



Stefan Firlej

Wyznaczanie parametrów modelu nawierzchni drogowej z dynamicznych badań FWD



Lublin 2015

MONOGRAFIE

Wyznaczanie parametrów modelu
nawierzchni drogowej z dynamicznych
badań FWD

Monografie – Politechnika Lubelska



Politechnika Lubelska
Wydział Budownictwa i Architektury
ul. Nadbystrzycka 40
20-618 Lublin

Stefan Firlej

Wyznaczanie parametrów modelu nawierzchni drogowej z dynamicznych badań FWD



Politechnika Lubelska
Lublin 2015

Recenzent:
prof. dr hab. inż. Waław Szczęśniak

Publikacja wydana za zgodą Rektora Politechniki Lubelskiej

© Copyright by Politechnika Lubelska 2015

ISBN: 978-83-7947-136-2

Wydawca: Politechnika Lubelska
ul. Nadbystrzycka 38D, 20-618 Lublin
Realizacja: Biblioteka Politechniki Lubelskiej
Ośrodek ds. Wydawnictw i Biblioteki Cyfrowej
ul. Nadbystrzycka 36A, 20-618 Lublin
tel. (81) 538-46-59, email: wydawca@pollub.pl
www.biblioteka.pollub.pl
Druk: TOP Agencja Reklamowa Agnieszka Łuczak
www.agencjatorp.pl

Elektroniczna wersja książki dostępna w Bibliotece Cyfrowej PL www.bc.pollub.pl
Nakład: 100 egz.

1. Wstęp.....	7
1.1. Wprowadzenie.....	7
1.2. Przegląd metod oceny nośności i projektowania nawierzchni drogowych.....	11
1.3. Metody badania i identyfikacji nawierzchni.....	19
1.4. Cel pracy.....	27
1.5. Zakres pracy.....	28
2. Obciążenie nawierzchni.....	29
2.1. Wprowadzenie.....	29
2.2. Cechy ruchu drogowego.....	29
3. Model obliczeniowy nawierzchni drogowej.....	32
3.1. Wprowadzenie.....	32
3.2. Rozwiązanie modelu sprężystej półprzestrzeni warstwowej.....	34
3.3. Warunki brzegowe łączące powiązania międzywarstwowe.....	39
3.4. Warunki zewnętrzne obciążenia modelu.....	40
3.4.1. Obciążenie równomierne płytą podatną.....	40
3.4.2. Obciążenie styczne – liniowo zmienne.....	40
3.4.3. Obciążenie pionowe płytą sztywną.....	41
3.4.4. Płyta podatna – obciążenie paraboliczne.....	41
3.5. Rozwiązanie szczegółowe niektórych modeli.....	42
3.5.1. Półprzestrzeń sprężysta.....	42
3.5.2. Obliczenie przemieszczeń pionowych w modelu dwuwarstwowym.....	44
3.5.2.1. Model z pełną szczepnością warstw.....	44
3.5.2.2. Model ze stykiem warstw bez tarcia.....	47
3.5.3. Obliczenie przemieszczeń pionowych modelu trzywarstwowego....	48
3.5.3.1. Model o obu stykach z pełną szczepnością (typ 1-1).....	49
3.5.3.2. Modele o jednym styku warstw pełną szczepnością.....	52
3.5.3.3. Model o obu stykach warstw bez tarcia.....	56
3.6. Cel rozwiązania szczegółowego równań równowagi modelu nawierzchni drogowej.....	59
4. Identyfikacja modułów sprężystości materiałów warstw nawierzchni.....	60
4.1. Wstęp.....	60
4.2. Wyznaczenie modułów podłoża.....	61
4.3. Metoda identyfikacji SF-PL.....	62
4.4. Ocena dokładności realizowanych identyfikacji.....	65
5. Badania symulacyjne i analiza błędów w identyfikowanych modelach nawierzchni drogowych.....	67
5.1. Założenia do obliczeń symulacyjnych.....	67
5.2. Analiza błędów wielkości modułów modelu dwuwarstwowego.....	68
5.3. Analiza błędów w obliczeniach modułów sprężystości modelu trzywarstwowego.....	77

5.4. Analiza błędów modelu czterowarstwowego.....	89
5.5. Podsumowanie.....	104
6. Identyfikacja w badaniach terenowych.....	108
6.1. Cechy odcinka badawczego.....	108
6.2. Badania identyfikacyjne wybranego odcinka drogi.....	108
6.3. Ocena wyników przemieszczeń pionowych w wybranej serii.....	118
6.4. Poszukiwanie rozwiązania dla pomiaru w wybranej serii.....	123
6.5. Porównanie identyfikacji wykonanej dwoma metodami.....	124
6.6. Badania laboratoryjne próbek nawierzchni.....	129
6.7. Błędy w identyfikacji w wybranej serii L.....	131
6.8. Poszukiwanie rozwiązania dla pomiaru serii L w km 348 + 900.....	135
6.8.1. Identyfikacja metodą dodatkową.....	135
6.8.2. Poszukiwanie przemieszczeń pionowych.....	136
6.8.3. Korekcja przemieszczeń pionowych.....	144
6.9. Próba ustalenia grubości podbudowy w wybranym przekroju.....	158
6.10. Wyznaczenie grubości warstw za pomocą obliczeń odwrotnych.....	160
6.10.1. Wyznaczenie wstępne grubości warstw.....	160
6.10.2. Wyznaczenie grubości warstw.....	168
6.10.3. Wyznaczenie modułów sprężystości w analizowanym przekroju.....	175
7. Podsumowanie badań identyfikacyjnych.....	177
8. Literatura.....	181

1. Wstęp

nawierzchnie drogowe, identyfikacja
parametrów modelu, analiza
eksperymentalna, nośność

W opracowaniu przedstawiono metodę wyznaczania parametrów opisujących modele nawierzchni drogowej. Analizowano modele wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej poddanej obciążeniu powierzchnią kołową. Identyfikacja modułów konstrukcji nawierzchni oparta została na własnym algorytmie postępowania i liczbie punktów przemieszczeń pionowych w przypadku równej liczbie warstw. Przedstawiono ogólną analizę wyznaczania przemieszczeń pionowych, na podstawie własnego rozwiązania, dla dowolnej liczby warstw modelu. Szczegółowe rozwiązanie przemieszczeń pionowych obejmuje modele jedno-, dwu- i trzywarstwowe o różnych warunkach współpracy warstw sąsiednich. Wyznaczanie parametrów realizowano także w przypadku modelu czterowarstwowego. Opracowano metodę analizy przemieszczeń, w których identyfikacja nie doprowadziła do zadowalających wyników. Zastosowano także metodę poszukiwania grubości warstw oprócz wyznaczania modułów sprężystości. Badania identyfikacyjne oparte zostały na badaniach nawierzchni przy pomocy FWD.

1.1. Wprowadzenie

Nawierzchnia jest częścią konstrukcji drogi, po której poruszać się mogą pojazdy dopuszczone do ruchu po drogach publicznych. Podłoże gruntowe wraz z korpusem ziemnym ma zapewnić jej stabilne położenie w całym okresie użytkowania. Nawierzchnia [115, 116, 193] jest konstrukcją wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej, przejmującą różnorodne obciążenia od pojazdów i przekazującą je na podłoże drogowe. Powierzchnia jej powinna zapewnić bezpieczeństwo oraz wygodę jazdy pojazdów samochodowych. Celem spełnienia tych wymagań, odpowiednio do prędkości i natężenia ruchu, winna mieć prawidłową geometrię swej osi, szerokość, nośność, równość, szorstkość [258], podział na pasy ruchu, czytelne oznakowanie. Szerokość pasa ruchu powinna być większa od szerokości pojazdów ciężarowych podłączenia innych dróg, obiektów.

Wygodę zapewnienia odpowiednio przystosowana do ruchu konstrukcja nawierzchni pod względem nośności oraz równości podłużnej i poprzecznej. Nawierzchnie wykonane w latach minionych dostosowane były do mniejszego natężenia ruchu pojazdów o obciążeniu osi 80 kN/oś (niektóre 100 kN/oś). Obserwowany w ostatnich latach wyraźny wzrost ruchu oraz rosnący nacisk osi pojazdów ciężarowych do 120 kN wpłynął na zły stan dróg [133, 171]. Występujące przy tym w okresie letnim wysokie i długotrwałe temperatury w latach 90. przyczyniły się do zniszczenia, koleinowania wielu nawierzchni

pogarszając wygodę i warunki ruchu. Przeciwdziałanie temu zjawisku wymusiło zmiany w technologii, projektowaniu i konstrukcji nawierzchni.

Stan nawierzchni drogowych zależy w dużym stopniu od właściwego przeprowadzania napraw w okresie użytkowania, oceny stanu konstrukcji, przewidywania ich zmian w czasie [33, 34, 56, 58, 66, 77, 236, 241, 243, 288]. Historycznie biorąc, droga w czasie podlega zmianom w układzie geometrycznym i konstrukcyjnym. Jej parametry wymuszone są przez zapewnienie właściwości eksploatacyjnych podczas użytkowania; wynika to z natężenia ruchu, rodzaju pojazdów, ich nacisków. Wzrost natężenia ruchu na drodze wymusza jej przebudowę [84] dla dostosowania konstrukcji do odpowiedniej nośności, jeśli zmiany przeprowadzane są stopniowo w czasie (etapowanie). Możliwe jest też drugie rozwiązanie w wykonaniu, dążenie do jej wyposażenia docelowego (na lat kilkudziesiąt), ale wtedy wymaga dużych nakładów. Ten sposób stosowany jest na drogach ekspresowych lub autostradach, gdzie przewidywany jest ruch intensywny, dla połączeń pomiędzy krajami, regionami.

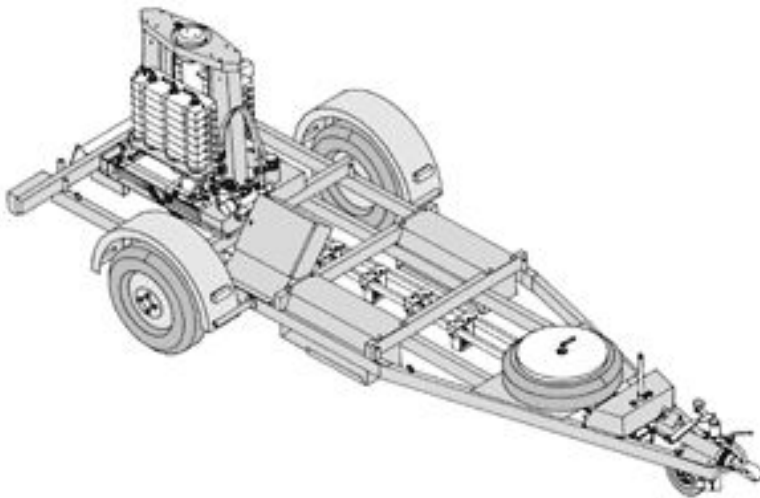
Projektowanie zmian konstrukcji nawierzchni związane było najczęściej z metodą ugięć sprężystych [7, 261] lub metod zbliżonych do niej. Rozpoznawanie pracy konstrukcji wielowarstwowej uwzględniane było w nielicznych przypadkach. Poprawę tego stanu w poprzednich latach postrzegano w zmianie technologii nawierzchni. Dostosowanie do aktualnego ruchu wymagało odpowiedniego wzmocnienia konstrukcji. Polega to najczęściej na powtórnym wykorzystaniu materiału warstw górnych (recyklingu), czyli sfrezowaniu i uzupełnieniu dodatkami, następnie wbudowaniu. Wykonanie takiej warstwy podbudowy zwiększa jej stabilność i nośność. Warstwy górne (wiążąca i ściernalna) nawierzchni budowane są z materiałów o większej trwałości i stabilności przy staranności wykonania i stosowaniu odpowiednich dodatków.

Metody mechaniki konstrukcji [103,119, 258], stosowane od kilkunastu lat w projektowaniu, mają oprócz racjonalnego podejścia do projektowania, uwzględniać pracę sił wewnętrznych na jej odkształceniu przy obciążeniu nawierzchni ruchem. Oparte one zostały na trzech podstawowych zagadnieniach: rozpoznaniu konstrukcji istniejącej (dla przebudowy) lub podłoża (w przypadku nowej drogi), teorii mechaniki nawierzchni i ocenie trwałości stosowanego materiału, poddanego wielokrotnym obciążeniom. Rozpoznanie konstrukcji nawierzchni istniejącej wymaga stosowania nowego rodzaju urządzeń i aparatury do badań materiału i nośności. Podłoże nawierzchni powinno być badane w zakresie zmian swoich parametrów [8, 46, 64, 89, 224, 232, 250, 279, 283] (wilgotność, zagęszczenie, moduł sprężystości, uziarnienie, wysadzinowość).

Do rozpoznania stanu naprężeń, przemieszczeń i odkształceń powstających w konstrukcji poddanej obciążeniu należy stosować rozwiązania teoretyczne oparte na modelu nawierzchni wielowarstwowej, sprężystej [27]. Modele takie

były rozwiązane i zostały rozpowszechnione w postaci programów komputerowych (np. ELSYM, VIRROAD). Możliwe jest też stosowanie własnych rozwiązań wynikających z mechaniki nawierzchni drogowej. Ocena trwałości związana jest z odpornością materiału warstwy na obciążenia osią obliczeniową, głównie z oddziaływania pojazdów ciężarowych. Na trwałość materiału poddanego obciążeniu ma wpływ wielkość powstającego w niej naprężenia bądź odkształcenia. Im większe są naprężenia (lub odkształcenia) tym mniejsza jest trwałość (wyrażona liczbą takich obciążeń). Przy występowaniu obciążeń różnorodnych, co do wielkości, zagadnienie to jest bardziej skomplikowane. Nawet jedno przeciążenie powoduje znaczne zmniejszenie trwałości niż ma to miejsce przy wielu znacznie mniejszych obciążeniach (prawo czwartej potęgi).

Do rozpoznania konstrukcji stosowany jest pomiar przemieszczeń pionowych dynamicznych za pomocą FWD (*Falling Weight Deflectometer*) [76, 78, 149, 221, 264] i oparta na nich identyfikacja dynamicznych modułów sprężystości. Na rys. 1.1 przedstawiono widok ogólny takiego urządzenia.



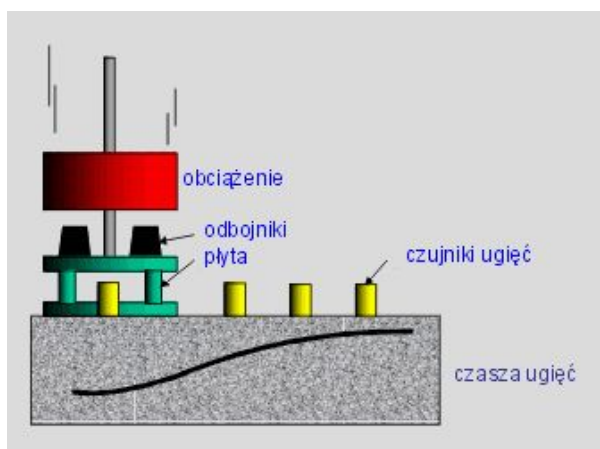
Rys.1.1 Dynatest Model 8000 Falling Weight Deflectometer [http://www.dynatest.com/hardware/fwd_hwd.htm] [Data dostępu: 16.07.2004 r.]

Pomiar przemieszczeń pionowych, od obciążenia uderowego, dokonywany jest za pomocą czujników sejsmicznych (geofonów) rozmieszczonych na belce FWD, co uwidoczniło na fotografii 1.2.



Fot. 1.2. Czujniki przemieszczeń pionowych – rozmieszczenie geofonów na belce [http://www.road.pl/fwd.htm] [Data dostępu: 16.07.2004 r.]

Zasadę dokonywania pomiaru przemieszczeń pionowych w punktach pod płytą, w centrum i poza nią, od zrzuconego obciążenia pokazano na rysunku 1.3. Obciążenie to zrucane na odbojniki (sprężyny) wywołuje oddziaływanie dynamiczne płyty stalowej na dolną gumową, ta następnie powoduje obciążenie badanej nawierzchni.



Rys.1.3. Schemat ideowy działania aparatu FWD [http://www.road.pl/fwd.htm] [Data dostępu: 16.07.2004 r.]

Ocena pracy sił wewnętrznych konstrukcji nawierzchni drogowej, poddanej obciążeniu pojazdem obliczeniowym, może być dokonana na podstawie obliczeń lub pomiarze wielkości przemieszczeń, naprężeń bądź odkształceń. Niektóre z nich są trudne do mierzenia w nawierzchni, ze względu na potrzebę

użycia czujników, najczęściej tensometrów. Niekiedy potrzebne byłoby stosowanie metody niszczącej do ich zainstalowania, jeśli punkty takie byłyby w warstwach poniżej powierzchni obciążanej. Stosowanie pomiaru odkształceń poziomych na powierzchni obciążanej wymaga dostosowania jej, a tym samym uzupełnienia lub szlifowania materiału warstwy, naklejenia tensometrów oraz zabezpieczenia ich przed zniszczeniem i wodą. Pomiar taki byłby możliwy w kilku punktach dziennie po wcześniejszym przygotowaniu. Metoda pomiaru przemieszczeń pionowych w czasie ugięć [257] w pobliżu obciążenia pozwala w prostszy sposób na opisanie pracy konstrukcji odpowiednio obciążonej. Rozpoznanie konstrukcji i ustalenie brakujących parametrów modelu czyli identyfikacji obejmuje wyznaczenie modułów sprężystości na podstawie znanych przemieszczeń. Jest to obliczenie odwrotne do wyznaczania przemieszczeń przy znanych parametrach modelu (obciążenie, moduły, grubości warstw i ich współczynniki Poissona).

Obliczenia odwrotne są działaniem niekonstruktywnym, ze względu na brak pewności otrzymania jednoznacznych wyników.

Identyfikacja modelu w takim sposobie stosowana była już w końcu ubiegłego wieku. Jej zaletą jest możliwość dostosowywania istniejących konstrukcji nawierzchni do aktualnych warunków ruchu, według projektu przebudowy opartej o metodę mechanistyczną.

Praca niniejsza przedstawia przykłady wykonanej identyfikacji konstrukcji badanej metodą dynamiczną, według sposobu opracowanego przez autora. Jest to metoda korzystna w stosowaniu, ze względu na szybsze otrzymywanie wyników, inne zasady rozwiązywania w stosunku do metody *minimum*. Na podstawie tej metody przedstawiono przypadki wykorzystania identyfikacji, gdy nie otrzymano w niej pozytywnych wyników. Metodę tę wykorzystano do identyfikacji konstrukcji drogi, po jej przebudowie. Znaczna część wyników potwierdziła jej przydatność. Dla otrzymywanych wyników nierealnych przedstawiono przykłady postępowania w weryfikacji badanych przekrojów.

1.2. Przegląd metod oceny nośności i projektowania nawierzchni drogowych

Nawierzchnia drogowa jest konstrukcją wielowarstwową, przeznaczoną do przejmowania nacisków od pojazdów i bezpiecznego przekazywania ich na podłoże. Do spełnienia tego celu musi mieć odpowiednią nośność [260], którą możemy określać:

- maksymalnym jednorazowym naciskiem – P_{max} , który spowoduje powstanie w niej stanu granicznego chociaż w jednym punkcie konstrukcji,
- dopuszczalnym naciskiem – P_{dop} stosowanym N -krotnie do osiągnięcia trwałości zmęczeniowej w czasie eksploatacji. (N – trwałość zmęczeniowa)

Badaniem nośności zajmowali się m.in. Borkowski, Judycki [12, 15, 17, 23], Czarnecki [32, 33], Godlewski [57], Graczyk, Rafa [61, 62], Kukielka, Firlej [28,

41, 43, 45, 48, 141, 144], Koba [130], Nowakowski [180], Skaldawski [219], Sorokowski [223, 224, 225], Szydło [253, 260], Stypułkowski [229, 231], Ehrler [38, 39], Flassilier [51], Gakenheimer [52], Jeuffroy [90], Kohler [131, 132], Muller [173], Schleicher [215], von Becker [273], Ullidtz [269] i inni.

Wyniki badania nośności zostały wykorzystane do opracowania metod wymiarowania nawierzchni drogowych [2, 22, 65, 68, 69, 80, 87, 102, 103, 114, 120, 134, 135, 136, 154, 163, 183, 185, 186, 187, 209, 216, 217, 277, 282, 283, 284].

Wyznaczanie naprężeń, przemieszczeń w nawierzchni drogowej było poruszane w wielu pracach [16, 47, 48, 67, 144, 212, 213, 252, 261, 269, 271].

Istotne znaczenie dla trwałości konstrukcji ma szerokość pasa ruchu. Większa szerokość pozwala na bardziej równomiernie rozłożenie nacisków, mała wymusza pokrywanie się śladów kół poszczególnych pojazdów. Najbardziej niekorzystnym dla nawierzchni jest pas ruchu odpowiadający szerokości pojazdu ciężarowego, na którym ślady kół, o największych naciskach osi pokrywają się. Sprzyja to przejmowaniu prawie wszystkich obciążeń przez te same partie materiału nawierzchni, a tym samym szybszym wyczerpaniu jej trwałości i kumulacji deformacji strukturalnych obserwowanych w postaci kolein.

W przypadku dróg polskich pojazdem dopuszczalnym (ze względu na obciążenie) jest ciężarowy pojazd nazwany obliczeniowym, o nacisku pojedynczej osi 100 kN lub 115 kN (zależnie od kategorii ruchu). Oddziaływanie danego pojazdu przeliczane jest na ilość nacisków osi obliczeniowych. Istotna jest agresywność pojazdu (Judycki [103], Sybilski [238], Rolla [206], Misztal [171]) wynikająca z wielkości nacisków i rozstawu osi. Okresem przydatności drogi (po jej pierwszym wykonaniu lub przebudowie) jest okres eksploatacji równy 10, 20 lub 30 lat zależnie od klasy drogi, konstrukcji nawierzchni [210]. Drogi istniejące o mniejszej nośności oznaczone są odpowiednio znakami drogowymi. W niektórych krajach np. Francji pojazd obliczeniowy ma nacisk osi 130 kN [209].

Przyjmuje się, że dla zapewnienia okresu eksploatacji (drogi przy znanym jej ruchu rocznym, wyrażonym ilością osi pojazdów obliczeniowych $P_{100\text{kN}}$ lub $P_{115\text{kN}}$) należy tak dobierać konstrukcję nawierzchni drogi, aby trwałość zmęczeniowa była większa od ruchu sumarycznego w tym okresie. Zależność ta wynika z hipotezy zmęczeniowej analizowanego materiału (np. krzywa zmęczeniowa Minera [140]).

Nośność nawierzchni istniejącej, całej lub jednej z warstw, może być wyrażana przez:

- sztywność zginania wyrażoną wzorem: $\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$ w warstwie pojedynczej,
- ekwiwalentny moduł sprężystości na powierzchni warstwy górnej E_z ,

- przemieszczenie pionowe – w_0 na powierzchni warstwy górnej pod kołem osi obliczeniowej,
- trwałość konstrukcji – liczba osi obliczeniowych pojazdów, po przejeździe których w nawierzchni wystąpią zniszczenia [119].

W badaniu nośności nawierzchni [17] istotne jest miejsce badania, sposób obciążenia, pora roku, temperatura, warunki wykonania, staranność, dokładność urządzeń odczytowych. Nośność całej konstrukcji nawierzchni jest sumą nośności jej poszczególnych warstw, w tym także i podłoża. Istotna jest przy tym kolejność ułożenia warstw.

Niejednokrotnie nośność podłoża gruntowego określana jest wskaźnikiem CBR [279], wyrażona w %, gdzie materiałem porównawczym jest dobrze zagęszczony tłuczeń. Innym parametrem określającym nośność podłoża gruntowego jest moduł sprężystości, moduł odkształcenia, wtórny moduł odkształcenia, a dla nawierzchni sztywnych współczynnik reakcji podłoża (współczynnik Winklera) [26, 175, 257]. Najprostszą identyfikacją w badaniach drogowych jest wyznaczanie wtórnego modułu podłoża *in situ*, przed wykonaniem jego wzmocnienia.

Nośność podbudowy lub warstw górnych nawierzchni może być oceniana sztywnością (modułem sprężystości materiału i grubością warstwy). Inną miarą może być wpływ danej warstwy na naprężenia lub przemieszczenia powstające w charakterystycznym miejscu konstrukcji. Pomiar nośności nawierzchni wykonywany jest na powierzchni ostatniej warstwy lub w trakcie realizacji na wybranej do badań kontrolnych.

Nawierzchnie drogowe o małym ruchu rocznym (KR1 – KR4) mogą być badane [119] (w celu oceny nośności) belką Benkelmana [7] lub ugięciomierzem Lacroix. W badaniu belką Benkelmana ważne są: sposób odczytu (czas od zjazdu koła pojazdu obciążającego z punktu badawczego), temperatura nawierzchni (szczególnie asfaltowych), miejsce pomiaru (odległość od krawędzi, szczelin poprzecznych), dokładność ustawienia końcówki pomiędzy kołami bliźniaczymi, prześwit pomiędzy tymi kołami. Na podstawie zbioru ugięć wyznacza się odcinki jednorodne i otrzymuje ugięcie obliczeniowe [119]. Korzystając z nomogramu wyznacza się potrzebne wzmocnienie (przy znanym ruchu) i wynikające z tego odpowiednie warstwy.

Inną metodą badania jest stosowanie aparatu VSS [137, 223] (ustawianie aparatury i badanie w czasie dłuższym niż przy ugięciach, ze względu na liczbę cykli obciążeń i odciążenia). W badaniu pełnym, na poziomie górnym kolejnych warstw – wymaga ich usuwania po zbadaniu; badanie jest wówczas metodą niszczącą. Wyznaczoną wartość modułu, na powierzchni badanej, można przeliczyć na ekwiwalentne ugięcie po przyjęciu modelu jednorodnej półprzestrzeni sprężystej. Projektowanie wzmocnienia konstrukcji [119], do przewidywanych warunków ruchu, wymaga przeliczenia modułów na wielkości ugięć przy obciążeniu pojazdem obliczeniowym (wzmocnienie jak w metodzie ugięć). Moduł ten badany według polskiej normy obarczony jest błędem

sposobu określania odczytu przemieszczeń pionowych (pomiar dotyczy nie powierzchni podłoża lecz płyty) [137].

Dokładniejsze są badania nośności przy pomocy FWD, w których wyznacza się „czasę ugięć” w obciążeniu dynamicznym (udarowym) [149, 174, 180]. Badanie to może być przeprowadzone na drodze w czasie 1 minuty w jednym przekroju z przejazdem do punktu sąsiedniego (50–100 m dalej). Na podstawie zestawu ugięć (przemieszczeń pionowych) w każdym przekroju identyfikacją wyznacza się dynamiczne moduły sprężystości poszczególnych warstw (oraz moduł ekwiwalentny dla całej konstrukcji). Metoda *mechanistyczna* projektowania nawierzchni (obowiązkowo dla dróg o kategorii ruchu KR5 i KR6, ewentualnie w niższych) uwzględnia konstrukcję dotychczasową i jej wzmocnienie. Przy pomocy programów lub rozwiązania modelu wielowarstwowej nawierzchni, odpowiedniej do rzeczywistej, oblicza się naprężenia, odkształcenia względne i przemieszczenia pionowe od obciążenia osią 100 kN, przekazywanego przez płytę podatną okrągłą o nacisku jednostkowym 0,65 MPa (lub innego obciążenia).

Parametry warstw pozostających z poprzedniej konstrukcji wyznacza się następująco:

- grubość za pomocą odwiertu, penetroradaru lub w inny sposób,
- moduły sprężystości z identyfikacji, badań laboratoryjnych (NAT) lub innych,
- współczynniki Poissona z danych w literaturze, badań laboratoryjnych.

Dobór parametrów nowych warstw jest nieco trudniejszy (wymaga iteracji), należy dobierać warstwy asfaltowe jako stałe a dla zmiennych przyjmując Moduły dobierać grubości warstwy (najczęściej w podbudowie). Moduły sprężystości można wyznaczać z badań rozpoznawczych laboratoryjnych lub metod szacunkowych [119]. Współczynniki Poissona przyjmowane są podobnie.

Stosując optymalizację konstrukcji nawierzchni należy uwzględniać parametry (dynamiczne moduły sprężystości, współczynniki Poissona oraz skład materiałów w warstwie: kruszywo, asfalt, wolne przestrzenie) i stopniowo przybliżać do takiego modelu, w którym uzyskamy trwałość w każdej z warstw, także w pozostawionych z poprzedniej konstrukcji oraz ich podłożu. Poza spełnieniem warunku trwałości w okresie obliczeniowym należy sprawdzać warunek mrozoodporności przyjętej konstrukcji.

Trwałość zmęczeniową wyznacza się dla 3 rodzajów materiałów:

- warstw asfaltowych,
- warstw związanych spoiwami,
- warstw z materiału rozdrobnionego (podłoże gruntowe, warstwy z piasku, kruszyw).

Przyjęcie zależności trwałości od różnych czynników było przedmiotem zainteresowań wielu badaczy w warunkach zarówno laboratoryjnych jak i terenowych.

Szeroko zakrojone badania na odcinkach próbnych w USA przez AASHO (*American Association of State Highway Officials Road Test*) [1a,1aa], Zarząd Autostrad Stanu Kentucky USA, Laboratorium ESSO w Withing Indiana USA, Uniwersytet w Stanie Illinois w Stanie Washington w USA, Instytut Drogowy w Sztokholmie (Szwecja) [285], CBR (*California Bearing Ratio Method*) w latach 1928-1929, w Polsce przez IBDiM (*Instytut Badawczy Dróg i Mostów* w Warszawie), *Instytut Badawczy Budowli Inżynierskich (VUIS)* w Bratysławie, Niemczech, Francji, Włoszech [181], *Instytut Drogowy RRL* (Harmonds Worth W. Brytania) [285] i innych są przykładem szerokich badań terenowych na odcinkach doświadczalnych. Na torach tych badano zachowanie się różnorodnych konstrukcji pod względem trwałości, powstawania kolein, spękań, ugięć w okresie przejazdu zaplanowanych obciążeń.

Badania przeprowadzone na odcinkach doświadczalnych w kantonie Vaud (Szwajcaria), będące sprawdzeniem metody AASHO, dały wniosek, że nawierzchnia podatna powinna być o grubości co najmniej 50 % głębokości przemarzania, a sztywna 40 % [278].

Na podstawie wyników badań AASHO opracowana została metoda Shooka i Finna do ustalania wskaźnika grubości konstrukcji nawierzchni (1.1):

$$T = (-52,07 + 14,04 * \log \sum_{i=1}^m N_{L_1} + 3,74 L_1 + 0,52 * L_1 * L_2) * (\frac{2,5}{CBR})^{0,4} \quad (1.1)$$

gdzie: T – wskaźnik grubości [cm],

L_1 – obciążenie osi [wartość w 0,1kN],

$L_2 = 0$ dla osi pojedynczych, $L_2 = 1$ dla osi bliźniaczych,

m – okres eksploatacji [ilość lat],

$\sum_{i=1}^m N_{L_1}$ – liczba obciążeń osi L_1 w okresie eksploatacji do uzyskania wskaźnika

PSI=2,5 czyli do jej odnowy, (PSI=0 – nawierzchnia niezdatna do użytkowania

PSI=5 – nawierzchnia idealna),

CBR – nośność podłoża [%].

