejściowych i odkształceń sprężystych układu technologicznego. Analiza możliwości uproszczenia modeli matematycznych, modele szczegółowe, ocena dokładności uproszczenia, a także modele matematyczne, uwzględniające oddziaływania zakłócające przy sterowaniu według kanału prędkości posuwu wzdłużnego oraz wyniki badań eksperymentalnych tych przybliżeń dokładnie przedstawiono w pracy [2].

Przy opracowaniu informacyjnych matematycznych modeli dynamicznych układów maszyn, z uwzględnieniem zgromadzonej wiedzy o procesach podstawowych, charakteryzujących rozpatrywane obiekty, należy stosować metody identyfikacji analitycznej.

Uzyskanie wymaganej niezawodności dokładnościowej dynamicznych układów maszyn, w warunkach oddziaływania zakłóceń, wymaga zapewnienia wzajemnego przestrzennego położenia układów wykonawczych lub trajektorii ich ruchu. Dominujący wpływ na niezawodność dokładnościową układów dynamicznych rozpatrywanej klasy mają odkształcenia sprężyste układu technologicznego o przestrzennym wektorze odkształceń sprężystych.

W strukturze dynamicznej identyfikowanego obiektu sterowania można wyróżnić podsystemy w postaci procesu technologicznego i układu technologicznego. W procesach technologicznych, z występującymi oddziaływaniami siłowymi, co jest charakterystyczne w przypadku obrabiarek, obwody sprzężeń zwrotnych, uwarunkowane wzajemnym oddziaływaniem tych układów.

W trakcie budowy modeli matematycznych jest dopuszczalna linearyzacja równań ruchu opisujących układ dynamiczny obrabiarki. Układ dynamiczny należy rozpatrywać jako wielowymiarowy model obiektu, którego stan określono odpowiednimi zmiennymi.

W przypadku obrabiarek, podstawowymi elementami wejściowymi zmiennych technologicznych procesu skrawania są chwilowe wartości grubości i szerokości warstwy skrawanej, a także twardości obrabianego materiału. Elementami wektora wyjściowego są natomiast składowe siły skrawania. Właściwości dynamiczne procesu skrawania mogą być opisane równaniami różniczkowymi pierwszego rzędu.

W zbiorze zmiennych technologicznych, tworzonym przez układ dynamiczny, można wyróżnić dwie składowe, jedna z nich jest określona wektorem oddziaływań wejściowych, a druga – wektorem odkształceń sprężystych.

Elementami wejściowymi są wielkości sterujące: prędkość posuwu wzdłużnego, prędkość obrotowa przedmiotu, a także zakłócenia w postaci zmiany twardości obrabianego materiału i naddatku względem długości i średnicy części.

Wektor odkształceń sprężystych jest określony wektorami sił skrawania wielkości sterujących, wchodzących do układu zapewnienia "wibrostabilności". Właściwości dynamiczne ekwiwalentnego układu sprężystego mogą być, w przybliżeniu, opisane równaniami drugiego rzędu.

Na wybór zmiennych technologicznych istotny wpływ ma zjawisko skrawania "po śladzie", przejawiające się w tym, że chwilowe wartości ich składowych są określone przez wartości elementów wektora wejściowego i wektora odkształceń sprężystych, nie tylko w bieżącym momencie, ale także w czasie poprzedniego obrotu części. W wyniku tego, układ dynamiczny jest opisywany układem równań całkowo-różniczkowych ze zmiennym opóźnionym argumentem. W wyniku analizy procesów zachodzących w układzie dynamicznym maszyn, otrzymano układ równań i funkcje przejścia oraz uogólnioną strukturę obiektu sterowania.

## 3. MODELOWANIE UKŁADÓW DYNAMICZNYCH OBRÓBKI MECHANICZNEJ CZĘŚCI SPRĘŻYŚCIE-ODKSZTAŁCALNYCH

### **3.1. Modele dynamiczne toczenia części sprężyście-odkształcalnych o małej sztywności**

# 3.1.1. Modelowanie toczenia sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności

Wyjściowy model matematyczny układu dynamicznego przedstawiono w podrozdziale 2.2.4.

W celu zwiększenia dokładności obróbki wałów o małej sztywności opracowano sposoby technologiczne sterowania dokładnością, oparte na zmianie stanu sprężyście-odkształcalnego [10, 11]. Jako oddziaływania sterownicze, zgodnie z przyjętą klasyfikacją [11, 133, 141], są wykorzystywane poszczególne siłowe oddziaływania regulacyjne lub ich kombinacja: rozciąganie osiowe i mimośrodowe; sterowanie dodatkowymi siłowymi oddziaływaniami, nakierowanymi na kompensację czynników siłowych od procesu skrawania; momenty zginające w podporach; sterowanie odkształceniami siłowymi zginająco-skręcającymi.

Modele matematyczne (*MM*) układu technologicznego, przy ustalonych parametrach, opracowano w postaci zależności funkcjonalnych, odzwierciedlających wpływ parametrów regulujących i zakłócających na sprężyste odkształcenia części w rozpatrywanym przekroju. Stosując zasady mechaniki ciała sztywnego odkształconego otrzymano zależności funkcjonalne w przypadku układu technologicznego przy różnych rodzajach stanu sprężyścieodkształcalnego części o małej sztywności.

Modele matematyczne różnych układów technologicznych obróbki przy sterowaniu stanem sprężyście-odkształcalnym przy parametrach ustalonych przedstawione w postaci funkcji przemieszczeń uzyskano przy założeniu, że siła zginająca działająca na część jest zmienną zewnętrzną niezależną od odkształceń sprężystych układu technologicznego. Przy takim podejściu nie uwzględnia się "zamknięcia układu sprężystego" przez proces skrawania, ponieważ nie powoduje ono istotnych błędów wyników analizy charakterystyk statycznych obiektu sterowania. Analiza budowy odpowiedniego *MM* obiektu sterowania w przypadku parametrów przejściowych jest niemożliwa, bez uwzględnienia specyfiki procesów w strefie skrawania. *MM* rozpatrywanego obiektu sterowania – *UD* ze sterowaniem stanem sprężyście-odkształcalnym części o małej sztywności utworzono, stosując ogólne zasady budowy *MM* układów dynamicznych [2, 5–8] obróbki mechanicznej. Specyfikę procesu obróbki części o małej sztywności uwzględniono poprzez wprowadzenie odpowiednich równań więzów [6, 133], odzwierciedlających wzajemne powiązania dodatkowych odkształceń sprężystych  $\Delta g_{\xi}$ , do jednego z równań, zawierających siłowe oddziaływania sterujące, układu równań (2.28)–(2.34).

Ekwiwalentne odkształcenia sprężyste *UT* przy obróbce części o małej sztywności można przedstawić w postaci dwóch składowych:

$$g_{\zeta} = g_{\zeta obr.} + g_{\zeta cz.}, \qquad (3.1)$$

gdzie:  $g_{\zeta obr}$  i  $g_{\zeta cz}$  są odpowiednio odkształceniami sprężystymi obrabiarki – przyrządu – narzędzia i części każdej współrzędnej;  $\zeta \in \{x, y, z\}$ .

Składowa pierwsza, w tym zależności w rozpatrywanych *UT*, jest w zasadzie o rząd wielkości mniejsza i można jej nie uwzględniać.

Odkształcenia sprężyste *UT* w kierunku promieniowym  $g_y$ , zgodnie z równaniami odkształceń [141], przy ustalonych parametrach, mogą być rozpatrywane jako deterministyczna nieliniowa funkcja parametrów części L, d, EI; składowych siły skrawania  $F_c, F_p, F_f$  oraz różnych oddziaływań regulacyjnych w postaci: siły rozciągającej  $F_{x1}$ , siły rozciągającej mimośrodowej, tworzącej dwa oddziaływania regulacyjne  $F_{x1}$  i momentu  $M = F_{x1} \cdot e$  (gdzie e – mimośród siły przy rozciąganiu), jednej lub kilku dodatkowych sił  $F_{dodi}$ , momentów zginających  $M_i$ , momentu skręcającego  $M_{skr}$  lub ich kombinacji:

$$g = f(L, d, EI, F_c, F_p, F_f, F_{x1}, e, F_{dod,i}, M_i, M_{skr}, x).$$
(3.2)

Przyjmując, że rzeczywista prędkość posuwu wzdłużnego i prędkość zmiany współrzędnej x są względnie niewielkie, przy analizie procesów przejściowych, można pominąć zmiany współrzędnej x w funkcji czasu. Zależność (3.2) w postaci operatorowej można zatem zapisać jako:

$$g_{y}(s) = K_{xy} \cdot F_{f}(s) + K_{yy} \cdot F_{p}(s) + K_{zy} \cdot F_{c}(s) + K_{F_{x1}} \cdot F_{x1}(s) + K_{e} \cdot e(s) + K_{F_{dod,i}} \cdot F_{dod,i}(s) + K_{M_{i}} \cdot M_{i}(s) + K_{M_{skr}} \cdot M_{skr}(s)$$
(3.3)

Podwójnymi indeksami przy współczynnikach *K* oznaczono współczynniki  $K_{xy}, K_{zy}$ , wykazujące wpływ przyrostu składowych  $F_f, F_c$  na przyrost odkształceń sprężystych względem współrzędnej *y* ( $K_e = K_e \cdot F_{xl_0}$ ). Współczynniki wzmocnienia równań liniowych są określane jako pochodne cząstkowe funkcji odkształceń według odpowiedniej zmiennej. Na przykład w przypadku *UT* obróbki przy działaniu osiowej siły rozciągającej  $F_{xl_1}$ , powodującej stan sprężyście-odkształcalny z równań odkształceń sprężystych można określić [141]:

$$K_{yy} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial F_{p}}\right)_{0} = \frac{L^{3} \cdot \left[1 - \cos(2\pi x_{0}/L)\right]^{2}}{2\pi^{2} \cdot (4\pi^{2} \cdot EI + F_{x1_{0}} \cdot L^{2})},$$
(3.4)

$$K_{F_{x1}} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial F_{x1}}\right)_{0} = -\frac{F_{p} \cdot L^{5} \left[1 - \cos(2\pi x_{0} / L)\right]^{2}}{2\pi^{2} \cdot (4\pi^{2} \cdot EI + F_{x1} \cdot L^{2})} = -\frac{g_{y_{0}} \cdot L^{2}}{4\pi^{2} \cdot EI + F_{x1} \cdot L^{2}}, \quad (3.5)$$

gdzie:  $F_{xl_0}, g_{y_0}$  – wartości siły rozciągającej i odkształcenia sprężystego części względem współrzędnej y w punkcie linearyzacji (wartości zmiennych, odnośnie których są określane przyrosty zmiennych).

W rozpatrywanym szczególnym przypadku pozostałe współczynniki w zależności (3.3) są równe zero. Współczynniki wzmocnienia, odpowiadające innym *UD* w przypadku różnych sposobów obciążenia (przy zginaniu wzdłużno-poprzecznym i różnych zamocowaniach) przy obróbce części sprężyście-odkształcalnych, zaprezentowano w tab. 3.1 i tab. 3.2 – rubryka 2,  $x_0$  jest współrzędną położenia noża w punkcie linearyzacji. Dodatkowe odkształcenia sprężyste  $g_{fx}$ ,  $g_{fz}$  względem współrzędnych x i z w wyniku działania rozpatrywanych siłowych oddziaływań sterujących, w zasadzie nie wpływają w istotny sposób na właściwości dynamiczne *OS*. Można więc je pominąć.

Właściwości rozpatrywanych układów dynamicznych obróbki toczeniem wałów o małej sztywności mogą być opisane równaniami (2.28)–(2.34), konkretyzowanych i uzupełnionych zależnością (3.3):

$$\begin{cases} F_{\zeta}(s) = m_{\zeta} \cdot a(s) + n_{\zeta} \cdot b(s) + q_{\zeta} \cdot c(s) \\ a(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-s\tau}) \cdot v_{f}(s) - (1 - e^{-s\tau}) \cdot g_{x}(s) - K_{\kappa_{r}}(1 - e^{-s\tau}) \cdot g_{y}(s) \\ b(s) = \frac{1}{s\tau}(1 - e^{-e\tau}) \cdot b_{1}(s) - g_{y}(s) - K_{bz} \cdot g_{z}(s) \\ g_{x}(s) = K_{x} \cdot F_{f}(s), \\ g_{z} = K_{z} \cdot F_{c}(s) \\ g_{y}(s) = K_{xy} \cdot F_{f}(s) + K_{yy} \cdot F_{p}(s) + K_{zy} \cdot F_{c}(s) + K_{F_{x1}} \cdot F_{x1}(s) + \\ + K_{e} \cdot e(s) + K_{Fdodi} \cdot F_{dodi}(s) + K_{M_{i}} \cdot M_{i}(s) + K_{M_{skr}} \cdot M_{skr}(s) \\ c(s) = \frac{1}{s\tau}(1 - e^{-s\tau}) \cdot c_{1}(s) \\ \zeta \in \{x, y, z\} \end{cases}$$
(3.6)

THE STORE I AND THE TIG IGHT	ны очистату маша и томпаніасні піпсат усоманусці піоцені піателнагусли усп
Nr modelu, oddziaływanie sterownicze, źródło informacji	Współczynnik oddziaływania w równaniach linearyzowanych modeli matematycznych
1	2
	Współczynnik oddziaływania w równaniach linearyzowanych MM przy zginaniu wzdłużno-poprzecznym
	$K_{yy} = \left(\frac{\partial g_y}{\partial F_p}\right)_0 = \left[(\beta \alpha L ch\alpha L - sh\beta \alpha L)(sh\alpha x_0 - \alpha x_0)/\alpha F_{xl}(\alpha L ch\alpha L - sh\alpha L)\right] -$
	$-\left[L(\beta sh\alpha L - sh\beta\alpha L)(ch\alpha x_0 - 1)/F_{x_1}(\alpha Lch\alpha L - sh\alpha L)\right]$
	$K_{F_{x1}} = \left(\frac{\partial g_y}{\partial F_{x1}}\right)_0 = \left\{F_p \cdot \left[\beta L \alpha' ch \alpha L + \beta L^2 \alpha' sh \alpha L - \beta L \alpha' ch \beta \alpha L\right] (sh \alpha x_0 - \alpha x_0) + \right.$
Model 1.1	$+ F_p(x_0\alpha'ch\alpha x_0 - x_0\alpha') [\beta\alpha L \cdot ch\alpha L - sh\beta\alpha L] \Big\} / \alpha F_{x_1}(\alpha Lch\alpha L - sh\alpha L) -$
rozciąganie osiowe [141]	$-\left\{ \alpha^{2}Lch\alpha L-\alpha sh\alpha L+\alpha F_{x_{1}}(\alpha'Lch\alpha L+\alpha L^{2}\alpha'sh\alpha L-\alpha'Lch\alpha L)\right\} \times$
	$\times F_{p}[\beta a L cha L - sh\beta a L](sha x_{0} - a x_{0})/\alpha^{2} F_{x1}^{2}(a L cha L - sha L)^{2} -$
	$-F_{p}L[(\alpha'L\beta ch\alpha L-\alpha'\beta ch\alpha\beta L)(ch\alpha x_{0}-1)+(\beta sh\alpha L-sh\alpha\beta L)](\alpha'x_{0}sh\alpha x_{0}-1)\times$
	$\times 1/F_{x_1}(\alpha Lch\alpha L - sh\alpha L) - \left\{ \alpha Lch\alpha L - sh\alpha L + \alpha'F_{x_1}\alpha L^2 sh\alpha L + \alpha'Lch\alpha L \right\} \times$
	$ imes F_p L(eta h lpha L - sh lpha eta L)(ch lpha x_0 - 1)/F_{x1}^2(lpha L ch lpha L)^2,$
	$\beta = \frac{L-\alpha}{L},  \alpha = \sqrt{\frac{F_{xI}}{EI}},  \alpha' = \frac{1}{2\sqrt{F_{xI}/EI}}.$
Model 3.2	$K_{yy} = \left(\frac{\partial g_y}{\partial F_p}\right)_0 = \frac{L^3 \cdot \left[1 - \cos(2\pi x_0 / L)\right]^2}{\pi^2 \cdot \left[8\pi^2 \cdot EI + 2F_{x_1} \cdot L^2\right]},$
Kozciąganie oslowe z mocowaniem w oprawce [141]	$K_{F_{\mathbf{X}1}} = \left(\frac{\partial g_y}{\partial F_{\mathbf{X}1}}\right)_0 = -\frac{F_p \cdot L^5 \cdot \left[\mathbf{I} - \cos(2\pi x_0 / L)\right]^2}{2\pi^2 \cdot \left[4\pi^2 \cdot EI + F_{\mathbf{X}1} \cdot L^2\right]^2}.$

Tab. 3.1. Modele i współczynniki oddziaływania w równaniach linearyzowanych modeli matematycznych



Tab. 3.1. c.d. Modele i współczynniki oddziaływania w równaniach linearyzowanych modeli matematycznych

Tab. 3.2. Modele i współczynniki oddziaływania w równaniach linearyzowanych MM

	Współczynnik oddziaływania w równaniach linearyzowanych MM przy zginaniu poprzecznym	$\begin{array}{l} 0 < \mathbf{x} < \mathbf{L} \\ K_{yy} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial F_{p}}\right)_{0} = \frac{x_{0}^{2}}{12L^{3} \cdot EI} \cdot \left[4x_{0} \cdot L^{3} - 9x_{0}^{2} \cdot L^{2} + 6x_{0}^{3} \cdot L - x_{0}^{4}\right], \\ K_{xy} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial F_{p}}\right)_{0} = \frac{x_{0}^{2}}{8L^{3} \cdot EI} \cdot \left[3x_{0} \cdot L^{2} - 5x_{0}^{2} \cdot L + x_{0}^{3} - 2L^{3}\right], \\ K_{xy} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial E^{3} \cdot EI}\right)_{0} = \frac{d \cdot x_{0}^{2}}{96L^{3} \cdot EI} \cdot \left[3x_{0} \cdot L^{2} - 5x_{0}^{2} \cdot L + x_{0}^{3} - 2L^{3}\right], \\ \mathbf{K}_{F_{abol}1} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial E^{abol}1}\right)_{0} = \frac{x_{0}^{2}}{96L^{3} \cdot EI} \cdot \left[(L - b)^{2} \cdot (5L + b) \cdot (3L - x_{0}) + \right], \\ \mathbf{K}_{F_{abol}2} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial E^{bbol}}\right)_{0} = \frac{x_{0}^{2}}{96L^{3} \cdot EI} \cdot \left[(L + b)^{2} \cdot (5L - b) \cdot (3L - x_{0}) + \right], \\ \mathbf{K}_{F_{abol}1} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial E^{bbol}1}\right)_{0} = \frac{x_{0}^{2}}{96L^{3} \cdot EI} \cdot \left[(L + b)^{2} \cdot (5L - b) \cdot (3L - x_{0}) + \right], \\ \mathbf{K}_{F_{abol}2} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial E^{bbol}1}\right)_{0} = \frac{1}{96L^{3} \cdot EI} \cdot \left[x_{0}^{2} \cdot (L - b)^{2} \cdot (5L + b) \cdot (3L - x_{0}) + \right], \\ \mathbf{K}_{F_{abol}2} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial E^{bbol}1}\right)_{0} = \frac{1}{96L^{3} \cdot EI} \cdot \left[x_{0}^{2} \cdot (L - b)^{2} \cdot (5L - b) \cdot (3L - x_{0}) + \right], \\ \mathbf{K}_{F_{abol}2} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial E^{bbol}1}\right)_{0} = \frac{x_{0}^{2}}{96L^{3} \cdot EI} \cdot \left[(L + b)^{2} \cdot (5L - b) \cdot (3L - x_{0}) + \right], \\ \mathbf{K}_{F_{abol}2} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial E^{bbol}1}\right)_{0} = \frac{x_{0}^{2}}{96L^{3} \cdot EI} \cdot \left[x_{0}^{2} \cdot (L - b)^{2} \cdot (5L - b) \cdot (3L - x_{0}) + \right], \\ \mathbf{K}_{F_{abol}2} = \left(\frac{\partial g_{y}}{\partial E^{bbol}1}\right)_{0} = \frac{x_{0}^{2}}{96L^{3} \cdot EI} \cdot \left[(L + b)^{2} \cdot (5L - b) \cdot (3L - x_{0}) + \right] $
1		Model 2.4 D dodatkowe od ró rozmieszczo-nyc wibracji

Tab. 3.2.c.d. Modele i współczynniki oddziaływania w równaniach linearyzowanych MM

( an	ны очистату манта w тоwнантасть пнеагудоманусть тупут
1	2
	Współczynnik oddziaływania w równaniach linearyzowanych <i>MM</i> przy zginaniu nonrzecznym
	$\frac{1}{(L+b)/2} < x < L$
	$K_{F_{dot,1}} = \left(rac{\partial g_y}{\partial F_{dod,1}} ight)_0 = rac{1}{96L^3 \cdot EI} \cdot \left[x_0^2 \cdot (L-b)^2 \cdot (5L+b) \cdot (3L-x_0) +  ight.$
Model 2.4 Dwie siły dodatkowe od równomiernie	$+24x_0^2 \cdot L^3 \cdot (4x_0 - L + b) - 16L^3 \cdot (x_0 - \frac{L - b}{2})^3 \Big],$
rozmieszczo-nych tłumików wibracji [141]	$K_{F_{dod,2}} = \left(\frac{\partial g_y}{\partial F_{dod,2}}\right)_0 = \frac{1}{96L^3 \cdot EI} \cdot \left[x_0^2 \cdot (L+b)^2 \cdot (5L-b) \cdot (3L-x_0) + \right]$
	$+24x_0^2 \cdot L^3 \cdot (4x_0 - L + b) - 16L^3 \cdot (x_0 - \frac{L + b}{2})^3 ].$
	$K_{yy} = \left(\frac{\partial g_y}{\partial F_p}\right)_0 = \frac{x_0^2}{12L^3 \cdot EI} \cdot \left[4x_0 \cdot L^3 - 9x_0^2 \cdot L^2 + 6x_0^3 \cdot L - x_0^4\right],$
Model 2.5 Sila dodatkowa od ruchomego dźwigniowego tłumika	$K_{x_y} = \left( rac{\partial g_y}{\partial F_f}  ight)_0 = rac{d \cdot x_0^2}{12L^3 \cdot EI} \cdot \left[ 3 x_0 \cdot L^2 - 5 x_0^2 \cdot L + x_0^3 - 2 L^3  ight],$
wibracji [141]	$K_{F_{dool.}} = \left(rac{\partial g_y}{\partial F_{dool.}} ight)_0 = rac{1}{12L^3 \cdot EI} \cdot \left[x_0^3 \cdot \left(x_0 + \delta ight)^2 \cdot \left(x_0 - 3L ight) -  ight.$
	$-3x_0^2 \cdot L \cdot (x_0 + \delta)^2 \cdot (x_0 - 3L) + 2L^3 \cdot (x_0^3 + \delta^3 - 3x_0^2 \cdot (x_0 + \delta)]$

Tab. 3.2.c.d. Modele i współczynniki oddziaływania w równaniach linearyzowanych MM

2	Współczynnik oddziaływania w równaniach linearyzowanych <i>MM</i> przy zginan poprzecznym	$K_{yy} = \left(\frac{\partial g_y}{\partial F_p}\right)_0 = \frac{1}{3L^3} \cdot \left[\frac{x_0 L^2 (L - x_0)^2}{EI_1} + \frac{\alpha_1^3}{EI_2} \cdot \left(2L^3 - 5L^2 \cdot x_0 + 5L \cdot x_0^2\right)\right],$	$K_{M_1} = \left(\frac{\partial g_y}{\partial M_1}\right)_0 = \frac{1}{3L^3} \cdot \left[\frac{x_0 \cdot L \cdot ((L - x_0)^2 - x_0^2 - 3x_0 \cdot (L - x_0) - 2(L - x_0)^2)}{EI_1}\right]$	dwóch $+ \frac{a_1^3 \cdot 2L \cdot (L-2x_0)}{EI_2}$ ,	$K_{M_2} = \left(\frac{\partial g_y}{\partial M_2}\right)_0 = \frac{1}{3L^3} \cdot \left[\frac{x_0 \cdot L \cdot ((L - x_0)^2 - x_0^2 - 3x_0 \cdot (L - x_0) - 2(L - x_0)^2)}{EI_1}\right]$	$+ \frac{a_1^3 \cdot 2L \cdot (2x_0 - L)}{EI_2} \bigg].$
1				Model 2.6 Momenty zginające na podporach [141]		

Tab. 3.2.c.d. Modele i współczynniki oddziaływania w równaniach linearyzowanych MM

Uogólniony schemat układu dynamicznego obróbki toczeniem wałów o małej sztywności w stanie sprężyście-odkształcalnym, odpowiadający układowi równań (3.6), przedstawiono na rys. 3.2 [145, 146, 154]. Na tym schemacie w celu uproszczenia nie uwzględniono kanału oddziaływania, odzwierciedlającego przyrost twardości c(s) obrabianego materiału. Uwzględnienie siły  $F_z$ , prowadzi do powstania w strukturze obiektu sterowania dodatkowego obwodu ujemnego sprzężenia zwrotnego. W przypadku procesu toczenia zewnętrznego zwiększenie odkształceń sprężystych względem współrzędnej Z prowadzi do zmniejszenia głębokości skrawania (ujemne sprzężenie zwrotne). Przy roztaczaniu, wzrost wartości odkształceń sprężystych względem współrzędnej Z powoduje dodatkowe zwiększenie szerokości warstwy skrawanej. Powstające dodatnie sprzężenie zwrotne w układzie dynamicznym obiektu sterowania może mieć istotny wpływ na stabilność tego układu.



Rys. 3.2. Początkowy schemat strukturalny obiektu sterowania

Wykorzystując strukturę uogólnioną, można otrzymać funkcje transmitancji obiektu sterowania według różnych oddziaływań. W większości przypadków możliwa jest aproksymacja [8, 9] zależności, z uwzględnieniem specyfiki różnych układów dynamicznych, do określania funkcji transmitancji układu dynamicznego, co ułatwia ich zastosowanie w praktyce inżynierskiej. Do sterowania procesem, jako oddziaływanie regulujące, często jest stosowana prędkość posuwu wzdłużnego narzędzia, a jako wielkość regulowana jest przyjmowana jedna ze składowych sił skrawania (na przykład styczna  $F_c$ ). Na podstawie analizy numerycznej współczynników  $K_{xy}$  i  $K_{bz}$  wykazano, że kanały sprzężenia zwrotnego, realizowane przez te współczynniki, nie wpływają w istotny sposób na właściwości dynamiczne obiektu sterowania w przypadku rozpatrywanych zmiennych wejściowej i wyjściowej. Schemat strukturalny obiektu sterowania można zatem sprowadzić do postaci przedstawionej na rys. 3.3.



Rys. 3.3. Schemat strukturalny obiektu sterowania według oddziaływania sterowniczego – prędkości posuwu wzdłużnego  $v_f(s)$ 

Na podstawie schematu (rys. 3.3) funkcja transmitancji układu dynamicznego w przypadku wskazanych współrzędnych może być zapisana jako:

$$G_{1z}(s) = \frac{F_c(s)}{v_f(s)} = \frac{m_z \cdot A(1 - e^{-s\tau})}{s \cdot \left[1 + B(1 - e^{-s\tau})\right]},$$
(3.7)

gdzie:

$$A = 1 - \frac{n_z}{m_z} \cdot \frac{m_y K_{yy}}{1 + n_y K_{yy}},$$
(3.8)

$$B = \frac{m_x K_x + K_{\kappa_r} \cdot m_y \cdot K_{yy} (2 + n_y \cdot K_{yy})}{1 + n_y \cdot K_{yy}}.$$
(3.9)

Składowe siły skrawania, bez uwzględnienia odkształcenia kontaktowego na powierzchni przyłożenia noża, można zapisać w postaci [2, 4, 6, 178]:

$$F_c = Q_{pw} \cdot a \cdot b, \quad F_p = Q_{pw} \cdot a \cdot b \cdot K'_y, \quad F_f = Q_{pw} \cdot a \cdot b \cdot K'_x,$$

gdzie:  $Q_{pw}$  – względna praca powstawania wióra,

 $K'_{y}, K'_{x}$  – stałe współczynniki przy określonych warunkach skrawania.

Wtedy można zapisać:

$$\begin{split} m_{z} &= \left(\frac{\partial F_{c}}{\partial a}\right)_{0} = Q_{pw_{0}} \cdot b_{0} \cdot K_{z}, \ m_{y} = \left(\frac{\partial F_{p}}{\partial a}\right)_{0} = Q_{pw_{0}} \cdot b_{0} \cdot K_{y}, \\ m_{x} &= \left(\frac{\partial F_{f}}{\partial a}\right)_{0} = Q_{pw_{0}} \cdot b_{0} \cdot K_{x}, \\ n_{z} &= \left(\frac{\partial F_{c}}{\partial b}\right)_{0} = Q_{pw_{0}} \cdot a_{0} \cdot K_{z}, \ n_{y} = \left(\frac{\partial F_{p}}{\partial b}\right)_{0} = Q_{pw_{0}} \cdot a_{0} \cdot K_{y}, \\ n_{x} &= \left(\frac{\partial F_{f}}{\partial b}\right)_{0} = Q_{pw_{0}} \cdot a_{0} \cdot K_{x} \end{split}$$

i

$$\begin{split} n_{y}m_{x} &= \mathcal{Q}_{pw_{0}}a_{0}K_{y}\mathcal{Q}_{pw_{0}}b_{0}K_{x}, \quad m_{z}n_{x} &= \mathcal{Q}_{pw_{0}}b_{0}K_{z}\mathcal{Q}_{pw_{0}}a_{0}K_{x}, \\ m_{y}n_{x} &= \mathcal{Q}_{pw_{0}}b_{0}K_{y}\mathcal{Q}_{pw_{0}}a_{0}K_{x}, \quad n_{z}m_{x} &= \mathcal{Q}_{pw_{0}}a_{0}K_{z}\mathcal{Q}_{pw_{0}}b_{0}K_{x}, \\ n_{y}m_{x} &= m_{y}n_{x}, \quad m_{z}n_{x} = n_{z}m_{x}. \end{split}$$

Przytoczone zależności umożliwiają przekształcanie współczynników A i B, wchodzących do odpowiednich funkcji transmitancji obiektu sterowania według różnych oddziaływań sterujących i zakłócających.

Analogicznie można uzyskać funkcje transmitancji układu dynamicznego toczenia według oddziaływania sterowniczego w przypadku składowych sprężystych siły skrawania, które po przekształceniu wchodzących do nich współczynników można przedstawić w postaci:

$$G_{1x}(s) = \frac{F_f(s)}{v_f(s)} = \frac{m_x \cdot A(1 - e^{-s\tau})}{s \cdot \left[1 + B(1 - e^{-s\tau})\right]},$$
(3.10)

$$G_{1y}(s) = \frac{F_p(s)}{v_f(s)} = \frac{m_y \cdot A(1 - e^{-s\tau})}{s \cdot \left[1 + B(1 - e^{-s\tau})\right]}.$$
(3.11)

Zależność (3.11) jest istotna w przypadku obróbki wałów o małej sztywności, ponieważ odkształcenia sprężyste w wyniku działania składowej  $F_p$  siły skrawania w największym stopniu wpływają na dokładność obróbki części.

W pracach [2, 7, 8, 9] rozpatrzono możliwość zastąpienia uzyskanych zależności funkcji transmitancji operatorowej według (3.7), (3.10), (3.11) – przybliżonymi, których zastosowanie istotnie upraszcza obliczenia charakterystyk

modeli układu dynamicznego. Analizę przeprowadzono zgodnie z kryterium przybliżonymi dokładności odtworzenia zależnościami rzeczy-wistych charakterystyk modelu, w płaszczyźnie czasowej i często-tliwościowej. Rodzaj aproksymowanych zależności należy określać z uwzględnieniem liczbowej wartości współczynnika B. Ustalono, że wartość B = 0, 1 jest "graniczna", przy której celowe jest przejście od jednego rodzaju aproksy-mowanej zależności do drugiego. Wartość współczynnika B jest określana według zależności (3.9) jako stosunek sztywności ekwiwalentnego układu sprężystego i współczynników oddziaływania procesu skrawania i może być wskaźnikiem sztywności względnej układu dynamicznego. Duże zakresy zmian parametrów obróbki na obrabiarkach, na przykład zmiana twardości obrabianego materiału, naddatku na obróbkę, geometrii noża wywołują szeroki zakres zmie-nności współczynników  $m_x, m_y, K_{\kappa_x}, K_x, K_{yy}$  oraz odpowiednio B [2, 3, 4, 7, 38].

Wyniki obliczeń pokazują, że przy obróbce wałów o małej sztywności, jak również przy obróbce zgrubnej i kształtującej części o normalnej sztywności, wartości współczynnika *B* są znacznie większe od wskazanej "granicznej" wartości B = 0, 1. W takim przypadku zależności aproksymujące transmitancję operatorową według (3.7), (3.10), (3.11) powinno się budować, rozwijając funkcję wykładniczą  $e^{-s\tau}$  w szereg Pade, który z uwzględnieniem pierwszych dwóch członów można zapisać w postaci:

$$e^{-s\tau} = \left(1 - \frac{1}{2}s \cdot \tau + \frac{1}{12}s^2 \cdot \tau^2\right) / \left(1 + \frac{1}{2}s \cdot \tau + \frac{1}{12}s^2 \cdot \tau^2\right).$$

Po przekształceniu zależności (3.7), (3.10), (3.11), transmitancje operatorowe układu dynamicznego sprowadzano do postaci transmitancji operatorowych typowych ogniw aperiodycznych drugiego rzędu [145, 146, 154]:

$$G_{1z}(s) = \frac{A \cdot m_z \cdot \tau}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)},$$

$$G_{1x}(s) = \frac{A \cdot m_x \cdot \tau}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)},$$

$$G_{1y}(s) = \frac{A \cdot m_y \cdot \tau}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)},$$
(3.12)

Ekwiwalentne stałe czasowe wyznaczano z zależności:

$$T_{1,2} = 0.5\tau \cdot \left[ 0.5 + B \pm \sqrt{(0.5 + B)^2 - 1/3} \right].$$
(3.13)

Funkcje transmitancji obiektu sterowania według oddziaływania zakłócającego, w tym przypadku zmiany naddatku na obróbkę, są również zapisywane w sposób strukturalny, zgodnie z rys. 3.2 i aproksymowane zależnościami:

$$G_{2\zeta}(s) = \frac{F_{\zeta}(s)}{b_1(s)} = \frac{n_{\zeta}}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)},$$
(3.14)

gdzie  $\zeta \in \{x, y, z\}.$ 

W przypadku układu dynamicznego o niskiej względnej sztywności (B > 0,5-0,7) stała czasowa  $T_2$  według (3.13) jest o rząd wielkości mniejsza od  $T_1$ . Stałej  $T_2$  można więc nie uwzględniać i opisać w przybliżeniu właściwości dynamiczne modelu obiektu sterowania transmitancjami operatorowymi ogniwa aperiodycznego pierwszego rzędu. Z zależności (3.12)–(3.14) wynika, że parametry obiektu sterowania, przy zmianie parametrów obróbki, zmieniają się w szerokim zakresie. Na przykład, na tokarkach uniwersalnych wielkość  $\tau$  może ulegać zmianie od 10 do 20 razy, a wielkość  $m_{\zeta}$ ,  $n_{\zeta}$  – od 5 do 10 razy. Współczynnik oddziaływania obiektu sterowania w tych warunkach ulega zmianie od 50 do 20 razy, a jego stałe czasowe – ponad 10-krotnie. W takich uwarunkowaniach do sterowania procesami należy zastosować układy adaptacyjne [17, 18, 117].

#### 3.1.2. Uproszczenie modelu matematycznego toczenia sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności

Uogólniona struktura modelu obiektu sterowania, zbudowana zgodnie z układem równań (3.6) (rys. 3.2), umożliwia również określenie właściwości układu dynamicznego, w przypadku gdy jako współrzędną wyjściową przyjęto przyrost odkształceń sprężystych  $g_y$  w kierunku promieniowym, a jako oddziaływania wejściowe – dodatkowe siły zewnętrzne, zmieniające stan sprężyście-odkształcalny części. Na przykład, w przypadku sterowania stanem sprężyście-odkształcalnym części o małej sztywności, w wyniku przyłożenia siły rozciągającej  $F_{x1}$ , struktura obiektu sterowania ulegnie przekształceniu do postaci pokazanej na rys. 3.4.

W oparciu o przytoczony schemat, po przekształceniu zależność do określania transmitancji operatorowej modelu układu dynamicznego, w przypadku, gdy jako wyjściowa współrzędna przyjęto przyrost odkształceń sprężystych  $g_y$ , w kierunku promieniowym, sprowadzano do postaci [145, 146, 154]:

$$G_{F_{x1}}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{1 + A' \cdot (1 - e^{-s\tau})}{1 + B' \cdot (1 - e^{-s\tau})},$$
(3.15)

gdzie:

$$K_0 = K_{F_{x1}} \cdot \frac{1}{1 + K_{yy} \cdot n_y + K_{xy} \cdot n_x + K_{bz} \cdot K_z \cdot n_z},$$
 (3.16)

$$A' = m_x \cdot K_x + K_{\kappa_r} \cdot m_y \cdot K_y \tag{3.17}$$

$$B' = \frac{m_x \cdot K_x + K_{\kappa_r} \cdot m_y \cdot K_{yy} \left[ 2 + K_{yy} \cdot n_y + K_{bz} \cdot n_z + K_{xy} \cdot m_x / (K_{yy} \cdot m_y) + K_{bz} \cdot K_z \cdot m_z / (K_{yy} \cdot m_y) \right]}{1 + K_{yy} \cdot n_y + K_{xy} \cdot n_z + K_{bz} \cdot K_z \cdot n_z}$$
(3.18)

Przy określonych wartościach współczynników, wchodzących do zależności (3.15)–(3.18) można je istotnie uprościć. Stosując obliczenia, wykazano, że przy obróbce części o małej sztywności przy przyłożeniu oddziaływania siłowego, w zasadzie można nie uwzględniać składowych zawierających  $K_{bz}$  i  $K_{xy}$ . Zależność do określania B' w tych warunkach sprowadza się do postaci (3.9), a współczynnik  $K_0$  ulega znacznemu uproszczeniu. Mianownik transmitancji operatorowej, określany według zależności (3.15), można sprowadzić do postaci członu aperiodycznego drugiego lub pierwszego rzędu. Aby przekształcić licznik do typowej postaci, celowe jest zastosowanie rozwinięcia funkcji  $e^{-s\tau}$  w szereg Pade, przy tym analizowana transmitancja operatorowa przyjmuje postać

$$G_{F_{x1}}(s) = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + T_3' \cdot s + 1}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)}.$$
(3.19)



**Rys. 3.4.** Schemat strukturalny obiektu przy sterowaniu stanem sprężyście-odkształcalnym względem oddziaływania  $F_{x1}$ 

Stałe czasowe  $T_1$  i  $T_2$  są określane według zależności (3.12) przez podstawienie B' w miejsce B, a stałe czasowe w liczniku są odpowiednio równe:

$$T_3 = 0,289\tau; T'_3 = (0,5+A') \cdot \tau . \tag{3.20}$$

Dalsze przekształcenia licznika transmitancji operatorowej (3.15) powinny być wykonywane przy uwzględnieniu stałych czasowych  $T_3$  i  $T'_3$ , które zależą od A'. Jeżeli A' < 0,077, to transmitancja operatorowa układu dynamicznego może być zapisana w następującej typowej postaci [145, 146, 154]:

$$G_{F_{x1}}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + 2\varepsilon \cdot T_3 \cdot s + 1}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)},$$
(3.21)

gdzie:  $\varepsilon$  – współczynnik tłumienia

$$\varepsilon = \frac{0.5 + A'}{0.577}.$$
 (3.22)

W przypadku, gdy  $A' \ge 0,078$ , zależność aproksymująca transmitancji operatorowej przyjmuje postać:

$$G_{F_{x1}} = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{(T_4 \cdot s + 1) \cdot (T_5 \cdot s + 1)}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)},$$
(3.23)  
gdzie  $T_{4,5} = 0.5\tau \cdot \left[ 0.5 + A' \pm \sqrt{(0.5 + A')^2 - 1/3} \right].$ 

Analogicznie, wykorzystując uogólniony schemat strukturalny i układ równań (3.6) uzyskano modele szczegółowe układu dynamicznego w przypadku innych oddziaływań regulujących. Zależności aproksymujące transmitancji operatorowych układu dynamicznego, w przypadku różnorodnych oddziaływań regulujących, pokazanych na rys. 3.2, różnią się od tych zależności tylko wartościami współczynników oddziaływania  $K_0$  obiektu sterowania. Zamiast współczynnika  $K_{F_{x1}}$  w zależności (3.16) do określenia  $K_0$ , w tym przypadku jako mnożniki wchodzą odpowiednie współczynniki oddziaływania  $K_e, K_{F_{dodi}}, K_{M_i}, K_{M_{skr}}$ . Wartości tych współczynników mogą być obliczone według zależności, przedstawionych w tab. 3.1 i tab. 3.2.

W wielu przypadkach, z wystarczającym do praktycznych obliczeń inżynierskich stopniem dokładności, aproksymowane zależności transmitancji operatorowych (3.15) przy rozwinięciu pierwszego członu funkcji  $e^{-s\tau}$  w szereg Pade można zapisać jako:

$$e^{-s\tau} = (1 - \frac{1}{2}s \cdot \tau)/(1 + \frac{1}{2}s \cdot \tau).$$

Transmitancja operatorowa (3.14) może być przekształcona do postaci typowych członów:

$$G_{F_{x1}}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{(T_{02} \cdot s + 1)}{(T_{03} \cdot s + 1)},$$
(3.24)

gdzie:

$$T_0 = \tau, \quad T_{01} = \tau/2, \quad T_{02} = T_{01} + A' \cdot T_0 = \tau \cdot (0, 5 + A'), T_{03} = T_0 \cdot B' + T_{01} = \tau \cdot (0, 5 + B').$$
(3.25)

W modelach matematycznych układu dynamicznego, uogólnionym i szczegółowych, toczenia wzdłużnego sprężyście-odkształcalnych części o małej sztywności, uwzględniono różnorodne warianty aproksymacji funkcji  $e^{-s\tau}$  oraz wpływ geometrii narzędzi skrawających  $K_{\kappa_r} \neq 0$  i  $K_{\kappa_r} = 0$  ( $\kappa_r = 90^\circ$  – przy obróbce części o małej sztywności).

Ę	
ĥ	
J	
102	
ZC	
SO.	
ā	
:	
8	
ne	
nio	я
<u>(</u> )	Ъ.
80	alı
e t	ałc
MO	Z
as	lk
Z	ĕ
ałe	cie
st	, NS
az	ŗę.
0	spi
nia	ie
iiel	tan
CD	V ST
m	
ZM	)ść
Ē	V DC
in.	Ł
- In the second se	Z
łcz	lej.
ĎÓ	na
M	0
ve,	M
MO.	ałć
tor	M
Ira	nia
pe	Zel
e 0	ğ
ncj	2
ta	Jeg
Ē	S
uns	Ē
Ira	na
	dy
3	пp
b.	da
La	uk

$K_{\kappa_r} = 0,  \kappa_r = 90^\circ$	Transmitancja Współczynnik wzmocnienia Stałe czasowe operatorowa UD	5 6 7	Przy utrzymaniu 2 $ K_{E_{i1}} = \frac{K_{E_{i1}}}{K}$ rzłonów rozkładu funkcji $K' = \frac{K_{E_{i1}}}{K}$	$e^{-s\tau}$ w scoreg Pade: $\left  A_{0} - \frac{1 + K_{3y}n_{x} + K_{bx}n_{z}K_{z} + K_{3y}n_{y}}{1 + K_{0}(0.5 + B_{1})^{2} - 1/3} \right $	$G_{T_1}^{r_1}(s) = K_0 \frac{T_2^2 s^2 + T_3' s + 1}{(T_1' s + 1)(T_2' s + 1)} \qquad A_1 = m_x K_x \qquad \qquad T_3 = 0.289 \tau$	$B_{1}^{'} = \frac{m_{x}K_{x}}{1+K_{xy}n_{x}+K_{xx}n_{x}K_{x}+K_{yy}n_{y}} \qquad T_{3}^{'} = (0,5+A_{1}^{'})\tau$	$G_{T1}^{*}(s) = K_0 \frac{T_3^2 s^2 + 2\delta T_3 s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}  K_0 = \frac{K_{R_1}}{1 + K_{29} n_x + K_{R_2} n_z K_z + K_{29} n_y} \qquad T_{1,2} = 0.5 t \left[ 0.5 + B_2^{-1} + K_{1,2} $	$A_2' = 0 \qquad \qquad$	$B_{2}' = n_{x}K_{x}(m_{x}K_{zx}K_{z} + m_{x}K_{xy} + T_{3} = 0.289\tau$	$+m_{y}K_{yy})/ T_{3}' = 0.5\tau$	$\frac{1}{1000} \frac{1}{1000} \frac{1}{10000000000000000000000000000000000$	$K_0 = \frac{K_{F_{\rm M}}}{1 + K_{\rm 3D} n_x + K_{\rm 3D} n_y} \qquad \qquad T_{1,2} = 0.5 t \left[ 0.5 + B_3^{-1} + K_{\rm 3D} n_y \right] $	$\frac{\pm \sqrt{(0.5 + B_s')^2 - 1/3}}{T_s = 0}$	$B_{3}^{'} = n_{x}K_{x}(m_{x}K_{xy} + m_{y}K_{yy})/ \qquad T_{3}^{'} = 0.5\tau /(1 + K_{xy}n_{x} + K_{bx}r_{x}K_{x} + K_{yy}n_{y}) \qquad g_{g} = 0.866$	
	Stale czasowe	4	$T_{1,2}=0, \boldsymbol{5\tau}\big[0, \boldsymbol{5}+B_1\pm$	$\pm \sqrt{(0.5+B_i)^2 - 1/3}$	$T_3 = 0.289\tau$	$T_3^{'}=(0,\boldsymbol{5}+A_1)\boldsymbol{\tau}$	$T_{1,2} = 0.5 \tau [0.5 + B_2 \pm$	$\pm \sqrt{(0,5+B_2)^2 - 1/3}$	$T_3 = 0.289  au$	$T_{3}^{'} = (0,5+A_{2})\tau$		$T_{1,2} = 0, 5 \tau [0, 5 + B_3 \pm$	$\pm \sqrt{(0,5+B_3)^2 - 1/3}$	$T_3 = 0,209\tau$ $T_3' = (0,5+A_2)\tau$	
$K_{\kappa_r} \neq 0,  \kappa_r \neq 90^\circ$	Współczynnik wzmocnienia	3	$K_0 = \frac{K_{F_{\rm sl}}}{1 + K_{\rm sy}n_{\rm x} + K_{b_{\rm s}}n_{\rm z}K_{\rm z} + K_{\rm sy}n_{\rm y}}$	$A_{1} = m_{x}K_{x} + m_{y}K_{y}K_{x}$	$B_1 = [m_x K_x + K_{x_r}(m_y K_y + m_x K_{xy} + K_{xy} m_x K_y m_y) + K_{bz} K_z K_{x_r}(m_z + K_{xy} m_y) + K_{bz} K_{zy} m_z + m_z K_{zy} $	$ + n_z m_y K_y + K_{yy} m_y K_{x_y} (1 + n_y K_y) ]/ $ $/(1 + K_{xy} n_x + K_{bz} K_z n_z + K_{yy} n_y) $	$K_{0} = \frac{K_{F_{ij}}}{1 + K_{ij}n_{x} + K_{bz}n_{z}K_{z} + K_{ij}n_{y}}$	$\begin{split} A_2 &= m_y K_y K_{\kappa_y} \\ B_2 &= \Big\{ K_{\kappa_y} (m_y K_y + K_{xy} n_x m_y K_y) + \end{split}$	$+K_{xy}m_x(K_{x_r}-n_xK_x)+K_{bx}n_xK_x\times$	$ \times \left[ K_{\kappa_r} n_z m_y K_y + m_z (K_{\kappa_r} - n_x K_x) \right] + \\ \times \left[ K_{\kappa_r} n_z m_y K_y + m_z (K_{\kappa_r} - n_x K_x) \right] + $	$/(1 + K_{xy}n_x + K_{bz}K_zn_z + K_{yy}n_y)$	$K_0 = \frac{K_{F_{x_1}}}{1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y}$	$\begin{split} A_2 &= m_y K_y K_{\kappa_r} \\ B_3 &= \Big\{\!$	$+K_{xy}m_x(K_{x_i} - n_xK_x) + K_{xy}m_y(K_{x_i} - n_xK_x)\}/$	(1 + K - n + K - n)
	Transmitancja operatorowa UD	2	Przy utrzymaniu 2 członów rozkładu funkcji $e^{-s\tau}$	w szereg Pade: $T_{2}^{2}s^{2} + T_{2}^{2}s + 1$	$G_{T1}(s) = K_0 \frac{t_3 s_0 + t_3 s_0 + t}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$		$m_x K_x << 1$					$m_x K_x << 1,  K_{bx} m_z K_x << 1$			
N r		-			1			1					1		

Ę	
Ā	
Jyc	
<b>Z</b> 01	
SZC	
ĹŎ	
dn	
0 i	
leg	(j
ion	<u> </u>
() ()	ym
50	aln
e u	ЧC
MC	zt
ası	dks
S	0-
ale	(cie
z st	Ż
ra	Jre
a 0	e st
eni	Ī
Cni	sta
noc	A
ΝZΝ	ści
i.	Vn0
li li	Å
zy n	ZS
Hc	łej
spe	ma
3	0
we	lów
0L0	wał
ato	ia
per	cen
lo a	0C2
ĿĊ.	0
tar	leg
m.	CZI
ans	imi
Tri	/na
e.	<b>d</b>
č	npı
ab	kła
L	п

7	$\begin{split} T_{1,2} &= 0.5 \tau \Big[ 0.5 + B_3 \stackrel{\star}{\pm} \\ \pm \sqrt{(0.5 + B_3)^2 - 1/3} \Big] \\ T_3 &= 0,289 \tau \\ T_3 &= 0,26 \tau \\ \varepsilon &= 0,5 \tau \\ \varepsilon &= 0,866 \end{split}$	$\begin{aligned} T_{1,2} &= 0.5 \tau \Big[ 0.5 + B_1' \pm \\ &\pm \sqrt{(0.5 + B_1')^2 - 1/3} \Big] \\ T_3 &= 0.289 \tau \\ &\varepsilon = \frac{0.5 + A_1}{0.577} \end{aligned}$	$\begin{aligned} T_{1,2} &= 0.5\tau \Big[ 0.5 + B_2' \pm \frac{1}{2} \Big] \\ &\pm \sqrt{(0.5 + B_2')^2 - 1/3} \Big] \\ T_3 &= 0.289\tau \\ &\varepsilon = 0.866 \end{aligned}$	$\begin{split} T_{1,2} &= 0.5 \tau \Big[ 0.5 + B_3' \pm \\ \pm \sqrt{(0.5 + B_3')^2 - 1/3} \Big] \\ T_3 &= 0.289 \tau \\ \varepsilon &= 0.866 \end{split}$	$\begin{aligned} T_{1,2} &= 0.5\tau \Big[ 0.5 + B_4 & \pm \\ \pm \sqrt{(0.5 + B_4)^2} - 1/3 & \end{bmatrix} \\ T_3 &= 0.289\tau \\ \varepsilon &= 0.866 \end{aligned}$
6	$\begin{split} K_{0} &= \frac{K_{F_{4}}}{1+K_{39}n_{y}} \\ A_{2}^{\prime} &= 0 \\ B_{4}^{\prime} &= n_{x}K_{x}K_{39}m_{y} \left((1+K_{39}n_{y})\right) \end{split}$	$ \begin{split} K_0 &= \frac{K_{E_1}}{1+K_{xy}n_x+K_{kx}n_xK_x+K_{yy}n_y} \\ A_1 &= m_xK_x \\ B_1' &= \frac{m_xK_x}{1+K_{xy}n_x+K_{kx}n_xK_x+K_{yy}n_y} \end{split} $	$K_{0} = \frac{K_{E_{1}}}{1 + K_{xy}n_{x} + K_{xx}n_{z}K_{z} + K_{yy}n_{y}}$ $A_{2}^{\prime} = 0, B_{2}^{\prime} = B_{2}^{\prime}$	$K_{0} = \frac{K_{E_{0}}}{1 + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y}}$ $A_{2}^{'} = 0, B_{3}^{'} = B_{3}^{'}$	$K_0 = \frac{K_{F_4}}{1 + K_{30}n_y}$ $A_2' = 0, \ B_4' = B_4'$
2		$G'_{T1}(s) = K_0 \frac{T_2^2 s^2 + 2dT_3 s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$G_{T1}'(s) = K_0 \frac{T_2^2 s^2 + 2dT_3 s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$		
4	$\begin{split} T_{1,2} &= 0, 5\tau[0,5+B_4 \pm \\ \pm \sqrt{(0,5+B_4)^2 - 1/3} \\ T_3 &= 0, 289\tau \\ T_5' &= (0,5+A_2)\tau \end{split}$	$T_{1,2} = 0.5t[0,5+B_1 \pm \sqrt{(0,5+B_1)^2 - 1/3}]$ $T_3 = 0.289\tau$ $\varepsilon = \frac{0.5 + A_1}{0.577}$	$\begin{aligned} T_{1,2} &= 0.57[0.5 + B_2 \pm \\ &\pm \sqrt{(0.5 + B_2)^2 - 1/3} \\ T_3 &= 0.289\tau \\ &\varepsilon = \frac{0.5 + A_2}{0.577} \end{aligned}$	$\begin{array}{l} T_{1,2} = 0.5\tau[0.5 + B_3 \pm \\ \pm \sqrt{(0.5 + B_3)^2 - 1/3} \\ T_3 = 0.289\tau \\ \varepsilon = \frac{0.5 + A_2}{0.577} \end{array}$	$T_{1,2} = 0.5t[0,5 + B_4 \pm \frac{1}{2} (0,5 + B_4)^2 - 1/3]$ $T_3 = 0.289t$ $\varepsilon = \frac{0.5 + A_2}{0.577}$
3	$\begin{split} K_0 &= \frac{K_{E_{41}}}{1+K_{1y}n_y} \\ A_2 &= m_y K_y K_{x_i} \\ B_4 &= [K_{1y}m_y K_{x_i} (n_y K_y + 1) + \\ + K_{1y}m_y (K_{x_i} - n_x K_x)/(1+K_{1y}n_y) \end{split}$	$K_{0} = \frac{K_{E_{ij}}}{1 + K_{ij}n_{x} + K_{iz}n_{z}K_{z} + K_{ij}n_{y}}$ $A_{i} = m_{x}K_{x} + m_{y}K_{y}K_{x},  B_{i} = B_{i}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{A}}}{1 + K_{Xy}n_{x} + K_{bz}n_{z}k_{z} + K_{yy}n_{y}}$ $A_{2} = m_{y}K_{y}K_{x},  B_{2} = B_{2}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{A}}}{1 + K_{Xy}n_{x} + K_{yy}n_{y}}$ $A_{2} = m_{y}K_{y}K_{x_{y}} \cdot B_{3} = B_{3}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{4}}}{1 + K_{1y}n_{y}}$ $A_{2} = m_{y}K_{y}K_{x_{x}}, B_{4} = B_{4}$
2	k <sub>w</sub> <<1	$\begin{split} A_1 <& 0.077 \\ G_{T1}'(s) = K_0 \; \frac{T_s^2 s^2 + 2 z T_{2s} s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \end{split}$	$m_x K_x <<1, A_2 <<0.077$	$m_x K_x \ll 1, \ K_{bc} n_z K_z \ll 1$	$K_{yy} \ll 1$
-		7	5	5	7

i uproszczonych MN	
nia oraz stałe czasowe uogólnionego	nie sprężyście-odkształcalnym (cd.)
, współczynniki wzmocnie	v o małej sztywności w sta
ab. 3.3. Transmitancje operatorow <sup>(</sup>	kładu dynamicznego toczenia wałów

7	$\begin{split} T_{4,5} &= 0.5\tau \big[ 0.5 + A_1^{\prime} \pm \\ \pm \sqrt{(0.5 + A_1^{\prime})^2} - 1/73 \\ T_{1,2} &= 0.5\tau \big[ 0.5 + B_1^{\prime} \pm \\ \pm \sqrt{(0.5 + B_1^{\prime})^2} - 1/3 \end{split}$	$T_{1,2} = 0,5\tau \left[ 0,5 + B_{2}^{2} \pm \sqrt{(0,5 + B_{2}^{2})^{2} - 1/3} \right]$ $\pm \sqrt{(0,5 + B_{2}^{2})^{2} - 1/3} ]$ $T_{3} = 0,289\tau$ $\varepsilon = 0,866$	$T_{1,2} = 0,5\tau \Big[ 0,5 + B_3' \pm \frac{1}{2} + \sqrt{(0,5 + B_3')^2 - 1/3} \Big]$ $T_3 = 0,289\tau$ $\varepsilon = 0,366$	$\begin{array}{l} T_{1,2} = 0,5\tau \Big[ 0,5+B_{4}^{'} \pm \\ \pm \sqrt{(0,5+B_{4}^{'})^{2}-1/3} \end{array} \Big] \\ T_{3} = 0,289\tau \\ \varepsilon = 0,866 \end{array}$	$T_0 = \tau, T_1 = 0, 5\tau$ $T_2 = \tau(0, 5 + A_1')$ $T_3 = \tau(0, 5 + B_1')$
9	$\begin{split} K_{0} &= \frac{K_{x_{ii}}}{1 + K_{xy}n_{x} + K_{xx}n_{x}K_{x} + K_{yy}n_{y}} \\ A_{1}^{'} &= m_{x}K_{x}, \ B_{1}^{'} = B_{1}^{'} \end{split}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{A}}}{1 + K_{Xy}n_{x} + K_{Ex}n_{z}K_{z} + K_{yy}n_{y}}$ $A_{2}^{'} = 0, B_{2}^{'} = B_{2}^{'}$	$K_{0} = \frac{K_{E_{a}}}{1 + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y}}$ $A_{2}^{'} = 0, \ B_{3}^{'} = B_{3}^{'}$	$K_0 = rac{K_{F_4}}{1 + K_{59} n_{5}}$ $A_2^{'} = 0, \ B_4^{'} = B_4^{'}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{a}}}{1 + K_{xy}n_{x} + K_{xx}n_{z}K_{z} + K_{yy}n_{y}}$ $A_{1}^{'} = m_{x}K_{x}, B_{1}^{'} = B_{1}^{'}$
v.	$G'_{T2}(s) = \frac{(T_4s + \mathbf{I})(T_5s + \mathbf{I})}{T_1s + \mathbf{I})(T_2s + \mathbf{I})}$	$G_{T1}'(s) = K_0 \frac{T_2^2 s^2 + 2dT_3 s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$			Przy utrzymaniu 1 człona rozkładu funkcji $e^{-sT}$ w szereg Pade: $G_{T_3}(s) = K_0 \frac{T_2 s + 1}{T_3 s + 1}$
•	$T_{4,5} = 0,5\tau[0,5+A_1 \pm \sqrt{(0,5+A_1)^2 - 1/3}]$ $\pm \sqrt{(0,5+A_1)^2 - 1/3}]$ $\pm \sqrt{(0,5+B_1)^2 - 1/3}]$	$T_{4,5} = 0.5\tau \left[ 0.5 + A_2 \pm \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \left[ 0.5 + A_2 \right]^2 - 1/3 \right]$ $T_{1,2} = 0.5\tau \left[ 0.5 + B_2 \pm \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \left[ 0.5 + B_2 \right]^2 - 1/3 \right]$	$T_{4,5} = 0.5\tau[0,5+A_2 \pm \pm \sqrt{(0,5+A_2)^2 - 1/3}]$ $T_{1,2} = 0.5\tau[0,5+B_3] \pm \pm \sqrt{(0,5+B_3)^2 - 1/3}]$	$\begin{split} T_{4,5} &= 0.5\tau \big[ 0.5 + A_2 \pm \\ \pm \sqrt{(0.5 + A_2)^2 - 1/3} \ \end{bmatrix} \\ T_{1,2} &= 0.5\tau \big[ 0.5 + B_4 \pm \\ \pm \sqrt{(0.5 + B_4)^2 - 1/3} \ \end{bmatrix} \end{split}$	$T_0 = \tau, T_1 = 0.5\tau$ $T_2 = \tau(0.5 + A_1)$ $T_3 = \tau(0.5 + B_1)$
	$K_{0} = \frac{K_{F_{A}}}{1 + K_{Xy}n_{x} + K_{xx}n_{z}K_{z} + K_{yy}n_{y}}$ $A_{1} = m_{x}K_{x} + m_{y}K_{y}K_{x},  B_{1} = B_{1}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{al}}}{1 + K_{xy}n_{x} + K_{bz}n_{z}K_{z} + K_{xy}n_{y}}$ $A_{2} = m_{y}K_{y}K_{x_{y}} , B_{2} = B_{2}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{A}}}{1 + K_{Xy}n_{x} + K_{yy}n_{y}}$ $A_{2} = m_{y}K_{y}K_{x_{y}}, B_{3} = B_{3}$	$K_0 = \frac{K_{F_4}}{1 + K_{yy} n_y}$ $A_2 = m_y K_y K_{K_y}, \ B_4 = B_4$	$\begin{split} K_{0} &= \frac{K_{F_{41}}}{1+K_{33}n_{x}+K_{52}n_{z}K_{z}+K_{33}n_{y}} \\ A_{1} &= m_{x}K_{x}+m_{y}K_{y}K_{x_{y}}, \ B_{1} &= B_{1} \end{split}$
	$\begin{aligned} A_1 \geq 0.078\\ G_{T2}(s) = \frac{(T_4s+1)(T_5s+1)}{T_1s+1)(T_2s+1)} \end{aligned}$	$m_x K_x << 1, A_2 \ge 0.078$	$m_x K_x <<1, K_{b_x} n_z K_z <<1$	$K_{xy} \ll 1$	Przy utrzymaniu 1 człona rozkładu funkcji $e^{-ST}$ w szereg Pade: $G_{T3}(s) = K_0 \frac{T_2 s + 1}{T_3 s + 1}$
-	3	ε	e	3	4

kłź	ndu dynamicznego to	czenia wałów o małej sztyw	⁄ności w stanie spr	ężyście-odkształc	alnym (cd.)	
-	2	3	4	2	6	2
4	$m_x K_x << 1$	$K_0 = \frac{K_{F_{AI}}}{1 + K_w m_v + K_{h,m} K_{z} + K_{v,m,n}}$	$T_0 = \tau$ , $T_1 = 0.5\tau$ $T_2 = \tau(0.5 + A_2)$		$K_0 = \frac{K_{E_{\rm st}}}{1 + K_{\rm sy} n_{\rm x} + K_{\rm bz} n_{\rm z} K_{\rm z} + K_{\rm sy} n_{\rm y}}$	$T_0 = \tau$ $T_1 = T_2 = 0.5\tau$
		$A_2 = m_y K_y K_{x_r}, B_2 = B_2$	$T_3 = \tau(0,5+B_2)$		$A_1' = 0, B_2' = B_2'$	$T_3 = \tau(0,5+B_2')$
	$m_x K_x <<1$ , $K_{bz} n_z K_z <<1$	$K_0 = \frac{K_{F_{\rm al}}}{1 + K_{-}n_{-} + K_{-}n_{-}}$	$T_0 = \tau, T_1 = 0.5\tau$ $T_2 = \tau(0.5 + A_2)$		$K_0 = \frac{K_{F_{A}}}{1 + K_{-,R_{-}} + K_{-,R_{-}}}$	$T_0 = \tau$ $T_1 = T_2 = 0.5\tau$
		$A_2 = m_y K_y K_{k_r},  B_3 = B_3$	$T_3 = \tau(0, 5 + B_3)$		$A_2' = 0, B_3' = B_3'$	$T_3 = \tau(0, 5 + B_3)$

 $A_2^{'} = 0$ ,  $B_3^{'} = B_3^{'}$ 

 $T_1 = T_2 = 0.5\tau$  $T_3 = \tau(0.5 + B_4')$ 

 $A_{2}^{'}=0$  ,  $B_{4}^{'}=B_{4}^{'}$  $K_0 = \frac{K_{F_{x1}}}{1 + K_{yy}n_y}$ 

 $\begin{array}{l} T_{0} = \tau \,, \ T_{1} = 0, 5\tau \\ T_{2} = \tau (0, 5 + A_{2}) \\ T_{3} = \tau (0, 5 + B_{4}) \end{array}$ 

 $A_2=m_y K_y K_{\kappa_s}$  ,  $B_4=B_4$  $K_0 = \frac{1}{1 + K_{yy}n_y}$  $K_{F_{x_1}}$ 

 $K_{xy} \ll 1$ 

 $T_0=\tau$ 

Tab. 3.3. Transmitancje operatorowe, współczynniki wzmocnienia oraz stałe czasowe uogólnionego i uproszczonych MM Ē Parametry rozpatrywanych modeli matematycznych, podobnie jak w przypadku sterowania prędkością posuwu wzdłużnego, podlegają znaczącym wahaniom. Stałe czasowe obiektu sterowania wykazują zmienność, przede wszystkim, z powodu zmiany opóźnienia  $\tau$ . Największy wpływ na wartość współczynników oddziaływania wykazuje zmiana punktu przyłożenia siły skrawania wzdłuż części  $x_0$  – wpływ ten wynika z zależności, określających współczynniki  $K_e, K_{F_{dodi}}, K_{M_i}, K_{M_{sbr.}}$ , przedstawionych w tab. 3.1. i tab. 3.2.