Konstrukcja nawierzchni powinna być tak dobrana aby:

$$T_p > T, T_p = a h_1 + h_2 + b h_3, \quad (1.2)$$

gdzie: T_p – wskaźnik grubości konstrukcji nawierzchni projektowanej [cm],

a, b – współczynniki materiałowe warstwy górnej i dolnej podbudowy,

h_1, h_2, h_3 – grubości warstw: nawierzchni, górnej i dolnej podbudowy

Na badaniach CBR oparta została *metoda CBR* wymiarowania nawierzchni, a w kraju dostosowana do warunków polskich. Na podstawie badań AASHO i CBR była opracowana przez Pachowskiego [183,209] metoda w postaci wzoru PJ-IBD (1.3):

$$H = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = 3ab_1 + 15ab_2cd_1 + 10ab_3cd_2e + 5b_4d_2 \quad (1.3)$$

gdzie: H – sumaryczna grubość konstrukcji,

- $h_1 \div h_4$ – grubość warstw: górnej (nawierzchni), podbudowy górnej i dolnej, warstwy odcinającej,
- a – współczynnik zależny od wielkości ruchu,
- b – współczynniki materiałowe,
- c – współczynnik zależny od maksymalnego obciążenia koła,
- d – współczynnik zależny od cech gruntu podłoża,
- e – współczynnik zależny od warunków klimatycznych.

Wzór ten obowiązywał od 1966 do 1997 roku dla nawierzchni podatnych. Nie uwzględniał on stanu naprężeń i odkształceń, a wynikał z zachowania się materiału warstw poddanych badaniom AASHO (1,114 mln osi o różnorodnych obciążeniach w czasie 26 miesięcy).

Na podstawie wyników badania na drodze o różnych nawierzchniach i podłożach w USA Korpus Inżynierów opracował metodę CBR do projektowania nawierzchni według wzoru (1.4):

$$h = \frac{100+150*\sqrt{P}}{CBR+5} \quad (1.4)$$

gdzie: h – grubość nawierzchni [cm],

P – obciążenie koła [10 kN],

CBR – wskaźnik nośności podłoża [%], dla tłucznia CBR=100%.

Amerykański *Instytut Asfaltowy* w 1963 roku opracował metodę projektowania grubości nawierzchni w postaci nomogramu na podstawie badań AASHO. Zapis metody można także przedstawić wzorem (1.5):

$$T_A = \frac{9,19+3,97*\log DTN}{CBR^{0,4}}, \quad (1.5)$$

gdzie: T_A – grubość nawierzchni asfaltowej w calach,

DTN – wskaźnik ruchu, (*Design Traffic Number*).

Brytyjski Instytut Drogowy (*Road Research Laboratory*) opublikował w 1960 roku wytyczne projektowania nawierzchni. Podłoże w tej metodzie oceniane jest także wskaźnikiem CBR. Całe postępowanie zostało przedstawione na nomogramach.

Szwajcarskie Stowarzyszenie Drogowców (*VSS – Verein Schweizerischer Strassenfachmanner*) opracowało metodę projektowania nawierzchni po raz pierwszy w latach 50., w normach SNV 48–55. Opracowanie metody dokonane zostało na badaniach CBR, AASHO, oraz własnych i przedstawione w nomogramach. W metodzie tej wyznacza się grubości obu warstw podbudowy zależnie od CBR podłoża i ruchu, natomiast dla nawierzchni zależnie od ruchu.

Nawierzchnie podatne w Czechosłowacji [69,136] od 1975 roku były wymiarowane na: naprężenia poziome w warstwach z materiałów spójnych, naprężenia pionowe w podłożu, zabezpieczenie przed skutkami mrozu. Powtarzalność obciążeń uwzględniano w wartości dopuszczalnych naprężeń poziomych (radialnych). Wielkości naprężeń potrzebnych w analizie określano z obliczeń w programie LAYMED modelu wielowarstwowego charakteryzowanego modułami sprężystości lub z uproszczonych tablic (Laymed, Jones).

W następnych latach celem uproszczenia postępowania zaczęto opracowywać katalogi, gdzie przedstawiono różnorodne konstrukcje zależnie od wielkości ruchu, stosowanych materiałów przy wymaganej nośności podłoża. Słabsze podłoże miało być odpowiednio wzmacniane, aby mogło spełnić ten warunek. W 1968 roku w RFN Federalny Minister Komunikacji zalecił taki katalog dla całego kraju, przedtem w niektórych landach w latach 60. Katalog nawierzchni proponowanych w Niemczech uwzględnia także warstwę mrozoochronną [40].

W 1971 roku wydany został katalog francuski, a w 1977 polski. W 1970 roku przedstawione zostały katalogowe propozycje wzmocnień nawierzchni projektowanych metodą ugięć [196]. W 1974 roku w Polsce opracowany został przez IBDiM „Katalog nawierzchni typowych o małym natężeniu ruchu dla dróg”. W następnych katalogach wydanych przez IBDiM [114, 115, 116, 117, 118, 119] uwzględniane były dalsze wymagania dla dróg w tym okresie. W 1997 roku ukazał się Katalog typowych konstrukcji nawierzchni podatnych i półsztywnych [118]. W 1999 roku wydane zostało Rozporządzenie MTiGM [210], dotyczące dróg publicznych z zestawieniem zalecanych konstrukcji nawierzchni nowych dróg w zależności od materiałów i kategorii ruchu.

Katalog wzmocnień i remontów nawierzchni podatnych i półsztywnych [119] zaleca od 2001 roku stosowanie metody *mechanistycznej* przy projektowaniu nawierzchni dróg kategorii KR5 i KR6, a także w przypadku wątpliwości stosowanej metody ugięć w konstrukcji półsztywnej pozostałych kategorii. Metoda ta wskazuje na stosowanie identyfikacji do nawierzchni istniejących, wymagających wzmocnienia. Dopuszcza się w nim badanie modułów sprężystości w aparacie NAT przy obciążeniu próbek walcowych metodą pośredniego rozciągania w temperaturze mniejszej od 25°C o czasie obciążenia 0,1 s. Próbkę taką pobierane byłyby z odwiertu nawierzchni istniejącej, osobno w każdej warstwie. Stosowanie metody szacunkowej do oceny modułu sprężystości dopuszcza się w okresie przejściowym dla KR3, KR4 (upowszechnianie metody mechanistycznej) w warstwach asfaltowych na podstawie zawartości asfaltu, kruszywa, cech asfaltu wyekstrahowanego z próbki. Metodę szacunkową dopuszcza się w kategoriach ruchu KR1 i KR2. Katalog proponuje między innymi metody szacunkowe: Heukeloma i Klompa [79], Bonnaure’a, Gesta, Gravois, Uge [13], lub Franckena albo Witczaka [284].

W metodzie *mechanistycznej* przyjmuje się model o takiej liczbie warstw jak projektowany. Po ustaleniu parametrów warstw: grubości, modułów sprężystości, współczynników Poissona oblicza się naprężenia, odkształcenia względne. Wyodrębnia się 3 grupy materiałów modelu i dla każdej z nich osobno oblicza się trwałość.

Dla warstw asfaltowych, kryterium spękań zmęczeniowych, wynikające z metody Instytutu Asfaltowego, wyznacza trwałość wzorem empirycznym (1.6, 1.7):
$$N_a = 113,4728 * 10^{M-5} * \epsilon_r^{-3,291} * E^{-0,854}, \quad (1.6)$$

$$M=4,84 * \left(\frac{V_b}{V_a+V_b} - 0,69 \right) \quad (1.7)$$

gdzie: N_a – liczba obciążeń osi obliczeniową do wystąpienia na 20 % powierzchni warstwy spękań zmęczeniowych,

ε_r – maksymalne odkształcenie względne radialne w warstwie asfaltowej,

E – dynamiczny moduł sprężystości [MPa],

V_a – zawartość objętościowa wolnej przestrzeni w warstwie wbudowanej [%],

V_b – zawartość objętościowa asfaltu [%].

Warstwy związane spoiwami hydraulicznymi sprawdzane są kryterium wyrażonym w postaci (1.8):

$$\log_{10}(N_f) = 11,784 - 12,121 \frac{\sigma_r}{R_{zgin}} = 11,784 * (1 - 0,9722 * \frac{\sigma_r}{R_{zgin}}) \quad (1.8),$$

gdzie: N_f – ilość obciążeń osi obliczeniową nawierzchni do wystąpienia spękań zmęczeniowych,

σ_r – maksymalne naprężenie radialne w warstwie modelu od obciążenia obliczeniowego [MPa],

R_{zgin} – wytrzymałość materiału warstwy na rozciąganie przy zginaniu [MPa].

Warstwy z materiałów rozdrobnionych sprawdza się według kryterium deformacji strukturalnych 12,5 mm ($\frac{1}{2}$ cala) (1.9):

$$N_r = \frac{0,223 \sqrt{0,0105}}{\sqrt{-\varepsilon_z}}, \quad (1.9)$$

a według metody SHELL [31] (1.10) o dopuszczalnym odkształceniu podłoża:

$$\varepsilon_z^{dop} = \frac{0,028}{\sqrt[4]{N_r}} \text{ lub } N_r = \left(\frac{0,028}{\varepsilon_z^{dop}} \right)^4 \quad (1.10),$$

gdzie: N_r – liczba obciążeń nawierzchni osi obliczeniową,

ε_z – minimalne odkształcenie pionowe w warstwie materiału rozdrobnionego,

0,223, 0,0105, 0,028 – współczynniki doświadczalne.

Wyznaczona najmniejsza wartość z obliczanych trwałości poszczególnych warstw jest porównywana z ruchem okresu obliczeniowego. Zmiany w konstrukcji powinny być prowadzone do czasu uzyskania warunku:

$$N_{przen} < N_{min}, \quad (1.11)$$

gdzie: N_{przen} – ilość pojazdów obliczeniowych przewidywana w okresie obliczeniowym,

$N_{min} = \min(N_a, N_f, N_r)$.

We wzmacnianiu nawierzchni istniejących powinno uwzględniać się szkodę zmęczeniową, wynikającą z przeniesionych obciążeń w okresie dotychczasowym, o tę część należy zmniejszyć trwałość tej warstwy.

Metoda mechanistyczna nie zapewnia spełnienia warunku mrozoodporności. Warunek ten wymaga niekiedy stosowania zmian w przyjętej konstrukcji. Mrozoodporność materiałów nawierzchni drogowych badana była na przykład przez: Judycki, Jaskuła [105, 109]. W strefie przewidywanego przemarzania

nawierzchni drogowej powinny znajdować się materiały o mrozoodporności zależnej od stopnia zagrożenia i występujących naprężeń. Wielkości te określane są normą i sprawdzane w laboratoriach na materiałach przeznaczonych do wbudowania.

1.3. Metody badania i identyfikacji nawierzchni

Badanie nawierzchni drogowych może być dokonane metodą statyczną lub dynamiczną. Wśród metod dynamicznych wyróżnia się: udarową, wibracyjną, rezonansową.

Do połowy lat 90. stosowane były w Polsce różne metody badania i projektowania nawierzchni [140, 205, 207, 208, 209]. Rozpoznanie nośności istniejących konstrukcji oparte było głównie na statycznym pomiarze ugięć, modułów lub ocenie stanu powierzchni warstwy górnej nawierzchni.

Badaniem modeli i parametrów materiałów drogowych zajmowali się, m.in.: Borkowski, Judycki [15, 18, 19, 20, 21, 23, 92, 93, 94, 95, 98, 100, 109], Stypułkowski [230], Kalabińska [110], Szydło [250, 251, 252], Grabowski [58, 59, 60], Kukielka [137, 138, 139, 142, 143, 147], Pachowski [184], Sybilski [233, 234, 235, 237, 239], Radziszewski [200, 199, 198]; poza krajem Rafiroiu [202, 203], Pell, Brown [189], Busch [27], Korsunskij [134], Kriwisskij [135], Majidzadeh [166], AASHO [263].

Modele konstrukcji nawierzchni drogowej przedstawił Borkowski [18], różnicując warstwy pod względem ich odkształcenia przy obciążaniu, parametrów i ich wzajemnej współpracy. Nawierzchnię brukową analizowała Ładzińska-Depko [162, 163, 164] przyjmując model holenderski, w którym płytki nawierzchni są blokami połączonymi ze sobą sprężynami. Rozwiązanie numeryczne modelu wykorzystuje metodę elementów skończonych w programie ICES STRUDL.

Podstawy rozwiązywania nawierzchni wielowarstwowej przedstawił Sapien [213]. Uwzględnił też rozwiązanie dla obciążenia płytą sztywną [214], bazując na równaniu całkowym Fredholma. Rozwiązanie to ma zastosowanie w badaniach VSS. W badaniach laboratoryjnych, gdzie obciążeniem próbki jest płyta sztywna, rozwiązanie to oparte jest na modelu półprzestrzeni sprężystej [213].

Oceny kierunku rozwoju dziedziny i badań nad zastosowaniem teorii w wymiarowaniu, badaniach laboratoryjnych i terenowych dokonał Borkowski [19]. Wpływ warstwy poślizgowej na płytę betonu cementowego analizował Judycki [271].

Zależność pomiędzy parametrami podłoża: modułem sprężystości i współczynnikiem reakcji poszukiwał Borkowski [26] wśród różnych modeli płyt na podłożu dwójakiego rodzaju. Na podstawie równości przemieszczeń wyznaczył wzory, w których współczynnik reakcji podłoża – c był funkcją modułu – E , ponadto zależny od konstrukcji, obciążenia. Wzór ten ułatwiałby projektowanie nawierzchni sztywnych, gdzie podłoże byłoby oceniane parametrem modułu

sprężystości, a na jego podstawie obliczano by współczynnik reakcji. Weryfikację podłoża winklerowskiego (charakteryzowanego współczynnikiem reakcji podłoża) na podstawie badań laboratoryjnych modelowych przeprowadził Nita [175]. Podłoże w modelu zostało zastąpione sprężynami, powierzchnię obciążaną stanowiła płyta betonowa. W zakresie do 0,6 obciążenia rysującego płyty występowała liniowość przemieszczeń pionowych.

Metoda **ugięć** istniejącej nawierzchni drogowej stosowana była w USA w końcu lat 50. w ramach badań AASHO [1, 4, 80]. W Polsce prototyp ugięciomierza wykonano w 1959 roku, na dużą skalę stosowano w 1964 roku [141]. Badanie nośności nawierzchni tym sposobem było podstawą do opracowania *metody ugięć* do projektowania nowych i wzmacniania istniejących, dla okresu eksploatacji 10 lub 20 lat. Badania AASHO wykazało, że powtarzające się obciążenia nawierzchni wpływają na wzrost ugięć. Rafiroiu [202] korzystając z badań AASHO podał zależność między ilością przejazdów o nacisku tylniej osi 100 kN a ugięciem nawierzchni:

$$U_{dop} = \frac{P}{100} \cdot (0.248 - 0.0275 \cdot \log_{10}(N_{100})) \quad (1.12)$$

gdzie: U_{dop} – dopuszczalne ugięcie [mm],

P – nacisk osi [kN],

N_{100} – ilość obciążeń osi 100 kN w okresie eksploatacji.

Ogólna postać wzoru (1-12) w innych metodach była podobna, różniła się jedynie współczynnikami. Badania ugięć powinny być wykonywane w odpowiedniej odległości od krawędzi nawierzchni. We wstępnych wytycznych [225] metody ugięć wskazana jest odległość pomiaru:

1,00 m dla szerokości nawierzchni $j > 6$ m,

0,75 m " " " $j = 5 \div 6$ m,

0,50 m " " " $j < 5$ m.

Ugięciomierz francuski czyli deflektograf Lacroix [168], pozwala na wykonanie większej liczby pomiarów, ze względu na sposób pomiaru. Pojazd ciężarowy o nacisku osi 130 kN stosowany w pomiarach ma ramę zawieszoną u dołu a pomiar odbywa się w czasie przejazdu. Rama opuszcza się na nawierzchnię, pozostaje na chwilę i wtedy rejestruje się ugięcia podczas ruchu pojazdu ciężarowego, a następnie unosi i powtórnie opuszcza o 2 m dalej. Rama znajduje się pomiędzy kołami bliźniaczymi o nacisku osi 130 kN. Ten sposób pomiaru pozwala na wykonanie ugięć w punktach co 1m na drodze badanej.

Inną prostą metodą rozpoznania nośności na zginanie konstrukcji nawierzchni było badanie **krzywiznomierzem**. W Polsce metoda ta była praktycznie mało stosowana, we Francji natomiast zalecana [168]. Krzywiznomierz, opracowany przez Kukielkę, stosowany był na drogach Lubelszczyzny [41, 42, 43, 44, 141, 144]. Była to metoda uzupełniająca w stosunku do metody ugięć. Zależność (przybliżona) pomiędzy minimalnym promieniem krzywizny –

R, grubością warstwy asfaltowej – h, i maksymalnym wydłużeniem względnym – ε_r (b) podał Sorokowski [225]:

$$h = 2 * \varepsilon_r * R \quad (1.13)$$

określając maksymalne wielkości $\varepsilon_r = 3 * 10^{-4}$ dla betonu asfaltowego, a $4 * 10^{-4}$ dla żwiru otoczonego asfaltem.

Minimalna wielkość iloczynu promienia krzywizny – R i ugięcia – u:
 $R * u > 0,06 \text{ m}^2$ dla dróg ważnych, a $0,05 \text{ m}^2$ dla mniej ważnych.

Wymiarowanie nawierzchni według metody **OSZD** [185,209] było stosowane w kraju od 1968 roku. Jej podstawowym wymaganiem było uzyskanie minimalnego ekwiwalentnego statycznego modułu sprężystości na powierzchni warstwy górnej nawierzchni zależnego od ruchu. Pakiet warstw o różnych grubościach i modułach sprowadzany był do jednej warstwy o grubości równej sumie grubości a module średnioważonemu z iloczynów grubości i modułów. Na podstawie nomogramu (zamiany modelu dwuwarstwowego w ekwiwalentną półprzestrzeń sprężystą przy równości ugięć) uzyskiwano moduł sprężystości dla danych:

- ilorazu grubości pakietu warstw i średnicy koła obciążającego,
- ilorazu modułów podłoża i pakietu warstw.

Badając moduł na nawierzchni istniejącej (metodą ugięć lub VSS) i znając moduł ekwiwalentny projektowanej konstrukcji można było określić metodą iteracyjną grubości i moduły warstw wzmacniających. Metoda ta nie uwzględniała pracy wewnętrznej całej konstrukcji, wynikającej z powstających naprężeń, odkształceń przy obciążeniu pojazdem obliczeniowym (wtedy porównawczym).

Metoda **CBR** w wymiarowaniu nawierzchni w Polsce [182] była zbliżona do metody oryginalnej (USA). Zmianie podlegało badanie CBR gruntu i wielkości ruchu. Na podstawie nomogramu odczytywano potrzebną grubość zastępczą (w przeliczeniu na tłuczeń) warstw układanych na podłożu.

Ze względu na prostotę częściej stosowana była metoda **PJ-IBD**, ujmująca parametry podłoża, warunków klimatycznych, stosowanych materiałów, nacisk osi, ruch w okresie eksploatacji. Stosowana była nie tylko do projektowania nawierzchni nowych, ale także do wzmacniania istniejących.

Metody teoretyczne, wykorzystujące rozwiązania stabelaryzowane i nomogramy modeli kilkuwarstwowych, stosowane były w niewielkim stopniu.

Z innych metod teoretyczno-empirycznych można wyliczyć: metodę DORNII, MADI, Glossopa-Goldera, Oldera, SHELL, TMD (Travail Mecanique de Deformation).

Metoda **TMD** [122a] opracowana przez Rafiroiu oparta była na założeniu, że czasza ugięć ma kształt wycinka kuli, wszystkie warstwy pracują w zakresie odkształceń sprężystych, praca obciążenia jest równa pracy naprężeń na drodze powstałych przemieszczeń. Wyniki otrzymane w metodzie TMD były bliskie otrzymywanym wynikom AASHO, SHELL.

Wśród metod teoretycznych, wykorzystujących rozwiązanie modelu wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej są: metoda w Czechosłowacji, metoda SHELL [31], metoda belgijska, przedstawione w 1977 roku [272]. Uwzględniają one odkształcenia względne i naprężenia obliczone w modelu i odnoszą się do wartości dopuszczalnych. Metody te mogły przyczynić się do powstania metody **mechanistycznej**. Analizę wzmacniania nawierzchni podatnych w RFN przedstawia Kohler [132] podając do tego odpowiednie nomogramy.

Projektowanie nawierzchni drogowych z wykorzystaniem teorii **mechaniki nawierzchni**, hipotez zmęczeniowych materiałów, zostało wstępnie w kraju rozpoznane przez Borkowskiego [22], Judyckiego [108] a później zalecane do stosowania [119, 259]. Na podstawie różnych badań przyjęto kryterium zmęczeniowe Instytutu Asfaltowego dla warstw asfaltowych, które dało pośrednie wartości spośród metod Shella i Nottingham (największa trwałość) a francuską i belgijską (najmniejsza trwałość). Podobnie w przypadku podłoża przyjęte zostało kryterium kolein strukturalnych Instytutu Asfaltowego. Większą trwałość otrzymywano według metody Shella, francuskiej i Nottingham a mniejszą belgijskiej. Warstwy podbudów związanych spoiwami hydraulicznymi oceniane są według kryterium Dempseya (Uniwersytet Illinois USA). Większe wartości trwałości były otrzymywane z kryterium Centrum Badań Drogowych w Belgii (Verstraeten) a mniejsze w metodzie Narodowego Instytutu Badawczego Dróg i Transportu (CSIR Południowa Afryka).

Zasady projektowania metodą **mechanistyczną** i jej założenia przedstawił Judycki [103]. W metodzie tej wykorzystał badania identyfikacyjne istniejącej nawierzchni, teorię układów wielowarstwowych, wyniki badań zmęczeniowych stosowanych materiałów.

Początki **badania dynamicznych** nośności dróg przy pomocy drgań [219] były w Niemczech przed 1936 rokiem. W tym okresie nie dały one jeszcze zadowalających wyników. Po wojnie nad tą metodą badania prowadził Nijboer (Holandia) w ramach towarzystwa naftowego Shell. Obciążenie nawierzchni stanowiła tarcza przejmująca drgania od obracających się w przeciwnych kierunkach 2 tarcz zamocowanych mimośrodowo. Tarcze te były zsynchronizowane tak, aby znosiły się składowe poziome ich oddziaływań a sumowały składowe pionowe. W pewnej odległości od płyty na powierzchni nawierzchni były rozmieszczone czujniki drgań (geofony). Rejestrator (oscylloskop) odbierając impulsy z dwu czujników jednocześnie mógł pokazywać przesunięcia drgań. Przy doborze częstotliwości drgań tarcz, między czujnikami można było otrzymać przesunięcie drgań o pełną fazę, a stąd określić długość fali. Po ustaleniu częstotliwości drgań możliwe było określenie prędkości fali w nawierzchni. Wielkość modułu dynamicznego wyraża się zależnością łączącą wartości mierzone. Amplituda drgań mierzona jest czujnikiem umieszczonym pod płytą.

Instytut Badań Drogowych w Niemczech [285] stosował badania impulsowe nawierzchni o parametrach: płyta o średnicy 30 cm, impulsy co 0,4 sekundy

(maksymalna siła w 0,02 sekundy), nacisk od 20 do 100 kN, przemieszczanie na długości 1,6 m z prędkością 1 mm/s. Metoda dynamiczna obciążenia konstrukcji opisana jest w pracach: [178, 190].

Podstawy teoretyczne laboratoryjnych badań dynamicznych (obciążenie wibracyjne) wyznaczył Borkowski [23] dla materiałów drogowych, zastosowanych później do badań zmęczeniowych.

Ugięciomierze dynamiczne stosowane do badań nawierzchni drogowych [61] powstały w różnych krajach:

- Francji – 1964 rok Rouen (obciążnik o masie 150 kg, wysokości spadania do 60 cm, czasie impulsu 0,0258 s)
- Polsce – Gdańsk HB-PG-62 (obciążnik o masie 20 kg, wysokości spadania do 170 cm, czasie impulsu od 0,0138 do 0,03 s),
- Danii – 1976 rok – DYNATEST (Dynatest 8000 FWD – obciążenie od 7 do 120 kN, czas impulsu od 0,025 do 0,035 s),
- Czechosłowacji – Praga, VUD-3 (obciążnik o masie od 90 do 325 kg, wysokości spadania od 5 do 140 cm, czasie impulsu 0,01 do 0,04 s),
- VUD-Brno (obciążnik o masie 100 kg, wysokości spadania od 5 do 150 cm, czasie impulsu 0,01 i 0,03 s),
- Japonii, ZSRR.

Wielkość siły skierowanej na płytę P (w niutonach) w badaniach uderowych [224] można określać ze wzoru (1.14):

$$P = m \cdot g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{k}}, \quad (1.14)$$

czas jej działania T (w sekundach):

$$T = \pi \cdot \sqrt{\frac{k}{g}}, \quad (1.15)$$

gdzie: m – masa spadającego obciążnika [kg],

h – wysokość spadania [m],

k – osiadanie sprężyny pod statycznym działaniem obciążnika [m],

g – przyspieszenie ziemskie [$\frac{m}{s^2}$].

Badanie zależności pomiędzy ugięciem statycznym (VSS) i dynamicznym (HB - PG - 62) przez Borkowskiego, Judyckiego prognozowało przydatność badań dynamicznych do pomiaru nośności [12].

Ocena materiałów stosowanych w nawierzchni drogowej wymagała wielu badań dla ich właściwego rozpoznania i przewidywania zachowania się w okresie eksploatacji. Badania reologiczne parametrów mechanicznych materiałów drogowych prowadzili Judycki [93, 94, 95, 96, 100, 104, 109, 197], Borkowski [20], Kalabińska, Piłat [110, 111], Hopman [81] i inni [82, 121, 123, 226, 245, 286].

Cechy reologiczne mieszanki kruszywa, asfaltu i cementu badali Smarzyńska, Rusin [226], Strycharz [228].

Modele reologiczne betonów asfaltowych badali Nowaczyk, Wieczorek [179], Zawadzki [244, 245, 286].

Cechy reologiczne asfaltu badane były przez Stefańczyka [227].

Badania terenowe nawierzchni, na podstawie których można było oceniać przemieszczenia pionowe konstrukcji, wymagały między innymi pomiaru ugięć w wielu punktach, przy obciążeniu w miejscu jednego z nich lub pomiaru w tym samym punkcie przy różnej odległości pomiędzy środkiem obciążenia a punktem. Odmienny sposób pomiaru przemieszczeń pionowych (ugięciomierzem belkowym, FWD) przy zamiennym wykorzystaniu wyników badań na wielu drogach Borkowski, Boito, Judycki [12], Szydło [261]. Zależność liniowa ugięć mierzonych belką Benkelmana i urządzeniem FWD na tych samych punktach badawczych [261] wykazała dobrą korelację.

Ugięcia nawierzchni od obciążającego pojazdu w postaci linii wpływowej badał Misztal [11], Szydło [255]. Pomiaru te były rejestracją graficzną ugięcia w badanym punkcie przy odjeżdżającym pojeździe ciężarowym z dodatkowym zapisem odległości od punktu. Zapis ciągły tego typu pozwala na dokładniejsze wyznaczenie krzywizny oraz czaszy ugięć potrzebnej do identyfikacji.

Badanie betonu cementowego i asfaltowego **metodą ultradźwiękową** prowadził Sztukiewicz [246, 247, 248]: fałę podłużną i niszczenie próbek na ściskanie, korelację między nimi, stąd zależność $R_s=f(v)$ podobnie $R_{rz}=f(v)$. Celem było uproszczenie badań, możliwość powtórzenia. Stosowanie ultradźwięków w badaniach wykorzystał też Matauschek [169].

Badanie wytrzymałości mas bitumicznych prowadzone było przez Borkowskiego, Judyckiego [14, 21, 97, 103]. Cechy mechaniczne mas bitumicznych w warunkach laboratoryjnych: Borkowski [15, 21, 23].

Metody badań mas bitumicznych o zwiększonej stabilności przedstawił Sybilski [237], według których IBDiM realizuje program badawczy poprawy stanu dróg o nawierzchni asfaltowej. Prowadził też badania wpływu temperatury na cechy mieszanek mineralno-bitumicznych [233].

Punktowe pomiary statyczne ugięć, wykorzystywane do identyfikacji, stosował Szydło [257].

Wyznaczanie grubości warstw, wykorzystywane w identyfikacji, dokonywane jest na odwiertach w nawierzchni, pobraniu próbek i pomiarze miąższości jednolitych materiałów. W niektórych przekrojach struktura materiału po obu stronach styku warstw nie zawsze jest odmienna i zróżnicowana. Nowszą metodą stosowaną jest użycie penetroradaru [9] lub metody wibrosejsmicznej [148] z wykorzystaniem fali Rayleigha.

Trwałość zmęczeniową gruntów i drobnych kruszyw związanych cementem badał Koba [123, 124, 129]. Trwałość materiałów warstw asfaltowych badali m.in.: Radziszewski [199], Grabowski [59, 60], Judycki [108, 109], Sybilski [240, 241], Wojdanowicz [281]. Badanie wpływu struktury (jednorodność) tworzywa betonu asfaltowego na wytrzymałość była badana przez Grabowskiego [59]. Zimą występuje dezintegracja struktury (niejednorodna gęs-

tość) co powoduje spękania, latem wyższa temperatura (wyrównanie jednorodności gęstości) zamykanie się rys. Poparte doświadczeniami francuskimi w tym zakresie potwierdziło takie zmiany. Badania zmęczeniowe mieszanek mineralno-asfaltowych dokonane w IBDiM pod kierunkiem Sybilskiego potwierdziły wyniki AASHO po uwzględnieniu współczynnika przeniesienia – 18,4. Na podstawie metody AASHO przyjęto kryterium zmęczeniowe warstw asfaltowych projektowania nawierzchni metodą mechanistyczną.

Badanie gruntów podłoża drogowego, wyznaczenie modułów w ujęciu modelowym nawierzchni przedstawił Szydło, Pilujski [191, 250]. Parametry gruntów badanych dynamicznie metodą falową, z ujęciem cech reologicznych przedstawił Włodarczyk [280]. Podał zależności teoretyczne i zachowanie się gruntów, według różnych modeli.

Badania nad nowym materiałem **BAC** (betonem asfaltowo-cementowym) stosowanym w Polsce prowadził Kukiełka [145, 147]. Do wytworzenia jego wykorzystuje się destrukta z frezowania nawierzchni bitumicznej, który po uzupełnieniu zaczynem cementowym nabiera cech materiału półsztywnego. Zastosowanie jego to podbudowy, szczególnie na odcinki o obciążeniach długotrwałych jak przystanki miejskie, odcinki dróg przed skrzyżowaniami. Mogą być stosowane warstwy o większej grubości, nadające większą nośność i stabilność całej konstrukcji. Grunty stabilizowane cementem badał Kukiełka [137, 138, 139, 141, 143] określając parametry mechaniczne materiału o różnym składzie i wytrzymałości. Materiał ten i jego trwałość badał Koba [124, 125, 126, 127]. Badania te wykorzystane zostały do opracowania w metodzie mechanistycznej kryterium dla materiałów związanych spoiwem. Powody spękania poprzecznego nawierzchni bitumicznych badał Koba [128]. Sposoby usuwania spękań poprzecznych z dobrym skutkiem stosowane według metody Kukiełki [146] były realizowane na drogach lubelskich. Stabilizację gruntów metodą niekonwencjonalną, przy zmniejszeniu kosztów, w której oprócz cementu były popioły lotne wprowadzał Kukiełka [138] na drogach koło Lublina. Warstwy te były następnie impregnowane.