Modele układów dynamicznych toczenia sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności, w przypadku różnorodnych wariantów aproksymacji funkcji  $e^{-s\tau}$ , przedstawiono w tab. 3.3.

### 3.2. Modele matematyczne układu dynamicznego szlifowania wzdłużnego sprężyście-odkształcalnych części o małej sztywności

W celu zwiększenia dokładności obróbki wałów o małej sztywności opracowano metody technologiczne sterowania dokładnością, oparte na zmianie ich stanu sprężyście-odkształcalnego [141, 142, 133]. Jako oddziaływania regulacyjne, zgodnie z przyjętą klasyfikacją [141], są stosowane: rozciąganie osiowe i mimośrodowe; dodatkowe oddziaływania siłowe nakierowane na kompensowanie czynników siłowych procesu skrawania; momenty zginające na podporach; odkształcenia gnaco-skrętne.

Modele matematyczne układów technologicznych obróbki ze sterowaniem stanem sprężyście-odkształcalnym, przy ustalonych parametrach, przedstawione w postaci funkcji odkształceń, otrzymano przy założeniu, że siła zginająca, działająca na część jest zmienną zewnętrzną niezależną od odkształceń sprężystych *UT*. Takie ujęcie nie uwzględnia "zamknięcia układu sprężystego" przez proces skrawania i nie wnosi istotnych błędów do wyników analizy charakterystyk statycznych *OS*. Zbudowanie odpowiedniego *MM* obiektu sterowania w przypadku parametrów przejściowych nie jest możliwe bez uwzględnienia specyfiki procesów w strefie skrawania i zamknięcia *UD* przez proces skrawania. [141].

Uproszczony model fizyczny kształtowania przekroju warstwy, przy szlifowaniu wałków o małej sztywności z posuwem wzdłużnym w stanie sprężyście-odkształcalnym przedstawiono na rys. 3.5 [83, 155].

Przy kształtowaniu przekroju warstwy skrawanej przy szlifowaniu wzdłużnym, jak wynika z rys. 3.5, istnieją powiązania sprężyste w kierunku promieniowym i osiowym oraz oddziaływania zakłócające. Jako oddziaływania wejściowe przyjęto przyłożone do czół części: osiową siłę rozciągającą, siłę

rozciągającą  $F_{x1}$  i mimośród *e* (rozciąganie mimośrodowe) oraz siłę ściskającą. Zmiennymi wyjściowymi są poszczególne składowe siły skrawania:  $F_p, F_f, F_c$ i odpowiadające im odkształcenia sprężyste *UD*:  $g_y, g_x, g_z$ .



Rys. 3.5. Model procesu powstawania wióra (a) i przekrój warstwy skrawanej przy szlifowaniu oscylacyjnym z uwzględnieniem sprężystego odkształcenia po osi X i Y (b)

Model uogólniony i cząstkowy szlifowania wzdłużnego opracowano przy następujących założeniach początkowych:

- obróbka części jest realizowana przy stałej prędkości skrawania  $v_c$  =const, a jej proces technologiczny jest ciągły;
- ściernica działa w trybie samoostrzenia przy zachowaniu praktycznie stałego poziomu możliwości skrawanych, a jej zużycie liniowe w ciągu cyklu obróbki jednej części jest nieznaczne i może być pominięte;

- warunki początkowe są określane w momencie styku ściernicy z powierzchnią obrabianą i powstaniem obciążenia w UT;
- uwzględniane są współczynniki oddziaływania układu sprężystego  $K_y, K_x$  i liniowe odkształcenia sprężyste *UT* względem współrzędnej *Y* i *X* ;
- uwzględniany jest wpływ "śladów" obróbki.

Składowe siły skrawania  $F_p$ ,  $F_f$ ,  $F_c$  przy określonej twardości materiału części obrabianej są określane przez parametry bieżące przekroju warstwy skrawanej a(t) i b(t). Pod pojęciem grubości warstwy a(t) rozumie się grubość skrawanego wióra materiału, zależną od parametrów niezliczonego zbioru mikrowiórów zdejmowanych elementarnymi ziarnami ściernicy w bieżącym momencie. Przekrój warstwy skrawanej (rys. 3.5b) jest określany bieżącymi wartościami grubości warstwy a(t) i uśrednionymi wartościami głębokości skrawania b(t) na odcinku o długości a(t), z uwzględnieniem odkształceń UD według współrzędnej Y. W przypadku procesu szlifowania (również toczenia) występuje charakterystyczny wpływ śladów obróbki (skrawanie "po śladzie"). Polega on na tym, że parametry warstwy skrawanej są określane przez położenie krawędzi skrawającej ściernicy w momencie bieżącym t oraz momencie  $t - \tau$  ( $\tau = 1/n_{wr}$ ) – poprzedniego obrotu półfabrykatu [83, 155].

W bieżącym momencie:

$$x(t) = \int_{0}^{t} v_{f}(t)dt - g_{x}(t), \qquad (3.26)$$

a w momencie poprzedniego obrotu części

$$x(t-\tau) = \int_{0}^{t} v_f(t-\tau) - g_x(t-\tau).$$
 (3.27)

Przy uwzględnieniu (3.26) i (3.27), zależność na grubość warstwy skrawanej w postaci operatorowej można zapisać następująco:

$$a(s) = \frac{1}{s} \cdot (1 - e^{-s\tau}) v_f(s) - (1 - e^{-s\tau}) g_x(s).$$
(3.28)

Ekwiwalentne odkształcenia sprężyste UT według osi Y, przy obróbce wałków o małej sztywności, są określane przez odkształcenia części i dokładnie opisane, w przypadku różnych UT, przy zastosowaniu równań ugięć w [141]. Na podstawie [133, 154], równanie odkształceń sprężystych w kierunku promieniowym do przyrostów w postaci operatorowej, bez uwzględnienia wpływu składowej  $F_c$  siły skrawania, przy określonych oddziaływaniach sterujących w przypadku szlifowania oscylacyjnego można zapisać w postaci:

$$g_{y}(s) = K_{xy} \cdot F_{f}(s) + K_{yy} \cdot F_{p}(s) + K_{F_{x1}} \cdot F_{x1}(s) + K_{e} \cdot e(s) + K_{Mi} \cdot M_{i}(s) . \quad (3.29)$$

Współczynniki oddziaływania  $K_{F_{x1}}, K_e, K_{Mi}$  są określane jako pochodne cząstkowe od funkcji odkształceń i według odpowiedniej zmiennej przedstawione w tab. 3.1 i tab. 3.2.

Model matematyczny rozpatrywanego obiektu sterowania – *UD* ze sterowaniem stanem sprężyście-odkształcalnym części o małej sztywności przy szlifowaniu kształtowym, jest tworzony z uwzględnieniem ogólnych zasad budowy modeli dynamicznych [3–7] układów obróbki mechanicznej. Charakterystyczne cechy procesu obróbki części o małej sztywności są uwzględniane poprzez wprowadzenie, do jednego z równań układu równań, odpowiedniego opisu powiązań [6, 133], odzwierciedlających dodatkowe odkształcenia sprężyste  $\Delta g_{\xi}$  i oddziaływania sterujące. Z uwzględnieniem równań (3.27), (3.33), (3.29) można zapisać układ równań uogólnionego *MM* wzdłużnego szlifowania walcowego wałów o małej sztywności:

$$F_{\zeta}(s) = m_{\zeta} \cdot a(s) + n_{\zeta} \cdot b(s),$$

$$a(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-s\tau}) \cdot v_{f}(s) - (1 - e^{-s\tau}) \cdot g_{x}(s),$$

$$b(s) = \frac{1}{s\tau}(1 - e^{-s\tau}) \cdot b_{1}(s) - g_{y}(s) - K_{bz} \cdot g_{z}(s),$$

$$g_{y}(s) = K_{yy} \cdot F_{p}(s) + K_{xy} \cdot F_{f}(s) + K_{Fx1} \cdot F_{x1}(s) + K_{e} \cdot e(s) + K_{Mi} \cdot M_{i}(s),$$

$$g_{x}(s) = K_{x} \cdot F_{f}(s), g_{z}(s) = K_{z} \cdot F_{c}(s), \zeta \in \{X, Y, Z\}.$$
(3.30)

gdzie:  $m_{\zeta}$  i  $n_{\zeta}$  – współczynniki wzmocnienia składowych siły skrawania według przyrostów odpowiednio zredukowanej grubości warstwy a(t) i głębokości skrawania b(t).

Zgodnie z układem równań (3.30) utworzono uogólniony schemat strukturalny *UD* walcowego zewnętrznego szlifowania wzdłużnego wałków o małej sztywności (rys. 3.6)

Z analizy schematu wynika, że grubość warstwy skrawanej jest określana przez dwie składowe:  $a_0(s)$  – zależna od prędkości posuwu wzdłużnego suportu i  $a_x(s)$ – określana przez odkształcenie sprężyste układu względem współrzędnej X.

Przy obróbce ustabilizowanej, grubość warstwy skrawanej jest równa określonej wartości posuwu na jeden obrót, więc składowa  $a_x(s)$  nie występuje i współczynnik oddziaływania członu z transmitancją  $(1 - e^{-s\tau})$  jest równy zero.



Rys. 3.6. Uogólniony schemat strukturalny układu technologicznego przy szlifowaniu oscylacyjnym sprężyście- odkształcalnych wałków o małej sztywności

Ze schematu strukturalnego *UD* (rys. 3.6) wynika, że w obiekcie sterowania występują zamknięte obwody, uwarunkowane specyfiką szlifowania części "po śladzie" i wpływem odkształceń sprężystych *UD* względem osi *X* i *Y*. Układ równań (3.30) umożliwia wyznaczenie transmitancji *UD* – obiektu sterowania dowolnej ze zmiennych wyjściowych, zarówno według oddziaływania sterującego, jak i zakłócającego [155]. Przykładowo, w przypadku zmiennej wyjściowej, w postaci odkształcenia sprężystego układu, w kierunku promieniowym  $g_y(s)$  i oddziaływania wejściowego – siły rozciągającej  $F_{x1}(s)$ , schemat strukturalny ulega przekształceniu do postaci przedstawionej na rys. 3.7, a transmitancja operatorowa określana jest następująco:

$$G_{sc}(s) = \frac{g_{y}(s)}{F_{x1}(s)} = K_{0} \cdot \frac{1 + A_{1}(1 - e^{-s\tau})}{1 + B_{1}(1 - e^{-s\tau})},$$
(3.31)

gdzie:

$$K_{0} = K_{F_{x1}} \cdot \frac{1}{1 + K_{xy} \cdot n_{x} + K_{yy} \cdot n_{y}}, \qquad (3.32)$$

$$A_1 = m_x \cdot K_x, \qquad (3.33)$$

$$B_{1} = \frac{m_{x} \cdot K_{x}}{1 + K_{xy} \cdot n_{x} + K_{yy} \cdot n_{y}}.$$
 (3.34)



**Rys. 3.7.** Przekształcony schemat strukturalny obiektu według oddziaływania sterowniczego  $F_{x1}$ 

Z porównania zależności otrzymanych przy toczeniu wałków o małej sztywności w stanie sprężyście-odkształcalnym z uwzględnieniem, wartości współczynników przy szlifowaniu  $K_{\kappa_r} = 0$  i  $K_{bz} = 0$ , wynika, że przedstawiony *MM* można rozpatrywać jako szczególny przypadek modelu matematycznego *UD* toczenia (ściernica przy tym rozpatrywana jest jak ostrze o  $\kappa_r = 90^\circ$ ).

Przy określonych współczynnikach wzmocnienia  $m_x, m_y, K_{xy}, K_{yy}, n_x, n_y$ i czasie opóźnienia  $\tau$ , zależności do określania parametrów transmitancji operatorowej mogą ulec istotnemu uproszczeniu. W przypadku, gdy w obiekcie można pominąć wewnętrzne sprzężenie zwrotne, pokazane na rys. 3 linią przerywaną ( $m_x K_x \ll 1$ ), to  $A_1 = 0$ ,  $B_1 = 1/(1 + K_{xy} \cdot n_x + K_{yy} \cdot n_y)$ .

Przy rozpatrywaniu zmian odkształceń sprężystych w kierunku promieniowym i nieuwzględnianiu wpływu składowej  $F_f$  siły skrawania na odkształcenia sprężyste  $g_y(K_{xy} = 0)$ , schemat strukturalny można przedstawić w postaci pokazanej na rys. 3.8.



**Rys. 3.8.** Schemat uproszczony *UD* przy szlifowaniu wzdłużnym sprężyście odkształcalnych wałów o małej sztywności

W tym przypadku:

$$A_{1} = m_{x} \cdot K_{x}, B_{2} = \frac{1}{1 + K_{yy} \cdot n_{y}}, K_{0}' = \frac{K_{F_{x1}}}{1 + K_{yy} \cdot n_{y}}.$$
 (3.35)

Przy pominięciu również sprzężenia zwrotnego, zaznaczonego linią przerywaną na rys. 3.8, współczynnik  $A_1 = 0$ . Rozwinięcie w szereg Pade funkcji wykładniczej  $e^{-s\tau}$  umożliwia przedstawienie ekwiwalentnego *MM*, odpowiadającego układowi równań (3.30) transmitancjami operatorowymi typowych członów dynamicznych. Przy wykorzystaniu pierwszych dwóch członów szeregu Pade [31] można zapisać:
$$G_{sc}(s) = \frac{g_{y}(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + T_3' \cdot s + 1}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)},$$
(3.36)

gdzie:

$$T_{1,2} = 0.5\tau \cdot \left[ 0.5 + B_2 \pm \sqrt{(0.5 + B_2)^2 - 1/3} \right], \qquad (3.37)$$

$$T_3 = 0.289\tau, T_3' = (0.5 + A_1) \cdot \tau$$
 (3.38)

Dalsze przekształcenie licznika transmitancji operatorowej, według zależności (3.36), jest wykonywane analogicznie jak w przypadku *UD* obróbki tokarskiej.

W szczególności przy  $A_1 = 0$  licznik transmitancji ulega przekształceniu do postaci:

$$T_3^2 \cdot s^2 + 2\varepsilon T_3 \cdot s + 1,$$

gdzie:  $T_3 = 0,289\tau, \varepsilon = 0,866.$ 

W zależności od wartości współczynnika  $A_1 < 0,077$  transmitancja operatorowa może być zapisana w następującej typowej postaci:

$$G_{sc}(s) = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + 2\varepsilon T_3 \cdot s + 1}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)},$$
(3.39)

gdzie:  $\varepsilon = (0,5+A)/0,577 - \text{współczynnik tłumienia.}$ 

W przypadku, gdy  $A_1 \ge 0.078$ , wówczas wyrażenie, aproksymujące analizowaną transmitancję operatorową, przyjmuje postać:

$$G_{F_{x1}} = \frac{g_y(s)}{F_{x1}(s)} = K_0 \cdot \frac{(T_4 \cdot s + 1) \cdot (T_5 \cdot s + 1)}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)},$$
(3.40)

gdzie:

$$T_{4,5} = 0.5\tau \cdot \left[ 0.5 + A_1 \pm \sqrt{(0.5 + A_1)^2 - 1/3} \right].$$
(3.41)

Analogicznie, na podstawie uogólnionego schematu strukturalnego i układu równań (3.30), otrzymano cząstkowe modele *UD* w przypadku pozostałych oddziaływań regulacyjnych. Wyrażenia, aproksymujące transmitancje operatorowe *UD* szlifowania oscylacyjnego, w przypadku różnorodnych oddziaływań regulacyjnych, przedstawionych na rys 3.8, różnią się od przytoczonych zależności tylko wartością współczynnika oddziaływania  $K_0$  *OS* – zależności obliczeniowe zestawiono w tab. 3.1 [155].

## 3.3. Układ dynamiczny szlifowania wgłębnego wałów o małej sztywności

Model matematyczny *UD*, zewnętrznego walcowego szlifowania wgłębnego sprężyście-odkształcalnych wałków o małej sztywności, jako obiektu sterowania, odzwierciedla wzajemne powiązania między siłami skrawania i podstawowymi oddziaływaniami regulacyjnymi; w ogólnym przypadku uwzględnia on właściwy proces skrawania, odkształcenia sprężyste *UT* oraz specyfikę powstawania wiórów (skrawanie "po śladzie").

Jako oddziaływanie wejściowe do obiektu przyjmuje się jedno z wcześniej wymienionych oddziaływań, tworzących stan sprężyście-odkształcalny:  $K_{F_{x1}}, K_e, e, K_{Mi}$  oraz prędkość suportu posuwu poprzecznego  $v_{pop}$ , a za wyjściowe – odkształcenie sprężyste układu technologicznego zgodnie ze współrzędną Y (rys. 3.9).

Powiązania wzajemne między siłami szlifowania a grubością warstwy skrawanej, podobnie jak w rozpatrzonych wcześniej modelach, mają charakter nie inercyjny [155]. W tym przypadku należy dodatkowo uwzględnić, że:

- szlifowanie jest wykonywane przy stałej prędkości skrawania, niezmiennych możliwościach skrawających ściernicy i właściwościach materiału obrabianych części,
- szerokość szlifowania b = const i przy szlifowaniu wgłębnym jest równa szerokości obrabianej części lub ściernicy.



Rys. 3.9. Model procesu szlifowania wgłębnego

Uwzględniane są tylko odkształcenia liniowe układu oraz zmienność sztywności  $K_y$  i  $K_z$  względem osi Y i Z. Przy przyjętych założeniach siła skrawania jest określana tylko na podstawie grubości warstwy skrawanej a(t), czyli

$$F_{\zeta} = m_{\zeta} \cdot a(t) \,,$$

gdzie:  $\zeta \in \{Y, Z\}$ .

*MM* układu technologicznego przy szlifowaniu wgłębnym wałków o małej sztywności, w stanie sprężyście odkształcalnym, w postaci operatorowej, może być przedstawiony układem równań:

$$F_{\zeta}(s) = m_{\zeta} \cdot a(s),$$

$$g_{y}(s) = K_{yy} \cdot F_{p}(s) + K_{F_{x1}} \cdot F_{x1}(s) + K_{e} \cdot e(s) + K_{Mi} \cdot M_{i}(s) + K_{bz} \cdot g_{z}(s),$$

$$g_{z}(s) = K_{z} \cdot F_{c}(s),$$

$$a(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-s\tau}) \cdot v_{pop}(s) - (1 - e^{-s\tau}) \cdot g_{y}(s).$$
(3.42)

W układzie równań uwzględniono, że odkształcenia sprężyste zgodne z osią Z prowadzą do zmiany grubości warstwy skrawanej i mogą być rozpatrywane jako dodatkowe składowe przyrostu  $g_y$ . Zależność, opisująca współczynnik  $K_{bz}$  oraz wzajemne powiązanie między przyrostem głębokości skrawania b i siłą  $F_c$ , może być przedstawiona następująco:  $K_{bz} = \sin(g_{z0}/R \approx g_{z0}/R [3-6].$ 





#### Rys. 3.10. Schematy strukturalne UD przy szlifowaniu sprężyście odkształcalnych wałków o małej sztywności: a) uogólniony, b) i przekształcony

Zgodnie z układem równań (3.42) utworzono uogólniony schemat strukturalny *UD* przy zewnętrznym szlifowaniu wgłębnym wałków sprężyścieodkształcalnych (rys. 3.10 a). Schemat strukturalny, przedstawiający parametr wyjściowy  $g_{y}(s)$ , pokazano na rys.3.10b.

Transmitancja operatorowa *UT*, jako obiektu sterowania w tym przypadku, jest zapisywana w postaci:

$$G_{sc}' = \frac{g_y(s)}{F_{xl}(s)} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + B_9 \cdot (1 - e^{-s\tau})},$$
(3.43)

gdzie:  $K_0 = K_{F_{x1}}, B_9 = K_{yy} \cdot m_y + K_{bz} \cdot K_z \cdot m_z$ .

W przypadku nieuwzględnienia wpływu przyrostu składowej siły skrawania  $F_c$  na odkształcenia sprężyste, względem współrzędnej Y,  $(m_z \cdot K_{bz} \cdot K_z <<1)$ , wtedy  $B_{10} = K_{yy} \cdot m_y$ .

Po przekształceniach otrzymuje się:

$$G_{sc}' = K_0 \cdot \frac{T_3^2 \cdot s^2 + 2\varepsilon T_3 \cdot s + 1}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot T_2 \cdot s + 1)},$$
(3.44)

gdzie:  $T_3 = 0,289\tau, \varepsilon = 0,866,$ 

$$T_{1,2} = 0.5\tau \cdot \left[ 0.5 + B_9 \pm \sqrt{(0.5 + B_9)^2 - 1/3} \right].$$

Przy oddziaływaniach wejściowych  $M_i$  i *e* transmitancje operatorowe *OS* są również określane zgodnie z zależnością (3.14), a współczynnik oddziaływania  $K_0$  jest określany zgodnie z tab. 1.1 i 1.2.

W wielu przypadkach do obliczeń praktycznych wystarczające jest rozwinięcie pierwszego członu funkcji  $e^{-s\tau}$  (3.43) w szereg Pade.

Przy tym, na przykład transmitancja operatorowa (3.43) po przekształceniach sprowadza się do postaci typowych członów dynamicznych, jak w przypadku toczenia.

Modele *UD* przy zewnętrznym szlifowaniu wzdłużnym i wgłębnym w przypadku różnych wariantów aproksymacji funkcji  $e^{-s\tau}$ , przedstawiono w tab. 3.4

Nr	Transmitancje operatorowe układu dynamicznego przy szlifowaniu części o małej sztywności	Współczynniki oddziaływania	Stałe czasowe
1	2	3	4
1	Szlifowanie wzdłużne przy rozwinięciu 2 <sup>x</sup> członów $e^{-s\tau}$ w szereg Pade: $G_{sc}(s) = K_0 \frac{T_3^2 s^2 + T_3^{'} s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{x1}}}{(1 + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y})}$ $A_{1} = m_{x}K_{x}$ $B_{1} = \frac{m_{x}K_{x}}{(1 + K_{yy}n_{x} + K_{yy}n_{y})}$	$T_{3} = 0.289\tau$ $T_{3}' = (0.5 + A_{1})\tau$ $T_{1,2} = 0.5\tau [0.5 + B_{1} \pm \pm \sqrt{(0.5 + B_{1})^{2} - 1/3}]$
2	$m_{x}K_{x} << 1$ $G_{sc}(s) = K_{0}\frac{T_{3}^{2}s^{2} + 2\varepsilon T_{3}s + 1}{(T_{1}s + 1)(T_{2}s + 1)}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{x1}}}{(1 + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y})}$ $A_{1} = 0$ $B_{2} = \frac{K_{x}n_{x}(m_{x}K_{xy} + m_{y}K_{y})}{(1 + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y})}$	$T_{3} = 0,289\tau$ $\varepsilon = 0,866$ $T_{1,2} = 0.5\tau [0.5 + B_{2} \pm 0.5]$ $\pm \sqrt{(0.5 + B_{2})^{2} - 1/3}$
3	$K_{xy} <<1$ $G_{sc}(s) = K_0 \frac{T_3^2 s^2 + T_3' s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$K_0 = \frac{K_{F_{x1}}}{(1 + K_{yy}n_y)}$ $A_1 = m_x K_x$ $B_3 = m_x K_x / (1 + K_{yy}n_y)$	$T_{3} = 0,289\tau$ $T_{3}' = (0,5 + A_{1})\tau$ $T_{1,2} = 0.5\tau [0,5 + B_{3} \pm \sqrt{(0,5 + B_{3})^{2} - 1/3}]$
4	$m_x K_x << 1, K_{xy} << 1$ $A_1 < 0,077$	$K_{0} = \frac{K_{F_{x1}}}{(1 + K_{yy}n_{y})}$ $A_{1} = 0$ $B_{4} = \frac{m_{x}K_{x} \cdot m_{y}K_{yy}}{(1 + K_{yy}n_{y})}$	$T_{3} = 0.289\tau$ $\varepsilon = 0.866$ $T_{1,2} = 0.5\tau [0.5 + B_{4} \pm \pm \sqrt{(0.5 + B_{4})^{2} - 1/3}]$ $\varepsilon_{1} = (0.5 + A_{1})/0.577$
5	$A_{1} \ge 0,078$ $G_{sc}(s) = K_{0} \frac{(T_{4}s+1)(T_{5}s+1)}{(T_{1}s+1)(T_{2}s+1)}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{x1}}}{(1 + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y})}$ $A_{1} = m_{x}K_{x}$ $B_{5} = B_{3} = \frac{m_{x}K_{x}}{(1 + K_{yy}n_{y})}$	$T_{4,5} = 0.5\tau [0.5 + A_1 \pm \pm \sqrt{(0.5 + A_1)^2 - 1/3}]$ $T_{1,2} = 0.5\tau [0.5 + B_5 \pm \pm \sqrt{(0.5 + B_5)^2 - 1/3}]$

Tab. 3.4. Transmitancje operatorowe, współczynniki przekazywania i stałeczasowe przy oscylacyjnym szlifowaniu wglębnym

Т	ab. 3.4. c.d.		
1	2	3	4
6	Szlifowanie wzdłużne przy rozwinięciu 1 <sup>go</sup> członu $e^{-s\tau}$ w szereg Pade: $G_{scl}(s) = K_0 \frac{(T_{02}s+1)}{(T_{03}s+1)}$	$K_{0} = \frac{K_{F_{x1}}}{(1 + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y})}$ $A_{1} = m_{x}K_{x}$ $B_{6} = B_{3} = \frac{m_{x}K_{x}}{(1 + K_{yy}n_{y})}$	$T_0 = \tau$ $T_{01} = 0.5\tau$ $T_{02} = (0.5 + A_1)\tau$ $T_{03} = (0.5 + B_6)\tau$
7		$K_0 = \frac{K_{F_{x1}}}{(1 + K_{yy}n_y)}$ $A_1 = 0$	$T_0 = \tau$ $T_{01} = T_{02} = 0.5\tau$
8		$B_{7} = B_{2} = \frac{K_{x}n_{x}(m_{x}K_{xy} + m_{y}K_{y})}{(1 + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y})}$ $B_{8} = B_{4} = \frac{m_{x}K_{x} \cdot m_{y}K_{yy}}{(1 + K_{yy}n_{y})}$	$T_{03} = (0,5 + B_7)\tau$ $T_{02} = (0,5 + B_8)\tau$
9	Szlifowanie wzdłużne przy rozwinięciu 2 <u>x</u> członów $e^{-s\tau}$ w szereg Pade: $G'_{sc}(s) = K_0 \frac{T_3^2 s^2 + 2\varepsilon T_3 s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$K_0 = K_{F_{x1}}$ $B_9 = K_{yy}m_y + K_{bz}K_zm_z$ $B_{10} = K_{yy}m_y$	$T_{3} = 0.289\tau$ $\varepsilon = 0.866$ $T_{1,2} = 0.5\tau [0.5 + B_{9} \pm \frac{1}{2} + \sqrt{(0.5 + B_{9})^{2} - \frac{1}{3}}]$
10	Przy rozwinięciu 1 <sup>go</sup> członu $e^{-s\tau}$ w szereg Pade: $G'_{scl}(s) = K_0 \frac{(T_{01}s+1)}{(T_{03}s+1)}$	$K_0 = K_{F_{x1}}$ $B_9 = K_{yy}m_y + K_{bz}K_zm_z$ $B_{10} = K_{yy}m_y$	$T_0 = \tau, T_{01} = 0.5\tau$ $T_{03} = (0.5 + B_9)\tau$ $T_{03} = (0.5 + B_{10})\tau$

# 3.4. Analiza systemowa modeli matematycznych i typowe struktury układów dynamicznych obróbki sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności

Do kategorii systemowych zaliczane są obiekty i procesy, składające się z oddzielnych części, elementów i obiektów, charakteryzujących się możliwością funkcjonowania całościowego (pełnego). Dowolny układ technologiczny można scharakteryzować określonym zestawem cech:

- Powiązaniami z otoczeniem (w rozpatrywanym przypadku z zakłóceniami i początkowym błędem półfabrykatu).
- 2. Realizowanymi funkcjami, umożliwiającymi zagwarantowanie określonych, w procesie technologicznym, parametrów dokładności obróbki.
- 3. Strukturą.
- 4. Właściwościami funkcjonalnymi, które są określane charakterem transmitancji.

Wyszczególniony zestaw charakterystyk w pełni odpowiada układom technologicznym obróbki wałów sprężyście-odkształcalnych, o małej sztywności i ich *MM*, uwzględniających właściwości układu sterowania w warunkach ustalonych i dynamicznych. *MM* układów dynamicznych obróbki części sprężyście-odkształcalnych jako obiekty systemowe, uwzględniają ważne i jednocześnie różne cechy specyficzne funkcjonowania obiektu sterowania. Uogólniony model matematyczny *UD* toczenia wzdłużnego oraz *MM* układu dynamicznego są umiejscowione na I-najwyższym poziomie hierarchicznym (rys.3.11).

Uogólniony model matematyczny  $G_T(s)$ , znajdujący się na II poziomie hierarchicznym, odpowiada układowi równań i schematowi strukturalnemu zgodnie z [46, 52].

Na III poziomie hierarchicznym *MM* układu dynamicznego toczenia wzdłużnego, wałów sprężyście-odkształcalnych o małej sztywności, następuje podział na dwa modele, w przypadku pierwszego współczynnik  $K_{\kappa_r} \neq 0$ ,  $\kappa_r \neq 90^\circ$ , oraz drugiego  $K_{\kappa_r} = 0$ ,  $\kappa_r = 90^\circ$ . Transmitancje operatorowe  $G_T(s)$ ,  $G_{T3}(s)$  oraz współczynniki  $A_1$ ,  $A_1'$  i  $B_1$ ,  $B_1'$ , które uwzględniają  $K_{\kappa_r}$ , przedstawiono w tab. 3.3 i tab. 3.4.

Na tym poziomie znajdują się również *MM* układu dynamicznego procesów szlifowania oscylacyjnego  $G_{sc}(s)$  i wgłębnego zewnętrznego  $G'_{sc}(s)$ , które można rozpatrywać jako przypadki szczególne *MM* układu dynamicznego obróbki tokarskiej. Uwzględniając, że przy szlifowaniu oscylacyjnym:  $K_{\kappa_r} = 0$ ,  $K_{bz} = 0$ ,  $m_x K_x = 0$ ,  $K_{xy} = 0$  odpowiednie zależności, opisujące szlifowanie wgłębne przedstawiono w tab.3.3 i tab.3.4.

Na IV poziomie hierarchicznym znajdują się MM układu dynamicznego obróbki tokarskiej  $G_T(s), G'_{T1}(s), G_{T2}(s), G'_{T2}(s), G_{T3}(s)$ , różniące się wartościami współczynników  $A_1, A_2, A'_1$  i  $A'_2$ , w przypadku układu dynamicznego szlifowania oscylacyjnego –  $G_{sc}(s)$ , a wgłębnego zewnętrznego –  $G'_{sc}(s)$  (tab. 3.3 i tab. 3.4).

Na V poziomie hierarchicznym są umiejscowione *MM* układu dynamicznego, otrzymane z pominięciem wpływu na dynamikę oddziaływania zamkniętego obwodu sprzężenia zwrotnego przez współczynnik  $m_x K_x \ll 1$  i transmitancję  $(1-e^{-s\tau})$ , na przyrost grubości warstwy skrawanej.

Na VI poziomie hierarchicznym znajdują się cząstkowe *MM* układu dynamicznego, pomijające wpływ wewnętrznego sprzężenia zwrotnego  $m_x K_x \ll 1$  oraz odkształceń sprężystych względem współrzędnej Z na zmianę głębokości skrawania  $K_{bz} K_z n_z \ll 1$  (tab. 3.3 i tab. 3.4).



Rys.3.11. Poziomy hierarchiczne MM układu dynamicznego obróbki wałów o małej sztywności w stanie spreżvście - odkształcalnym

Na VII – najniższym poziomie hierarchicznym są rozmieszczone cząstkowe *MM* układu dynamicznego obróbki skrawaniem, uwzględniające wpływ tylko odkształceń sprężystych względem współrzędnej *Y* na przyrost grubości warstwy skrawanej ( $K_{xy} \ll 1$ ) przy toczeniu (tab. 3.3), szlifowaniu zewnętrznym wgłębnym oraz szlifowaniu oscylacyjnym – dwa modele cząstkowe (tab.3.4).

Typowe struktury *UD* kształtowania wałów sprężyście-odkształcalnych o małej sztywności przy różnych siłowych oddziaływaniach regulacyjnych, w przypadku, których typowe transmitancje *OS* przestawiono w tab. 3.3 i tab. 3.4, a współczynniki wzmocnienia według oddziaływań określono zgodnie z zależnościami, przytoczonymi w [10, 145, 146, 147] przedstawiono na rys. 3.12. W przypadku *UD* toczenia wzdłużnego, z uwzględnieniem odpowiednich oddziaływań regulacyjnych, mogą być wykorzystane struktury opracowane do szlifowania oscylacyjnego – rys. 3.12 a, b, h, i, a *UD* toczenia wzdłużnego, z uwzględnieniem odpowiednich oddziaływań regulacyjnych, do szlifowania oscylacyjnego – rys. 3.12 g, i.



Rys. 3.12. Typowe struktury układu dynamicznego obróbki walów o małej sztywności w stanie sprężyście-odkształcalnym

Modele matematyczne układów dynamicznych – obiektów sterowania można sklasyfikować według ilości i jakości informacji, przyjętej w modelu matematycznym. Umożliwia to usystematyzowanie prac projektowych ora technologicznego przygotowania procesów, a także opracowanie układów sterowania automatycznego i układów adaptacyjnych.

## 3.5. Analiza porównawcza wyników badań teoretycznych i eksperymentalnych charakterystyk układu dynamicznego obróbki sprężyście-odkształcalnych części o małej sztywności

## 3.5.1. Metodyka badań eksperymentalnych i stanowisko badawcze

Zaprezentowane podejście analityczne, do budowy modelu matematycznego układu dynamicznego procesu toczenia sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności, jest związane z wprowadzeniem wielu założeń upraszczających. Sprawdzenie ich poprawności wymaga przeprowadzenia badań eksperymentalnych. Celem tych badań jest ocena stopnia zgodności charakterystyk dynamicznych modelu matematycznego i obiektu rzeczywistego. Badanie charakterystyk dynamicznych procesów technologicznych obróbki powinno być przeprowadzone na podstawie eksperymentów, w trakcie których są określane reakcje obiektu sterowania na specjalnie wywołane typowe oddziaływania.

Najprostszym typowym testowym oddziaływaniem jest skokowa zmiana sygnału wejściowego. Zakłada się, że sterowanie jest realizowane według kanału dodatkowych oddziaływań siłowych, w tym przypadku, jest to osiowa siła rozciągająca, wytwarzająca sprężyście-odkształcalny stan części. Obróbka jest przeprowadzana przy stałych wartościach siły skrawania, posuwu wzdłużnego, określonej głębokości skrawania i wartości początkowej siły rozciągającej. Przy skokowej zmianie oddziaływania regulującego – siły rozciągającej, rejestrowano procesy przejściowe – zmiany odkształceń sprężystych obrabianego wału, w różnych przekrojach wzdłuż półfabrykatu. Analogicznie zapisywano przebieg procesów przejściowych, przy zdjęciu obciążenia półfabrykatu siłą rozciągającą, od wartości maksymalnej do początkowej, określanych, w każdym konkretnym przypadku, prze parametry geometryczne części i parametry skrawania.

Dokładność przebiegu krzywej eksperymentalnej odnośnie do krzywej, uzyskanej na podstawie modelu matematycznego, może być oceniona zgodnie z metodyką przedstawioną w [4]. Przejściowa charakterystyka eksperymentalna jest aproksymowana krzywą, odpowiadającą ogniwu aperiodycznemu. Wiadomo, że charakterystyka przejściowa takiego ogniwa w czasie  $T_{1E}$ uzyskuje wartość  $0,63g_{0ust}$ , gdzie  $g_{0ust}$  – wartość współrzędnej wyjściowej – odkształceń sprężystych obrabianej części. Stała czasowa  $T_1$  przy określonych warunkach obróbki w układzie dynamicznym była obliczana zgodnie z zależnościami zapisanymi w tab. 33. Błąd może być obliczony z zależności:

$$\delta = \left| \frac{T_{1E} - T_1}{T_{1E}} \right|.$$

Opracowano projekt stanowiska eksperymentalnego do badań charakterystyk układu dynamicznego toczenia sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności. Stanowisko jest przeznaczone do badania charakterystyk statycznych (rys.3.13 a), dynamicznych (rys. 3.13 b) oraz częstotliwościowych (rys. 3.13 c) UD obróbki wałów o małej sztywności. Projekt stanowiska opracowano z uwzględnieniem wad i zalet istniejących już stanowisk badawczych [114, 124, 149]. Zostało ono zbudowane na bazie obrabiarki 116164P. W jego skład wchodzą (rys. 3.13 a): wał o małej sztywności 1 zamocowany w samocentrującym uchwycie trójszczękowym 2 i zacisku tulejowym 3, konik 4 z mechanizmem rozciągania w postaci siłownika pneumatycznego 5. Siłownik jest podłaczony do układu sterowania proporcjonalnego 6 firmy FESTO. Na specjalnym wsporniku 9 zainstalowano czujnik prądów wirowych 11 firmy "Bentley Nevada" (USA), przeznaczony do rejestracji odkształceń sprężystych wału 1. Wspornik 9 jest sztywno ustawiony na prowadnicach obrabiarki 14. W imaku 7 suportu 8, przy pomocy wspornika 12, zamocowano wzorcowy dynamometr ściskania 13 typu DOSM-3-02 (zakres pomiarowy od 196 do 1960 N). Promieniowe składowe F siły skrawania symulowano przy pomocy dynamometru 13. Wartość wzdłużnej siły rozciagajacej jest określana w bloku sterowania 6. Na stanowisku badano odkształcenia sprężyste części o średnicach d = 2-15 mm i długościach: 100, 200, 300 mm.

Do rejestracji charakterystyk przejściowych *UD*, podczas toczenia wałów o małej sztywności (rys.1b), zastosowano czujnik 10 zamocowany na wsporniku 15, który sztywno osadzono na suporcie 8. Obróbkę wału przeprowadza się za pomocą noża zamocowanego w imaku 7. Informacje o charakterystykach przejściowych, przekształcone przez generator mierzący 16 i przetwornik analogowo-cyfrowy (PA/C) 17 są zapisywane w postaci cyfrowej w pamięci stałej komputera 18. Operacja ta jest realizowana analogicznie do zapisywania oscylogramu na oscylografie analogowym, co umożliwia otrzymanie oscylogramu o dowolnej długości.

Do badań charakterystyk częstotliwościowych UD jest przeznaczony moduł (rys. 3.13 c), umożliwiający ocenę lub uzyskanie charakterystyk częstotliwościowych [12, 29]. Charakterystyki UD (statyczne, przejściowe, częstoliwościowe) są niezbędne do diagnozowania i sterowania procesem obróbki mechanicznej wałów o małej sztywności. Moduł zawiera: 1 – blok dwukanałowy rejestracji drgań przy zastosowaniu komputera, 2 – kanał wzbudzenia drgań elementów UD, 3 – kanał określania kształtu osi części w procesie obróbki, 4 – analizator programowy spektrów drgań.

Blok rejestracji drgań, z wykorzystaniem *PC*, działa wg następującego schematu. Odkształcenia i drgania *UD* są rejestrowane przez czujnik prądów wirowych 10, z którego sygnał jest podawany na generator pomiarowy 19, gdzie ulega modulacji i wzmacnieniu. Z wyjścia generatora pomiarowego 19 wzmocniony sygnał jest podawany poprzez rozdzielacz specjalny 20 na wejście przetwornika analogowo-cyfrowego (*P A/C*) 17 *PC* i tam w postaci cyfrowej jest zapisywany w pamięci stałej 18 komputera. Mogą być więcej niż trzy czujniki rejestrujące. Stanowisko badawcze zawiera specjalny rozdzielacz 20, który sekwencyjnie podłącza czujniki do wejścia *P A/C*.



Rys. 3.13. Stanowisko eksperymentalne do badań charakterystyk układów dynamicznych toczenia sprężyście-odkształcalnych części o malej sztywności

Rejestracja charakterystyk amplitudowo-fazowo-częstotliwościowych UD jest wykonywana wg następującego schematu. Częstotliwość oddziaływania wejściowego jest określana w generatorze 21, z którego sygnał przez wzmacniacz mocy 22 jest podawany na uzwojenie sterujące wibratora 24. Na uzwojenie magnesujące, ze źródła zasilania, jest podawany prad stały. Oddziaływania magnetyczno-siłowe wibratora są przekazywane na obiekt, gdzie drgania magnetyczne sa przetwarzane na drgania mechaniczne. Nateżenie pradu, przepływającego przez uzwojenie wibratora elektromagnetycznego, oraz jego siła pociągowa przy zmianie czestotliwości oddziaływania wejściowego sa kontrolowane przy pomocy amperomierza 23. Drgania części, rejestrowane czujnikami pradów wirowych 10 i wzmocnione przez wzmacniacze 19, sa rejestrowane woltomierzem fazoczułym 25, na wejście którego jest podawany sygnał ze wzmacniacza mocy 22. Uzyskane sygnały są porównywane w woltomierzu fazoczułym. Określana jest część rzeczywista i urojona amplitudowo-fazowo-czestotliwościowej. charakterystyki Do rejestracji przesunięcia osi półfabrykatu na stanowisku zainstalowano filtr dolnoprzepustowy 26. Sygnał z czujnika 10, przepuszczony przez filtr dolnoprzepustowy 26, zachowuje stałą składową, proporcjonalną do przesunięcia osi obrabianej części. Otrzymany sygnał jest prezentowany na ekranie komputera albo zapisywany w jego pamięci 18.

Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe są rejestrowane przy zastosowaniu programowego analizatora spektrów 2 i oscylogramów, zapisanych w pamięci komputera 18.

Do rejestracji prądów wirowych zastosowano czujnik firmy "Bentley-Nevada" (USA), scharakteryzowany się następującymi parametrami: sposób pomiaru – bezkontaktowy; małe rozmiary – średnica 6 mm, długość 30 mm; liniowa charakterystyka przy szczelinie od 2 do 2,5 mm; czułość 10 mV/1µm. Małe rozmiary oraz cylindryczny kształt korpusu z zewnętrznym gwintem, umożliwiają zainstalowanie czujnika w miejscach trudnodostępnych, a także zbliżenie go do strefy skrawania. Czujnikiem rejestruje się zmiany pola elektromagnetycznego w zależności od odległości między uzwojeniem generującym prądy wirowe, a powierzchnią badanej części. Technika rejestracji drgań z wykorzystaniem prądów wirowych ma istotną zaletę – praktycznie jest bezinercyjna, ponieważ prędkość przepływu informacji z konwertera jest równa prędkości rozchodzenia się pola elektromagnetycznego. Granice pomiaru częstotliwości drgań leżą w zakresie od zera do setek kHz. Zakres pomiaru amplitud - od mikrometra do milimetrów. Czujnik posiada generator pomiarowy, z którego wyjścia jest zdejmowane napięcie stałe. Jako P A/C zastosowano dwukanałowa karte muzyczna komputera. Do zapisu i analizy oscylogramów zastosowano specjalny program – analizator widm częstotliwościowych.

#### 3.5.2. Wyniki badań eksperymentalnych charakterystyk układu dynamicznego toczenia sprężyścieodkształcalnych wałów o małej sztywności

Przy badaniu reakcji obiektu na oddziaływania testowe należy koniecznie określić bezwładność własną elementu wykonawczego układu – napędu pneumatycznego. Z analizy równania ruchu elementu pneumatycznego wynika, że jego właściwości dynamiczne mogą być w przybliżeniu opisane transmitancją operatorową członu aperiodycznego [30] jako

$$G_{pr}(s) = \frac{K_{pr}}{T_{pr} \cdot s + 1},$$

gdzie ekwiwalentna stała czasowa  $T_{np}$  – w zależności od początkowego położenia tłoka siłownika pneumatycznego jest równa 0,01–0,02 s.

Przyrost odkształceń sprężystych względem współrzędnej *Y*, rozpatrywano odnośnie do współrzędnej wyjściowej obiektu, przy podawaniu na jego wejście jednostkowego sygnału skokowego z uwzględnieniem inercyjności elementu wykonawczego. Transmitancja operatorowa obiektu jest równa:

$$\Delta g_{y}(s) = \frac{1}{s} G_{pr}(s) G_{F_{gy}}(s) = \frac{K_{pr} K_{0F_{gy}}(T_{05}s+1)(T_{06}s+1)}{s(T_{pr}s+1)(T_{01}s+1)(T_{02}s+1)}.$$

Współczynnik oddziaływania  $K_{0F_{gy}}$  jest określany zgodnie z tab. 3.1, a stałe czasowe  $T_{01}, T_{02}, T_{05}, T_{06}$  – z tab. 3.3.

Na podstawie badań [124, 125, 179] stwierdzono, że stałe czasowe w liczniku i mianowniku transmitancji operatorowej obiektu mają podobną wartość, a więc jego właściwości dynamiczne są zbliżone do właściwości członu proporcjonalnego, czyli proces przejściowy przy oddziaływaniu skokowym na wejście elementu wykonawczego najczęściej jest określany właściwościami tego elementu. Na przykład, przy badaniu eksperymentalnym charakterystyk czasowych, przeprowadzano obróbkę części ze stali C45 o średnicy 5 mm i długość 200 mm. Parametry obróbki: a = 0,2 mm,  $b_1 = 0,75$  mm,  $\kappa_r = 90^\circ$ ,  $v_c = 0,33$  m/s,  $\tau = 0,047$  s, wartość początkowa siły rozciągającej  $F_{x1} = 1980$  N.

Określono, przy wykorzystaniu poradników, wartości  $m_x=m_y=0,61\cdot10^6$  N/m. Współczynniki podatności układu sprężystego względem współrzędnej X w danym przypadku są określane głównie właściwościami sprężystymi obrabiarki –  $h_{xx}=3\cdot10^{-7}$  m/N, a względem współrzędnej Y – właściwościami

sprężystymi części. Obliczenia wykonywano według zależności wymienionych w [6, 30], w przypadku, gdy siła skrawania, przyłożona w środku części, określa początkową wartość odkształceń sprężystych części  $g_{y0}=0,11\cdot10^{-3}$  m,  $h_{yy}=1,2\cdot10^{-6}$  m/N. Wartości współczynników  $B_0$  i *B* są równe  $B_0=0,18, B=0,17$ .

Przy uwzględnieniu, że wartości współczynników *B* i  $B_0$  są zbliżone, obiekt można uważać za człon proporcjonalny, a charakterystyka przejściowa jest określana inercyjnością elementu wykonawczego. Z przeprowadzonego eksperymentu wynika, że krzywa procesu przejściowego w tych warunkach ma przebieg wykładniczy, a stała czasowa jest równa  $T_{pr}$ .

# 4. MODELOWANIE PROCESÓW PRZEJŚCIOWYCH I CHARAKTERYSTYK CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH UKŁADÓW DYNAMICZNYCH OBRÓBKI TOKARSKIEJ CZĘŚCI

## 4.1. Krótki opis programu MATMOD 1

Na potrzeby badania charakterystyk układu dynamicznego opracowano program komputerowy *MATMOD 1* [2, 10, 11, 180].

Program ten realizuje następujące funkcje:

- określa warunki procesu skrawania po wprowadzeniu parametrów obrabiarki, przedmiotu obrabianego i procesu technologicznego,
- oblicza, w oparciu o modele układu dynamicznego procesu skrawania (przedstawione w rozdziale trzecim), podstawowe charakterystyki dynamiczne (w tym transmitancję operatorową), odpowiedzi sił skrawania na skokową zmianę posuwu oraz charakterystyki częstotliwościowe: amplitudową i fazową.

Program umożliwia wykonanie wielu symulacji numerycznych układu dynamicznego procesu skrawania. Przewidziano w nim trzy rodzaje mocowania przedmiotu obrabianego, mające istotny wpływ na końcowy wynik obliczeń: w kłach, w uchwycie oraz w kle i w dwóch uchwytach. W zależności od rodzaju mocowania w programie jest wyznaczana maksymalna podatność przedmiotu w kierunku promieniowym. Do programu mogą zostać wprowadzone dane o przedmiotach obrabianych o różnych długościach. Dodatkowym atutem programu jest możliwość zdefiniowania własności obrabianego materiału poprzez podanie np. *E* i  $R_m$ . Jako dane wejściowe do procesu obliczeniowego są wprowadzane także wartości podatności obrabiarki w kierunku współrzędnych *X*, *Y* i *Z*, a także: głębokość skrawania, posuw, kąt przystawienia  $\kappa_r$  (w zakresie od 45° do 90°) oraz prędkość obrotowa części  $n_p$  (w zakresie od 100 do 2000 obr/min). Po wprowadzeniu danych wejściowych program wykonuje obliczenia.

Najpierw obliczane są wartości sił  $F_f$ ,  $F_c$  i  $F_p$ , a następnie – współczynniki wzmocnienia procesu skrawania  $m_x$ ,  $m_y$ , oraz  $m_z$  przy zmianie posuwu i głębokości skrawania (wielkości te mogą być traktowane jako zakłócenie). Określany jest współczynnik względnej sztywności dynamicznej B, a następnie transmitancja operatorowa przy sterowaniu, odpowiadająca przedstawionym warunkom wg odpowiedniej zależności (rozdział trzeci) i współczynniki

wzmocnienia obiektu  $K_{ox}$ ,  $K_{oy}$ ,  $K_{oz}$  oraz opóźnienie  $\tau$ . Zatem ponownie jest obliczana wartość współczynnika *B* oraz transmitancja operatorowa przy zakłóceniu [2, 10, 11, 180]:

$$G_{v_f gi}(s) = \frac{\Delta F_i(s)}{\Delta v_f} = \frac{m_x h_{xx} G_\tau(s)}{s \left[ (T_c s + 1) (T_{us}^2 s^2 + 2\xi T_{us} s + 1) + B_1 G_\tau(s) + n_y h_{yy} \right]}, \quad (4.1)$$

gdzie:  $G_{\tau}(s) = 1 - e^{-s\tau}$ ,  $B_1 = m_x h_x + K_{\kappa_r} m_y h_y$ .

Obliczane są również współczynniki  $K_{bx}$ ,  $K_{by}$ ,  $K_{bz}$  i wartość współczynnika *B* oraz opóźnienia  $\tau$ .

Wyznaczana jest, w przypadku sterowania, transmitancja operatorowa obiektu aproksymowanego:

$$G_{o}(s) = \frac{\Delta Y_{o}(s)}{\Delta v_{f}(s)} = \frac{K_{o}}{(T_{1}s+1)(T_{2}s+1)}.$$
(4.2)

Po określeniu transmitancji operatorowej, wyznaczane są współczynniki  $K_{ax}$ ,  $K_{ay}$ ,  $K_{az}$  oraz stałe czasowe  $T_1$  i  $T_2$ .

Etapem końcowym części obliczeniowej programu jest wyznaczenie transmitancji operatorowej obiektu przy zmiennym naddatku b(s), traktowanym jako zakłócenie. W fazie początkowej wyznacza się transmitancję obiektu zgodnie z określonymi regułami. W przypadku zmian naddatku b(s) transmitancja operatorowa obiektu może przyjąć następującą postać [10, 11, 180]:

$$G_{bFi}(s) = \frac{\Delta F_i(s)}{\Delta b_l(s)} = \frac{K_{bFi}(s)(1 - e^{-s\tau})}{s\tau \left[1 + B(1 - e^{-s\tau})\right]},$$
(4.3)

współczynnik B jest natomiast określany z zależności:

$$B = \frac{m_x h_{xx} + K_{\kappa_r} m_y h_{yy}}{1 + n_y h_{yy}} \,. \tag{4.4}$$

Program umożliwia również obliczenie wartości odkształceń sprężystych wg współrzędnych X, Y, Z oraz współczynników  $K_{ab}$ :  $K_{abx}$ ,  $K_{aby}$ ,  $K_{abz}$ . Wyznacza się wartości zastępcze stałych czasowych  $T_1$  i  $T_2$ , współczynnik wzmocnienia obiektu  $K_o$  oraz współczynnik B. Na końcu są określane: wartość ustalona wielkości wyjściowej  $Y_{ust}$  oraz maksymalny względny błąd aproksymacji. Program umożliwia również prezentację charakterystyk graficznych przeprowadzonych symulacji numerycznych.