Badania betonów asfaltowych o wyższej stabilności badali: Judycki, [98, 101, 107], Sybilski [234, 239]. Badanie dynamicznych cech betonu asfaltowego z określeniem parametrów modułu zespolonego prowadzili Radziszewski [200], Sybilski [242] i inni [222]. Radziszewski [198] opisał skład betonu asfaltowego w zależności matematycznej i od niego uzależnił stabilność według Marshalla.

Analizę modeli teoretycznych nawierzchni drogowych realizował Szydło [251]. Sugerował, że wyznaczone wielkości nie można porównywać z dopuszczalnymi naprężeniami [252]. Problemy dynamicznego badania nawierzchni drogowej badał też Weingart [275], Ehrler [38]. Badania nawierzchni drogowej przez Ullidta [265, 266, 267, 269] dotyczyły modelu teoretycznego i półempirycznego, obciążonego statycznie i dynamicznie. Przeprowadzone prace nad badaniem udarowym oceny stanu nawierzchni przyczyniły się do opracowania przyrządu FWD [268], HWD, a na ich podstawie do identyfikacji nawierzchni

za pomocą programu ELMOD. Szydło i Pilujski [192] zwracają uwagę na możliwości wykorzystania wielowarstwowego modelu nawierzchni do wymiarowania, biorąc pod uwagę obliczenia i zauważane prawidłowości w otrzymanych naprężeniach radialnych, naprężeniach i przemieszczeniach pionowych.

Problemem spękań niskotemperaturowych zajmowali się m.in. Borkowski, Judycki, Miłkowski [25] stosując do betonu asfaltowego dodatki modyfikujące asfalt: lateks LBSK 4%, utwardzacz katalityczny 1%, polietylen 5 i 10 %. Dodatek ten spowodował wzrost stabilności betonu asfaltowego. Otrzymali zależność na minimalny promień R_{\min} krzywizny badanej belki z masy betonu asfaltowego od wysokości belki – h oraz maksymalnego odkształcenia ε_{\max} względnego na rozciąganie przy zginaniu:

$$R_{\min} = h \cdot \frac{1 + \varepsilon_{\max}}{2 * \varepsilon_{\max}} \quad (1.16)$$

Zalecenia zmniejszenia spękań niskotemperaturowych obejmują: stosowanie mas drobnoziarnistych, większa ilość asfaltu, może być odpowiednio modyfikowany. Spękania poprzeczne nawierzchni bitumicznych analizował Szydło [254] biorąc pod uwagę grubość warstwy, zawartość i penetrację asfaltu, wytrzymałość masy na rozciąganie.

Obliczenia odwrotne (w stosunku do typowych: znane moduły warstw – obliczanie przemieszczeń pionowych) prowadzone były dla modelu nawierzchni drogowej między innymi przez takich badaczy jak: Livneh [157, 157, 159], Chou, Lytton [30], Kameyama, Himeno, Maruyama, Nishizawa [112], Szydło [255, 256, 257].

Identyfikacja nawierzchni drogowych na podstawie badań z użyciem FWD i przebiegu fali opóźnienia sygnału na wybranych czujnikach była tematem badań zespołu [63] z opracowaniem odmiennego od ELMOD programu MODDYN 1.0. Identyfikacją nawierzchni lotniskowych i drogowych zajmowali się Langer, Ruta [151, 152], gdzie badali teoretycznie wpływ impulsu udarowego na model nawierzchni. Odpowiedź na impuls była przetwarzana na statyczny substytut lub postać całkową transformaty Hankela przemieszczeń pionowych. Po dopasowaniu obu transformat rozwiązanie następowało w programie komputerowym DINALD. Symulacyjnie sprawdzano poprawność danych na początku z otrzymanymi wynikami na modelu dwu- i trzywarstwowym.

Problemem identyfikacji nawierzchni lotniskowych (w większym stopniu) zajmował się Szydło [255, 256, 257]. Korzystał przy tym z czaszy ugięć i poszukiwał takich modułów sprężystości warstw, aby błąd względny z różnic w przemieszczeniach pionowych modelu rzeczywistego i obliczonego był minimalny. Wartość błędu (wskaźnika identyfikacji) była pierwiastkiem z sumy kwadratów odchyłek odniesiona do przemieszczenia średniego. Szydło przeprowadzał identyfikację na modelach dwu-, trzy-, czterowarstwowym biorąc wszystkie punkty czaszy.

Rozpoznawaniem modeli poprzez identyfikację zajmował się także autor [44, 49, 50]. Wskaźnikiem identyfikacji tej była zgodność przemieszczeń pionowych mierzonych i otrzymanych w modelu. Liczba punktów czaszy uwzględnianych w identyfikacji była równa liczbie warstw modelu. Obliczany był także błąd średni kwadratowy ze wszystkich przemieszczeń mierzonych i otrzymanych, który był wskaźnikiem pomocniczym.

1.4. Cel pracy

Na podstawie ogólnie poznanego stanu dotychczasowych badań i związanych z nimi zadań, istotne jest dalsze rozwijanie naukowych możliwości w projektowaniu i konstruowaniu nawierzchni drogowych.

Celem podstawowym było opracowanie metody wyznaczania modułów sprężystości badanej nawierzchni drogowej na podstawie badań nieniszczących z użyciem ugięciomierza udarowego FWD. Celem dodatkowym opracowania było poszukiwanie i określanie modułów sprężystości dla przypadku, w którym otrzymywane wielkości różniły się znacznie od realnych. Istotna przy tym miała być zgodność zmierzonych przemieszczeń pionowych powierzchni obciążonej nawierzchni drogowej oraz obliczonych dla odpowiedniego modelu warstwowej półprzestrzeni sprężystej.

Osiągnięcie tego celu możliwe było przez:

- opracowanie sposobu postępowania w wyznaczaniu modułów,
- sprawdzenie metody rozwiązywania na modelu symulacyjnym,
- weryfikacji metody postępowania na odcinkach doświadczalnych dróg kołowych.

Zakładano, że użytecznym celem opracowania będzie ocena nośności konstrukcji nawierzchni oraz możliwość określenia stanu jej naprężeń i odkształceń dla danego obciążenia. Moduły sprężystości otrzymane, w tej metodzie z badań dróg istniejących, będą wykorzystane do projektowania wzmocnienia konstrukcji tej nawierzchni. Inne zastosowanie to sprawdzenie jakości wykonanych robót, nie tylko po ułożeniu wszystkich warstw, lecz także w ich trakcie. Na podstawie rozpoznania parametrów nawierzchni możliwe będzie określanie stanu naprężeń, przemieszczeń lub odkształceń pod obciążeniem dowolnej osi samochodu ciężarowego. Należy przy tym zaznaczyć, że otrzymane moduły będą właściwe tylko dla tej nawierzchni w chwili i ustalonym punkcie badania. Wyznaczanie wielkości naprężeń, przemieszczeń i odkształceń w innej chwili tego samego modelu, będzie możliwe po uwzględnieniu zmian:

- modułów sprężystości warstw zależnych od temperatury,
- parametrów obciążenia,
- ewentualnej degradacji materiału.

1.5. Zakres pracy

Praca niniejsza w rozdziale 2 pozwala na poznanie obciążenia nawierzchni drogowej. Rozdział 3 jest związany z przyjętym teoretycznym modelem nawierzchni drogowej, potrzebnym do wyznaczania przemieszczeń pionowych na powierzchni obciążenia wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej o różnych rodzajach styku między warstwami. Rozwiązanie szczegółowe w modelach jedno- i dwuwarstwowych, dotyczące analitycznego obliczania przemieszczeń pionowych przedstawiono w rozdziale 4. Na podstawie ogólnego rozwiązania przedstawiono w rozdziale 5 wyznaczanie przemieszczeń pionowych modeli trzywarstwowych o różnych warunkach współpracy stykających się warstw. Na podstawie rozwiązań modeli dwu- i trzywarstwowych dało się zauważyć niektóre prawidłowości występujące w przypadku większej liczby warstw. Rozdział 6 opracowania przedstawia algorytm poszukiwania modułów sprężystości zależnych od przemieszczeń pionowych przy obciążeniu modelu o różnej liczbie warstw. Rozdział ten określa sposób przeprowadzania identyfikacji metodą SF-PL.

Rozdział 7 tej pracy, za pomocą metody symulacyjnej, określa nie tylko moduły zidentyfikowanego modelu, lecz także ich błędy powstałe przy niedokładności wyznaczania parametrów w modelu wejściowym. Rozwiązania symulacyjne zostały przeprowadzone na modelach dwu-, trzy-, czterowarstwowych.

W rozdziale 8 niniejszego opracowania wykonano rozpoznanie nawierzchni, na podstawie badań udarowych FWD, przebudowywanej drogi. W niektórych identyfikacjach otrzymane wartości modułów odbiegały od realnych, ustalonych w innych metodach badania. W niektórych z nich przedstawiono postępowanie, w celu ustalenia zmian w modelu wejściowym, celem otrzymania modułów zbliżonych do rzeczywistych. Przedstawiono przy tym kilka metod postępowania poprawy wyników identyfikacyjnych. Próbę ustalenia grubości warstw oraz identyfikację modelu nawierzchni przeprowadzono w rozdziale 9. Aproksymowano średnie odchylenia kwadratowe zależne od grubości warstw podbudowy i nawierzchni do funkcji dwóch zmiennych. Wyznaczając w rozwiązaniu współrzędne minimum tej funkcji ustalono grubości badanych warstw oraz moduły modelu bliższe rzeczywistym.

Ocenę pracy i wnioski z zastosowania identyfikacji modelu przedstawiono w rozdziale 10. Dotyczyły one spostrzeżeń podczas rozwiązywania oraz metodyki postępowania przy nieudanej identyfikacji (gdy otrzymane wyniki były mało realne).

2. Obciążenie nawierzchni

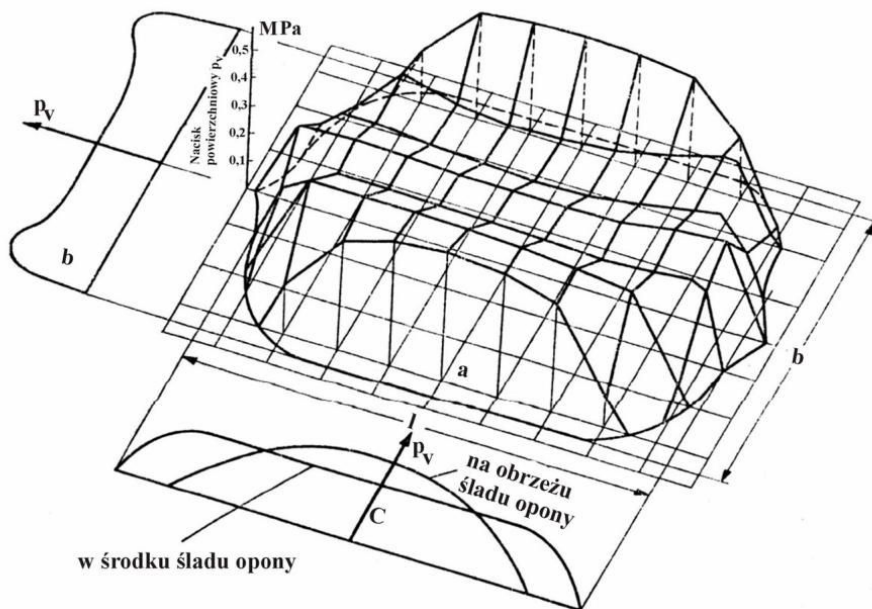
2.1. Wprowadzenie

Nawierzchnia drogowa przeznaczona jest do ruchu pojazdów o kołach ogumionych. Na wielkość i zmienność nacisku jednostkowego (na powierzchni styku koła z nawierzchnią) [88], będą miały takie czynniki jak:

- konstrukcja opony (średnica, szerokość, sztywność, kształt bieżnika),
- ciśnienie powietrza w oponie,
- obciążenie przypadające na koło pojazdu [10, 155, 171, 206],
- prędkość poruszania się pojazdu i jej zmienność w czasie,
- odkształcalność powierzchni nawierzchni,
- sztywność konstrukcji nawierzchni,
- mikro i makro nierówności nawierzchni,
- dokładność wyważenia koła (mimośród środka masy obracającego się koła),
- pochylenie podłużne i poprzeczne nawierzchni,
- krzywizna toru pojazdu,
- współczynnik tarcia i swoboda obracania się koła,
- stan resorowania analizowanego koła,
- zmienność położenia ładunku wewnątrz pojazdu,
- warunki atmosferyczne.

2.2. Cechy ruchu drogowego

Szerokość typowego pojazdu ciężarowego wynosi 2,50 m w obrysie konstrukcji, pasa ruchu [210] (3.50 lub 3.75 dla drogi klasy A, S do 2.50 m dla klasy L, D). Biorąc je pod uwagę (szerokość pojazdu oraz pasa ruchu), zauważa się na drogach klas wyższych większą swobodę w prowadzeniu pojazdu, natomiast prawie wymuszenie zachowania kierowcy na drodze klasy niższej. Istotne znaczenie trwałości konstrukcji nawierzchni ma więc szerokość pasa ruchu. Przy szerokości pasa większej od pojazdu (dla ciężarowych i autobusów szerokość pojazdu $b = 2,50$ m) o zapas na wahania boczne i zapas do pojazdu z pasa sąsiedniego [6, 31] występuje bardziej równomierne rozłożenie nacisków. Przy szerokości zbliżonej do pojazdu wymuszone jest pokrywanie się śladów kół poszczególnych pojazdów (szczególnie – najszerzych, ciężarowych). Najbardziej niekorzystne zjawisko będzie, gdy pas ruchu odpowiada szerokości pojazdu ciężarowego, przy którym ślady kół, o największych naciskach osi, pokrywają się. Sytuacja ta występuje najczęściej na drogach o dwóch pasach ruchu a jednej jezdni o szerokości od 5.0 do 5.5 m. Sprzyja to przejmowaniu prawie wszystkich obciążeń przez te same cząstki materiału nawierzchni, a tym samym na wcześniejszym pojawieniu się wytrzymałości zmęczeniowej i kumulacji deformacji strukturalnych obserwowanych w postaci kolein.



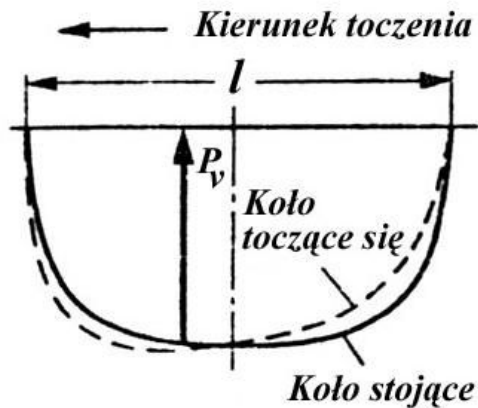
Rys.2.1. Rozkład nacisków normalnych na powierzchni styku koło – nawierzchnia [113]

Analizę oddziaływania pojedynczego koła na nawierzchnię przedstawił Mitschke [172]. Zmienność obciążenia na powierzchni całego śladu opony koła nieruchomego przedstawia rysunek 2.1. Wzrost nacisku na obrzeżu opony wywołany jest jej sztywnością i uwydatnia się szczególnie przy małych ciśnieniach powietrza w oponie. Powierzchnia śladu opony swym kształtem (np. pozostawionym na nawierzchni o małej stabilności), jest prawie prostokątem (ma zaokrąglenia w narożach). Szerokość śladu jest bliska szerokości bieżnika [172].

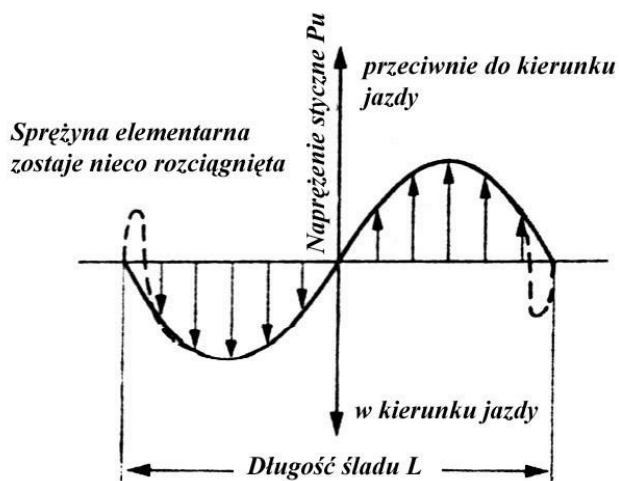
Nacisk jednostkowy pod oponą, na długości śladu, określono jako prawie stały, a na końcach paraboliczny (rys.2.2). Wzrost obciążenia koła zwiększa długość odcinka o stałym nacisku, zmniejsza odcinek kształtu parabolicznego. Przyjmuje się, że obciążenie kołem samochodu ma ślad kołowy o stałej wielkości nacisku pionowego [119].

Obciążenie pionowe, działające na koło, wywołuje reakcje nawierzchni, podczas której powierzchnia opony wydłuża się lub skraca na linii kierunku poruszania się pojazdu [172]. Następuje wtedy spłaszczanie opony na styku jej z nawierzchnią, gdzie powstają siły poziome. Siły te wywołują naprężenia styczne, zerowe na końcach i w środku styku opony z nawierzchnią (rys. 2.3).

Projektowanie wzmocnienia nawierzchni istniejących według metody mechanistycznej [119] zaleca, aby stosować nacisk osi 100 kN, a ciśnienie kontaktowe pod oponą 0.65 MPa.



Rys. 2.2. Rozkład nacisków powierzchniowych w środku śladu, na długości opony koła nieruchomego i toczącego się [172]



Rys.2.3. Rozkład obciążeń stycznych przy czystym obciążeniu pionowym [172]

3. Model obliczeniowy nawierzchni drogowej

Obliczenia odwrotne, stosowane w wyznaczaniu modułów sprężystości, wykonywane są dla modelu nawierzchni drogowej jako wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej [3, 29, 70, 71, 74, 75, 83, 157, 160, 165, 169, 204, 218, 262, 270, 274, 287]. Do wykonania tych obliczeń należy wyznaczyć przemieszczenia pionowe przy pomocy FWD. W badaniu udarowym nawierzchni [24, 55, 78, 160, 167, 188, 219, 220, 221, 255, 264, 268], płyta podatna o średnicy D przekazuje jednostkowy nacisk – q . Pozostałe parametry, opisujące grubości warstw i współczynniki Poissona, wyznaczane są w badaniach dodatkowych. Grubości warstw ustalane są na podstawie odwiertów w nawierzchni, penetroradarem [9] lub w inny sposób. Na podstawie zróżnicowania materiału w próbce z odwiertu ustala się granicę warstw. Współczynniki Poissona poszczególnych warstw określa się na podstawie badań laboratoryjnych próbek lub danych z literatury po rozpoznaniu materiału. Wielkości tych współczynników, brane z literatury, mogą dotyczyć określonych parametrów badania jak: temperatura, sposób obciążenia, wielkość i wiek próbki, metoda pomiaru, które są najczęściej znane tylko badającemu. Warunki, w jakich znajduje się materiał nawierzchni w chwili badania urządzeniem FWD, mogą być odmienne. Przenoszenie wartości współczynnika w takim przypadku może być więc obarczone błędem. Wiadomym jest także, że materiał zmienia swe parametry wraz z czasem (starzenie), związanym z jego destrukcją po wielu obciążeniach i ewentualnych przeciążeniach. Stopień zmiany struktury materii może wpływać na sposób przekazywania oddziaływań pomiędzy powstałymi cząstkami w wyniku licznych spękań, przemieszczeń, niejednorodnych docisków. Często w konstrukcji występują też materiały, których parametry zmieniają się wraz z temperaturą [57, 91, 119, 210, 233].

Wyznaczenie przemieszczeń pionowych, w obrębie obciążającego koła lub płyty podatnej, pozwala poznać kształt tzw. czaszy przemieszczeń, czyli zmienności ugięć w różnych odległościach od środka obciążenia. Pomiar tych wielkości odbywa się bezpośrednio przy użyciu zestawu czujników mechanicznych lub mechaniczno-elektrycznych, ewentualnie przez rejestrację czujnikami przyspieszeń (geofonami).

3.1. Wprowadzenie

Konstrukcja nawierzchni drogowej występuje w postaci wielu warstw na podłożu drogowym. Typowe rozwiązania konstrukcji, zalecane do stosowania, przedstawione zostały w [210] Rozporządzenia MTiGM. Są to konstrukcje o trzech, czterech, pięciu warstwach na podłożu drogowym. Dwuwarstwowa konstrukcja występuje przeważnie na drodze gminnej (np. warstwa stabilizowanego piasku lub gruntu na podłożu gruntowym) lub też w etapie

początkowym nawierzchni wielowarstwowej. Warstwy górne nawierzchni, występujące na drogach, wykonane są w znacznym stopniu z mas asfaltobetonowych. W małej liczbie dróg spotyka się nawierzchnie z betonu cementowego, a także z kostki kamiennej, betonowej, tłuczni, bruku.

Podbudowy tych nawierzchni stanowią różnorodne materiały: tłuczeń, chudy beton, stabilizacja zarówno spoiwami jak i lepiszczami, mieszanki mineralno-asfaltowe, stare nawierzchnie o zróżnicowanych rozwiązaniach. Podłoże drogowe przeważnie nie jest samym gruntem [46] a jego ulepszeniem poprzez dodatki, stabilizację lub uzupełnienie innym materiałem celem uzyskania wymaganej nośności, określonej modułem na jego powierzchni 100 lub 120 MPa.

Z ogólnego przeglądu konstrukcji należy zauważyć wyraźne uwarstwienie jako całości i w takiej postaci przeprowadzać rozważania dotyczące naprężeń, odkształceń, przemieszczeń oraz nośności i trwałości. Praktyczne zastosowanie w ocenie nośności, wzmacnianiu oraz wymiarowaniu nawierzchni znajdują dwa modele:

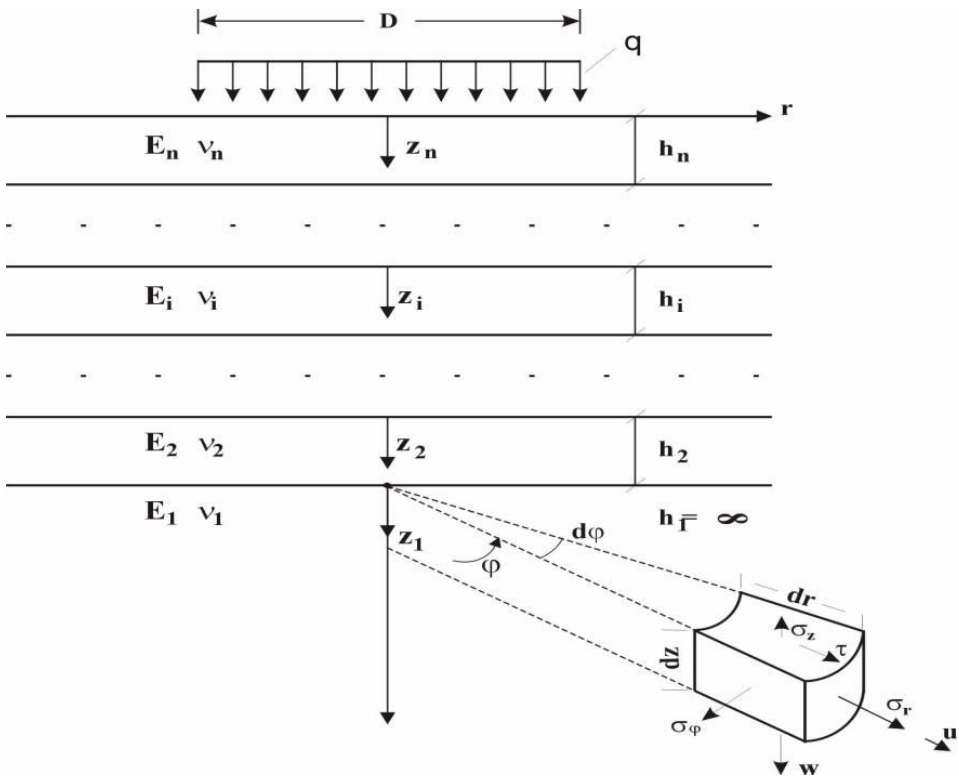
- 1) sprężystej półprzestrzeni warstwowej [18, 47, 73, 85, 99, 102, 119, 134, 135, 136, 156, 176, 192, 194, 195, 213],
- 2) płyty o ograniczonych wymiarach na podłożu sprężystym [26, 72, 175, 255, 271], charakteryzowanym współczynnikiem Winklera (współczynnikiem sprężystości podłoża).

Stosowanie drugiego modelu występuje coraz rzadziej, ze względu na jej dwuwarstwowe wykonanie, a także ułożenie podbudowy. Te zmiany w rozwiązaniu modelu wynikają z potrzeby dostosowania do coraz większych obciążeń pojedynczych, oraz i ich ilości w rozważanym okresie czasu. Określenie współczynnika sprężystości podłoża bywa w wielu przypadkach niejednoznaczne. Analiza przeprowadzona przez Borkowskiego [26], wykazała jego zależność nie tylko od samego materiału podłoża ale i sposobu obciążenia, parametrów płyty: grubości, modułu sprężystości. W tym przypadku wystarczy porównanie wyników przemieszczeń pionowych płyt o różnych parametrach, obciążeniu, tym samym materiale podłoża korzystając z dwóch tych metod, aby wyznaczyć współczynnik reakcji podłoża. Jego wartość okazuje się w takim przypadku różna. Jeśli uwzględnimy uwarstwienie konstrukcji na tym podłożu, tym trudniejsze jest posługiwanie się metodą analityczną w takim modelu. Pozostaje ewentualne stosowanie obu metod, albo metody elementów skończonych.

W tej monografii skupiono się na stosowaniu modelu pierwszego jako bardziej praktycznego w osiągnięciu celu. Model ten pozwala na szybkie wyznaczanie istotnych wielkości, w dowolnym jego punkcie, korzystając z programu autora.

3.2. Rozwiązanie modelu sprężystej półprzestrzeni warstwowej

Ogólny schemat modelu nawierzchni wielowarstwowej przedstawiono na rysunku 3.1. Numerację warstw przyjęto w takiej kolejności, jak jest to wykonywane w rzeczywistości; więc **1** – w przypadku półprzestrzeni, **n** – ostatniej, najwyższej. Liczba warstw wynika z konstrukcji, której odpowiada model. Każda z warstw ma w płaszczyźnie poziomej nieograniczony wymiar. Pierwsza z warstw ma także nieograniczoną miąższość, natomiast pozostałe są tej samej grubości (h_i). Materiał w każdej warstwie jest izotropowy, jednorodny i wykazuje continuum. Parametrami charakteryzującymi materiał są: moduł sprężystości E_i oraz współczynnik Poissona ν_i . Ze względu na charakter krótkotrwałych obciążeń, od przejeżdżających pojazdów po nawierzchni drogi, będą to dynamiczne moduły sprężystości. Przy analizie wpływu oddziaływań długotrwałych należałoby stosować moduły statyczne lub modele z wykorzystaniem teorii lepkosprężystości [20, 81, 150, 178]. Taki przypadek będzie dotyczył miejsc w pobliżu skrzyżowań, postojów, zatrzymań, przystanków itp.



Rys.3.1. Model wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej

W przyjętym modelu stosuje się układ współrzędnych walcowych, pomija się siły masowe. Ze względu na symetrię obciążenia pomija się kąt mierzony w płaszczyźnie poziomej. Praktycznie stosuje się dwie osie pionową – z i poziomą – r . Przyjęto, że oś pionowa umiejscowiona jest w osi obciążenia płytą podatną. Rozpoczyna się na powierzchni górnej każdej z warstw i skierowana jest w dół. Maksymalne wartości z każdej z warstw są więc ograniczone jej grubością. Oś pozioma jest mierzona od osi pionowej i skierowana jest na zewnątrz.

W układzie o współrzędnych walcowych będą trzy równania różniczkowe równowagi wewnętrznej. Ze względu na symetrię względem osi pionowej z , stosuje się tylko dwa z nich (w osiowej symetrii pochodne względem zmiennej – kąta poziomego, są dla wielkości stałych zerami).

Równania równowagi statycznej w układzie współrzędnych walcowych przedstawiają wzory (3.1), (3.2) [16, 177]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0, \quad (3.2)$$

gdzie: $\tau = \tau_{rz} = \tau_{zr}$ naprężenia styczne,

$\sigma_z, \sigma_r, \sigma_t$ naprężenia normalne.

Do analizy przyjęto funkcję naprężeń harmoniczną $\Phi(r, z)$, spełniającą warunek zerowania się bilaplasjanu (3.3):

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi(r, z) = 0, \quad (3.3)$$

gdzie:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}. \quad (3.4)$$

Przyjęto funkcję naprężeń w warstwach od $\mathbf{2}$ do \mathbf{n} w postaci (3.5):

$$\Phi(r, z) = G \int_0^{\infty} \left\{ (A + B \cdot \lambda z) \cdot e^{-\lambda z} + (C + D \cdot \lambda z) \cdot e^{\lambda z} \right\} \frac{J_0(\lambda r)}{\lambda^2} d\lambda, \quad (3.5)$$

gdzie: G – moduł odkształcenia postaciowego,

A, B, C, D – niewiadome w danej warstwie spełniające warunki brzegowe modelu,

λ – parametr całkowania,

$J_0(\lambda r)$ – funkcja Bessela pierwszego rodzaju, rzędu zero.

Funkcję naprężeń najniższej z warstw otrzymano po uwzględnieniu zaniku naprężeń i przemieszczeń wraz z głębokością (dla $z_1 = \infty$). Przy spełnieniu tego warunku C, D powinny być zerowe dla każdego parametru λ . W wyniku eliminacji otrzymano funkcję naprężeń warstwy nr $\mathbf{1}$ (3.6):

$$\Phi_1(r, z) = G_1 \int_0^{\infty} \{A_1 + B_1 \cdot \lambda z\} \cdot e^{-\lambda z} \frac{J_o(\lambda r)}{\lambda^2} d\lambda. \quad (3.6)$$

W podanych funkcjach występujące wielkości: A_i , B_i , C_i , D_i są określone z rozwiązania \mathbf{m} równań, wynikających z warunków brzegowych. Dla określonego modelu są one oczywiście zależne od parametru całkowania λ i należałoby je zapisywać w postaci: $\mathbf{A}_i(\lambda)$, $\mathbf{B}_i(\lambda)$, $\mathbf{C}_i(\lambda)$, $\mathbf{D}_i(\lambda)$.