Po uruchomieniu programu, należy wprowadzić parametry procesu skrawania, parametry geometryczne oraz właściwości przedmiotu obrabianego. Wartości graniczne parametrów (wartość minimalna i maksymalna) są wprowadzane w momencie pojawienia się na ekranie zapytania o wartość danego parametru. Użytkownik może wybierać opcje programu: obliczanie odpowiedzi na skok jednostkowy oraz obliczanie charakterystyki częstotliwościowej. Wykres amplitudowej charakterystyki częstotliwościowej przedstawia zależność modułu  $A(\omega)$  transmitancji widmowej  $G(j\omega)$  w funkcji częstotliwości kołowej  $\omega = 2\pi f$ , a fazowa charakterystyka częstotliwościowa –  $\varphi(\omega)$  w funkcji częstotliwości kołowej  $\omega = 2\pi f$ .

Przy odpowiedzi na skok jednostkowy posuwu wzdłużnego, na ekranie pojawia się wykres zmian siły skrawania w czasie w przypadku modelu dokładnego i aproksymowanego. Wartości dyskretne odpowiedzi (40 punktów) mogą być zapisane w postaci tabeli. Można również zapisać pełną informację o wprowadzonych danych oraz wynikach obliczeń parametrów procesu skrawania. Program umożliwia wykonanie kopii ekranu graficznego z odpowiedzią na skok jednostkowy posuwu wzdłużnego.

W przypadku wybrania opcji obliczania charakterystyki częstotliwościowej amplitudowej i fazowej na ekranie pojawiają się wykresy charakterystyki amplitudowej i fazowej modelu dokładnego i aproksymowanego. Wartości dyskretne charakterystyk (20 punktów) można zapisać w postaci tabeli. Charakterystyki częstotliwościowe są przedstawione w skali półlogarytmicznej. Można również wydrukować kopię ekranu z charakterystyką amplitudową i fazową.



Rys. 4.1 Charakterystyka czasowa wyjściowa (dokładna i aproksymowana)



------ charakterystyka wyjsciowa ...... charakterystyka aproksymowana Kopia ekranu na drukarce 1 -TAK, O -NIE

Rys. 4.2 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa



Rys. 4.3. Charakterystyka fazowo-częstotliwościowa

Przykładowe wyniki badań numerycznych wykonanych w programie *MATMOD 1* pokazano na rys.: 4.1, 4.2, 4.3, na których przedstawiono proces skrawania przy różnych parametrach w postaci odpowiednich charakterystyk.

## 4.2. Numeryczne badania symulacyjne układu dynamicznego procesu skrawania

Przeprowadzono symulacje przebiegów charakterystyk czasowych i częstotliwościowych procesu skrawania przy zmianie wartości parametrów skrawania.

Do badań przyjęto wałek ze stali *C45* o wymiarach  $l_p$ =280 mm,  $d_p$ =40 mm. Zmieniane parametry wejściowe to: prędkość obrotowa  $n_p$  – 700; 1100; 1500 obr/min; prędkość posuwowa  $v_f$ =0,1, 0,25, 0,5 mm/obr; głębokość skrawania  $a_p$ =1, 2, 3 mm.

Wyniki badań symulacyjnych procesu skrawania, z wykorzystaniem programu *MATMOD 1*, przedstawiono w postaci graficznej na rys. 4.4–4.8.



Rys. 4.4. Odpowiedzi siły skrawania na skok jednostkowy posuwu przy różnych prędkościach obrotowych



Rys. 4.5. Odpowiedzi siły skrawania na skok jednostkowy posuwu przy różnych grubościach warstwy skrawanej



Rys. 4.6. Odpowiedzi siły skrawania na skok jednostkowy posuwu przy różnych prędkościach skrawania



Rys. 4.7. Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe procesu skrawania przy różnych prędkościach obrotowych przedmiotu obrabianego



Rys. 4.8. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe procesu skrawania przy różnych grubościach warstwy skrawanej

Odpowiedzi siły skrawania przy skokowych zmianach posuwu, przy różnych warunkach procesu skrawania przedstawiono na rys. 4.4–4.6. Charakterystyki fazowo–częstotliwościowe i amplitudowo–częstotliwościowe procesu skrawania są odpowiednio pokazane na rys. 4.7–4.8.

## 4.3 Analiza wyników symulacji

Na podstawie przeprowadzonych badań symulacyjnych można zauważyć, że:

- zmiana prędkości obrotowej wpływa na zmianę czasu ustalania się przebiegu przejściowego,
- zmiana grubości warstwy skrawanej powoduje odpowiednio zmianę odpowiedzi na skok jednostkowy posuwu, ale w stałych odstępach czasu,
- zmiana prędkości posuwu wpływa na zmianę wartości sił skrawania w stanie ustalonym w odpowiedzi na skok jednostkowy posuwu,
- zmiany charakterystyk fazowych są najbardziej zauważalne podczas zmian prędkości obrotowej, natomiast przy zmianach prędkości posuwu i grubości warstwy skrawanej różnice te nie są wielkie,
- zmiany charakterystyk amplitudowych można zaobserwować głównie w przypadku zmian grubości warstwy skrawanej.

Na podstawie wyników badań eksperymentalnych procesu skrawania [2, 1791 wyników uzyskanych w czasie badań symulacyjnych, oraz przeprowadzonych przy takich samych parametrach procesu skrawania, jakie zastosowano w czasie badań eksperymentalnych, sporządzono tabelę eksperymentalnych i symulacyjnych porównawczą wyników (tab.4.1). W kolumnie 1 podano kolejne numery eksperymentu przeprowadzonego na stanowisku badawczym wyposażonym w obrabiarke, urzadzenia pomiarowe oraz sprzęt komputerowy do rejestracji zmian parametrów w czasie eksperymentu. W kolumnach 2-7 zapisano parametry procesu skrawania stosowane w kolejnych eksperymentach. W kolumnie 8 zawarto stałe czasowe procesu, otrzymane w czasie eksperymentu, a w kolumnie 9 - stała czasowa obliczoną w oparciu o opracowany model matematyczny. W kolumnie 10 umieszczono błąd względny określenia stałej czasowej na podstawie modelu.

Eksperymentalne charakterystyki przejściowe aproksymowano wyrażeniem:

$$F_{c}(t) = F_{c0} [1 - \exp(-t/T_{1e})]$$

gdzie:  $F_{c0}$  – ustalona wartość wielkości wyjściowej lub jej przyrostu,

 $T_{1e}$  – zastępcza stała czasowa, określana na podstawie eksperymentalnego przebiegu przejściowego, jako czas, po którym wielkość wyjściowa lub jej przyrost osiągnie 0,63 wartości w stanie ustalonym.

Uzyskane eksperymentalnie wartości  $T_{1e}$  porównano z obliczonymi na podstawie modelu  $T_{1p}$ , które określono jako czas, w którym obliczona charakterystyka przejściowa modelu, opisana przedstawionymi wyżej zależnościami, osiąga 0,63 wartości ustalonej.

Na podstawie uzyskanych względnych wartości odchyłek  $\delta$  (w %) pomiędzy danymi eksperymentalnymi i pochodzącymi z symulacji, wyznaczono wartość średnią, równą 9,61%. W przypadku tak małej wartości, rozbieżności pomiędzy stałymi czasowymi modelu i wynikami eksperymentalnymi świadczą o dużej zgodności modelu z rzeczywistym przebiegiem procesu toczenia. Fakt ten można wykorzystać jako punkt wyjścia do dalszych prac w zakresie projektowania układów automatycznej regulacji.

Nr	τ, s	Кr	v <sub>c</sub> m/s	a <sub>p</sub> , mm	а	<b>F</b> <sub>c0</sub> , <b>N</b>	T <sub>1e</sub> , s	T <sub>1p</sub> , s	δ, %
1	0.48	45	0.8	2.0	0.2	900	0.59	0.55	7
2	0.48	45	0.8	3.0	0.2	1380	0.7	0.625	11
3	0.375	45	0.85	1.0	0.2	480	0.3	0.3	0
4	0.375	45	0.85	2.0	0.25	1140	0.46	0.43	7
5	0.375	45	0.85	3.0	0.2	1400	0.55	0.48	13
6	0.24	45	1.3	1.5	0.25	855	0.23	0.215	7
7	0.24	45	1.3	2.0	0.25	1150	0.34	0.28	18
8	0.24	45	1.3	3.0	0.2	1370	0.36	0.31	14
9	0.12	45	1.6	1.5	0.2	730	0.12	0.13	-8
10	0.12	45	1.6	3.0	0.2	1470	0.18	0.161	11
11	0.095	45	1.65	1.0	0.2	475	0.08	0.076	5
12	0.095	45	1.65	3.0	0.2	1475	0.15	0.13	13
13	0.095	45	1.65	5.0	0.1	1180	0.2	0.19	5
14	0.075	45	1.67	1.0	0.2	470	0.06	0.064	-7
15	0.075	45	1.67	2.0	0.2	981	0.11	0.09	18
16	0.075	45	1.67	3.0	0.2	1430	0.12	0.105	5
17	0.048	45	1.69	1.0	0.2	390	0.04	0.04	0
18	0.048	45	1.69	3.0	0.2	795	0.072	0.065	10
19	0.48	90	0.9	1.0	0.25	610	0.3	0.38	-26
20	0.48	90	0.9	2.0	0.25	1200	0.42	0.43	-2
21	0.19	90	1.33	2.0	0.25	1100	0.18	0.17	6
22	0.19	90	1.33	5.0	0.1	1270	0.32	0.37	-16
23	0.12	90	1.7	1.0	0.25	590	0.088	0.096	-9
24	0.12	90	1.7	3.0	0.25	1770	0.16	0.14	12
25	0.095	90	1.65	1.0	0.25	580	0.07	0.076	7
26	0.095	90	1.65	5.0	0.1	1200	0.16	0.18	13

Tab. 4.1.Zestawienie parametrów skrawania oraz obliczonychi eksperymentalnych stałych czasowych

## 4.4 Modelowanie charakterystyk układu dynamicznego obróbki toczeniem wałów o małej sztywności

Symulacje przeprowadzono w przypadku wałków ze stali C45 o wymiarach:  $L_1$ =500 mm,  $d_1$ =20 mm oraz  $L_2$ =300 mm,  $d_2$ =10 mm. Zmieniane parametry wejściowe to: prędkość obrotowa  $n_p$ =100–2000 obr/min, prędkość posuwowa  $v_f$ =0,1–0,8 mm/obr; głębokość skrawania  $a_p$ =0,5–3 mm;  $\Delta a_p$ =0,5 mm; kąt przystawienia  $\kappa_r$  =45°, 90°. Część obrabiana była zamocowana uchwycie i podparta kłem konika. Wyniki symulacji, w przypadku analizowanych wałków, oraz wpływ parametrów wejściowych układu dynamicznego na zmianę wartości parametrów wyjściowych przedstawiono w tab. 4.2.

 Tab. 4.2.
 Zależności zmiany wyjściowych parametrów układu dynamicznego przy zmianie wejściowych

	Siły skrawania, [N]	Wsp. wzmocni. f, [N/mm]	Wsp. wzmocn. a <sub>p</sub> [N/mm]	Wsp., B	Opóźni., τ [s]	Odpowiedz na skok jednostk. $f_{j}[s]$	Charakt. amplit., [dB]	Charakt. fazowa, [rad/s]
Kąt κ <sub>r</sub> , [°]	tylko na f <sub>f</sub>	tylko m <sub>x</sub>	nylko n <sub>x</sub>	tak	nie	nieznaczny	nieznaczny	nieznaczny
a <sub>p</sub> ,[mm]	tak	tak	nie	tak	nie	tak	tak	tak
f, [mm/obr.]	tak	nie	tak	tak	nie	tak	nieznaczny	nieznaczny
n <sub>p</sub> , [obr./min]	nie	nie	nie	nie	tak	tak	tak	tak

Zmiany składowych sił skrawania, w przypadku wału o: L=500 mm, d=20 mm,  $a_p=0,4$  mm oraz  $a_p=2,5$  mm, przedstawiono na rys. 4. 9 a i 4.9 b.



Rys. 4.9. Zależność zmiany składowych siły skrawania w funkcji prędkości posuwu wzdłużnego przy L=500 [mm], d = 20 [mm], kącie przystawienia 45°, głębokości skrawania 0,5 [mm] – a) i 2,5 [mm] – b), n<sub>p</sub>=1000 [obr/min]

			Współczynnik względnej sztywności B							
	0,1	0,020	0,020	0,019	0,019	0,019	0,019	0,019	0,019	
	0,2	0,039	0,039	0,039	0,039	0,038	0,038	0,038	0,038	
T mm	0,3	0,059	0,059	0,058	0,058	0,058	0,057	0,057	0,057	
	0,4	0,079	0,078	0,078	0,077	0,077	0,077	0,076	0,076	
a <sub>p</sub> ,	0,5	0,099	0,098	0,097	0,097	0,096	0,096	0,095	0,095	
uia,	0,6	0,118	0,118	0,117	0,116	0,115	0,115	0,114	0,113	
war	0,7	0,138	0,137	0,136	0,135	0,135	0,134	0,133	0,132	
kra	0,8	0,158	0,157	0,156	0,155	0,154	0,153	0,152	0,151	
ść sl	0,9	0,177	0,176	0,175	0,174	0,173	0,172	0,171	0,170	
koč	1,0	0,197	0,196	0,195	0,194	0,192	0,191	0,190	0,189	
lęba	1,5	0,296	0,294	0,292	0,290	0,289	0,287	0,285	0,284	
3	2,0	0,394	0,392	0,389	0,387	0,385	0,383	0,380	0,378	
	2,5	0,493	0,490	0,487	0,484	0,481	0,478	0,475	0,473	
	3,0	0,591	0,588	0,584	0,581	0,577	0,574	0,570	0,567	
Posuw f [	mm/obr.]	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	

Tab. 4.3. Zależność zmiany współczynnika względnej sztywności *B* od prędkości posuwu i głębokości skrawania przy L = 500 [mm], d = 20 [mm], prędkości obrotowej części  $n_p=1000$  [ob/min], kącie przystawienia  $\kappa_r=45^0$ 

Tab. 4.4. Zależność zmiany współczynnika względnej sztywności *B* od prędkości posuwu i glębokości skrawania przy L = 500 [mm], d = 20 [mm], prędkości obrotowej części  $n_p=1000$  [ob/min], kącie przystawienia  $\kappa_r = 90^0$ 

				Współczy	nnik wzgl	ędnej szty	wności B		
	0,1	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,017
a <sub>p</sub> , [mm]	0,2	0,036	0,036	0,036	0,036	0,036	0,035	0,035	0,035
	0,3	0,055	0,054	0,054	0,054	0,053	0,053	0,053	0,052
	0,4	0,073	0,072	0,072	0,071	0,071	0,071	0,070	0,070
	0,5	0,091	0,090	0,090	0,089	0,089	0,088	0,088	0,087
uia,	0,6	0,109	0,108	0,108	0,107	0,107	0,106	0,105	0,105
war	0,7	0,127	0,127	0,126	0,125	0,124	0,124	0,123	0,122
Kra'	0,8	0,146	0,145	0,144	0,143	0,142	0,141	0,140	0,140
ść sl	0,9	0,164	0,163	0,162	0,161	0,160	0,159	0,158	0,157
oko	1,0	0,182	0,181	0,180	0,179	0,178	0,177	0,175	0,174
tębo	1,5	0,273	0,271	0,270	0,268	0,266	0,265	0,263	0,262
G	2,0	0,364	0,362	0,359	0,357	0,355	0,353	0,351	0,349
	2,5	0,455	0,452	0,449	0,447	0,444	0,441	0,439	0,436
	3,0	0,546	0,542	0,539	0,536	0,533	0,530	0,527	0,523
Posuw f [	mm/obr.]	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8

Na podstawie analizy rys. 4.9 można stwierdzić, że składowe siły skrawania przy zmianie parametrów skrawania zmieniają się liniowo. Niezależnie od głębokości skrawania oraz prędkości posuwu składowa  $F_c$  przyjmuje większe wartości, składowe  $F_p$  oraz  $F_f$  przy kącie przystawienia równym 90° są natomiast sobie równe.

Obliczany jest współczynnik względnej sztywności dynamicznej *B*. Wyniki obliczeń przy  $\kappa_r = 45^{\circ}$  i  $\kappa_r = 90^{\circ}$  odpowiednio przedstawiono w tab. 4.3 i 4.4.

Analiza wyników pozwala zauważyć, że wartość współczynnika sztywności względnej *B* ulega nieznacznemu zmniejszeniu przy zwiększaniu kąta przystawienia. Zależności zmian współczynnika *B* przy zmianie posuwu oraz głębokości skrawania  $a_p$  (od 0,5 do 3 mm), oraz  $\kappa_r = 45^\circ$  i 90° przedstawiono na rys. 4.10 i rys. 4.11.



Rys. 4.10. Zależności zmian współczynnika sztywności względnej *B* od prędkości posuwu oraz głębokości skrawania przy L = 500 [mm], d = 20 [mm], prędkości obrotowej części  $n_p=1000$  [obr/min], kącie przystawienia  $\kappa_r = 45^{\circ}$ 



Rys. 4.11. Zależności zmian współczynnika sztywności względnej *B* od prędkości posuwu oraz głębokości skrawania przy L = 500 [mm], d = 20 [mm], prędkości obrotowej części  $n_p=1000$  [obr/min], kącie przystawienia  $\kappa_r = 90^\circ$ 

Na podstawie analizy wyników modelowania (rys. 4.10 i 4.11) można stwierdzić, że wartość współczynnika *B* wzrasta w funkcji zmiany głębokości skrawania oraz nieznacznie maleje wraz ze wzrostem prędkości posuwu. Przy zmianie kąta przystawienia narzędzia z  $\kappa_r = 90^\circ$  na  $\kappa_r = 45^\circ$  można stwierdzić niewielki przyrost wartości współczynnika *B* (przy posuwie 0,8 mm/obr i głębokości 0,5 mm różnica wynosi 0,008).

Należy zatem określić transmitancję operatorową przy sterowaniu, odpowiadającą zaistniałym warunkom, a także współczynniki wzmocnienia obiektu oraz opóźnienia  $\tau$ . Następnie określana jest transmitancja operatorowa według oddziaływania zakłócającego, która przyjmuje postać (4.1) i dokładną wartość współczynnika B (4.4). Po obliczeniu współczynników wzmocnienia procesu skrawania  $m_x$ ,  $m_y$  oraz  $m_z$  przy zmianie posuwu f i głębokości skrawania  $a_p$  (wielkości te mogą być traktowane jako zakłócenie), jest wyznaczany współczynnik względnej sztywności dynamicznej B.

Określane są współczynniki wzmocnienia obiektu  $K_{ox}$ ,  $K_{oy}$ ,  $K_{oz}$  opóźnienie  $\tau$  oraz współczynniki  $K_{bx}$ ,  $K_{by}$ ,  $K_{bz}$ . Zależność na aproksymowaną transmitancję operatorową obiektu przy sterowaniu przyjmuje postać (4.2) [2, 10, 11, 180]:.

Po określeniu transmitancji operatorowej wyznaczane są współczynniki  $K_{a0x}$ ,  $K_{a0y}$ ,  $K_{a0z}$  oraz stałe czasowe  $T_1$  i  $T_2$ .

Z analizy wyników symulacji, przedstawionych w tab. 4.3, tab. 4.4 oraz na rys. 4.10 i rys. 4.11, można wywnioskować, że transmitancje operatorowe aproksymowanego obiektu sterowania w tych przypadkach mają różną postać. W przypadku współczynniku  $B \ge 0,077$  (jest to wartość graniczna *B*, przy której przekształceniu ulega postać transmitancji operatorowej), przy zmianach posuwu *f* oraz zmianach głębokości skrawania  $a_p$  (od 0,4 do 3 mm) transmitancja operatorowa ma postać zgodną z zależnością (4.2). Przy B < 0,077i odpowiednio zmianach głębokości skrawania  $a_p$  (od 0,1 do 0,4 mm) oraz posuwu transmitancja operatorowa obiektu aproksymowanego ma następującą postać [2, 10, 11, 180]:

$$G_o(s) = \frac{\Delta Y_o(s)}{\Delta v_f(s)} = \frac{K_o}{(T_1 s + 1)}.$$
(4.5)

Wyniki obliczeń opóźnienia i stałych czasowych, w zależności od zmian prędkości obrotowej oraz głębokości skrawania, na podstawie których opracowano rys. 4.12, przedstawiono w tab. 4.5. Z analizy danych w tab. 4.5 i na rys. 4.12 wynika, że transmitancja operatorowa przy  $a_p \le 0,4$  mm ma postać odpowiadającą zależności (4.5).

a <sub>p</sub> , [mm]		0	,4		0,6			
n, [obr./min]	500	1000	1500	2000	500	1000	1500	2000
<b>Opóźnienie</b> τ, [s]	0,12	0,06	0,04	0,03	0,12	0,06	0,04	0,03
T <sub>1</sub> [s]	0,12	0,06	0,04	0,03	0,048	0,025	0,016	0,012
T <sub>2</sub> [s]	-	-	-	-	0,025	0,012	0,008	0,006
	1				1,5			
a <sub>p</sub> , [mm]		- -	1			1	,5	
a <sub>p</sub> , [mm] n, [obr./min]	500	1000	1 1500	2000	500	1, 1000	, <b>5</b> 1500	2000
a <sub>p</sub> , [mm] n, [obr./min] Ορόźnienie τ, [s]	500 0,12	1000 0,06	1 1500 0,04	2000 0,03	500 0,12	<b>1</b> , 1000 0,06	, <b>5</b> 1500 0,04	2000 0,03
<mark>a<sub>p</sub>, [mm]</mark> n, [obr./min] Ορόźnienie τ, [s] T <sub>1</sub> , [s]	500 0,12 0,062	1000 0,06 0,031	1500 0,04 0,021	2000 0,03 0,016	500 0,12 0,076	1,000 0,06 0,038	, <b>5</b> 1500 0,04 0,025	2000 0,03 0,019

Tab. 4.5. Zmiana opóźnienia oraz stałych czasowych w zależności od prędkości obrotowej oraz głębokości skrawania przy długości L = 500 [mm], średnicy d = 20 [mm], kąt przystawienia  $\kappa = 90^{0}$ 





Procesy przejściowe w układzie dynamicznym, na skokowe jednostkowe zmiany posuwu, przy różnych głębokościach skrawania, zilustrowano na rys. 4.13 a. Przy głębokości skrawania  $a_p = 0,5$  [mm] charakterystyka aproksymowana odpowiada transmitancji operatorowej (4.5), przy większych wartościach  $a_p$  przyjmuje natomiast postać (4.2). Spowodowane jest to zmianą transmitancji operatorowej przy wartości współczynnika  $B \ge 0,077$ , zależnego od głębokości skrawania. Zmiana transmitancji operatorowej powoduje wpływ zarówno na charakterystykę aproksymowaną jak i wyjściową. Przy większych głębokości skrawania zwiększa się czas odpowiedzi na skok jednostkowy. Jest to spowodowane uwzględnieniem zmiany stałych czasowych  $T_1$  oraz  $T_2$ .

Na rys. 4.13 – 4.17 linią ciągłą przedstawiono charakterystyki modelu dokładnego (wyjściowego), a linią przerywaną charakterystyki modelu aproksymowanego.

Charakterystykę amplitudową przy różnych głębokościach skrawania przedstawiono na rys. 4.13 b. Niezależnie od głębokości skrawania, krzywe przy częstotliwości 0 [rad/s] przyjmują wartość 10 dB. Przy głębokości  $a_n = 0.5$  [mm]

charakterystyka aproksymowana przyjmuje wartości większe od charakterystyki początkowej, a w przypadku większych głębokości charakterystyka aproksymowana przyjmuje wartości niższe. Zmiana transmitancji operatorowej ma wpływ tylko na charakterystykę aproksymowaną.



Rys. 4.13. Odpowiedzi na skok jednostkowy posuwu – a); charakterystyka amplitudowa przy głębokości skrawania - b), gdzie: 1 – 0,5 [mm], 2 – 0,6 [mm], 3 – 1,5 [mm], 4 – 2,5 [mm], posuw 0,4 [mm/obr], prędkość obrotowa 1000 [obr/min], kąt  $\kappa_r$ = 90° i *L* = 500 [mm], średnicy *d* = 20 [mm], kącie przystawienia  $\kappa_r$ = 90°

Charakterystykę fazowo-częstotliwościową przy różnych głębokościach skrawania przedstawiono na rys. 4.14. Niezależnie od głębokości skrawania charakterystyka początkowa osiąga wartość  $-180^{\circ}$ , przy częstotliwości 100 [rad/s]. Charakterystyka aproksymowana, w zakresie od  $0^{\circ}$  do  $-90^{\circ}$ , przyjmuje wartości większe przy mniejszych głębokościach skrawania. Krzywa charakterystyki aproksymowanej, przy głębokości skrawania 0,6 i większych po przekroczeniu wartości  $-45^{\circ}$ , zaczyna coraz bardziej odbiegać od krzywej charakterystyki początkowej.

Charakterystyka aproksymowana, w zakresie od  $0^0$  do  $-90^0$ , przyjmuje nieco większe wartości od charakterystyki wyjściowej w przypadku głębokości skrawania mniejszych od 0,5 [mm]. Przy kącie  $-90^0$  krzywe przecinają się, a zatem charakterystyka wyjściowa przyjmuje większe wartości wraz ze zwiększaniem głębokości skrawania.



# Rys. 4.14. Charakterystyki fazowo-częstotliwościowe przy różnych wartościach głębokości skrawania, gdzie: 1 – 0,5 [mm], 2 – 0,6 [mm], 3 – 1,5 [mm], 4 – 2,5 [mm], posuw 0,4 [mm/obr], prędkość obrotowa 1000 [obr/min], kat κ<sub>r</sub> = 90

Odpowiedzi na skok jednostkowy posuwu pokazano na rys. 4.14. Niezależnie od zmiany posuwu charakterystyka wejściowa osiąga wartość  $-180^{\circ}$  przy częstotliwości 100 [rad/s]. W zakresie od  $0^{\circ}$  do  $-90^{\circ}$  aproksymowana charakterystyka przyjmuje większe wartości przy mniejszych głębokościach skrawania. Zmiana prędkości posuwu nie ma większego wpływu zarówno na charakterystykę amplitudową jak i fazową. Wartość posuwu nieznacznie wpływa na współczynnik sztywności względnej *B*, w związku z tym zmiana przebiegu krzywych charakterystyki początkowej oraz aproksymowanej jest praktycznie niezauważalna. Przy głębokości skrawania 0,6 mm i większych przy kątach większych od  $-45^{\circ}$ , krzywa fazowej aproksymującej charakterystyki coraz bardziej różni się od charakterystyki początkowej.

W przypadku głębokości skrawania mniejszych niż 0,5 mm w zakresie od  $0^0$  do  $-90^0$  przebieg fazowej charakterystyki aproksymującej przyjmuje wartości większe od przebiegu fazowej charakterystyki początkowej. Przy  $-90^0$  krzywe przecinają się, a zatem charakterystyka początkowa przyjmuje większe wartości wraz ze zwiększaniem się głębokości skrawania.

Zmiana prędkości posuwu w niewielkim stopniu wpływa na zmianę zarówno amplitudowej jak również fazowo-częstotliwościowych charakterystyk układu dynamicznego obróbki części o małej sztywności.

Zmiana posuwu nie wpływa w istotny sposób na współczynnik względnej sztywności dynamicznej *B*, a więc charakterystyki przejściowe, początkowe i aproksymowane układu dynamicznego praktycznie nie ulegają zmianie.

Analiza charakterystyk przejściowych układu obróbki wału o małej sztywności, przy skokowej zmianie jednostkowej posuwu oraz przy różnych prędkościach obrotowych wału, pokazuje, że ze wzrostem prędkości obrotowej części obrabianej ulega skróceniu czas procesu przejściowego: przy prędkości 500 obr/min jest równy 0,12 s, przy prędkości 1000 obr/min – 0,06 s, a przy 2000 obr/min – 0,03 s. Przy tym zmniejszeniu ulega różnica między wartościami charakterystyk.

Charakterystyki amplitudowo–częstotliwościowe przedstawiono na rys. 4.15. Na osi poziomej zaznaczono różne wartości prędkości obrotowej części: 500, 1000, 2000 obr/min. Z analizy krzywych wynika, że charakterystyki amplitudowo–częstotliwościowe, w przypadku modeli początkowego i aproksymowanego, przy różnych prędkościach części, nie ulegają zmianie. W przypadku prędkości obrotowej 555 obr/min krzywe przyjmują wartości: -33 dB, przy prędkości obrotowej 50 rad/s oraz analogicznie przy 1000 ob./min - 100 rad/s; 2000 obr/min – 200 rad/s.

Odpowiedzi na skok jednostkowy posuwu, przy różnych prędkościach obrotowych przedstawiono na rys. 4.15 a. Niezależnie od zmiany prędkości obrotowej wartość odpowiedzi na skok jednostkowy pozostaje niezmienna. Zmianie ulega natomiast czas odpowiedzi. Wraz ze wzrostem prędkości obrotowej jest widoczne skrócenie czasu odpowiedzi, który wynosi przy: 500 [obr/min] – 0,12 [s], 1000 [obr/min] – 0,06 [s], 2000 [obr./min] – 0,03 [s], a także zmniejszenie różnicy pomiędzy wartościami charakterystyk.



Rys. 4.15. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe, gdzie:  $a_p = 0,4 \text{ [mm]}, f=0,4 \text{ [mm/obr]}, prędkość obrotowa:$  $n=500, 1000, 2000 \text{ [obr/min]}, kąt <math>\kappa_r = 90^\circ$ 

Charakterystykę amplitudowo–częstotliwościową pokazano na rys. 4.15 b. Na osi odciętych przedstawiono trzy skale odniesione do różnych prędkości obrotowych: 500, 1000 i 2000 [obr/min]. Z analizy wykresu wynika, że przebieg krzywej, zarówno w przypadku charakterystyki aproksymowanej jak i wyjściowej, przy każdej prędkości obrotowej jest taki sam. Przy prędkości obrotowej 500 [obr/min] przebiegi krzywych osiągają wartość – 33dB przy częstotliwości 50 [rad/s], analogicznie w pozostałych przypadkach: 1000 [obr/min] – 100 [rad/s], 2000 [obr/min] – 200 [rad/s]. Widoczna jest również niewielka różnica wartości pomiędzy krzywymi charakterystyki aproksymowanej oraz początkowej. W przypadku charakterystyki fazowo-częstotliwościowej, prędkość obrotowa ma wpływ tylko na częstotliwość [rad/s], nie wpływa natomiast na przebieg krzywej.

Odpowiedzi na skok jednostkowy posuwu przedstawiono na rys. 4.16. Charakterystyki aproksymowane, przy głębokości skrawania równej 0,6 [mm], przyjmują postać krzywej odpowiadającej transmitancji operatorowej (4.2). Niezależnie od zmiany posuwu czas odpowiedzi pozostaje niezmienny. Wraz ze wzrostem prędkości posuwu wzdłużnego widoczna jest coraz większa rozbieżność pomiędzy charakterystyką aproksymowaną, a charakterystyką początkową. Wzrasta wartość wielkości wyjściowej, na przykład przy posuwie 0,1 [mm/obr] jest równa 5 [N], przy posuwie 0,4 [mm/obr] – 20 [N] oraz przy posuwie 0,8 [mm/obr] – 40 [N]. Po upływie 0,15 [s] charakterystyka początkowa pokrywa się z aproksymowaną.



Rys. 4.16. Odpowiedzi na skok jednostkowy posuwu przy głębokości skrawania  $a_p=0,6$  [mm] przy posuwie [mm/obr.]: 1-0,1; 2-0,4; 3-0,8; prędkość obrotowa 1000 [obr/min], kąt  $\kappa_r = 90^\circ$ 

Charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową, przy głębokości skrawania 0,6 [mm], prędkości obrotowej 1000 [obr/min] oraz zmiennym posuwie, przedstawiono na rys. 4.17 a. Na podstawie rysunku można stwierdzić, że zmiana prędkości posuwu nie wpływa na przebieg krzywej zarówno charakterystyki początkowej jak i aproksymowanej. Widoczna jest różnica wartości pomiędzy krzywymi charakterystyki początkowej i aproksymowanej. Zmiana prędkości posuwu ma nieznaczny wpływ na współczynnik sztywności względnej *B*, w związku z tym zmiana przebiegu krzywych jest praktycznie niezauważalna i nie ma wpływu na charakterystykę amplitudową.

Charakterystykę fazowo–częstotliwościową, przy głębokości skrawania 0,6 [mm], prędkości obrotowej 500 [obr/min] oraz posuwie: 0,1, 0,4, 0,8 [mm/obr], przedstawiono na rys. 4.17 b. Przebieg charakterystyki fazowo–częstotliwościowej modelu początkowego osiąga wartość –180° przy częstotliwości 100 [rad/s]. Po przekroczeniu wartości –45° krzywa charakterystyki aproksymowanej zaczyna coraz bardziej odbiegać od krzywej charakterystyki początkowej. Zmiana prędkości posuwu ma nieznaczny wpływ na współczynnik sztywności względnej B, w związku z tym, zmiana przebiegu krzywych jest praktycznie niezauważalna i nie ma wpływu na charakterystykę fazowo–częstotliwościową.


Rys. 4.17. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa przy głębokości skrawania 0,6 [mm], posuw [mm/obr]:1 – 0,1; 2 – 0,4; 3 – 0,8; prędkość obrotowa 1000 [obr/min] – a); charakterystyka fazowa przy głębokości skrawania 0,6 [mm], posuw [mm/obr]: 1 – 0,1; 2 – 0,4; 3 – 0,8; prędkość obrotowa 1000 [obr/min], kąt κ<sub>r</sub> =90° – b)

Analiza porównawcza błędu względnego  $\delta$  (w %), nieprzekraczającego 15% [6], przy określaniu stałych czasowych modeli, świadczy o adekwatności opracowanych modeli matematycznych obróbki tokarskiej wałów do procesu rzeczywistego.

W wyniku analizy charakterystyk częstotliwościowych i czasowych modeli układu dynamicznego obróbki wałów o małej sztywności, stwierdzono możliwość ich aproksymacji w zakresie rzeczywistych częstotliwości układu dynamicznego i układu sterowania transmitancjami operatorowymi typowych członów dynamicznych: całkująco-statycznego oraz aperiodycznego drugiego lub pierwszego rzędu. Ustalono, że współczynniki wzmocnienia i stałe czasowe aproksymowanych modeli ulegają zmianie, przede wszystkim, przy zmianie prędkości obrotowej części i względnego dynamicznego współczynnika sztywności *B*, charakteryzującego stosunek sztywności układu sprężystego obrabiarki i współczynników wzmocnienia procesu skrawania. W przypadku zastosowania tokarek uniwersalnych, w związku ze zmieniającymi się warunkami i parametrami obróbki, parametry modelu mogą zmieniać się w szerokim zakresie.

## 5. METODY MODELOWANIA I STEROWANIA PROCESAMI OBRÓBKI MECHANICZNEJ CZĘŚCI OSIOWOSYMETRYCZNYCH O MAŁEJ SZTYWNOŚCI

Opracowane modele matematyczne układu dynamicznego obróbki osiowosymetrycznych, sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności, są w istocie modelami modułów technologicznych dowolnego systemu produkcyjnego. Umożliwia to opracowanie metodologii ujęcia systemowego do projektowania procesów technologicznych, z uwzględnieniem charakterystyk dynamicznych układu technologicznego.

Do kategorii systemowych [54] są zaliczane obiekty i procesy, składające się z poszczególnych części, elementów i posiadające całościowe charakterystyki funkcjonowania. Dowolny układ technologiczny jest definiowany przez zestaw określonych charakterystyk:

- powiązaniami układu ze środowiskiem (w rozpatrywanym przypadku są to powiązania z błędami półfabrykatu);
- funkcjami, realizowanymi przez układ, tj. zagwarantowaniem wymaganych w procesie technologicznym parametrów dokładności;
- strukturą układu;
- całością funkcjonalnych i strukturalnych właściwości układu, określanych charakterem transmitancji operatorowych.

Wymienione charakterystyki w pełni odpowiadają układom technologicznym obróbki sprężyście-odkształcalnych części o małej sztywności i ich modelom matematycznym, uwzględniającym właściwości układu, jako obiektu sterowania, przy parametrach ustalonych i zmiennych. Przy rozpatrywaniu modeli układów dynamicznych obróbki mechanicznej części sprężyście-odkształcalnych jako obiektów systemowych, uwzględniających zasadniczo ważne i jednocześnie różne cechy specyficzne funkcjonowania obiektu sterowania, jest celowe zastosowanie podejścia informacyjnego [76].

*IDEF* (*Integration DEFinition*), jako standard opracowano w 1981 r. w ramach obszernego programu automatyzacji zakładów przemysłowych o nazwie *ICAM* zaproponowanego przez Departament Obrony USA.

Na bazie tego ujęcia opracowano metodologię modelowania funkcjonalnego *IDEFO*, którą w 1993 r. przyjęto jako standard federalny w USA, a w 2000 r. – jako wytyczne standaryzacji w Federacji Rosyjskiej. Metodologię *IDEFO* można uważać za kolejny etap rozwoju dobrze znanego języka graficznego opisu funkcjonowania systemu *SADT* (*Structured Analysis and Design Technique*) opracowanego przez Douglas T. Ross. Metodologia *SADT* jest to całokształt metod, zasad i procedur, przeznaczonych do utworzenia modelu

funkcjonalnego obiektu dowolnego zakresu przedmiotowego. Przy zastosowaniu modelu funkcjonalnego *SADT* można odzwierciedlać strukturę funkcjonalną złożonego układu technologicznego tj. wykonywane przez niego działania i powiązania pomiędzy tymi działaniami, jak również, w przypadku już działających złożonych układów dynamicznych można przeprowadzić analizę funkcji realizowanych przez układ oraz przedstawić mechanizmy, w wyniku których są one realizowane [21, 31, 32, 172, 182–184].

#### 5.1. Model graficzny procesów sterowania obróbką oslowosymetrycznych części o małej sztywności na bazie metodologii IDEFO

Tworzenie modelu *IDEF0* zawsze rozpoczyna się od przedstawienia układu jako całościowego jednolitego bloku i otoczenia interfejsu rozciągającego się za granice rozpatrywanego obszaru. Taki diagram o jednym bloku funkcjonalnym nazywa się diagramem kontekstowym i jest oznaczany jako "*A*–0".

W objaśnieniu do diagramu kontekstowego należy pokazać cel (*Purpose*) budowy diagramu w postaci krótkiego opisu i punkt widzenia (*Viewpoint*).

Opracowanie różni się od istniejących tym, że są w nim przedstawione zagadnienia modelowania, funkcjonowania, opracowania środków programowych, eksperymenty maszynowe i sterowanie parametrami złożonego układu dynamicznego na bazie metodologii *IDEF0*.

Język graficzny *IDEF0* jest bardzo prosty i harmoniczny. Jego metodologia opiera się na kilku podstawowych pojęciach.

**Pojęcie bloku funkcjonalnego**. Blok funkcjonalny jest graficznie przedstawiany w postaci prostokąta (rys. 5.1) i prezentuje pewną konkretną funkcję w ramach rozpatrywanego układu. Każda z czterech stron bloku funkcjonalnego posiada określone znaczenie (rolę):

- strona górna to "Sterowanie" (Control);
- strona lewa "Wejście" (Input);
- strona prawa "Wyjście" (Output);
- strona dolna "Mechanizm" (Mechanism).

**Strumienie interfejsu**. Strumień interfejsu odzwierciedla element układu, który jest przetwarzany przez blok funkcjonalny lub wpływa na funkcję odzwierciedloną blokiem funkcjonalnym.

Dowolny blok funkcjonalny, zgodnie z wymaganiami standardu, powinien mieć chociażby jeden sterujący i jeden wychodzący strumień interfejsu. Jest to zrozumiałe, ponieważ każdy proces powinien przebiegać według określonych zasad (odzwierciedlonych przez strumień sterujący) i powinien generować określony wynik (strumień wychodzący), w innym przypadku jego rozpatrywanie nie ma żadnego sensu.



Rys. 5.1. Blok funkcjonalny

Przy budowie *IDEF0* – diagramów ważne jest, aby prawidłowo oddzielić strumienie interfejsu, wchodzące od sterujących, co często nie jest proste. Na przykład, na rys. 5.2 przedstawiono blok funkcjonalny "Obróbka półfabrykatu".



Rys. 5.2. Blok funkcjonalny obróbki półfabrykatu

W procesie rzeczywistym robotnik wykonujący obróbkę otrzymuje półfabrykat oraz wskazania technologiczne, dotyczące obróbki. Może się wydawać, że półfabrykat i dokument ze wskazaniami technologicznymi są obiektami wejściowymi, jednak tak nie jest. W rzeczywistości w tym procesie półfabrykat jest obrabiany według zasad, przedstawionych we wskazaniach technologicznych, które powinny być odpowiednio określone strumieniem interfejsu.



Rys. 5.3. Blok funkcjonalny wskazań technologicznych

Czasami, wskazania technologiczne są analizowane przez głównego technologa, który wnosi do nich zmiany (rys. 5.3). W tym przypadku są one odzwierciedlone przez strumień interfejsu wchodzący, a obiektem są na przykład nowe standardy przemysłowe, z wykorzystaniem których są wprowadzane zmiany.

Przytoczone przykłady podkreślają zewnętrznie złożoną naturę strumieni interfejsu wejściowych i sterujących, jednak w przypadku układów jednej klasy zawsze występują określone rozgraniczenia. W przypadku przedsiębiorstw i organizacji może wystąpić pięć podstawowych rodzajów obiektów: strumienie materialne (części, towary, surowce itd.), strumienie finansowe (gotówka i środki bezgotówkowe, inwestycje, itd.), strumienie dokumentów (handlowe, finansowe i organizacyjne), strumienie informacji (dane o zamierzeniach, ustne rozporządzenia, itd.) i zasoby (pracownicy, obrabiarki, maszyny, itd.) Przy tym, w różnych przypadkach, strumienie interfejsu wchodzące i wychodzące mogą odzwierciedlać wszystkie rodzaje obiektów, sterujące tylko strumienie dokumentów i informacji, a strumienie – mechanizmy tylko zasoby.

**Dekompozycja** (*Decomposition*). Zasada dekompozycji jest stosowna przy rozbiciu procesu złożonego na jego funkcje składowe. Poziom uszczegółowienia procesu jest określany bezpośrednio przez realizatora modelu.

Przeprowadzenie dekompozycji umożliwia, w sposób stopniowy i strukturalizowany, przedstawienie modelu układu w postaci struktury hierarchicznej poszczególnych diagramów, co powoduje, że jest w mniejszym stopniu przeciążony i łatwiej przyswajalny.

Określenie i formalizacja celu opracowania modelu *IDEF0* jest bardzo ważnym momentem. Cel faktycznie określa odpowiednie zakresy w badanym układzie, na których należy się skupić w pierwszej kolejności.

W procesie dekompozycji blok funkcjonalny, który w kontekstowym diagramie odzwierciedla układ, jako jedną całość, jest poddawany uszczegółowieniu na innym diagramie. Diagram drugiego rzędu zawiera bloki funkcjonalne, odzwierciedlające główne podfunkcje bloku funkcjonalnego diagramu kontekstowego i jest nazywany dziecięcym (*Child diagram*) w stosunku do niego (każdy z bloków funkcjonalnych przynależących diagramowi dziecięcemu nazywa się odpowiednio blokiem dziecięcym – *Child Box*).

Blok funkcjonalny wyższego poziomu jest nazywany blokiem rodzicielskim w stosunku do diagramu dziecięcego (*Parent Box*), a diagram do którego należy – diagramem rodzicielskim (*Parent Diagram*). Każda z modyfikacji diagramu dziecięcego może być również uszczegółowiana drogą analogicznych dekompozycji, odpowiadającego jej bloku funkcjonalnego. W każdym przypadku dekompozycji bloku funkcjonalnego, wszystkie strumienie interfejsu wchodzące do bloku lub wychodzące z niego, są odzwierciedlone na diagramie dziecięcym. W taki sposób jest uzyskiwana strukturalna jednolitość modelu *IDEF0*. Zasada dekompozycji przy modelowaniu matematycznym i sterowaniu procesami kształtowania części poglądowo przedstawiono w [22, 31, 32, 121, 122, 172].

### 5.2. Biok funkcjonalny modelowania i sterowania układem technologicznym obróbki części o małej sztywności na bazie *IDEF*0

Podstawowym problemem badań w obecnej chwili jest adekwatny opis funkcjonowania i ocena stanu układu dynamicznego. Opracowanie takich modeli jest możliwe przy wszechstronnym przeanalizowaniu struktury, przeznaczenia i funkcji układów technologicznych i ich charakterystyk. Funkcja powinna przekształcać dostatecznie wiarygodnie informację wejściową i znane metody analizy w informację o możliwościach (o sytuacji bieżącej i perspektywach), przy pomocy adekwatnych modeli bazowych i narzędzi analizy, odpowiadających przyjętym kryteriom. Tylko takie podejście do realizacji funkcji modeli bazowych umożliwi podjęcie odpowiednich działań w procesie badawczym, gwarantujących, z wysokim prawdopodobieństwem, uzyskanie wymaganych wyników w przypadku zmiany warunków zewnętrznych i wewnętrznych [22, 84, 86, 88, 134-136, 121, 122].

Dekompozycję bloku funkcjonalnego A0, w przypadku modelowania matematycznego procesów kształtowania i sterowania funkcjonowaniem układu dynamicznego, przedstawiono na rys. 5.4. Dekompozycja odzwierciedla strukturę hierarchiczną modelowania i strategię badania procesów funkcjonowania układu technologicznego przy pomocy adekwatnych modeli i narzędzi analizy, odpowiadających przyjętym kryteriom. Przy takim podejściu realizacja dekompozycji bloku funkcjonalnego A0 umożliwia ukierunkowane działania gwarantujące, z wysokim prawdopodobieństwem, uzyskanie oczekiwanych wyników procesów funkcjonowania układu dynamicznego i obróbki części przy zmianie warunków zewnętrznych i wewnętrznych. Trzy moduły, jak to wynika z rys. 5.4, czyli "Model matematyczny funkcjonowania układu technologicznego", "Model matematyczny stanu energetycznego układu technologicznego" i "Sterowanie optymalne kształtowaniem" umożliwiają badanie procesów funkcjonowania układów dynamicznych. Przy aktywizacji strumieni interfejsu analizowane są metody formalizacji i badania, umożliwiające przejście od prostych do złożonych systemów układów dynamicznych [27]. Aktywizacja strumieni zależy od wzajemnego współdziałania modułów bloków funkcjonalnych badanych procesów, umożliwiających ich kontrolę.



Rys. 5.4. Blok funkcjonalny A1 modelowania matematycznego układu dynamicznego

Najistotniejszym etapem badania jest formalizacja obiektu sterowania, określająca możliwości zastosowania metod obliczeniowych przy badaniu. W przypadku, kiedy zadanie jest w pełni sformalizowane, to znaczy, gdy jest określony pełny model matematyczny, można je rozwiązywać przy zastosowaniu jednej z metod cyfrowych [15, 22, 62, 86, 120–122].

#### 5.3. Model matematyczny układu dynamicznego

Zastosowanie sterowania procesem technologicznym obróbki części osiowosymetrycznych o małej sztywności, z wykorzystaniem odpowiednich modeli matematycznych, umożliwia zwiększenie dokładności wymiarów i kształtu obrabianych wyrobów, polepszenie wskaźników techniczno-ekonomicznych obróbki i zwiększenie niezawodności funkcjonowania układu dynamicznego. Jednym z najważniejszych zadań jest więc opracowanie opisu matematycznego układu dynamicznego

Przy modelowaniu należy uwzględniać wzajemne powiązania parametrów, umożliwiające uzyskanie wymaganej dokładności obróbki, czyli rozwiązanie zagadnienia optymalnego sterowania procesem technologicznym. Efektywność rozwiązania takich zadań w dużym stopniu zależy od określenia celu i wyboru metod modelowania. Celem jest określenie parametrów optymalnego sterowania procesem obróbki tokarskiej części o małej sztywności, na bazie modelu sprężystego układu dynamicznego.

Osiągnięcie założonego celu wymaga opracowania schematu strukturalnego i obliczeniowego oraz modelu sterowania układem dynamicznym – rys. 5.5.





Rys. 5.5. Schemat obliczeniowy układu dynamicznego – a), model układu dynamicznego – b)

Na podstawie rys. 5.5, przy zastosowaniu równania Lagrange'a drugiego rzędu, opracowano model matematyczny układu dynamicznego obróbki tokarskiej części o małej sztywności [7, 9, 86, 104]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}_i} + \frac{\partial P}{\partial \varphi_i} = Q_i, \qquad (5.1)$$

gdzie: *T*, *P* – energia układu: kinetyczna i potencjalna;

 $\Phi$  – dyssypacyjna funkcja Rayleigha;

 $\varphi_i, \dot{\varphi}_i$  – współrzędna uogólniona i prędkość uogólniona modelu układu;  $Q_i$  – siły uogólnione. Obliczana jest energia kinetyczna i potencjalna oraz dyssypacyjna funkcja Rayleigha rozpatrywanego układu dynamicznego w postaci:

$$T = \frac{1}{2}(j_1\dot{\varphi}_1^2 + j_2\dot{\varphi}_2^2), \quad P = \frac{1}{2}c(\varphi_1 - \varphi_2)^2, \quad \Phi = \frac{1}{2}b(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2$$

Człony równań Lagrange'a są określane jako pochodne cząstkowe przemieszczeń, prędkości, czasu i siły uogólnionej:

$$\frac{P}{\partial \varphi} = c(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi_i}} = j_i \dot{\varphi_i}, \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}} = b(\dot{\varphi_1} - \dot{\varphi_2}), \qquad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi_i}}\right) = j_i \ddot{\varphi_i},$$
$$Q_1 = M_n, \quad Q_2 = M_o$$

gdzie:  $j_1, j_2$  – momenty bezwładności obracających się mas układu;

 $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$  – prędkości kątowe w procesie obróbki odcinków wału czynnego i biernego;

 $\varphi_1, \varphi_2$  – przemieszczenia kątowe;

 $c=c_k+c_l$  – sztywność sumaryczna (kątowa i liniowa) obrabianego wału; b – współczynnik ciągliwości obrabianego wału;

 $M_n$ ,  $M_o$  – moment napędowy i moment oporu układu.

Po określeniu członów równań Lagrange'a, uwzględniając moment napędowy i moment oporu można zapisać model matematyczny w postaci:

$$\begin{array}{l} j_{1}\ddot{\varphi}_{1} = M_{n} - b(\dot{\varphi}_{1} - \dot{\varphi}_{2}) - c(\varphi_{1} - \varphi_{2}) \\ j_{2}\ddot{\varphi}_{2} = b(\dot{\varphi}_{1} - \dot{\varphi}_{2}) + c(\varphi_{1} - \varphi_{2}) - M_{o} \end{array} \right\}.$$

$$(5.2)$$

W trakcie budowy modeli linii sprężystych części o małej sztywności, przy ich obróbce w stanie sprężyście-odkształcalnym, są uwzględniane momenty zginające względem osi X oraz odkształcenia sprężyste względem tej osi, jako wykazujące dominujący wpływ na błędy kształtu w kierunku wzdłużnym. Składowa  $F_c$  siły skrawania w dużym stopniu wpływa na skręcanie części, a jej działanie zginające może być uwzględnione w postaci obciążenia:

$$F_{sg} = \sqrt{F_c^2 + F_p^2} \; .$$

Wartości składowych sił skrawania  $F_c$ ,  $F_p$ ,  $F_f$  są określane przez warunki technologiczne, tj. parametry i geometrię skrawania [114].

Wartość siły  $F_c$  działającej w kierunku prędkości skrawania w przybliżeniu można określić jako:

$$F_c = \sigma \cdot A_p$$
.

Stąd określa się wartość momentu

$$M_{skr} = r_w \cdot F_c$$
,

gdzie:  $\sigma = 0.35 \cdot q$  – granica wytrzymałości materiału,

q – twardość materiału w skali Brinella [9, 13, 86];

 $A_p = h \cdot b$  – powierzchnia warstwy skrawanej;  $h = f \sin \kappa_r$  –

grubość warstwy skrawanej;  $b = \frac{a_p}{\sin \kappa_r}$  – szerokość warstwy skrawanej

 $(\kappa_r = 45^\circ); f = \frac{v_c}{n} - \text{posuw}; v_c = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{1000} - \text{prędkość skrawania};$  $n - częstość obrotowa; D - średnica obrabianego wału; <math>a_p$  - głębokość skrawania;  $r_w$  - promień obrabianego wału.

W procesie obróbki głębokość skrawania ulega zmniejszeniu do wartości  $a_{p \ fak} = a_{p \ okr} - y_{0}$ , którą można wyznaczyć z zależności:

$$a_{p fak} = \frac{F_p}{c} = \frac{0.5F_c}{c}.$$

Określana jest także sumaryczna sztywność i ciągliwość wału [37, 75] jako:

$$c = c_k + c_l = \frac{GJ_p}{l} + \frac{EJ_x}{l}, \ k_c = \frac{0.064 \cdot c}{\omega},$$

gdzie:  $c_k$ ,  $c_l$  – sztywność obrabianego wału kątowa i liniowa;

k<sub>c</sub> – współczynnik ciągliwości wału;

*l* – długość obrabianego wału;

*G*, *E* – moduł sprężystości poprzecznej i wzdłużnej materiału; *J<sub>p</sub>*, *J<sub>x</sub>* – biegunowy i osiowy moment bezwładności;  $\omega = \sqrt{\frac{c}{J_i}}$  – częstość procesu. Względne odkształcenia wzdłużne obrabianego wału przy rozciąganiu [37, 85]:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \, .$$

Bezwzględne wydłużenie wału przy rozciąganiu:

$$\Delta l = \frac{F_{x1} \cdot l}{EF},$$

a więc dopuszczalna wartość siły skrawania jest równa:

$$F_{x1d} = [\sigma_r] \cdot S \quad ,$$

gdzie:  $\sigma_r$  – naprężenia dopuszczalne przy rozciąganiu;

S – powierzchnia przekroju poprzecznego wału.

Uwzględniając siłę rozciągającą i bezwzględne wydłużenie obrabianego wału przy rozciąganiu, względne wzdłużne odkształcenia można określić, stosując prawo Hooke'a [37, 85]

$$\varepsilon = \frac{\left[\sigma_{p}\right]}{E},$$

a obliczeniowa wartość siły rozciągania w tym przypadku jest równa

$$F_{x1} = c \cdot \Delta l$$
.

Do opracowania sterowania układem dynamicznym należy zastosować układ (5.2) przy uwzględnieniu następujących założeń [75]:

- ruch wirnika silnika układu technologicznego jest wykonywany według określonej zasady  $\varphi_0(t)$ , co odpowiada idealnej charakterystyce silnika;
- zredukowany moment bezwładności  $j_1(\varphi_1)$  jest stały;
- moduł zredukowanego momentu sił oporu technologicznego, pochodzących od noża, zmienia się zgodnie z zależnością  $M_p = M_s + M_0 \sin \omega t$  ( $M_o$  – amplituda jego drgań względem wartości średniej).

Przy dostatecznie dużej mocy silnika można założyć, że ruch jego wirnika  $\varphi_1(t)$  jest niezależny od zmiany momentu oporu  $M_p$  i bezwładności  $j_2$ . Przy określonej zależności  $\varphi_1(t)$  układ (5.2) można więc zapisać w postaci

$$j_2 \ddot{\varphi} + b \dot{\varphi} + c \varphi = M_p + j_1 \ddot{\varphi}_1, \qquad (5.3)$$

gdzie  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  – przemieszczenia kątowe obrabianego wału.

Przy założeniu, że prędkość kątowa  $\dot{\phi}_1$  jest stała, równanie ruchu obrabianego wału określone zostało w postaci

$$j_2 \ddot{\varphi} + b \dot{\varphi} + c \varphi = M_p \,. \tag{5.4}$$

Pierwsze równanie układu (5.2) w tym przypadku umożliwia tylko określenie momentu napędowego, umożliwiającego uzyskanie wymaganego ruchu wirnika silnika. Ruch obrabianego wału, o zredukowanym momencie bezwładności  $j_2$ , można więc rozpatrywać jako składający się z ruchu podstawowego  $\dot{\phi}_1$  i ruchu dodatkowego o prędkości  $\dot{\phi}_c$ , zwykle o charakterze drgającym.

#### 5.4. Modelowanie matematyczne i ocena stanu energetycznego układu dynamicznego

W układzie dynamicznym jednym z podstawowych zadań jest określenie energii, umożliwiającej realizację rzeczywistego procesu kształtowania części.

Przedstawiono to w postaci korekcji mocy elementów układu

$$\left|P_{z}-P_{o}\right|\leq\varepsilon, \qquad (5.5)$$

gdzie:  $P_z$  – określona moc procesu skrawania;

 $P_o$  – wartość obliczeniowa mocy skrawania,  $\forall \varepsilon \ (0 < \varepsilon < 1)$  – mała wartość.

Analiza mocy umożliwia ocenę stanu energetycznego kształtowania części [7, 9, 79, 86, 120].

Modele matematyczne funkcjonowania układu dynamicznego w procesie kształtowania wału o małej sztywności opisywane równaniem Lagrange'a drugiego rzędu, przedstawiono w podrozdziale 5.3. Do określenia energii tych ruchów należy zastosować natomiast równania Hamiltona.

Równanie dynamiczne Lagrange'a drugiego rzędu (5.1) można przekształcić do innej postaci, otrzymując równania kanoniczne. Równania (5.3) tworzą układ n równań drugiego rzędu względem n funkcji  $q_i(t)$ . Rząd tego układu jest równy 2n. Do sprowadzenia równania (5.1) do postaci kanonicznej, w miejsce zmiennych Lagrange'a  $q_i$  i  $q_i$  wprowadzono zmienne kanoniczne  $q_i$  i  $p_i$ , odpowiednio współrzędne i impulsy siły.

Przekształcenie funkcji Lagrange'a  $L = (q_i, \dot{q}_i, t)$  według zmiennych  $q_i$  jest funkcją Hamiltona w przypadku układów działających w siłowym polu potencjalnym [7, 104]:

$$H(q_i, p_i, t) = \sum_{i=1}^{n} p_i q_i - L(q_i, \dot{q}_i, t).$$
(5.6)

wielkość  $q_i$ , można wyrazić przez  $q_i$ ,  $p_i$ , t.

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial (T+n)}{\partial \dot{q}_i} \quad (i=1, 2, ..., n).$$
 5.7)

W rozpatrywanym przypadku na układ, oprócz sił potencjalnych, działają również siły niepotencjalne. Wprowadzając zmienne kanoniczne, równanie (5.7) można zapisać w postaci

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial P_i}, \quad \frac{dP_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} + Q_i$$
 5.8)

Wyrażenia (5.8) są równaniem Hamiltona w przypadku układu niekonserwatywnego.

Pochodna całkowita funkcji Hamiltona w czasie, przy zastosowaniu zależności (5.7) określana jest następująco:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial H}{\partial q_i} \dot{q}_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial H}{\partial P_i} \dot{P} \text{ (i=1, 3)}.$$
5.9)

Ruch układu dynamicznego można przedstawić więc równaniami Hamiltona [79, 104].

Z równań (5.9) wynika [7], że w przypadku układu dynamicznego ( $\dot{q}_i=\dot{\varphi}_i$ )

$$\frac{\partial H}{\partial \varphi_{d}} = -\frac{\partial T}{\partial \varphi_{d}} = 0; \quad P_{d} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{d}} = j_{d} \dot{\varphi}_{d} \\
\frac{\partial H}{\partial \varphi_{o}} = -\frac{\partial T}{\partial \varphi_{o}} = 0; \quad P_{o} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{P}} = j_{o} \dot{\varphi}_{o} \\
\end{cases}$$
(5.10)

Uwzględniając, niezmienność parametrów układu można zapisać

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \; .$$

Zgodnie z (5.8) i (5.10) przechodzi się do układu równań kanonicznych

$$\frac{d\varphi_{\rm d}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial P_{\rm d}} = j_{\rm D}^{-1}P_{\rm d}; \quad \frac{dP_{\rm d}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi_{\rm d}} + Q_{\rm d} \\
\frac{d\varphi_{\rm o}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial P_{\rm o}} = j_{\rm B}^{-1}P_{\rm o}; \quad \frac{dP_{\rm o}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi_{\rm o}} + Q_{\rm o} \\
\end{cases}$$
(5.11)

Po podstawieniu zależności (5.10) i (5.11) do (5.9), otrzymuje się:

$$\frac{dH}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial H}{\partial P_i} \left( -\frac{\partial H}{\partial \varphi_i} + Q_i \right) = \sum_{i=1}^{n} \left( -\frac{\partial H}{\partial \varphi_i} + Q_i \right) \dot{\varphi}_i . \quad (5.12)$$

Z zależności (5.12) otrzymano równanie:

$$\frac{dH}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \left( -\frac{\partial H}{\partial \varphi_i} + Q_i \right) \dot{\varphi}_i = \sum_{i=1}^{n} Q_i \dot{\varphi}_i .$$
(5.13)

Niech układ jako obiekt stacjonarny o stałych parametrach i określonej mocy skrawania ma ogólną współrzędną więzi  $\varphi_w$ . Podstawiając (5.13) do (5.11), otrzymuje się

$$P_{\varepsilon} = \sum_{i=1}^{n} \left[ \left( -\frac{\partial H}{\partial \varphi_i} + Q_{\varepsilon} \right) - \left( -\frac{\partial H}{\partial \varphi_i} + Q_{\varepsilon} \right) \right] \dot{\varphi}_i = \sum_{i=1}^{n} \left( Q_{\varepsilon} - Q_{\varepsilon} \right) \dot{\varphi}_i .$$
(5.14)

Korekcja stanu energetycznego jest określana warunkiem [7, 9, 79]:

$$|Q_{3} - Qo| = \begin{cases} = 0, & \text{jeżeli są równe odpowiednie} \\ \text{parametry funkcjonowania} \\ \neq 0, & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$$
(5.15)

<i>T</i> , s	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
P <sub>d</sub> , kWt	0	0,44	0,84	1,25	1,67	2,08	2,5	2,9	3,34	3,76	4,17
P <sub>o</sub> , kWt	0	0,38	0,84	1,25	1,67	2,08	2,5	2,9	3,34	3,76	4,17
ε	0	0,06	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tab. 5.1. Pobór mocy przez silnik obrabiarki przy skrawaniu



Rys. 5.6. Wykres zmiany mocy w procesie technologicznym

Zależnością (5.15) scharakteryzowano sterowanie układem dynamicznym.

Podstawienie wartości prędkości kątowych  $\dot{\phi}_i$  oraz momentów sił napędowych i oporów  $Q_i = M_i = j_i \ddot{\phi}_i$  do (5.14), umożliwia określenie stanu energetycznego układu obróbki wałów o małej sztywności odpowiadającego sformułowanym warunkom (5.5), (5.15). Wartości i zależności graficzne stanu energetycznego układu dynamicznego w procesie obróbki pokazano w tab. 5.1 i na rys. 5.6.

### 5.5. Sterowanie układem dynamicznym obróbki mechanicznej osiowosymetrycznych części o małej sztywności

Układy dynamiczne są złożonymi układami wieloelementowymi realizującymi procesy mechaniczne, elektryczne i inne powiązane energetycznie.

W analizowanym układzie dynamicznym w procesie obróbki między siłą, niezbędną do realizacji ruchu obrabianego wału i siłą skrawania, występuje wymiana energii. Należy więc określić ilość zużywanej energii. Realizowany proces ma charakter dynamiczny, ponieważ opis takiego układu można przedstawić w postaci [14, 79, 85]:

- wyjściowy moment obrotowy na wirniku silnika:

$$j\ddot{\varphi} = M_n = Ri_w, \qquad (5.16)$$

- zmiana napięcia prądu w obwodzie wirnika:

$$U = L\frac{di_w}{dt} + Ri_w,$$

gdzie:  $M_n$  – moment napędowy;

L – indukcyjność;

 $i_w$  – natężenie prądu wirnika ( $i = \frac{dq_l}{dt}$ ,  $q_l$  – ładunek elektryczny);

R – stała konstrukcyjna (opór);

U – napięcie.

Równanie wymiany energii, w przypadku rozpatrywanego układu (5.16), przy powstaniu momentu oporu przyjmie postać

$$j\ddot{\varphi} = M_n - M_{op} = R(i_w - i_{op}) = Ri_e$$
,

gdzie:  $M_{op}$  – moment oporowy;

 $i_{op}$  – prąd nazywany siłą (skrawania);

 $i_e$  – prąd ekwiwalentny odpowiadający procesowi dynamicznemu obróbki wału.

W przypadku dostatecznie małej wartości indukcyjności zakłada się, że L=0 [14, 79], a zatem siła elektromotoryczna silnika jest równa:

$$E_{SEM} = R(i_w - i_{op}).$$

Na podstawie powyższego można określić moc wymiany energii układu [79]:

$$P_{op} = R(i_w - i_{op})^2.$$
(5.17)

Rozpatrzono w jaki sposób ten proces jest realizowany przy obróbce wału. Analogicznie z równaniem (5.17) w przypadku procesu mechanicznego [79]:

$$P_{op} = R(i_{w} - i_{c})^{2} = b(\dot{\varphi}_{1} - \dot{\varphi}_{r})^{2},$$

gdzie: *b* – współczynnik ciągliwości obrabianego walu;

 $\dot{\phi}_1$  – prędkość kątowa czynnej części obrabianego wału;

 $\dot{\phi}_2$  prędkość kątowa biernej części obrabianego wału;

 $\dot{\phi}_r = \dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2 - róźnica prędkości kątowych odcinków obrabianego wału czynnego i biernego wytworzona przez moment oporowy.$ 

Przy R=const i b=const w celu kształtowania sterowania optymalnego przyjmuje się:  $u = \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_r$ ,  $\dot{\varphi}_i = \frac{d\varphi_i}{dt}$ . Określenie strat energii w procesie obróbki wału polega na tym, aby do określonego czasu *T* minimalizować funkcję [7, 14, 30]:

$$J_{(u)} = \int_{0}^{T} u^{2} dt, \qquad (5.18)$$

przy warunkach:

$$\varphi = y_1, \ \dot{\varphi} = y_2, \ \dot{y}_2 = \frac{1}{j_2}(by_2 + cy_1) - u_p - u_0 \sin \omega t$$
 (5.19)

$$\varphi_i(0) = \varphi_0(0), \qquad \dot{\varphi}_i(0) = \dot{\varphi}_0(0) \quad , \tag{5.20}$$

$$\begin{split} \varphi_i(t) &= \varphi_0(t), \qquad \dot{\varphi}_i(t) = \dot{\varphi}_0(t), \qquad (i = \overline{1, n}) \\ 0 &\leq t \leq T \end{split} .$$

Funkcję Hamiltona–Pontriagina, w przypadku układu dynamicznego, można zapisać jako[7, 9, 14, 30]:

$$H = (\varphi, u, t, \psi_i, \psi_0) = -\psi_0 u^2 + y_2 \psi_1 + \psi_2 \dot{y}_2, \qquad (5.21)$$

a układ sprzężony

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial y_1} = -j_1^{-1}c\psi_2, \qquad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial y_2} = -\psi_1 + j_1^{-1}b\psi_2 \qquad (5.22)$$

z ograniczeniem na sterowanie  $|u| \le 1$ .

Rozwiązanie rozpatrywanego zadania wymaga spełnienia warunku koniecznego

$$H(q_i(t), u(t), t, \psi_i, \psi_0) = \max_{u \in U} H(q_i(t), u, t, \psi_i(t), \psi_0).$$
(5.23)

Z warunków  $\max_{|u|\leq 1} H$  wynika, że,  $u = \frac{\psi_2}{2}$  przy  $\psi_2 \neq 0$ , ponieważ układ sprzężony (5.22) jest jednorodny względem  $\psi_i$  oraz można w dowolny sposób wybrać stałą

$$\psi_0(t) = -1$$
  $0 \le t \le T$ . (5.24)

Układ (5.18–5.24) jest badany przy zastosowaniu metod numerycznych Runge-Kutty.

W celu określenia funkcji pomocniczych zbadano numerycznie układ sprzężony (5.22) przy zmianie parametrów konstrukcyjnych  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $j_i$  w zakresie:  $b=0,3-15 N \cdot m \cdot s/rad$ ;  $c=30000-60000 N \cdot m/rad$ ;  $j_2=0,08-0,75 N \cdot m \cdot s^2$ .

Z oceny rozwiązań układu (5.22) wynika, że zmiana momentów bezwładności i sił sprężyście-dyssypacyjnych istotnie zmienia funkcję zmiennych  $\psi_1, \dot{\psi}_1, \psi_2, \dot{\psi}_2$ , tj. ruch obrabianego wału. Zwiększenie dokładności wymiarowej i kształtu obrabianych wałów wymaga określenia zmiennych układu sprzężonego, umożliwiających normalne funkcjonowanie układu dynamicznego [9].

T, s	$\psi_1$	$\dot{\psi}_1$	$\psi_2$	$\dot{\psi}_2$	$\psi_1$	$\dot{\psi_1}$	$\psi_2$	$\dot{\psi}_2$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9		
		u = +1			<i>u</i> =-1					
0	0	-2	0	-2	0	2	0	2		
0,1	-0,2	-2	-0,2	-2	0,2	2	0,2	2		
0,2	-0,4	-2	-0,4	-2	0,4	2	0,4	2		
0,3	-0,6	-2	-0,6	-2	0,6	2	0,6	2		
0,4	-0,8	-2	-0,8	-2	0,8	2	0,8	2		
0,5	-1	-2	-1	-2	1	2	1	2		
0,6	-1,2	-2	-1,2	-2	1,2	2	1,2	2		
0,7	-1,4	-2	-1,4	-2	1,4	2	1,4	2		
0,8	-1,6	-2	-1,6	-2	1,6	2	1,6	2		
0,9	-1,8	-2	-1,8	-2	1,8	2	1,8	2		
1	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2		

Tab. 5.2. Wartości funkcji pomocniczych

Na podstawie otrzymanych parametrów  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $j_i$  rozwiązania układu sprzężonego pokazanego w tab. 5.2 i na rys. 5.7, są analizowane procesy przejściowe obrabianego wału.



**Rys. 5.7.** Wykres zmiany funkcji pomocniczych:  $1 - \psi_1$ ,  $\psi_2$ ;  $2 - \dot{\psi}_1$ ,  $\dot{\psi}_2$  przy u(t) = -1;  $3 - \psi_1$ ,  $\psi_2$ ;  $4 - \dot{\psi}_1$ ,  $\dot{\psi}_2$  przy u(t) = +1

Podstawiając otrzymane wartości momentów bezwładności i sił sprężyściedyssypacyjnych (5.19), rozwiązywane jest zagadnienie brzegowe według zasady maksimum.

Otrzymano zależności graniczne prędkości i przyśpieszeń obrabianego wału w trakcie procesu przejściowego oraz maksymalne wartości *H*-funkcji (tab. 5.3, rys. 5.8).

Zbadano wpływ momentów bezwładności i sił sprężyście-dyssypacyjnych na charakter i zmiany ruchu obrabianego wału. Zmiana momentu bezwładności wyraźnie wpływa na wartości kątowych prędkości i przyśpieszeń obrabianego wału. W celu zmniejszenia zakresu tych zmian korygowano współczynniki sztywności i ciągliwości obrabianego wału. Sztywność znacząco wpływa na zakres drgań kątowych wału. Zwiększenie sztywności prowadzi do zmniejszenia odkształceń wału oraz skrócenia procesu przejściowego. Zwiększenie współczynnika ciągliwości prowadzi do znaczącego zmniejszenia amplitudy drgań prędkości kątowych obrabianego wału.

Amplituda i częstotliwość drgań kątowych, prędkości i przyśpieszeń obrabianego wału zależą od momentu bezwładności i sił sprężyściedyssypacyjnych. Uzyskane wyniki rozwiązania zadań (5.18)–(5.24), z zastosowaniem zasady maksimum, odpowiadają warunkowi maksymalizującemu iloczyn skalarny  $H_i$  funkcji Hamiltona–Pontriagina opisującej proces obróbki wału.

	$r \rightarrow r \rightarrow$		· ) · · ·					
t, s	$\dot{arphi}$ , $\mathrm{s}^{\mathrm{-1}}$	$\ddot{arphi}$ , $\mathrm{s}^{\mathrm{-2}}$	$H_1$	$\dot{arphi}$ , $\mathrm{s}^{\mathrm{-1}}$	$\ddot{arphi}$ , $s^{-2}$	$H_1$		
1	2	3	4	5	6	7		
		u = +1	•	<i>u</i> =-1				
0	0	1	-1	0	-1	-1		
0,1	0,0002	-0,2	-1	-0,0002	0,2	-1		
0,2	0,00001	-0,2	-1	-0,00001	0,2	-1		
0,3	0,00001	-0,2	-1	-0,00001	0,2	-1		
0,4	0,00001	-0,2	-1	-0,00001	0,2	-1		
0,5	0,00001	-0,2	-1	-0,00001	0,2	-1		
0,6	0,00001	-0,2	-1	-0,00001	0,2	-1		
0,7	0,00001	-0,2	-1	-0,00001	0,2	-1		
0,8	0,00001	-0,2	-1	-0,00001	0,2	-1		
0,9	0,00001	-0,2	-1	-0,00001	0,2	-1		
1	0,00001	-0,2	-1	-0,00001	0,2	-1		

Tab. 5.3. Wartości prędkości kątowych, przyśpieszeń i H-funkcji obrabianego wału



Rys. 5.8. Wykres zmiany funkcji prędkości kątowych -1, 3 oraz przyśpieszeń kątowych -2, 4 obrabianego wału przy: 1, 2 - u(t)= + 1; 3, 4- u(t)= -1

Uzyskane wyniki umożliwiają badanie układu dynamicznego przy oddziaływaniu momentów sił skrawania.

W celu określenia optymalnych wartości sił napędowych i parametrów konstrukcyjnych układu dynamicznego zmieniano moment napędowy oraz moment sił skrawania. Ustalono, że równomierność ruchu wału obrabianego zależy od wartości momentów sił skrawania. Zmiana momentów sił skrawania powoduje odchylenie od określonej prędkości kątowej obrabianego wału i czasu procesu przejściowego. Oznacza to, że zwiększenie momentów sił skrawania, przy określonych parametrach obróbki wału, znacząco wpływa na oczekiwaną dokładność obróbki. Przy określonych wartościach momentów bezwładności obracających się mas i współczynników sztywności oraz ciągliwości obrabianego wału, określono odpowiednie wartości momentu napędowego, a także momentu sił skrawania.

<i>t</i> , s	$\dot{\varphi}_{1},$	$\ddot{\varphi}_1,$	$M_d$ , Nm	$\dot{\varphi}_2,$	$\ddot{\varphi}_2,$	$M_o$ , Nm	$n_o,$ min <sup>-1</sup>
1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	193,17	86,93	0	-0,49	-0,22	0
0,1	9,65	102,98	46,34	9,65	89,7	40,36	92,22
0,2	19,27	95,864	43,04	19,27	97,04	43,67	184,03
0,3	28,9	96,12	43,25	28,9	96,56	43,45	276,01
0,4	38,53	96,32	43,34	38,53	96,36	43,36	368,0
0,5	48,17	96,34	43,35	48,17	96,34	43,35	460,0
0,6	57,8	96,34	43,35	57,8	96,34	43,35	552,0
0,7	67,44	96,34	43,35	67,44	96,34	43,35	644,01
0,8	77,07	96,34	43,35	77,07	96,34	43,35	736,01
0,9	86,67	96,34	43,35	86,67	96,34	43,35	828,01
1	96,34	96,34	43,35	96,34	96,34	43,35	920,01

Tab. 5.4. Wartości parametrów realizacji procesu technologicznego obróbki wału

Na podstawie wyników obliczeń numerycznych układu (5.2), przedstawionych w tab. 5.4 oraz na rys.5.9, możliwe jest określenie optymalnych wartości parametrów obrabianego wału: geometrycznych, konstrukcyjnych i funkcjonalnych:

- wymiary geometryczne obrabianego wału:  $L=600 mm; d=40 mm; r_w=20 mm;$
- warunki obróbki: prędkość skrawania  $v_c=115,552 \text{ m/min}$ ; posuw f=0,125mm/obr; czas obróbki t=5,12 min; częstość procesu  $\omega=318,23 \text{ s}^{-1}$ ; głębokość skrawania  $a_p=0.1 \text{ mm}$ ; szerokość warstwy skrawanej b=0,88 mm; grubość warstwy skrawanej h=0,14 mm; liczba obrotów obrabianego wału n=920 obr/min;
- współczynnik – charakterystyki konstrukcyjne obrabianego wału: współczynnik sztywności – *c*=45573,3 N·m/rad; ciagliwości  $b=9,2 N \cdot m \cdot s/rad;$  moment bezwładności uchwytu obrabiarki  $j_1=0,45 Nms^2$ ; moment bezwładności mechanizmu rozciągającego –  $j_2=0,45 N \cdot m \cdot s^2$ ; powierzchnia przekroju poprzecznego obrabianego wału  $-S=0,001256 m^2$ ; moduł sprężystości  $-E=2,1.10^5 MPa$ ; moduł ścinania  $G=8,1.10^4 MPa;$ naprężenia dopuszczalne przy rozciaganiu - $\sigma_r = 90 MPa$ ; granica wytrzymałości –  $\sigma = 0.35 HB$ ; twardość materiału

według metody Brinella – *HB* 250; odkształcenia wzdłużne przy rozciąganiu –  $\varepsilon = 0$ , 00416; bezwzględne wydłużenie obrabianego wału przy rozciąganiu –  $\Delta l = 0,0025 m$ ; materiał – *stal* S235;

- parametry pracy układu dynamicznego: moment napędowy –  $M_n=43,35 N \cdot m$ ; siła działająca w kierunku prędkości skrawania –  $F_z=10,99 N$ ; składowe siły skrawania –  $F_y=5,4 N$ ,  $F_x=3,3 N$ ; dopuszczalna siła przy rozciąganiu –  $F_{dop}=11304 N$ ; obliczeniowa wartość siły rozciągania –  $F_r=114,4 N$ ; odkształcenia sprężyste wału –  $y_0=1,2 \cdot 10^4 m$ ; odkształcenia sprężyste narzędzia skrawającego –  $y_s=3 \cdot 10^5 m$ , otrzymane analogicznie do obliczeń wału przy wartościach  $c_s=1,62 \cdot 10^6 N/m$ ,  $b_s=122.2 N \cdot s/m$ .

Otrzymano więc model matematyczny funkcjonowania, umożliwiający optymalne sterownie układem dynamicznym w procesie obróbki części. Proponowana metodyka modelowania procesu technologicznego obróbki skrawaniem wałów o małej sztywności, przy wzajemnym powiązaniu parametrów funkcjonowania układu technologicznego, umożliwia sterowanie układem według określonych warunków i uzyskanie wyższych wskaźników dokładności kształtu części [9, 86, 120].



Rys. 5.9. Charakter zmiany parametrów procesu technologicznego

Wyniki badań eksperymentalnych świadczą o tym, że proponowane modele matematyczne z wystarczającą dokładnością opisują właściwości obiektu – oryginału.

#### 5.6. Algorytmy i programy sterowania układami technologicznymi obróbki osiowosymetrycznych części o małej sztywności

Przy realizacji praktycznej opracowanych modeli matematycznych funkcjonowania układów dynamicznych, algorytmów sterowania optymalnego i środków obliczeniowych eksperymentów, należy połączyć w jednolity system algorytmy i środki programowe sterowania układami technologicznymi obróbki mechanicznej części osiowosymetrycznych [9, 11, 22, 120].

Oprogramowanie powinno umożliwiać uzyskanie niezbędnych parametrów funkcjonowania układu dynamicznego oraz projektowanie procesów technologicznych obróbki tokarskiej sprężyście-odkształcalnych osiowosymetrycznych części o małej sztywności.

Zaproponowano uogólniony schemat blokowy algorytmów i środki programowe do oceny stanu sterowania i funkcjonowania optymalnego układu dynamicznego obróbki mechanicznej osiowosymetrycznych części o małej sztywności (rys. 5.10).

Algorytm zwiera następujące procedury:

- 1. Obliczanie wstępne parametrów funkcjonowania w oparciu o dane wejściowe przy warunku początkowym t=0.
- 2. Przekazywanie wstępnie uzyskanych wyników do bloku oceny stanu energetycznego układu technologicznego. Wykonanie obliczeń niezbędnych do określenia wydatku mocy przemieszczających się części obrabiarki przy określonych warunkach. W przypadku nie spełnienia warunku korekcji stanu energetycznego obliczenia układu są powtarzane. Określanie optymalnych wartości przy zmianie parametrów układu dynamicznego.
- 3. Rozwiązanie układu sprzężonego i określenie optymalnych wartości podstawowych elementów konstrukcyjnych układu dynamicznego-współczynników  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $j_i$ .
- 4. Uzyskane, z uwzględnieniem warunków początkowych, wartości współczynników podstawowych podstawia się do równania brzegowego zgodnie z zasadą maksimum i określa się optymalne wartości procesów przejściowych obrabianego wału.
- 5. Optymalność uzyskanych wartości procesów przejściowych określa się z uwzględnieniem warunku odnośnie sterowania u≤1. Optymalne wartości podstawowych współczynników wykorzystuje się przy powtórnych obliczeniach układu technologicznego obróbki mechanicznej części o małej sztywności.

Do obliczeń zastosowano metodę numeryczną Runge-Kutty.



Rys. 5.10. Uogólniony schemat blokowy algorytmów funkcjonowania i optymalnego sterowania procesami technologicznymi

Proces iteracyjny jest prowadzony do momentu spełnienia wszystkich warunków.

Uzyskane optymalne parametry funkcjonowania układu dynamicznego obrabianego wału są stosowane do projektowania procesu technologicznego i obróbki części na obrabiarce CNC. W tym celu na ekranie CNC są wyświetlane dane o charakterystykach geometrycznych i konstrukcyjnych obrabianego wału, warunkach obróbki oraz parametrach funkcjonowania układu dynamicznego. Określenie parametrów optymalnych powoduje, że nie trzeba wykonywać pracochłonnych procedur korygowania wprowadzanych do CNC danych wejściowych (uszczegółowienie i korygowanie parametrów skrawania, parametrów obciążenia itd.).

Do opracowania oprogramowania zastosowano język programowania Borland Delphi 7.0. Oprogramowanie może być wykorzystywane w obróbce mechanicznej części.

Przeprowadzona analiza funkcjonowania układów sterowania przemieszczeniami sprężystymi układów technologicznych przy parametrach dynamicznych pokazała, że budowa optymalnych struktur układów sterowania umożliwia znaczne zwiększenie dokładności i jakości obróbki.

Opracowano model funkcjonalny badania struktur i charakterystyk układu technologicznego na bazie metodologii *IDEF0*, umożliwiający graficzną prezentację modelowanego układu w postaci bloku funkcjonalnego, przekształcającego wejścia w wyjścia.

Przeprowadzona została dekompozycja bloku funkcjonalnego, umożliwiająca badanie procesu funkcjonowania i analizę stanu energetycznego oraz sterowanie układami technologicznymi. Przeanalizowano informację dynamiczną i statyczną w ramach diagramu modelowania funkcjonalnego – *IDEF0*.

Opracowane modele matematyczne funkcjonowania umożliwiły, przy zastosowaniu metod numerycznych, zbadanie parametrów układu dynamicznego. Równomierność prędkości kątowej i przyśpieszenia obrabianych wałów, jak pokazują rezultaty badania, zależą od określonych wielkości momentów napędowych, momentów bezwładności, współczynników sztywności i ciągliwości przy przyjętych wartościach momentów sił oporów technologicznych.

Układ technologiczny obróbki części, przy opracowaniu opisu matematycznego jego funkcjonowania, jest rozpatrywany jako sprężysty układ dynamiczny. Przy obróbce części o małej sztywności najistotniejszym czynnikiem są momenty zginające względem osi *X*, ponieważ odkształcenia sprężyste względem tej osi wykazują dominujący wpływ na błędy kształtu w kierunku wzdłużnym.

W procesie badania i sterowania kształtowaniem części o małej sztywności ustalono, że równomierność ruchu obrabianego wału zależy od wartości momentów sił skrawania. Zmiana momentów sił skrawania wpływa na prędkość kątową obrabianego wału i czas procesu przejściowego. Zwiększenie momentów sił skrawania, przy określonych parametrach obrabianego wału, wpływa więc wyraźnie na dokładność obróbki. W przypadku określonych wartości momentów bezwładności obracających się mas, współczynników sztywności i ciągliwości obrabianego wału są określone: moment napędowy i moment sił skrawania. Przy sterowaniu optymalnym są określone wartości momentów bezwładności, współczynników sztywności i ciągliwości układu technologicznego obróbki. Uzyskane wartości parametrów funkcjonowania, umożliwiły określenie stanu energetycznego i bilansu energetycznego w procesie obróbki mechanicznej między organem wykonawczym i siłą skrawania, co umożliwia znaczące zmniejszenie zasobów materiałowych i energetycznych.

Analiza uzyskanych modeli matematycznych układów dynamicznych – obiektów sterowania, umożliwia podział ich według ilości i jakości informacji, zawartej w tych modelach oraz usystematyzowanie pracy wykonawców przy projektowaniu i przygotowaniu technologicznym procesu technologicznego, opracowaniu systemów automatycznego projektowania procesów technologicznych oraz systemów sterowania, umożliwiających rozwiązanie stojących przed nimi zadań.

# 6. DOKŁADNOŚĆ OBRÓBKI PRZY STEROWANIU ADAPTACYJNYM PARAMETRAMI UKŁADU TECHNOLOGICZNEGO

Jakość obróbki części na obrabiarkach skrawających do metali, bezpośrednio zależy od metod projektowania i badania układów sterowania automatycznego (*UAS*) i układów sterowania adaptacyjnego (*UAdS*) obrabiarkami i parametrami układu technologicznego.

Metody analizy i syntezy współczesnych układów sterowania automatycznego obrabiarek bazują, w zasadzie, na rozwiązywaniu zadania przy znacznym uproszczeniu zależności fizycznych i matematycznych, charakteryzujących procesy w układzie. W dużym stopniu, jest to wynikiem niedoskonałości stosowanego aparatu badawczego i złożoności uzyskiwanych a priori informacji o charakterystykach dynamicznych i statycznych obiektu sterowania oraz zewnętrznych oddziaływań zakłócających.

Metody syntezy układów sterowania automatycznego w ograniczonym zakresie uwzględniają możliwą nieokreśloność charakteru i wielkości zakłóceń. W niewystarczającym stopniu są opracowane zagadnienia rozrzutu parametrów obiektu sterowania, chociaż aktualnie poświęca się im wiele uwagi.

Projektowanie UAS, mogących działać przy niekontrolowanej zmienności parametrów obiektu sterowania, zainspirowało opracowanie UAdS [18, 19, 84]. Mimo uniwersalności i możliwości zagwarantowania wymaganej jakości procesów przejściowych w przypadku szerokiej klasy obiektów, ich zastosowanie na obrabiarkach w wielu przypadkach jest utrudnione z powodu konieczności ciągłego pomiaru charakterystyk oraz zakłóceń układów technologicznych.

Przy opracowaniu układów sterowania o optymalnych strukturach jest możliwe określenie rezerw zwiększenia dokładności i jakości, ponieważ *UAS* odkształceniami sprężystymi *UT* jest statyczny zarówno pod względem oddziaływań sterujących, jak i zakłócających, a więc ich zmiana powoduje powstanie błędów względnego położenia części i ostrza skrawającego [18, 19].

Prezentowane w tym rozdziale podstawy teoretyczne zwiększenia jakości obróbki przy sterowaniu adaptacyjnym bazują na opisie matematycznym sterowania układami technologicznymi przedstawionym w pracach [72, 133]. Mogą być one również zastosowane do badania układów technologicznych, opisywanych innymi modelami matematycznymi, a więc uwzględniać konkretną specyfikę tych obiektów.

#### 6.1. Sterowanie adaptacyjne dokładnością obróbki części sprężyście-odkształcalnych

# 6.1.1. Zagadnienia niezmienności w sterowaniu odkształceniami sprężystymi układu technologicznego

Układy sterowania automatycznego procesami technologicznymi w zasadzie zawierają obiekt regulowania – układ dynamiczny obrabiarki utworzony przez układ sprężysty i procesy robocze oraz regulator. Z analizy układu dynamicznego obrabiarki wynika, że jest on układem zamkniętym o wielu obwodach, a współdziałanie jego elementów podstawowych jest uwarunkowane oddziaływaniem pomiędzy procesami roboczymi realizowanymi przez układ sprężysty [71, 83].

Transmitancja operatorowa ekwiwalentnego układu sprężystego ma postać [71]:

$$G_{us}(s) = \frac{y(s)}{F_p(s)} = \frac{K_s}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1},$$

gdzie: y(s),  $F_p(s)$  – odkształcenia sprężyste i siły skrawania według Laplace'a;

 $K_s = 1/C_s$ ,  $T_1 = \sqrt{m_y/C_s}$ ,  $T_2 = n_y/C_s$  – współczynnik proporcjonalności i stałe czasowe układu sprężystego;

 $m_y$ ,  $n_y$ ,  $C_y$  – masa zredukowana, współczynnik tłumienia i sztywność układu sprężystego.

Transmitancje operatorowe elementów układu sterowania adaptacyjnego (rys. 6.1 a) mają następującą postać:

- układu sprężystego według oddziaływania sterowniczego

$$G_s^s(s) = y(s)/F_p(s) = K_s/(T_{1s}s^2 + T_{2s}s + 1),$$

układu sprężystego według oddziaływania zakłócającego

$$G_s^f(s) = y(s)/f(s) = K_f/(T_{1s}s^2 + T_{2s}s + 1),$$

procesu skrawania

$$G_{sk}(s) = F_p(s)/\delta(s) = K_{sk}/(T_{sk}s+1),$$

- mechanizmu wykonawczego

$$G_w(s) = K_w(s)/\varepsilon(s) = K_w/(T_w s + 1),$$

gdzie:  $T_{1s} = m_y/C_s$ ,  $T_{2s} = n_y/C_s$ ,  $K_s = 1/C_s$ ,  $K_f = K_{1s}/C_s$ ,

 $T_w, K_w$  – stała czasowa i współczynnik proporcjonalności transmitancji operatorowej mechanizmu wykonawczego.



Rys. 6.1. Schemat blokowy układu stabilizacji odkształceń sprężystych układu technologicznego – a; schemat układu sterowania adaptacyjnego odkształceniami sprężystymi układu technologicznego – b; schemat funkcjonalny sterowania adaptacyjnego – c; węzeł dodatniego sprzężenia zwrotnego według siły skrawania – d Dokładność działania układu sterowania adaptacyjnego odkształceniami sprężystymi układu technologicznego charakteryzuje się błędem  $\varepsilon_s$  równym:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s^o + \varepsilon_f \,, \tag{6.1}$$

gdzie:  $\varepsilon_s^0$  – błąd spowodowany oddziaływaniem sterowniczym  $y^0(t)$ ,  $\varepsilon_f$  – błąd spowodowany oddziaływaniem zakłócającym f(t).

Błędy  $\varepsilon_s^0$  i  $\varepsilon_f$  są określane z zależności:

$$\varepsilon_{s^{0}}(s) = \frac{1 + G_{sk}(s) \cdot G_{s}^{s}(s)}{1 + W_{s}^{s}(s) \cdot G_{sk}(s) + G_{s}^{s}(s) \cdot G_{sk}(s) \cdot G_{w}(s)} y^{0}(s) = \frac{\sum_{i=0}^{4} b_{i} s^{i}}{\sum_{j=0}^{4} a_{j} s^{j}} y^{0}(s), \quad (6.2)$$

$$\varepsilon_{f}(s) = \frac{G_{s}^{f}(s)}{1 + G_{s}^{s}(s) \cdot G_{sk}(s) + G_{s}^{s}(s) \cdot G_{sk}(s) \cdot G_{w}(s)} f(s) = \frac{\sum_{i=0}^{2} d_{i} s^{i}}{\sum_{j=0}^{4} a_{j} s^{j}} f(s), \quad (6.3)$$

gdzie:  

$$a_{0} = K_{s} K_{sk} + K_{s} K_{sk} \cdot K_{w}; b_{0} = 1 + K_{sk} K_{s};$$

$$a_{1} = b_{1} = T_{w} + K_{s} K_{sk} K_{w} + T_{sk} + T_{2s};$$

$$a_{2} = b_{2} = T_{sk} T_{w} + T_{2s} T_{w} + T_{2s} T_{sk} + T_{1s};$$

$$a_{3} = b_{3} = T_{1s} T_{w} + T_{2s} T_{sk} T_{w} + T_{1s} T_{sk};$$

$$a_{4} = b_{4} = T_{1s} T_{sk} T_{w};$$

$$d_{0} = K_{s}; d_{1} = K_{s} (T_{sk} + T_{w}); d_{2} = K_{s} T_{sk} T_{w}.$$

Ustalone wartości błędów (6.2) i (6.3) można przedstawić jako:

$$\varepsilon_{y^{0}}(t) = C_{0} y^{0}(t) + C_{1} \frac{dy^{0}(t)}{dt} + \frac{C_{2}}{2!} \cdot \frac{d^{2} y^{0}(t)}{dt^{2}} + \frac{C_{3}}{3!} \cdot \frac{d^{3} y^{0}(t)}{dt^{3}} + \frac{C_{4}}{4!} \cdot \frac{d^{4} y_{0}(t)}{dt^{4}},$$
  

$$\varepsilon_{f}(t) = C_{0} f(t) + C_{1} \frac{df(t)}{dt} + \frac{C_{2}}{2!} \cdot \frac{d^{2} f(t)}{dt^{2}} + \frac{C_{3}}{3!} \cdot \frac{d^{3} f(t)}{dt^{3}} + \frac{C_{4}}{4!} \cdot \frac{d^{4} f(t)}{dt^{4}},$$

gdzie:  $C_i$ ,  $C'_i$  (i = 0, 1, 2, ..., 4) – współczynniki błędów, charakteryzujących dokładność pracy układu sterowania, zależne od jego struktury.

W układzie sterowania (rys. 6.1 a) wartości współczynników błędów są określane następującymi zależnościami:

$$C_{0} = \frac{b_{0}}{a_{0}}, \quad C_{1} = \frac{b_{1} - a_{1}C_{0}}{a_{0}}, \quad \frac{C_{2}}{2} = \frac{b_{2} - a_{1}C_{1} - a_{2}C_{0}}{a_{0}}, \quad (6.4)$$
$$C_{0} = \frac{d_{0}}{a_{0}}, \quad C_{1} = \frac{d_{1} - a_{1}C_{0}}{a_{0}}, \quad \frac{C_{2}}{2} = \frac{d_{2} - a_{1}C_{1} - a_{2}C_{0}}{a_{0}}.$$

Podstawowy błąd wnoszą współczynniki  $C_0, C_0$  i  $C_1, C_1$  – określające błędy statyczne i błędy występujące w trakcie ruchu. W przypadku obrabiarki 16K20 o parametrach systemu:

$$T_{1s} = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2, \ T_{2s} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}, \ K_s = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ mm/N},$$
  
 $T_{sk} = 10^{-3} \text{ s}, \ T_w = 10^{-3} \text{ s}, \ K_f = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mm/N}, \ K_{sk} = 1$ 
(6.5)

na podstawie danych (6.5) określono analitycznie wartości współczynników błędów, które są równe:

$$C_0 = 0.32 \text{ mm}^{-1},$$
  $C_1 = 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ s/mm},$   $C_2 = 0.62 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2/\text{mm},$   
 $C_0 = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-1},$   $C_1 = -1.1 \cdot 10^{-6} \text{ s/mm},$   $C_2 = -2.73 \cdot 10^{-9} \text{ s}^2/\text{mm}.$ 

Nawet częściowe wyeliminowanie tych błędów umożliwi zwiększenie dokładności pracy układu sterowania, a więc i obróbki części.

Zadanie może być rozwiązane w wyniku wprowadzenia, do układu sterowania odkształceniami sprężystymi *UT*, dodatkowego dodatniego sprzężenia zwrotnego według siły skrawania z transmitancją  $G_{sz}(s)$   $G_{sz}(s)$  (rys. 6.1 b) [142].

Błąd  $\varepsilon_s^0(s)$  w tym przypadku jest określany z zależności:

$$\mathcal{E}_{s}^{0}(s) = \frac{1 - G_{sk}(s)G_{sz}(s)G_{w}(s) + G_{sk}(s)G_{s}^{s}(s)}{1 - G_{sk}(s)G_{sz}(s)G_{w}(s) + G_{s}^{s}(s)G_{sk}(s)G_{w}(s)} \quad y^{0}(s).$$
(6.6)

Z wyrażenia (6.6) wynika, że błąd wnoszony do układu sterowania odkształceniami sprężystymi UT oddziaływaniem  $y^{O}(t)$ , może być w pełni wyeliminowany, przy przedstawieniu struktury i parametrów transmitancji operatorowej w postaci:

$$G_{sz}(s) = \frac{1 + G_{sk}(s)G_s^s(s)}{G_{sk}(s)G_w(s)}.$$
(6.7)

Zależność (6.7) można nazwać warunkiem pełnej niezmienności układu sterowania w stosunku do oddziaływania sterowniczego  $y^{O}(t)$ . Przy spełnieniu tego warunku wszystkie współczynniki błędów  $C_i$  (i = 1, 2, 3, 4) są równe zero.

Uwzględniając, że spełnienie warunku (6.7) w zasadzie prowadzi do powstania układów fizycznie niewykonalnych i że praktycznie wystarczającą dokładność można osiągnąć przy równości zeru współczynników błędu statycznego  $C_0$  lub  $C_0$  i  $C_i$ , wystarczy tylko spełnić warunki:  $b_0 = 0$  i  $b_1 = 0$ .

Przy  $b_1 = 0$  także współczynnik  $a_1$  jest równy zero, co powoduje, że układ traci stabilność, a więc w analizowanym przypadku jest możliwe wyeliminowanie tylko błędu statycznego  $C_0$ 

Błąd  $C_0$  równy zeru można osiągnąć, dostatecznie prostymi środkami technologicznymi, w wyniku wprowadzenia dodatkowego sprzężenia zwrotnego odnośnie do siły skrawania z transmitancją operatorową  $G_{sz}(s) = K_{sz}$ .

Wartość współczynnika proporcjonalności sprzężenia zwrotnego jest określana z warunku (6.7)

$$b_0 = 1 + K_{sk} K_s - K_{sk} K_{sz} = 0, \qquad (6.8)$$

gdzie  $K_{sz} = (1 + K_{sk}K_s)/K_{sk}$  (aby nie stracić stabilności, wartość musi być mniejsza od 1).

Przy spełnieniu warunku (6.8), w rozpatrywanym wcześniej układzie sterowania o parametrach (6.5), współczynniki błędów są równe:

$$C_0 = 0;$$
  $C_1 = 2,33 \cdot 10^{-2} \frac{s}{mm}.$ 

Błąd wnoszony przez oddziaływanie zakłócające można przedstawić jako:

$$\varepsilon_{f}(s) = \frac{G_{s}^{f}(s)[1 - G_{sk}(s)G_{w}(s)G_{sz}(s)]}{1 - G_{sk}(s)G_{w}(s)G_{sz}(s) + G_{s}^{s}(s)G_{sk}(s)G_{w}(s) + G_{s}^{s}(s)G_{sk}(s)}.$$
 (6.9)

Z zależności (6.9) można także otrzymać warunki pełnej niezmienności układu na zmianę oddziaływania zakłócającego:

$$G_{sz}(s) = \frac{1}{G_{sk}(s)G_{w}(s)}.$$
 (6.10)

Analogicznie, warunek (6.10) będzie spełniony, jeżeli strukturę transmitancji operatorowej sprzężenia zwrotnego przedstawi się jako:

$$G_{sz}(s) = K_{sz} + T_{sz} \cdot s ,$$

a jej parametry określi się z równań:

$$d_0 = 1 - K_{sz} K_{sk} K_w = 0,$$
  
$$d_1 = T_{sk} + T_w - T_{sz} K_{sz} K_w = 0,$$

stąd

$$K_{sz} = \frac{1}{K_{sk}K_w}, \ T_{sz} = \frac{T_{sk}-T_w}{K_{sk}K_w}.$$

W tym przypadku współczynniki błędów w rozpatrywanym przykładzie będą równe:

$$C_0 = 0$$
,  $C_1 = 0$ ,  $C_2 = 6,25 \cdot 10^{-9} \frac{s^2}{mm}$ .

Schemat blokowy układu sterowania adaptacyjnego, realizujący rozpatrywany sposób regulacji nastawienia jest przedstawiony na rys. 6.1 c [127, 142]. Na układ sterowania składają się połączone szeregowo: nastawnik odkształceń sprężystych 1, element porównujący 2 – do jednego z jego wejść jest podłączony czujnik odkształceń sprężystych 8, człon korekcyjny 3, wzmacniacz 4, przetwornik mocy 5, silnik posuwu wzdłużnego 6, układ technologiczny 7, czujnik siły skrawania 9, węzeł dodatniego sprzężenia zwrotnego 10. Węzeł dodatniego sprzężenia zwrotnego 10, odnośnie do siły skrawania  $F_p$  (rys. 6.1 d) jest wykonany jako łańcuch różnicowy: kondensatora

 $C_1$ , rezystora  $R_3$  i dzielnika napięcia – rezystory  $R_1$  i  $R_2$ .

W procesie działania wstępnie jest określana, przy pomocy nastawnika 1, początkowa wartość odkształceń sprężystych y w postaci sygnału  $U_z$ . Rzeczywista wartość odkształceń sprężystych y jest mierzona czujnikiem 8 i wynik pomiaru w postaci napięcia  $U_{sz}$  jest algebraicznie sumowany na elemencie porównania 2, z określonym napięciem  $U_z$ . Jednocześnie, jest mierzona

czujnikiem 9 zmiana wartości siły skrawania  $F_p$ , spowodowana zmianą warunków obróbki (twardość materiału półfabrykatu, wielkość naddatku, szerokość warstwy skrawanej, błąd wyjściowy). Zmiana wielkości siły skrawania  $F_p$  w układzie technologicznym powoduje z kolei odchyłkę odkształceń sprężystych y od wartości zadanej.

Sygnał z czujnika 9 siły skrawania jest przesyłany na wejście węzła 10 dodatniego sprzężenia zwrotnego; są zdejmowane sygnały  $U_1 = f(K_{sz})$  z wyjścia dzielnika napięcia na rezystorach  $R_1$  i  $R_2$  oraz  $U_2 = f(T_{sz} \cdot s)$  z wyjścia łańcucha różnicującego  $C_1$  i  $R_3$ .

Nastawienie parametrów  $K_{sz}$  i  $T_{sz}$  oraz odpowiadających im sygnałów  $U_1$ i  $U_2$  w przypadku konkretnego układu technologicznego jest realizowane przy pomocy rezystorów regulowanych  $R_2$  i  $R_3$ . Sygnały  $U_1 = f(K_{sz})$ i  $U_2 = f(T_{sz} \cdot s)$  są podawane na wejścia elementu 2 porównania, gdzie są sumowane algebraicznie z  $U_z$  i  $U_{sz}$ . Sygnał błędu  $U_{\varepsilon} = U_z + U_1 + U_2 - U_{sz}$ poprzez człon korekcyjny 3 jest podawany na wejście wzmacniacza 4, a następnie poprzez przetwornik mocy do silnika posuwu wzdłużnego 5. Zmiana prędkości obrotu wału wyjściowego silnika 6 powoduje zmianę wartości posuwu wzdłużnego, będącego oddziaływaniem sterującym układu technologicznego 7 i tym samym jest wnoszona poprawka do położenia względnego obrabianej części i ostrza z uwzględnieniem zmiany wartości odkształceń sprężystych y i siły skrawania  $F_p$ .

Jako czujnik siły skrawania  $F_p$  w układzie sterowania adaptacyjnego zastosowano urządzenie [142], w którym element przekształcający jest wykonany jako dwukomorowa kapsuła z cieczą z przetwornikami tensometrycznymi na powierzchni komory o mniejszym przekroju poprzecznym.

179

#### 6.1.2. Sterowanie parametrami stanu sprężyście-odkształcalnego wałów o małej sztywności

Przedstawione w rozdz. 6.1.1 badania, dotyczące opracowania układu sterowania adaptacyjnego parametrami dokładnościowymi przy obróbce z oddziaływaniami sterującymi w postaci posuwu wzdłużnego mogą być uogólnione na układy technologiczne kształtowania wałów sprężyście-odkształcalnych o małej sztywności.

Opis matematyczny układów przy toczeniu i szlifowaniu części sprężyścieodkształcalnych o małej sztywności przedstawiono w rozdziale 3, przy czym własności dynamiczne linearyzowanych modeli są aproksymowane transmitancjami operatorowymi typowych członów dynamicznych. Uzyskane modele dynamiczne *UT* i parametry obiektu sterowania (tab. 3.3 i tab. 3.4) umożliwiają poszukiwanie optymalnych algorytmów sterowania, wybór struktury układu sterowania i syntezę urządzeń korekcyjnych.

Uogólniony schemat strukturalny obiektu sterowania stanem sprężyścieodkształcalnym części o małej sztywności, w wyniku przyłożenia siły rozciągającej  $F_{x1}$ , jest przedstawiony na rys. 6.2. Transmitancję operatorową układu technologicznego, przy uwzględnieniu założeń i wyników badań teoretycznych i doświadczalnych, można przedstawić jako:

$$G_{4}(s) = \frac{1 + K_{K}K_{y}m_{y}(1 - e^{-s\tau})}{1 + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y} + (1 - e^{-s\tau})} \times (6.11)$$

$$\frac{1}{\left[k_{K}k_{y}m_{y}(1 + K_{xy}n_{x} + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{yy}n_{y}) - (K_{K} - K_{x}n_{x})(K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{yy}m_{y})\right]}.$$

Schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego odkształceniami sprężystymi części sprężyście-odkształcalnej w układzie technologicznym, z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym  $G_{sz}(s)$ , według siły skrawania  $F_p$ , jest przedstawiony na rys. 6.3. Umożliwia on realizację warunku (6.7) – wyeliminowania błędu statycznego według oddziaływania sterującego  $y_0(s)$  przy dodatnim sprzężeniu zwrotnym [142] oraz zwiększenie stabilności, prędkości działania i nieczułości na zmianę naddatku przy ujemnym sprzężeniu zwrotnym [142].

Wyrażenie  $G_5(s)$  na rys. 6.3 może być przedstawione jako:

$$G_{5}(s) = \frac{(1 - e^{-s\tau})[m_{y}(K_{x}n_{x} - K_{\kappa}) - K_{\kappa}K_{y}m_{y}n_{y}] - n_{y}}{1 + K_{\kappa}K_{y}m_{y}(1 - e^{-s\tau})}.$$
 (6.12)


Rys. 6.2. Schemat strukturalny układu technologicznego przy toczeniu walów sprężyście-odkształcalnych o małej sztywności

Uwzględniając zależności (6.11) i (6.12) transmitancja operatorowa skorygowanego układu sterowania może być zapisana jako:

$$\Phi_{sk}(s) = \frac{1 + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y} + n_{y}K_{F_{x1}}G_{w}(s) + (1 - e^{-s\tau})[K_{\kappa}K_{y}m_{y} \times \frac{1 + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y} + N_{F_{x1}}G_{w}(s)(1 + n_{y}G_{sz}(s)) + (1 - e^{-s\tau}) \times \frac{1 + K_{xy}n_{x} + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{yy}n_{y} + n_{y}K_{F_{x1}}G_{w}(s)G_{sz}(s)) + (1 - e^{-s\tau}) \times \frac{1 + K_{xy}n_{x} + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{yy}n_{y} + n_{y}K_{F_{x1}}G_{w}(s)G_{sz}(s) + (1 - e^{-s\tau}) \times \frac{1 + K_{xy}n_{x} + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{yy}n_{y} + N_{y}K_{F_{x1}}G_{w}(s)G_{sz}(s) + (1 - e^{-s\tau}) \times \frac{1 + (K_{x}n_{x} - K_{x})(K_{bz}K_{z}n_{z} + m_{y}K_{yy} - m_{y}K_{F_{x1}}G_{w}(s)G_{sz}(s))}{1 + (K_{x}n_{x} - K_{x})(K_{bz}K_{z}n_{z} + m_{y}K_{yy} - m_{y}K_{F_{x1}}G_{w}(s)G_{sz}(s))}],$$

$$(6.13)$$

a błąd statyczny układu według oddziaływania sterującego jest określany z zależności:

$$\varepsilon_{y}(s) = y_{0}(s) \cdot \frac{1 + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y} - n_{y}K_{F_{x1}}G_{w}(s)G_{sz}(s)}{1 + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y} + K_{F_{x1}}G_{w}(s)(1 + n_{y}G_{sz}(s))}.$$
 (6.14)



Rys. 6.3. Schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego z dodatkowym dodatnim sprzężeniem zwrotnym według siły skrawania  $F_p$ 

Z zależności (6.14) wynika, że błąd statyczny  $\varepsilon_y(s)$  wnoszony, do układu sterowania parametrami stanu sprężyście-odkształcalnego części w *UT*, oddziaływaniami sterowniczymi może być wyeliminowany, jeżeli strukturę i parametry funkcji przejścia dodatniego sprzężenia zwrotnego  $G_{sz}(s)$  określi się w sposób następujący:

$$G_{sz}(s) = \frac{1 + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{xy}n_{y} + K_{yy}n_{y}}{n_{y}K_{F_{xy}}G_{w}(s)}.$$
(6.15)

Przy pominięciu wpływu składowej  $F_f$  siły skrawania na przyrost odkształceń sprężystych według współrzędnej y, schemat obiektu sterowania – układu technologicznego toczenia wałów sprężyście-odkształcalnych o małej sztywności może być przekształcony do postaci przedstawionej na rys. 6.4 a, a transmitancja operatorowa obiektu jest określana zależnością:

$$G_{6}(s) = \frac{1 + m_{y} K_{y} K_{\kappa} (1 - e^{-s\tau}) \times}{1 + K_{bz} K_{z} n_{z} + K_{yy} n_{y} + (1 - e^{-s\tau}) \times} \times 1}$$

$$\times \frac{1}{\times [m_{y} K_{y} K_{\kappa} (1 + K_{bz} K_{z} n_{z} + K_{yy} n_{y}) + (K_{bz} K_{z} m_{z} + K_{yy} m_{y})(K_{\kappa} - n_{x} K_{x})]}.$$
(6.16)



**Rys. 6.4.** Schemat strukturalny obiektu sterowania bez uwzględnienia wpływu składowej  $F_p$  siły skrawania na przyrost odkształceń sprężystych według współrzędnej y – a; schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego ze sprzężeniem zwrotnym odnośnie siły skrawania  $F_p$  – b

Schemat strukturalny *UAdS* ze sprzężeniem zwrotnym odnośnie do siły skrawania jest przedstawiony na rys. 6.4 b, gdzie transmitancja operatorowa  $G_5(s)$  jest określana zależnością (6.12).

Błąd statyczny układu sterowania wnoszony przez oddziaływanie sterownicze jest określany zależnością:

$$\varepsilon_{y_1}(s) = y_0(s) \frac{1 + K_{bz}K_z n_z + K_{yy}n_y - n_y K_{F_{x1}}G_w(s)G_{sz1}(s)}{1 + K_{bz}K_z n_z + K_{yy}n_y + K_{F_{x1}}G_w(s)[1 + n_y G_{sz1}(s)]}.$$
 (6.17)

W celu eliminacji błędu statycznego  $\varepsilon_{y1}(s)$ , wprowadzanego do układu oddziaływaniami sterującymi, strukturę i parametry transmitancji operatorowej dodatniego sprzężenia zwrotnego  $G_{sz1}(s)$  należy określać w sposób następujący:

$$G_{szl}(s) = \frac{1 + K_{bz}K_{z}n_{z} + K_{yy}n_{y}}{n_{y}K_{F_{yl}}G_{w}(s)}.$$
(6.18)

W przypadku nie uwzględniania wpływu odkształceń sprężystych według współrzędnych z i x, na zmianę głębokości skrawania (według współrzędnej y), schemat strukturalny szczególnego modelu układu technologicznego toczenia wału sprężyście-odkształcalnego może być przedstawiony jak na rys. 6.5 a, gdzie transmitancja operatorowa  $G_5(s)$  jest określana przez zależność (6.12). Schemat strukturalny skorygowanego układu sterowania adaptacyjnego parametrami stanu sprężyście-odkształcalnego wału o małej sztywności, umożliwiający usunięcie błędu statycznego, przez wprowadzenie dodatkowego dodatniego sprzężenia zwrotnego, jest przedstawiony na rys. 6.5 b. Transmitancja operatorowa skorygowanego układu modelu szczególnego jest określana zależnością:

$$\Phi_{sk}(s) = \frac{1 + K_{yy}n_y + n_yK_{F_{s1}}G_w(s)G_{s2}(s) + m_y(1 - e^{-s\tau})}{1 + K_{yy}n_y + K_{F_{s1}}G_w(s)[1 + n_yG_{s2}(s)] + m_y(1 - e^{-s\tau})} \times \frac{[K_{\kappa}K_y + (K_{yy} + K_{F_{s1}}G_w(s)G_{s2}(s))(n_yK_{yy}K_{\kappa} - K_xn_x + K_{\kappa})]}{[K_{\kappa}K_y(1 + K_{F_{s1}}G_w(s)) + (K_{yy} + K_{F_{s1}}G_w(s)G_{s2}(s))(K_{\kappa}K_{yy}n_y - K_xn_x + K_{\kappa})]}.$$
(6.19)

Błąd układu sterowania wnoszony przez oddziaływanie sterujące obliczany jest z zależności:

$$\varepsilon_{y_2}(s) = y_0(s) \frac{1 + K_{yy}n_y - n_y K_{F_{x1}}G_w(s)G_{sz2}(s)}{1 + K_{yy}n_y + K_{F_{x1}}G_w(s)[1 + n_y G_{sz2}(s)]}$$
(6.20)

W celu sprowadzenia do zera błędu statycznego  $\varepsilon_{y2}(s)$ , odnośnie oddziaływania sterującego, struktura i parametry sprzężenia zwrotnego według siły skrawania powinny być wybrane następująco:

$$G_{sz2}(s) = \frac{1 + K_{yy} n_y}{n_y K_{F_{x1}} G_w(s)}.$$
 (6.21)

Na podstawie uogólnionego modelu układu technologicznego toczenia części sprężyście-odkształcalnych, z uwzględnieniem specyfiki kształtowania przekroju ścinania przy szlifowaniu wałów sprężyście-odkształcalnych o małej sztywności przy posuwach wzdłużnych, otrzymano strukturę obiektu sterowania oraz opis matematyczny układu. Transmitancja operatorowa układu technologicznego przy szlifowaniu oscylacyjnym jest określana zależnością:

$$G_{7}(s) = \frac{1 + m_{x}K_{x}(1 - e^{-s\tau})}{1 + K_{xy}n_{x} + K_{yy}n_{y} + (1 - e^{-s\tau})[m_{x}K_{x} - K_{yy}K_{x}(m_{y}n_{x} - m_{x}n_{y})]}.$$
 (6.22)

/

`



Rys. 6.5. Schemat strukturalny szczególnego modelu układu technologicznego toczenia wałów sprężyście-odkształcalnych o małej sztywności – a; schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego – b)



#### Rys. 6.6. Schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego parametrami stanu sprężyście-odkształcalnego przy szlifowaniu oscylacyjnym

Schemat strukturalny układu sterowania adaptacyjnego parametrami stanu wału sprężyście-odkształcalnego o małej sztywności w *UT* przy szlifowaniu oscylacyjnym przedstawiono na rys. 6.6, gdzie:

$$G_8(s) = -\frac{n_y + (1 - e^{-s\tau})(m_y n_x K_x - m_x n_y K_x)}{1 + m_x K_x (1 - e^{-s\tau})}.$$
(6.23)

Transmitancja operatorowa skorygowanego układu sterowania z uwzględnieniem (6.22) i (6.23) przyjmuje postać:

$$\Phi_{sk}(s) = \frac{1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y + n_yK_{F_{x1}}G_w(s)G_{sz3}(s) + (1 - e^{-s\tau}) \times}{1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y + K_{F_{x1}}G_w(s)[1 + n_yG_{sz3}(s)] + (1 - e^{-s\tau}) \times} \times \frac{[m_xK_x + (K_{yy} - G_w(s)G_{sz3}(s)K_{F_{x1}})(n_y - K_xn_xm_y)]}{[m_xK_x(1 + G_w(s)K_{F_{x1}}) + (K_{yy} - G_w(s)G_{sz3}(s)K_{F_{x1}})(n_y - K_xn_xm_y)]}.$$
 (6.24)

Błąd układu sterowania, spowodowany oddziaływaniem sterowniczym przy szlifowaniu sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności można określić z zależności:

$$\varepsilon_{y_3}(s) = y_0(s) \cdot \frac{1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y - n_yK_{F_{x1}}G_w(s)G_{sz}(s)}{1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y + K_{F_{x1}}G_w(s)[1 + n_yG_{sz}(s)]}.$$
 (6.25)

Z zależności (6.25) wynika, że błąd statyczny wnoszony do układu sterowania adaptacyjnego przy szlifowaniu oscylacyjnym oddziaływaniem sterującym  $y_0(s)$ c może być wyeliminowany, jeżeli strukturę i parametry transmitancji operatorowej dodatniego sprzężenia zwrotnego  $G_{sz3}(s)$  określi się ze wzoru:

$$G_{sz3}(s) = \frac{1 + K_{xy}n_x + K_{yy}n_y}{n_y K_{F_{x1}}G_w(s)}.$$
 (6.26)

### 6.2. Możliwości zastosowania układów sterowania adaptacyjnego o małej czułości do zmiany parametrów układu technologicznego

Projektowanie układów sterowania adaptacyjnego, mogących działać przy niekontrolowanej zmienności parametrów obiektu sterowania z zastosowaniem metod teorii czułości, umożliwia przypisanie układom technologicznym pewnych własności nieczułości na zmiany parametrów układu w wyniku zastosowania prostszych środków, niż przeprowadzanie samonastawiania.