Występująca wielkość \mathbf{G}_i oznacza moduł Kirchhoffa (odkształcenia postaciowego) w postaci (3.7):

$$G_i = \frac{E_i}{2 \cdot (1 + \nu_i)}. \quad (3.7)$$

Funkcja $J_o(\lambda r)$ – oznacza funkcję Bessela pierwszego rodzaju, rzędu zero.

W następnych wyrażeniach występuje też funkcja Bessela pierwszego rodzaju, rzędu jeden – $J_1(\lambda r)$.

Wartości funkcji Bessela (3.8, 3.9) były obliczane numerycznie z całkowania funkcji trygonometrycznych:

$$J_o(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos(x \cdot \sin \varphi) d\varphi \quad (3.8)$$

$$J_1(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \varphi \cdot \sin(x \cdot \sin \varphi) d\varphi \quad (3.9)$$

Laplasjan przyjętych funkcji naprężeń (3.5, 3.6) otrzymano w postaci (3.10, 3.11):

$$\nabla^2 \Phi_i(r, z) = 2 \cdot G_i \int_0^{\infty} (-B_i \cdot e^{-\lambda z} + D_i \cdot e^{\lambda z}) \cdot J_o(\lambda r) d\lambda, \text{ gdy } i \geq 2 \quad (3.10)$$

$$\nabla^2 \Phi_1(r, z) = -2 \cdot G_1 \int_0^{\infty} B_1 \cdot e^{-\lambda z} \cdot J_o(\lambda r) d\lambda \text{ gdy } i = 1. \quad (3.11)$$

Bilaplasjany przyjętych funkcji naprężeń były równe zeru.

Wektory przemieszczeń były wyznaczane z równań różniczkowych funkcji naprężeń:

- przemieszczenia pionowe (ugięcia) wzdłuż osi z (3.12):

$$w = \frac{1}{G} \left[(1 - \nu) \nabla^2 \Phi - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right], \quad (3.12)$$

- przemieszczenia poziome wzdłuż osi r (3.13):

$$u = -\frac{1}{2G} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z}. \quad (3.13)$$

Tensory naprężeń wyznaczono ze wzorów (3.14, 3.15, 3.16, 3.17):

- naprężenie pionowe $\sigma_z = \frac{\partial}{\partial z} \left[(2 - \nu) \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right], \quad (3.14)$

- naprężenie styczne $\tau = \tau_{rz} = \tau_{zr} = \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 - \nu) \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]$, (3.15)

- naprężenie radialne $\sigma_r = \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right]$, (3.16)

- naprężenie obwodowe $\sigma_t = \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \nabla^2 \Phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]$. (3.17)

Na podstawie tych wzorów, na wektory przemieszczeń i tensory naprężeń, oraz samą funkcję naprężeń i jej laplasjan otrzymano:

dla warstwy $i > 1$;

$$w_i = -\frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ [A_i + B_i \cdot (\lambda z_i + 2 - 4\nu_i)] \cdot e^{-\lambda z_i} + [C_i + D_i \cdot (\lambda z_i - 2 + 4\nu_i)] \cdot e^{\lambda z_i} \right\} \cdot J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (3.18)$$

$$u_i = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ [-A_i - B_i \cdot (\lambda z_i - 1)] \cdot e^{-\lambda z_i} + [C_i + D_i \cdot (\lambda z_i + 1)] \cdot e^{\lambda z_i} \right\} \cdot J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (3.19)$$

$$\sigma_{z_i} = G_i \int_0^\infty \left\{ [A_i + B_i \cdot (\lambda z_i + 1 - 2\nu_i)] \cdot e^{-\lambda z_i} - [C_i + D_i \cdot (\lambda z_i - 1 + 2\nu_i)] \cdot e^{\lambda z_i} \right\} \cdot \lambda \cdot J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (3.20)$$

$$\tau_i = G_i \int_0^\infty \left\{ [A_i + B_i \cdot (\lambda z_i - 2\nu_i)] \cdot e^{-\lambda z_i} + [C_i + D_i \cdot (\lambda z_i + 2\nu_i)] \cdot e^{\lambda z_i} \right\} \cdot \lambda \cdot J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r_i} = G_i \int_0^\infty \left\{ [-A_i + B_i \cdot (\lambda z_i - 1)] \cdot e^{-\lambda z_i} + [C_i + D_i \cdot (\lambda z_i + 1)] \cdot e^{\lambda z_i} \right\} \cdot \lambda \cdot \left[J_0(\lambda r) - \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} \right] d\lambda + \\ + 2 \cdot G_i \cdot \nu_i \int_0^\infty (B_i \cdot e^{-\lambda z_i} + D_i \cdot e^{\lambda z_i}) \cdot \lambda \cdot J_0(\lambda r) d\lambda, \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_i} = G_i \int_0^\infty \left\{ [-A_i + B_i \cdot (\lambda z_i - 1)] \cdot e^{-\lambda z_i} + [C_i + D_i \cdot (\lambda z_i + 1)] \cdot e^{\lambda z_i} \right\} \cdot \lambda \cdot \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} d\lambda + \\ + 2 \cdot G_i \cdot \nu_i \int_0^\infty (B_i \cdot e^{-\lambda z_i} + D_i \cdot e^{\lambda z_i}) \cdot \lambda \cdot J_0(\lambda r) d\lambda, \end{aligned} \quad (3.23)$$

- dla warstwy $i = 1$:

$$w_1 = -\frac{1}{2} \int_0^\infty [A_1 + B_1 \cdot (\lambda z_1 + 2 - 4\nu_1)] \cdot e^{-\lambda z_1} \cdot J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (3.24)$$

$$u_1 = -\frac{1}{2} \int_0^\infty [A_1 + B_1 \cdot (\lambda z_1 - 1)] \cdot e^{-\lambda z_1} \cdot J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (3.25)$$

$$\sigma_{z_1} = G_1 \int_0^\infty [A_1 + B_1 \cdot (\lambda z_1 + 1 - 2\nu_1)] \cdot e^{-\lambda z_1} \cdot \lambda \cdot J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r_1} = & G_1 \int_0^{\infty} [-A_1 - B_1 \cdot (\lambda z_1 - 1)] \cdot e^{-\lambda z_1} \cdot \lambda \cdot [J_0(\lambda r) - \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r}] d\lambda + \\ & + 2 \cdot G_1 \cdot \nu_1 \int_0^{\infty} B_1 \cdot e^{-\lambda z_1} \cdot \lambda \cdot J_0(\lambda r) d\lambda , \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_1} = & G_1 \int_0^{\infty} [-A_1 - B_1 \cdot (\lambda z_1 - 1)] \cdot e^{-\lambda z_1} \cdot \lambda \cdot \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} d\lambda + \\ & + 2 \cdot G_1 \cdot \nu_1 \int_0^{\infty} B_1 \cdot e^{-\lambda z_1} \cdot \lambda \cdot J_0(\lambda r) d\lambda . \end{aligned} \quad (3.29)$$

Odształcenia względne $\varepsilon_z, \varepsilon_r, \varepsilon_t$ – odpowiednio w kierunkach: pionowym, poziomym radialnym i poziomym obwodowym można wyznaczyć ze wzorów (3.30, 3.31, 3.32):

$$\text{- odształcenie względne pionowe } \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} , \quad (3.30)$$

$$\text{- odształcenie względne radialne } \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} , \quad (3.31)$$

$$\text{- odształcenie względne obwodowe } \varepsilon_t = \frac{u}{r} . \quad (3.32)$$

Postaci całkowe odształceń względnych można wyrazić następująco:
- dla warstwy o skończonej miąższości ($i > 1$):

$$\varepsilon_{z_i} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ [A_i + B_i \cdot (\lambda z_i + 1 - 4\nu_i)] \cdot e^{-\lambda z_i} - [C_i + D_i \cdot (\lambda z_i - 1 + 4\nu_i)] \cdot e^{\lambda z_i} \} \cdot \lambda \cdot J_0(\lambda r) d\lambda , \quad (3.33)$$

$$\varepsilon_{r_i} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ -[A_i + B_i \cdot (\lambda z_i - 1)] \cdot e^{-\lambda z_i} + [C_i + D_i \cdot (\lambda z_i + 1)] \cdot e^{\lambda z_i} \} \cdot \lambda \cdot [J_0(\lambda r) - \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r}] d\lambda , \quad (3.34)$$

$$\varepsilon_{t_i} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ -[A_i + B_i \cdot (\lambda z_i - 1)] \cdot e^{-\lambda z_i} + [C_i + D_i \cdot (\lambda z_i + 1)] \cdot e^{\lambda z_i} \} \cdot \lambda \cdot \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} d\lambda , \quad (3.35)$$

- dla warstwy o nieskończonej miąższości ($i=1$):

$$\varepsilon_{z_1} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [A_1 + B_1 \cdot (\lambda z_1 + 1 - 4\nu_1)] \cdot e^{-\lambda z_1} \cdot \lambda \cdot J_0(\lambda r) d\lambda , \quad (3.36)$$

$$\varepsilon_{r_1} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [-A_1 - B_1 \cdot (\lambda z_1 - 1)] \cdot e^{-\lambda z_1} \cdot \lambda \cdot [J_0(\lambda r) - \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r}] d\lambda , \quad (3.37)$$

$$\varepsilon_{t_1} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [-A_1 - B_1 \cdot (\lambda z_1 - 1)] \cdot e^{-\lambda z_1} \cdot \lambda \cdot \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} d\lambda . \quad (3.38)$$

Podane w wyrażeniach funkcje: A_i, B_i, C_i, D_i wyznaczano z warunków brzegowych. Indeksy dolne przy tych funkcjach oznaczają numer warstwy. Każda z warstw ma takie cztery niewiadome, natomiast warstwa najniższa, półprzestrzeń sprężysta dwie: A_1, B_1 ponieważ warunek zaniku naprężeń i przemieszczeń przy z_1 dążącym do nieskończoności powoduje, że $C_1 = 0, D_1 = 0$.

Liczba równań (3.39), jaką mamy ułożyć, korzystając z warunków brzegowych, wynika z ilości warstw tego modelu:

$$m = 4 \cdot (n - 1) + 2 \quad (3.39)$$

gdzie: m – liczba równań,

n – liczba warstw (łącznie z warstwą najniższą – półprzestrzenią).

3.3. Warunki brzegowe łączące powiązania międzywarstwowe

Styk dwóch dowolnych, sąsiednich warstw pozwala na utworzenie 4 równań. Dwa pozostałe równania otrzymujemy z warunków obciążenia warstwy najwyższej. Dwie warstwy stykające się mogą względem siebie różnie „przenosić” naprężenia i przemieszczenia. Jeśli występuje zgodność obu rodzajów przemieszczeń (pionowych i poziomych) mamy pełną współpracę warstw. W tym przypadku jest także zgodność wielkości naprężeń pionowych i tnących na ich granicy.

W przypadku „przenoszenia” tylko wartości pionowych: przemieszczeń i naprężeń, a braku występowania naprężeń tnących mamy do czynienia ze stykiem gładkim, czyli częściową współpracą.

Występuje także trzeci rodzaj współpracy warstw stykających się, określane jako pośredni pomiędzy tymi poprzednimi. W tym rodzaju styku występuje współczynnik tzw. moduł szczepności – c .

We wszystkich przypadkach styku warstw można zapisać dwa warunki brzegowe następująco:

$$\begin{aligned} w_i &= w_{i+1} \\ \sigma_{z_i} &= \sigma_{z_{i+1}} \end{aligned} \quad \text{przy } z_i = 0, z_{i+1} = h_{i+1}. \quad (3.40)$$

Dwa następne warunki brzegowe, charakteryzujące współpracę warstw możemy zapisać w postaci:

$$1) \text{ pełna szczepność (typ 1): } u_i = u_{i+1} \quad \tau_i = \tau_{i+1}, \quad (3.41)$$

$$2) \text{ styk gładki (typ 0): } \tau_i = \tau_{i+1} = 0, \quad (3.42)$$

$$3) \text{ częściowa szczepność: } \tau_i = \tau_{i+1} \quad \tau_i = c \cdot u_{i+1}, \quad (3.43)$$

gdzie: c - moduł szczepności.

Zagadnienie częściowej szczepności wymaga dalszej analizy, aby można było połączyć w jedną funkcję, te dwa podstawowe warunki skrajne wynikające z pełnej szczepności i styku gładkiego. Zagadnieniem tym zajmował się autor, jednak wyrażenie łączące naprężenia ścinające obu rodzajów styków w postaci jednej funkcji okazało się trudne. Jest to jednak zagadnienie w niniejszym rozważaniu jedynie sygnalizowane. Pozostałe warunki brzegowe (w równaniach równowagi), wynikają z obciążenia modelu nawierzchni. Mogą być one różne, w zależności od rodzaju obciążenia.

3.4. Warunki zewnętrzne obciążenia modelu

3.4.1. Obciążenie równomierne płytą podatną

Obciążenie pionowe, rozłożone na powierzchni kołowej, o promieniu a , stałej intensywności q , przy pominięciu tarcia na styku jej z płytą podatną [16] przedstawiono w postaci ogólnej (3.44):

$$\text{dla } z_n = 0 \Rightarrow \sigma_{z_n} = -q(r), \quad \tau_n = 0, \quad (3.44)$$

oraz w postaci całkowej:

$$q(r) = a \cdot q \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) \cdot J_1(\lambda a) d\lambda. \quad (3.45)$$

Obciążenie to według [211] jest równe:

q przy $r < a$,

$$q(r) = \frac{q}{2} \quad \text{przy } r = a, \quad (3.46)$$

0 przy $r > a$,

$$\text{ponieważ } \int_0^{\infty} J_0(\lambda a) \cdot J_1(\lambda a) d\lambda = \frac{1}{2a},$$

Promień a – płyty obciążającej jest równy połowie średnicy D czyli $D = 2 \cdot a$.

3.4.2. Obciążenie styczne – liniowo zmienne

Obciążenie tnące o wartości τ_o na obwodzie, zerowe w środku koła i zmieniające się proporcjonalnie do r , przy braku obciążeń pionowych przedstawiają równania (3.47):

$$\sigma_{z_n} = 0, \quad \text{dla } z_n = 0. \quad (3.47)$$

$$\tau_n = \tau(r)$$

Funkcję obciążenia można przedstawić za pomocą całki niewłaściwej (3.48):

$$\tau(r) = a \cdot \tau_o \int_0^{\infty} J_1(\lambda r) \cdot J_2(\lambda a) d\lambda. \quad (3.48)$$

Wartość tego wyrażenia jest równa:

$$\tau(r) = \tau_o \cdot \frac{r}{a} \quad \text{przy } 0 \leq r \leq a, \quad (3.49)$$

$$\tau(r) = 0 \quad \text{przy } r > a.$$

Funkcję Bessela pierwszego rodzaju, rzędu drugiego $J_2(x)$ oblicza się np. według wzoru całkowego funkcji trygonometrycznych [211]:

$$J_2(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos(x \cdot \sin \varphi) \cdot \cos(2 \cdot \varphi) d\varphi. \quad (3.50)$$

3.4.3. Obciążenie pionowe płytą sztywną

W niektórych badaniach występuje obciążenie pionowe stemplem sztywnym o powierzchni kołowej. Przy braku tarcia na styku tego obciążenia i nawierzchni, przy $z_n = 0$, możemy równania równowagi przedstawić następująco:

$$w_n = const \text{ przy } r \leq a \text{ i } \sigma_{zn} = 0 \text{ przy } r > a. \quad (3.51)$$

Zależność tę w postaci całki wyraża wzór (3.52):

$$q(r) = \frac{a \cdot q_o}{2} \int_0^{\infty} J_o(\lambda r) \cdot \sin(\lambda a) d\lambda, \quad (3.52)$$

którego wartość jest równa [211]:

$$q(r) = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot a} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - r^2}} \text{ przy } r \leq a, \quad (3.53)$$

0 przy $r > a$,

gdzie: P – siła obciążająca stempel sztywny, $P = \pi \cdot q_o \cdot a^2$

q_o – średnie obciążenie pionowe pod stemplem.

3.4.4. Płyta podatna – obciążenie paraboliczne

Obciążenie pionowe przekazywane przez koło może mieć intensywność nacisku zmieniającą się według paraboli drugiego stopnia, a wtedy jego oddziaływanie przedstawia wzór (3.54) [250]:

$$q(r) = 2 \cdot q \int_0^{\infty} \frac{J_o(\lambda r)}{\lambda} \cdot \left[\frac{2 \cdot J_1(\lambda a)}{\lambda a} - J_o(\lambda a) \right] d\lambda \quad (3.54)$$

której wartość jest równa:

$$q(r) = q_o \cdot \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \text{ dla } 0 \leq r \leq a \quad (3.55)$$

$q(r) = 0$ dla $r > a$.

Wartość q_o jest maksymalnym naciskiem w środku płyty. Siła nacisku koła

o takim oddziaływaniu jest równa:
$$P = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot q_o}{2}. \quad (3.56)$$

Do dalszych analiz był wykorzystywany tylko pierwszy rodzaj obciążenia, w postaci równomiernie rozłożonego na powierzchni kołowej, przy braku tarcia na tej powierzchni.

3.5. Rozwiązanie szczegółowe niektórych modeli

Rozwiązane przez autora modele dotyczą obciążenia płytą podatną kołowa o nacisku pionowym równomiernym. W tych modelach przedstawiono wyrażenia na przemieszczenia, naprężenia i odkształcenia dla dowolnego punktu o współrzędnych walcowych (r, z).

3.5.1. Półprzestrzeń sprężysta

Rozwiązanie półprzestrzeni sprężystej dowolnego punktu o współrzędnych walcowych r i z , obciążonej równomiernie na powierzchni kołowej uwzględnia dwa warunki brzegowe z nim związane. Wyrażenia wymagające całkowania (najczęściej numerycznego [35, 36, 37]) przedstawiono następująco (3.57) ÷ (3.66):

funkcja naprężeń:

$$\Phi(r, z) = -a \cdot q \int_0^{\infty} (\lambda z + \nu) \cdot e^{-\lambda z} \cdot J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda^3} d\lambda, \quad (3.57)$$

przemieszczenia pionowe i poziome:

$$w(r, z) = \frac{a \cdot q}{2 \cdot G} \int_0^{\infty} (\lambda z + 2 - 2\nu) \cdot e^{-\lambda z} \cdot J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda, \quad (3.58)$$

$$u(r, z) = \frac{a \cdot q}{2 \cdot G} \int_0^{\infty} (\lambda z - 1 + 2\nu) \cdot e^{-\lambda z} \cdot J_1(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda, \quad (3.59)$$

naprężenia:

$$\sigma_z(r, z) = -a \cdot q \int_0^{\infty} (1 + \lambda z) \cdot e^{-\lambda z} \cdot J_0(\lambda r) \cdot J_1(\lambda a) d\lambda, \quad (3.60)$$

$$\tau(r, z) = -a \cdot q \int_0^{\infty} \lambda z \cdot e^{-\lambda z} \cdot J_1(\lambda r) \cdot J_1(\lambda a) d\lambda, \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r = a \cdot q \int_0^{\infty} (\lambda z - 1 + 2\nu) \cdot e^{-\lambda z} \cdot \left[J_0(\lambda r) - \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} \right] \cdot J_1(\lambda a) d\lambda \\ - 2 \cdot a \cdot q \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} \cdot J_0(\lambda r) \cdot J_1(\lambda a) d\lambda, \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \sigma_t = a \cdot q \int_0^{\infty} (\lambda z - 1 + 2\nu) \cdot e^{-\lambda z} \cdot \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} \cdot J_1(\lambda a) d\lambda \\ - 2 \cdot a \cdot q \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} \cdot J_0(\lambda r) \cdot J_1(\lambda a) d\lambda, \end{aligned} \quad (3.63)$$

- odkształcenia względne:

$$\varepsilon_z = -\frac{a \cdot q}{2 \cdot G} \int_0^{\infty} (1 - 2 \cdot \nu + \lambda z) \cdot e^{-\lambda z} \cdot J_0(\lambda r) \cdot J_1(\lambda a) d\lambda, \quad (3.64)$$

$$\varepsilon_r = -\frac{a \cdot q}{2 \cdot G} \int_0^{\infty} (1 - 2 \cdot \nu - \lambda z) \cdot e^{-\lambda z} \cdot \left[J_0(\lambda r) - \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} \right] \cdot J_1(\lambda a) d\lambda, \quad (3.65)$$

$$\varepsilon_t = -\frac{a \cdot q}{2 \cdot G} \int_0^{\infty} (1 - 2 \cdot \nu - \lambda z) \cdot e^{-\lambda z} \cdot \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} \cdot J_1(\lambda a) d\lambda. \quad (3.66)$$

Wartości całek niewłaściwych z funkcji Bessela można obliczyć, korzystając z rozwiązania [211].

Ze wzorów tych określono, że przemieszczenie pionowe przy $z=0$ będzie równe:

$$\text{W przypadku } r \text{ dowolnego } w_r = \frac{2 \cdot q \cdot a \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot f,$$

$$\text{zaś } r=0 \quad w_o = \frac{2 \cdot q \cdot a \cdot (1 - \nu^2)}{E}. \quad (3.67)$$

Moduł sprężystości dla znanej wielkości przemieszczenia pionowego można więc wyrazić wzorem (3.68):

$$E = \frac{2 \cdot q \cdot a \cdot (1 - \nu^2)}{w_o}. \quad (3.68)$$

W przypadku, gdy na powierzchni półprzestrzeni znane jest przemieszczenie poza środkiem obciążenia płytą podatną, moduł sprężystości wyznaczono ze wzoru (3.69):

$$E = \frac{2 \cdot q \cdot a \cdot (1 - \nu^2)}{w(r)} \cdot f, \quad (3.69)$$

gdzie: funkcję f zależną od wartości ilorazu r/a określono następująco (3.70 ÷ 3.72):

$$\text{przy } r < a \quad f = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{r \cdot \sin \varphi}{a} \right)^2} d\varphi, \quad (3.70)$$

$$r = a \quad f = \frac{2}{\pi}, \quad (3.71)$$

$$\text{przy } r > a \quad f = \frac{2 \cdot r}{\pi \cdot a} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{a \cdot \sin \varphi}{r}\right)^2} d\varphi - \frac{2 \cdot r}{\pi \cdot a} \cdot \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{a \cdot \sin \varphi}{r}\right)^2}}. \quad (3.72)$$

Wzory powyższe można stosować przy obciążeniu stępem sztywnym zastępując w nich funkcję Bessela $J_1(\lambda a)$ funkcją $0,5 \cdot \sin(\lambda a)$. Nacisk q w tych wzorach będzie wtedy wartością średnią ciśnienia pod płytą.

3.5.2. Obliczenie przemieszczeń pionowych w modelu dwuwarstwowym

3.5.2.1. Model z pełną szepnością warstw

Rozwiązanie przez autora układu dwuwarstwowego, obciążonego równomiernym naciskiem pionowym płyty podatnej, o pełnej współpracy warstw, w celu wyznaczenia niewiadomych warstwy górnej przedstawiono w postaci wyrażeń:

$$LA_2(\lambda) = t_5 \cdot e^{2\lambda h} - t_6 \cdot (\lambda h)^2 + t_7 \cdot \lambda h - t_8, \quad (3.73)$$

$$LB_2(\lambda) = t_1 \cdot e^{2\lambda h} + t_6 \cdot \lambda h - t_9, \quad (3.74)$$

$$LC_2(\lambda) = t_{10} \cdot e^{-2\lambda h} + t_6 \cdot (\lambda h)^2 + t_7 \cdot \lambda h + t_8, \quad (3.75)$$

$$LD_2(\lambda) = t_2 \cdot e^{-2\lambda h} - t_6 \cdot \lambda h - t_9, \quad (3.76)$$

$$M(\lambda) = t_1 \cdot e^{2\lambda h} + t_2 \cdot e^{-2\lambda h} + t_3 \cdot (\lambda h)^2 + t_4. \quad (3.77)$$

gdzie h – grubość warstwy górnej,

$$A_2(\lambda) = -\frac{aq}{G_2} \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} \cdot \frac{LA_2}{M}, \quad (3.78)$$

$$B_2(\lambda) = -\frac{aq}{G_2} \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} \cdot \frac{LB_2}{M}, \quad (3.79)$$

$$C_2(\lambda) = -\frac{aq}{G_2} \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} \cdot \frac{LC_2}{M}, \quad (3.80)$$

$$D_2(\lambda) = -\frac{aq}{G_2} \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} \cdot \frac{LD_2}{M}. \quad (3.81)$$

Wyrażenia (3.78 ÷ 3.81) podstawiając do równań (3.18 ÷ 3.23) i (3.33 ÷ 3.35), po scałkowaniu, otrzymujemy wartości przemieszczeń, naprężeń lub odkształceń dla warstwy górnej. W wyrażeniach tych stałe materiałowe można wyznaczyć ze wzorów (3.82 ÷ 3.91):

$$t_1 = (G_{12} + \nu_{14}) \cdot (G_{12} \cdot \nu_{24} + 1), \quad (3.82)$$

$$t_2 = (1 - G_{12}) \cdot (v_{14} - G_{12} \cdot v_{24}), \quad (3.83)$$

$$t_3 = 4 \cdot (G_{12} + v_{14}) \cdot (G_{12} - 1), \quad (3.84)$$

$$t_4 = (G_{12} + v_{14}) \cdot (G_{12} - 1) + (G_{12} \cdot v_{24} + 1) \cdot (G_{12} \cdot v_{24} - v_{14}), \quad (3.85)$$

$$t_5 = 2 \cdot v_2 \cdot (G_{12} + v_{14}) \cdot (G_{12} \cdot v_{24} + 1), \quad (3.86)$$

$$t_6 = 2 \cdot (1 - G_{12}) \cdot (G_{12} + v_{14}), \quad (3.87)$$

$$t_7 = 2 \cdot v_2 \cdot t_6, \quad (3.88)$$

$$t_8 = -2 \cdot G_{12}^2 \cdot (v_{22}^2 + v_{21}) + 4 \cdot G_{12} \cdot v_{12} \cdot v_{22} + 2 \cdot v_{14} \cdot v_2, \quad (3.89)$$

$$t_9 = (1 - G_{12}) \cdot (G_{12} + v_{14}), \quad (3.90)$$

$$t_{10} = 2 \cdot v_2 \cdot (1 - G_{12}) \cdot (G_{12} \cdot v_{24} - v_{14}), \quad (3.91)$$

$$\text{gdzie: } G_{12} = \frac{G_1}{G_2}, \quad v_{11} = 1 - v_1, \quad v_{12} = 1 - 2 \cdot v_1, \quad v_{14} = 3 - 4 \cdot v_1, \quad (3.92)$$

$$h = h_2, \quad v_{21} = 1 - v_2, \quad v_{22} = 1 - 2 \cdot v_2, \quad v_{24} = 3 - 4 \cdot v_2.$$

Ze względu na to, że wyrażenia A_1, B_1 w niniejszej pracy nie były potrzebne, nie zostały załączone ich wzory.

Bardzo istotne było natomiast wyznaczanie przemieszczeń pionowych na powierzchni warstwy drugiej. Biorąc postać całkową wzoru na tę wielkość dla $z_2=0$, podstawiając do niego wyrażenia podane wyżej otrzymano zapis skrócony. Przemieszczenie pionowe [41] przedstawia się następującym wzorem:

$$w(r) = -\frac{aq}{G_2} \int_0^\infty f_w \cdot J_o(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda, \quad (3.93)$$

gdzie:

$$f_w = -v_{21} \cdot \frac{t_1 \cdot e^{2\lambda h} - t_2 \cdot e^{-2\lambda h} - t_3 \cdot \lambda h}{t_1 \cdot e^{2\lambda h} + t_2 \cdot e^{-2\lambda h} + t_3 \cdot (\lambda h)^2 + t_4}, \quad (3.94)$$

$$\text{gdy } h=0 \quad f_w = -\frac{v_{11}}{G_{12}}. \quad (3.95)$$

W skrajnych wartościach przedziału całkowania - λ otrzymano:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} f_w = -\frac{v_{11}}{G_{12}} \quad \text{oraz} \quad \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} f_w = -v_{21}. \quad (3.96)$$

Obliczanie tego przemieszczenia na powierzchni obciążenia należy jednak przeprowadzać zdaniem autora przy pomocy dwóch całek, co wynika z wartości granicy funkcji f_w przy argumentie dążącym do nieskończoności.

Przekształcenia wzoru przemieszczeń pionowych powierzchni obciążonej:

$$\begin{aligned}
 w(r) &= -\frac{aq}{G_2} \int_0^\infty f_w \cdot J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda = \\
 &= -\frac{aq}{G_2} \int_0^\infty [(f_w - f_{w\infty}) + f_{w\infty}] \cdot J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda, \\
 w(r) &= -\frac{aq}{G_2} \int_0^\infty (f_w - f_{w\infty}) \cdot J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda \\
 &= -\frac{aq}{G_2} \cdot f_{w\infty} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda = f_1 + f_2. \tag{3.97}
 \end{aligned}$$

Wartość f_1 – całki pierwszej, może być liczona numerycznie w zakresie od zera do takiego λ_m , kiedy funkcja podcałkowa $f_w - f_{w\infty}$ osiąga wielkości bardzo małe, uznane za nie mające wpływu na wynik całki przy założonej dokładności. Według autora jest to wartość zbliżona do liczby:

$$\lambda_m \approx \frac{15}{h}, \text{ gdzie } h=h_2 \text{ wyrażone jest w metrach.}$$

Wskazane jest też stosowanie kilku (autor przyjmował 4 przedziały) odcinków o jednakowej wielkości skoku parametru całkowania w każdym z osobna. Jak wynikało z analizy autora różny jest wpływ skoku λ w poszczególnych przedziałach na wynik końcowy. Najmniejszy skok powinien być na początku zakresu, dalej może być większy. Liczba kroków w danym przedziale jest ustalana z zachowania się wartości pierwszej całki przy ich zwiększaniu. Jeśli wynik dąży asymptotycznie do stałej wartości, to jest to istotnym wnioskiem przy poszukiwaniu wymaganej dokładności.