Proces skrawania, jako element układu dynamicznego, charakteryzuje się własnościami zależnymi od parametrów skrawania, geometrii ostrza, własności materiału półfabrykatu, itd. Uwzględniając inercyjność procesu powstawania wióra, sterowanie procesem skrawania można przedstawić jako [71]:

$$F_{p}(s)(1+T_{p}s) = K_{p}(1+T_{\alpha\gamma}s)\Delta\delta(s) + K_{p}(1-T_{\gamma}s)f(s), \qquad (6.27)$$

gdzie:  $\Delta\delta(s)$ , f(s) –zmiana grubości skrawanej warstwy i naddatku półfabrykatu według Laplace'a;  $T_p = \alpha\xi f/v$  – stała czasowa powstawania wióra;  $K_p = K \cdot a_p$  – współczynnik sztywności skrawania;  $T_{\gamma} = f/\xi v$  – stała czasowa kąta natarcia;  $T_{\alpha} = h^2 H_{\alpha}/2v \cdot K$  – stała czasowa kąta przyłożenia;  $T_{\alpha\gamma} = T_{\alpha} - T_{\gamma}$ ; h – wysokość fazki;  $H_{\alpha}$  – sztywność kontaktowa;  $\xi$  – skurcz wióra.

Funkcja transmitancji procesu skrawania według oddziaływania sterującego zmiany grubości zdejmowanej warstwy ma postać:

$$G_{sk}^{'}(s) = \frac{F_{p}^{'}(s)}{\Delta\delta(s)} = \frac{K_{p}(1 - T_{\alpha\gamma} \cdot s)}{(1 + T_{p} \cdot s)},$$
(6.28)

a według oddziaływania zakłócającego - zmiana naddatku półfabrykatu:

$$G_{sk}^{"}(s) = \frac{F_{p}^{"}(s)}{f(s)} = \frac{K_{p}(1 - T_{\gamma} \cdot s)}{(1 + T_{p} \cdot s)}.$$
(6.29)

Schemat obiektu sterowania jest przedstawiony na rys. 6.7 a, a schemat strukturalny układu automatycznej stabilizacji odkształceń sprężystych *UT* w wyniku zmiany posuwu wzdłużnego przy uwzględnieniu transmitancji operatorowej (6.28) i (6.29) na rys. 6.7 b,

- gdzie:  $G_w(s) = K_w/(1 + T_w s)$  transmitancja operatorowa napędu wykonawczego,
  - $K_w$ ,  $T_w$  współczynnik proporcjonalności i stała czasowa napędu.

Transmitancję operatorową zamkniętego układu sterowania automatycznego według oddziaływania sterującego można przedstawić jako:

$$\Phi_{s}(s) = \frac{y(s)}{y_{0}(s)} = \frac{K_{w}K_{p}K_{y}(1+T_{\alpha\gamma}s)}{a_{4}s^{4}+a_{3}s^{3}+a_{2}s^{2}+a_{1}s+a_{0}},$$
(6.30)

a według oddziaływania zakłócającego

$$\Phi_f(s) = \frac{y(s)}{f(s)} = \frac{K_y K_p (1 - T_y s) (1 + T_w s)}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0},$$
(6.31)

gdzie:  $a_4 = T_1^2 T_p T_w$ ,  $a_3 = T_1^2 T_p + T_1^2 T_w + T_2 T_p T_w$ ,  $a_2 = T_1^2 + T_2 T_p + T_2 T_w + T_p T_w + K_p K_y T_{\alpha\gamma} T_w$ ,  $a_1 = T_2 + T_p + T_w + K_p K_y (T_{\alpha\gamma} + T_w) + K_p K_y K_w T_{\alpha\gamma}$ ,  $a_0 = 1 + K_p K_y + K_p K_y K_w$ .





Rys. 6.7. Schemat obiektu sterowania – a; schemat strukturalny układu automatycznej stabilizacji odkształceń sprężystych układu technologicznego – b

Uwzględniając, że wartości współczynników wielomianów licznika i mianownika transmitancji operatorowej (6.30) i (6.31) zależą od parametrów skrawania (prędkości skrawania, posuwu wzdłużnego, głębokości skrawania), należy ocenić wpływ tych parametrów na charakterystyki dynamiczne układu, to znaczy, zbadać ich wpływ na zmiany wartości odkształceń sprężystych y(t), ponieważ od y(t) zależy dokładność obróbki oraz chropowatość powierzchni części. W tym celu zostaną zastosowane funkcje czułości względnej [112].

Funkcja czułości względnej transmitancji operatorowej względem zmiany parametru jest określana w sposób następujący:

$$S_{q}^{\Phi}(s) = \frac{\partial \ln \Phi(s)}{\partial \ln q(s)} = \frac{\partial \Phi(s)}{\partial q(s)} \cdot \frac{q(s)}{\Phi(s)}, \qquad (6.32)$$

to znaczy, że czułość układu na zmianę parametru q jest stosunkiem względnego przyrostu transmitancji operatorowej układu do względnego przyrostu parametru.

W praktyce wygodne jest posługiwanie się częstotliwościowymi funkcjami czułości. Zamieniając w zależności (6.32), s na  $j\omega$ , można zapisać funkcję czułości w postaci zespolonej:

$$S_{q}^{\Phi}(jw) = \frac{\partial \ln A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}}{\partial \ln q(j\omega)}.$$
(6.33)

Charakterystyka częstotliwościowa czułości dowolnego układu może być przedstawiona za pomocą funkcji zespolonej, której część rzeczywista jest czułością amplitudy. Umożliwia to zastosowanie względnej funkcji częstotliwościowej przy badaniu układów sterowania adaptacyjnego *UT*. Analizując charakterystyki częstotliwościowe czułości układu na różne parametry, można: wyodrębnić parametry, na zmianę których układ jest szczególnie czuły; przeprowadzić porównawczą ocenę czułości według tego samego parametru w przypadku różnych schematów strukturalnych układu. Umożliwia to zwiększenie dokładności obrabiarki, czyli szybsze reagowanie na zmianę odchyłek parametrów.

Określa się względne funkcje czułości transmitancji operatorowej układu sterowania adaptacyjnego [112] na zmiany parametrów obiektu regulowania.

Czułość układu na zmiany współczynnika skrawania jest wyrażona zależnością:

$$S_{K_{p}}^{\Phi_{f}}(s) = \frac{\partial \Phi_{f}(s)}{\partial K_{p}} \cdot \frac{K_{p}}{\Phi_{f}(s)} = \frac{a_{4}s^{4} + a_{3}s^{3} + a_{5}s^{2} + a_{6}s + a_{7}}{a_{4}s^{4} + a_{3}s^{3} + a_{2}s^{2} + a_{1}s + a_{0}}K_{p}, \quad (6.34)$$

gdzie: 
$$a_5 = a_2 - K_y K_p T_{\alpha\gamma} T_w,$$
  
 $a_6 = a_1 - K_y K_p (T_{\alpha\gamma} + T_w + K_i T_{\alpha\gamma}),$   
 $a_7 = a_0 - K_y K_p (1 + K_w).$ 

Zamieniając w (6.34) s na  $j\omega$ , można otrzymać wyrażenie na charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową funkcji czułości w następującej postaci:

$$S_{K_{p}}^{\Phi_{f}} \left| S_{K_{p}}^{\phi}(\omega) \right| = K_{p} \sqrt{\left( \frac{U_{1}(\omega)U_{2}(\omega) + V_{1}(\omega)V_{2}(\omega)}{U_{2}^{2}(\omega) + V_{2}^{2}(\omega)} \right)^{2} + \left( \frac{V_{1}(\omega)U_{2}(\omega) - U_{1}(\omega)V_{2}(\omega)}{U_{2}^{2}(\omega) + V_{2}^{2}(\omega)} \right)^{2}}, \quad (6.35)$$
gdzie:  $U_{1}(\omega) = a_{4} \omega^{4} - a_{5} \omega^{2} + a_{7},$   
 $U_{2}(\omega) = a_{4} \omega^{4} - a_{2} \omega^{2} + a_{0},$   
 $V_{1}(\omega) = a_{6} \omega - a_{3} \omega^{3},$   
 $V_{2}(\omega) = a_{1} \omega - a_{3} \omega^{3}.$ 

Analogicznie są określane funkcje czułości układu na zmianę parametrów  $T_p$  ,  $T_{\alpha\gamma}$  i  $T_\gamma$  .

Czułość układu na zmianę stałej czasowej powstawania wióra jest określana zależnością:

$$S_{T_p}^{\Phi_f}(s) = \frac{\partial \Phi_f(s)}{\partial T_p} \cdot \frac{T_p}{\Phi_f(s)} = \frac{a_8 s^4 + a_9 s^3 + a_{10} s^2 + a_{11} s}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} T_p, \quad (6.36)$$

a charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa funkcji czułości:

$$S_{T_{p}}^{\Phi_{f}}(\omega) = T_{p} \sqrt{\left(\frac{U_{3}(\omega)U_{4}(\omega) + V_{3}(\omega)V_{4}(\omega)}{U_{4}^{2}(\omega) + V_{4}^{2}(\omega)}\right)^{2} + \left(\frac{V_{3}(\omega)U_{4}(\omega) - U_{3}(\omega)V_{4}(\omega)}{U_{4}^{2}(\omega) + V_{4}^{2}(\omega)}\right)^{2}, (6.37)$$

gdzie: 
$$U_{3}(\omega) = a_{8}\omega^{4} - a_{10}\omega^{2}$$
,  $a_{8} = T_{1}^{2}T_{w}$ ,  
 $V_{3}(\omega) = a_{11}\omega - a_{9}\omega^{3}$ ,  $a_{9} = T_{1}^{2} - T_{2}T_{w}$ ,  
 $U_{4}(\omega) = a_{4}\omega^{4} - a_{2}\omega^{2} + a_{0}$ ,  $a_{10} = T_{2} + T_{w}$ ,  
 $V_{4}(\omega) = a_{1}\omega - a_{3}\omega^{3}$ ,  $a_{11} = 1$ .

Czułość układu na zmianę stałej czasowej kąta natarcia określa się jako:

$$S_{T_{\gamma}}^{\phi}(s) = \frac{\partial \Phi_{f}(s)}{\partial T_{\gamma}} \cdot \frac{T_{\gamma}}{\Phi_{f}(s)} = -\frac{T_{\gamma}s}{1 - T_{\gamma}s}, \qquad (6.38)$$

a amplitudowo-częstotliwościową charakterystykę funkcji czułości:

$$\left|S_{T_{\lambda}}^{\phi}(\omega)\right| = T_{\gamma} \sqrt{\frac{\omega^{4} + \omega^{2}}{\left(1 + T_{\gamma}^{2} \omega^{2}\right)^{2}}} = \frac{\omega T_{\gamma} \sqrt{1 + \omega^{2}}}{1 + T_{\gamma}^{2} \omega^{2}}.$$
 (6.39)

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa czułości na zmianę stałej czasowej  $T_{\alpha\gamma}$ jest równa:

$$S_{T_{\alpha\gamma}}^{\phi_{f}}(\omega) = T_{\alpha\gamma} K_{p} K_{y} \left\{ \frac{U_{5}(\omega)U_{4}(\omega) + V_{5}(\omega)V_{4}(\omega)}{U_{4}^{2}(\omega) + V_{4}^{2}(\omega)} \right)^{2} + \left( \frac{V_{5}(\omega)U_{4}(\omega) - U_{5}(\omega)V_{4}(\omega)}{U_{4}^{2}(\omega) + V_{4}^{2}(\omega)} \right)^{2}, \quad (6.40)$$

gdzie:  $U_5(\omega) = -T_{\omega}\omega^2$ ,  $V_5(\omega) = (1 + K_w)\omega$ .

Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe funkcji czułości, obliczone według zależności (6.34), (6.36), (6.38) i (6.39) w przypadku obrabiarki 16K20 przy następujących wartości stałych czasowych i współczynników przekazywania:

$$T_p = 4 \cdot 10^{-4} \text{ s}, \ T_{\gamma} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ s}, \ T_{\alpha} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ s}, \ T_{\alpha\gamma} = -3 \cdot 10^{-5} \text{ s},$$
  
 $T_1^2 = 1,58 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2, \ T_2 = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}, \ K_{\gamma} = 0,158 \cdot 10^{-4} \text{ mm/N}, \ K_p = 400 \text{ N/mm},$   
 $K_w = 10^2, \ T_w = 10^{-2} \text{ s},$ 

przedstawiono na rys. 6.8.



Rys. 6.8. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe funkcji czułości: krzywa 1 charakteryzuje czułość układu na zmianę współczynnika  $K_p$ ; krzywe 2, 3, 4 – odpowiednio czułość układu na zmianę stałych czasowych  $T_p$ ,  $T_\gamma$  i  $T_{\alpha\gamma}$ 

Krzywą 1 scharakteryzowano czułość układu na zmianę współczynnika  $K_p$ , a krzywe 2, 3, 4 – odpowiednio czułość układu na zmianę stałych czasowych  $T_p$ ,  $T_\gamma$  i  $T_{\alpha\gamma}$ .

Z analizy krzywych wynika, że zmienność stałych czasowych  $T_p$ ,  $T_\gamma$  i  $T_{\alpha\gamma}$ , nieznacznie wpływa na zmianę odkształceń sprężystych. Jednocześnie zmiany współczynnika  $K_p$  – to znaczy naddatku półfabrykatu – istotnie zmieniają statyczne i dynamiczne charakterystyki układu. Znaczne zwiększenie czułości układu sterowania na zmianę naddatku półfabrykatu w zakresie od 600 s<sup>-1</sup> do 800 s<sup>-1</sup> może doprowadzić do powstania drgań (ponieważ są to częstotliwości rezonansowe ekwiwalentnego układu sprężystego obrabiarki), co zwiększa chropowatość obrabianej powierzchni, a w niektórych przypadkach prowadzi do "podrywania" i odsunięciu ostrza w wyniku odkształceń w jednym kierunku. Spowodowane uderzeniem "podrywanie" kończy się złamaniem ostrza skrawającego.

W celu zbadania wpływu zmiany naddatku półfabrykatu na odkształcenia sprężyste, obliczono niektóre charakterystyki układu sterowania przy różnych wartościach głębokości skrawania – rys. 6.9, gdzie: krzywa  $1 - a_p = 1$  mm, krzywa  $2 - a_p = 2$  mm, krzywa  $3 - a_p = 3$  mm.



Rys. 6.9. Charakterystyki przejściowe w układzie automatycznej stabilizacji odksztalceń sprężystych przy różnych wartości głębokości skrawania

Jak wynika z wykresów, zwiększenie naddatku półfabrykatu o 1 mm powoduje znaczny wzrost błędu układu sterowania automatycznego i zwiększenie jego podatności na drgania, a o 2 mm – utratę stabilności i czyni nieprzydatnym do pracy, co świadczy o konieczności zmniejszenia czułości układu sterowania obrabiarki na zmianę naddatku półfabrykatu. W rozpatrywanym sposobie korekty ustawienia układu technologicznego [7], w wyniku dodatniego sprzężenia zwrotnego i odpowiedniego wyboru jego struktury i parametrów, możliwe jest wyeliminowanie błędów statycznych, zarówno według oddziaływania sterowniczego, jak i zakłócającego, co ostatecznie prowadzi do zwiększenia dokładności obróbki.

W celu wyeliminowania wpływu zmiany naddatku na ustalony błąd i zagwarantowania stabilności układu sterowania automatycznego do *UAS* wprowadzono człon korygujący w postaci ujemnego sprzężenia zwrotnego według siły skrawania z transmitancji operatorowej [142]:

$$G_{sz}(s) = \frac{K_{sz}}{s(T_{sz} \cdot s + 1)}, \qquad (6.41)$$

gdzie  $K_{sz}$ ,  $T_{sz}$  – odpowiednio współczynnik proporcjonalności i stała czasowa członu korygującego.

Schemat strukturalny rozpatrywanego układu sterowania adaptacyjnego przedstawiono na rys. 6.10 a, a po przekształceniach strukturalnych na rys. 6.10 b.



Rys. 6.10. Schemat strukturalny układu automatycznej regulacji z ogniwem korygującym - a; przekształcony schemat strukturalny układu sterowania - b

Transmitancja operatorowa zamkniętego układu sterowania adaptacyjnego wg oddziaływania zakłócającego może być przedstawiona jako:

$$\Phi_f(s) = \frac{K_s K_p s (C_3 s^3 + C_2 s^2 + C_1 s + 1)}{a_6 s^6 + a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 a^2 + a_1 s + a_0}, \quad (6.42)$$

gdzie  $a_0 = K_{sz}K_p$ ,  $a_1 = d_0 + l_1K_{sz}$ ,  $a_2 = d_1 + d_0T_{sz} + l_2K_{sz}$ ,  $a_3 = d_1 + d_1 T_{sz} + l_3 K_{sz}$ ,  $a_4 = d_3 + d_2 T_{sz} + l_4 K_{sz}, a_5 = d_4 + d_3 T_{sz}, a_6 = d_4 T_{sz},$  $d_4 = T_1^2 T_w T_p, \ d_3 = T_1^2 T_w + T_p \Big( T_2 T_w + T_{1,i}^2 \Big),$ 

$$d_{2}=T_{1}^{2}+T_{2}T_{w}+T_{p}(T_{w}+T_{2})+K_{p}K_{s}T_{\alpha\gamma}T_{w},$$
  

$$d_{1}=T_{p}+T_{w}+T_{2}+K_{p}K_{s}(T_{\alpha\gamma}+T_{w})+K_{p}K_{s}K_{w}T_{\alpha\gamma},$$
  

$$d_{0}=1+K_{p}K_{s}+K_{p}K_{s}K_{w},$$
  

$$l_{4}=K_{p}T_{1}^{2}T_{w}T_{\alpha\gamma}, l_{3}=K_{p}[T_{1}^{2}+(T_{2}+T_{w}+T_{1})T_{\alpha\gamma}],$$
  

$$l_{2}=K_{p}[(T_{w}+T_{2})T_{\alpha\gamma}+T_{2}T_{w}+T_{1}^{2}],$$
  

$$l_{1}=K_{p}(T_{\alpha\gamma}+T_{w}+T_{2}), l_{0}=K_{p},$$
  

$$C_{3}=-T_{sz}T_{\gamma}T_{w}, C_{2}=T_{sz}(T_{w}-T_{\gamma})-T_{\gamma}T_{w},$$
  

$$C_{1}=T_{sz}+T_{w}-T_{\gamma}.$$

Przed przystąpieniem do badania czułości układu sterowania adaptacyjnego obrabiarki oraz przed wyborem parametrów członu korekcyjnego z warunku zagwarantowania małej czułości odkształceń sprężystych na zmianę naddatku półfabrykatu, należy określić dziedzinę wartości parametrów  $K_{sz}$  i  $T_{sz}$  gwarantujących stabilną pracę układu.

W celu rozwiązania tego zadania, zastosowano metodę D – dzielenia przestrzeni parametrów  $K_{sz}$  i  $T_{sz}$ . Równanie charakterystyczne zapisano w następującej postaci:

$$D(S) = K_{sz}N(s) + T_{sz}M(s) + L(s) = 0,$$
gdzie  $N(s) = l_0 + l_1s + l_2s^2 + l_3s^3 + l_4s^4,$   
 $M(s) + d_0s^2 + d_1s^3 + d_2s^4 + d_3s^5 + d_4s^6,$   
 $L(s) = d_0s + d_1s^2 + d_2s^3 + d_3s^4 + d_4s^5.$ 

$$(6.43)$$

Podstawiając do (6.43)  $s = j\omega$ , otrzymuje się wyrażenie, określające granicę D – rozbicia w płaszczyźnie parametrów  $K_{sz}$  i  $T_{sz}$ 

$$D(j\omega) = K_{sz}N(j\omega) + T_{sz}M(j\omega) + L(j\omega) = 0.$$
(6.44)

Wprowadzając oznaczenia:

$$N(j\omega) = (l_4\omega^4 - l_2\omega^2 + l_0) + j(l\omega - l_3\omega^3) = N_1(\omega) + jN_2(\omega),$$
  

$$M(j\omega) = (d_2\omega^4 - d_4\omega^6 - d_0\omega^2) + j(d_3\omega^5 - d_1\omega^3) = M_1(\omega) + jM_2(\omega),$$
  

$$L(j\omega) = (d_3\omega^4 - d_1\omega^2) + j(d_4\omega^5 - d_2\omega^3 + d_0\omega) = L_1(\omega) + jL_2(\omega),$$

zależność (6.44) można zapisać jako:

$$K_{sz}N_{1}(\omega) + T_{sz}M_{1}(\omega) + L_{1}(\omega) = 0,$$
  

$$K_{sz}N_{2}(\omega) + T_{sz}M_{2}(\omega) + L_{2}(\omega) = 0.$$
(6.45)

Rozwiązanie układu równań (6.45) względem  $K_{sz}$  i  $T_{sz}$ :

$$K_{sz} = \frac{\Delta_{1}}{\Delta}, \ T_{sz} = \frac{\Delta_{2}}{\Delta},$$

$$gdzie: \Delta = \begin{vmatrix} N_{1}(\omega) & M_{1}(\omega) \\ N(\omega)_{2} & M_{2}(\omega) \end{vmatrix}, \qquad \Delta_{1} = \begin{vmatrix} -L_{1}(\omega) & M_{1}(\omega) \\ -L_{2}(\omega) & M_{2}(\omega) \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{2} = \begin{vmatrix} N_{1}(\omega) & -L_{1}(\omega) \\ N_{2}(\omega) & -L_{2}(\omega) \end{vmatrix}.$$
(6.46)



W przypadku każdego  $\omega$  w przedziale od  $-\infty$  do  $+\infty$  po obliczeniu, z równań parametrycznych (6.46), parametrów  $K_{sc}$  i  $T_{sc}$  jest określana granica D – rozbicia w płaszczyźnie tych parametrów (rys .6.11).

Czułość układu sterowania adaptacyjnego na zmianę naddatku półfabrykatu jest określana zależnością:

$$S_{k_{p}}^{\Phi_{f}} = \frac{\partial \Phi_{f}(s)}{\partial K_{p}} \cdot \frac{K_{p}}{\Phi_{f}(s)} = \frac{(T_{p}s+1)(T_{1}^{2}s^{2}+T_{2}s+1)(T_{w}s+1)}{a_{6}s^{6}+a_{5}s^{5}+a_{4}s^{4}+a_{3}s^{3}+a_{2}s^{2}+a_{1}s+a_{0}}.$$
 (6.47)

Z analizy zależności (6.46) wynika, że osiągnięcie nieczułości odkształceń sprężystych y na zmianę naddatku półfabrykatu jest praktycznie niemożliwe. Uwzględniając zależność współczynników  $a_i$  od parametrów członu korygującego  $K_{sz}$ , i  $T_{sz}$  (6.42), przy ich prawidłowym wyborze, można uzyskać znaczące zmniejszenie czułości układu sterowania adaptacyjnego.

Amplitudowo-częstotliwościowa charakterystyka czułości (6.47) jest równa:

$$\left|S_{K_{p}}^{\Phi_{f}}\right| = \sqrt{\frac{\left(1 - T_{p}^{2}\omega^{2}\right)\left(1 + T_{w}^{2}\omega^{2}\right)\left(1 - T_{w}^{2}\omega^{2}\right) - T_{2}^{2}\omega^{2}\left[\left(1 - C_{2}\omega^{2}\right)^{2} + \left(C_{1}\omega - C_{2}\omega^{3}\right)^{2}\right]}{\left(-a_{6}\omega^{6} + a_{4}\omega^{4} + a_{2}\omega^{2} + a_{0}\right)^{2} + \left(a_{5}\omega^{5} + a_{3}\omega^{3} + a_{1}\omega\right)^{2}}K_{p}}$$
(6.48)

Charakterystyki funkcji czułości układu sterowania adaptacyjnego obrabiarką przy różnych wartościach parametrów  $K_{sz}$  i  $T_{sz}$  pokazano na rys. 6.12.

Z przedstawionych zależności i wyrażenia (6.48) wynika, że wprowadzenie do układu członu korygującego umożliwia zmniejszenie jego czułości na zmianę naddatku ponad dziesięciokrotnie w porównaniu z układem sterowania nie korygowanym. Zwiększenie współczynnika sprzężenia zwrotnego  $K_{sz}$  prowadzi do zmniejszenia czułości układu w zakresie częstotliwości niskich i średnich.

Przy zwiększeniu wartości stałych czasowych  $T_{sz}$  wartość charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej funkcji czułości w zakresie częstotliwości roboczych ulega zmniejszeniu. W celu uzyskania zakresu stabilnej pracy skorygowanego układu sterowania (rys. 6.11) oraz możliwości technicznej realizacji członu sprzężenia zwrotnego, należy przyjmować:  $K_{sz} = 3$ ;  $T_{sz} = 0,02$  s.



Rys. 6.12. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe funkcji czułości układu skorygowanego przy różnych wartościach  $K_{sz}$  i  $T_{sz}$ : krzywa  $1 - T_{sz} = 0,01$  s,  $K_{sz} = 2$ ; krzywa  $2 - K_{sz} = 1$ ,  $T_{sz} = 0,01$  s; krzywa  $3 - K_{sz} = 3$ ,  $T_{sz} = 0,01$  s; krzywa  $4 - T_{sz} = 3$ ,  $T_{sz} = 0,02$  s

W przypadku określonych wartości parametrów, procesy przejściowe w układzie sterowania adaptacyjnego przy jednostkowej stopniowanej zmianie naddatku półfabrykatu nie prowadzą do jakościowych zmian charakterystyk dynamicznych układu sterowania – rys. 6.13. Umożliwia to wykonywanie części o praktycznie takiej samej dokładności wymiarów i osiąganie wymaganej chropowatości obrabianej powierzchni.



Rys. 6.13. Charakterystyki przejściowe w układzie sterowania adaptacyjnego odkształceniami sprężystymi przy różnych wartościach głębokości skrawania  $(K_p)$ : krzywa  $1 - a_p = 1$  mm, krzywa  $2 - a_p = 2$  mm, krzywa  $3 - a_p = 3$  mm

Schemat blokowy układu sterowania adaptacyjnego tokarką, umożliwiający zwiększenie dokładności sterowania odkształceniami sprężystymi, przedstawiono na rys. 6.14. Adaptacyjny układ sterowania zawiera: układ dynamiczny obrabiarki, składający się z procesu skrawania 1 i 2 – odpowiednio odzwierciedlających wpływ na siłę skrawania  $F_p$  zmiany grubości skrawanej  $\Delta h$  i zmiany naddatku  $a_p$ ; ekwiwalentny układ sprężysty 3, sumatory 4 i oczywiste – w przypadku układu dynamicznego obrabiarki – sprzężenie *y*; nastawnik 5, czujnik przemieszczeń sprężystych 6; ujemne sprzężenie zwrotne odnośnie siły skrawania  $F_p$  realizowane przy pomocy czujnika siły skrawania 9, przetwornika 10 oraz silnika wykonawczego 11; urządzenie porównujące 7, napęd posuwu wzdłużnego 8; sumator 12.



Rys. 6.14. Schemat blokowy układu sterowania adaptacyjnego z ujemnym sprzężeniem zwrotnym według siły skrawania

W układzie przyjęto następujące oznaczenia: wartość poczatkowa odkształceń sprężystych błędu wzdłużny *y*<sub>0</sub>; sygnał ε.; posuw f, charakteryzujący szerokość warstwy skrawanej; poprawka  $\delta$  względnego położenia części i ostrza; przemieszczenia korekcyjne  $f_1$  proporcjonalne do sygnału ujemnego sprzężenia zwrotnego; sumaryczna grubość warstwy skrawanej  $\Delta f = f - f_1$  z uwzględnieniem korekcji; sygnał y<sub>1</sub> proporcjonalny do wartości odkształceń sprężystych; sygnał  $U_1$  proporcjonalny do siły skrawania; sygnał U2 na wyjściu przetwornika. Wartości faktyczne odkształceń sprężystych, na wyjściu układu dynamicznego obrabiarki, w procesie skrawania 1 i 2 oraz ekwiwalentnego układu sprężystego 3, są mierzone czujnikiem odkształceń sprężystych 6 i sygnał proporcjonalny  $y_1$  jest podawany do urządzenia porównującego 7. Sygnał  $\varepsilon_s$  jest przesyłany do napędu 8 posuwu wzdłużnego, który zmienia wartość posuwu wzdłużnego f. Wartość składowej siły skrawania  $F_p$  jest mierzona czujnikiem 9 [142]. W wyniku wprowadzenia ujemnego sprzężenia zwrotnego, sygnał  $U_1$  przez przetwornik 10 w postaci  $U_2$ jest przekazywany do silnika wykonawczego 11. Silnik 11 przekształca przesyłany sygnał w przemieszczenie korekcyjne  $f_1$ , które jest sumowane w sumatorze 12 z ruchem posuwowym, charakteryzującym grubość warstwy skrawanej. Sumator 12 może być, na przykład, mechanicznym mechanizmem różnicowym, którego jeden z wałów wejściowych jest powiązany z wałem silnika napędu posuwu wzdłużnego 8, a na drugi wał wejściowy jest przekazywane przemieszczenie korekcyjne f1 łańcucha ujemnego sprzężenia zwrotnego. Wał wyjściowy sumatora 12 przemieszcza ostrze, umożliwiając korektę posuwu  $\Delta f = f - f_1$  i wnosi poprawkę we względne położenie obrabianej części i ostrza z uwzględnieniem pomiaru nie tylko odkształceń sprężystych, lecz także składowej  $F_p$  siły skrawania.

### 6.3. Układy sterowania adaptacyjnego realizujące integralne kryteria jakości

Zwiększenie jakości układów sterowania i szybkości ich działania może być osiągnięte, przy zastosowaniu, jako kryterium jakości, przy sterowaniu odkształceniami sprężystymi i stanem sprężyście-odkształcalnym, ulepszonej integralnej oceny kwadratowej [142].

Uwzględniając, że układ sprężysty można uważać za liniowy drgający człon drugiego rzędu, to znaczy za system jednomasowy skupiony przy ostrzu [71], drgania wymuszone w procesie skrawania są określane zależnością:

$$y(s) = \frac{G_y(s)G_p(s)}{1 + G_y(s)G_p(s)} f(s) = \frac{b_0}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} f(s), \qquad (6.49)$$

gdzie:  $b_0 = K_y K_p$ ,  $a_0 = T_1^2 T_p$ ,  $a_1 = T_1^2 + T_2 T_p$ ,  $a_2 = T_2 + T_p$ ,  $a_3 = 1 + K_y K_p$ .

Zależność (6.49) może być podstawą do badań dynamicznej dokładności układów technologicznych i wyboru racjonalnych parametrów skrawania.

Jako kryterium charakteryzujące szybkość tłumienia drgań wymuszonych odkształceń sprężystych y(t) i ich odchyłki od stanu ustalonego, celowe jest zastosowanie integralnej oceny kwadratowej [141, 142]:

$$I = \int_{0}^{\infty} y^{2}(t) dt .$$
 (6.50)

Integralna ocena (6.50) może być przyjęta jako kryterium dokładności przy sterowaniu odkształceniami sprężystymi układu technologicznego.

Przy skokowej zmianie f(t) wielkość I może być określona z zależności:

$$I = \frac{b_0}{2a_3^2} \left( \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_1^2}{a_1 a_2 - a_0 a_3} \right).$$
(6.51)

Kryterium *I* jest funkcją stałej czasowej powstawania wióra  $T_{sk}$ i współczynnika sztywności skrawania  $K_{sk}$ . Zależność  $I = I(T_p)|_{K_p = \text{var}}$ , określono w przypadku obrabiarki 16K20, której parametry układu sprężystego:  $m_y = 0.1N s^2/mm$ ,  $n_y = 7.75 Ns/mm$ ,  $C_y = 6.3 \cdot 10^4 N/mm$  są przedstawione na rys. 6.15 a. Analiza otrzymanych zależności świadczy o:

- występowaniu wyraźnego minimum i możliwości minimalizacji kryterium *I*;
- możliwości budowy ekstremalnego układu sterowania adaptacyjnego odkształceniami sprężystymi układu technologicznego;
- migracji punktu ekstremum przy zmianie naddatku półfabrykatu.

Wybór optymalnych parametrów skrawania sprowadza się do określenia prędkości skrawania i posuwu wzdłużnego, minimalizujących wielkość *I* w zależności od naddatku półfabrykatu.

Określenie optymalnej wartości posuwu wzdłużnego w zależności od zmiany naddatku jest przedstawione na nomogramie (rys. 6.15 b), otrzymanym przy obróbce stali C45 ostrzem T15K6 ( $\alpha = 5, \xi = 6$   $K = 4000 N/mm^2$ ).



**Rys. 6.15. Zależności zmiany**  $I = I(T_{st})|_{K_{st} = var}$  – a; nomogramy do określenia  $f_{op}$  – b

Przy wyborze optymalnych parametrów skrawania, jak i przy rozwiązaniu zagadnienia optymalizacji, należy uwzględniać warunki, jakie musi spełnić oddziaływanie sterujące – w danym przypadku wartość posuwu wzdłużnego.

Algorytm sterowania posuwem wzdłużnym może być zrealizowany przy pomocy adaptacyjnego układu sterowania tokarką, pokazanego na rys. 6.16.

Charakterystyka ekstremalna jest niejednoznaczna, dlatego mierząc tylko jedną zmienną nie można określić wartości parametrów skrawania w stosunku do ekstremum. W związku z tym, regulator automatyczny powinien wykonać próbne przemieszczenie, a następnie dodatkowy pomiar wskaźnika ekstremum i określić parametry skrawania odnośnie do ekstremum [142].

Przy określonym kierunku zmiany posuwu wzdłużnego z uwzględnieniem znaku przyrostu wielkości *I* jednoznacznie określa się stan układu odnośnie do ekstremum. Uzyskane w taki sposób położenie układu jest zadaniem logicznym, ponieważ odpowiedź jest uzyskiwana po porównaniu znaków  $\Delta I$  i  $\Delta f$ . Zamiast wykonania porównania logicznego można ocenić znak pochodnej.



Rys. 6.16. Układ sterowania adaptacyjnego tokarką

Układ sterowania adaptacyjnego tokarką (rys. 6.16) zawiera: dynamiczny układ obrabiarki składający się z procesu skrawania 1 i układu sprężystego 2 z naturalną, w przypadku układu dynamicznego obrabiarki więzią – y, rozpatrywanych jako obiekt sterowania; nastawnik wartości posuwu wzdłużnego 3; przetwornik mocy 4; silnik posuwu wzdłużnego 5; reduktor 6; czujnik sprzężenia zwrotnego odnośnie wartości odkształceń sprężystych 7; kwadrator 8; prądnicę tachometryczną kontroli wartości prędkości posuwu wzdłużnego 9; przetwornik 10; urządzenie logiczne 11 określające znak pochodnej; moduł zwrotny12 sterujący posuwem wzdłużnym w kierunku osiągnięcia minimum funkcjonału dI/df.

Powstające podczas obróbki części na obrabiarce odkształcenia sprężyste y są mierzone czujnikiem 7 sprzężenia zwrotnego  $-U_y$ . Czujnikiem 9 jest mierzona wartość posuwu wzdłużnego df/dt. Sygnały df/dt i dI/dt odpowiednio z wyjścia czujnika 9 i kwadratora 8 są przekazywane

na wejście dzielnika 10, określającego automatycznie wartość dI/df. Urządzenie logiczne 11 określa znak pochodnej "+" lub "-" i steruje rewersem 12, który z kolei podaje sygnał przez urządzenie porównujące na przetwornik mocy 4. Zmiana częstotliwości obrotu wału silnika posuwu wzdłużnego 5 przez reduktor 6 powoduje zmianę posuwu wzdłużnego f w stronę osiągnięcia minimum dI/df. Nastawnik 3 ogranicza wartość posuwu – maksymalną i minimalna.

W przypadku przeprowadzonych obliczeń, przejściowe charakterystyki procesów są przedstawione na rys. 6.17 a, gdzie krzywa 1 charakteryzuje odkształcenia sprężyste przy parametrach procesu skrawania:  $v_c = 60$  m/min,  $a_p = 1,5$  mm, f = 0,7 mm/obr. Analiza procesu przejściowego świadczy o wystarczająco szybkim tłumieniu i zanikaniu odkształceń sprężystych, jednak duża niestabilność procesu przejściowego mogą w niektórych przypadkach, na przykład przy obróbce wykańczającej, być niepożądane, ponieważ pogorszeniu ulega chropowatość obrabianej powierzchni.

Wyeliminować tę wadę można przez zastosowanie jako kryterium jakości pracy układu sterowania polepszonej oceny integralnej:

$$I_0 = \int_0^\infty \left[ y^2(t) + \tau_1^2 \dot{y}^2(t) \right] dt \,. \tag{6.52}$$

Uwzględnienie prędkości zmiany odkształceń sprężystych w układzie technologicznym  $\dot{y}(t) = dy(t)/dt$  z wagą  $\tau_1$  nadaje układowi sterowania adaptacyjnego obrabiarką nowe jakościowo własności. Całkę (6.52) można zapisać jako:

$$I_0 = \int_0^\infty [y(t) + \tau_1 \dot{y}(t)]^2 dt - 2\tau_1 \int_0^\infty y(t) dy(t), \qquad (6.53)$$

ponieważ  $y(\infty) = 0$ , to

$$I_0 = \int_0^\infty [y(t) + \tau_1 \dot{y}(t)]^2 dt + \tau_1 y^2(0).$$
 (6.54)

Z analizy zależności (6.54) wynika, że minimum integralnej oceny kwadratowej jest określane jako:

$$I_{0\min} = \tau_1 y^2(0). \tag{6.55}$$

Uwzględniając, że  $y(0) = K_p K_y / (1 + K_p K_y)$ , można zapisać:

$$I_{0\min} = \tau_1 \left( \frac{K_y K_p}{1 + K_y K_p} \right) = \tau_1 \left( \frac{K a_p}{C_y + K a_p} \right)^2 .$$
(6.56)

Zależność (6.56) umożliwia, przy znanych wartościach sztywności układu sprężystego obrabiarki  $C_y$  i względnej siły skrawania, określanie głębokości skrawania  $a_p$ , przy której można uzyskać wymaganą dokładność obróbki części.

Wartość liczbowa współczynnika wagowego  $\tau_1$  określa szybkość działania układu i gwarantuje płynność przebiegu procesów przejściowych.

Ocenę integralną (6.53) wygodnie jest wykonywać w następujący sposób. Zależność (6.53) przedstawia się w postaci:

$$I_0 = \int_0^\infty y^2(t) dt + \tau_1^2 \int_0^\infty \dot{y}^2(t) dt = I + \tau_1^2 I_1.$$
 (6.57)

Wartość  $I_1$  jest określana z zależności:

$$I_{1} = \frac{\left(K_{y}K_{p}\right)^{p}a_{1}a_{3}^{2}}{2a_{3}^{3}\left(a_{1}a_{2} - a_{0}a_{3}\right)}.$$
(6.58)

A więc ulepszona integralna ocena przyjmuje postać:

$$I_{0} = \frac{\left(K_{y}K_{p}\right)^{p} \left(a_{1}a_{2}^{2} - a_{0}a_{2}a_{3} - a_{1}^{2}a_{3} - \tau_{1}^{2}a_{1}a_{3}^{2}\right)}{2a_{3}^{3} \left(a_{1}a_{2} - a_{0}a_{3}\right)}.$$
 (6.59)

Zależność kryterium  $I_0$  od stałej czasowej powstawania wióra  $T_p$  przy stałej sztywności skrawania  $K_p = 6000$  N/mm przy różnych wartościach współczynnika wagowego  $\tau_1$ , przedstawiono na rys. 6.17 b. Z analizy uzyskanych zależności wynika, że dążenie do stabilizacji procesów przejściowych w układzie technologicznym, na skutek zwiększenia współczynnika wagowego  $\tau_1$ , prowadzi do pogorszenia dokładności obróbki części. Przy wyborze optymalnych parametrów skrawania niezbędne jest więc rozwiązanie kompromisowe, jednocześnie uwzględniające wymagania odnośnie do dokładności i jakości procesów przejściowych. Stabilizacja odkształceń sprężystych jest możliwa tylko przy dużych wartościach stałej czasowej procesu powstawania wióra. Proces skrawania powinien być zatem realizowany przy wystarczająco wysokich wartościach posuwu wzdłużnego i małych prędkościach skrawania. Krzywa 2 procesu przejściowego stabilizacji odkształceń sprężystych, w układzie technologicznym przy  $\tau_1 = 0.5 \cdot 10^{-3} s$  i parametrach skrawania:  $v_c = 20$  m/min,  $a_p = 1.5$  mm, f = 0.9 mm/obr, jest pokazana na rys. 6.17 a.

Schemat blokowy układu sterowania adaptacyjnego [142], kształtujący funkcjonał  $I_1$  – integralną ocenę przebiegu procesu przejściowego, przedstawiono na rys. 6.18. W porównaniu ze schematem na rys. 6.16 układ dodatkowo zawiera przyrząd różniczkujący 9, kwadrator 10, krotnik 11, sumator 12, prądnicę tachometryczną 13, dzielnik 14, urządzenie logiczne 15, element dopasowujący 16 i sumator 17.



Rys. 6.17. Przejściowe charakterystyki w układzie sterowania adaptacyjnego: krzywa 1 przy zastosowaniu integralnej oceny kwadratowej, krzywa 2 ulepszonej integralnej oceny kwadratowej – a; zależność kryterium  $I_0 = f(T_{sk})$  przy różnych wartościach współczynnika wagowego  $\tau_1 - \mathbf{b}$ 



Rys. 6.18. Schemat blokowy układu sterowania adaptacyjnego, realizujący ulepszoną ocenę integralną jako kryterium jakości

Powstające podczas obróbki części na obrabiarce odkształcenia sprężyste y są przekształcane w czujniku 7 na sygnał  $U_y$  przekazywany przez kwadrator 8 na sumator 12, na którego drugie wejście jest podawany sygnał wyjściowy łańcucha zawierającego bloki 9-11, w wyniku czego na wyjściu sumatora 12 jest kształtowany sygnał proporcjonalny

$$dI_{1}/dt = y^{2}(t) + \tau_{1}^{2} \dot{y}^{2}(t).$$

Posuw wzdłużny f jest przekształcany w prądnicy tachometrycznej 13, po czym sygnały df/dt i sumatora  $dI_1/dt$  są przesyłane do dzielnika 14, określającego wartość  $dI_1/df$ . Urządzenie logiczne 15 zgodnie ze znakiem pochodnej  $dI_1/df$  steruje elementem 16. Sygnał wyjściowy jest przesyłany na wyjście sumatora 17, a następnie do przetwornika 4, silnika 5, który przez reduktor 6 zmienia wartość posuwu ostrza w kierunku osiągnięcia minimum zależności  $dI_1/df$ .

Z przeprowadzonej analizy funkcjonowania układów sterowania automatycznego odkształceniami sprężystymi *UT* w warunkach dynamicznych wynika, że układy te są statyczne zarówno w wyniku oddziaływań sterującego, jak i zakłócającego, powodujących błędy względnego położenia części i ostrza skrawającego. Przy tym, rezerwy zwiększenia dokładności i jakości obróbki mogą być określone przy utworzeniu optymalnych struktur układu sterowania i opracowaniu układów sterowania adaptacyjnego.

Przedstawiony i teoretycznie uzasadniony sposób korekty ustawienia UT w wyniku sterowania adaptacyjnego, poprzez wprowadzenie do układu sterowania dodatkowego dodatniego sprzężenia zwrotnego odnośnie siły umożliwia wyeliminowanie błędów statycznych zarówno skrawania, oddziaływania sterującego, jak i zakłócającego przy sterowaniu parametrami dokładności i jakości (przy zastosowaniu jako oddziaływania regulacyjnego zmiany wielkości posuwu wzdłużnego i regulowania parametrów stanu sztywności sprężyście-odkształcalnego części 0 małej W układzie technologicznym).

Otrzymano warunki określenia struktury i parametrów dodatkowego sprzężenia zwrotnego według siły skrawania, gwarantujące wyeliminowanie błędów statycznych w układzie i nadające jej właściwości adaptacyjne.

Przeprowadzono analize warunków działania układu sterowania automatycznego odkształceniami sprężystymi układów technologicznych z zastosowaniem metod czułości, W wyniku określenia przedziału częstotliwości, w których układ sterowania jest czuły na zmianę naddatku półfabrykatu. Teoretycznie uzasadniono sposób zwiększenia dokładności sterowania parametrami układów technologicznych, zarówno przy zmianie posuwu wzdłużnego, jak i – regulowaniu parametrów stanu sprężyścieodkształcalnego części o małej sztywności w wyniku wprowadzenia członów korekcyjnych w postaci ujemnego sprzeżenia zwrotnego według siły skrawania, a także uzasadniono możliwość budowy układów adaptacyjnych o małej czułości na zmianę jego parametrów na operacjach toczenia i szlifowania. Opracowane techniki korekcji ustawienia i układy sterowania adaptacyjnego moga być zastosowane w innych operacjach obróbki skrawaniem.

Zwiększenie szybkości pracy i jakości układów sterowania adaptacyjnego może być uzyskane w wyniku zastosowania jako kryterium dokładności przy sterowaniu odkształceniami sprężystymi, w stanie sprężyście-odkształcalnym integralnej oceny kwadratowej i ulepszonej integralnej oceny kwadratowej. Analiza otrzymanych wyników, numerycznego modelowania krzywych procesów przejściowych w układzie sterowania, świadczy o wystarczająco szybkim tłumieniu drgań wymuszonych odkształceń sprężystych w układzie technologicznym i wysokiej dokładności obróbki części.

### 6.4. Synteza optymalnego regulatora układu dynamicznego wiercenia otworów głębokich o małej średnicy

# 6.4.1. Modele oddziaływań zakłócających i kryterium jakości sterowania

Rozpatrywany układ dynamiczny funkcjonuje w warunkach oddziaływania zakłóceń, które nie są w pełni poznanymi funkcjami losowymi czasu i powstających w wyniku zmienności parametrów określających parametry obróbki. W przypadku konkretnych procesów technologicznych charakterystyki losowe oddziaływań, działających na układ mogą być określone w wyniku dodatkowych badań [16].

Rozpatrywane są tylko przypadkowe stacjonarne oddziaływania, przy założeniu, że ich charakterystyki losowe pozostają niezmienne przez wystarczająco długi, w porównaniu ze stałymi czasowymi układu, czas. Zakłada się również, że oddziaływania zakłócające podlegają prawu rozkładu normalnego, ponieważ zakłócenia rzeczywiste są wynikiem dużej liczby czynników, a suma dużej liczby wielkości niezależnych lub słabo zależnych zbliża się do rozkładu normalnego [52].

W wielu pracach, jako modele oddziaływań zakłócających, działających w procesach obróbki, jest rozpatrywany model z funkcją korelacyjną w postaci [80]:

$$K_{\omega}(\tau) = D_{\omega} e^{-\alpha \tau} \cos \beta \tau, \qquad (6.60)$$

gdzie:  $D\varphi$  – dyspersja procesu losowego,

 $\alpha$  – wskaźnik tłumienia korelacyjnej funkcji,

 $\beta$  – wskaźnik oscylacji funkcji korelacyjnej.

Łącznie z modelem w postaci funkcji korelacyjnej eksponencjalnocosinusowej, w przypadku braku wiarygodnej informacji o charakterystykach wielkości losowej, można zastosować model oddziaływania zakłócającego w postaci "szumu białego", jako granicznego przypadku procesu korelacyjnego [95].

Jako współrzędną regulowaną układu sterownia automatycznego przyjmuje się odchylenie x(t) stabilizowanej wielkości od wartości zakładanej, podlegającej prawu rozkładu normalnego.

Za kryterium jakości sterowania przyjmuje się średni kwadrat błędu  $\langle x^2 \rangle$ , jako wielkość odzwierciedlającą podstawowe wymagania odnośnie układu. W przypadku stacjonarnej funkcji losowej x(t), rozłożonej zgodnie z prawem rozkładu normalnego, wszystkie charakteryzujące ją wskaźniki są określane przez dyspersję x(t). Prawdopodobieństwo, że x(t) przewyższy dopuszczalne

granice odchylenia jest określane średnim kwadratem i jest tym mniejsze im mniejsze  $\langle x^2 \rangle$ . Prawdopodobieństwo określa się jako nierówność:

$$\left|x(t)\right| > b_0, \tag{6.61}$$

gdzie  $b_0$  – niedopuszczalna wartość x(t), całkowicie zależna od wielkości średniego kwadratu, określana w oparciu o zasadę "przekonania praktycznego" [103].

Prawdopodobieństwo wystąpienia wartości odchylenia przekraczającego trzy średniokwadratowe można uważać za równe zero.

Uzyskanie minimum  $\langle x^2 \rangle$  w układach rzeczywistych utrudnia wiele ograniczeń, a przede wszystkim oddziaływania sterownicze, które mogą być ograniczone według ich wartości minimalnej i maksymalnej, a także według średniego kwadratu.

W pracach [102, 103] zaproponowano metody syntezy układu sterowania automatycznego, umożliwiające uzyskanie minimum kryterium  $\langle x^2 \rangle$  przy uwzględnieniu ograniczeń na średni kwadrat oddziaływań sterowniczych w postaci:

$$\langle u^2 \rangle \leq N_u. \tag{6.62}$$

Przy syntezie układu sterowania automatycznego, jako modele oddziaływań zakłócających można przyjąć proces z funkcją korelacyjną (6.60) lub proces typu "biały szum" [16], a jako kryterium jakości sterowania średni kwadrat odchylenia regulowanej wielkości od wartości ustabilizowanej.

## 6.4.2. Synteza układu sterowania w przypadku niepełnych danych o oddziaływaniach zakłócających

Określenie układu stabilizacji obciążenia umożliwia uzyskanie oddziaływań sterowniczych u(t), które pomimo występowania oddziaływań zakłócających prowadzą do możliwie małych wartości odchyleń regulowanego parametru. Schemat strukturalny rozpatrywanego układu, zamknięty przez regulator, pokazano na rys. 6.19.



Rys. 6.19. Schemat strukturalny układu

Właściwości dynamiczne obiektu względem oddziaływania sterowniczego są opisywane liniowym równaniem różniczkowym *n*-tego rzędu, które można przedstawić w postaci

$$A(s)x(s) = B(s)u(s)$$
. (6.63)

Przebiegające w układzie procesy względem oddziaływania zakłócającego, można opisać równaniem:

$$A(s)x(s) = \varphi(s) . \tag{6.64}$$

Na układ działa stacjonarne oddziaływanie zakłócające o rozkładzie normalnym, przy czym jest znana jego funkcja korelacyjna lub spektralna gęstość mocy. W trakcie syntezy optymalnej struktury jest określana transmitancja operatorowa regulatora, zapewniająca minimalną dyspersję odchylenia.

Oddziaływanie sterownicze w łańcuchu sprzężenia zwrotnego można opisać równaniem:

$$G_2(s)u(s) = G_1(s)x(s)$$
. (6.65)

Po przekształceniu Fouriera, a także przejściu od funkcji x(s), u(s) i  $\varphi(s)$  do ich gęstości spektralnych równanie układu może być przedstawione w postaci:

$$\left| \left[ A(i\omega) - G(j\omega)B(j\omega) \right] \right|^2 S_x(\omega) = S_{\omega}(\omega), \qquad (6.66)$$

a średni kwadrat odchylenia jest wyznaczany z wyrażenia:

$$\langle x^{2} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi}(\omega) \frac{d\omega}{\left| \left[ A(j\omega) - G_{r}(j\omega)B(j\omega) \right] \right|^{2}}.$$
(6.67)

Analogicznie jest określany średni kwadrat oddziaływania sterowniczego

$$\langle u^{2} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi}(\omega) \frac{\left|G_{r}(j\omega)\right|^{2}}{\left|\left[A(j\omega) - G_{r}(j\omega)B(j\omega)\right]\right|^{2}}.$$
(6.68)

Zakłada się, że gęstość spektralna oddziaływania zakłócającego może być aproksymowana funkcją:

$$S_{\varphi}(\omega) = \frac{a_{p-1}(\omega^2)^p + a_{p-1}(\omega^2)^{p-1} + \dots + a_0}{b_{q-1}(\omega^2)^q + b_{q-1}(\omega^2)^{q-1} + \dots + b_0}.$$
(6.69)

W pracach [102, 103] przedstawiono algorytm rozwiązania zadania: 1. Faktoryzacja gęstości spektralnej oddziaływania zakłócającego

$$S_{\varphi}(s) = S_1(s)S_1(-s).$$
(6.70)

2. Faktoryzacja wielomianu

$$A(s)A(-s) + m^{2} = W(s)W(-s).$$
(6.71)

3. Separacja wyrażenia

$$\frac{A(-s)S_1(s)}{W(-s)} = M_0(s) + M_+(s) + M_-(s), \qquad (6.72)$$

- gdzie:  $M_0(s)$  wielomian;  $M_+(s)$  właściwa część z biegunami w lewej półpłaszczyźnie;  $M_-(s)$  właściwa część z biegunami w prawej półpłaszczyźnie.
- 4. Zapisanie funkcji pośredniej

$$\Phi(s) = \frac{M_0(s) + M_+(s)}{W(s)S_1(s)}.$$
(6.73)

5. Określenie transmitancji operatorowej regulatora optymalnego

$$G(s) = A(s) - \frac{1}{\Phi(s)}$$
 (6.74)

Parametry regulatora optymalnego są określane nie tylko współczynnikami obiektu sterowania i parametrami gęstości spektralnej zakłócenia, ale także zależą od wartości nieokreślonego mnożnika Lagrange'a  $m^2$ . W celu jego określenia, po wyznaczeniu struktury regulatora optymalnego i obliczeniu średniego kwadratu oddziaływania sterowniczego, jest budowana zależność  $\langle u^2 \rangle = f(m^2)$ . Zatem przy uwzględnieniu ograniczeń na oddziaływanie sterownicze  $\langle u^2 \rangle$  jest określana wartość  $m^2$  i obliczane parametry.

Przy zmienności parametrów, rozpatrywanych układów, w niektórych przypadkach optymalne, odnośnie do kryterium średniokwadratowego, układy mogą tracić stabilność przy małych odchyleniach współczynników. W pracach [77, 165] przedstawiono ogólne kryterium zachowania stabilności układów sterowania automatycznego przy zmienności współczynników sterowanego układu, które polega na spełnieniu nierówności

$$p \le m + q - 1, \tag{6.75}$$

gdzie: p i q – stopnie wielomianów odpowiednio licznika i mianownika w zależności (6.69) przy gęstości spektralnej oddziaływania zakłócającego, m – stopień wielomianu B(s) w równaniu układu otwartego.

W następnych podrozdziałach będą przedstawione wyniki bezpośredniej analizy czułości zsyntezowanego optymalnego układu na zmianę parametrów gęstości spektralnej oddziaływania zakłócającego i współczynników modelu matematycznego obiektu sterowania.

# 6.4.3. Sterowanie układem dynamicznym według kanału posuwu osiowego narzędzia

Model matematyczny procesu wiercenia otworów głębokich przy sterowaniu według kanału posuwu może być, jak pokazano w [2], w większości przypadków aproksymowany ogniwem aperiodycznym drugiego rzędu, czyli

$$G_{x}(s) = \frac{F_{f}(s)}{v_{f}(s)} = \frac{K_{x}}{a_{2}s^{2} + a_{1}s + a_{0}},$$
(6.76)

gdzie:  $a_2 = T_1 T_2$ ;  $a_1 = T_1 + T_2$ ;  $a_0 = 1$ .

Współczynnik oddziaływania obiektu jest odniesiony do sterującej części układu. Jako oddziaływanie zakłócające przyjęto proces o eksponencjalnocosinusowej funkcji korelacyjnej i przeprowadzono syntezę regulatora optymalnego, przy zastosowaniu przedstawionego w podrozdziale 6.4.2 algorytmu.

Gęstość spektralna mocy oddziaływania zakłócającego ma postać:

$$S_{\varphi}(\omega) = D_{\varphi} \frac{2\alpha}{\pi} \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2}{\left(\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2\right)^2 - 4\beta^2 \omega^2}.$$
(6.77)

Przechodząc w wyrażeniu (6.77) na zmienną  $s = j\omega$ , można przedstawić licznik tej zależności następująco:

$$\alpha^{2} + \beta^{2} + \omega^{2} = (b_{s0}s + b_{s1})(-b_{s0}s + b_{s1}).$$
(6.78)

Porównując w zależności (6.78) współczynniki przy jednakowych stopniach *s* otrzymuje się:

$$b_{s0} = 1,$$
  $b_{s1} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ . (6.79)

Analogicznie można przedstawić mianownik wyrażenia, w przypadku spektralnej gęstości mocy:

$$\left(\alpha^{2} + \beta^{2}\right)^{2} - 2(\alpha^{2} + \beta^{2})s^{2} + s^{4} + 4\beta^{2}s^{2} = = \left(a_{s0}s^{2} + a_{s1}s + a_{s2}\right)\left(a_{s0}s^{2} - a_{s1}s + a_{s2}\right)$$
(6.80)

Wartości współczynników  $a_{s0}$ ,  $a_{s1}$ ,  $a_{s2}$  są określane po porównaniu współczynników w częściach lewej i prawej zależności (6.80):

$$a_{s0} = 1, \qquad a_{s1} = 2\alpha, \qquad a_{s2} = \alpha^2 + \beta^2.$$
 (6.81)

Po faktoryzacji zależność na spektralną gęstość mocy zakłócenia jest przekształcana do postaci:

$$S_{\varphi}(s) = S_1(s)S_1(-s), \qquad (6.82)$$

gdzie:

$$S_1(s) = \frac{b_{s0}s + b_{s1}}{a_{s0}s^2 + a_{s1}s + a_{s2}},$$
(6.83)

$$S_{1}(-s) = \frac{-b_{s0}s + b_{s1}}{a_{s0}s^{2} + a_{s1}s + a_{s2}}.$$
 (6.84)

Następnym etapem jest faktoryzacja wielomianu

$$W(s)W(-s) = A(s)A(-s) + m^{2}.$$
 (6.85)

W wyniku otrzymuje się:

$$W(s)W(-s) = (a_{g2}s^{2} + a_{g1}s + a_{g0})(a_{g2}s^{2} - a_{g1}s + a_{g0}), \qquad (6.86)$$

gdzie współczynniki  $a_{g2}$ ,  $a_{g1}$ ,  $a_{g0}$  są określane z zależności:

$$a_{g2} = a_2; a_{g1} = \sqrt{a_1^2 + 2a_{g0}a_{g2} - 2a_2a_0}; a_{g0} = \sqrt{m^2 + a_0^2} .$$
(6.87)

Więc,

$$W(s) = (a_{g2}s^{2} + a_{g1}s + a_{g0}),$$
  

$$W(-s) = (a_{g2}s^{2} - a_{g1}s + a_{g0}),$$
(6.88)

a zależność, określającą funkcję pomocniczą z uwzględnieniem wyrażeń (6.83) i (6.88), można zapisać w postaci:

$$\frac{A(-s)}{W(-s)}S_1(s) = \frac{a_2s^2 - a_1s + a_0}{(a_{g2}s^2 - a_{g1}s + a_{g0})}\frac{b_{s0}s + b_{s1}}{(a_{s0}s^2 + a_{s1}s + a_{s2})}.$$
(6.89)

Uwzględniając, że stopień mianownika wielomianu w zależności (6.89) jest większy od stopnia jego licznika to przy rozkładzie zależności (6.89) otrzymuje się:

$$M_0(s) = 0. (6.90)$$

Do określenia  $M_+(s)$  i  $M_-(s)$  zależność określająca funkcję pomocniczą (6.67) może być przedstawiona w postaci ułamków właściwych o nieokreślonych współczynnikach  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$ 

$$M_{+}(s) + M_{-}(s) = \frac{C_{1} + C_{2}s}{(a_{s0}s^{2} + a_{s1}s + a_{s2})} + \frac{C_{3} + C_{4}s}{(a_{g2}s^{2} - a_{g1}s + a_{g0})}.$$
 (6.91)

Po sprowadzeniu (6.91) do wspólnego mianownika i porównaniu otrzymuje się:

$$(a_{2}s^{2} - a_{1}s + a_{0})(b_{s0}s + b_{s1}) =$$
  
=  $(a_{s0}s^{2} + a_{s1}s + a_{s2})(C_{3} + C_{4}s) + (a_{g2}s^{2} + a_{g1}s + a_{g0})(C_{1} + C_{2}s)$  (6.92)

Analizowane są wartości tylko współczynników  $C_1$  i  $C_2$ , wchodzących do zależności  $M_+(s)$ . Po porównaniu współczynników, przy jednakowych stopniach s, we wzorze (6.91) i rozwiązaniu odpowiedniego układu równań, otrzymano analogiczne zależności do obliczeń współczynników  $C_1$  i  $C_2$ .

$$C_{1} = k_{1} - \left(\frac{l_{1} - \frac{l_{2}r_{1} - l_{1}r_{3}}{r_{4}r_{1} - r_{2}r_{3}}r_{2}}{r_{1}}\right)k_{2}, \quad C_{2} = k_{3} - \frac{l_{2}r_{1} - l_{1}r_{3}}{r_{1}r_{4} - r_{2}r_{3}}k_{4}, \quad (6.93)$$

gdzie:  $k_1 = \frac{b_{s1}a_{s0}}{a_{g0}}, k_2 = \frac{a_{s2}}{a_{s0}}, k_3 = \frac{b_{s0}a_2}{a_{g2}}, k_4 = \frac{a_{s0}}{a_{g2}},$   $r_1 = a_{s0} - k_2 a_{g2}, r_2 = a_{s1} - k_4 a_{g1},$   $r_3 = k_2 a_{g1} - a_{s1}, r_4 = a_{s2} - k_4 a_{g0},$  $l_1 = -b_{s0}a_1 + a_2 b_{s1} + k_1 a_{g2} + k_3 a_{g1}, l_2 = b_{s0}a_0 - a_1 b_{s1} + k_1 a_{g1} + k_3 a_{g0}.$ 

Zależność, określającą funkcję pomocniczą  $\Phi(s)$  po przekształceniach, z uwzględnieniem wyrażenia do określenia  $M_+(s)$ , a także wyrażeń (6.89) i (6.93), można zapisać w postaci:

$$\Phi(s) = -\frac{C_1 + C_2 s}{a_{g2} b_{s0} s^3 + s^2 (a_{g2} b_{s1} + a_{g1} b_{s0}) + s(b_{s0} a_{g0} + b_{s1} a_{g1}) + a_{g0} b_{s1}} \cdot (6.94)$$

Transmitancję operatorową optymalnego regulatora można więc zapisać jako [177]:

$$G_r(s) = \frac{b_{r3}s^3 + b_{r2}s^2 + b_{r1}s + b_{r0}}{a_{r1}s + a_{r0}},$$
(6.95)

gdzie:  $b_{r3} = a_2C_2 - a_{g2}b_{s0}$ ,  $b_{r2} = -a_{g2}b_{s1} - a_{g1}b_{s0} + a_1C_1 + a_2C_2$ ,  $b_{r1} = -a_{g1}b_{s1} - a_{g0}b_{s0} + a_1C_1 + a_0C_2$ ,  $b_{r0} = a_0C_1 - a_{g0}b_{s1}$ ,  $a_{r1} = C_2$ ,  $a_{r0} = C_1$ .


Rys. 6.20. Schemat strukturalny regulatora

W optymalnym regulatorze obiektu sterowania przedstawionego w postaci aperiodycznego ogniwa drugiego rzędu i oddziaływania zakłócającego o eksponencjalno-cosinusowej funkcji korelacyjnej, oddziaływanie sterownicze jest kształtowane z uwzględnieniem wyjściowej współrzędnej układu, a także jej pierwszej, drugiej i trzeciej pochodnych i odpowiedniego współczynnika oddziaływania. Schemat strukturalny regulatora przedstawiono na rys. 6.20.

Oddziaływanie sterownicze może być przy tym określone jako suma współrzędnej wyjściowej i jej pochodnych, przekształcona przez ogniwo aperiodyczne.

Średni kwadrat odchylenia współrzędnej regulowanej może być określony przez całkowanie jej spektralnej gęstości mocy po wszystkim częstościach

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega.$$
 (6.96)

Gęstość spektralna wyjściowej współrzędnej jest obliczana jako iloczyn gęstości spektralnej oddziaływania zakłócającego i kwadratu modułu częstotliwościowej transmitancji operatorowej układu

$$S_{x}(\omega) = S_{\varphi}(\omega) |G(j\omega)|^{2}, \qquad (6.97)$$

stąd

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varphi}(\omega) \left| G(j\omega) \right|^2 d\omega$$
 (6.98)

W celu ułatwienia dalszych obliczeń zależności (6.98) przekształca się do postaci

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{L(j\omega)}{K(j\omega)K(-j\omega)},$$
 (6.99)

gdzie

$$K(j\omega) = k_0 (j\omega)^n + k_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + k_n, \qquad (6.100)$$

$$L(j\omega) = q_0(j\omega)^{2n-2} + q_1(j\omega)^{2n-4} + \dots + q_{n-1}.$$
 (6.101)

Wielomian  $L(j\omega)$  posiada tylko parzyste stopnie  $j\omega$ , wielomian  $K(j\omega)$  ma pierwiastki tylko w górnej półpłaszczyźnie. Po określeniu odpowiednich współczynników, całki postaci (6.99) mogą być obliczone z zastosowaniem tablic zamieszczonych w [118]. Wyrażenie na transmitancję operatorową zamkniętego układu odnośnie do oddziaływania zakłócającego można przedstawić w postaci:

$$G_{z}(s) = \frac{x(s)}{\varphi(s)} = \frac{A_{r}(s)}{A(s)A_{r}(s) - B(s)B_{r}(s)}.$$
(6.102)

Po przekształceniu można zapisać:

$$G_{z}(s) = \frac{x(s)}{\varphi(s)} = \frac{b_{c1}s + b_{c0}}{a_{c3}s^{3} + a_{c2}s^{2} + a_{c1}s + a_{c0}}, \qquad (6.103)$$

gdzie:

$$a_{c3} = a_2 a_{r1} - b_{r3} \quad b_{c1} = a_{r1}, \quad b_{c0} = a_{r0},$$
  

$$a_{c2} = a_1 a_{r1} + a_2 a_{r0} - b_{r2}, \quad a_{c1} = a_0 a_{r1} + a_1 a_{r0} - b_{r1},$$
  

$$a_{c0} = a_0 a_{r0} - b_{r0}.$$

Po przejściu do zakresu częstotliwościowego, w przypadku kwadratu modułu charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej układu zamkniętego, względem oddziaływania zakłócającego, otrzymuje się:

$$\left|G_{z}(j\omega)\right|^{2} = \frac{a_{r1}^{2}\omega^{2} + a_{r0}^{2}}{\left(a_{c0} - a_{c2}\omega^{2}\right)^{2} + \left(a_{c3}\omega^{3} - a_{c1}\omega\right)^{2}}.$$
(6.104)

W formule określającej  $S\varphi(\omega)$  przechodzi się do zmiennej  $j\omega$ , po jej pomnożeniu na kwadrat modułu częstotliwościowej transmitancji operatorowej i sprowadzeniu otrzymanej zależności do postaci (6.99), oblicza się średni kwadrat. Przy obliczeniach jest uwzględniany współczynnik oddziaływania obiektu *B*, odniesiony do sterującej części układu. Opracowano program komputerowy do określania współczynników wielomianów, wchodzących do wyrażenia (6.99), wartości średnich kwadratów odchylenia regulowanej współrzędnej i oddziaływania sterowniczego oraz określania parametrów regulatora optymalnego.

Do określenia częstotliwościowej transmitancji operatorowej odnośnie do oddziaływania sterowniczego można zastosować schemat strukturalny układu zamkniętego, przedstawiony w pracy [141].

Zgodnie ze schematem transmitancja operatorowa ma postać:



Rys. 6.21. Przekształcony schemat strukturalny układu

Po podstawieniu do (6.105) odpowiednich wielomianów i przejściu do zakresu częstotliwościowego, w przypadku kwadratu amplitudowoczęstotliwościowej charakterystyki układu względem oddziaływania sterowniczego, można zapisać:

$$\left|G_{s}(j\omega)\right|^{2} = \frac{(b_{r0} - b_{r2}\omega^{2})^{2} + (b_{r3}\omega^{3} - b_{r1}\omega)^{2}}{(a_{c0} - a_{c2}\omega^{2})^{2} + (a_{c3}\omega^{3} - a_{c1}\omega)^{2}}.$$
(6.106)

Po pomnożeniu otrzymanego wyrażenia na  $S\varphi(j\omega)$  i sprowadzeniu całki do postaci (6.99) wyznacza się wartości  $\langle u^2 \rangle$ .

Przy określaniu ograniczeń na oddziaływanie sterownicze należy uwzględnić, że syntezowany regulator działa w strefie liniowej w przypadku spełnienia warunków:

$$u_{\min} < u < u_{\max}$$
 (6.107)

Ograniczenia te mogą być zapisane w postaci wyrażenia na moduł oddziaływania sterowniczego:

$$\left| u \right| < u_m \,. \tag{6.108}$$

W warunkach rzeczywistych algorytm pracy regulatora można opisać zależnościami:

$$u(t) = \begin{cases} +u_m, & u > u_m \\ u_n, & |u| < u_m \\ -u_m, & u < u_m \end{cases}$$
(6.109)

Faktycznie więc jest realizowany nieliniowy algorytm sterowania różny od optymalnego, zbliżony tym bardziej do optymalnego im mniejszy jest czas przebywania regulatora w strefie nasycenia. Przy normalnym prawie rozkładu oddziaływania zakłócającego  $\varphi(t)$  i liniowej zależności sterowania, wartości u(t) mają również rozkład normalny. Czas, w ciągu którego jest spełnione ograniczenie na moduł, jest określany całką Laplace'a:

$$\Phi(k_u) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{k_u} \exp(-\frac{x^2}{2}) dx, \qquad (6.110)$$

gdzie współczynnik  $k_u$  jest określany z warunku

$$k_u^2 u^2 < u_m^2 \,. \tag{6.111}$$

Na podstawie tablic do określania całki Laplace'a [103] można ustalić, że w szczególności, jeżeli  $k_u = 1,645$  to  $\Phi(k_u) = 0,9$ . Przy przyjęciu takich wartości współczynnika  $k_u$ , regulator działa w ciągu 90 % ogólnego czasu jako liniowy, a tylko 10 % znajduje się w stanie nasycenia. W oparciu o analizę wpływu czasu przebywania regulatora w strefie nasycenia na zmienność kryterium optymalizacji, w pracach [102, 103] zaleca się wybieranie wartości  $k_u > (1,5 - 2,6)$ , co odpowiada przebywaniu regulatora w strefie nasycenia w czasie od 5 do 10% i umożliwia zastosowanie przytoczonych zależności do obliczeń średnich kwadratów odchylenia oddziaływania sterowniczego.

Przeprowadzenie obliczeń umożliwia określenie wartości średniego kwadratu odchylenia  $\langle u^2 \rangle$  w przypadku różnych wartości mnożnika Lagrange'a oraz odpowiednich wartości współczynników regulatora optymalnego. Model matematyczny zakłócenia jest przyjmowany w postaci korelacyjnej funkcji eksponencjalno-cosinusowej. Obliczenia przeprowadzono przy różnych wartościach współczynnika *B*, charakteryzującego względną sztywność układu dynamicznego.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że zależność dyspersji odchylenia od średniego kwadratu oddziaływania sterowniczego ma charakter hiperboliczny i począwszy od pewnych wartości  $\langle u^2 \rangle$ , dalszy wzrost współczynników wzmocnienia regulatora nie prowadzi do istotnego polepszenia jakości stabilizacji. Zmiana współczynnika *B* w zasadzie wpływa na wartości  $\langle x^2 \rangle$  uzyskiwane przy małej mocy sterowania.

Optymalny regulator, przy przyjętym modelu oddziaływania zakłócającego, wymaga określenia pochodnych regulowanej współrzędnej do trzeciego stopnia włącznie. Realizacja regulatora, szczególnie przy uwzględnieniu konieczności jego nastawiania, jest złożonym zadaniem technicznym. W związku z tym wskaźniki jakości sterowania uzyskiwane w układzie przy zastosowaniu optymalnego, przy określonym modelu zakłócenia, regulatora należy rozpatrywać jako graniczne, w oparciu o które można oceniać właściwości układów z regulatorem o prostszej strukturze.

W przypadku syntezy regulatora optymalnego, kiedy brak jest wiarygodnej informacji o losowych charakterystykach zakłócenia, jako model oddziaływania zakłócającego [16] można przyjąć proces typu "biały szum". W przypadku modelu matematycznego obiektu sterowania w postaci ogniwa drugiego rzędu, przy uwzględnieniu, że znormalizowana gęstość spektralna zakłócenia w postaci "białego szumu" ma postać:

$$S_{\omega}(\omega) = 1, \tag{6.112}$$

można zsyntezować optymalny regulator, wykonując kolejno wszystkie etapy algorytmu wyszczególnione w podrozdziale 6.5.2.

Po faktoryzacji  $S\varphi(s)$  można zapisać:

$$S_1(s) = 1.$$
 (6.113)

W oparciu o zależności W(s) i W(-s) jest wykonywana separacja wyrażenia (6.89)

$$\frac{A(-s)}{G(-s)}S_1(s) = \frac{a_2s^2 - a_1s + a_0}{(a_{g2}s^2 - a_{g1}s + a_{g0})}.$$
(6.114)

W danym przypadku stopnie wielomianów licznika i mianownika są równe, a więc część całkowita otrzymanego ułamka jest równa jedności.

Wielomian mianownika nie ma pierwiastków w lewej półpłaszczyźnie, a zatem:

$$M_{+}(s) = 0. (6.115)$$

Zależność w przypadku funkcji pomocniczej  $\Phi(s)$  można zapisać jako:

$$\Phi(s) = \frac{M_0(s) + M_+(s)}{W(s)S_1(s)} = \frac{1}{W(s)},$$
(6.116)

a transmitancję operatorową regulatora optymalnego w formie:

$$G_r(s) = A(s) - \frac{1}{\Phi(s)} = b_{r1}s + b_{r0}, \qquad (6.117)$$

gdzie:  $b_{r1} = a_1 - a_{g1}; \ b_{r0} = a_0 - a_{g0}.$  (6.118)

W przypadku oddziaływania zakłócającego typu "biały szum", regulator optymalny jest typowym regulatorem proporcjonalno-różniczkującym.

Transmitancję operatorową układu względem oddziaływania zakłócającego można zapisać w postaci:

$$G_{z}(s) = \frac{x(s)}{\varphi(s)} = \frac{1}{a_{c2}s^{2} + a_{c1}s + a_{c0}},$$
(6.119)

gdzie:  $a_{c1} = a_{g1} - b_{r1}, \ a_{c2} = a_2, \ a_{c0} = a_{g0} - b_{r0},$  (6.120)

a względem oddziaływania sterowniczego, jako

$$G_s(s) = \frac{u(s)}{\varphi(s)} = \frac{b_{r1}s + b_{r0}}{a_{c2}s^2 + a_{c1}s + a_{c0}}.$$
(6.121)

Transmitancje operatorowe przy przejściu w zakres częstotliwościowy, w przypadku kwadratu charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych, względem oddziaływania sterowniczego i zakłócającego, są równe:

$$\left|G_{s}(j\omega)\right|^{2} = \frac{(b_{r1}\omega)^{2} + b_{r0}^{2}}{(a_{c0} - a_{c2}\omega^{2})^{2} + (a_{c1}\omega)^{2}},$$
(6.122)

$$\left|G_{z}(j\omega)\right|^{2} = \frac{1}{(a_{c0} - a_{c2}\omega^{2})^{2} + (a_{c1}\omega)^{2}}.$$
(6.123)

W regulatorze o transmitancji operatorowej (6.105), na który działa zakłócenie, zgodne z funkcją (6.60), są określane, w układzie zamkniętym, średnie kwadraty sterowania i odchylenia. Całkę iloczynu uzyskanych

zależności i gęstości spektralnej oddziaływania zakłócającego sprowadzano do postaci (6.99). Po określeniu odpowiednich współczynników są obliczane wartości  $\langle x^2 \rangle$  i  $\langle u^2 \rangle$ .

Analiza danych, uzyskanych w trakcie obliczeń średnich kwadratów przy zastosowaniu regulatora *PD* pokazuje, że w przypadku zakłócenia typu "biały szum" w układzie, w którym ma miejsce proces o funkcji korelacyjnej ekspotencjalno-cosinusowej, występuje nieznaczne pogorszenie wskaźników jakości sterowania. Wzrost  $\langle x^2 \rangle$  wynosi 2–3 % przy zmienności współczynnika *B* w zakresie od 1,0 do 3,0.

Można zastosować proporcjonalno-różniczkującą zasadę regulowania, umożliwiającą prostotę realizacji, przy nieznacznym pogorszeniu wskaźników jakości rozpatrywanego układu stabilizacji.

Synteza regulatora optymalnego jest wykonywana przy założeniu, że oczekiwanie matematyczne wielkości odchylenia regulowanej współrzędnej jest równe zero. W przypadku rozpatrywanego układu technologicznego to założenie może być niewykonalne, a więc algorytm sterowania należy uzupełnić o składową całkującą i stosować regulowanie proporcjonalnocałkująco-różniczkujące w postaci

$$G_r(s) = b_{r1}s + b_{r0} + \frac{b_i}{s}.$$
 (6.124)

Na wybór wartości współczynnika członu całkującego mogą wpływać: wskaźniki jakości sterowania, które są określane rodzajem charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej układu, w zakresie istotnych częstotliwości, to znaczy częstotliwości, przy których rzędne krzywej spektralnej gęstości mocy  $S_{\varphi}(\omega)$  mają względnie duże wartości. Współczynnik ten należy wybierać w taki sposób, aby charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa układu, przy wprowadzeniu składowej całkującej, ulegała zniekształceniu tylko w zakresie częstotliwości nieistotnych.

Do obliczeń wartości średnich kwadratów oddziaływania sterowniczego i odchylenia, transmitancja operatorowa regulatora jest przedstawiona w postaci

$$G_r(s) = \frac{b_{r1}s + b_{r0} + b_i}{s}.$$
 (6.125)

Zapisując transmitancję operatorową układu względem zakłócenia

$$G_{z}(s) = \frac{x(s)}{\varphi(s)} = \frac{A_{r}(s)}{A(s)A_{r}(s) - B(s)B_{r}(s)},$$
(6.126)

po przekształceniu uzyskuje się:

$$G_{z}(s) == \frac{s}{a_{c3}s^{3} + a_{c2}s^{2} + a_{c1}s + a_{c0}},$$
(6.127)

gdzie:  $a_{c3} = a_2$ ,  $a_{c2} = a_1 - b_{r1}$ ,  $a_{c1} = a_0 - b_{r0}$ ,  $a_{c0} = b_i$ .

W układzie zamkniętym powiązanie między zmiennymi u(s) i  $\phi(s)$  można przedstawić zależnością:

$$G_{z}(s) = \frac{u(s)}{\varphi(s)} = \frac{B_{r}(s)}{A(s)A_{r}(s) - B(s)B_{r}(s)}.$$
(6.128)

Po podstawieniu odpowiednich wielomianów otrzymuje się:

$$G_z(s) == \frac{b_{r1}s^2 + b_{r0}s + b_i}{a_{c3}s^3 + a_{c2}s^2 + a_{c1}s + a_{c0}}.$$
(6.129)

Po pomnożeniu kwadratu modułu otrzymanych zależności na funkcję  $S_{\varphi}(\omega)$ i sprowadzeniu otrzymanych zależności do postaci (6.99) są określane wartości  $\langle u^2 \rangle$  i  $\langle x^2 \rangle$  w układzie z regulatorem PID.

Dane uzyskane w przypadku wartości bazowej B=1,5 świadczą o tym, że wprowadzenie do algorytmu sterowania składowej całkującej o małym współczynniku wzmocnienia nieznacznie wpływa na jakość stabilizacji przy działaniu na obiekt sterowany zakłócenia w postaci funkcji korelacyjnej ekspotencjalno-cosinusowej, praktycznie w całym zakresie zmienności  $m^2$ wartość średniego kwadratu odchylenia wzrasta nie więcej niż o 3–4 %.

Przy uwzględnieniu uzyskanych wyników w rozpatrywanym układzie sterowania może być zastosowany regulator proporcjonalno-całkująco-różniczkujący, który umożliwia minimalizację odchylenia regulowanej współrzędnej oraz likwidację stałej składowej oddziaływania zakłócającego.

Ocenę jakości syntetyzowanego układu wykonywano bez uwzględnienia właściwości dynamicznych napędu posuwu. W obrabiarkach skrawających często jest stosowany napęd elektryczny prądu stałego, którego transmitancja operatorowa ma postać [118]:

$$G_n(s) = \frac{K_n}{a_{n2}s^2 + a_{n1}s + 1},$$
(6.130)

gdzie:  $a_{n2} = T_m T_w;$   $a_{n1} = T_m.$ 

Do oceny wpływu inercyjności napędu wprowadzono wyrażenie (6.130) do transmitancji operatorowej, która w tym przypadku może być przedstawiona jako:

$$G_r(s) = \frac{b_{r1}s + b_{r0}}{a_{d2}s^2 + a_{d1}s + a_{d0}}.$$
 (6.131)

Na podstawie uzyskanych wcześniej zależności zapisano transmitancje operatorowe układu zamkniętego względem oddziaływania zakłócającego i sterowniczego:

$$G_{z}(s) = \frac{a_{n2}s^{2} + a_{n1}s + a_{d0}}{(a_{2}s^{2} + a_{1}s + a_{0})(a_{n2}s^{2} + a_{n1}s + a_{n0}) - (b_{r1}s + b_{r0})}, \quad (6.132)$$

$$G_s(s) = \frac{b_{r1}s + b_{r0}}{(a_2s^2 + a_1s + a_0)(a_{n2}s^2 + a_{n1}s + a_{n0}) - (b_{r1}s + b_{r0})}, \qquad (6.133)$$

i określone średnie kwadraty odchylenia regulowanej współrzędnej. Z obliczeń wynika, że przy zmienności elektromechanicznej stałej czasowej w zakresie  $T_m = 0.05-0.2$  s i stałej elektromagnetycznej w przedziale  $T_w = 0.02-0.1$  s, dyspersja odchylenia wzrasta nie więcej niż o 10–15%, w porównaniu do wcześniej uzyskanych wyników.

Istotna jest ocena wrażliwości wskaźników jakości syntezowanego układu na zmiany parametrów gęstości spektralnej oddziaływana zakłócającego *B*, charakteryzującego względną sztywność obiektu sterowania.

W trakcie takiego badania jako bazowe wartości tych wielkości przyjęto: B = 1,  $\alpha = 0.6$ ,  $\beta = 0.8$ . Przy zmienności współczynnika B o 50% względem wartości bazowej, odchylenie maksymalne średniego kwadratu stabilizowanej współrzędnej, w całym zakresie zmienności współczynnika nie przekracza 1,8%. Wyniki analizy zmienności parametru spektralnej gęstości mocy zakłócenia  $\alpha$  na jakość sterowania pokazują, że maksymalne odchylenie  $\langle x^2 \rangle$ , przy zmianie parametru  $\alpha$  o 50% względem wartości bazowej, nie przekracza 1,5–2%.

Na podstawie analizy wrażliwości układu na zmiany o 50% parametru  $\beta$ , względem wartości bazowej parametru gęstości spektralnej zakłócenia, można zauważyć, że maksymalne odchylenie średniego kwadratu regulowanej wartości w tym przypadku nie przekracza 0,8%.

W przypadku modelu matematycznego obiektu sterowania, w postaci aperiodycznego ogniwa drugiego rzędu i oddziaływania zakłócającego, w postaci funkcji korelacyjnej eksponencjalno-cosinusowej, uzyskano transmitancję operatorową optymalnego regulatora. Ustalono, że optymalny algorytm sterowania obiektem wymaga wykorzystania informacji o pochodnych współrzędnej regulowanej do trzeciego stopnia włącznie. W przypadku obrabiarek skrawających, pomiar parametrów regulowanych często jest wykonywany metodami pośrednimi. Realizacja techniczna regulatora optymalnego, szczególnie w przypadku konieczności uwzględnienia jego nastawienia, w istotny sposób ulega skomplikowaniu. Uzyskiwane w optymalnym układzie wskaźniki jakości są stosowane jako graniczne przy ocenie właściwości układów z regulatorem o prostszej strukturze.

Ustalono, że przy działaniu zakłócenia w postaci procesu losowego typu "biały szum", optymalne sterownie jest realizowane jako proporcjonalnoróżniczkujące. W celu kompensacji możliwych stałych składowych oddziaływania zakłócającego, regulator może być uzupełniony o ogniwo całkujące. Z analizy porównawczej jakości stabilizacji wynika, że przy działaniu losowego zakłócenia o funkcji korelacyjnej eksponencjalno-cosinusowej, w układzie z regulatorem PID, średni kwadrat odchylenia wielkości regulowanej wzrasta nie więcej niż o 6–8 %.

Ustalono, że syntezowany układ sterowania automatycznego układem dynamicznym procesu wiercenia otworów głębokich umożliwia obniżenie średniego kwadratu odchylenia wielkości stabilizowanej 10–15 razy i jest mało wrażliwy na zmiany parametrów obiektu sterowania, a także – współczynników gęstości spektralnej oddziaływania zakłócającego.

Opracowano programy do obliczania parametrów regulatorów, wskaźników jakości stabilizacji oraz oceny wrażliwości układów automatycznego sterowania na zmiany parametrów obiektu sterowania i charakterystyk zakłócenia.

#### 6.5. Synteza regulatora układu dynamicznego obróbki sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności

Zagadnienie optymalnego sterowania odkształceniami sprężystymi układu dynamicznego, w wyniku dodatkowych oddziaływań siłowych na układ technologiczny, jest rozwiązywane analogicznie do przestawionego w pracach [125, 131, 160]. Dzięki wystarczająco wysokiej stabilności parametrów obiektu sterowania, w zasadzie nie jest wymagana zmiana parametrów układu. Właściwości obiektu sterowania są zbliżone do charakterystyk ogniwa proporcjonalnego. W wielu przypadkach oddziaływanie zakłócające, w postaci zmiany naddatku na obróbkę, może być rozpatrywane jako stacjonarny normalny proces losowy, a funkcja korelacyjna jako losowa składowa zakłócenia, może być aproksymowana zależnością eksponencjano-cosinusową (6.60).

Łącznie z modelem matematycznym zakłócenia w postaci procesu losowego o funkcji korelacyjnej w postaci (6.60), jako model zakłócenia może być przyjmowany proces losowy typu "biały szum". Model w postaci "białego szumu", jako graniczny przypadek procesu nieskorelowanego, można zastosować przy braku wiarygodnej informacji o charakterystykach procesu losowego. Uwzględniając, że jako współrzędna regulowana jest rozpatrywane odchylenie od pożądanej wartości  $\Delta g$ , to w wyniku określenia odpowiedniego początku odliczania wartość średnią  $\Delta g$  można sprowadzić do zera. Przyjęto więc, że zakłócenie jest procesem losowym o oczekiwaniu matematycznym równym zero.

Jako kryterium optymalizacji, w przypadku układów dynamicznych, poddanych działaniu zakłócenia w postaci stacjonarnego procesu losowego, jest celowe [125, 131, 160] przyjęcie minimum średniego kwadratu odchylenia  $<\Delta g^2>$ , przy uwzględnieniu ograniczeń odnośnie mocy sterowania  $<u^2>$ , i zapisanie kryterium optymalizacji w postaci:

$$J = m^2 < \Delta g^2 > + < u^2 >, \tag{6.134.}$$

gdzie *m* – nieokreślony mnożnik Lagrange'a.

Odnosząc współczynnik obiektu uogólnionego do regulatora i przyjmując jako model dynamiczny obiektu ogniwo proporcjonalne o transmitancji operatorowej:

$$G_o(s) = \frac{B_o(s)}{A_o(s)} = 1, \qquad (6.135)$$

syntetyzuje się optymalny według kryterium (6.61) regulator zakłócenia w postaci procesu losowego o funkcji eksponencjalno-cosinusowej (6.60).

Gęstość spektralna mocy zakłócenia jest równa:

$$S_{\varphi}(\omega) = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2}{(\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2)^2 - 4\beta^2 \omega^2}.$$
 (6.136)

Po przejściu do transformaty Laplace'a i separacji, zależność (6.136) może być przedstawiona w postaci:

$$S_{\omega}(s) = S_1(s)S_1(-s), \tag{6.137}$$

gdzie:  $S_1(s) = \frac{b_{s0}s + b_{s1}}{a_{s0}s^2 + a_{s1}s + a_{s2}};$  $S_1(-s) = \frac{b_{s0}s + b_{s1}}{a_{s0}s^2 - a_{s1}s + a_{s2}}.$  Wykorzystując metodykę syntezy przedstawioną w [131, 160] można zapisać zależność:

$$G(s)G(-s) = A_o(s)A_o(-s) + m^2 = 1 + m^2, \qquad (6.138)$$

stąd

$$G(s) = G(-s) = \sqrt{1 + m^2}.$$
 (6.139)

Zależność pośrednią w rozpatrywanym przypadku można przedstawić jako:

$$\frac{A_o(-s)}{G(-s)}S_1(s) = \frac{1}{\sqrt{1+m^2}} \cdot \frac{b_{s0}s + b_{s1}}{a_{s0}s^2 + a_{s1}s + a_{s2}}.$$
(6.140)

Część całkowita jest równa zero, ponieważ stopień wielomianu mianownika jest wyższy od stopnia wielomianu licznika i wielomian mianownika nie posiada pierwiastków w lewej półpłaszczyźnie, więc:

$$M_0(s) = 0, M_{-}(s) = 0, (6.141)$$

$$M_{+}(s) = \frac{1}{\sqrt{1+m^2}} \cdot \frac{b_{s0}s + b_{s1}}{a_{s0}s^2 + a_{s1}s + a_{s2}}.$$
 (6.142)

W przypadku funkcji pomocniczej można zapisać:

$$\Phi(s) = \frac{M_+(s)}{G(s)S_1(s)} = \frac{1}{1+m^2},$$
(6.143)

a transmitancja operatorowa regulatora optymalnego jest równa:

$$G_r(s) = A_o(s) - \frac{1}{\Phi(s)} = -m^2.$$
 (6.144)

W przypadku przyjętego modelu obiektu, przy zakłóceniu w postaci funkcji eksponencjalno-cosinusowej, optymalnym jest typowy regulator proporcjonalny, którego współczynnik oddziaływania jest określany wybranym poziomem ograniczenia oddziaływania sterowniczego.

W analogiczny sposób można uzyskać zależności na transmitancje operatorowe układu zamkniętego według zakłócenia i według sterowania, przechodzące w rozpatrywanym przypadku we współczynniki przekazywania, a po przejściu w płaszczyznę częstotliwościową – w zależności do określenia kwadratu charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej względem oddziaływania sterowniczego i zakłócającego. Z uwzględnieniem otrzymanych zależności są określane średniokwadratowe odchylenia współrzędnej wyjściowej  $\langle \Delta g^2 \rangle$  i średniokwadratowa wartość oddziaływania sterowniczego  $\langle u^2 \rangle$ .

Z przeprowadzonej analizy funkcjonowania układów automatycznego sterowania odkształceniami sprężystymi układów dynamicznych wynika, że w większości są to układy statyczne, zarówno według oddziaływania sterowniczego tak i zakłócającego, których zmiana prowadzi do błędów położenia względnego części i narzędzia. Dokładność i jakość obróbki można zwiększyć w wyniku zastosowania racjonalnych struktur układów sterowania i adaptacyjnych układów sterowania.

Zaproponowano i teoretycznie uzasadniono sposób nastawienia układów dynamicznych obróbki, poprzez wprowadzenie do układu sterowania dodatkowego dodatniego sprzężenia zwrotnego według siły skrawania. Umożliwia to wyeliminowanie błędów statycznych według oddziaływań sterującego oraz zakłócającego. Przy sterowaniu parametrami dokładności i jakości obróbki zastosowano jako oddziaływania regulacyjne posuw wzdłużny oraz parametry stanu sprężyście-odkształcalnego części o malej sztywności. Określono warunki, niezbędne do określenia struktury i parametrów dodatkowego sprzężenia zwrotnego, według siły skrawania, zapewniające wyeliminowanie błędów statycznych w układzie i nadające mu właściwości adaptacyjne.

Przeprowadzono analizę pracy układu automatycznego sterowania odkształceniami sprężystymi układów dynamicznych obróbki. przv zastosowaniu metod teorii czułości. Określono zakresy częstotliwości, przy których układ sterowania automatycznego jest czuły na zmiane naddatku półfabrykatu. Opracowano sposób zwiększenia dokładności sterowania parametrami układów dynamicznych przy zmianie posuwu wzdłużnego oraz regulowania parametrów stanu sprężyście-odkształcalnego części o małej sztywności, w wyniku wprowadzenia ogniw korygujących, w postaci ujemnego sprzężenia zwrotnego według siły skrawania. Przedstawiono możliwość zbudowania układów adaptacyjnych sterowania mało czułych na zmianę parametrów w operacjach toczenia i szlifowania. Opracowane techniki dostrajania i układy sterowania adaptacyjnego mogą być zastosowane do opracowania takich układów, w przypadku innych operacji obróbki skrawaniem.

Zwiększenie szybkości działania i jakości adaptacyjnych układów sterowania można uzyskać w wyniku zastosowania, jako kryterium dokładności, przy sterowaniu odkształceniami sprężystymi i stanem sprężyścieodkształcalnym, kwadratowej integralnej oceny i ulepszonej kwadratowej integralnej oceny. Analiza uzyskanych, w wyniku modelowania numerycznego, krzywych procesów przejściowych, w układzie sterowania automatycznego, świadczy o wystarczająco szybkim tłumieniu drgań wymuszonych w układzie i wysokiej dokładności obróbki części.

W przypadku modelu matematycznego obiektu sterowania w postaci ogniwa aperiodycznego drugiego rzędu oraz oddziaływania zakłócającego, o funkcji korelacyjnej eksponencjalno-cosinusowej, uzyskano transmitancje operatorową optymalnego regulatora. Ustalono, że stworzenie optymalnego sterowania obiektem wymaga wykorzystania algorytmu informacji o pochodnych współrzędnej regulowanej do trzeciego stopnia włącznie. Przy uwzględnieniu, że w przypadku obrabiarek skrawających pomiar parametrów regulowanych często jest wykonywany metodami pośrednimi, realizacja szczególnie przy techniczna regulatora optymalnego, uwzglednieniu konieczności jego nastawiania, ulega znacznemu skomplikowaniu, a uzyskiwane w optymalnym układzie wskaźniki jakości sa rozpatrywane jako graniczne, przy ocenie właściwości układów z regulatorami o prostszej strukturze.

W przypadku działania zakłócenia w postaci procesu losowego typu "biały szum" ustalono, że sterowanie optymalne jest realizowane przy zastosowaniu zasady proporcjonalno-różniczkującej. W celu kompensacji możliwych stałych składowych oddziaływania zakłócającego, struktura regulatora może być uzupełniona ogniwem całkującym. Analiza porównawcza jakości stabilizacji pokazała, że przy działaniu losowego zakłócenia o funkcji korygującej eksponencjalno-cosinusowej w układzie z regulatorem PID, średni kwadrat odchylenia wielkości regulowanej wzrasta nie więcej niż o 6–8 %.

Ustalono, że zsyntetyzowany układ sterowania automatycznego procesem wiercenia otworów głębokich umożliwia zmniejszenie średniego kwadratu odchylenia stabilizowanej wielkości od 10 do 15 razy i jest mało wrażliwy na zmiany parametrów obiektu sterowania, a także współczynników gęstości spektralnej oddziaływania zakłócającego.

Opracowano programy do obliczania parametrów regulatora, wskaźników jakości stabilizacji, oceny czułości układu sterowania automatycznego na zmiany parametrów obiektu sterowania i charakterystyk zakłóceń.

# 7. ALGORYTMY STEROWANIA ODKSZTAŁCENIAMI SPRĘŻYSTYMI UKŁADÓW DYNAMICZNYCH

Algorytmy sterowania odkształceniami sprężystymi układów dynamicznych w urządzeniach mechanicznych zastosowano w układach sterowania zmiennymi siłowymi parametrami skrawania w tokarkach i szlifierkach – jako oddziaływanie sterownicze zastosowano prędkość posuwu wzdłużnego; w UAS sprężyście-odkształcalnym stanem części za pomocą dodatkowych oddziaływań siłowych, w układzie aktywnej wibroizolacji precyzyjnego zestawu optycznomechanicznego.

### 7.1. UAS odkształceniami sprężystymi układów dynamicznych obrabiarek według kanału posuwu

Opracowane algorytmy sterowania odkształceniami sprężystymi układów dynamicznych obrabiarek, z zastosowaniem jako oddziaływanie sterowniczego prędkości posuwu wzdłużnego, zrealizowano w kilku wariantach *UAS* do tokarek uniwersalnych i szlifierek oraz obrabiarek *CNC* [23–28].

Uogólniony schemat funkcjonalny sterowania odkształceniami sprężystymi lub zmiennymi siłowymi procesu technologicznego pokazano na rys. 7.1.



Rys. 7.1. Funkcjonalny schemat UAS układu dynamicznego tokarki

Na schemacie przedstawiono: nastawnik wartości stabilizowanej odkształceń sprężystych lub siły skrawania 1, regulator 2, ogranicznik prędkości posuwu wzdłużnego 3, regulowany napęd elektryczny posuwu wzdłużnego zawierający przetwornik sterowany 4, silnik posuwu 5, prądnicę tachometryczną 6. Napęd elektryczny posuwu przez parę "śruba – nakrętka" wytwarza oddziaływanie sterownicze na układ dynamiczny obrabiarki. Pomiar wielkości regulowanej dokonywano czujnikiem 7. Sygnał z czujnika jest przesyłany w postaci sygnału sprzężenia zwrotnego na wejście układu, a także na element przekaźnikowy 8, umożliwiający określenie parametrów zagłębiania narzędzia. Prędkość posuwu zagłębiania określano w nastawniku 9.

W kanale sprzężenia zwrotnego, w różnych wariantach układu, są stosowane czujniki odkształceń sprężystych, czujniki pośredniego pomiaru siły skrawania, czujniki optoelektroniczne kontroli wymiaru obrobionych części [28].

UAS odkształceniami sprężystymi układu technologicznego według współrzędnej Z wykonano i eksperymentalnie przebadano na tokarce o podwyższonej dokładności 16B16P.

Wielkość regulowana – odkształcenia sprężyste według współrzędnej Z, proporcjonalne do składowej siły skrawania  $F_c$ , mierzono przy pomocy specjalnej oprawki nożowej i czujnika przemieszczeń liniowych.

Charakterystyczną cechą pracy układu na tokarkach i szlifierkach jest zagłębianie narzędzia w czasie, którego posuw w istotny sposób przekracza quasi ustaloną wartość. Przy dosuwaniu narzędzia skrawającego do półfabrykatu, przekaźnik 8 jest ustawiony w pozycji – system otwarty, a posuw zagłębiania jest określany w nastawniku 9. Przy styku krawędzi skrawającej noża z półfabrykatem powstaje sygnał na wyjściu czujnika siły 7, a w przekaźniku 8 generowana jest zmiana sygnału na wyjściu tyrystorowego napędu elektrycznego, co skutkuje szybkim obniżeniem prędkości posuwu wzdłużnego, wygenerowaniem sygnału zamknięcia układu i odłączenie sygnału sterującego posuwem zgłębiania narzędzia.

W trybie stabilizacji współrzędnej wyjściowej na oddziaływanie sterownicze nakłada się dodatkowe ograniczenie, uwarunkowane wymaganiami odnośnie do chropowatości obrobionej powierzchni. Prędkość graniczna posuwu wzdłużnego w *UAS* jest ograniczana elementem nieliniowym o regulowanym poziomie nasycenia.

W celu eksperymentalnego sprawdzenia wskaźników jakości regulowania, osiąganych w UAS, obrabiano półfabrykaty wykonane specjalnie ze skokowo zmieniającym się naddatkiem. Do badań zastosowano półfabrykaty o różnych średnicach maksymalnych, co umożliwiło zmianę, w szerokich przedziałach, częstości obrotowej napędu ruchu głównego. Występowanie w półfabrykatach odcinków o równomiernym naddatku, w prosty sposób umożliwia określenie odchyłek odkształceń sprężystych, a zmiana naddatku przy przejściu od jednego odcinka do drugiego symuluje w UAS stopniowanie oddziaływania zakłócającego i umożliwia ocenę jakości regulacji dynamicznej.

Parametry regulatora, wykonanego na bazie regulatorów operacyjnych, określano zgodnie z metodyką przedstawioną w rozdziale 5. Procesy przejściowe w UAS rejestrowano przy pomocy oscylografu wielokanałowego, na wejścia którego podawano sygnały z czujnika odkształceń sprężystych 7 i z generatora napędu elektrycznego posuwu wzdłużnego 6. Przy działaniu "dużych" zakłóceń, w celu uszczegółowienia wskaźników jakości, wykonywano oscylogramy procesów przejściowych przy toczeniu półfabrykatów i dwukrotnej zmianie naddatku na obróbkę, co gwarantowało najbardziej niesprzyjający charakter zakłóceń. Typowe oscylogramy procesów przejściowych przedstawiono na rys.7.2 a i rys.7.2 b. Pierwszy z nich otrzymano przy stopniowanym wzroście naddatku, a drugi – przy jego zmniejszeniu.



Rys. 7.2. Oscylogramy procesów przejściowych w UAS: przy stopniowanym wzroście naddatku – a; przy stopniowym zmniejszaniu naddatku – b; proces przejściowy według oddziaływania sterowniczego – c

Na podstawie analizy wyników opracowania wielu podobnych oscylogramów można zauważyć, że w przypadku analizowanego oddziaływania zakłócającego wielkość wyrzutu dynamicznego znajduje się w przedziale 20–25%. Wskaźniki jakości procesów przejściowych w UAS oceniano według oscylogramów charakterystyk przejściowych, jedna z nich jest pokazana na rys. 7.2 c. Wyniki opracowania charakterystyk przejściowych, uzyskanych przy różnych parametrach skrawania, umożliwiają wyciągnięcie wniosku, że procesy przejściowe według oddziaływania sterowniczego są przeregulowane nie więcej niż 5–10%, a czas regulacji odchyłek nie przekracza 0,3–0,4 s.

Uzyskane wyniki badań eksperymentalnych wskaźników jakości procesu regulacji dość dobrze odpowiadają analizie teoretycznej i potwierdzają wniosek o tym, że w syntezowanym *UAS* uzyskiwane są zadawalające wskaźniki jakości, w całym zakresie parametrów pracy obrabiarki.

Charakterystyki dokładności obrabiarek skrawających z UAS odkształceniami sprężystymi mogą być znacząco zwiększone przy zamykaniu UAS bezpośrednio według wymiaru obrabianej części. Potwierdzono to badanymi eksperymentalnymi UAS w warunkach laboratoryjnych, z zastosowaniem czujników optoelektronicznych [28]. Zastosowanie podobnych czujników w urządzeniach produkcyjnych jest utrudnione, w związku z ciężkimi warunkami ich działania. Najbardziej perspektywiczne jest zastosowanie czujników odkształceń sprężystych z czułymi elementami tensometrycznymi, w szczególności opracowanymi w Hottinger i MGM Vishay.

Wady konstrukcyjne czujników odkształceń sprężystych powodują, że ich umieszczenie na obrabiarce obniża jej możliwości technologiczne. W budowie *UAS* układami dynamicznymi są szeroko stosowane metody pośrednie pomiaru współrzędnych, regulowanych według prądu i mocy silnika ruchu głównego.

Układ stabilizacji z pośrednim pomiarem siły skrawania i odkształceń sprężystych układu technologicznego według mocy silnika napędu wrzeciona oraz regulatorem, wykonanym na bazie wzmacniaczy operacyjnych, przebadano eksperymentalnie na obrabiarkach *16B16P* i *16M16* – posiada hydrauliczny suport kopiujący. Badania przeprowadzono zgodnie z przedstawioną metodyką, a dodatkowo – przy pomocy hydraulicznego suportu kopiującego – wykonywano toczenie wałków stopniowanych z półfabrykatów walcowanych. Zastosowanie *UAS* przy obróbce takich półfabrykatów w wielu przypadkach umożliwia zastąpienie obróbki dwuprzejściowej jednoprzejściową. W szczególności, eksperymentalne wykonanie partii części pokazało, że w wyniku zastosowania *UAS* czas jednostkowy uległ zmniejszeniu o 25–30%.

Wskaźniki dynamiczne procesu regulacji w układzie o pośrednim pomiarze parametrów siłowych *PT*, jak pokazuje analiza wyników badań eksperymentalnych, w trakcie których łącznie z obserwowaną współrzędną – sygnałem czujnika mocy na oscylografie wizualizowano sygnał z czujnika przemieszczeń sprężystych pokazują, że z powodu inercyjności czujnika współrzędnej stabilizowanej, są o 10–15% gorsze niż w *UAS* z czujnikiem dynamometrycznym.

Zastosowanie zaprezentowanych wariantów budowy UAS układu dynamicznego jest celowe w przypadku tokarek i szlifierek bez NC, działających w warunkach produkcji wielkoseryjnej, kiedy nie trzeba często przezbrajać obrabiarki oraz odpowiednio UAS.

Zbyt małe możliwości obliczeniowe eksploatowanych urządzeń NC w końcu ubiegłego wieku, w wielu przypadkach wymuszały sprzętową realizację regulatorów UAS. Przykładami takich układów są opracowane przy udziale autorów układy stabilizacji mocy skrawania, zastosowane na obrabiarkach 16B16F i 16K30F3.

Schemat funkcjonalny jednego z takich układów przedstawiono na rys. 7.3. *UAS* zawiera elektryczny napęd krokowy z mechanizmem posuwu 1, interpolator 2, generator posuwu 3, nastawnik parametrów interpolacji 4. Wymagane właściwości dynamiczne układu są uzyskiwane w wyniku zastosowania regulatora 5. Wielkość regulowana jest mierzona czujnikiem 6. i oceniana według mocy silnika asynchronicznego, jako silnika ruchu głównego, a w przypadku zastosowania silnika prądu stałego – według prądu twornika z kompensacją mocy ruchu jałowego  $N_{bi}$ . Sygnał wyjściowy regulatora jest

określany na wyjściu generatora posuwu z sygnału nastawnika trybu interpolacji. Umożliwia to zmniejszenie częstości generatora posuwu oraz odpowiednio wartości posuwu odnośnie maksymalnej.

W układzie, w wyniku wprowadzenia elementu o nieliniowej charakterystyce 7 ze współczynnikiem wzmocnienia, zmieniającym się w funkcji sygnału błędu, jest realizowana funkcjonalna nieliniowa zasada sterowania, częściowo kompensująca zmienność współczynnika wzmocnienia obiektu sterowania.



Rys. 7.3. Schemat funkcjonalny stabilizacji mocy skrawania

W celu polepszenia wskaźników jakości procesu przejściowego przy zagłębianiu stosowano nieliniową zasadę sterowania, realizowaną przy pomocy elementu przekaźnikowego 8, która wykonuje oddziaływanie przekaźnikowe na wejścia układu, umożliwiające intensyfikację zmniejszania prędkości posuwu.

Z badań eksperymentalnych rozpatrywanego wariantu UAS wynika, że układ umożliwia uzyskanie zadawalających wskaźników jakości regulacji, w całym zakresie technologicznym pracy obrabiarki, ponieważ maksymalna wartość regulowanej współrzędnej zagłębiania narzędzia w półfabrykat, przy dwukrotnej stopniowanej zmianie naddatku na obróbkę, jest większa o 30–35% przy czasie regulacji 0,3–0,4 s.

W przypadku obrabiarek, wyposażonych w mikroprocesorowe układy sterowania, według algorytmów, przedstawionych w rozdz. 6, może być wykonane automatyczne nastawienie parametrów regulatora według informacji apriorycznej. Schemat blokowy regulatora cyfrowego, realizującego algorytm sterowania układem dynamicznym obrabiarek skrawających, z korektą nastawienia według informacji apriorycznej, w przypadku UAS stabilizacji odkształceń sprężystych według współrzędnej Y, przedstawiono na rys. 7.4 [13].



Rys. 7.4. Schemat blokowy realizacji programowej regulatora adaptacyjnego

Do obliczenia stałych czasowych i współczynnika wzmocnienia transmitancji operatorowej regulatora wykorzystywano informację o niezmiennych parametrach obiektu sterowania i UAS: współczynnikach wzmocnienia napędu elektrycznego i łańcucha sprzężenia zwrotnego  $K_{ne}$ ,  $K_{sz}$ ; obliczeniowych wartościach podatności obrabiarki według poszczególnych współrzędnych  $h_{obx}$ ,  $h_{oby}$ ; okresie kwantowania sygnałów  $\Delta t$ , a także zmienna informacja technologiczna o wartościach grubości i szerokości warstwy skrawanej h, b; prędkości obrotowej części n; jej długości L; module sprężystości obrabianej części E; granicy wytrzymałości obrabianego materiału  $\sigma_{\rm Re}$ ; współczynniku skrawania  $K_{sk}$ ; kącie przystawienia  $\kappa_r$ .

Uwzględniając zaprezentowaną w [2] możliwość uproszczenia transmitancji operatorowej regulatora, można ją przedstawić w postaci:

$$G_{r1}(s) = \frac{(T_{F1}^0 s + 1)}{T_{cal}^0 s (T_{ek}^0 s + 1)}$$

Parametry regulatora w jednostkach względnych zgodnie z (6.21) określano zależnościami:

$$T_{F1}^{o} = T_{o1n}^{o}; T_{ek}^{0} + 1/\pi; T_{cal}^{o} = \frac{2}{\pi} K_{ne} K_{or} K_{sz},$$

a rzeczywiste wartości parametrów regulatora oblicza się z zależności:

$$T_{F1} = T_{F1}^{o} \tau ; \ T_{cal} = T_{cal}^{o} \tau ; T_{ek} = T_{ek}^{o} \tau .$$

Uwzględniono również, że w przypadku pierwszego wariantu nastawienia przyjmuje się:

$$T_{F1}^0 = T_{01}^0$$

Wartości obliczeniowe zmienianych parametrów układu sterowania obliczano według przedstawionych wyżej zależności: podatność układu sprężystego  $h_y$  (zależność obliczeniową przedstawiono w przypadku zamocowania części w kłach) według (2.15), z uwzględnieniem maksymalnego ugięcia części; współczynnik *B* według zależności (3.12); współczynniki wzmocnienia procesu skrawania  $m_i$ ,  $n_i$  według (2.6) z uwzględnieniem zależności  $q = K_{sk} \cdot \sigma_{Re}$ ; współczynnik wzmocnienia obiektu według zależności (3.14) i (3.5), które w przypadku rozpatrywanej współrzędnej wyjściowej przekształcano do postaci:

$$K_{or} = \frac{m_y h_y}{1 + n_y h_y}$$

W strukturze regulatora można wyodrębnić człon aperiodyczny o stałej czasowej  $T_{ek}$  i regulator proporcjonalno-całkujący (*PC*). Rozpatrując jako sygnał wejściowy regulatora *PC* sygnał błędu  $x_{\delta}$ , a jako wyjściowy  $x_1$ , równanie regulatora można zapisać w postaci:

$$x_{1}(t) = K_{r0}x_{\delta}(t) + \frac{1}{T_{cal}}\int_{0}^{t} x_{\delta}(t)dt; \quad K_{r0} = \frac{T_{F1}}{T_{cal}}.$$
(7.1)

W przypadku momentów dyskretnych  $n \cdot \Delta t$ , n = 0,1,..., można zapisać [21]:

$$\int x_{\delta}(t)dt \cong \int_{0}^{t-\Delta t} x_{\delta}(t)dt + \frac{x_{\delta}[n \cdot \Delta t] - x_{\delta}[(n-1)\Delta t]}{2}\Delta t.$$

Po przekształceniu tej zależności, z uwzględnieniem (6.1) w postaci dyskretnej można zapisać:

$$x_{1}[n\Delta t] = K_{r1} \cdot x_{\delta}[n\Delta t] + K_{r2} \cdot x_{\delta}[(n-1)\Delta t] + x_{1}[(n-1)\Delta t], \qquad (7.2)$$
  
gdzie:  $K_{r1} = K_{r0} + \frac{\Delta t}{2T_{cal}}; K_{r2} = \frac{\Delta t}{2T_{cal}} - K_{r0}.$ 

W przypadku ogniwa aperiodycznego, rozpatrując wartość sygnału wejściowego  $x_1$  i wyjściowego  $x_r$  w określonych momentach, można zapisać:

$$\frac{dx_r}{dt} \cong \frac{x_r [n\Delta t] - x_r [(n-1)\Delta t]}{\Delta t},$$

stąd otrzymuje się

$$x_r [n\Delta t] = K_{r3} [n\Delta t] + K_{r4} [(n-1)\Delta t], \qquad (7.3)$$
$$---; K_{r4} = \frac{T_{ek} / \Delta t}{T}.$$

gdzie:  $K_{r3} = \frac{1}{\frac{T_{ek}}{\Delta t} + 1}$ ;  $K_{r4} = \frac{T_{ek} / \Delta t}{\frac{T_{ek}}{\Delta t} + 1}$ .

Zgodnie z zależnościami (7.2) i (7.3) realizowano programowo regulator adaptacyjny (rys. 7.4).

Według wyników badań eksperymentalnych opracowanych układów, przy zastosowaniu jako wielkości regulowanej zmiennych bezpośrednio charakteryzujących odkształcenia sprężyste układu technologicznego lub wymiar obrobionej części, można zwiększyć wydajność oraz dokładność obróbki części. W układzie z czujnikami, pośrednio charakteryzującymi zmienne siłowe procesu skrawania, przy obróbce części o zmieniającym się naddatku od 20% do 30%, można zwiększyć wydajność procesu technologicznego, bez istotnego polepszania jakościowych wskaźników obróbki. Inercyjność czujników pomiaru pośredniego współrzędnej regulowanej powoduje pogorszenie jakości regulacji.

Zasadniczym sposobem osiągnięcia wysokich wskaźników jakościowych regulacji, przy prostej realizacji technicznej w warunkach szerokiego zakresu zmienności parametrów *UD* urządzeń skrawających realizuje się, na bazie mikroprocesorowych układów sterowania, nastawienie *UAS* przed rozpoczęciem cyklu, według apriorycznej informacji technologicznej.

### 7.2. Środki technologiczne automatyzacji i sterowania stanem sprężyście-odkształcalnym części przy przyłożeniu dodatkowych sił ze strony amortyzatorów

W procesie obróbki części o małej sztywności: przy toczeniu, wierceniu otworów głębokich, wierceniu wibracyjnym, są szeroko stosowane hydrauliczne podtrzymki samocentrujące (*PSH*), umożliwiające stabilizację osi części o małej sztywności w procesie obróbki [4–47]. Konstrukcję takiej podtrzymki pokazano na rys. 7.5.

Podtrzymki są rozmieszczane wzdłuż wału tak, aby uzyskać jego równomierną sztywność w funkcji ilorazu długości i średnic wału  $\left(\frac{l}{d} < 5\right)$  lub też są ustawiane w strefach strzałek fali drgań części.



Rys. 7.5. Podtrzymka samocentrująca

W trakcie przemieszczania się wzdłużnego narzędzia, przełączenie *PSH* działających w trybie tłumików na tryb podpór, o równomiernej sztywności, jest realizowane za pomocą przełącznika, w funkcji drogi przebytej przez wytaczadło (suport).

W stanie początkowym, przed procesem skrawania, wszystkie podtrzymki działają w trybie tłumików, oprócz rozmieszczonych przy wrzecionie i koniku.

Warunek ten jest niezbędny do ustawienia osi części odnośnie do technologicznej osi obrabiarki. Powierzchnie oporowe części, w miejscu rozmieszczenia skrajnych podtrzymek, są wstępnie przetaczane. Metoda tradycyjna mocowania części prowadzi do skrzywienia jej osi i powstania naprężeń szczątkowych w materiale, które ulegają zwiększeniu w wyniku odkształcenia plastycznego w trakcie obróbki materiału. Bazowanie części według jej powierzchni tworzącej, pokrywającej się z pomiarową powierzchnią bazową, umożliwia zwiększenie dokładności i wyeliminowanie dziedziczności technologicznej spowodowanej warunkami zamocowania.

Mechanizm wykonawczy podtrzymki działa w sposób następujący: przy doprowadzeniu czynnika roboczego (oleju) do siłownika hydraulicznego napędu 1, kopiał płaski 2, połączony z tłoczyskiem 3 napędu, przemieszczany jest na część obrabianą 4, a wałeczki robocze 5 (mogą być wykonane jako podwójne, o dwóch obrotowych stopniach swobody, odnośnie do osi własnej i osi obrotu) zaciskaja lub zwalniają część w wyniku docisku wałeczków 6, do powierzchni roboczej 7, kopiału płaskiego. Powierzchnia robocza kopiału jest wykonana odpowiednio według linii krzywej, o kształcie zbliżonym do łuku koła, w zależności od zakresu średnic obrabianej części. Jedna para wałeczków roboczych jest rozmieszczona na trzpieniu kopiału płaskiego, dwie pozostałe pary wałeczków są przymocowane do dźwigni 8. Obrót dźwigni, na końcach której znajdują się wałeczki robocze 5, jest wykonywany odnośnie do osi obrotu 9. Dźwignia jest zamocowana w korpusie 10 podtrzymki. Część 4 jest zaciskana wałeczkami. Zacisk wałeczków jest realizowany siłą proporcjonalną do siły pochodzącej od napędu. Do odciążenia wałeczków i dźwigni, jak również polepszenia charakterystyk dynamicznych układu technologicznego, оś wzdłużna korpusu podtrzymki razem z napędem, jest obrócona względem płaszczyzny poziomej o kąt  $\alpha$ , określany w funkcji kierunku składowej promieniowej siły skrawania, zależnej od parametrów geometrycznych zastosowanych narzędzi skrawających: noży wytaczadła, noży do toczenia zewnętrznego, wierteł. Eksperymentalne wyznaczenie odkształcenia osi wału o małej sztywności, w procesie toczenia przeprowadzono na stanowisku laboratoryjnym: obrabiarka 1A616, długość półfabrykatu 600 mm, średnica zewnętrzna 50 mm, średnica wewnętrzna 40 mm. Sygnał z czujnika prądów wirowych Bentley-Nevada podawano przez wzmacniacz do komputera, gdzie był przetwarzany przy pomocy programu Sound Forge.