Druga całka – f_2 może być obliczona analitycznie. Funkcje podcałkowe mogą być w tym przypadku scałkowane w oparciu o wzory podawane w literaturze [211]. Według autora, będzie to w postaci:

$$f_2 = -\frac{aq}{G_2} \cdot f_{w\infty} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda = \frac{a \cdot q \cdot v_{21}}{G_2} \cdot f_r. \tag{3.98}$$

Postać f_r będzie obliczana ze wzorów (3.70 ÷ 3.72):

$$\text{gdy } r < a \quad f_r = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{r \cdot \sin \varphi}{a}\right)^2} d\varphi, \tag{3.99}$$

$$\text{gdy } r = a \quad f_r = \frac{2}{\pi}, \tag{3.100}$$

$$\text{przy } r > a \quad f_r = \frac{2 \cdot r}{\pi \cdot a} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{a \cdot \sin \varphi}{r}\right)^2} d\varphi - \frac{2 \cdot r}{\pi \cdot a} \cdot \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{a \cdot \sin \varphi}{r}\right)^2}}. \quad (3.101)$$

Ostatecznie więc otrzymano:

$$w_{(r,z=0)} = \frac{a \cdot q \cdot v_{21}}{G_2} \cdot f_r - \frac{aq}{G_2} \int_0^{\infty} (f_w + v_{21}) \cdot J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda. \quad (3.102)$$

3.5.2.2. Model ze stykiem warstw bez tarcia

Rozwiązanie układu 6 równań, wynikających z tego modelu, zostało przez autora dokonane dla dowolnej wielkości λ – parametru całkowania. Do analizy poszukiwania naprężeń i przemieszczeń związanych z tym opracowaniem przytoczono tylko postaci związane z drugą warstwą. Postaci niewiadomych A_2, B_2, C_2, D_2 można obliczyć z następujących wzorów:

$$A_2 = \frac{1}{M} \cdot [t_6 \cdot eh - t_5 \cdot (\lambda h)^2 + t_7 \cdot \lambda h - t_6] \cdot \left(-\frac{aq}{G_2}\right) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda}, \quad (3.103)$$

$$B_2 = \frac{1}{M} \cdot [t_1 \cdot eh - t_5 \cdot \lambda h - t_1] \cdot \left(-\frac{aq}{G_2}\right) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda}, \quad (3.104)$$

$$C_2 = \frac{1}{M} \cdot \left[-\frac{t_8}{eh} + t_5 \cdot (\lambda h)^2 + t_9 \cdot \lambda h + t_8\right] \cdot \left(-\frac{aq}{G_2}\right) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda}, \quad (3.105)$$

$$D_2 = \frac{1}{M} \cdot \left[-\frac{t_2}{eh} - t_5 \cdot \lambda h + t_2\right] \cdot \left(-\frac{aq}{G_2}\right) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda}, \quad (3.106)$$

$$M = t_1 \cdot eh - \frac{t}{eh} - t_3 \cdot (\lambda h)^2 + t_4 \cdot \lambda h - t_5, \quad (3.107)$$

gdzie: $aq, \lambda r, \lambda a, \lambda h$ – zapis skrótowy iloczynu tych wielkości.

We wzorach (3.103 – 3.107) stosowano oznaczenia: $h = h_2$, $eh = e^{2\lambda h}$,

$$t_1 = G_{12} \cdot v_{21} + v_{11}, \quad (3.108)$$

$$t_2 = G_{12} \cdot v_{21} - v_{11}, \quad (3.109)$$

$$t_3 = 4 \cdot v_{11}, \quad (3.110)$$

$$t_4 = 4 \cdot G_{12} \cdot v_{21}, \quad (3.111)$$

$$t_5 = 2 \cdot v_{11}, \quad (3.112)$$

$$t_6 = 2 \cdot v_2 \cdot t_1, \quad (3.113)$$

$$t_7 = 2 \cdot (G_{12} \cdot v_{21} + 2 \cdot v_2 \cdot v_{11}), \quad (3.114)$$

$$t_8 = -2 \cdot v_2 \cdot t_2, \quad (3.115)$$

$$t_9 = 2 \cdot (2 \cdot v_{11} \cdot v_2 - G_{12} \cdot v_{21}), \quad (3.116)$$

gdzie:

$$G_{12} = \frac{G_1}{G_2}, \quad v_{11} = 1 - v_1, \quad v_{21} = 1 - v_2.$$

Przemieszczenie pionowe od obciążenia równomiernie rozłożonego na powierzchni kołowej w tym przypadku obliczane jest podobnie jak w poprzednim modelu. Na powierzchni obciążonej przedstawia się ono w postaci:

$$w(r) = -\frac{a \cdot q}{G_2} \int_0^{\infty} f_w \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} \cdot J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (3.117)$$

$$\text{gdzie: } f_w = -v_{21} \cdot \frac{t_1 \cdot eh + \frac{t_2}{eh} + t_3 \cdot \lambda h - \frac{t_4}{2}}{t_1 \cdot eh - \frac{t_2}{eh} - t_3 \cdot (\lambda h)^2 + t_4 \cdot \lambda h - t_5}, \quad (3.118)$$

$$\text{Gdy } h = 0 \text{ otrzymujemy } f_w = -\frac{G_{12} \cdot v_{21}^2}{v_{11}}. \quad (3.119)$$

W skrajnych wielkościach przedziału λ otrzymano:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} f_w = -\frac{v_{11}}{G_{12}} \quad \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} f_w = -v_{21}. \quad (3.120)$$

Rozważając podobnie jak dla modelu poprzedniego otrzymano:

$$w_{(r,z=0)} = \frac{a \cdot q \cdot v_{21}}{G_2} \cdot f_r - \frac{aq}{G_2} \int_0^{\infty} (f_w + v_{21}) \cdot J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda. \quad (3.121)$$

Obliczenie wielkości f_r – występującej we wzorze (3.121), określano podobnie jak w modelu poprzednim, dwuwarstwowym z pełną szczepnością warstw (3.99 – 3.101).

3.5.3. Obliczenie przemieszczeń pionowych modelu trzywarstwowego

Przedstawiony w tym rozdziale model trzywarstwowym, o różnych warunkach współpracy warstw, został rozwiązany przez autora. Rozwiązania te dotyczyły wyznaczenia niewiadomych A_i, B_i, C_i, D_i w postaci wzorów, wynikających z warunków brzegowych t.j. związanych współpracą warstw oraz obciążeniem pionowym, rozłożonym równomiernie na powierzchni płyty podatnej. Rezultaty rozwiązania mogą być wykorzystane także dla modelu obciążenia płytą sztywną lub płytą z obciążeniem parabolicznym. Otrzymane funkcje były zależne od λ -parametru całkowania. Postaci tych wzorów były już znacznie bardziej rozbudowane niż w przypadku modelu dwuwarstwowego. Wzory na obliczenie wyrażeń A_i, B_i, C_i, D_i (jako funkcji argumentu - λ) nie zostały zamieszczone w tej pracy, są one w materiałach autora. Rozwiązanie to było wykorzystane do przeanalizowania możliwości dokładniejszego wyznaczania wielkości

przemieszczeń pionowych, potrzebnych do osiągnięcia celu pracy. Pozwoliło ono także na wyznaczenie w modelu naprężeń i odkształceń, powstających po jego obciążeniu w warunkach rzeczywistych. Celem uproszczenia zapisu i łatwiejszego analizowania stosowane były pomocnicze wyrażenia.

Zastosowano wyrażenia pomocnicze, wspólne występujące w tych modelach, jako stałe materiałowe (wynikające ze współczynników Poissona), podobnie jak w (3.92):

$$\begin{aligned} v_{11} &= 1 - v_1, \quad v_{12} = 1 - 2 \cdot v_1, \quad v_{13} = 1 + v_1, \quad v_{14} = 3 - 4 \cdot v_1, \\ v_{21} &= 1 - v_2, \quad v_{22} = 1 - 2 \cdot v_2, \quad v_{23} = 1 + v_2, \quad v_{24} = 3 - 4 \cdot v_2, \end{aligned}$$

oraz, a także modułów i ich ilorazów (3.122):

$$\begin{aligned} v_{31} &= 1 - v_3, \quad v_{32} = 1 - 2 \cdot v_3, \quad v_{33} = 1 + v_3, \quad v_{34} = 3 - 4 \cdot v_3, \\ G_1 &= \frac{E_1}{2 \cdot v_{13}}, \quad G_2 = \frac{E_2}{2 \cdot v_{23}}, \quad G_3 = \frac{E_3}{2 \cdot v_{33}}, \quad G_{12} = \frac{G_1}{G_2}, \quad G_{23} = \frac{G_2}{G_3}. \end{aligned} \quad (3.122)$$

Przemieszczenia pionowe na powierzchni obciążonej warstwy numer 3, obliczono wstawiając do wzoru (3.18) $z_3 = 0$. Po podstawieniu otrzymano postać (3.123):

$$w_3 = -\frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} \{(A_3 + C_3) + (B_3 - D_3) \cdot 2 \cdot v_{32}\} \cdot J_o(\lambda r) d\lambda. \quad (3.123)$$

3.5.3.1. Model o obu stykach z pełną szczepnością (typ 1-1)

Wśród modeli trzywarstwowych, przeważnie stosowany jest ten, który ma styki o pełnej szczepności. Ten rodzaj styku wynika z dobrego połączenia warstw. Teoretycznie ujęte to zostało w warunkach brzegowych, w których naprężenia pionowe i styczne oraz przemieszczenia są sobie równe w miejscu styku warstw sąsiednich. Rozwiązanie modelu trzywarstwowego, ze względu na dużą liczbę wszystkich wzorów, ograniczono w treści do wzorów, które dotyczyły zakresu pracy, a mianowicie określenia przemieszczeń pionowych na powierzchni obciążonej.

Wyznaczenie tego przemieszczenia wymaga całkowania określonej funkcji podcałkowej. Jedną z nich jest (zależna od zmiennej z) funkcja f_w w postaci ilorazu, która składa się z wielu wyrażeń. Składniki mianownika ilorazu przedstawiają wzory (3.124 ÷ 3.128):

$$m_1 = e^{2\lambda h_2} \cdot [-p_8 \cdot e^{2\lambda h_3} + p_1 \cdot (\lambda h_3)^2 + p_2 - \frac{p_9}{e^{2\lambda h_3}}], \quad (3.124)$$

$$m_2 = -e^{2\lambda h_3} \cdot [p_{14} \cdot (\lambda h_2)^2 + p_{15} + \frac{p_{12}}{e^{2\lambda h_2}}], \quad (3.125)$$

$$m_3 = p_3 \cdot (\lambda h_2)^2 \cdot (\lambda h_3)^2 + p_4 \cdot (\lambda h_2)^2 + p_5 \cdot \lambda h_2 \cdot \lambda h_3 + p_6 \cdot (\lambda h_3)^2 + p_7, \quad (3.126)$$

$$m_4 = -\frac{p_{10} \cdot (\lambda h_3)^2 + p_{11}}{e^{2\lambda h_2}}, \quad (3.127)$$

$$m_5 = \frac{\frac{p_{13}}{e^{2\lambda h_2}} - p_{14} \cdot (\lambda h_2)^2 - p_{15}}{e^{2\lambda h_3}}. \quad (3.128)$$

Suma tych składników określa mianownik (3.129):

$$mian = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5. \quad (3.129)$$

Licznik funkcji tworzą składniki (3.130 ÷ 3.134):

$$l_1 = e^{2\lambda h_2} \cdot (p_8 \cdot e^{2\lambda h_3} + p_1 \cdot \lambda h_3 - \frac{p_9}{e^{2\lambda h_3}}), \quad (3.130)$$

$$l_2 = e^{2\lambda h_3} \cdot [p_{14} \cdot (\lambda h_2)^2 + p_{15} + \frac{p_{12}}{e^{2\lambda h_2}}], \quad (3.131)$$

$$l_3 = p_3 \cdot (\lambda h_2)^2 \cdot \lambda h_3 + p_6 \cdot \lambda h_3 + \frac{p_5 \cdot \lambda h_2}{2}, \quad (3.132)$$

$$l_4 = -\frac{p_{10} \cdot \lambda h_3}{e^{2\lambda h_2}}, \quad (3.133)$$

$$l_5 = \frac{\frac{p_{13}}{e^{2\lambda h_2}} - p_{14} \cdot (\lambda h_2)^2 - p_{15}}{e^{2\lambda h_3}}, \quad (3.134)$$

którego suma (5.14) jest wartością:

$$licz = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5. \quad (3.135)$$

Na podstawie tych wielkości określono funkcję podcałkową (3.136), zależną od zmiennej z :

$$f_w = v_{31} \cdot \frac{licz}{mian}. \quad (3.136)$$

Wyrażenia pomocnicze p_i , użyte we wzorach (3.124 ÷ 3.128) oraz (3.130 ÷ 3.134), przedstawione zostały następująco (3.137 ÷ 3.151):

$$p_1 = 4 \cdot s_2^3 \cdot s_3 \cdot s_4, \quad (3.137)$$

$$p_2 = s_2^3 \cdot s_3 \cdot s_4 + s_2 \cdot s_3 \cdot s_7 \cdot (s_4 \cdot s_7 - 4 \cdot s_8), \quad (3.138)$$

$$p_3 = 16 \cdot s_1 \cdot s_2^4, \quad (3.139)$$

$$p_4 = 4 \cdot s_1 \cdot s_2^2 \cdot (s_2^2 + s_7^2), \quad (3.140)$$

$$p_5 = 32 \cdot s_1 \cdot s_2^2 \cdot s_8, \quad (3.141)$$

$$p_6 = 4 \cdot s_2^2 \cdot (s_1 \cdot s_4^2 - s_2^2 \cdot s_3 \cdot \frac{s_5}{s_6}), \quad (3.142)$$

$$p_7 = (s_2^2 + s_7^2) \cdot (s_1 \cdot s_4^2 - s_2^2 \cdot s_3 \cdot \frac{s_5}{s_6}) + 8 \cdot s_1 \cdot s_8 \cdot (2 \cdot s_8 - s_4 \cdot s_7), \quad (3.143)$$

$$p_8 = s_2^2 \cdot s_3 \cdot s_4 \cdot s_7, \quad (3.144)$$

$$p_9 = s_2^2 \cdot s_3 \cdot (s_4 \cdot s_7 - 4 \cdot s_8), \quad (3.145)$$

$$p_{10} = 4 \cdot s_1 \cdot s_2^3 \cdot s_4 \cdot \frac{s_5}{s_6}, \quad (3.146)$$

$$p_{11} = s_1 \cdot s_2 \cdot \frac{s_5}{s_6} \cdot [s_4 \cdot (s_2^2 + s_7^2) - 4 \cdot s_7 \cdot s_8], \quad (3.147)$$

$$p_{12} = s_1 \cdot s_2^2 \cdot \frac{s_5}{s_6} \cdot (4 \cdot s_8 - s_4 \cdot s_7), \quad (3.148)$$

$$p_{13} = s_1 \cdot s_2^2 \cdot s_4 \cdot s_5 \cdot \frac{s_7}{s_6}, \quad (3.149)$$

$$p_{14} = 4 \cdot s_1 \cdot s_2^3 \cdot s_7, \quad (3.150)$$

$$p_{15} = s_1 \cdot s_2 \cdot s_4 \cdot (s_4 \cdot s_7 - 4 \cdot s_8) - s_2^3 \cdot s_3 \cdot s_5 \cdot \frac{s_7}{s_6}, \quad (3.151)$$

gdzie wyrazy s_i zostały opisane wzorami (3.152 ÷ 3.159):

$$s_1 = 1 - G_{12}, \quad (3.152)$$

$$s_2 = 1 - G_{23}, \quad (3.153)$$

$$s_3 = G_{12} \cdot v_{24} + 1, \quad (3.154)$$

$$s_4 = G_{23} + v_{24}, \quad (3.155)$$

$$s_5 = G_{12} \cdot v_{24} - v_{14}, \quad (3.156)$$

$$s_6 = G_{12} + v_{14}, \quad (3.157)$$

$$s_7 = G_{23} \cdot v_{34} + 1, \quad (3.158)$$

$$s_8 = 4 \cdot G_{23} \cdot v_{21} \cdot v_{31}. \quad (3.159)$$

Wartości funkcji podcałkowej f_w skrajnych wielkości argumentu λ przedstawiały się następująco:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} f_w = -v_{11} \cdot \frac{G_3}{G_1} \quad \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} f_w = -v_{31}. \quad (3.160)$$

W podobnej analizie obliczania przemieszczenia pionowego, jak dla układu dwuwarstwowego, wielkość tę określono wzorem (3.161):

$$w_{(r,z=0)} = \frac{a \cdot q \cdot v_{31}}{G_3} \cdot f_r - \frac{aq}{G_3} \int_0^\infty (f_w + v_{31}) \cdot J_o(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda. \quad (3.161)$$

Funkcję f_r obliczano jednym ze wzorów (3.99 ÷ 3.101).

3.5.3.2. Modele o jednym styku warstw pełną szczepnością

Model ze szczepnością warstw 1 i 2 a brakiem tarcia warstw 2 i 3 (typ 1 – 0)

Model typu 1–0, w którym dolny styk (warstw 1 i 2) jest ze szczepnością, górny styk (warstw 2 i 3) bez tarcia, rozwiązany przez autora (z układu 10 równań wynikających z warunków brzegowych, celem wyznaczenia niewiadomych A_i, B_i, C_i, D_i zależnych od λ), opisany został wzorami przedstawionymi poniżej. Na ich podstawie określono funkcję podcałkową f_w do obliczenia przemieszczeń pionowych na powierzchni warstwy obciążonej. Jej postać przedstawiono wzorem (3.197). Wyrażenie to pozwoliło na obliczanie przemieszczeń powierzchni obciążonej dla dowolnej odległości od środka obciążenia.

Obliczenia wartości pomocniczych s_i przedstawiono wzorami (3.162 ÷ 3.172),

$$s_1 = 1 - G_{12}, \quad (3.162)$$

$$s_2 = 1 - G_{23}, \quad (3.163)$$

$$s_3 = G_{12} \cdot v_{24} + 1, \quad (3.164)$$

$$s_4 = G_{23} + v_{24}, \quad (3.165)$$

$$s_5 = G_{12} \cdot v_{24} - v_{14}, \quad (3.166)$$

$$s_6 = G_{12} + v_{14}, \quad (3.167)$$

$$s_7 = G_{23} \cdot v_{34} + 1, \quad (3.168)$$

$$s_8 = 4 \cdot G_{23} \cdot v_{21} \cdot v_{31}, \quad (3.169)$$

$$s_9 = 2 \cdot G_{23} \cdot v_{31} + 1, \quad (3.170)$$

$$s_{10} = G_{23} \cdot v_{31} + v_{21}, \quad (3.171)$$

$$s_{11} = G_{23} \cdot v_{31} - v_{21}, \quad (3.172)$$

oraz wyrażenia p_i określone w postaci (3.173 ÷ 3.183):

$$p_1 = s_3 \cdot s_6 \cdot s_{10}, \quad (3.173)$$

$$p_2 = 4 \cdot v_{21} \cdot s_3 \cdot s_6, \quad (3.174)$$

$$p_3 = 2 \cdot G_{23} \cdot v_{31} \cdot s_3 \cdot s_6, \quad (3.175)$$

$$p_4 = s_3 \cdot s_6 \cdot s_{11}, \quad (3.176)$$

$$p_5 = 4 \cdot G_{23} \cdot v_{31} \cdot s_1 \cdot s_6, \quad (3.177)$$

$$p_6 = 4 \cdot v_{21} \cdot s_1 \cdot s_6, \quad (3.178)$$

$$p_7 = G_{23} \cdot v_{31} \cdot (s_1 \cdot s_6 - s_3 \cdot s_5), \quad (3.179)$$

$$p_8 = s_1 \cdot s_5 \cdot s_{11}, \quad (3.180)$$

$$p_9 = 4 \cdot v_{21} \cdot s_1 \cdot s_5, \quad (3.181)$$

$$p_{10} = 2 \cdot G_{23} \cdot v_{31} \cdot s_1 \cdot s_5, \quad (3.182)$$

$$p_{11} = s_1 \cdot s_5 \cdot s_{10}. \quad (3.183)$$

Po podstawieniu wyrażeń powyższych do wzorów (3.184 ÷ 3.188) obliczono mianownik (3.189):

$$m_1 = e^{2\lambda h_2} \cdot [-p_1 \cdot e^{2\lambda h_3} + p_2 \cdot (\lambda h_3)^2 - p_3 \cdot 2 \cdot \lambda h_3 + \frac{p_2}{2} + \frac{p_4}{e^{2\lambda h_3}}], \quad (3.184)$$

$$m_2 = e^{2\lambda h_3} \cdot [p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 - p_6 \cdot \lambda h_2 + p_7 + \frac{p_8}{e^{2\lambda h_2}}], \quad (3.185)$$

$$m_3 = p_5 \cdot 4 \cdot (\lambda h_2)^2 \cdot \lambda h_3 + p_6 \cdot 4 \cdot \lambda h_2 \cdot (\lambda h_3)^2 + p_7 \cdot 4 \cdot \lambda h_3 + p_6 \cdot 2 \cdot \lambda h_2], \quad (3.186)$$

$$m_4 = \frac{1}{e^{2\lambda h_2}} \cdot [p_9 \cdot (\lambda h_3)^2 + p_{10} \cdot 2 \cdot \lambda h_3 + \frac{p_9}{2}], \quad (3.187)$$

$$m_5 = -\frac{1}{e^{2\lambda h_3}} \cdot [p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 + p_6 \cdot \lambda h_2 + p_7 + \frac{p_{11}}{e^{2\lambda h_2}}], \quad (3.188)$$

$$mian = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5; \quad (3.189)$$

oraz licznik (3.195) po wstawieniu do wyrażeń (3.190 ÷ 3.194):

$$l_1 = e^{2\lambda h_2} \cdot [p_1 \cdot e^{2\lambda h_3} + p_2 \cdot \lambda h_3 - p_3 + \frac{p_4}{e^{2\lambda h_3}}], \quad (3.190)$$

$$l_2 = e^{2\lambda h_3} \cdot [-p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 + p_6 \cdot \lambda h_2 - p_7 - \frac{p_8}{e^{2\lambda h_2}}], \quad (3.191)$$

$$l_3 = p_5 \cdot 2 \cdot (\lambda h_2)^2 + p_6 \cdot 4 \cdot \lambda h_2 \cdot \lambda h_3 + p_7 \cdot 2, \quad (3.192)$$

$$l_4 = \frac{p_9 \cdot \lambda h_3 + p_{10}}{e^{2\lambda h_2}}, \quad (3.193)$$

$$l_5 = -\frac{1}{e^{2\lambda h_3}} \cdot [p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 + p_6 \cdot \lambda h_2 + p_7 + \frac{p_{11}}{e^{2\lambda h_2}}]. \quad (3.194)$$

$$licz = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5. \quad (3.195)$$

Po podstawieniu (3.188, 3.195) do wzoru (3.196) otrzymano postać funkcji podcałkowej f_w , którą wykorzystano do obliczenia przemieszczeń pionowych (3.197).

$$f_w = v_{31} \cdot \frac{licz}{mian} \quad (3.196)$$

$$w_{(r,z=0)} = \frac{a \cdot q \cdot v_{31}}{G_3} \cdot f_r - \frac{aq}{G_3} \int_0^\infty (f_w + v_{31}) \cdot J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda. \quad (3.197)$$

Występująca tutaj postać f_r obliczona będzie według wzorów (3.99 ÷ 3.101), a v_{31} z (3.122).

Model ze szczepnością warstw 2 i 3, brakiem tarcia w 1 i 2 (typ 0-1)

Analizowany model posiada styk warstw 1 i 2 bez tarcia (gładki), a styk warstw 2 i 3 o pełnej szczepności. Wyznaczenie przemieszczeń, na powierzchni górnej warstwy, trzeciej, wymaga w tym przypadku obliczenia wartości dodatkowych, jako stałych materiałowych, nie związanych z grubością warstw. Wartości s_i (3.198 ÷ 3.217) oraz p_i (3.218 ÷ 3.237) zależne są jedynie od modułów Kirchhoffa i współczynników Poissona.

$$s_1 = G_{12} + v_{11}, \quad (3.198)$$

$$s_2 = G_{12} - v_{11}, \quad (3.199)$$

$$s_3 = G_{12} + 2 \cdot v_{11}, \quad (3.200)$$

$$s_4 = G_{12} - 2 \cdot v_{11}, \quad (3.201)$$

$$s_5 = G_{23} - 1, \quad (3.202)$$

$$s_6 = G_{23} \cdot v_{22} + 1, \quad (3.203)$$

$$s_7 = G_{23} + 1, \quad (3.204)$$

$$s_8 = G_{23} \cdot v_{22} - 1, \quad (3.205)$$

$$s_9 = G_{23} + v_{24}, \quad (3.206)$$

$$s_{10} = G_{23} \cdot v_{34} + 1, \quad (3.207)$$

$$s_{11} = G_{23} - v_{24}, \quad (3.208)$$

$$s_{12} = G_{23} \cdot v_{34} - v_{24}, \quad (3.209)$$

$$s_{13} = G_{12} \cdot v_{21} - v_{11}, \quad (3.210)$$

$$s_{14} = G_{12} \cdot v_{21} + v_{11}, \quad (3.211)$$

$$s_{15} = 16 \cdot G_{23} \cdot v_{21} \cdot v_{31}, \quad (3.212)$$

$$s_{16} = s_5 \cdot s_9 + s_{10} \cdot s_{12}, \quad (3.213)$$

$$s_{17} = s_5 \cdot s_{10} + s_9 \cdot s_{12}, \quad (3.214)$$

$$s_{18} = s_5^2 + s_9^2, \quad (3.215)$$

$$s_{19} = s_5^2 + s_{10}^2, \quad (3.216)$$

$$s_{20} = s_9^2 + s_{12}^2. \quad (3.217)$$

Wartości dodatkowe

$$p_1 = s_9 \cdot s_{10} \cdot s_{14}, \quad (3.218)$$

$$p_2 = 4 \cdot s_5 \cdot s_9 \cdot s_{14}, \quad (3.219)$$

$$p_3 = s_{14} \cdot s_{16}, \quad (3.220)$$

$$p_4 = s_5 \cdot s_{12} \cdot s_{14}, \quad (3.221)$$

$$p_5 = 4 \cdot v_{11} \cdot s_5 \cdot s_{10}, \quad (3.222)$$

$$p_6 = 4 \cdot G_{12} \cdot v_{21} \cdot s_5 \cdot s_{10}, \quad (3.223)$$

$$p_7 = v_{11} \cdot s_{17}, \quad (3.224)$$

$$p_8 = s_5 \cdot s_{12} \cdot s_{13}, \quad (3.225)$$

$$p_9 = 16 \cdot v_{11} \cdot s_5^2, \quad (3.226)$$

$$p_{10} = 16 \cdot G_{12} \cdot v_{21} \cdot s_5^2, \quad (3.227)$$

$$p_{11} = 4 \cdot v_{11} \cdot s_{18}, \quad (3.228)$$

$$p_{12} = 8 \cdot v_{11} \cdot s_{15}, \quad (3.229)$$

$$p_{13} = 4 \cdot G_{12} \cdot v_{21} \cdot s_{15}, \quad (3.230)$$

$$p_{14} = 4 \cdot v_{11} \cdot s_{19}, \quad (3.231)$$

$$p_{15} = 4 \cdot G_{12} \cdot v_{21} \cdot s_{19}, \quad (3.232)$$

$$p_{16} = v_{11} \cdot (s_{19} + s_{20}), \quad (3.233)$$

$$p_{17} = 4 \cdot s_5 \cdot s_9 \cdot s_{13}, \quad (3.234)$$

$$p_{18} = s_{13} \cdot s_{16}, \quad (3.235)$$

$$p_{19} = s_9 \cdot s_{10} \cdot s_{13}, \quad (3.236)$$

$$p_{20} = 8 \cdot v_{11} \cdot s_{15}. \quad (3.237)$$

Na podstawie wzorów (3.218 ÷ 3.237) obliczono mianownik (3.243),

$$m_1 = -e^{2\lambda h_2} \cdot [p_1 \cdot e^{2\lambda h_3} + p_2 \cdot (\lambda h_3)^2 + p_3 + \frac{p_4}{e^{2\lambda h_3}}], \quad (3.238)$$

$$m_2 = e^{2\lambda h_3} \cdot [p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 - p_6 \cdot \lambda h_2 + p_7 + \frac{p_8}{e^{2\lambda h_2}}], \quad (3.239)$$

$$m_3 = p_9 \cdot (\lambda h_2)^2 \cdot (\lambda h_3)^2 - p_{10} \cdot \lambda h_2 \cdot (\lambda h_3)^2 + p_{11} \cdot (\lambda h_3)^2 + p_{12} \cdot \lambda h_2 \cdot \lambda h_3 - p_{13} \cdot \lambda h_3 + p_{14} \cdot (\lambda h_2)^2 - p_{15} \cdot \lambda h_2 + p_{16}, \quad (3.240)$$

$$m_4 = \frac{p_{17} \cdot (\lambda h_3)^2 + p_{18}}{e^{2\lambda h_2}}, \quad (3.241)$$

$$m_5 = \frac{1}{e^{2\lambda h_3}} \cdot [p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 - p_6 \cdot \lambda h_2 + p_7 + \frac{p_{19}}{e^{2\lambda h_2}}], \quad (3.242)$$

$$mian = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5, \quad (3.243)$$

oraz licznik (5.127) wyrażenia (5.128).

$$l_1 = e^{2\lambda h_2} \cdot [p_1 \cdot e^{2\lambda h_3} - p_2 \cdot \lambda h_3 - \frac{p_4}{e^{2\lambda h_3}}] \quad (3.244)$$

$$l_2 = e^{2\lambda h_3} \cdot [-p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 + p_6 \cdot \lambda h_2 - p_7 - \frac{p_8}{e^{2\lambda h_2}}] \quad (3.245)$$

$$l_3 = p_9 \cdot (\lambda h_2)^2 \cdot \lambda h_3 - p_{10} \cdot \lambda h_2 \cdot \lambda h_3 + p_{20} \cdot \frac{\lambda h_2}{2} + p_{11} \cdot \lambda h_3 - \frac{p_{13}}{2} \quad (3.246)$$

$$l_4 = \frac{p_{17} \cdot \lambda h_3}{e^{2\lambda h_2}} \quad (3.247)$$

$$l_5 = \frac{1}{e^{2\lambda h_3}} \cdot [p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 - p_6 \cdot \lambda h_2 + p_7 + \frac{p_{19}}{e^{2\lambda h_2}}] \quad (3.248)$$

$$licz = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 \quad (3.249)$$

$$f_w = v_{31} \cdot \frac{licz}{mian} \quad (3.250)$$

Przemieszczenia pionowe na powierzchni obciążonej określono ze wzoru (3.251):

$$w_{(r,z=0)} = \frac{a \cdot q \cdot v_{31}}{G_3} \cdot f_r - \frac{aq}{G_3} \int_0^\infty (f_w + v_{31}) \cdot J_0(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda \quad (3.251)$$

Wielkość f_r została ustalona poprzednio jednym ze wzorów (3.99 ÷ 3.101).