Odpowiednie ustawienie podtrzymek samocentrujących, do obróbki wału o małej sztywności oraz w procesie obróbki, pokazano na rys. 7.6 [44–47].

Z analizy zależności eksperymentalnych wynika, że w czasie skrawania kształt osi wału zmienia się wraz ze wzrostem prędkości obrotowej: przy małej – kształt osi jest zbliżony do statycznego; z jej wzrostem oś ulega odkształceniu. W czasie skrawania kształt osi wału o małej sztywności jest zbliżony do kształtu osi półfabrykatu na biegu jałowym, a wartość odkształcenia osi  $S_M$  zależy od charakteru procesu skrawania i wzrasta (2–3)-krotnie przy powstaniu drgań samowzbudnych.

Wraz ze zmniejszeniem sztywności półfabrykatu na zginanie zwiększa się nie tylko odkształcenie osi, lecz zmienia się również jej kształt: zwiększa się różnica w stosunku do krzywej odkształceń statycznych. W układzie stabilizacji osi wału o małej sztywności, w opisywanych doświadczeniach, zastosowano dwie hydrauliczne podtrzymki samocentrujące (*PSH*). Toczenie z zastosowaniem układu stabilizacji, jak i bez układu, przeprowadzano w tych samych warunkach skrawania i z wykorzystaniem takich samych półfabrykatów. Największe odkształcenie osi części w czasie toczenia z zastosowaniem układu stabilizacji, zmniejszyło się od 4 do 10 razy.

Półfabrykaty o długości l = 600 mm, średnicy d = 42 mm obrabiano dwuostrzową głowicą roztaczaka, bez układu i z układem, przy następujących warunkach skrawania: n = 710 obr/min, f = 0,27-0,5 mm/obr; bez układu, w dwóch przejściach, z głębokością skrawania  $a_{p1} = 0,7$  mm i  $a_{p2} = 0,3$  mm; z układem w jednym przejściu  $a_p = 1$  mm.





Rys. 7.6. Podtrzymki samoosiujące: ustawienie podtrzymek na obrabiarce – a), w trakcie obróbki wału o małej sztywności – b)

Maksymalne odchylenie od walcowości, przy zastosowaniu układu podtrzymek, zmniejszyło się od 3 do 5 razy. Na podstawie oceny profilogramów można stwierdzić znaczne zbliżenie kształtu wału do walcowości, ale jednocześnie większą rozbieżność średnic w różnych przekrojach. Przy wykorzystaniu przyrządu Taylor–Hobson otrzymano profilogramy przekrojów poprzecznych półfabrykatów, stosowanych jako powierzchnie bazowe. Z profilogramów wynika, że odchyłka okrągłości powierzchni obrobionej, z wykorzystaniem układu, zmniejszyła się od 1,3 do 2 razy, w zależności od właściwości fizyko-mechanicznych materiału oraz jego kształtu początkowego.

W czasie eksperymentu odkształcenie osi wału mierzono w trzech przekrojach na biegu jałowym, następnie w procesie skrawania. Wykresy drgań osi wału o małej sztywności, powstające w czasie toczenia, bez układu oraz z układem stabilizacji, przedstawiono na rys. 7.7a, b. Z analizy drgań wynika, że niewyważenie półfabrykatu jest przyczyną powstawania składowej o niskiej częstotliwości (czas jednego obrotu T=0,06-1,15 s), na którą nakładają się drgania o wysokiej częstotliwości, przy czym, w przypadku zastosowania *PSH* ich częstotliwość się zwiększa, a amplituda zmniejsza. Wyższe składowe harmoniczne, w spektrum częstotliwości wrzeciennika, są spowodowane niedokładnością wykonania podpór (w tym przypadku łożysk kulkowych wrzeciennika i *PSH*). Sztywno zamocowany półfabrykat generuje drgania o niskiej częstotliwości.

Spektrum częstotliwości przemieszcza się w strefę wysokiej częstotliwości, proporcjonalnie do wzrostu prędkości obrotowej. Częstotliwość drgań własnych elementów oporowych *PSH* jest większa (zależy od wymiarów konstrukcyjnych łożysk kulkowych wrzeciennika i *PSH*), a amplituda zakłóceń – mniejsza. W czasie obrotu półfabrykatu *PSH* tłumi zakłócenia, pochodzące od elementów oporowych wrzeciennika w zakresie częstotliwości 100–500 Hz (działają one tak jak tłumiki drgań wysokiej częstotliwości półfabrykatu).



ᢧᡀᡛᡫᡳᡊ᠆ᡱᡭᠬᠬᡊ᠇ᠴᠵ᠇ᡄ᠊ᡧᢛᠬᡟᡯᡊᡄᡡᢞᡊᡓᢁ᠆᠋ᢣᢦ᠘ᢣ᠋ᠿᠭᢐᡇᡄᠰᡢ᠕ᡙᡟᢦᠶᡟᡟᠴᢐ᠘ᡊ᠕᠊ᢍᢕᢦᠿᢑᡥᠧᢛᡐᡆ᠆ᠸ᠈ᢦᠧᡒ᠆ᠧ᠆ᢥᡭ

b) Rys. 7.7. Drgania osi półfabrykatu: a) bez zastosowania *PSH*, b) z zastosowaniem układu PSH

Półfabrykat charakteryzuje się minimalnymi wartościami odchylenia osi od wartości nominalnej i rozbicia otworu, małą amplitudą drgań poprzecznych oraz występowaniem intensywnych drgań skrętno-wzdłużnych.

Z analizy wykresów kołowych (rys. 7.8) wynika, że odchylenie od kołowości powierzchni obrobionej przy zastosowaniu układu uległo zmniejszeniu od 1,3 do 2 razy. Na podstawie zapisu drgań ustalono, że przy zwiększeniu obrotów wrzeciona n zwiększeniu ulega amplituda przemieszczeń (od 0,29 do 0,52 mm). Przy ustawieniu części w podtrzymce samoosiujacej amplituda przemieszczeń zmniejsza się do 0,03–0,06 mm.

W przypadku podtrzymek samoosiujących, ustawianych na nieobrobionej w danym przejściu powierzchni, wytwarzane jest ciśnienie, umożliwiające tłumienie wibracji. W trakcie przemieszczania układu narzędziowego (wytaczadła przy obróbce otworu lub noża przy toczeniu powierzchni zewnętrznej) wzdłuż części, przełączenie PSH tłumienia w tryb sztywnych podpór jest wykonywane przy pomocy przełącznika w funkcji drogi przemieszczenia narzędzia, rejestrowanej przez czujnik. PSH ustawiane w węzłach drgań zginających mogą działać jako podpory sztywne. W trakcie skrawania podpory, pomiędzy którymi znajduje się strefa skrawania, w celu stabilizacji osi półfabrykatu są przełączane w tryb podtrzymek sztywnych. Przy toczeniu występują różne warianty (od 7 do 9) połączenia podpór sztywnych i tłumiących w zależności od długości części. Liczba kombinacji podpór sztywnych i tłumiących może być większa. Przy nowej kombinacji PSH zmienia się częstotliwość własna podukładu "półfabrykat – podpory". Amplituda drgań półfabrykatu w kierunku poprzecznym ulega zmianie, co jest uwarunkowane zmianą współczynników sztywności i tłumienia analizowanego podukładu. Kształt sprężystej osi obracającego się półfabrykatu zmienia się wraz ze zmianą energii kinetycznej niewyważonych odcinków wału przekazywanej do strefy skrawania. Amplituda drgań względnych wzajemnie powiązanych podukładów "część - podpory" i "nóż - suport" jest zmienna. Prowadzi to do powstawania wzdłuż długości wału odcinków o jednorodnym charakterze błędów kształtu, położenia i mikroprofilu.

Sterowanie dynamiką skrawania sprowadza się do sterowania częstością zakłóceń w funkcji zmieniających się częstotliwości własnych układu w wyniku zmiany parametrów obróbki lub do sterowania ciśnieniem czynnika roboczego w *PSH* w taki sposób, aby w przypadku nowych kombinacji podpór sztywnych i tłumiących, częstotliwość własna podukładu ulegała minimalnej zmianie, stabilizując tym samym zredukowane współczynniki sztywności i tłumienia podukładu "półfabrykat – podpory".

W celu uzasadnienia stosowania różnych kombinacji podpór, przeprowadzono analizę schematów ustawienia wałów o małej sztywności w podtrzymkach stacjonarnych w operacji tokarskiej, przy rożnych parametrach.



b)

Rys. 7.8. Analiza porównawcza wykresów kołowych powierzchni otworów: wiercenie tradycyjne (*n* = 400 obr/min) – a; wiercenie z przetwornikiem falowym (*l* = mm, *n* = 400 obr/min) – b

Do określania kształtu osi półfabrykatu przy toczeniu zastosowano metodę parametrów początkowych [47, 93, 150], przy tym, w przypadku każdego odcinka są tworzone macierze przejściowe. Przy przejściu do podpory

pośredniej jest tworzona macierz podpory pośredniej, która jest mnożona przez poprzedni wynik, następnie są zestawiane macierze kolejnych odcinków i przekrojów. W taki sposób powstaje macierz złożonego wału wielopodporowego.

Schemat obliczeniowy półfabrykatu, ustawionego w pięciu podtrzymkach, przedstawionego w postaci zestawu modeli odcinków prętów nieważkich i mas skupionych, pokazano na rys. 7.9. Podtrzymki zastąpiono odpornymi na przemieszczenia poprzeczne podporami.



Rys. 7.9. Schemat obliczeniowy do określenia kształtu osi półfabrykatu i jej częstotliwości własnych

Macierz przenoszenia schematu obliczeniowego otrzymano, mnożąc macierze jej elementów

$$P = G_n M_n Q_n G_{n-1} M_{n-1} G_{n-1,n-2} \dots M_{\kappa} Q_{\kappa} G_{\kappa-1} \dots M_0 Q_0, \qquad (7.4)$$

gdzie:  $G_i, M_i, Q_i$  – macierze przejściowe nieważkiego odcinka pręta, masy skupionej i sprężystej odnośnie do przemieszczenia poprzecznego podpory; i – numer odcinka,

 $i=0, \ldots, n;$  – liczba odcinków.

Podstawowe równanie macierzowe, wiążące przekroje graniczne, przyjęte w postaci podpór przegubowych

$$Y_n = P \cdot Y_0 \,, \tag{7.5}$$

lub w postaci rozwiniętej:

$$\begin{pmatrix} Y_n \\ \varphi_n \cdot l \\ \frac{M_n \cdot l^2}{EJ} \\ \frac{Q_n \cdot l^3}{EJ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_0 \\ \varphi_0 \cdot l \\ \frac{M_0 \cdot l^2}{EJ} \\ \frac{Q_0 \cdot l^3}{EJ} \end{pmatrix},$$
(7.6)

gdzie: EJ – odporność na zginanie danego odcinka wału; l – długość wału;

 $y_i$ ,  $\varphi_i$ ,  $Q_i$  i  $M_i$  – przemieszczenie poprzeczne, kąt obrotu, siła poprzeczna i moment zginający w *i*-tym przekroju;  $a_{jk}$  – współczynniki macierzy przenoszenia.

Macierz masy skupionej  $M_i$  w *i*-tym przekroju ma postać:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ v_i & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
(7.7)

gdzie:  $v_i = \frac{m_i f^2 l^3}{EJ}$ , a  $m_i$  – masa zredukowana do przekroju *i*;

*f* – częstotliwość drgań własnych.

Macierz przejściową sztywności nieważkiego odcinka pręta o długości  $l_i$  i sztywności  $EJ_i$  można zapisać w postaci:

$$G_{i} = \begin{pmatrix} 1 & h_{i} & \frac{h_{i}^{2}}{2 \cdot u_{i}} & \frac{h_{i}^{3}}{6 \cdot u_{i}} \\ 0 & 1 & \frac{h_{i}}{u_{i}} & \frac{h_{i}^{2}}{2 \cdot u_{i}} \\ 0 & 0 & 1 & h_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
(7.8)

gdzie:  $h_i = \frac{l_i}{l}$ ,  $l_i$  – długość *i*-go odcinka, l – długość całej części;  $u_i = \frac{EJ_i}{EJ}$ ,  $EJ_i$  – odporność na zginanie *i*-go odcinka.

Sztywność odcinka wału przyjmowana jest jako stała.

Siła skrawania działająca na wał zmienia się sinusoidalnie z częstotliwością, odpowiadającą częstotliwości obrotu półfabrykatu lub jej wielokrotnością. Okresowość zakłócania jest uwarunkowana zmiennym naddatkiem i niewyważeniem półfabrykatu. W przypadku nieważkiego odcinka pręta, obciążonego skupioną siłą harmoniczną (siłą skrawania), zależność wiążąca parametry w przekrojach *i* i *i*-1 ma postać:

$$Y_i = G_i Y_{i-1} + \psi_i \,, \tag{7.9}$$

przy czym

$$\psi = \begin{pmatrix} 0\\0\\0\\\frac{A_i \cdot l^3}{EJ} \end{pmatrix},$$
(7.10)

gdzie  $A_i$  – amplituda siły harmonicznej, zmieniającej się z częstotliwością f.

Macierz przejściowa nieważkiego odcinka pręta z podporą sprężystą, względem przemieszczenia poprzecznego ma następującą postać:

$$Q_{i} = \begin{pmatrix} 1 & h_{i} & \frac{h_{i}^{2}}{2 \cdot u_{i}} & \frac{h_{i}^{3}}{6 \cdot u_{i}} \\ 0 & 1 & \frac{h_{i}}{u_{i}} & \frac{h_{i}^{2}}{2 \cdot u_{i}} \\ 0 & 0 & 1 & h_{i} \\ -e_{i} & -e_{i} \cdot h_{i} & -\frac{e_{i} \cdot h_{i}^{2}}{2 \cdot u_{i}} & 1 - \frac{e_{i} \cdot u_{i}^{3}}{6 \cdot u_{i}} \end{pmatrix},$$
(7.11)

gdzie:  $e_i = \frac{c_i \cdot l^3}{EJ}$ ;  $c_i$  – współczynnik sztywności podpory.

$$Y_{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_{0} \cdot l \\ 0 \\ \underline{Q_{0}} \cdot l^{3} \\ \overline{EJ} \end{pmatrix}; Y_{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_{n} \cdot l \\ 0 \\ \underline{Q_{n}} \cdot l^{3} \\ \overline{EJ} \end{pmatrix}.$$
(7.12)

Z pierwszego i trzeciego wiersza zależności (7.6) wyznacza się:

$$0 = a_{12}\varphi_0 \cdot l + a_{14} \cdot \frac{Q_0 \cdot l^3}{EJ}$$

$$0 = a_{32}\varphi_0 \cdot l + \frac{a_{34} \cdot Q_0 \cdot l^3}{EJ}$$

$$(7.13)$$

W macierzach przejściowych, przy obliczaniu drgań wymuszonych częstotliwość własna f zamieniana jest na częstość zakłócenia  $\omega$ . W celu wyznaczenia drgań wymuszonych, rozwiązano układ równań (7.13) – określono odkształcenia i kąty obrotu prawego końca wału. Według znanych parametrów  $\varphi_0$  i  $Q_0$  oraz macierzy przenoszenia wykonuje się ich mnożenie oraz określa parametry w dowolnym przekroju. Analogicznie, wybierane są zatem inne wartości częstości i są wyznaczane odpowiednie wartości odkształceń. Wszystkie współczynniki i stałe są wyznaczane w oparciu o dane eksperymentalne.

Algorytm, wykorzystujący metodę parametrów początkowych, w postaci macierzowej, zrealizowano przy zastosowaniu programu Mathcad. W programie tym w prosty sposób są zmieniane liczba i miejsca rozmieszczenia podpór (podtrzymek), położenie stref skrawania oraz częstość wymuszania.

Wyniki obliczeń wykonane według danego algorytmu przedstawiono na rys. 7.10 i 7.11. Należy szczególnie odnotować zmienność amplitudy przemieszczenia półfabrykatu w strefie skrawania, w zależności od zmiany charakteru podpór, siły zakłócającej oraz położenia strefy skrawania. Wszystkie te czynniki technologiczne prowadzą również do zmiany kształtu osi półfabrykatu o małej sztywności. Dodatkowo na strefę skrawania oddziałuje niewyważenie półfabrykatu, na odcinkach od niej oddalonych. Strefa skrawania otrzymuje dodatkową energię kinetyczną, która także wpływa na amplitudę drgań względnych półfabrykatu i noża.



Rys. 7.10. Kształt osi półfabrykatu przy różnych warunkach zamocowania, częstotliwości siły wymuszającej i rozmieszczenia strefy skrawania w węźle Z10: podpora w węźle Z9 sztywna o współczynniku sztywności  $c=2\cdot10^6 \left[\frac{N}{m}\right]$ , pozostałe współczynniki tłumiące  $c=0,5\cdot10^6 \left[\frac{N}{m}\right]$ ,  $\omega = 314 \left[\frac{rad}{s}\right]$  (-----); wszystkie podpory sztywne  $c=2\cdot10^6 \left[\frac{N}{m}\right]$ , częstość wymuszenia  $\omega$  od 31,4 do 62,8  $\left[\frac{rad}{s}\right]$  rad/s (-----); wszystkie opory tłumiące  $c=0,5\cdot10^6 \left[\frac{N}{m}\right]$ ,  $\omega = 314 \left[\frac{rad}{s}\right]$  (-----)



Rys. 7.11. Kształt osi półfabrykatu przy różnych warunkach zamocowania, częstotliwości siły wymuszającej i rozmieszczenia strefy skrawania w węźle Z8: podpory w węzłach Z6 i Z9 sztywne  $c=2\cdot106\left[\frac{N}{m}\right]$ , pozostałe tłumiące  $c=0,5\cdot106\left[\frac{N}{m}\right]$ ,  $\omega=31,4\left[\frac{rad}{s}\right]$  (--); wszystkie podpory tłumiące  $c=0,5\cdot106\left[\frac{N}{m}\right]$ , (-----); wszystkie podpory tłumiące  $c=0,5\cdot10^6\left[\frac{N}{m}\right]$ ,  $\omega=628\left[\frac{rad}{s}\right]$  (----)

Długi wał o małej sztywności, podparto w 5 miejscach (sztywność od 10 do 100 razy jest mniejsza od sztywności podpór), obciążono go w strefie skrawania siłą zmienną i obciążeniem harmonicznym. Zmniejszając odległości między podporami można zmniejszyć błędy, powodowane przez odkształcenia sprężyste podukładu "półfabrykat – podpory", do wartości porównywalnych z błędami obróbki mechanicznej.

Przy zastosowaniu dużej liczby podtrzymek, oprócz wysokiego kosztu wykonania, należy uwzględniać, że z powodu błędu wstępnego ustawienia podtrzymek, względem osi technologicznej (dokładność ustawienia podtrzymek do 0,01 mm), powstają dodatkowe zakłócenia kinematyczne, przenoszone do strefy skrawania.

Jeżeli rozpatrywać wał jako masę skupioną, związaną z łożem obrabiarki więzami sprężystym i dyssypacyjnymi oraz częstotliwością własną *ω*, to amplituda drgań wymuszonych półfabrykatu jest określana z zależności:

$$A = \frac{F_0}{c\sqrt{(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2})^2 + \frac{4\Omega^2 n^2}{\omega^4}}},$$
 (7.14)

gdzie  $F_0$  – amplituda siły wymuszającej.

Przy  $F_0$ =const, zmiana amplitudy drgań zależy od współczynnika sztywności zredukowanej *c* i częstotliwości własnej drgań półfabrykatu *f*. Współczynnik sztywności *c* zmienia się w funkcji położenia strefy skrawania między podporami. Przy obróbce w podtrzymkach, odcinek półfabrykatu, między sąsiednimi podporami, może być rozpatrywany jako belka jednoprzęsłowa. Z powodu zmiennej sztywności wzdłużnej ugięcie statyczne zmienia się od 1,3 do 2 razy. Zgodnie z warunkami podparcia belki, z ogólnej macierzy przejściowej (7.4) jest określane równanie częstotliwości własnych podukładu "półfabrykat – podpory" jako:

$$\begin{vmatrix} a_{12}a_{14} \\ a_{32}a_{34} \end{vmatrix} = 0. (7.15)$$

Na podstawie równania (7.15) obliczane są częstotliwości własne układu. Na podstawie przedstawionych modeli i algorytmów, są wyznaczane częstotliwości własne drgań zginających części osiowosymetrycznych, w układzie stabilizacji osi półfabrykatu, zamocowanego na dowolnych podporach o zmiennych parametrach. Przy zmianie kombinacji połączenia podpór sztywnych i tłumiących, częstotliwość własna zmienia się 1,6 razy. W eksperymencie na obrabiarce *PB106*, przy wyznaczaniu częstotliwości własnej, metodą pomiaru drgań zanikających od obciążenia impulsowego, zaobserwowano zmianę częstotliwości własnej od 30 [Hz] do 44 [Hz].

Drgania stacjonarne niegasnące półfabrykatu opisywane są zależnością:

$$y(t) = A\sin(f \cdot t - \gamma), \qquad (7.16)$$

gdzie:  $tg\gamma = \frac{2\omega \cdot n}{f^2 - \omega^2}$  – przesunięcie fazy przemieszczenia od siły.

Z zależności (7.16) wynika, że w związku z przesunięciem częstotliwości własnych ma miejsce zmiana przemieszczenia fazy  $\gamma$ , co powoduje dodatkową niestabilność błędu obróbki w związku ze zmianą wielkości przemieszczeń.

W celu potwierdzenia danych teoretycznych przeprowadzono, na tokarce RW106, badania eksperymentalne zachowania osi części o malej sztywności w procesie toczenia i na biegu jałowym. Półfabrykat wału o średnicy 30 mm i długości 3000 mm z materiału 37Cr4 ustawiono w pięciu podtrzymkach. Podtrzymki skrajne działały jako sztywne podpory, określając oś obrotu półfabrykatu. Podtrzymki środkowe można przełączać z trybu podpór sztywnych o współczynniku sztywności statycznej  $K = 20 \cdot 10^6 N/m$  w tryb podpór tłumiących o współczynniku sztywności  $K = 0.5 \cdot 10^6 N/m$ .

Sygnał z czujnika prądu wirowego typu Bently–Nevada jest przekazywany przez wzmacniacz do komputera. W trakcie eksperymentu rejestrowano przemieszczenia osi półfabrykatu na biegu jałowym w jej przekrojach poprzecznych, a następnie – w procesie skrawania.

Na podstawie wyników eksperymentów można zauważyć, że maksymalne przemieszczenie osi wału, przy zastosowaniu układu, uległo zmniejszeniu od 4 do 10 razy. Kształt osi półfabrykatu przy skrawaniu był zbliżony do kształtu osi na biegu jałowym. W trakcie pomiarów na biegu jałowym odnotowano zmiany amplitudy drgań półfabrykatu w tym samym przekroju, przy zmianie wariantów kombinacji podpór o rożnym charakterze (od 0,03 do 0,05 mm). Zmiana położenia strefy skrawania przy różnych kombinacjach podpór prowadzi do różnych wartości przemieszczeń półfabrykatu.

Przy zwiększeniu obrotów wrzeciona n od 120 do 400 obr/min amplituda przemieszczeń półfabrykatu w *PSH* ulega zwiększeniu od 0,03 do 0,11 mm. Niewyważenie półfabrykatu w trakcie jego obrotu określa składową niskoczęstotliwościową drgań (czas jednego obrotu T=0,06-1,15 s), na którą nakładają się drgania o wysokiej częstotliwości. Wyższe składowe harmoniczne siły zakłócającej są spowodowane zmiennym naddatkiem, w wyniku błędu kształtu półfabrykatu (owalności, graniastości). Składowe te, w spektrum częstości drgań wrzeciona, określane są błędem wykonania prowadnic podpór (w tym przypadku łożysk kulkowych wrzeciona i *PSH*). Przy obrotach półfabrykatu *PSH* tłumią zakłócenia pochodzące od podpór wrzeciona w zakresie częstotliwości 100–500 Hz. Bez *PSH* częstotliwości te są zbliżone do składowych harmonicznych drgań części.

Jeżeli przy określaniu parametrów skrawania zwykle są wybierane prędkości zbliżone do stref częstotliwości własnych podukładu "półfabrykat – część", to zastosowanie tego urządzenia umożliwia sterowanie częstotliwością własną podukładu w celu odejścia od strefy rezonansu, bez konieczności odchodzenia od optymalnych prędkości skrawana.

Obliczenia teoretyczne pokazały, że przemieszczenie półfabrykatu jest mniejsze przy wszystkich sztywnych podporach lub przy dwóch sztywnych podporach, pomiędzy którymi znajduje się strefa skrawania, i pozostałych podporach tłumiących. Z eksperymentu wynika, że w przypadku obróbki półfabrykatów o dużej krzywiźnie początkowej (1,5 mm na 1 m długości) bardziej celowe jest zastosowanie wszystkich podtrzymek, działających w trybie tłumienia. Sztywne podtrzymki podczas zamocowania powoduja przemieszczenie osi półfabrykatu względem osi technologicznej obrabiarki w wyniku odkształcenia sprężystego części. Po obróbce i odmocowaniu półfabrykatu, jego odkształcenie sprężyste prowadzi do znaczącego błędu. W przypadku zastosowania podtrzymek tłumiących odkształcenie sprężyste półfabrykatu ulega zmniejszeniu. Przy obróbce półfabrykatów mniej wypaczonych lepszy jest wariant z przełączającymi się sztywno tłumiącymi podporami.

Przeprowadzono analizę schematów zamocowania półfabrykatu o małej sztywności w urządzeniu do stabilizacji jego osi metodą parametrów początkowych. Uzasadniono zastosowanie różnych kombinacji podpór i wybór racjonalnego miejsca rozmieszczenia podtrzymek sztywnych i (lub) tłumiących, co zwiększa stacjonarność procesu obróbki oraz poprawia jakość kształtowania obrabianej powierzchni. Przy zastosowaniu układu stabilizacji osi części typu wał o małej sztywności, na operacjach obróbki mechanicznej w jednym przejściu i zastosowaniu intensywnych parametrów obróbki, w wyniku sterowania półfabrykatem o małej sztywności, można uzyskać dokładność poniżej 50 µm oraz chropowatość nie większą niż *Ra* 6,3 µm. Opracowane urządzenie wdrożono do obróbki wałów wirników. Stosując w *PSH* łożyska nie kulkowe lecz igiełkowe, można uzyskać praktycznie kształt przemieszczenia części o malej sztywności w postaci czystej sinusoidy, co zwiększa stacjonarność procesu skrawania.

Opracowano konstrukcję podukładu półfabrykatu, na bazie samoosiujących podtrzymek hydraulicznych, umożliwiającą zwiększenie sztywności poprzecznej półfabrykatu w procesie obróbki od 3,5 do 4 razy.

Teoretyczne uzasadnienie zastosowania dźwigniowych tłumików wibracji do wytworzenia stanu sprężyście-odkształcalnego części o małej sztywności oraz zasady sterowania dodatkową siłą, działającą na część praktycznie bezpośrednio w strefie skrawania i eliminującą jej odkształcenia przedstawiono w pracach [141, 142].

# 7.3. Środki technologiczne automatyzacji i sterowania stanem sprężyście-odkształcalnym wałów o małej sztywności przy przyłożeniu siły rozciągającej

Przy uwzględnieniu przeprowadzonych badań wykonano modernizację i opracowano nowe konstrukcje koników obrabiarek do zautomatyzowanej i konwencjonalnej obróbki wałów o małej sztywności z przyłożeniem siły rozciągającej.

Mechanizm naciągu w urządzeniu i układzie sterowania automatycznego jest wykonany w postaci konika tokarki, którego konstrukcję pokazano na rys. 7.12 [100].

Na łożu l obrabiarki jest posadowiony konik 2, wewnątrz którego znajduje się mająca możliwość obrotu tuleja 3, w której na łożysku oporowym 4 jest ustawiony naciąg osiowy 5. Tuleja 3, na sztywno połączona jest z korpusem 6. W korpusie zamontowano kołnierz 7 z rowkiem, w którym przemieszcza się osadzony na sprężynie wał 8. Na końcu wału 8 w separatorze sprężystym 9 umieszczone są kulki 10. W korpusie konika 2 ustawiono siłownik zamocowania konika 12, tłoczysko 13, które przez łoże l połączone jest z zaciskiem 14. Korpus konika 2, na sztywno połączono z tłoczyskiem 15, siłownika automatycznego przemieszczenia konika do określonego położenia na łożu 1, przy przezbrajaniu do obróbki części o innych wymiarach. Korpus siłownika 16
poprzez płytę 17 jest złączony na sztywno z siłownikiem położenia 18. Tłoczysko tego siłownika przez łoże l związane jest z zaciskiem 20. Przez kanały 16–21 jest doprowadzany czynnik roboczy do przestrzeni tłokowych odpowiednich siłowników.

Na łożu 1 znajduje się silnik elektryczny 27. Na wale 28 silnika elektrycznego 27 na sztywno zamocowane jest koło cięgnowe 29. Na łożu 1 obrabiarki zamocowany jest również wspornik 30, na którym znajduje się, posiadający możliwość obrotu, wałek oporowy 31. Naciąg osiowy 5 powiązany jest z kołem cięgnowym 29, wału 28 silnika elektrycznego 27, elastyczną linką 32, stykającą się z wałkiem oporowym 31.

Wstępnie, w zależności od długości części ustawia się konik 2, na obrabiarce, w odpowiednim położeniu, przy tym czynnik roboczy przez kanał 22, zasila przestrzeń tłokową siłownika 12. Tłoczysko 13, przemieszcza się do dołu i zwalnia zacisk 14. Jednocześnie czynnik roboczy kanałem 26 podawany jest do przestrzeni tłokowej siłownika ustalenia położenia 18, przy tym tłok przemieszcza się i przez tłoczysko 19 oraz zacisk 20 ustala płytę 17 z siłownikiem 16, a tłoczysko 15 przemieszcza konik do wymaganego położenia.

Czynnik roboczy przez kanał 21 jest podawany do przestrzeni tłokowej siłownika 12, tłoczysko 13 z zaciskiem 14 przemieszcza się do góry i mocuje konik 2 na łożu l obrabiarki. Część umieszczana jest we wrzecionie i koniku o zacisku kulowym 2. Przy tym w wyniku obrotu części i wału 8, część wstępnie jest zaciskana kulkami 10. Na silnik elektryczny jest podawane napięcie od sterownika, przy tym wał 28, zaczyna obracać się i na koło cięgnowe 29, nawijana jest elastyczna lina 32, której drugi koniec łączy się przez wałek oporowy 31, z naciągiem osiowym 5. Osiowa siła rozciągająca przekazywana jest na część przez elastyczną linę 32 i naciąg osiowy 5. Element obrabiany jest ostatecznie zaciskany i obciążany osiową siłą rozciągającą, po czym następuje proces obróbki.



Rys. 7.12. Konik tokarki

W procesie obróbki zmienia się napięcie na wejściu silnika elektrycznego 27 i jednocześnie stabilizowana jest wartość siły rozciągającej, zarówno przy ustalonym, jak i przejściowym trybie pracy.

Po zakończeniu obróbki zdejmowane jest napięcie z silnika elektrycznego 27 i zacisk części jest zwalniany.

Wykorzystanie opracowanej konstrukcji konika tokarki umożliwia stabilizowanie – z dużą dokładnością – wartości osiowej siły rozciągającej, i w wyniku tego zwiększa się dokładność obróbki wałów o małej sztywności. Konstrukcja konika ulega przy tym znacznemu uproszczeniu w porównaniu ze znanym rozwiązaniami.

Wyniki badania eksperymentalnego charakterystyk dynamicznych układu, w trakcie którego były analizowane procesy przejściowe w układzie według oddziaływania sterowniczego i zakłócającego, wystarczająco dobrze odpowiadają uzyskanym podczas obliczeń.

W trakcie badań eksperymentalnych ustalono, że w przypadku części o średnicy d < 6 mm i stosunku długości do średnicy L/d > 20 odkształcenia sprężyste przy toczeniu z zastosowaniem układu sterowania automatycznego i oddziaływaniem sterowniczym w postaci przykładanej osiowo siły rozciągającej można zmniejszyć nawet dwudziestokrotnie. W przypadku części o średnicy d > 6 mm bardziej racjonalne jest sterowanie stanem sprężyście-odkształcalnym części w wyniku rozciągania mimośrodowego. Odkształcenia przy tym mogą ulec dwukrotnemu zmniejszeniu, w porównaniu z rozciąganiem osiowym: (d = 6-14mm, L/d > 20). Dodatkowe sterowanie momentem zginającym, powstającym w wyniku nieosiowego przyłożenia siły rozciągającej zwiększa o rząd wielkości dokładność kształtu części [141, 142].

Do obróbki wałów skrętnych o małej sztywności i elastycznych wałów, przyrządów o średnicach od 0,2 do 3,0 mm i długości L = 25-100 mm, opracowano konstrukcję konika o napędzie elektromagnetycznym, umożliwiającą uzyskanie siły obciążenia 500 N (rys. 7.13) [142]. W pokrywie 6 korpusu 7 znajduje się mająca możliwość obrotu tuleja 4 w łożysku 5. W tulei 4 umieszczono, z możliwością przemieszczania osiowego, tuleję 3 z tuleją zaciskową 2.



Rys. 7.13. Konik tokarki o napędzie elektromagnetycznym

Tuleja zaciskowa 2 jest osadzona na sprężynie 15 odnośnie tulei 3. Nakrętka 1 jest przeznaczona do zacisku tulei zaciskowej 2 w tulei 3. Nakrętka 4 służy do regulacji łożysk 5 i 13. Tuleja 3 poprzez cięgno 8 oraz łożysko oporowe 9 jest połączona z twornikiem elektromagnesu 11. Elektromagnes 11 znajduje się na wsporniku 12 połączonym na sztywno z korpusem 7 konika.

Przed rozpoczęciem pracy konik jest ustawiany w wymaganym położeniu na prowadnicach obrabiarki po zamocowaniu końca części w uchwycie wrzeciennika, a drugiego końca w tulei zaciskowej 2.

Przy obrocie nakrętki 1 tuleja zaciskowa 2 przesuwa się względem tulei 3 i część jest zaciskana. Po włączeniu napędu ruchu głównego jest podawane napięcie na uzwojenia elektromagnesu 11, którego twornik 10 jest wsuwany do cewki; część poprzez cięgno 8, tuleję 3, tuleję zaciskową 2 jest obciążana siłą rozciągającą, co zwiększa jej sztywność statyczną i zmniejsza odkształcenia.

W procesie obróbki jest regulowana siła rozciągająca w wyniku zmiany napięcia na uzwojeniach elektromagnesu 11, za pomocą tyrystorowego przetwornika napięcia, w funkcji położenia ostrza względem części lub w funkcji odkształceń części.

Konstrukcja konika obrabiarki z zaciskiem kulowym [142] do obróbki części z zastępczymi bazami technologicznymi jest przedstawiona na rys 7.14. W korpusie 11, umiejscowionym na łożu 1 z możliwością obrotu, znajduje się wydrążona tuleja 10.

Wewnątrz tulei 10 w łożysku oporowym 2 znajduje się cięgno 9. Tuleja 10 na sztywno jest połączona ze stożkiem dociskowym 8, wewnątrz którego znajduje się kołnierz z rowkiem bagnetowym. W rowku przemieszcza się osadzony na sprężynie wał 4. Na końcu wału w sprężystym separatorze znajdują się kulki 6.



Rys. 7.14. Konik tokarki z zaciskiem kulkowym

Cięgno 9 jest połączone z twornikiem elektromagnesu 12, który na spawanym wsporniku jest przymocowany na sztywno do korpusu 11 konika. Przy ustawianiu i zdejmowaniu część 5 jest przemieszczana na prawo, kulki 6 rozchodzą się przy obrocie wału 4 w rowku bagnetowym kołnierza 3, w wyniku działania sprężyny następuje wstępny zacisk części 5 kulkami 6. Po włączeniu napięcia na uzwojenie elektromagnesu 12, część jest zaciskana i obciążana siłą rozciągającą. W celu zwiększenia zakresu przykładanych sił rozciągających napęd elektromagnetyczny może być zastąpiony pneumatycznym, hydraulicznym lub elektromechanicznym i siłowymi główkami zaciskowymi typu "Priz-TB-05" o wyjściu napinającym.

Konstrukcję konika tokarki z silnikiem liniowym przedstawiono na rys. 7.15 [152].

Na łożu 1 tokarki zamocowano korpus 2 konika, wewnątrz którego znajduje się wydrążona, mająca możliwość obracania się, tuleja 3, w której w łożysku oporowym 4 jest zamocowane cięgno osiowe 5. Tuleja 3 połączona jest na sztywno ze stożkiem 6, na którym jest zamontowany kołnierz 7, z wpustem bagnetowym, w którym przemieszcza się umieszczony na sprężynach wał 8. Na końcu wału 8, w sprężystym separatorze 9, rozmieszczono kulki 10, umożliwiające wstępne zamocowanie części 11.

W korpusie 2, konika znajduje się cylinder 12, mocowania konika, sworzeń tłoka 13, który poprzez łoże 1 jest połączony z zaciskiem 14. Korpus 2 sztywno jest połączony ze sworzniem 15 cylindra siłowego 16, automatycznego przemieszczenia konika w wymagane położenie, poprzez płytę 17, na sztywno jest połączony z cylindrem pozycjonowania 18. Sworzeń 19, tłoka cylindra 18, przez łoże 1, jest połączony z zaciskiem 20. Kanały 21–26 służą do doprowadzania czynnika roboczego do komór odpowiednich cylindrów.



Rys. 7.15. Budowa konika tokarki o napędzie elektromechanicznym w postaci elektrycznego silnika liniowego

Mechanizm rozciągania części jest wykonany w postaci elektrycznego silnika liniowego, którego bieżnik 27, jest sztywno połączony z cięgnem osiowym 5, a induktor 28, zamocowany na sztywno na wsporniku 29, korpusu 2 konika.

Wstępnie, w zależności od długości części, ustawia się w odpowiednim położeniu konik 2, na łożu 1. W tym celu czynnik roboczy przez kanał 22 jest podawany do komory cylindra 12. Tłok przemieszcza się do dołu i razem ze sworzniem 13, zwalnia zacisk 14. Jednocześnie, czynnik roboczy przez kanał 26, jest podawany do komory trzonowej cylindra 18. Tłok przemieszcza się i przez sworzeń 19 oraz zacisk 20 ustala płytę 17 z cylindrem 16 przemieszczania konika 2 po łożu 1. Przez kanał 23 czynnik roboczy jest podawany do komory cylindra 16, sworzeń 15, przemieszcza konik 2, do wymaganego położenia.

Czynnik roboczy przepływa kanałem 21 do komory cylindra 12, sworzeń 13 i zacisk 14, przemieszczają się do góry i mocują konik 2, na łożu 1 obrabiarki.

Część 11 jest umieszczana we wrzecionie i w koniku 2 o kulkowym zacisku. Wstępny zacisk jest realizowany kulkami 10, w wyniku obrotu części 11 i wału 8.

Na induktor 28 jest podawane napięcie ze sterowanego przetwornika siłowego, przy tym bieżnik 27 zaczyna przemieszczać się w odpowiednim kierunku, przez cięgno 5, przemieszczania bieżnika, jest wytwarzana osiowa siła rozciągająca, przy tym część 11 mocowana jest ostatecznie i obciążana osiową siłą rozciągającą, co zwiększa sztywność układu technologicznego, po czym jest wykonywana obróbka części o małej sztywności 11.

W procesie obróbki jest regulowane napięcie na wejściu induktora 27 silnika liniowego oraz jednocześnie regulowana i stabilizowana wielkość siły rozciągającej, zarówno przy ustalonym, jak i przejściowym trybie działania. Po zakończeniu cyklu obróbki jest zdejmowane napięcie z induktora 27, silnika liniowego oraz siła rozciągająca i następuje odmocowanie części.

Zastosowanie konika obrabiarki o proponowanej konstrukcji umożliwia, przy osiągnięciu wysokiej dokładności, regulowanie i stabilizowanie wartości siły rozciągającej, a także zwiększenie dokładności obróbki części o małej sztywności. Konstrukcja konika ulega przy tym znacznemu uproszczeniu, w porównaniu do znanych, co zwiększa niezawodność jego eksploatacji.

Konik może być zastosowany na operacjach toczenia, szlifowania oraz frezowania, odpowiednich kształtów wałków o małej sztywności w stanie sprężyście-odkształcalnym. Zaletą konika jest zwiększenie niezawodności jego działania w trakcie długotrwałej eksploatacji, osiągnięcie wysokiej dokładności regulowania i stabilizowania wielkości siły rozciągającej oraz zwiększenie dokładności obróbki części o małej sztywności. Konik ma konstrukcję znacznie prostszą w porównaniu do rozwiązań znanych.

Konstrukcja konika przedstawiona na rys. 7.16 różni się od rozpatrzonej wcześniej (rys. 7.15) tym, że w nim mechanizm rozciągania obrabianej części jest wykonany w postaci muskułu pneumatycznego firmy "FESTO" [153].

Mechanizm rozciągania wału jest wykonany w postaci stabilizatora 27, eliminującego możliwość obrotu muskułu pneumatycznego 28, umieszczonego wewnątrz sprężyny 29, korpusu 2 konika, i połączonego z cięgnem 5. Sprężyna 29 umożliwia powrót w położenie początkowe po wyłączeniu zasilania pneumatycznego przez przyłącze 30 adaptera 31.



Rys. 7.16. Konik z muskułem pneumatycznym

Konik obrabiarki działa analogicznie do wcześniej przedstawionego, a różnica polega na tym, że sprężone powietrze przez złączkę rurową 30 adaptera 31 jest podawane do muskułu pneumatycznego 28, umieszczonego wewnątrz sprężyny 29 korpusu 2. Cięgno 5 przez stabilizator 27, eliminujący możliwość obrotu, obciąża siłą rozciągającą tuleję 3 i ma miejsce ostateczne zamocowanie części 11 oraz obciążenie jej osiową siłą rozciągającą. co zwiększa sztywność układu technologicznego.

W procesie obróbki części o małej sztywności 11 jest regulowane ciśnienie czynnika roboczego, podawanego wewnątrz muskułu pneumatycznego 28 oraz jednocześnie jest regulowana i stabilizowana wartość siły rozciągającej, zarówno przy trybie pracy ustalonym jak i przejściowym. Efekt zastosowania tego rozwiązania konstrukcyjnego polega na tym, że eliminowane są ruchome mechanizmy i zwiększeniu ulega niezawodność działania urządzenia.

Do realizacji sposobu technologicznego sterowania dokładnością obróbki wałków sprężyście-odkształcalnych przy zginaniu wzdłużno-poprzecznym opracowano konstrukcję konika tokarki (mod. TPK – 125M), do obróbki wałów o małej sztywności, z napędem pneumatycznym – rys. 7.18.



Rys. 7.18. Konstrukcja konika tokarskiego z napędem pneumatycznym

Konik tokarki do obróbki wałków o małej sztywności, w skład którego wchodzi korpus 2, jest umiejscowiony na łożu 1 (rys. 7.18). Na korpusie 2 jest ustawiona, mająca możliwość obrotu na łożysku 3 (promieniowo-oporowym) i 4 (oporowym), tuleja 5. W tulei 5 umieszczono, posiadający możliwość przemieszczania osiowego, stożek zaciskowy 6, z jednej strony współdziałający z tuleją sprężynującą 7, a z drugiej – poprzez element oporowy w postaci kulki 8, z suwakiem 9. Suwak 9 jest w sposób sztywny połaczony z tłoczyskiem 10 siłownika zacisku części 11. Korpus 2 jest ustawiony na podstawie 14, ruchomej wzgledem łoża 1. Do korpusu 2 przymocowano siłownik 15 z tłoczyskiem 16, wyposażonym w zacisk 17 do ustalania korpusu 2, konika na łożu obrabiarki 1. Na podstawie 14 znajduje się siłownik 18, do ustalania podstawy 14 na łożu obrabiarki 1. Korpus 2 poprzez prowadnice cylindryczne 21 połączono z podstawą 14 i ma możliwość przemieszczania się w tulejach 22 względem podstawy 14 i łoża 1. Kanały 23-28 są przeznaczone do doprowadzania czynnika roboczego, do przestrzeni tłokowych odpowiednich siłowników. Sprężyna 29 służy do przemieszczania, po zdjęciu obciążenia, stożka zaciskowego 6, do położenia poczatkowego.

Urządzenie działa w następujący sposób. Wstępnie, w zależności od długości części, podstawa 14 jest ustawiana na łożu 1 obrabiarki. W tym celu czynnik roboczy jest podawany do odpowiedniej przestrzeni tłokowej siłownika 18, przy tym tłoczysko z zaciskiem 20 przemieszcza się do góry i zamocowuje podstawę 14, z siłownikiem 13, przemieszczania korpusu 2 i naprężenia części na łożu obrabiarki 1. Przez kanał 26 czynnik roboczy podawany jest do przestrzeni tłokowej siłownika 13, trzpień 12 przemieszcza korpus 2 względem podstawy 14 do wymaganego położenia na łożu 1.

Zastosowanie prowadnic cylindrycznych 21, symetrycznych z trzpieniem 12, zapewnia właściwe prowadzenie korpusu 2 na łożu 1. Czynnik roboczy kanałem 28 przepływa do przestrzeni tłokowej siłownika 15. Tłok przesuwa sie i przez tłoczysko 16 i przycisk 17 ustala korpus 2 z cylindrem 11 zacisku części na łożu 1. Część ustawiana jest w przedniej i tylnej tulei sprężynującej 7. Przez kanał 23 czynnik roboczy przepływa do przestrzeni tłokowej siłownika 11, suwak 9, na sztywno połaczony z tłoczyskiem 10, przemieszcza się do dołu i przez element oporowy, w postaci kulki 8, powoduje przesunięcie osiowe w lewo stożka zaciskowego 6, w obracającej się tulei 5, przy czym stożek zaciskowy 6, swoją częścią stożkową działa na tuleję sprężynującą 7, do zacisku cześci w tulei spreżynujacej. Po zaciśnieciu cześci w tulei spreżynujacej 7, czynnik roboczy przez kanał 27 przepływa do przestrzeni tłokowej siłownika 13, jednocześnie trzpień 12, razem z korpusem 2, przemieszcza się na prawo po łożu 1 i prowadnicach cylindrycznych 21, w tulejach 22, podstawy 14. Obrabiana część jest obciążana osiową siłą rozciągającą, ponieważ trzpień 12 jest połączony z korpusem 2, współosiowo z tuleją sprężynującą 7. Po obciążeniu części osiowa siła rozciągającą czynnik roboczy jest podawany kanałem 28, do przestrzeni tłokowej siłownika 15. Tłoczysko 16 z zaciskiem 17 przesuwa się do góry i zamocowuje korpus 2 na łożu 1, po czym następuje obróbka wałka. obróbki Po zakończeniu procesu czynnik roboczy jest podawany do odpowiednich przestrzeni tłokowych siłowników. Obciażenie jest zdejmowane i część uwalniana z zacisku. Wymiary konstrukcyjne konika umożliwiają przyłożenie siły rozciągającej do 2000 N

Konstrukcję konika tokarki EMCO Concept Turn 55, przeznaczonego do obróbki w stanie sprężyście-odkształcalnym dokładnych wałów o małej sztywności o niewielkich wymiarach, przedstawiono na rys. 7.19 [158].



Rys. 7.19. Konik tokarki z napędem elektromechanicznym

Konik obrabiarki składa się z korpusu 1, napędu elektromechanicznego 3 – z wysokomomentowym silnikiem prądu stałego i reduktorem; sprzęgła 5 i łożysk 14, 24. Na łożu tokarki jest zamocowany korpus 1 konika, w obudowie 2 znajduje się napęd elektromechaniczny 3 z wałkiem 4, który poprzez sprzęgło 5 z wieńcem uzębionym, jest połączony z wałkiem gwintowanym 6 i cięgnem 7. Wałek 6 umocowano wewnątrz obudowy 2, w łożysku 24. W rowek wpustowy cięgna 7 jest wkręcony wkręt 8. Cięgno 7 połączono z ruchomą tuleją 9, która przemieszcza się liniowo wewnątrz tulei 10. Tuleja 10 jest zamocowana na korpusie 1 śrubą 11 i nakrętką 12. W rowek wpustowy tulei 9 jest wkręcona śruba 13, wewnątrz tulei ruchomej 9, na łożysku promieniowo-oporowym 14, jest zamocowana tuleja 15. Łożysko 14 jest zabezpieczone z jednej strony podkładką 16 i śrubą 17, a z drugiej strony – pokrywą 18. W tulei 15 jest zamocowana tuleja 19, w której znajduje się tuleja zaciskowa 20, działająca poprzez podkładkę 21 i sprężynę 22. Na końcu tulei 19 znajduje się pokrywa gwintowana 23.

W zależności od długości obrabianego wału o małej sztywności, konik 1 jest odpowiednio ustawiany na łożu tokarki. Jeden koniec wału, obrabianego o małej sztywności jest mocowany w uchwycie obrabiarki, a drugi – jest umieszczany w tulei zaciskowej 20. Przy zakrecaniu pokrywy 23, tuleja zaciskowa 20 wsuwa się w tuleję 19, ściskając sprężynę 22. Napięcie zasilające na silniku elektrycznym 3, wprowadza w ruch obrotowy wał wyjściowy napędu elektromechanicznego 4 i przez sprzegło 5 oraz wał gwintowany 6, powoduje przesunięcie liniowe cięgna 7. Cięgno 7 przez tuleję 9, łożysko oporowe 14, tuleje 15, 19 przekazuje przemieszczenie liniowe na tuleję zaciskową 20, powodując wstępne obciążenia elementów konika, ściskając przy tym sprężynę 22. Obrabiany wałek jest wprawiany w ruch obrotowy przez uchwyt obrabiarki. Ruch ten przez wałek jest przekazywany na tuleję zaciskową 20 i obracającą się tuleję 19. Łożysko oporowe 14 oraz tuleja 9, jest zabezpieczona przed ruchem obrotowym śrubą 13, co daje tulei 9 tylko możliwość osiowego przemieszczania się. W trakcie obróbki jest podawane napięcie zasilające na silnik 3 napędu elektromechanicznego, przy tym obracający się wał wyjściowy 4, przez sprzegło 5, wał gwintowany 6, cięgno 7, tuleje 9, 15 i 19, tuleję zaciskową 20, obciąża obrabiany wałek o małej sztywności siła rozciągającą, co powoduje zwiększenie jego sztywności i zmniejszenie odkształceń sprężystych oraz zwiększenie dokładności obróbki. W procesie obróbki regulacja napięcia, na wejściu wysokomomentowego silnika prądu stałego napędu elektromechanicznego 3, umożliwia jednocześnie regulowanie i stabilizowanie siły rozciągającej, w stanach ustalonych i przejściowych. Do regulacji wielkości siły rozciągającej zastosowano czujniki kierunku i ilości obrotów, które wchodzą w skład układu sterowania automatycznego, działającego z konikiem obrabiarki. Po zakończeniu cyklu obróbki ma miejsce zmiana polarności, podawanego na silnik 3 napędu elektromechanicznego napięcia. Wał 4 zaczyna obracać się w kierunku przeciwnym i przez sprzegło 5, wał gwintowany 6 przesuwa cięgno 7, w przeciwnym kierunku, a następnie przez tuleję 9, łożysko oporowe 14,

tuleję 15 przekazuje przemieszczenie liniowe na tuleję 19, tym samym jest zdejmowane obciążenie siłą rozciągającą wałka o małej sztywności zamocowanego w tulei zaciskowej 20.

Przy odkręcaniu nakrętki 23, pod działaniem sprężyny 22, tuleja zaciskowa 20 przesuwa się w lewo wzdłuż osi tulei 18 i odmocowuje obrabiany wał o małej sztywności.

Konik charakteryzuje się dużą niezawodnością w trakcie długotrwałej eksploatacji, co umożliwia osiągnięcie wysokiej dokładności regulowania i stabilizacji wartości siły rozciągającej, przy obróbce miniaturowych, precyzyjnych elementów o małej sztywności.

Konstrukcję konika tokarki EMCO Concept Turn 55 z napędem pneumatycznym, przeznaczonego do obróbki dokładnych wałów o malej sztywności i niewielkich wymiarach w stanie sprężyście-odkształcalnym przedstawiono na rys. 7.20 [159].

Do korpusu 1 zamocowano, za pomocą śrub 2, podstawy 3, 4, przy czym w podstawie 4 jest zamontowany cylinder pneumatyczny 5 z króćcami 6, 7 do doprowadzania sprężonego powietrza do przestrzeni cylindrów. Trzpień 8, poprzez sprzęgło 9 i cięgno 10, jest połączony z ruchomą tuleją 11, z rowkiem wpustowym 23, umieszczoną wewnątrz nieruchomej tulei 12.

Na końcu cięgna 10 znajduje się sprężyna 13, a w tuleję 12 wkręcono śrubę 14, blokującą poprzez rowek wpustowy 23, ruch tulei 11. Wewnątrz tulei 11 na łożysku promieniowo-oporowym 15, zamocowano tuleję 16. Łożysko 15 jest zabezpieczone pokrywą 17. W tulei 16 jest zamocowana tuleja 18, w której znajduje się tuleja zaciskowa 19, działająca poprzez podkładkę 20 i sprężynę 21. Na końcu tulei 18 znajduje się gwintowana pokrywa 22.



Rys. 7.20. Konik tokarki EMCO Concept Turn 55 z napędem pneumatycznym

Konik obrabiarki działa w następujący sposób. W zależności od długości obrabianego wału o małej sztywności, konik 1 jest ustawiany na łożu tokarki. Jeden z końców obrabianego wału o małej sztywności jest mocowany w uchwycie obrabiarki, a drugi – w tulei zaciskowej 19. Przy zakręcaniu pokrywy 22, tuleja zaciskowa 19 wsuwa się w tuleję 18, ściskając sprężynę 20. Przestrzenie cylindra pneumatycznego 5 są otwarte, co pozwala na swobodne

przemieszczenie osiowe elementów konika w celu zamocowania wałka. Przez króciec 6, do przestrzeni cylindra 5, jest podawane sprężone powietrze w celu pierwotnego, wstępnego obciażenia elementów konika, przy tym spreżyna 13 jest ściskana. Obrabiany wałek jest wprawiany w ruch obrotowy przez uchwyt obrabiarki. Ten sam ruch przez wałek przekazywany jest na tuleję zaciskowa 19 i obracającą się tuleję 18. Łożysko oporowe 15 oraz tuleja 11 są zabezpieczone przed ruchem obrotowym śrubą 14, co daje możliwość tulei 11 tylko osiowego przemieszczania się. Przy dalszym podawaniu powietrza sprężonego przez króciec 6 do przestrzeni cylindra pneumatycznego 5 jest realizowane rozciąganie osiowe obrabianego wału o małej sztywności, przekazywane przez trzpień 8 cylindra 5, sprzegło 9, ciegno 10, ruchoma tuleie 11, tuleie 16, 18 i tuleie zaciskową 19. W ten sposób, obracający się obrabiany wałek o małej sztywności jest obciążony siła rozciągającą, która powoduje zwiększenie jego sztywności i zmniejszenie odkształceń sprężystych oraz zwiększenie dokładności obróbki. Po zakończeniu cyklu obróbki sprężone powietrze jest odprowadzane, z przestrzeni cylindra 5, przez króciec. Obciążenie elementów konika ulega zmniejszeniu.

Pod działaniem sprężyny 13, ruchoma tuleja 11 obraca się do położenia początkowego. Przy odkręcaniu nakrętki 22, pod działaniem sprężyny 21, tuleja zaciskowa 19 przesuwa się w lewo wzdłuż osi tulei 18 i odmocowanie obrabianego wału o małej sztywności.

Korzystnym skutkiem takiego rozwiązania jest prosta i zwarta konstrukcja konika, niski koszt ewentualnego wykonania i jego zastosowania przy produkcji wałów precyzyjnych o małej sztywności na obrabiarkach, z wykorzystaniem układów sterowania automatycznego i obrabiarek sterowanych numerycznie.

Konik o napędzie pneumatycznym, zamocowany na obrabiarce w procesie przeprowadzania badań, przedstawiono na rys. 7.21.



Rys. 7.21. Konik zamocowany na obrabiarce EMCO Concept Turn 55 w procesie obróbki części

W celu podwyższenia niezawodności technologicznej obróbki wałów sprężyście-odkształcalnych, w warunkach produkcji jednostkowej i małoseryjnej, opracowano kilka koników tokarki o prostej konstrukcji, z wykorzystaniem elementów sprężystych. Zastosowanie tego typu rozwiązań jest mało kosztowne i w zasadzie nie wymaga przebudowy tokarki. Przykładowe rozwiązanie pokazano na rys.7.22 [156].

Wałek o małej sztywności jest mocowany w uchwycie 21, przy zablokowanym, na łożu obrabiarki, korpusie 1. Przy pomocy pokrętła 3, śruba trapezowa 2 jest wprawiana w ruch obrotowy, przy tym śruba 2 jest wkręcana w nakrętkę 5. W wyniku, tuleja 4 przesuwa się w prawo, napinając sprężynę spiralną 6. Tuleja 4, w korpusie 1, ulega zablokowaniu. Siła wywierana przez sprężynę spiralną 6 jest przenoszona przez wałek 23, obudowę 10, łożysko oporowe 15, wałek 16 oraz uchwyt 21 na przedmiot obrabiany. Wałek 16 wraz z uchwytem 21 wykonują w trakcie obróbki ruch obrotowy, spowodowany przez obracający się przedmiot obrabiany.



Rys. 7.22. Budowa konika tokarki ze sprężynowym mechanizmem wywierania siły rozciągającej

Łożyska liniowe toczne 9 umożliwiają przemieszczenie obudowy 10, z wałkiem 23, względem tulei 4 bez luzu promieniowego. Na część obrabianą działa siła rozciągająca, wywołana ściśnięciem sprężyny spiralnej 6. Sztywność części zmniejsza odkształcenia sprężyste podczas obróbki, powodując zwiększenie dokładności obróbki.

Po zakończeniu procesu obróbki tuleja 4, w korpusie 1 jest odblokowywana, i w wyniku obrotu pokrętła 3, ze śrubą trapezową 2, przez nakrętkę 5 z tuleją 4, jest zwalniany nacisk sprężyny spiralnej 6. Zdejmowane jest obciążenie z obudowy 10, z wałkiem 23 i następuje zwolnienie części o małej sztywności oraz usunięcie jej z uchwytu 21.

Przykład konstrukcji konika obrabiarki, z wykorzystaniem sprężyn talerzowych, pokazano na rys 7.23. [157].



Rys. 7.23. Budowa konika tokarki wykorzystującego sprężyny talerzowe

W uchwycie 16 mocowano część obrabianą o małej sztywności. Korpus 1 konika na łożu obrabiarki ulega zablokowaniu. Przez pokrętło 3 śruba trapezowa 2 jest wprowadzana w ruch obrotowy – jest wkręcana w nakrętkę 5. Tuleja 4 przesuwa się w prawo, napinając sprężyny talerzowe 6 przez tuleję 7. Tuleja 4 ulega zablokowaniu w korpusie 1. Siła oddziaływania sprężyn talerzowych 6 jest przenoszona przez tuleję 4, łożysko oporowe 13, wałek 14, uchwyt 16, na przedmiot obrabiany. Wałek 14, wraz z uchwytem 16, wykonują w trakcie obróbki ruch obrotowy. Łożyska ślizgowe 9 i 10 umożliwiają przemieszczenie tulei 7 względem tulei 4 bez luzu promieniowego. Część obciążana jest siłą rozciągającą, wywołaną w wyniku ściśnięcia sprężyn talerzowych 6, co zwiększa sztywność części i zmniejsza jej odkształcenie sprężyste podczas obróbki oraz umożliwia zwiększenie dokładności obróbki.