3.5.3.3. Model o obu stykach warstw bez tarcia

W modelu, rozwiązany przez autora, styki warstw 1 i 2 oraz 2 i 3 są gładkie. Na powierzchni kontaktu warstw sąsiednich nie występuje tarcie. Z założenia warunków granicznych równe są sobie przemieszczenia i naprężenia pionowe, ponadto zerowe są naprężenia ścinające. W celu obliczenia przemieszczeń pionowych na powierzchni warstwy trzeciej, najwyższej, przy ($z=0$) należy najpierw obliczyć stałe materiałowe s_i według wzorów (3.252 ÷ 3.275):

$$s_1 = G_{12} + v_{11}, \quad (3.252)$$

$$s_2 = G_{12} - v_{11}, \quad (3.253)$$

$$s_3 = G_{12} + 2 \cdot v_{11}, \quad (3.254)$$

$$s_4 = G_{12} - 2 \cdot v_{11}, \quad (3.255)$$

$$s_5 = G_{23} + 1, \quad (3.256)$$

$$s_6 = G_{23} - 1, \quad (3.257)$$

$$s_7 = G_{12} \cdot v_{21} + v_{11}, \quad (3.258)$$

$$s_8 = G_{12} \cdot v_{21} - v_{11}, \quad (3.259)$$

$$s_9 = G_{23} \cdot v_{31} + v_{21}, \quad (3.260)$$

$$s_{10} = G_{23} \cdot v_{31} - v_{21}, \quad (3.261)$$

$$s_{11} = G_{12} \cdot G_{23} \cdot v_{31} + v_{11}, \quad (3.262)$$

$$s_{12} = G_{12} \cdot G_{23} \cdot v_{31} - v_{11}, \quad (3.263)$$

$$s_{13} = G_{12} \cdot v_{21}^2 + G_{23} \cdot v_{11} \cdot v_{31}, \quad (3.264)$$

$$s_{14} = G_{12} \cdot v_{21}^2 - G_{23} \cdot v_{11} \cdot v_{31} \quad (3.265)$$

oraz wartości pomocnicze, od nich zależne (wzory 3.266 ÷ 3.279):

$$p_1 = s_7 \cdot s_9, \quad (3.266)$$

$$p_2 = 4 \cdot v_{21} \cdot s_7, \quad (3.267)$$

$$p_3 = 4 \cdot G_{23} \cdot v_{31} \cdot s_7, \quad (3.268)$$

$$p_4 = s_7 \cdot s_{10}, \quad (3.269)$$

$$p_5 = 4 \cdot G_{23} \cdot v_{11} \cdot v_{31}, \quad (3.270)$$

$$p_6 = 4 \cdot v_{21} \cdot s_{11}, \quad (3.271)$$

$$p_7 = s_8 \cdot s_{10}, \quad (3.272)$$

$$p_8 = 8 \cdot G_{12} \cdot v_{21}^2, \quad (3.273)$$

$$p_9 = 8 \cdot v_{11} \cdot v_{21}, \quad (3.274)$$

$$p_{10} = 16 \cdot G_{12} \cdot G_{23} \cdot v_{21} \cdot v_{31}, \quad (3.275)$$

$$p_{11} = 4 \cdot v_{21} \cdot s_8, \quad (3.276)$$

$$p_{12} = 4 \cdot G_{23} \cdot v_{31} \cdot s_8, \quad (3.277)$$

$$p_{13} = 4 \cdot v_{21} \cdot s_{12}, \quad (3.278)$$

$$p_{14} = s_8 \cdot s_9. \quad (3.279)$$

Wyrazy wielomianu mianownika (3.285) przedstawione zostały wyrażeniami (3.280 ÷ 3.284):

$$m_1 = e^{2\lambda h_2} \cdot [-p_1 \cdot e^{2\lambda h_3} + p_2 \cdot (\lambda h_3)^2 - p_3 \cdot \lambda h_3 + \frac{p_2}{2} + \frac{p_4}{e^{2\lambda h_3}}] \quad (3.280)$$

$$m_2 = e^{2\lambda h_3} \cdot [p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 - p_6 \cdot \lambda h_2 + 2 \cdot s_{13} + \frac{p_7}{e^{2\lambda h_2}}] \quad (3.281)$$

$$m_3 = p_5 \cdot 4 \cdot (\lambda h_2)^2 \cdot \lambda h_3 - p_8 \cdot (\lambda h_3)^2 + p_9 \cdot 2 \cdot \lambda h_2 \cdot (\lambda h_3)^2 + p_9 \cdot \lambda h_2 - p_{10} \cdot \lambda h_2 \cdot \lambda h_3 + p_5 \cdot 2 \cdot \lambda h_3 - \frac{p_8}{2}] \quad (3.282)$$

$$m_4 = \frac{1}{e^{2\lambda h_2}} \cdot [p_{11} \cdot (\lambda h_3)^2 + p_{12} \cdot \lambda h_3 + \frac{p_{11}}{2}] \quad (3.283)$$

$$m_5 = \frac{1}{e^{2\lambda h_3}} \cdot [-p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 + p_{13} \cdot \lambda h_2 + 2 \cdot s_{14} - \frac{p_{14}}{e^{2\lambda h_2}}] \quad (3.284)$$

$$mian = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5. \quad (3.285)$$

Wartość licznika (3.291) składa się z wyrażeń (3.286 ÷ 3.290):

$$l_1 = e^{2\lambda h_2} \cdot [p_1 \cdot e^{2\lambda h_3} + p_2 \cdot \lambda h_3 - \frac{p_3}{2} + \frac{p_4}{e^{2\lambda h_3}}] \quad (3.286)$$

$$l_2 = e^{2\lambda h_3} \cdot [-p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 + p_6 \cdot \lambda h_2 - 2 \cdot s_{13} - \frac{p_7}{e^{2\lambda h_2}}] \quad (3.287)$$

$$l_3 = p_5 \cdot 2 \cdot (\lambda h_2)^2 + p_9 \cdot 2 \cdot \lambda h_2 \cdot \lambda h_3 - p_{10} \cdot \frac{\lambda h_2}{2} - p_8 \cdot \lambda h_3 + p_5 \quad (3.288)$$

$$l_4 = \frac{1}{e^{2\lambda h_2}} \cdot [p_{11} \cdot \lambda h_3 + \frac{p_{12}}{2} - \frac{p_{14}}{e^{2\lambda h_3}}] \quad (3.289)$$

$$l_5 = \frac{1}{e^{2\lambda h_3}} \cdot [-p_5 \cdot (\lambda h_2)^2 + p_{13} \cdot \lambda h_2 + 2 \cdot s_{14}] \quad (3.290)$$

$$licz = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5. \quad (3.291)$$

Wartość wyrażenia podcałkowego f_w obliczono ze wzoru (3.292):

$$f_w = v_{31} \cdot \frac{licz}{mian} \quad (3.292)$$

Przemieszczenia pionowe na powierzchni warstwy obciążonej przedstawiono wzorem (3.293), tym samym co w poprzednich modelach trzywarstwowych:

$$w_{(r,z=0)} = \frac{a \cdot q \cdot v_{31}}{G_3} \cdot f_r - \frac{aq}{G_3} \int_0^{\lambda_1} (f_w + v_{31}) \cdot J_o(\lambda r) \cdot \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} d\lambda. \quad (3.293)$$

Górną granicę całkowania - λ_1 przyjmujemy taką, przy której wartość bezwzględna z $(f_w + v_{31})$ będzie mniejsza od ε -zależnej od żądanej dokładności, liczby bliskiej zeru. Dalsze całkowanie względem argumentu λ nie zmienia praktycznie wyniku. Wartość dokładności można przyjmować równą od 10^{-6} do 10^{-10} , w zależności od wymaganych przemieszczeń pionowych. Oszacowanie argumentu λ_1 należy dokonać przed całkowaniem, a następnie ustalać liczbę kroków całkowania.

Obliczanie przemieszczeń pionowych wykonane było przez autora z zastosowaniem metody Simpsona [54, 86] w całkowaniu drugiej części wzoru (3.293). Funkcję podcałkową zastępowano łukami parabolicznymi 2 stopnia. Całkowanie może być realizowane także metodą „3/8” z zastępowaniem funkcji podcałkowej łukami parabolicznymi 3 stopnia.

3.6. Cel rozwiązania szczegółowego równań równowagi modelu nawierzchni drogowej

Układy dwu- i trzywarstwowe stosowane do identyfikacji modelu, rozwiązane przez autora, pozwalają na szybsze obliczanie przemieszczeń (także naprężeń oraz odkształceń). Wyznaczenie w modelu przemieszczeń pionowych, w tej wersji dla powierzchni obciążonej, pozwala na osiąganie dokładniejszych wyników, po zastosowaniu podziału funkcji podcałkowej, zależnej od zmiennej z . Obliczanie bez takiej analizy wartości przemieszczeń (naprężeń, odkształceń) na powierzchni warstwy obciążanej, jest mało dokładne; identyfikacja wtedy może być także przybliżona. Stosowanie metody elementów skończonych, jest zdaniem autora, raczej niewskazane, ze względu na przybliżenia otrzymywanych wartości. Jest to możliwe w ocenie stanu konstrukcji przy znanych parametrach modelu, jak też przy nietypowym kształcie i sposobie obciążenia.

Układy o większej liczbie warstw są trudniejsze w podobnym rozwiązywaniu i wymagają jedynie stosowania obliczeń na układach równań metodą komputerową. Ta metoda postępowania, wymaga jedynie większej ilości czasu na takie obliczenia. Liczba obliczeń wynika z liczby warstw modelu (ilości niewiadomych: A, B, C, D).

Całkowanie funkcji podcałkowej przemieszczeń pionowych na powierzchni obciążonej modelu (z większą ilością warstw) w szerszym zakresie parametru całkowania może być uniemożliwione, z powodu błędów w rozwiązywaniu układu równań. Usunięcie trudności w wyznaczaniu funkcji podcałkowej jest możliwe po zastosowaniu analogii w postępowaniu, przeniesionej z układów w pełni rozwiązanych (dwu-, trzywarstwowych).

Metoda stosowana przez autora pozwoliła na poznanie ogólnej prawidłowości występującej w takim modelu. Otrzymane wzory pozwoliły na dokładne obliczanie przemieszczeń i sprawdzenie ich zgodności na drodze numerycznej.

Wyniki, uzyskane na drodze analizy matematycznej, pozwoliły autorowi na ich zastosowanie w programach komputerowych (typu obliczeniowego), do badania modeli nawierzchni drogowych. Wykorzystane jako podstawowe podprogramy pozwoliły na zbudowanie programów do identyfikacji modeli o różnej ilości warstw. Mogą być także podstawą do badania modeli, ich projektowania, wzmocnienia. Całość tych działań określa się metodami mechanistycznymi, które są zalecane przy podobnych problemach wzmocnienia nawierzchni drogowych.

4. Identyfikacja modułów sprężystości materiałów warstw nawierzchni

4.1. Wstęp

Zagadnienie identyfikacji [53, 55] sprowadza się do procesu, w którym na podstawie znanych informacji o działaniu sposobu postępowania, można uzyskać informacje brakujące o konstrukcji badanej [5] w celu poprawnego dostosowania do wymagań ruchu drogowego. Model matematyczny stosowany w identyfikacji znanego układu powinien być prosty i wystarczająco dobrze opisany, aby możliwa była jego wszechstronna analiza [276].

Identyfikacja modułów modelu sprowadza się do ustalenia takich wartości parametrów, aby konstrukcja rzeczywista i model osiągały podobne wielkości mierzalne (naprężenia, przemieszczenia). Możemy wtedy określić ich równoważność, a tym samym posługiwać się modelem do dalszych badań, w rozwiązywaniu problemów tej konstrukcji. Problem identyfikacji modelu oparty jest na uprzednich pomiarach przemieszczeń pionowych (czaszy) w obciążeniu statycznym [255, 256, 257] lub dynamicznym (udarowe obciążenie) [30, 78, 112, 149, 151, 152, 159, 160, 161, 268, 269]. Identyfikacja modułów warstw może być także wykonana bezpośrednio na materiale warstwy. Wymaga wtedy zastosowania obciążenia wibracyjnego i rejestracji przemieszczenia się powstałych fal [63, 201, 246, 247, 249].

Identyfikacja przedstawiona przez autora, polega na poszukiwaniu takich wartości modułów sprężystości warstw, aby mierzone przemieszczenia pionowe (w określonej ilości punktów na powierzchni obciążonej) były równe obliczonym w przyjętym modelu nawierzchni. Istota procesu poszukiwania modułów sprowadza się do utworzenia iteracyjno-liczbowego ciągu, zmierzającego kilkoma wyrażeniami bezwymiarowymi (w metodzie SF-PL) do określonych wielkości dla każdego z osobna. Liczba wyrazów ciągu odpowiada liczbie warstw ułożonych na podłożu, traktowanym jako jednorodnej półprzestrzeni sprężystej.

Parametrami poszukiwanego modelu, które wyznaczamy bezpośrednio, będą najczęściej: obciążenie płytą podatną (nacisk jednostkowy – q , średnica obciążenia – D), grubości poszczególnych warstw – h_i . Pośrednio określone będą współczynniki Poissona – ν_i , na podstawie badań laboratoryjnych (na próbkach z pobranego materiału metodą wyznaczenia poszerzenia poprzecznego przy skróceniu w kierunku działającego nacisku jednostkowego). Inna możliwość to dane z literatury lub badania takiego materiału. Podawane współczynniki Poissona w literaturze nieraz nie są właściwe, ze względu na brak informacji o materiale, sposobie badania, temperaturze, przez co mogą być inne od parametru właściwego w badanym przez nas modelu. Wiadomym jest także,

że materiał zmienia swe parametry wraz z czasem związanym z jego destrukcją po wielu obciążeniach. Stopień zmiany struktury materii może wpływać na sposób przekazywania oddziaływań pomiędzy powstałymi cząstkami w wyniku licznych spękań, przemieszczeń, niejednorodnych docisków. W konstrukcji występują też materiały, których parametry zmieniają się wraz z temperaturą.

Wyznaczenie przemieszczeń pionowych w obrębie obciążającego koła lub płyty podatnej pozwala poznać kształt tzw. czaszy przemieszczeń czyli zbioru ugięć w różnych odległościach od środka obciążenia. Pomiar tych wielkości odbywa się bezpośrednio przy użyciu zestawu czujników mechanicznych lub mechaniczno-elektrycznych ewentualnie przez rejestrację czujnikami przyspieszeń (geofonami).

Trzeba jednak także przy tym brać pod uwagę to, że moduły sprężystości otrzymane mogą być właściwymi jedynie w chwili pomiaru przemieszczeń. Wpływ czynników takich jak temperatura, stopień obciążenia lub przeciążenia po chwili badania, dokładność ustalenia wielkości wejściowych (obciążenie, współczynnik Poissona, grubość warstwy) może zmieniać te parametry. Badania tą metodą (identyfikacja) na danej drodze w sposób powtarzalny w ciągu roku, przy braku przeciążenia konstrukcji ruchem użytkowym, pozwoli na poznanie zmienności parametrów materiału poszczególnych warstw.

Przy poprawnym określeniu modułów dokładniejsze będzie też określenie innego parametru konstrukcji nawierzchni tak mało wykorzystywanego. Wyznaczenie minimalnego promienia krzywizny [41] metodą teoretyczną, pozwala na określenie stanu nośności danej drogi, potrzebę jej ewentualnego wzmocnienia. Jednak ten promień, zdaniem autora, badany metodą RWD jest mało znany pod kątem podstaw teoretycznych; autor przypuszcza, że nie jest to wartość minimalna. Badanie promienia, w oparciu o przemieszczenia pionowe o rozstawie punktów rzędu kilkunastu cm, nie zapewnia otrzymania wartości minimalnej. Dokładniejszą wielkość promienia prościej można wyznaczyć dla modelu o znanych jego wszystkich parametrach.

Jak wiadomo, możliwe jest także identyfikowanie modelu metodą pobrania próbek materiału z poszczególnych warstw i dalsze badanie laboratoryjne. Ten sposób badania cech materiału wiąże się jednak z innymi warunkami obciążenia, czynnikami atmosferycznymi, temperaturą, wielkością modelu. Warunki te są inne w konstrukcji rzeczywistej, przez co mogą być inne moduły niż w rzeczywistości. Inny czynnik wynikający z położenia badanego materiału tej warstwy w konstrukcji, współpracy z innymi materiałami na styku oraz obciążenia będzie utrudniony w odwzorowaniu w stosunku do rzeczywistości.

4.2. Wyznaczenie modułów podłoża

Na podstawie prac Szydły [257], autora i innych można wykazać, że istnieje wiele konstrukcji o tym samym przemieszczeniu pionowym w osi obciążenia, pod takim samym obciążeniem, przy tych samych grubościach warstw,

współczynnikach Poissona lub tych samych modułach sprężystości a różnych grubościach. Z tego też względu należy określić co najmniej tyle punktów przemieszczeń co i poszukiwanych modułów sprężystości, aby układ równań był jednoznaczny. Przy innej liczbie punktów (większej niż potrzeba) można sprawdzać wówczas zgodność modelu z rzeczywistością. Sprawdzenie modułu podłoża (półprzestrzeni sprężystej) można dokonać opierając się o wzór (4.1):

$$w(r) = \frac{q \cdot a \cdot (1 - \nu_1^2)}{E_1} \cdot \frac{a}{r} \quad (4.1)$$

gdzie: r – odległość punktu od osi obciążenia, pozostałe oznaczenia jak w modelu przedstawionym uprzednio.

Wzór ten może być przekształcony do postaci: $E_1 = f(w)$. Stosowanie tego wzoru, podanego przez Szydłę [257] a wynikającego z prac Ullidza [269], wskazuje przybliżone wartości modułu podłoża i zdaniem autora, przy bliżej nie sprecyzowanej odległości r . Ogólnie podawana odległość $r = 2 \div 3$ m jest w niektórych przypadkach bliska właściwej, celem określenia modułu podłoża. Jest to jednak, zdaniem autora, wartość przybliżona obustronnie, asymptotycznie do rzeczywistej i może być stosowana jako wartość sprawdzająca.

4.3. Metoda identyfikacji SF-PL

Identyfikacja modelu, opracowana przez autora, oparta została na zastosowaniu metod numerycznych [35, 36, 37, 122] w celu utworzenia programów własnych. Do przeprowadzenia identyfikacji potrzeba tyle punktów przemieszczeń pionowych, co ilość warstw badanego modelu. Sposób identyfikacji modułów sprężystości n warstw, przyjęty przez autora, polega na numerycznym utworzeniu $m = n - 1$ ciągów bezwymiarowych E_i/E_n , kwantowanych liczbowo i zmieniających się w zależności od otrzymywanych odpowiednio ilorazów przemieszczeń w_i/w_o dotąd, aż wartość bezwzględna każdego z odchyłeń w ilorazach przemieszczeń (rzeczywistych i obliczonych) będzie mniejsza od ε – przyjmowanej dowolnie małej wielkości. Zależność tę można określić wzorem:

$$\Lambda \quad \left| \frac{w_i^r}{w_o^r} - \frac{w_i^l}{w_o^l} \right| \leq \varepsilon \quad (4.2)$$

$m = n - 1$.

gdzie: $w_o^r, w_1^r, \dots, w_m^r$ – przemieszczenia pionowe rzeczywiste, pomierzone w punktach odległych od osi obciążenia o wielkość $r_o, r_1, r_2, \dots, r_m$; $r_o = 0$, $m = n - 1$,

$w_o^m, w_1^m, \dots, w_m^m$ – przemieszczenia pionowe obliczone w identyfikacji modelu, w punktach odległych od osi obciążenia o wielkość analogiczną jak w rzeczywistości,

gdzie: \mathcal{E} – dopuszczalna, dowolnie mała, wielkość odchyłeń ilorazów odpowiednich przemieszczeń, (im mniejsza tym dokładniejsze są wartości modułów sprężystości).

n – liczba warstw modelu (łącznie z podłożem),

m – liczba warstw w modelu na podłożu.

Podczas weryfikacji konstrukcji nawierzchni drogowej stosowano trzy różne określenia modelu:

- model rzeczywisty, związany z badaną konstrukcją nawierzchni,
- model wirtualny, ciągle zmieniający się, w czasie trwania obliczeń komputerowych, któremu przypisywano coraz to inne moduły sprężystości w warstwach, w celu określenia ilorazów przemieszczeń pionowych,
- model zidentyfikowany, jako wynik tych obliczeń.

Rozpoczęcie identyfikacji wymagało wyznaczenia stałych parametrów modelu rzeczywistego: zestawu parametrów, możliwych do określenia w terenie, w badanym przekroju:

- obciążenie: **q** – nacisk jednostkowy pod płytą podatną,

a – promień płyty,

h_i – grubość warstwy **i**, dla $i > 1$,

v_i – współczynnik Poissona materiału warstwy **i**,

r_j – odległość punktu **j** od środka płyty, (w środku płyty $r_o = 0, j = 0$),

w_i – wielkość przemieszczenia pionowego mierzonego w FWD punktu **j**.

W trakcie iteracji przyjęto szacunkowo moduł warstwy najwyższej E_n jako stały, np. 10 000 MPa.

Z chwilą startu iteracji przyjmowano ilorazy modułów e_{in}^w w wielkości próbnej, np. $e_{1n}^w = 1,0, e_{2n}^w = 1,0, \dots, e_{mn}^w = 1,0$.

Ilorazy modułów były związane odpowiednio z modułami wirtualnymi warstw,

gdzie: **i** – numer warstwy o module E_i^w ,

m – numer warstwy przedostatniej ($m=n-1$) o module E_m^w ,

n – numer warstwy ostatniej (najwyższej) o module E_n^w

Obliczano je według wzoru (4.3):

$$e_{1n}^w = \frac{E_1^w}{E_n^w}, e_{2n}^w = \frac{E_2^w}{E_n^w}, \dots, e_{in}^w = \frac{E_i^w}{E_n^w}, \dots, e_{mn}^w = \frac{E_m^w}{E_n^w}, \quad (4.3)$$

gdzie: E_i^w – wirtualny moduł sprężystości warstwy **i** modelu wirtualnego.

Ilorazy przemieszczeń wirtualnych obliczano wzorami (4.4):

$$W_{1o}^w = \frac{W_1^w}{W_o^w}, \quad W_{2o}^w = \frac{W_2^w}{W_o^w}, \quad W_{3o}^w = \frac{W_3^w}{W_o^w}, \quad \dots, \quad W_{mo}^w = \frac{W_m^w}{W_o^w}, \quad (4.4)$$

gdzie: $w_o^w, w_1^w, w_2^w, \dots, w_m^w$ - przemieszczenia pionowe, wirtualne, obliczone w celu oceny modułów wirtualnych w dowolnym kroku iteracji o odległości punktów od środka płyty obciążającej: $r_o, r_1, r_2, \dots, r_m$

Identyfikacja modelu sprowadzała się do określenia takich wartości ilorazów modułów wirtualnych, przy których ilorazy odpowiednich przemieszczeń wirtualnych były równe ilorazom przemieszczeń rzeczywistych z odpowiednią dokładnością.

Kolejnym krokiem było określenie modułu wirtualnego warstwy i na podstawie wartości ilorazu

$$e_{in}^w = \frac{E_i^w}{E_n^w} \quad \text{oraz przyjętej początkowo wirtualnego modułu warstwy najwyższej}$$

($E_n^w = 10\,000$ MPa),

z wynikającej stąd zależności $E_i^w = e_{in}^w * E_n^w$.

W modelu wirtualnym (o modułach sprężystości E_i^w) obliczone przemieszczenie pionowe w osi obciążenia pod płytą podatną było równe w_o^w . Współczynnik zamiany modułów sprężystości β , modelu wirtualnego na model rzeczywisty, obliczono z ilorazu przemieszczeń wirtualnego i rzeczywistego (w osi płyty obciążającej) ze wzoru (4.5):

$$\beta = \frac{w_o^w}{w_o}. \quad (4.5)$$

Moduły sprężystości poszczególnych warstw badanego modelu konstrukcji nawierzchni wyznaczone były następująco (4.6):

$$\begin{aligned} E_n &= E_n^w * \beta, \\ E_m &= E_m^w * \beta, \\ &\dots \\ E_3 &= E_3^w * \beta, \\ E_2 &= E_2^w * \beta, \\ E_1 &= E_1^w * \beta. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Każdy krok iteracji wymagał obliczenia przemieszczeń w punktach, o tych samych odległościach od środka płyty obciążającej, celem porównania założonych parametrów modelu (q, D, h, ν , styku warstw sąsiednich) i ustalanych modułów wirtualnych. Ilorazy przemieszczeń (wzór 4.4) były więc

obliczane w każdym kroku iteracji i porównywane z odpowiednimi z pomiaru rzeczywistego.

Założeniem w słuszności tego wzoru jest identyczność modelu badanego i wirtualnego pod względem: obciążenia, ilości warstw, rodzaju styku warstw sąsiednich, grubości warstw, współczynników Poissona, zgodności ustawienia punktów wyznaczanych przemieszczeń (odległości od środka płyty obciążającej). Wzór ten jest słuszny przy dowolnej liczbie warstw, przy tych samych cechach modelu. Biorąc pod uwagę dokładność pomiaru przemieszczeń wynikać mogą z tego niezgodności. W metodzie tej przyjęto równą wagę dla wszystkich pomierzonych przemieszczeń.

Cały proces poszukiwania odpowiednich ilorazów modułów przypomina działanie licznika dekadowego, gdzie zmiana wartości wyższego rzędu o jeden, wymaga pełnej ilości zmian wartości niższego rzędu. Zmiana wartości ilorazu modułów odbywa się kwantowo o jednostkę w poszczególnych cyfrach liczby (liczba rzędów cyfr ilorazu modułów związana jest z dokładnością modułów).

4.4. Ocena dokładności realizowanych identyfikacji

Użyteczność metody odwrotnych obliczeń, przyjętej przez autora, została wykazana najpierw w postaci programu własnego, identyfikacyjnego. Proponowany sposób rozwiązywania problemu poparty był dużą liczbą praktycznych obliczeń. Dokładne weryfikowanie modelu, pod kątem określenia modułów sprężystości, uzyskano stosując metody symulacyjne. Sprawdzenie poprawności identyfikacji na podstawie symulacji, przeprowadzono na wielu modelach o różnej liczbie warstw (od 2 do 4). Obliczano przemieszczenia pionowe dla przyjętych parametrów modelu „rzeczywistego”, a następnie traktując je jako mierzone, w obliczeniach odwrotnych określano moduły sprężystości. W takim modelu „rzeczywistym” parametry modelu były przyjmowane w pełnym zakresie (łącznie z modułami sprężystości), dla którego obliczano przemieszczenia pionowe na powierzchni obciążanej. Po przyjęciu potrzebnych parametrów (oprócz modułów) modelu poszukiwanego, takiego samego obciążenia i „pomierzonych” przemieszczeń pionowych poprzez obliczenia identyfikacyjne wyznaczano moduły sprężystości. Przy założonej dokładności obliczeń uzyskane wyniki przedstawiono w następnym rozdziale.

W modelu jednorodnej półprzestrzeni sprężystej obliczenia identyfikacyjne sprowadzają się do podstawienia do wzoru (6.9) potrzebnych wielkości.

$$E_z = \frac{q \cdot D \cdot (1 - \nu_1^2)}{w_o} \quad (4.9)$$

Model dwuwarstwowy był najprostszym modelem do symulacji takich obliczeń. Wielokrotne obliczenia dokonane przez autora [49], znalazły swoje zastosowanie w postaci nomogramów do praktycznego stosowania w trakcie budowy drogi, przy sprawdzaniu modułów wbudowywanych materiałów

w etapie początkowym. Nomogramy te są uniwersalne, jednak mają stałą wartość $\frac{r}{a}$, co może być nieraz niewygodne. Nomogramy nie powinny być stosowane w przypadku modelu o ilości warstw większej od dwóch, ponieważ błędy z adaptacji mogą być znaczne.

Obliczenia odwrotne modeli dwuwarstwowych, według rozwiązania autora, dają dużą dokładność (6–7 cyfr znaczących modułu sprężystości) po około 30–40 krokach iteracji, w zależności od sumy cyfr ilorazu poszukiwanych modułów. Ogólnie biorąc, liczba kroków iteracji modelu wielowarstwowego, zbliżona jest do iloczynu z sumy cyfr ilorazów modułów poszczególnych warstw i modułu warstwy najwyższej. Z tego ogólnego ustalenia wynika, że dokładność modułów wpływa na liczbę kroków iteracji.

5. Badania symulacyjne i analiza błędów w identyfikowanych modelach nawierzchni drogowych

Poszukiwanie modułów sprężystości, znanych przemieszczeń pionowych i określonych wartości pozostałych parametrów modelu, zostało dokonane przez autora w ramach symulacji metodą odwrotnych obliczeń. Metodą tą możliwe byłoby identyfikowanie modeli z dowolną liczbą warstw. Do badania przyjęto modele dwu-, trzy-, czterowarstwowe o pełnej współpracy stykających się warstw (o stykach warstw typu **1**) lub o braku tarcia pomiędzy warstwami (o stykach warstw typu **0**). Rozwiązania analogiczne byłyby stosowane w modelu ze stykiem typu **0** lub mieszanym (część typu **1** i część typu **0**).

Numeracja modeli, przyjęta w tym rozdziale, związana była z liczbą warstw. Dopisywana litera (obok cyfry) oznaczała kolejny model o tej samej liczbie warstw (różniący się innymi parametrami). Analogicznie zostały oznaczone też poszczególne rysunki i tablice w niniejszej analizie, gdzie określono wpływ niedokładności ustalenia poszczególnych parametrów wartości modułów sprężystości. Znana zmienność modułów, jak wiadomo, pozwala na ustalenie przedziału wielkości powstających naprężeń i odkształceń przy obciążeniu analizowanego modelu. Na podstawie wrażliwości na poszczególne błędy parametrów mogą być określone wnioski dotyczące dokładności ich pomiarów.

5.1. Założenia do obliczeń symulacyjnych

Do analizy danego modelu przyjęto (jako maksymalne błędy) podstawowe dokładności parametrów:

- 0,001 mm (1 μm) **w** – przemieszczeń pionowych (ugięć),
- 0,01 m (1cm) – odległości:
- **D** – średnicy płyty obciążającej,
- **r_o** – odciętej zerowego punktu przemieszczenia pionowego pod płytą względem środka obciążenia,
- **dr** – odległości pomiędzy punktami przemieszczeń,
- **h_i** – grubości poszczególnych warstw,
- 0,1 MPa – **q** – jednostkowego nacisku obciążenia płytą podatną,
- 0,1 ν – współczynników Poissona.

Analizę identyfikacyjną metodą SF-PL dokonano na modelach dwu-, trzy-, czterowarstwowych, o założonych grubościach warstw, współczynnikach Poissona, obciążeniu, stykach warstw typu **1**. Przyjmowano do analizy symulacyjnej (jako wyjściowe) przemieszczenia pionowe o wielkościach całkowitych, wyrażonych w μm . Nie stosowano w modelach porównawczych modułów o wielkościach całkowitych w MPa, ze względu na otrzymywane przemieszczenia pionowe **w_i**, z kilkoma cyframi po przecinku (zależnie od

zaokrąglenia). Takiej dokładności nie mają obecnie przyrządy pomiarowe stosowane w FWD, ugięciomierzach belkowych. Przykłady symulacji stosowane przez autora na założonych wartościach modułów sprężystości przedstawione były w pracy [50]. Moduły sprężystości w takim modelu były odpowiednio bliskie założonym zależnie od zaokrąglenia przemieszczeń pionowych.

Maksymalny błąd przemieszczenia pionowego, sprężystego w analizie wynikał ze stosowanych możliwości sprzętowych. Przyjęto tę wartość równą $1 \mu\text{m}$. W metodzie FWD uzyskuje się dokładność $2 \mu\text{m}$, w ugięciomierzu belkowym (stosując czujniki zegarowe) $1 \mu\text{m}$.

W analizie stosowano też odchyłki tego parametru dwu- i dziesięciokrotnie mniejsze od podstawowej, w celu dokładniejszego określenia zmiany modułów i ich błędów. Wielkości te, w niektórych przypadkach zdaniem autora, byłyby wręcz wskazane do praktycznego stosowania, co zostało przedstawione przy badaniu niektórych modeli. W warunkach pełnych badań identyfikacyjnych modelu powinno się uwzględniać nie tylko błąd jednego z parametrów, lecz zespół wszystkich jednocześnie z odpowiednim znakiem. Według teorii błędów można wyznaczyć wartości modułów prawdopodobne, skrajne przy określeniu wszystkich odchyłek jednocześnie. Należy je tak dobierać, aby dawały największą lub najmniejszą wartość danego modułu. Zagadnienie to było analizowane przez autora [50]. Przy zwiększeniu odpowiednio dokładności rejestrowanych parametrów, możliwe jest zawężenie przedziału wartości rzeczywistej danego modułu.

5.2. Analiza błędów wielkości modułów modelu dwuwarstwowego

Analizę modelu dwuwarstwowego (rys.5.1) dokonano dla danych: $h_2=0,30$ m, $\nu_1=0,30$, $\nu_2=0,40$, styku warstw typu **1**, obciążeniu $q=0,70$ MPa, $D=0,32$ m oraz powstałych przemieszczeniach pionowych $w_0=272$, $w_1=121 \mu\text{m}$ w odległości poziomej $r_0=0,00$, $r_1=0,30$ m od środka obciążenia. Dla przyjętych wielkości parametrów modelu, z symulacji metodą odwrotnych obliczeń SF-PL, otrzymano wartości modułów sprężystości: $E_1=386,8651$ MPa, $E_2=1024,6181$ MPa.

Następne symulacje na tym modelu przeprowadzono dla wartości skrajnych i pośrednich pojedynczego parametru w zakresie maksymalnych jego błędów (wynikających z założonej dokładności). Zmiany w otrzymywanych modułach sprężystości potraktowano jako zależność ich od danego parametru w określonym zakresie. Wyniki z obliczeń odwrotnych przedstawiono w tablicach i rysunkach. Podano w nich wielkości modułów w MPa oraz procentowe zmiany danego modułu w stosunku do wartości w modelu podstawowym.

$$D=0,32 \text{ m} \quad \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \quad q=0,70 \text{ MPa}$$

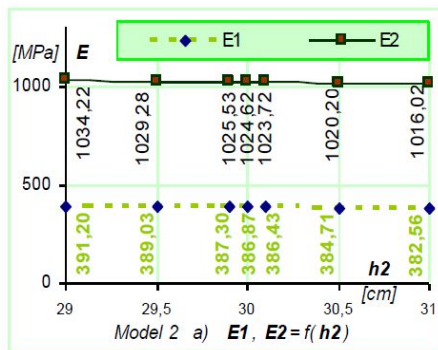
$$E_2=1024,6181 \text{ MPa} \quad h_2=0,30 \text{ m} \quad \nu_2=0,40$$

$$E_1= 386,8651 \text{ MPa} \quad \nu_1=0,30$$

Rys.5.2 Schemat modelu 2 – porównawczego

1. Wpływ grubości warstwy h_2

Do analizy przyjęto maksymalną wartość błędu grubości h_2 równą 1 cm. Obliczenia odwrotne dokonano dla błędu h_2 równego ∓ 1 , ∓ 5 , ∓ 10 mm. Otrzymane moduły sprężystości E_1 i E_2 oraz ich błędy (w odniesieniu do modułów modelu porównawczego) przedstawiono na rys.5.2.1.

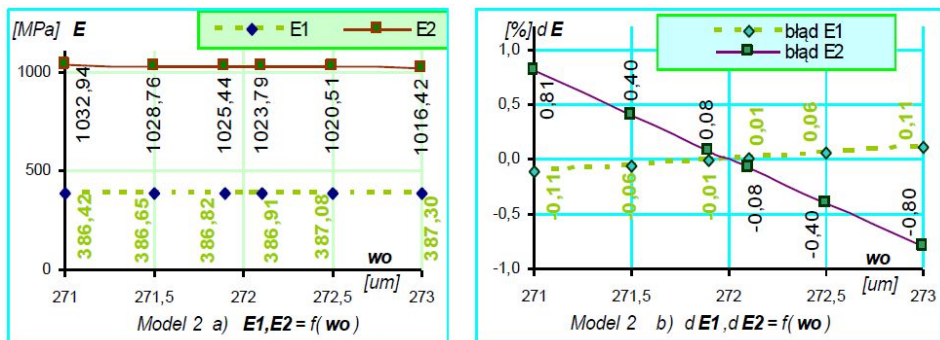


Rys.5.2.1. Wpływ h_2 na E_1 , E_2

Uzyskane wartości modułów sprężystości wskazały na ich niewielkie zmniejszanie się wywołane wzrostem grubości warstwy i zwiększanie się modułów przy zmniejszaniu h_2 . Ogólnie stwierdzono na podstawie rysunku 5.2.1, że jest to zależność prawie proporcjonalna do błędu, o znaku ujemnym, chociaż niedokładnie liniowa.

2. Wpływ w_0 – centralnego przemieszczenia pionowego, mierzonego w środku obciążenia

W analizie przyjęto błąd parametru (mierzonego w środku obciążenia) w modelu równy ∓ 1 , $\mp 0,5$, $\mp 0,1 \mu\text{m}$. Przemieszczenie pionowe w_0 przyjęto z takimi błędami do obliczeń odwrotnych. Spowodowało ono otrzymanie modułów sprężystości o różniących się wielkościach od odpowiednich w modelu porównawczym. Wielkości te oraz ich błędy pokazano na rys. 5.2.2.



Rys. 5.2.2.

W badanym zakresie zmian przemieszczenia w_0 otrzymano funkcje prawie liniowe, rosnacac $E_1=f(w_0)$ i malejacac $E_2=f(w_0)$. Procentowe zmiany tych modułów wskazywały niewielką wrażliwość na wielkość błędu w przemieszczeniu pionowym w_0 .

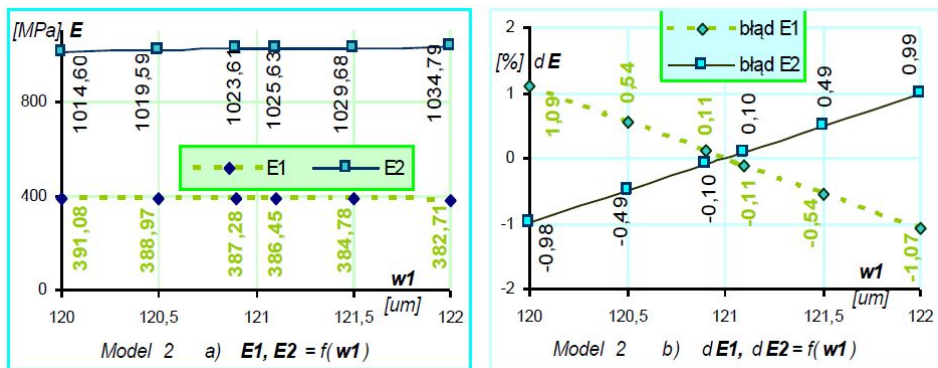
3. Wpływ błędu w_1 – pierwszego przemieszczenia pionowego

Przemieszczenie pionowe (ugięcie) – w_1 określone było w odległości $dr=0,30$ m od środka obciążenia.

Błędu tej wielkości przyjęto podobnie jak w przypadku w_0 . Otrzymane w symulacji moduły oraz ich błędy zamieszczono poniżej (tabl. Rys.5.2.3.)

Tablica 5.2.3. Wpływ błędu w_1 na moduły sprężystości

w_1 [μm]	E_1	E_2	dE_1	dE_2
	[MPa]		[%]	
120	391,0812	1014,6031	1,0898	-0,9774
120,5	388,9650	1019,5914	0,5428	-0,4906
120,9	387,2838	1023,6097	0,1082	-0,0984
121,1	386,4471	1025,6281	-0,1081	0,0986
121,5	384,7814	1029,6838	-0,5386	0,4944
122,0	382,7135	1034,7887	-1,0731	0,9926



Rys. 5.2.3.

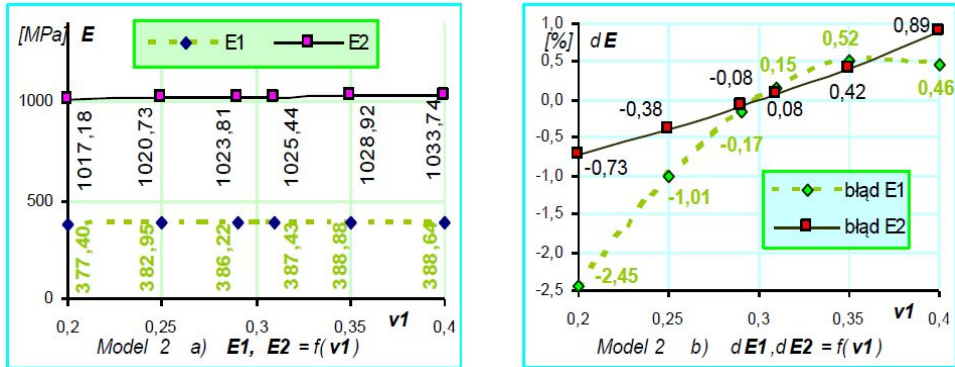
Z otrzymanych wartości wynikało, że zmiana wielkości modułu E_1 była funkcją malejącą, zaś E_2 funkcją rosnącą. Obie funkcje były prawie liniowe (w badanym przedziale), w przybliżeniu o przeciwnych współczynnikach kierunkowych. Zmiany obu modułów były małe w zakresie uwzględnianego błędu.

4. Wpływ ν_1 - współczynnika Poissona podłoża

Badanie zmienności modułów sprężystości E_1 i E_2 od błędu współczynnika Poissona warstwy dolnej zostało przedstawione wynikami w tabelicy 5. 2.4 i na rys. 5.2.4. Współczynnik Poissona ν_1 , wpłynął ogólnie prawie wprost proporcjonalnie na moduł E_2 . Moduł E_1 natomiast zmieniał się według funkcji wyraźnie nieliniowej, wypukłej do góry, o maksimum dla ν_1 w przedziale 0,35 – 0,40. Zmiany w modułach były niewielkie.

Tabela 5.2.4. Wpływ współczynnika Poissona ν_1 na moduły sprężystości

ν_1 [-]	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	dE_1 [%]	dE_2 [%]
0,20	377,3996	1017,1794	-2,4467	-0,7260
0,25	382,9478	1020,7277	-1,0126	-0,3797
0,29	386,2240	1023,8095	-0,1657	-0,0789
0,31	387,4305	1025,4433	0,1461	0,0805
0,35	388,8817	1028,9235	0,5213	0,4202
0,40	388,6365	1033,9235	0,4579	0,8905



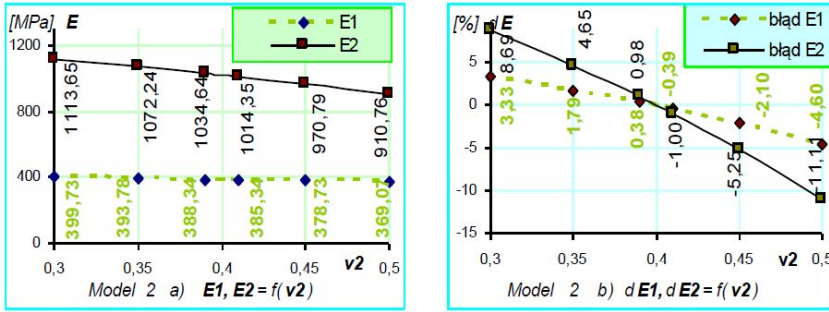
Rys. 5.2.4.

5. Wpływ ν_2 – współczynnika Poissona warstwy górnej

Odchyłkę maksymalną (0,10) współczynnika Poissona przyjęto podobnie jak dla warstwy dolnej (podłoża – półprzestrzeni sprężystej). Z otrzymanych wielkości i ich błędów zawartych w tabelicy 5.2.5 oraz rysunku 5.2.5 można zauważyć wyraźniejsze zmiany w wartościach modułów sprężystości. Obie funkcje (dla E_1 i E_2) były malejące i wypukłe do góry. Większe zmiany wystąpiły w module E_2 .

Tabela 5.2 5. Wpływ błędu współczynnika Poissona ν_2 na moduły sprężystości

ν_2	E_1	E_2	dE_1	dE_2
[-]	[MPa]		[%]	
0,30	399,7321	1113,6468	3,3260	8,6890
0,35	393,7859	1072,2411	1,7890	4,6479
0,39	388,3377	1034,6397	0,3807	0,9781
0,41	385,3442	1014,3483	-0,3931	-1,0023
0,45	378,7314	970,7874	-2,1025	-5,2537
0,50	369,0697	910,7623	-4,5999	-11,1120



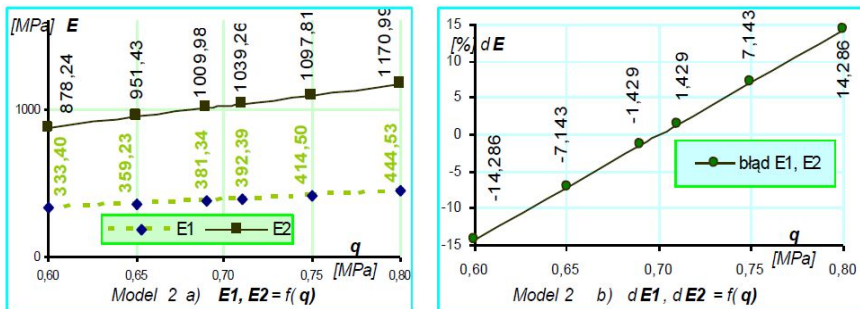
Rys. 5.2.5.

6. Wpływ q – nacisku jednostkowego płyty obciążającej

Do analizy zastosowano odchyłkę maksymalną nacisku jednostkowego równą 0,1 MPa. Rozważania mogą być prowadzone także dla wartości większych lub mniejszych od przyjętego w modelu porównawczym. Wpływ błędu tego na moduły zamieszczono w tabelicy 5.2.6 i na rys.5.2.6.

Tabela 5.2. 6. Wpływ błędu q – nacisku jednostkowego płyty na moduły sprężystości

q	E_1	E_2	dE_1	dE_2
[MPa]	[MPa]		[%]	
0,60	333,3986	878,2441	-14,2857	-14,2857
0,65	359,2319	951,4311	-7,1429	-7,1429
0,69	381,3385	1009,9807	-1,4286	-1,4286
0,71	392,3918	1039,2555	1,4286	1,4286
0,75	414,4983	1097,8051	7,1429	7,1429
0,80	444,5314	1170,9921	14,2857	14,2857



Rys. 5.2.6.

Z badanego zakresu zmian można zauważyć wyraźną zależność liniową, wprost proporcjonalną wzrostu obu modułów sprężystości. Zależność ta jest równa procentowemu wzrostowi nacisku jednostkowego:

$$\frac{0,70 \pm 0,10}{0,70} = 1 \pm 0,142857$$

$$\frac{0,70 \pm 0,05}{0,70} = 1 \pm 0,071429$$

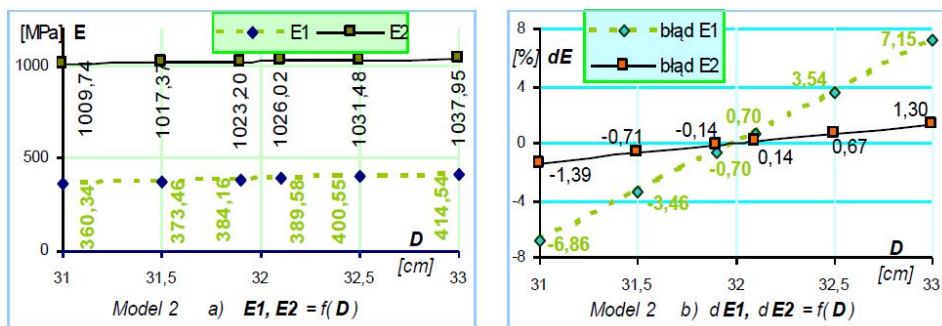
$$\frac{0,70 \pm 0,05}{0,70} = 1 \pm 0,0142857.$$

Ze zmian q – wynikają więc takie same odchylenia modułów sprężystości od wartości w modelu porównawczym.

Potwierdza to zgodność w zmianach wielkości obciążenia jednostkowego i modułów.

7. Wpływ D – średnicy płyty obciążającej

Wyznaczenie średnicy płyty obciążającej przyjęto z minimalną dokładnością 1 cm. Metoda FWD podaje średnicę płyty w mm, co odpowiada największej w analizie dokładności tej wielkości. W przypadku stosowania badań metodą quasi-statyczną wielkość ta wyznaczana jest ze znanego nacisku osi tylnej pojazdu i ciśnienia w oponie. Określone w drodze symulacji moduły i ich błędy zamieszczono w tabelicy 5.2.7 i na rys.5.2.7.



Rys. 5.2.7.

Otrzymane wyniki wskazały na zależność prawie wprost proporcjonalną modułów od średnicy płyty. Większe zmiany procentowe powstały w module podłoża (około pięciokrotnie większy współczynnik dla E_1 niż E_2).

Tablica 5.2.7. Wpływ błędu **D** – średnicy płyty na moduły sprężystości

D	E₁	E₂	dE₁	dE₂
[m]	[MPa]		[%]	
0.310	360,3440	1009,7403	-6,8554	-1,4520
0.315	373,4631	1017,3702	-3,4642	-0,7074
0.319	384,1619	1023,1993	-0,6988	-0,1385
0,321	389,5799	1026,0215	0,7017	0,1370
0,325	400,5549	1031,4800	3,5387	0,6697
0,330	414,5380	1037,9518	7,1531	1,3013

8. Wpływ rozstawu punktów mierzonych przemieszczeń pionowych

Przyjęto układ współrzędnych zgodny z modelem nawierzchni, gdzie oś pozioma (odciętych) **r** ma początek w środku płyty obciążającej. Stosowane wielkości **r₀** i **r₁** oznaczają dla mierzonych przemieszczeń pionowych:

r₀ – odcięta zerowego punktu,

r₁ – odcięta pierwszego punktu.

Wielkość **r₀** <0, gdy punkty (zerowy przemieszczenia **w₀** i pierwszy przemieszczenia **w₁**) znajdują się po przeciwnych stronach względem środka płyty obciążającej, **r₀** >0, gdy punkty (zerowy **w₀** i pierwszy **w₁**) znajdują się po tej samej stronie. Za rozstaw punktów przemieszczeń przyjęto odległość pomiędzy punktami zerowym i pierwszym.

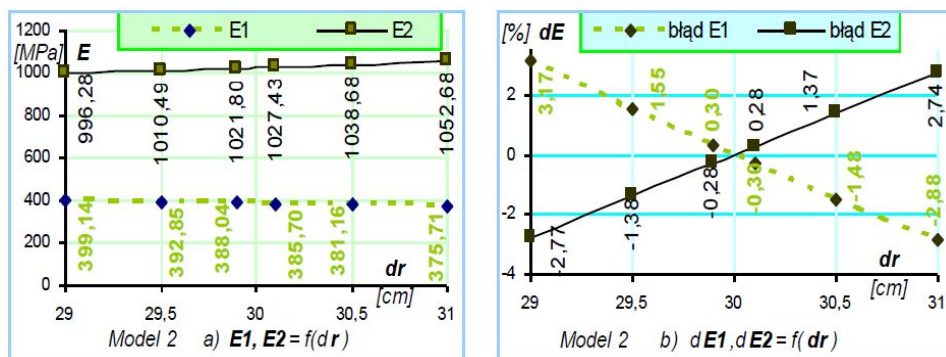
Zgodnie z tym rozstaw **r₀** jest równy:

$$dr = r_1 - r_0.$$

W metodzie FWD punkty mierzonych przemieszczeń pionowych mają najczęściej stosowany rozstaw 300 mm. Do analizy przyjęto za maksymalny błąd tej odległości **dr** = 1 cm. W tej i innych odchyłkach od wartości właściwej określono moduły, których wielkości i ich błędy zamieszczono w tablicy 5.2.8 i na rys. 5.2.8.

Tablica 5.2.8. Wpływ **dr** –odległości między punktami przemieszczeń na moduły sprężystości

dr	E₁	E₂	dE₁	dE₂
[m]	[MPa]		[%]	
0,290	399,1437	996,2829	3,1739	-2,7654
0,295	392,8500	1010,4923	1,5470	-1,3786
0,299	388,0389	1021,7988	0,3034	-0,2752
0,301	385,7025	1027,4348	-0,3005	0,2749
0,305	381,1595	1038,6772	-1,4748	1,3721
0,310	375,7074	1052,6846	-2,8841	2,7392



Rys. 5.2.8.

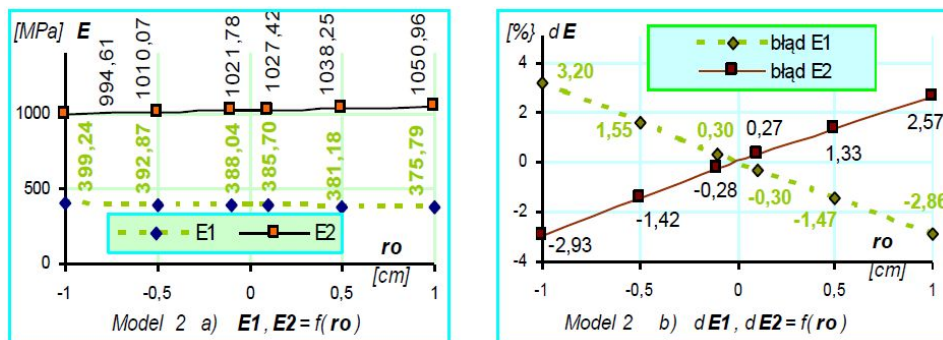
Wzrost rozstawu punktów wpływał prawie proporcjonalnie (w badanym zakresie tego błędu) na moduł E_2 , ale przeciwnie na moduł sprężystości E_1 . Zmiany wywołane tym błędem były jednak małe (od 2,7 do 3,2 %).

9. Wpływ niedokładności ustawienia zerowego (centralnego) punktu przemieszczenia

Za maksymalny błąd ustawienia punktu nr 0 mierzonego przemieszczenia przyjęto 1 cm. W warunkach pomiaru przyjęto wartość ujemną, gdy błąd będzie on po przeciwnej stronie do punktu nr 1 względem środka rzeczywistego płyty. Gdy oba punkty będą po tej samej stronie przyjmuje się dla niego wartość dodatnią. Wyniki analizy przedstawiono w tabelicy 5.2.9 oraz na rys.5.2.9.

Tabela 5.2.9. Wpływ błędu r_0 – ustawienia zerowego punktu przemieszczenia na moduły sprężystości

r_0 [m]	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	dE_1 [%]	dE_2 [%]
-0,010	399,2449	994,6150	3,2000	-2,9282
-0,005	392,8738	1010,0718	1,5532	-1,4197
-0,001	388,0398	1021,7819	0,3036	-0,2768
0,001	385,7034	1027,4178	-0,3003	0,2732
0,005	381,1808	1038,2496	-1,4693	1,3304
0,010	375,7885	1050,9597	-2,8632	2,5709



Rys. 5.2.9.

Wartość ujemna tego błędu powoduje wzrost modułu E_1 , zaś dodatnia wzrost E_2 . Zmiany modułów były w tym przypadku małe (max. 3.2 %).

5.3. Analiza błędów w obliczeniach modułów sprężystości modelu trzywarstwowego

Analizowano model trzywarstwowy o parametrach: $h_2=0,20$ m, $h_3=0,10$ m, $\nu_1=0,30$, $\nu_2=0,25$, $\nu_3=0,35$, obu stykach warstw typu 1, obciążeniu $q=0,70$ MPa, $D=0,32$ m. W modelu tym przyjęto przemieszczenia pionowe $w_0=234$, $w_1=173$, $w_2=124$ μm w odległości poziomej $r_0=0,00$, $r_1=0,30$, $r_2=0,60$ m od środka obciążenia.

Metodą odwrotnych obliczeń otrzymano wielkości modułów sprężystości: $E_1 = 200,4217$, $E_2 = 1978,5854$, $E_3 = 8166,1019$ MPa. Model o tych modułach przyjęto jako porównawczy. Do niego odnoszono otrzymywane moduły przy zmianie jego jednego parametru lub przemieszczenia pionowego. Otrzymywane wartości modułów dla różnych wielkości zmienianego parametru przyjęto jako wpływ jego na moduły sprężystości w metodzie odwrotnych obliczeń. Zmianę danego parametru przyjmowano analogicznie jak w modelu dwuwarstwowym.

$$\begin{array}{c}
 \underline{q = 0,70 \text{ MPa} \quad \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \quad D = 0,32\text{m}} \\
 \underline{E_3 = 8166,1019 \text{ MPa} \quad h_3 = 0,10 \text{ m} \quad \nu_3 = 0,35} \\
 \underline{E_2 = 1978,5854 \text{ MPa} \quad h_2 = 0,20 \text{ m} \quad \nu_2 = 0,25} \\
 \underline{E_1 = 200,4217 \text{ MPa} \quad \nu_1 = 0,30}
 \end{array}$$

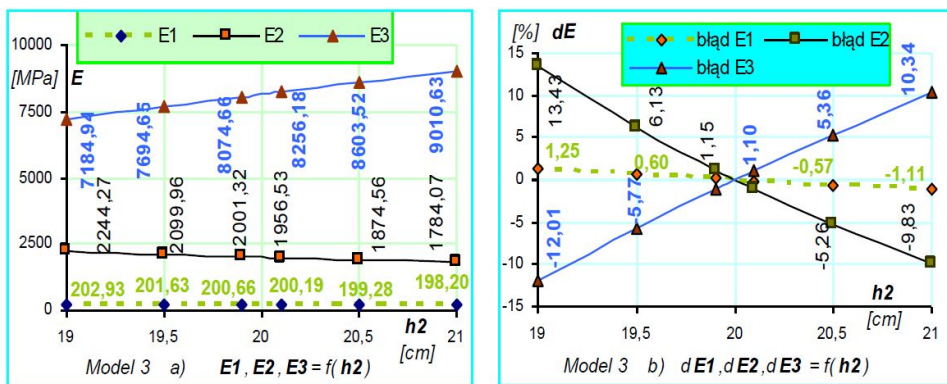
Rys.5.3. Schemat modelu 3 – porównawczego

1. Zmiany modułów sprężystości wywołane h_2 – grubością warstwy drugiej

Wpływ grubości warstwy drugiej w zakresie od 19 do 21 cm, wynikającej z niedokładności pomiaru, na moduły sprężystości w modelu analizowanym przedstawiono w tabelicy 5.3.1 i rys. 5.3.1.

Tabela 5.3.1. Wpływ wartości h_2 na moduły sprężystości

h_2	E_1	E_2	E_3	dE_1	dE_2	dE_3
[m]	[MPa]			[%]		
0,190	202,9287	2244,2739	7184,9434	1,2508	13,4282	-12,0150
0,195	201,6311	2099,9589	7694,6484	0,6034	6,1344	-5,7733
0,199	200,6575	2001,3249	8074,6614	0,1176	1,1493	-1,1198
0,200	200,4217	1978,5854	8166,1019	0	0	0
0,201	200,1888	1956,5343	8256,1817	-0,1162	-1,1145	1,1031
0,205	199,2831	1874,5572	8603,5231	-0,5681	-5,2577	5,3566
0,210	198,2024	1784,0677	9010,6311	-1,1073	-9,8312	10,3419



Rys. 5.3.1.

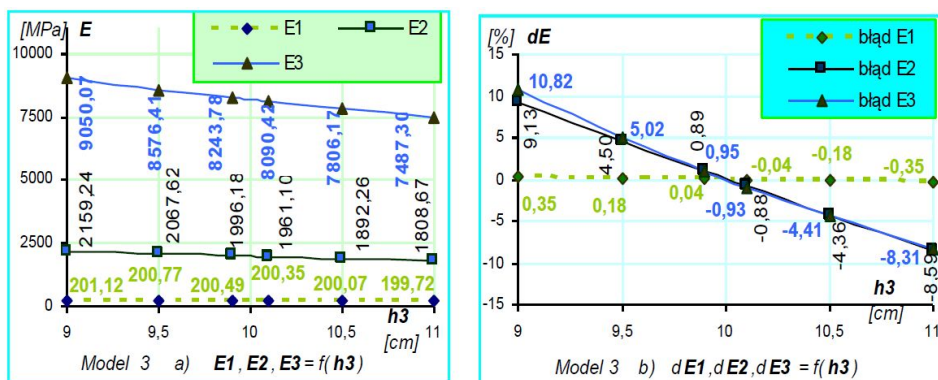
Wzrost h_2 (grubości warstwy nr 2) o 1 cm powodował: zmniejszenie modułu podłoża o 1,1% i modułu warstwy drugiej o 9,83%, wzrost o 10,34% modułu warstwy trzeciej. Zmniejszenie h_2 o 1 cm powodował: wzrost modułu podłoża o 1,25% i modułu warstwy drugiej o 13,43%, zmniejszenie modułu warstwy trzeciej o 12,02%. Zmiany modułu sprężystości warstwy podłoża były więc małe, pozostałych wyraźne.

2. Zmiany modułów wywołane h_3 – grubością warstwy trzeciej

Błąd w pomiarach (± 1 cm) grubości warstwy górnej powodował zmianę wartości modułów sprężystości, otrzymywanej w metodzie odwrotnych obliczeń. Wielkości tych zmian przedstawiono w tabelicy 5.3.2 i na rys. 5.3.2.

Tabela 5.3.2. Wpływ błędu h_3 na moduły sprężystości

h_3	E_1	E_2	E_3	dE_1	dE_2	dE_3
[m]	[MPa]			[%]		
0,090	201,1239	2159,2430	9050,0725	0,3504	9,1307	10,8249
0,095	200,7754	2067,6204	8576,4145	0,1764	4,4999	5,0246
0,099	200,4926	1996,1774	8243,7817	0,0354	0,8891	0,0513
0,101	200,3509	1961,1024	8090,4250	-0,0353	-0,8836	-0,9267
0,105	200,0686	1892,2644	7806,1705	-0,1762	-4,3628	-4,4076
0,110	199,7203	1808,6746	7487,3010	-0,3500	-8,5875	-8,3124

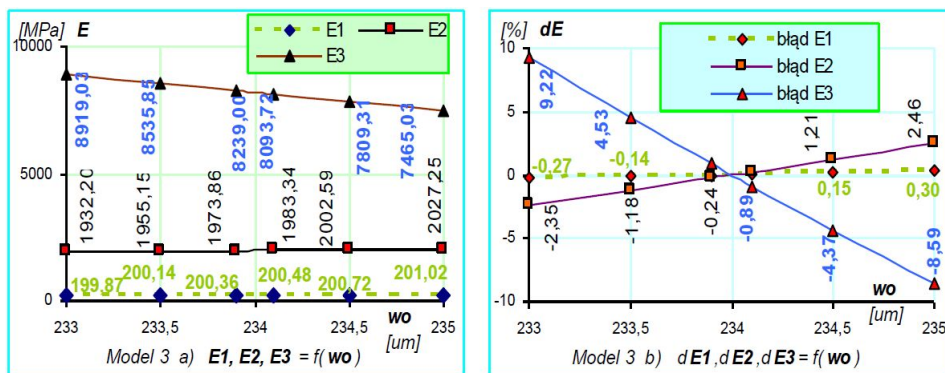


Rys. 5.3.2.

Zmniejszenie grubości warstwy trzeciej o 1 cm powoduje wzrost modułów sprężystości: podłoża o 0,35%, warstwy drugiej o 9,13%, warstwy trzeciej o 10,82%. Zwiększenie tej grubości o 1 cm zmniejsza wartości modułów sprężystości: podłoża o 0,35%, warstwy drugiej o 8,59%, warstwy trzeciej o 8,31%. Zmiany dla podłoża były więc nieznaczne, zaś wyraźne dla drugiej i trzeciej.