Po zakończeniu procesu obróbki tuleja 4, w korpusie 1 jest odblokowywana i w wyniku obrotu pokrętła 3 ze śrubą trapezową 2, przez nakrętkę 5, z tuleją 4, jest zwalniany nacisk sprężyn 6. Przy tym zdejmowane jest obciążenie siłą rozciągającą tulei 7 i wałka 14, oraz następuje odmocowanie części o małej sztywności oraz jej usunięcie z uchwytu 16.

Do ważniejszych zalet konstrukcji z mechanizmem naciągu w postaci sprężyny można zaliczyć: prostą konstrukcję, małe koszty modernizacji konika, możliwość zastosowania go na dowolnej tokarce, posiadającej standardowy konik, łatwość obsługi, łatwość ustawienia siły rozciągającej przy zastosowaniu tradycyjnych sprężyn, brak sprężonego powietrza, łatwy montaż i demontaż na obrabiarce.

Widok urządzenia z rys. 7.23, zamontowanego na obrabiarce, pokazano na rys. 7.24.

Przy obróbce ściernej wałów o małej sztywności, przy szlifowaniu z posuwem wgłębnym wałów stopniowanych, szlifowaniu wielowypustów i szlifowaniu gwintów, mogą być zastosowane sposoby obróbki wałów o małej sztywności w stanie sprężyście-odkształcalnym, powstałym w wyniku działania siły rozciągającej. Urządzenia do realizacji takich technik obróbki pokazano na rys. 7.25 i rys. 7.26 [142].

Część 1 obrabiana ściernicą 2 obraca się przy pomocy chomątka 3 i jest ustawiona jednym końcem w kle 4 o tolerowanych częściach gwintowej i stożkowej. Kieł 4 jest posadowiony na kulkach 5 w tulei 6 korpusu wrzeciennika 7. Łożysko oporowe 8 ze sprężyną 9 i nakrętką regulacyjną 10 przyjmuje obciążenie osiowe. Drugi koniec części 1 jest ustawiony w kle konika 11 o tolerowanych częściach gwintowej i stożkowej. Kieł 11 ma możliwość obrotu na kulkach 12 w korpusie 13 konika, zamocowanego na łożu 14 obrabiarki. Chwyt kła obrotowego 11 poprzez nakrętkę 15 i łożysko oporowe 16 jest połączony z kołnierzem 17, do którego są przymocowane prowadnice 18, mające możliwość ruchu postępowego względem podstawy 19 membrany 20 i na sztywno są połączone z pokrywą 21.



Rys. 7.24. Konik tokarki do obróbki wałków sprężyście-odkształcalnych: a) w spoczynku bez obciążenia; b) w spoczynku z ustawioną siłą rozciągającą; c) widok stanowiska z zamocowanym walkiem o małej sztywności; d) urządzenie w czasie pracy; e) przykłady próbek



Rys. 7.25. Urządzenie do obróbki ściernej wałów o małej sztywności

Podstawa 19, membrana 20 i pokrywa 21 tworzą membranowy napęd siłowy. Sprężyny 22 i 23 są przeznaczone do wytworzenia napięcia łożyska 16 i powrotu kła 11 do położenia wyjściowego, przy zdjęciu obciążenia.

W urządzeniu na rys. 7.26 kieł tylny 24 jest wykonany z kołnierzem i umiejscowiony na kulkach 12 w korpusie 15 konika. W otworach osiowych korpusu 25 w tulejach 26 wykonanych z materiału dielektrycznego znajduje się zestaw elementów piezoceramicznych 27 i 28, przy czym elementy 27 są czujnikami osiowej siły rozciągającej, a elementy 28 – siłowymi wytwarzającymi siłę rozciągającą.



Rys. 7.26. Urządzenie z piezoelementami do obróbki wałów o małej sztywności

Kołnierz kła 24, przez pierścień łożyska oporowego 16, współdziała z siłowym elementem piezoceramicznym 28. Czujnik 27 jest połączony z przyrządem pomiarowym i układem sterowania, a siłowe elementy ze źródłem zasilania. W pokrywie 30 korpusu 25 znajduje się nakrętka 30, wytwarzająca napięcie w łożysku oporowym 16 przy pomocy sprężyny 31. W procesie działania czynnik roboczy jest podawany do przestrzeni siłowego napędu membranowego (rys. 7.25). Ciśnienie czynnika roboczego jest przekazywane na membranę 20, pokrywę 21, która przez prowadnice 18 przemieszcza kołnierz 17 w prawo, a następnie przez łożysko 16, nakrętkę 15 przekazuje osiową siłę rozciągającą na kieł 11 i część 1, zwiększając jej sztywność.

W urządzeniu na rys. 7.26 po tym, jak część 1 zaczyna się obracać, jest włączane zasilanie siłowych piezoceramicznych elementów 28, które wytwarzają osiową siłę rozciągającą. Siła rozciągająca jest przekazywana przez łożysko oporowe 16 na kołnierz kła obrotowego 24 i część 1 jest obciążana siłą rozciągającą. Z elementu 27 – czujnika osiowej siły rozciągającej jest zdejmowany sygnał, który jest rejestrowany przez przyrząd pomiarowy lub wykorzy-stywany w układzie sterowania adaptacyjnego do regulowania siły rozciągającej i sztywności części.

Wyniki badań eksperymentalnych charakterystyk dynamicznych układu, w trakcie których analizowano procesy przejściowe w układzie według oddziaływania sterowniczego i zakłócającego, dostatecznie dobrze odpowiadają uzyskanym w trakcie obliczeń analitycznych

W trakcie eksperymentów ustalono, że w przypadku części o średnicy d < 6 mm i stosunku długości do średnicy L/d > 20 odkształcenia sprężyste, przy toczeniu, z zastosowaniem układu sterowania automatycznego z oddziaływaniami sterowniczymi w postaci centralnie przykładanej siły rozciągającej, mogą być zmniejszone do 20 razy. W przypadku części o średnicy d > 6 mm bardziej racjonalne jest sterowania stanem sprężyście-odkształcalnym, w wyniku rozciągania mimośrodowego. Odkształcenia przy tym można zmniejszyć dwukrotnie w porównaniu do rozciągania osiowego. Przy szlifowaniu oscylacyjnym części o małej sztywności (d = 6 - 14 mm, L/d > 20), dodatkowe sterowanie momentem zginającym, powstającym w wyniku nieosiowego przyłożenia siły rozciągającej umożliwia zwiększenie dokładności kształtu części o rząd wielkości [141, 142].

Badania eksperymentalne układu sterowania automatycznego i układu adaptacyjnego obrabiarek skrawających do metali, z oddziaływaniem sterowniczym w postaci prędkości posuwu wzdłużnego pokazują, że największy efekt, z punktu widzenia zwiększenia charakterystyk dokładnościowych, można uzyskać przy zamknięciu układu bezpośrednio według wymiaru obrobionej części lub według wartości odkształceń sprężystych układu technologicznego według współrzędnej Y. Zastosowanie jako regulowanej zmiennej składowej stycznej siły skrawania, umożliwia przy obróbce części o zmiennym naddatku zwiększenie od 20 do 30% wydajności procesu technologicznego bez istotnego polepszenia wskaźników dokładnościowych. Analogiczny efekt jest uzyskiwany w przypadku pośredniego pomiaru zmiennych siłowych procesu skrawania, według mocy lub prądu silnika elektrycznego ruchu głównego, przy tym inercyjność w łańcuchu sprzężenia zwrotnego prowadzi do pogorszenia właściwości dynamicznych.

W przypadku tokarek i szlifierek przy ustabilizowanym procesie technologicznym, odpowiednie wskaźniki jakości sterowania odkształceniami sprężystymi układu technologicznego i zmiennymi siłowymi procesu technologicznego są uzyskiwane przy zastosowaniu zaproponowanych bazowych nastawień układu sterowania automatycznego.

Zasadnicze zwiększenie wskaźników jakości sterowania, w warunkach szerokiej zmiany parametrów układu dynamicznego, jest uzyskiwane w wyniku zastosowania opracowanej metody przedcyklowej adaptacji układu sterowania automatycznego na podstawie informacji technologicznej.

W celu zwiększenia dokładności obróbki części o małej sztywności najbardziej efektywne jest zastosowanie układów z oddziaływaniami sterowniczymi w postaci dodatkowych zmiennych siłowych. W szczególności, zastosowanie układów z oddziaływaniami sterowniczymi w postaci siły rozciągającej, przykładanej osiowo lub mimośrodowo względem osi części, umożliwia zwiększenie o rząd wielkości dokładności kształtu części w przekroju wzdłużnym.

Opracowano i przebadano środki technologiczne automatyzacji i sterowania dokładnością układów dynamicznych obróbki części w stanie sprężyścieodkształcalnym, przy zastosowaniu różnego rodzaju tłumików wibracji: ruchomych i nieruchomych oraz dźwigniowych.

Opracowano konstrukcje koników obrabiarek o napędzie: pneumatycznym, elektromagnetycznym i oscylacyjno-krokowym, urządzenia do rozciągania części, w trakcie toczenia i szlifowania oraz urządzenia, umożliwiające przyłożenie momentów gnących do części w podporach.

Określono funkcje, realizowane przez elementy zautomatyzowanego systemu projektowania procesów technologicznych jako modułu programowego systemu automatycznego projektowania "Części obrotowe", stosowanego do automatyzacji rozwiązań projektowych i rozszerzającego możliwości przy projektowaniu procesów technologicznych obróbki wałów o małej sztywności.

W celu zwiększenia efektywności działania podukładu programowego wprowadzono do niego bloki, umożliwiające dialog z użytkownikiem w procesie wykonywania obliczeń, uwzględniające charakterystyki statyczne i dynamiczne układów technologicznych. Zastosowanie modułów programowych umożliwia określenie wskaźników dokładnościowych i jakościowych procesu obróbki wałów o małej sztywności i wybór odpowiedniego wyposażenia oraz oprzyrządowania. Zastosowanie opracowanej metodologii i algorytmów pozwala zwiększyć efektywność projektowania, w wyniku polepszenia jakości rozwiązań projektowych i zwiększenia wydajności.

Opracowane zalecenia praktyczne, konstrukcje urządzeń, układów sterowania automatycznego i adaptacyjnego, oprzyrządowania technologicznego dają możliwość sterowania procesami szlifowania i toczenia, zwiększenia stopnia automatyzacji procesów technologicznych, co w rezultacie powoduje zwiększenie dokładności i wydajności obróbki wałów o małej sztywności.

## PODSUMOWANIE

W pracy zaprezentowano metodologię identyfikacji układów dynamicznych obróbki mechanicznej sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności. Opracowano układ równań i zbudowano uogólniony schemat strukturalny modelu matematycznego układu dynamicznego toczenia wałów, uwzględniające geometrię warstwy skrawanej, siły skrawania przy toczeniu, właściwości sprężyste układu technologicznego oraz proces kształtowania przekroju warstwy skrawanej. Proces kształtowania przekroju warstwy skrawanej uwzględnia zjawisko skrawania "po śladzie", polegające na tym, że składowe (grubość warstwy – h(t), szerokość warstwy – b(t)) przekroju warstwy skrawanej materiału zależą od położenia krawędzi skrawającej narzędzia nie tylko w bieżącym momencie t, lecz również w poprzednim obrocie  $(t - \tau)$ .

Modele matematyczne układu dynamicznego uogólniony i szczegółowe wzdłużnego toczenia sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności, uwzględniają różne warianty aproksymacji funkcji  $e^{-s\tau}$  i wpływ geometrii narzędzia skrawającego  $K_{\kappa_r} \neq 0$  i  $K_{\kappa_r} = 0$  ( $\kappa_r = 90^\circ$  – zalecany przy obróbce wałów o małej sztywności). Parametry modeli matematycznych, podobnie jak w przypadku sterowania posuwem wzdłużnym, podlegają dużej zmienności. Stałe czasowe obiektu sterowania zmieniają się przede wszystkim w wyniku zmiany czasu opóźnienia  $\tau$ , a największy wpływ na wartość współczynników oddziaływania ma zmiana punktu przyłożenia siły skrawania wzdłuż części  $x_0$ ; wpływ ten w sposób oczywisty wynika z zależności do określenia współczynników  $K_e, K_{F_{dod,i}}, K_{M_i}, K_{M_{skr}}$ .

Przeprowadzone badania modeli matematycznych układu dynamicznego, przy szlifowaniu zewnetrznym oscylacyjnym i wgłebnym spreżyścieodkształcalnych wałów o małej sztywności świadczą o tym, że parametry modelu matematycznego szlifowania wzdłużnego, w trakcie cyklu obróbki części, podlegają zmianom w szerokim zakresie. Uwarunkowane jest to, przede wszystkim zmiana współczynników oddziaływania w funkcji przyłożenia siły skrawania, analogicznie jak w przypadku procesu toczenia wzdłużnego. szlifowania wgłebnego, zmienność parametrów W procesach modelu matematycznego, w ciągu cyklu obróbki, jest znacznie mniejsza i może być spowodowana zmianą właściwości ściernicy oraz twardości obrabianego Wskazane okoliczności powinny być uwzględniane materiału. przy rozpatrywaniu stabilności układu sterowania automatycznego stanem sprężyście-odkształcalnym części o małej sztywności.

Przy analizowanych siłowych oddziaływaniach sterujących na układ dynamiczny, inercyjność obiektu sterowania jest znacząco niższa, niż przy sterowaniu według kanału posuwu. W automatycznych układach sterowania stanem sprężyście-odkształcalnym wałów o małej sztywności przy szlifowaniu, mogą być więc osiągnięte wysokie wskaźniki jakości sterowania, co umożliwia uzyskanie wysokiej dokładności obróbki części w przekrojach wzdłużnym i poprzecznym. W wyniku dużego zakresu zmienności parametrów układu sterowania, charakterystycznych zarówno w przypadku procesu toczenia jak również szlifowania części, wysokie wskaźniki jakości regulacji, przy parametrach ustabilizowanych i przejściowych mogą być uzyskane, w zasadzie, tylko przy zastosowaniu adaptacyjnych metod sterowania. Duża zmienność parametrów układu sterowania wymusza, stosownie do sterowania układami dynamicznymi układów samodostrajających się, umożliwiających uzyskanie w porównaniu z poszukującymi, szybkości działania oraz wiekszej. porównywalnej do procesów przejściowych szybkości procesu adaptacji według współrzędnej regulowanej.

Jak wynika z przeprowadzonych badań, struktury modeli matematycznych układów dynamicznych obróbki wałów o małej sztywności, przy sterowaniu ich stanem sprężyście-odkształcalnym, obok ogniw inercyjnych, charakterystycznych w przypadku modeli matematycznych sterowania według kanału posuwu, zawierają również człony przeciążeniowe. Występowanie członów przeciążeniowych w transmitancjach operatorowych modelu matematycznego zmniejsza inercyjność obiektu sterowania według kanałów sterowania dodatkowymi oddziaływaniami siłowymi. Na przykład, przy zbliżonych wartościach stałych czasowych licznika i mianownika, co ma miejsce dosyć często, właściwości modelu obiektu sterowania przybliżają się do właściwości członu bezinercyjnego o współczynniku oddziaływania  $K_0$ .

Badania teoretyczne i eksperymentalne charakterystyk czasowych obiektu według kanału dodatkowych oddziaływań siłowych potwierdzają, że przy sterowaniu stanem sprężyście-odkształcalnym układu technologicznego jego właściwości można w przybliżeniu przedstawić członem proporcjonalnym. Uproszczenie takie można przyjąć tylko w przypadku, kiedy jest rozpatrywany zakres częstotliwości "niskich" i "średnich", przy których nie przejawiają się właściwości dynamiczne procesu skrawania i układu sprężystego. Stałe czasowe układu sprężystego i procesu powstawania wiórów, określające zakres częstotliwości "średnich", są rzędu 0,003–0,005 s. Stałe czasowe elementów wykonawczych, stosowanych przy budowie układów automatycznego sterowania stanem sprężyście-odkształcalnym części, w zasadzie, o rząd wielkości przewyższają te wartości. Zakres istotnych częstotliwości, w przypadku układu sterowania automatycznego, jest określany proporcjonalnością elementu wykonawczego i leży na lewo od zakresu częstotliwości, który określają charakterystyki dynamiczne rozpatrywanego obiektu.

Rozkład w szereg Pade funkcji wykładniczej  $e^{-st}$  umożliwia przedstawienie uzyskanych modeli matematycznych procesów toczenia i szlifowania sprężyście-odkształcalnych wałów o małej sztywności transmitancjami operatorowymi typowych członów dynamicznych.

Przeprowadzono analizę systemową modeli matematycznych układów dynamicznych obróbki sprężyście-odkształcalnych części o małej sztywności. Takie ujęcie umożliwia również podział modeli matematycznych układów dynamicznych – obiektów sterowania według jakości i ilości informacji, założonej w modelu matematycznym oraz usystematyzowanie działań przy projektowaniu i przygotowaniu procesów technologicznych, opracowaniu systemu projektowania automatycznego procesów technologicznych, a także – układów sterowania automatycznego i adaptacyjnego.

W przypadku zakłócenia, w postaci funkcji ekspotencjalno-cosinusowej, przy przyjętym modelu cząstkowym obiektu, regulator optymalny jest typowym regulatorem proporcjonalnym, którego współczynnik oddziaływania jest określany przez poziom ograniczenia na oddziaływanie sterownicze.

Przeprowadzona, z wykorzystaniem metodologii IDEF0, dekompozycja bloku funkcjonalnego odzwierciedlająca strukturę hierarchiczną modeli układu technologicznego umożliwiła zbadanie parametrów i charakterystyk procesu obróbki części osiowosymetrycznych o małej sztywności, a także opracowanie modeli matematycznych funkcjonowania, stanu energetycznego i algorytmów optymalnego sterowania układami technologicznymi obróbki mechanicznej części o małej sztywności.

Na bazie modeli procesu technologicznego kształtowania części osiowosymetrycznych o małej sztywności, opracowano optymalne sterowanie funkcjonowaniem układu, według określonych warunków przy korekcie stanu energetycznego. Na podstawie modeli matematycznych wyznaczono optymalne wartości procesów przejściowych, a także parametrów funkcjonalnych, konstrukcyjno-technologicznych i geometrycznych obrabianego wału i układu technologicznego.

Opracowano układ sterowania automatycznego dokładnością obróbki wałów sprężyście-odkształcalnych o małej sztywności. Realizacja techniczna układu umożliwia uzyskanie właściwości regulatora proporcjonalno-całkującego, wysokiej dokładności stabilizacji wartości siły rozciągającej, wysokiej szybkości działania, a w wyniku wysokiej dokładności kształtu, wymiarów i jakości powierzchni obrabianych wałów o małej sztywności.

Zastosowanie opracowanych koników umożliwia, z wysoką dokładnością, regulowanie i stabilizowanie wartości siły rozciągającej oraz zwiększenie dokładności obróbki części o małej sztywności. Konstrukcje koników przy tym ulegają istotnemu uproszczeniu w porównaniu do znanych rozwiązań.

Wyniki badań eksperymentalnych charakterystyk dynamicznych układu, w trakcie których analizowano procesy przejściowe w układzie według oddziaływań sterowniczego i zakłócającego, dostatecznie dobrze odpowiadają uzyskanym w trakcie obliczeń.

W trakcie eksperymentów ustalono, że w przypadku części o średnicach d < 6 mm i stosunku długości do średnicy L/d > 20 odkształcenia sprężyste przy toczeniu, z zastosowaniem układu sterowania automatycznego i oddziaływaniu sterowniczym w postaci siły rozciągającej, przykładanej osiowo, moga ulec zmniejszeniu do 20 razy. W przypadku części o średnicy d > 6mm bardziej racjonalne jest sterowanie sprężyście-odkształcalnym stanem części przy rozciąganiu nieosiowym; odkształcenia przy tym mogą ulec 2-krotnemu zmniejszeniu w porównaniu do rozciągania osiowego (centralnego). szlifowaniu oscylacyjnym części małei sztywności Przv 0 (d=6-14 mm, L/d > 20), w wyniku dodatkowego sterowania momentem zginającym, powstającym w przypadku nieosiowego przyłożenia siły rozciągającej, dokładność kształtu części ulega zwiększeniu o rząd wielkości.

Przeprowadzona na bazie metodologii *IDEF0* dekompozycja bloku funkcjonalnego, odzwierciedlająca strukturę hierarchiczną modeli układu technologicznego, umożliwiła zbadanie parametrów i charakterystyk procesu obróbki części osiowosymetrycznych o małej sztywności, a także opracowanie modeli matematycznych funkcjonowania, stanu energetycznego oraz algorytmów optymalnego sterowania układami technologicznymi obróbki mechanicznej części o małej sztywności

Na podstawie modeli procesu technologicznego kształtowania części osiowosymetrycznych o małej sztywności opracowano optymalne sterowanie układem, zgodnie z warunkami, określonymi przy zastosowaniu korekty stanu energetycznego. Obliczenia numeryczne modeli matematycznych umożliwiły określenie optymalnych wartości procesów przejściowych oraz parametrów funkcjonalnych, konstrukcyjno-technologicznych i geometrycznych obrabianego wału i układu technologicznego.

## Literatura

- Абакумов А. М., Видманов Ю. И., Михелькевич В. Н. Алгоритмизация процесса продольного точения. Станки и инструмент, N9/1972, с. 29–31.
- [2] Abakumov A. M., Taranenko W., Zubrzycki J., Taranenko G. Identyfikacja i sterowanie układem dynamicznym obróbki skrawaniem. Wyd. LTN. Lublin, 2014, 218 s.
- [3] Абакумов А. М., Видманов Ю. И., Михелькевич В. Н. Обобщеная математическая модель технологического процесса продольного точения. Алгоритмизация и автоматизация технологических процессов и промышленных установок. Куйбышев: Межвуз. сб. научн. тр. Вып. 4, 1973, с. 3–8.
- [4] Абакумов А. М., Воронин П. А., Денкевиц В. А. и др. Идентификация процесса продольного точения. Алгоритмизация и автоматизация технологических процессов и промышленных установок: Куйбышев: Межвуз. сб. научн. тр. Вып. 5, 1974, с. 28–34.
- [5] Абакумов А. М., Тараненко В. А. Динамические свойства упругой системы при управлении упругодеформированным состоянием деталей малой жесткости. Динамика станочных систем и гибких автоматизированных производств: Тезисы докл. 3-ей Всесоюзной науч.-техн. конф. Тольятти, 1988, с. 334–335.
- [6] Абакумов А. М., Тараненко В. А. Математическая модель процесса точения деталей малой жесткости. Идентификация и автоматизация технологических процессов в машиностроении: Куйбышев: Сб. науч. тр., 1988, с. 67–69.
- [7] Абакумов А. М. Аппроксимированные математические модели технологических процессов механической обработки. Оптимизация производственных процессов. Севастополь: Науч.-техн. сб. Вып.2, 1994, с. 156–160.
- [8] Абакумов А. М., Видманов Ю. И., Третьяк В. Е. О достижимом качестве управления процессом продольного точения. Алгоритмизация и автоматизация технологических процессов и промышленных установок. Куйбышев: Межвуз. сб. научн. тр. Вып. 5, 1974, с. 20–24.
- [9] Abakumow A. M., Kosatenko N. E., Taranenko W. A. Approksymizowanye matematyczeskie modeli technologiczeskiego processa prodolnogo toczenia. Optymizacja proizwodstwennych processow: Wyp. 1. Sb. naucz. Tp. Sewastopol: Sewastop. gos. techn. un-t, 1999, s. 79–81.
- [10] Abakumov A., Taranenko V., Zubrzycki J. Modeling of characte-ristics of dynamic system of turning process for axial-symmetric shafts. V-Th International Congress "Mechanical Engineering Technologies 06" (MT''06). Varna, Bulgaria, 2006. Proceedings. Section III. S.76–78.
- [11] Abakumow A., Taranenko W., Zubrzycki J. Moduły programowe dla badania charakterystyk układu dynamicznego procesu skrawania. Rzeszów: Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej NR 230 Mechanika, z. 67 – Modułowe Technologie i Konstrukcje w Budowie Maszyn, 2006, s. 99–109.
- [12] Абакумов А. М., Тараненко В. А., Чахор Г. Обоснование критерия оптимизации адаптивного управления металлорежущими станками при детерминированных возмущениях. Материалы Международной научнотехнической конференции: Автоматизация: проблемы, идеи, решения. Севастополь, 2002, с. 11–16.
- [13] Абакумов А. М., Тараненко В. А., Чахор Г. Настройка адаптивной САУ динамической системой токарного станка. 8<sup>th</sup> International Conference Technology, 2003, Bratislava, Slovakia.

- [14] Abakumov A., Taranenko V., Zubrzycki J. Wolos D. Controlling the dynamical system of machine tools by elastic-deformable shafts machining. Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сборник научных трудов. Выпуск 32. Донецк: ДонНТУ, 2006, с. 272–278.
- [15] Абакумов А., Тараненко В. Моделирование динамических систем механического оборудования. Monografia: Informacyjne aspekty zarządzania i sterowania produkcją. Pod redakcją Antoniego Świcia. Lublin: Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Lubelskiej, 2005, s. 147–151.
- [16] Абдуллаев Н. Д., Петров Ю. П. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов. Л.: Энергоатомиздат, 1985, 240 с.
- [17] Адаптивное управление станками. Под ред. Б. С. Балакшина. М.: Машиностроение, 1973, 688 с.
- [18] Адаптивное управление технологическими процессами. Соломенцев Ю. М., Митрофанов В. Г., Протопопов С. П. и др. М.: Машиностроение, 1980, 536 с.
- [19] Adaptive control calls the shots in aerospace work. American Machinist. №22, 1971, 26 p.
- [20] Albrecht P. Dynamics of the Metal-Cutting Process. Trans. Of ASME, 1965, ser. B, vol. 87, No 4, s. 429–446.
- [21] Aleksenko A. G., Golicyn A. A., Ivannikov A. D. Projektirovanije radioelektronnoj apparatury na mikroprocesorah: Programirovanije, tipovye reshenija, metody otladki. M.: Radio i cvjaz', 1984, 272 s.
- [22] Азимов Б. М., Сулюкова Л. Ф., Рузикулов А. Р. Комплекс программных средств диагностирования и управления компонентами сложных технологических систем в процессе формообразования деталей на основе IDEF методологии. Государственное патентное ведомство республики Узбекистан. Удостоверение № DGU 20080111. Решение об официальной регистрации программ для ЭВМ, 2008.
- [23] A. s. nr 335668 SSSR, MKI<sup>3</sup> G05 B 13/02. Ustrojstvo dlja programnogo upravlenija podachej shlifovalnogo Stanka. A. M. Abakumov, V. N. Mihielkievich, V. V. Prjanichnikov i dr. Opubl. 11.04.72, Biul. №13, 2 s.
- [24] A. s. nr 419847 SSSR, MKI<sup>3</sup> G05 B 13/02, G05 B 19/02. Samonastraivajushchajasja sistema upravlenija prodolnoj podachej tokarnogo stanka. A. M. Abakumov, Ju. I. Vidmanov, W. G. Kuperman, V. V. Prjanichnikov i dr. Opubl. 15.03.74, Bjul. Nr 10, 3 s.
- [25] A. s. nr 406664 SSSR, MKI<sup>3</sup> B23 B 7/00, G05 B 11/01. Ustrojstvo dlja avtomaticheskogo upravlenija prodolnoj podachej tokarnogo stanka / A. M. Abakumov, Ju. I. Vidmanov, V. I. Pavlov i dr. Opubl. 21.11.73, Bjul. Nr 46, 2 s.
- [26] A. s. nr 419848 SSSR, MKI<sup>3</sup> G05 B 13/02, G05 B 19/02. Samonastraivajushchajasja sistema avtomaticeskogo upravlenija uprugimi peremeshchenijami tokarnogo stanka. A. M. Abakumov, V. N. Mihielkievich, Ju. A. Chabanov i dr. Opubl. 15.03.74, Biul. Nr 10, 3 s.
- [27] A. s. Nr 475220 SSSR, MKI<sup>3</sup> B23 B 26/06, G23 q 5/00. Adaptivnaja sistema upravlenija tokarnym stankom. A. M. Abakumov, Ju. I. Vidmanov, V. A. Denkievic i dr. Opubl. 30.06.75, Biul. №24, 2 s.
- [28] A. s. № 1730538 SSSR, MKI<sup>3</sup> G01 B 21/02. Ustrojstvo dlja izmierenija cmeshchenija kromki neprozrachnogo objekta. A. M. Abakumov, S. B. Bakuljev, V. Ju. Mishin i dr. Opubl. 30.04.92, №16, 5 s.
- [29] Базров Б. М. Технологические основы проектирования самоподнастраивающихся станков. М.: Машиностроение, 1978, 216 с.

- [30] Беляков В. И. Исследование и разработка методов проектирования специализированных систем автоматического регулирования процессами продольного точения: Автореферат дисс. канд. техн. наук: 05.13.07. М.: 1984, 16 с.
- [31] Бессекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975, 768 с.
- [32] Бугла М., Тараненко В. А. Моделирование динамических характеристик процесса точения. Тезисы докладов международной студенческой научнотехнической конференции. Севастополь, 2002, с. 29–30.
- [33] Cardi A. A, Firpi H. A, Bement M. T, Liang S. Y. Workpiece dynamic analysis and prediction during chatter of turning process. Mechanical Systems and Signal Processing 22: 2008, p.1481–1494.
- [34] Charczenko A., Świć A., Taranenko W.: Obrabiarki i urządzenia technologiczne w produkcji elastycznej. Lublin: Politechnika Lubelska, 2011, 301 s.
- [35] Choroszy B. Technologia Maszyn. Wrocław: Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, 2000.
- [36] Chernov E. A., Kuzmin V. P. Komplektnyje elektroprivody stankov ChPU. Gorkiy: Volgo-Vyatskoye kn. izd. – vo, 1989, 320 s.
- [37] Чабанов Ю. А. Идентификация и исследование достижимого качества управления процессом врезного шлифования. Автореферат дисс. канд. техн. наук: 05.09.03. Ленинград: 1978, 22 с.
- [38] Czachor G., Taranenko W. Uproszczone modele matematyczne układu dynamicznego procesu obróbki toczeniem. Acta Mechanca Slovaca. Journal published by Fakulty of Mechanical Engineering, Kośice: Technical University, 3/2003.ROĆNIK 7, s.201–210.
- [39] Czachor G., Grzesik W., Taranenko W. An intelligent multilevel adaptive control algorithm for metal cutting process. Annals of DAAAM for 2002 & PRO-CEEDIGS of the 13 th International DAAAM Symposium "Intelligent Manufacturing & Automation: Learning From Nature". Vienna, Austria, European Union, p. 123–124.
- [40] Чахор Г., Абакумов А., Тараненко В. Выбор алгоритмов управления динамической системой металлорежущих станков. Сборник трудов IX Международной Научно-Технической Конференции "Машиностроение и Техносфера XXI Века" Том 3. Севастополь-Донецк, 2002, с. 151–157.
- [41] Das M. K., Tobias S. A. The Relation between the Static and the Dynamic Cutting of Metals. Int. Journ of. Mach. Tool Des Res., 1967, nr 2, s. 63–89.
- [42] Doi S., Kato S. Shatter Vibration of Lathe Tools. Transaction of ASME, V. 73, №5, 1956.
- [43] Драчев О. И., Тараненко В. А. Экспериментальное исследование структуры модели упругой системы станка. Харьков: Вестник ХПИ, сер. Машиностроение. Вып.14, № 208, 1984, с.18–21.
- [44] Драчев О. И. Технология изготовления маложестких осесим-метричных деталей. Санкт-Петербург: Издательство Политехника, 2005, 289 с.
- [45] Draczew O., Taranenko W. Technologia modułowa wytwarzania osiowosymetrycznych wałów długowymiarowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr 230 Mechanika, z. 67: Modułowe Technologie i Konstrukcje w Budowie Maszyn, Rzeszów 2006, s. 47–50.
- [46] Драчев О. И., Тараненко, Г. В., Тараненко В. А. Экспериментальные исследования стабилизации оси маложесткой детали при использовании самоцентрирующих люнетов. Технологии и Техника Автоматизации. Сборник трудов международной научно-технической конференции, посвященной 75-летию ГИУА в г. Ереване. Ереван: ГИУА, 2008, с. 57–61.

- [47] Драчев А. О., Расторгуев Д. А., Тараненко Г. В., Тараненко В. А., Свиць А. Исследование динамической системы токарной обработки нежестких валов. Прогрессивные Технологии и Системы Машиностроения: Международный сборник науч-ных трудов. Выпуск 38. Донецк: ДонНТУ, 2009, с. 208–218.
- [48] Дружинский И. А. Механические цепи. Л.: Машиностроение, 1977, 238 с.
- [49] Эльясберг М. Е. К теории и расчету устойчивости процесса резания металлов на станках. Станки и инструмент, №11, с. 6–11; №12 с.1–6, 1972.
- [50] Эльясберг М. Е., Савинов И. А. Экспериментальное определение параметров обрабатываемого материала, влияющих на устойчивость против автоколебаний. Станки и инструмент, № 12, 1979, с. 23–29.
- [51] Эрмер В. Использование байесовой модели при оптимизации экономики механической обработки методами адаптивного управления. Теоретические основы инженерных расчетов. Сер. В. № 3. М.: 1970, с .67–70.
- [52] Физические основы процесса резания металлов. Под ред. А. А. Остафьева. Киев: Вища школа, 1976, 136 с.
- [53] Фрер Ф., Ортенбургер Ф. Введение в электронную технику регулирования. М.: Энергия, 1973, 423 с.
- [54] Галицков С. Я. Динамика электромеханических систем прецизионных станков и роботов. Куйбышев. политехн. ин-т. Учебное пособие, 1989, 109 с.
- [55] Глушко В. В., Бутенко Ю. П., Верховод А. В. Синтез адаптивных систем управления процессами резания на ЭВМ. Станки и инструмент. № 10, 1977, с. 6–7.
- [56] Грановский Г. И., Грановский В. Г. Резание металлов. М.: Высшая школа, 1985, 304 с.
- [57] Grasso V., Noto La Diega S., Passannanti A. Dynamic Cutting Coefficients in Three – Dimensional Cutting. Int. Journ. of Mach. Tool Des. and Res., 1980), vol. 20, s. 235–249.
- [58] Grzesik W. Podstawy skrawania materiałów metalowych. Warszawa: WNT, 1998, 382 s.
- [59] Hahn R. S. On Theory of regenerative chatter in precissions griding operations. Trans. ASME, 76 (1954), s. 593.
- [60] Hassui A., Diniz A.E.: Correlating surface roughness and vibration on plunge cylindrical grinding of steel. International Journal of Machine Tools & Manufacture 43, 2003, p. 855–862.
- [61] Ивович В.А. Переходные матрицы в динамике упругих систем. М.: Машиностроение, 1969, 199 с.
- [62] Jemielniak K. Analityczno doświadczalny model dynamicznej charakterystyki procesu skrawania przy toczeniu nieswobodnym, Warszawa: Prace Naukowe Pol. Warsz., ser. Mechanika, zeszyt 126, 1990.
- [63] Jemielniak K. Budowa analitycznych modeli procesu skrawania. Wrocław: Prace Naukowe ITBM Politechniki Wrocławskiej, 18 (1977), s. 174–178.
- [64] Kaminskaja V. V., Kusznir E. F. Dinamiczeskaja charakteristika processa rezanija pri slivnom strużkoobrazowanii. Stanki i instrument. №5, 1979, s. 27–34.
- [65] Knight W. A. Aplication of the Universal Machinability Chart to the production of Machine Tool Stability. Int. J. Mach. Tool Des Res., 8 (1968), s. 1–2.
- [66] Knight W. A., Tobias S.A. Torsional Vibrations and Machine-Tool Stability. 10-th Ins. M.T.D.R. Conf., MS. 31 (1969).
- [67] Кочербургер Р. Д. Методы самонастройки систем управления при больших изменениях коэффициента усиления. Труды 2-го международного конгресса Международной Федерации по автоматическому управлении. Дискретные и самонастраивающиеся системы. М.: 1965, с.126–137.

- [68] Konig W. Depiereux W.R. Wie lassen sich Vorschub und Schnittgeschwindigkeft optimiren. Industrie-Anzeiger. № 61, 1969, s. 34–38.
- [69] Корытин А. М., Шапарев Н. К. Оптимизация управления металлорежущими станками. М.: Машиностроение, 1874, 200 с.
- [70] Кроль О. С. Использование программной среды Matlab при моделировании процесса продольного точения. Станки и инструмент. №4, 1995, с.32–34.
- [71] Кудинов В. К. Динамика станков. М.: Машиностроение, 1967, 359 с.
- [72] Kudinov V. A. Dinamićeskaja charakteristika processa rezanija, Stanki i instrument, nr 10, 1963, s. 1–7.
- [73] Kupt F. H., Armin W. Adaptive Prozesfuhrung beim Annenschleifen mit digitalen Regelungen. VDA: Zeitschrit, №12, 1992, s. 64, 108.
- [74] Курган В. П. Разработка и исследование электромеханических систем автоматического управления рабочими движениями круглошлифовального станка: Автореферат дисс. канд.техн.наук: 05.09.03. Ленинград: 1983, 24 с.
- [75] Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976, 184 с.
- [76] Лазарев Г. С. Автоколебания при резании металлов. М.: Высшая школа, 1971, 244 с.
- [77] Levchenko A., Taranenko V. Identification and automation of deep-hole drilling. Proc. 2-nd Int. conf.: Measuring and machining of sculptured surfaces. Kraków, 2000, pp. 149–155.
- [78] Litak G, Rusinek R, Teter A Nonlinear analysis of experimental time series of a straight turning process. Meccanica 39: 2004, p. 105–112.
- [79] Лютов А. Г. Синтез системы управления процессом резания с использованием модифицированного интегрального критерия качества: Автореферат дисс. канд. техн. наук: 05.13.07. Уфа, 1994, 22 с.
- [80] Макаров А. Д. Оптимизация процессов резания. М.: Машиностроение, 1976, 631 с.
- [81] Маслов Е. Н. Теория шлифования металлов. М.: Машиностроение, 1974, 320 с.
- [82] Мейстель А. М., Найдис В. А., Танкунас Р. Ю. Выбор системы для автоматического перехода с быстрой подачи на рабочую в шлифовальных станках. Станки и инструмент. № 10, 1972, с. 12–16.
- [83] Михелькевич В. Н. Автоматическое управление шлифованием. М.: Машиностроение, 1975, 304 с.
- [84] Муминов Н. А., Митрофанов В. Г. Адаптивное управление технологическими процессами в машиностроении. Ташкент: Фан, 1976, 174 с.
- [85] Nigm M. M., Sadek M. M., Tobias S. A. Prediction of Dynamic Cutting Coefficients from steady State Cutting data. 13-th Int. M.T.D.R. Conf., (1972) s. 3.
- [86] Nigm M. M., Sadek M. M., Tobias S. A. Dimensional Analysis of the Steady. State orthogonal Cutting Process. Int. J. Mach. Tool Des Res., 17 (1977), s. 1.
- [87] Никитин Б. Б. Расчет динамических характеристик металлорежущих станков. М.: Машгиз, 1962, 112 с.
- [88] Oczoś E. Postęp w obróbce skrawaniem I. Obróbka z dużymi prędkościami (High Speed Mashining), Mechanik. Nr 3, 1998, s. 109–124.
- [89] Oczoś E., Porzycki J. Szlifowanie. Warszawa: WTN, 1986.
- [90] Олейников В. А., Зотов Н. С., Пришвин А. М. Основы оптимального и экстремального управления. М.: Высшая школа, 1969, 296 с.
- [91] Opitz H., Bernardi F. Investigation and calculation of the cater behavior of lathes and milling machines. Ann. CJRP. № 2, 1970.

- [92] Opitz H.: Adaptive control fundamental principles for numerical optimization of cutting condition. International conference of manufacturing technology. Michigan, 1967.
- [93] Орликов М. Л. Динамика станков. К.: Выща школа, 1989, 272 с.
- [94] Qiang LZ Finite difference calculations of the deformations of multi-diameter workpieces during turning. J Mat Process Technol 98: 2000, p. 310–316.
- [95] Палагнюк Г. Г. Многофункциональная диагностика и управление процессом механической обработки. Автореферат дисс. докт. техн. наук:05. 03.01. Ростов-на-Дону, 1994, 46 с.
- [96] Palica J., Szabelski J., Taranenko G., Taranenko W. Modelowanie charakterystyk układów dynamicznych obróbki wałów o małej sztywności. W: Podstawy informatyczne w organizacji produkcji. Red. Wiktor Taranenko, Lublin: Wyd. LTN, 2009, s. 124–134.
- [97] Палк К. И. Системы управления механической обработкой на станках. Л.: Машиностроение, 1984, 215 с.
- [98] Палк К. И., Кардиналова О. К. Параметрические колебания в адаптивных системах управления обработкой на станках. Станки и инструмент. № 12, 1990, с. 22–23.
- [99] Патент РФ RU № 2130360 С1. Способ механической обработки нежестких осесимметричных деталей и устройство для его реализации. В23В 23/00, В23Q 15/00. Абакумов А. М., Тараненко В. А., Тараненко Г. В. Бюл. № 14, 1999.
- [100] Патент РФ RU № 2162770 С2. Задняя бабка токарного станка. МКИ В23В 23/00. Абакумов А. М., Тараненко В. А., Тараненко Г. В. Бюлл. № 4, 2001.
- [101] Peters J., Vanherck P. Machine Tool Stability Test and Incremental Stiffnes.. CIRP Annales, 17 (1969), s. 225.
- [102] Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления. Л.: Энергия, 1977, 304 с.
- [103] Петров Ю. П. Синтез оптимальных систем управления при неполностью известных возмущающих силах. Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1987, 292 с.
- [104] Polacek M. Stabilitat von erkzeugmaschinen.Werkstatt und Betrieb, 103 (1970), s. 657.
- [105] Praca zbiorowa: Poradnik inżyniera. Obróbka skrawaniem. Tom I. Warszawa: WNT, 1991.
- [106] Райбман Н. С., Чадеев В. М. Построение моделей процессов производства. М.: Энергия, 1975, 304 с.
- [107] Раппопорт Н. Т. Системы подчиненного регулирования электроприводов постоянного тока. Куйбышев, 1985, 56 с.
- [108] Ratchev S, Liu S, Huang W, Becker A A. Milling error prediction and compensation in machining of low-rigidity parts. International Journal of Machine Tools and Manufacture. 15(44), 2004, p. 1629–1641.
- [109] Ratchev S, Liu S, Huang W, Becker A A. A flexible force model for end milling of low-rigidity parts. Journal of Materials Processing Technology. Proceedings of the International Conference in Advances in Materials and Processing Technologies. 153–154, 2004; p. 134–138.
- [110] Растригин Л. А., Маджаров Н. Е. Введение в идентификацию объектов управления. М.: Энергия, 1977, 215 с.
- [111] Ратмиров В. А., Чурин И. Н., Шмутер С. Л. Повышение точности и производительности станков с программным управлением. М.: Машиностроение, 1970, 343 с.
- [112] Розенвассер Е. И., Юсупов Р. М. Чувствительность систем автоматического управления. Л.: Энергия, 1969, 208 с.

- [113] Rusinek R., Warmiński J., Sabelski K. Drgania nieliniowe w procesie skrawania toczeniem. Lublin: Zakład Poligraficzny BaCCarat, 2006, 155 s.
- [114] САПР изделий и технологических процессов в машиностроении. Р. А. Аллик, В. И. Бородянский, А. Г. Бурин и др. Под общ. ред. Р. А. Аллика. Л.: Машиностроение, 1986, 319 с.
- [115] Skrodziewicz J., Marchelek K., Tomków J. Doświadczalne badania i estymacja empirycznych charakterystyk dynamicznych procesu skrawania. Wrocław: Prace Naukowe ITBM Politechniki Wrocławskiej. 30 (1985), s. 298.
- [116] Солодовников В. В., Шрамко Л. С. Расчет и проектирование самонастривающихся систем с эталонными моделями. М.: Машиностроение, 1972, 209 с.
- [117] Solomencev J. M., Mitrofanov V. G., Taranenko V. A. Adaptivne riadenie obrabacich strojov. Bratislava: ALFA, 1983, 231 s.
- [118] Сю Д., Мейер А. Современная теория автоматического управления и ее применение. Под ред. Ю. И. Топчиева. М. Машиностроение, 1972, 544 с.
- [119] Справочник технолога-машиностроителя: В 2-х т. Под ред. А. Г. Косиловой и Р. К. Мещерякова. М.: Машиностроение, 1986, 496 с.
- [120] Сулюкова Л. Ф. Моделирование и управление технологическими системами механообработки нежестких осесимметричных деталей. Дисс. на соис. учен. степ. канд. техн. наук. 05,13,01, Институт Математики и Информационных Технологий, Акад. Наук Республики Узбекистан. Ташкент, 2008, 146 с.
- [121] Салихов З. М., Азимов Б. М. Применение вариационных методов при оптимальном управлении сложными системами. Вопросы кибернетики. Техническая кибернетика и теория ,информации. Вып. 152. Ташкент, 1995. с. 44–50.
- [122] Салихов З. М., Азимов Б. М. Проблемы реализации оптимальных систем при управлении сложными объектами диагностирования. Ташкент: Доклады АН РУз, № 7, 1998, с. 13–16.
- [123] Шабельский Я., Тараненко Г., Тараненко В. Системный подход к разработке математических моделей динамических систем металлообработки нежестких деталей. Обеспечение качества на всех этапах жизненного цикла изделия. Под ред. Б. В. Бойцова, Ю. Ю. Комарова, М: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2008, с. 228–234.
- [124] Szabelski J., Taranenko V. The experimental researches on the process of turning low stiffness shafts.: Прогрессивные Направления Развития Машино-Приборостроительных Отраслей и Транспорта. Материалы международной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Севастополь, 2007, с. 160–162.
- [125] Szabelski J., Taranenko V. Synthesis of the optimal regulator for controlling the low stiffness shafts processing precision: Прогрессивные Направления Развития Машино-Приборо-Строительных Отраслей и Транспорта Материалы международной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Севастополь, 2007, с.162–163.
- [126] Szabelski J., Taranenko V. The project of test stand for experimental research of dynamic systems characteristics. Автоматизация: Проблемы, Идеи, Решения: Материалы межд.. научн.-техн. конф. Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2007, с. 90–93.
- [127] Świć A. Technologia obróbki wałów o małej sztywności. Lublin: Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, 2009, 244 s.

- [128] Świć A, Taranenko W. Adaptive control of machining accuracy of axialsymmetrical low-rigidity parts in elastic-deformable state. Eksploatacja i Niezawodnosc – Maintenance and Reliability 2012; no 3, vol. 14: 215–221.
- [129] Świć A, Taranenko W, Szabelski J.: Modelowanie układów dynamicznych szlifowania wałów o małej sztywności/Modelling dynamic systems of low-rigid shaft grinding. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2011, 2 (50), s. 13–24.
- [130] Świć A., Taranenko V., Wołos D. Nev metod for machining of low-rigidity shafts. Advances in manufacturing science and technology. Vol. 34, No 1, 2010, p. 59–71.
- [131] Taranenko G, Taranenko W, Swić A, Szabelski J.: Modelling of dynamic system of low-rigidity shaft machining. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2010, 4 (48), 4–15.
- [132] Taranenko V. A. Modelirovanie technologicheskich sistem formoobrazovania nezestkich detalej: Obzor. Inf. Ser. Technologia i oborudovanie obrabotki metallov rezaniem. M.: VNIITEMR, 1988, 70 s.
- [133] Тараненко В. А., Абакумов А. М. Динамические модели для оценки точности технологических систем. Машиностроительное производство. Сер. Технология и оборудование обработки металлов резанием. М.: ВНИИТЭМР, 1989, 56 с.
- [134] Taranenko W.A. Czachor G. Badania eksperymentalne charakterystyk układu dynamicznego modułu tokarskiego. Modułowe technologie w konstrukcji maszyn MTK'02. Rzeszów, 2002.
- [135] Taranenko V. A., Taranenko G. Modelling of dynamic characteristics turning processing for want of management by a elastic deformed condition. Acta Mechanica Slovaca. Kosice. Nr 3, 2001, Roćnik 5, p.19–24.
- [136] Taranenko W. A., Czachor G. Adaptacyjne sterowanie obróbką skrawaniem jako obiektem o zmiennych parametrach. Сборник трудов VIII международной научно-технической конференции "Машиностроение и Техносфера на Рубеже XXI Века", Том 3. Севастополь-Донецк, 2001. с. 242–246.
- [137] Taranenko W., Czachor G. Experimental identification of dynamic model of turning process. Материалы X Международной научн.-техн. конф. "Машиностоение и Техносфера XXI Века", Том 4. Севастополь-Донецк, 2002, с. 256–259.
- [138] Taranenko W., Czachor G. Identification of time-varying structure and parameters of metal turning process for real-time predictive control. Lloret de Mar, Barcelona-Spain, 2003, pp. 441–444.
- [139] Taranenko W., Abakumow A., Czachor G. Identification of dynamic discrete model of cutting process. International Conference TOOLS 2002. Koćovce, Slovak Republic, p. 18. p.4. CD-ROM.
- [140] Taranenko W., Czachor G., Taranenko G. Efficiency comparison of applying PID regulator and adaptive predictive controller to control cutting process. International Conference TOOLS 2002. Koćovce, Slovak Republic.-P. 21. p.4. CD-ROM.
- [141] Taranenko W., Świć A. Technologia kształtowania części maszyn o małej sztywności. Lublin: Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, 2005, 282 s.
- [142] Taranenko W., Świć A. Urządzenia sterujące dokładnością obróbki części maszyn o małej sztywności. Lublin: Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, 2006, 186 s.
- [143] Taranenko V., Taranenko G., Czachor G. Model free adaptive control of turning process. Материалы международной научно-технической конференции "Автоматизация: Проблемы, Идеи, Решения". Севастополь, 2004, с. 13–16.
- [144] Тараненко В. А. Автоматизированные зажимные устройства для обработки нежестких валов. Механизация и автоматизация производства. № 6, 1984, с. 12–13.

- [145] Тараненко Г. В., Тараненко В. А., Шабельский Я. Идентифи-кация динамических систем обработки точением нежестких валов (Часть 1). Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сборник научных трудов. Выпуск 35. Донецк: ДонНТУ, 2008, с. 208–218.
- [146] Тараненко Г. В., Тараненко В. А., Шабельский Я. Идентификация динамических систем обработки точением нежестких валов (Часть 2). Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сборник научных трудов. Выпуск 35. Донецк: ДонНТУ, 2008, с. 219–228.
- [147] Тараненко Г. В, Шабельский Я., Тараненко В. А. Математическое моделирование динамических систем шлифования нежестких валов. Вестник Государственного Инженерного Университета Армении, Серия "Моделирование, оптимизация, управление", вып. 11, Том 1. Ереван: Издво ГИУА, 2008, с. 128–137.
- [148] Тараненко В. А., Тараненко Г. В. Прогнозирование точности механической обработки в условиях автоматизированного производства. V Medunarodna naućno-strućna konferencija, MMA'94, Fleksibilne Technologije, Novi Sad, Jugoslavija, 8-9 jun 1994, Zbornik Radova II, s. 699–709.
- [149] Тараненко В. А., Тараненко Г. В. Предпосылки построения САПР технологических процессов механической обработки нежестких деталей. Оптимизация производственных процессов: Научн.-техн. сб. Вып. 2. Севастополь: Севастопольское отд. Ассоциации Alliance Francaise, 1994, с. 124–129.
- [150] Тараненко Г. В., Тараненко В. А. Технологические методы повышения безопасности металлообработки нежестких осесимметричных деталей на этапе подготовки производства. 26 <sup>th</sup> International conference of Production Engineering of Yugoslavia "96. Podgorica-Budva, 17–20 September 1996. Crna Gora, Yugoslavia, s. 1087–1093.
- [151] Тараненко Г. В. Конструкторско-технологическое обеспечение безопасности автоматизированной токарной обработки нежестких осесимметричных деталей. Дис. канд. техн. наук: 05.13.07, 05.26.01. Севастополь, 227 с.
- [152] Taranenko W., Świć A., Wołos D., Taranenko G. Konik obrabiarki. Patent PL NR 211537 B23B 23/00 (2006.01), B1. Ogłoszono: 31.05.2012 WUP 05/12, 4 s.
- [153] Taranenko W., Świć A., Wołos D., Taranenko G. Konik obrabiarki. Patent PL NR 212961 B23B 23/00 (2006.01), B1. Ogłoszono: 31.12.2012 WUP 12/12, 4 s.
- [154] Taranenko G., Taranenko V., Szabelski J., Swic A. Systemic analysis of models of dynamic systems of shaft machining in elastic-deformable condition. Applied Computer Science. Business Process Optimization. Vol. 3, No 2, 2007, Technical University of Żilina, Slovenska Republika, s. 115–138.
- [155] Taranenko W., Taranenko G., Szabelski J., Świć A.: Identyfikacja układu dynamicznego szlifowania wałów o małej sztywności. Modelowanie Inżynierskie, Tom 4, Nr.35, 2008, s. 115–130.
- [156] Taranenko W., Świć A., Wołos D., Taranenko G., Szabelski J. Konik obrabiarki. Patent PL NR 213606 B23B 23/00 (2006.01), B1. Ogłoszono: 30.04.2013 WUP 04/13, 4 s.
- [157] Taranenko W., Świć A., Wołos D., Taranenko G., Szabelski J. Konik obrabiarki. Patent PL NR 213607 B23B 23/00 (2006.01), B1. Ogłoszono: 30.04.2013 WUP 04/13, 4 s.
- [158] Taranenko W., Świć A., Bagimow I., Taranenko G., Szabelski J. Konik obrabiarki. Patent PL NR 213608 B23B 23/00(2006.01), B1. Ogłoszono: 30.04.2013 WUP 04/13, 4 s.

- [159] Taranenko W., Patent PL NR 214058 B23B 23/00, B1. Ogłoszono: 28.06.2013 WUP 06/13, 4 s.
- [160] Тараненко В.А., Левченко А.М. Управление процессом сверления глубоких отверстий малого диаметра. Studia i Monografie. Z. 144. Opole: Politechnika Opolska, 2003, 128 s.
- [161] Тлусты И. Автоколебания в металлорежущих станках. М.: Машиздат, 1956, 235 с.
- [162] Tobias S.A., Fishwick W. Theory of Regenerative Machine Tool Chatter. Engineer, 205 (1958), s. 199.
- [163] Tomków J., Marchelek. K., Skrodziewicz J. Estymacja empirycznych charakterystyk procesu skrawania. Postępy Technologii Maszyn i Urządzeń, 3 (1983), s. 3.
- [164] Tomków J. Wibrostabiknośc obrabiarek. Komputerowe wspomaganie obliczeń i badań doświadczalnych. Warszawa: WNT, 1997, 205 s.
- [165] Тверской М. М. Автоматическое управление режимами обработки деталей на станках. М.: Машиностроение, 1982, 208 с.
- [166] Ueda K., Tsuwa H. Applications of Fracture Mechanics in Micro-Cutting of Engineering Ceramics. CIRP Annales, 32 (1983), s. 83.
- [167] Weck M., Eckstein R. Stand und Tendenzen in der Erforschung und Beurteilung dynamischer Eigenschaften von Werkzeugmaschinen. Wrocław: Prace Naukowe ITBM Politechniki Wrocławskiej. 30 (1985), s. 5.
- [168] Weck M., Teipel K. Assessing the Chatter Behaviour of Machine-Tools. CIRP Annales, 27 (1978), s. 333.
- [169] Widota. A. Przeciwdziałanie drganiom samowzbudnym w procesie toczenia za pomocą sterowanej pulsacji prędkości obrotowej wrzeciona. Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawska, 1980.
- [170] Wołos D., Taranenko W., Taranenko G., Świć A.: Zwiększenie niezawodności technologicznej obróbki toczeniem wałków o małej sztywności. Lublin: Lubelskie Towarzystwo Naukowe 2009, 163 s.
- [171] Wołos D., Taranenko W., Świć A., Opielak M. Modeling parameters of the surface coarseness in automated shafts processing. Международный сблорник научных трудов: Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Донецк 2006 s. 278–283.
- [172] Волосов С. С., Гейлер З. Ш. Управление качеством продукции средствами активного контроля. М.: Изд-во стандартов, 1989, 264 с.
- [173] Wu D.W., Liu C.R. An analitical model of Cutting dynamics.Part 1.Model Bulding. Trans. ASME, 107B (1985), s. 107.
- [174] Wu D.W., Liu C.R. An analitical model of Cutting dynamics.Part 2. Verification Trans. ASME, 107B (1985), s. 112.
- [175] Ву Д., Эрмер В. Наибольшая прибыль как критерий определния оптимальных режимов резания. Теоретические основы инженерных расчетов. Сер. В. Т.88, №4. М,1966, с. 66–74.
- [176] Zars V. V. Vlijanie otstavanija na vozbuzdajuśćuju sposobnost sily rezanija. Voprosy Dinamiki i Proćnisti. nr 15, Zinatne, Riga 1967, s. 53–68.
- [177] Zars V.V. Modilerovanie avtokolebanij metalloreżuszczich stan-kov.Voprosy Dinamiki i Proćnosti. Nr 18, Zinatne, Riga 1969, s. 157–169.
- [178] Zorev N.N. Raschet proekcji sily rezania. Moskwa: Mashinostroenie, 1958, 58 s.
- [179] Zubrzycki J, Abakumov A., Taranenko G., Taranenko W. Badania eksperymentalne charakterystyk układu dynamicznego procesu technologicznego toczenia. W: Zagadnienia pękania i skrawania materiałów plastycznych. Red. Józef Jonak, Lublin: Wyd. LTN, 2008, s. 24–41.

- [180] Zubrzycki J, Abakumov A., Taranenko W. Modelowanie układu dynamicznego procesu skrawania. W: Zagadnienia pękania i skrawania materiałów plastycznych. Red. Józef Jonak, Lublin: Wyd. LTN, 2008, s. 62–74.
- [181] Zubrzycki J., Taranenko W., Świć A., Lewczenko A. Sterowanie automatyczne procesem wiercenia głębokich otworów. Pomiary automatyka robotyka PAR 2/2007, 13 s.
- [182] Верников Г. Основы методологии IDEF1 /см. <u>http://fort.stup.ac.ru/wmaster/</u> <u>mirrors/www.citforum.ru/cfin/idef/idef1.shtml</u>.
- [183] Верников Г. Основы методологии IDEF1X /см. <u>http://fort.stup.ac.ru/wmaster/</u> <u>mirrors/www.citforum.ru/cfin/idef/idef1x.shtml</u>.
- [184] Верников Г. Основные методологии обследования организаций //Стандарт IDEF0 /см. <u>http://arcen.narod.ru/IDEF0.htm</u>.