3. Zmiany modułów wywołane przez w_0

Wpływ zmian centralnego przemieszczenia pionowego (w środku płyty obciążającej) w zakresie $\pm 1 \mu m$ na moduły sprężystości przedstawiono w tabelicy 5.3.3 i na rys. 5.3.3.



Rys. 5.3.3.

Tabela 5.3.3. Wpływ błędu w_0 na moduły sprężystości

w_0	E_1	E_2	E_3	dE_1	dE_2	dE_3
[μm]	[MPa]			[%]		
233,0	199,8735	1932,1953	8919,0318	-0,2735	-2,3446	9,2202
233,5	200,1412	1955,1508	8535,8534	-0,1400	-1,1844	4,5279
233,9	200,3646	1973,8596	8239,0013	-0,0285	-0,2390	0,8927
234,1	200,4794	1983,3374	8093,7206	0,0288	0,2402	-0,8864
234,5	200,7151	2002,5869	7809,3052	0,1464	1,2131	-4,3692
235,0	201,0213	2027,2477	7465,0341	0,2991	2,4595	-8,5851

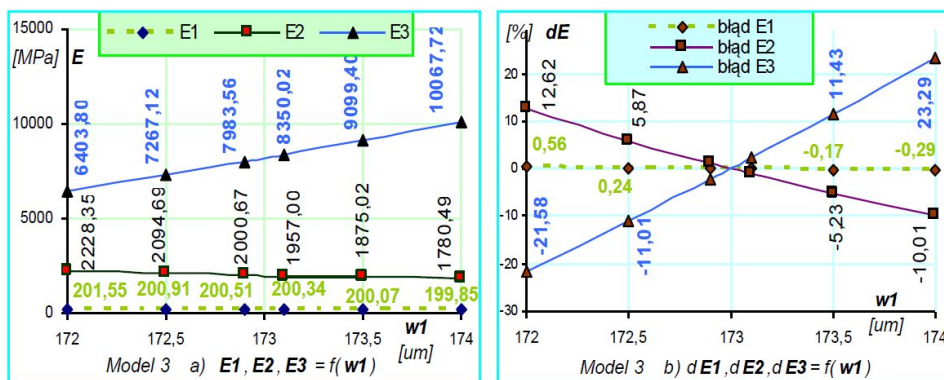
Zmniejszenie ugięcia w środku płyty obciążającej o $1 \mu m$ powoduje: zmniejszenie modułów sprężystości podłoża o 0,27%, warstwy drugiej o 2,34 % a wzrost warstwy trzeciej o 9,22%. Zwiększenie tej wielkości o $1 \mu m$ zmieniało wartości modułów sprężystości: wzrost podłoża o 0,30%, warstwy drugiej o 2,46%, natomiast zmniejszenie warstwy trzeciej o 8,59%. Zmiany modułu podłoża były więc nieznaczne, małe drugiej i wyraźne trzeciej warstwy.

4. Wpływ zmian w_1 – pierwszego przemieszczenia pionowego

Podobnie analizowano wpływ zmian pierwszego przemieszczenia pionowego na otrzymywane moduły sprężystości. Zmianę w_1 przyjęto w zakresie $\mp 1 \mu\text{m}$. Wyniki uzyskane w metodzie symulacji przedstawiono w tablicy 5.3.4 i na rys. 5.3.4.

Tablica 5.3.4. Wpływ błędu w_1 na moduły sprężystości

w_1	E_1	E_2	E_3	dE_1	dE_2	dE_3
[μm]	[MPa]			[%]		
172,0	201,5489	2228,3525	6403,7964	0,5624	12,6235	-21,5807
172,5	200,9077	2094,6928	7267,1219	0,2425	5,8682	-11,0087
172,9	200,5073	2000,6683	7983,5553	0,0427	1,1161	-2,2354
173,1	200,3417	1956,9993	8350,0150	-0,0400	-1,0910	2,2522
173,5	200,0741	1875,0187	9099,4040	-0,1735	-5,2344	11,4290
174,0	199,8492	1780,4860	10067,7204	-0,2857	-10,0122	23,2867



Rys. 5.3.4.

Zmniejszenie wartości przemieszczenia pionowego o $1 \mu\text{m}$ spowodowało: zwiększenie modułu podłoża E_1 o 0,56%, warstwy drugiej E_2 o 12,62 % i zmniejszenie modułu warstwy górnej E_3 o 21,58%. Zwiększenie wartości przemieszczenia o $1 \mu\text{m}$ wywołało: zmniejszenie modułu podłoża E_1 o 0,29%, warstwy drugiej o 10,01% i wzrost modułu warstwy górnej o 23,29%. Określono, że niedokładność tego pomiaru wywołuje nieznaczne zmiany modułu podłoża, znaczne modułu warstwy drugiej i duże warstwy górnej.

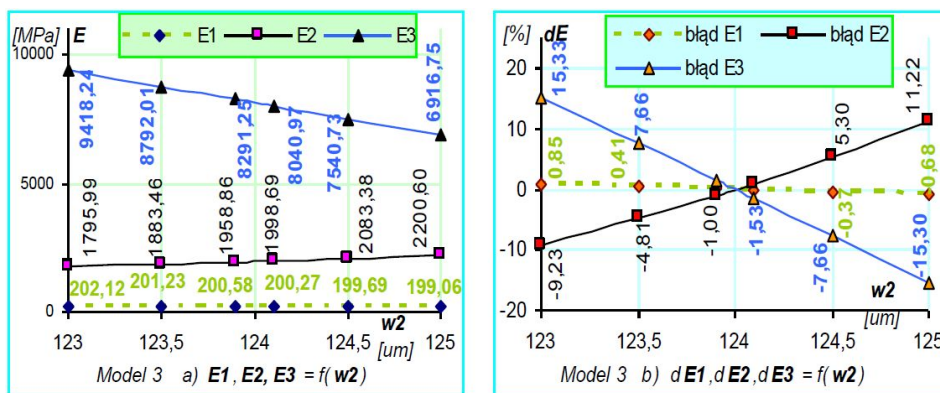
5. Wpływ zmian przemieszczenia pionowego – w_2

W podobny sposób przeprowadzono badania symulacyjne pod kątem zmian przemieszczenia pionowego w_2 .

Uzyskane wyniki w tabelicy 5.3.5 i na rys. 5.3.5 przedstawiały wpływ tego błędu przemieszczenia na moduły.

Tabela 5.3.5. Wpływ błędu w_2 na moduły sprężystości

w_2	E_1	E_2	E_3	dE_1	dE_2	dE_3
[μm]	[MPa]			[%]		
123,0	202,1242	1795,9920	9418,2383	0,8494	-9,2285	15,3333
123,5	201,2347	1883,4638	8792,0104	0,4056	-4,8076	7,6647
123,9	200,5778	1958,8612	8291,2537	0,0779	-0,9969	1,5326
124,1	200,2691	1998,6940	8040,9698	-0,0762	1,0163	-1,5323
124,5	199,6938	2083,3779	7540,7338	-0,3632	5,2963	-7,6581
125,0	199,0610	2200,6038	6916,7464	-0,6790	11,2211	-15,2993

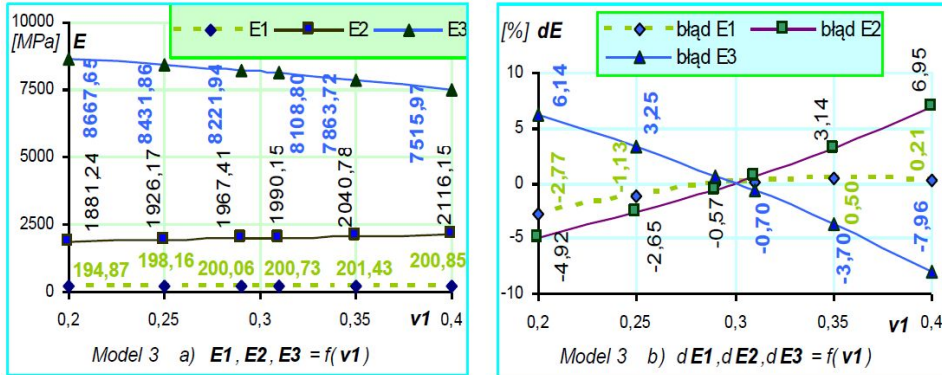


Rys. 5.3.5.

Zmiana przemieszczenia pionowego w punkcie odległym o 0,60 m w zakresie od 123 do 125 μm powodowała w modelu: niewielkie zmiany modułu E_1 (od +0,85 do -0,68%), wyraźne modułu E_2 (od -9,23 do +11,22%) oraz modułu E_3 (od +15,33 do -15,30%). Moduł E_2 zmieniał się więc w modelu według funkcji rosnącej, zaś E_1 i E_3 jako malejącej.

6. Wpływ ν_1 – współczynnika Poissona materiału podłoża

Analiza wpływu zmienności ν_1 w zakresie od 0,20 do 0,40 na moduły została załączona w tabelicy 5.3.6 i na rys. 5.3.6.



Rys. 5.3.6.

Tabela 5.3.6. Wpływ zmian współczynnika Poissona ν_1 na moduły sprężystości

ν_1	E_1	E_2	E_3	dE_1	dE_2	dE_3
[-]	[MPa]			[%]		
0,20	194,8662	1881,2384	8667,6518	-2,7719	-4,9200	6,1419
0,25	198,1567	1926,1677	8431,8600	-1,1301	-2,6493	3,2544
0,29	200,0610	1967,4052	8221,9442	-0,1800	-0,5651	0,6838
0,31	200,7323	1990,1535	8108,8000	0,1550	0,5847	-0,7017
0,35	201,4262	2040,7834	7863,7155	0,5012	3,1436	-3,7030
0,40	200,8463	2116,1479	7515,9700	0,2118	6,9526	-7,9614

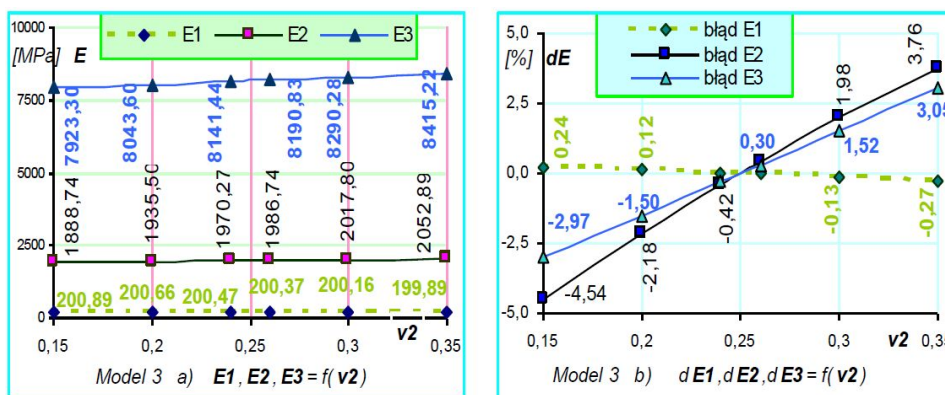
Zmiana współczynnika Poissona – ν_1 w zakresie od 0,20 do 0,40 spowodowała w modelu zwiększenie E_2 (od -4,92 do +6,95%) oraz zmniejszenie modułu E_3 (od +6,14 do -7,96%). Moduł E_1 zmieniał się w tym przypadku w postaci funkcji parabolicznej, wypukłej do góry z maksimum w pobliżu $\nu_1 \cong 0,35$; zmiany te były jednak małe (od -2,77 poprzez +0,50 do +0,21%).

7. Wpływ ν_2 – współczynnika Poissona warstwy drugiej

Zmianę modułów sprężystości wywołaną zmiennością ν_2 (od 0,15 do 0,35) ustaloną metodą odwrotnych obliczeń przedstawiono w tabelicy 5.3.7 i na rys. 5.3.7.

Tabela 5.3.7. Wpływ błędu współczynnika Poissona ν_2 na moduły sprężystości

ν_2	E_1	E_2	E_3	dE_1	dE_2	dE_3
[-]	[MPa]			[%]		
0,15	200,8928	1888,7433	7923,7974	0,2350	-4,5407	-2,9733
0,20	200,6637	1935,4995	8043,5954	0,1207	-2,1776	-1,5002
0,24	200,4713	1970,2712	8141,4448	0,0247	-0,4202	-0,3019
0,26	200,3716	1986,7448	8190,8260	-0,0250	0,4124	0,3028
0,30	200,1647	2017,7964	8290,2831	-0,1282	1,9818	1,5207
0,35	199,8900	2052,8877	8415,2249	-0,2653	3,7553	3,0507



Rys. 5.3.7.

Zmiana ν_2 w zakresie od 0,15 do 0,35 w modelu spowodowała: zmniejszenie modułu E_1 (od +0,24 do -0,27%) oraz zwiększenie modułów E_2 (od -4,54 do +3,76%) i E_3 (od -2,97 do 3,05%). W modelu zmiany te były małe.

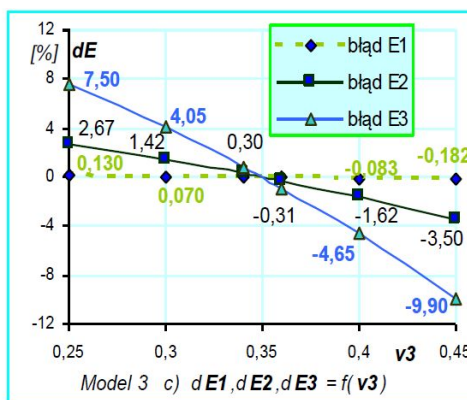
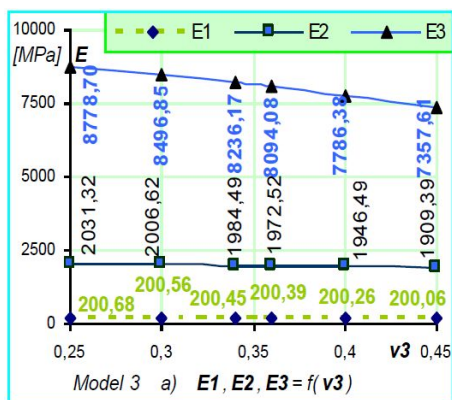
8. Wpływ współczynnika Poissona materiału warstwy trzeciej

W podobnym zakresie (od 0,25 do 0,45) dokonywano zmianę ν_3 dla określenia wpływu jego na moduły, wyznaczone drogą symulacji. Wyniki badań zamieszczono w tabelicy 5.3.8 i na rys. 5.3.8.

Zmiana ν_3 w badanym zakresie spowodowała zmniejszanie modułów sprężystości: podłoża -w bardzo małym stopniu (od +0,13% do -0,18), warstwy drugiej w małym stopniu (od +2,67 do -3,50%) i wyraźnym warstwy trzeciej (od +7,50 do -9,90%).

Tablica 5.3. 8. Wpływ współczynnika Poissona ν_3 na moduły sprężystości

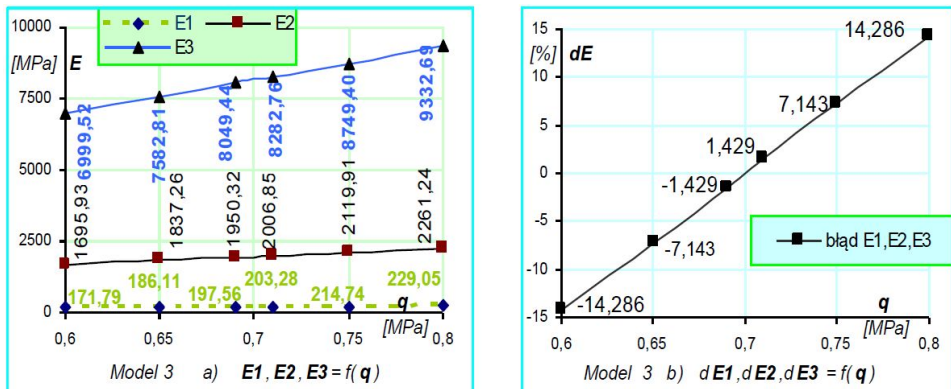
ν_3	E_1	E_2	E_3	dE_1	dE_2	dE_3
[-]	[MPa]			[%]		
0,25	200,6825	2031,3226	8778,6997	0,1301	2,6654	7,5017
0,30	200,5622	2006,6205	8496,8547	0,0701	1,4169	4,0503
0,34	200,4517	1984,4910	8236,1677	0,0150	0,2985	0,8580
0,36	200,3908	1972,5183	8094,0764	-0,0155	-0,3066	-0,8820
0,40	200,2556	1946,4935	7786,3781	-0,0829	-1,6220	-4,6500
0,45	200,0560	1909,3949	7357,6115	-0,1825	-3,4970	-9,9006



Rys. 5.3.8.

9. Wpływ q – nacisku jednostkowego płyty obciążającej

Niedokładność pomiaru nacisku płyty - q i wpływająca w metodzie symulacji na moduły sprężystości została przeanalizowana dla jego zmienności od 0,6 do 0,8 MPa. Efekty jej wpływu zamieszczono w tablicy 5.3.9 oraz na rys. 5.3.9.



Rys. 5.3.9.

Zmiana q w tym zakresie (od -14,2857 do +14,2857% od wartości 0,70 MPa) spowodowała *takie same zmiany* we wszystkich modułach sprężystości (od -14,2857 do +14,2857%) względem ich wielkości w modelu porównawczym. Były to zależności typowo liniowe wśród otrzymanych wartości.

Tablica 5.3.9. Wpływ błędu q - nacisku jednostkowego płyty na moduły sprężystości

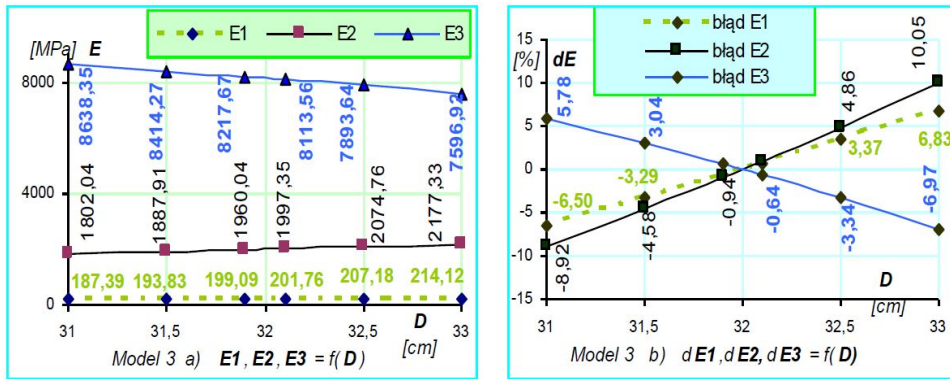
q	E ₁	E ₂	E ₃	dE ₁	dE ₂	dE ₃
[MPa]	[MPa]			[%]		
0,60	171,7901	1695,9303	6999,5154	-14,2857	-14,2857	-14,2857
0,65	186,1059	1837,2578	7582,8085	-7,1429	-7,1429	-7,1429
0,69	197,5586	1950,3199	8049,4427	-1,4286	-1,4286	-1,4286
0,71	203,2849	2006,8510	8282,7599	1,4286	1,4286	1,4286
0,75	214,7376	2119,9129	8749,3946	7,1429	7,1429	7,1429
0,80	229,0534	2261,2404	9332,6874	14,2857	14,2857	14,2857

10. Wpływ D – średnicy płyty obciążającej

Niedokładność ustalenia bądź pomiaru średnicy płyty naciskowej – D i wpływająca w metodzie symulacji na moduły sprężystości została także przeanalizowana przez autora. Wyniki jej zamieszczono w tablicy 5.3.10 oraz na rys. 5.3.10.

Tablica 5.3.10. Wpływ błędu D – średnicy płyty na moduły sprężystości

D	E ₁	E ₂	E ₃	dE ₁	dE ₂	dE ₃
[m]	[MPa]			[%]		
0,310	187,3895	1802,0414	8638,3494	-6,5024	-8,9227	5,7830
0,315	193,8271	1887,9138	8414,2750	-3,2904	-4,5827	3,0391
0,319	199,0898	1960,0357	8217,6754	-0,6646	-0,9375	0,6316
0,321	201,7603	1997,3547	8113,5551	0,6679	0,9486	-0,6435
0,325	207,1822	2074,7607	7893,6407	3,3731	4,8608	-3,3365
0,330	214,1183	2177,3263	7596,9188	6,8339	10,0446	-6,9701



Rys. 5.3.10.

Zmiana średnicy o 1 cm od wartości $D=0,32$ m. powoduje wyraźną zmianę modułów sprężystości: jako funkcja rosnąca dla podłoża (od -6,50 do +6,83%) i warstwy drugiej (od -8,92 do 10,04%) oraz jako malejąca dla warstwy trzeciej (od +5,78 do -6,97%). Zmiany te we wszystkich modułach określono jako wyraźne.

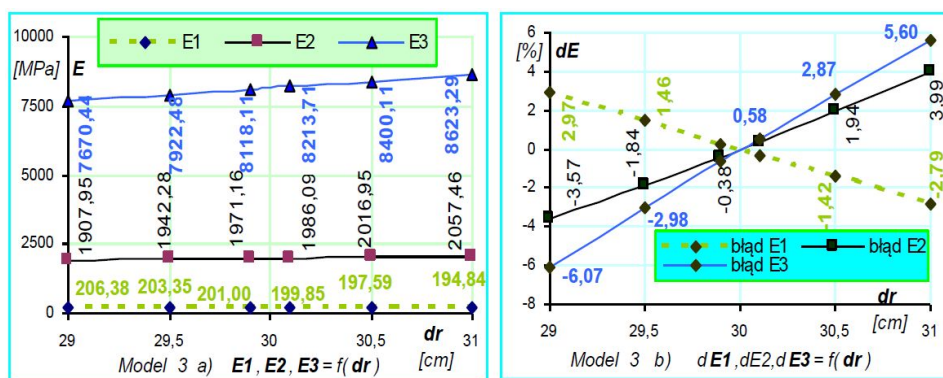
11. Wpływ dr – odległości pomiędzy punktami przemieszczeń pionowych

Do analizy przyjęto tę samą odległość między sąsiednimi punktami, oznaczoną jako dr . Jako r przyjęto odległość danego punktu wyznaczanego przemieszczenia pionowego od środka płyty obciążającej. W przypadku gdy odległość dr rzeczywista byłaby inna (błąd maksymalny 1 cm) mogłaby także wpłynąć na inne wartości modułów sprężystości, wyznaczone w podobny sposób. Wpływ tego błędu przedstawiono w tablicy 5.3.11 oraz na rys. 5.3.11.

Zmiana odległości pomiędzy punktami wywołała niewielkie zmniejszanie modułu sprężystości podłoża (od +2,97 do -2,78%) oraz małe zwiększanie modułów warstw drugiej (od -3,57 do +3,99%) i trzeciej (od -6,07 do +5,60%).

Tablica 5.3.11. Wpływ błędu dr - odległości między punktami ugięć na moduły sprężystości

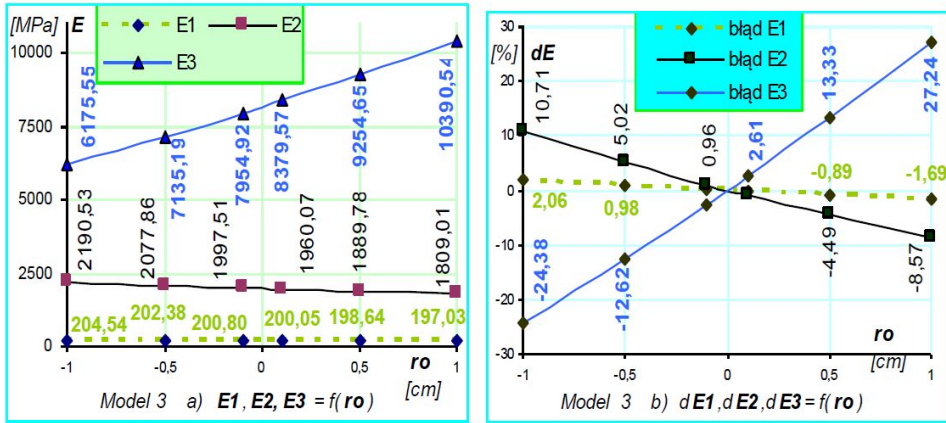
Dr	E₁	E₂	E₃	dE₁	dE₂	dE₃
[m]	[[MPa]]			[%]		
0,290	206,3790	1907,9498	7670,4411	2,9723	-3,5700	-6,0697
0,295	203,3511	1942,2758	7922,4849	1,4616	-1,8351	-2,9833
0,299	200,9999	1971,1616	8118,1071	0,2885	-0,3752	-0,5877
0,301	199,8473	1986,0916	8213,7099	-0,2866	0,3794	0,5830
0,305	197,5864	2016,9521	8400,1128	-1,4147	1,9391	2,8656
0,310	194,8408	2057,4636	8623,2917	-2,7846	3,9866	5,5986



Rys. 5.3.11.

12. Wpływ r_0 – ustawienia zerowego punktu przemieszczenia pionowego

Ustawienie punktu zerowego (centralnego) przemieszczenia pionowego przyjęto podobnie jak w modelu dwuwarstwowym. Wartość r_0 – oznaczała odcięta poziomą punktu zerowego w układzie współrzędnych walcowych modelu nawierzchni, gdzie jego początek był w środku obciążenia. Przy ustawieniu tego punktu po przeciwnej stronie środka płyty niż pozostałe – znak r_0 był ujemny, a dodatni gdy wszystkie były po tej samej. Odległości pomiędzy punktami przyjęto takie jak w modelu porównawczym. Uwzględniano w analizie tylko wpływ błędu r_0 . Analizę wpływu zawarto w tabelicy 5.3.12 i na rys. 5.3.12.



Rys. 5.3.12.

Ujemna wartość $r_o = -1$ cm powodowała: wzrost modułów E_1 w niewielkim stopniu (o 2,06%) i E_2 w wyraźnym (o 10,71%) oraz duże zmniejszanie E_3 (o 24,38%). Dodatnia wartość $r_o = +1$ cm powodowała: zmniejszenie modułów E_1 o 1,69% i E_2 o 8,57% oraz wzrost E_3 o 27,24%.

Tablica 5.3.12. Wpływ błędu r_o ustawienia centralnego punktu mierzonego przemieszczenia pionowego na moduły sprężystości

r_o	E_1	E_2	E_3	dE_1	dE_2	dE_3
[m]	[MPa]			[%]		
-0,010	204,5433	2190,5252	6175,5542	2,0565	10,7117	-24,3757
-0,005	202,3835	2077,8619	7135,1876	0,9788	5,0176	-12,6243
-0,001	200,7988	1997,5147	7954,9249	0,1881	0,9567	-2,5860
0,001	200,0521	1960,0733	8379,5725	-0,1844	-0,9356	2,6141
0,005	198,6437	1889,7822	9254,6466	-0,8872	-4,4882	13,3300
0,010	197,0275	1809,0077	10390,5370	-1,6935	-8,5706	27,2399

5.4. Analiza błędów modelu czterowarstwowego

Do analizy przyjęto model czterowarstwowy (rys.5.4) o parametrach: $h_2=0,25$ m, $h_3=0,15$ m, $h_4=0,08$ m, $\nu_1=0,30$, $\nu_2=0,25$, $\nu_3=0,35$, $\nu_4=0,35$, stykach warstw typu 1, obciążeniu $q=0,70$ MPa, $D=0,32$ m oraz powstałych przemieszczeniach pionowych $w_0=166$, $w_1=149$, $w_2=132$, $w_3=119$ μm o odległości poziomej odpowiednio $r_0=0,00$, $r_1=0,20$, $r_2=0,40$, $r_3=0,60$ m od środka

obciążenia. Przez symulację metodą odwrotnych obliczeń określono moduły sprężystości: $E_1=143,5905$ $E_2=2546,7754$ $E_3=6209,5883$ $E_4=15674,0049$ MPa. Wartości te przyjęto jako moduły sprężystości modelu porównawczego. Do tych wartości odnoszono otrzymywane moduły zmieniając w nim tylko jeden z jego parametrów. Na podstawie tych wyników określono wpływ błędu danego parametru na moduły sprężystości. Wartości odchyień poszczególnych parametrów przyjęto w analizie analogicznie jak w modelu dwuwarstwowym.

D=0,32m	↓↓↓↓↓	q=0,70MPa
E₄=15674,0049 MPa	h₄=0,08 m	ν₃=0,35
E₃= 6209,5883 MPa	h₃=0,15 m	ν₃=0,35
E₂= 2546,7754 MPa	h₂=0,25 m	ν₂=0,25
E₁= 143,5905 MPa		ν₁=0,30

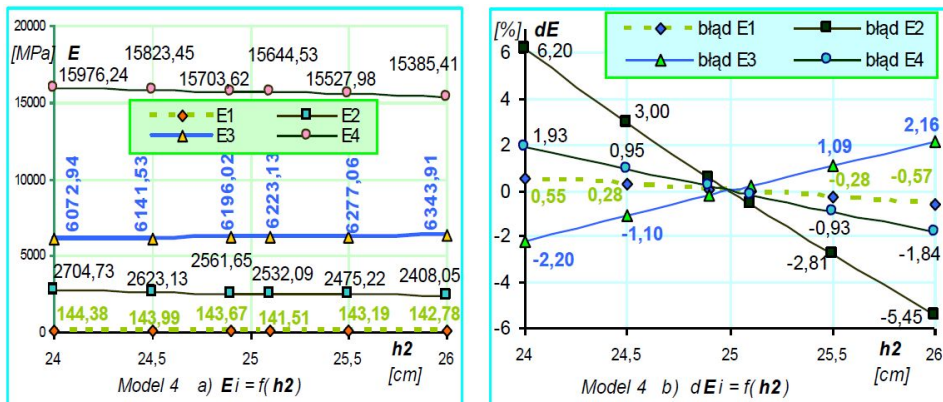
Rys. 7.4. Schemat 4 – modelu porównawczego

1. Wpływ grubości warstwy drugiej

Badanie wpływu grubości warstwy drugiej na moduły sprężystości przeprowadzono dla h_2 w zakresie od 24 do 26 cm (25 ± 1 cm). Wielkości otrzymanych modułów i wynikające stąd błędy, w stosunku do modelu porównawczego, przedstawiono w tabelicy 5.4.1 i na rys. 5.4.1.

Tabela 5.4.1. Wpływ h_2 na moduły sprężystości

h₂	E₁	E₂	E₃	E₄	dE₁	dE₂	dE₃	dE₄
[m]	[MPa]				[%]			
0,240	144,3845	2704,7338	6072,9401	15976,2415	0,553	6,202	-2,201	1,928
0,245	143,9899	2623,1285	6141,5298	15823,4478	0,278	2,998	-1,096	0,953
0,249	143,6707	2561,6485	6196,0216	15703,6218	0,056	0,584	-0,218	0,189
0,250	143,5905	2546,7754	6209,5883	15674,0049	0	0	0	0
0,251	141,5100	2532,0939	6223,1314	15644,5251	-0,056	-0,576	0,218	-0,188
0,255	143,1866	2475,2173	6277,0637	15527,9803	-0,281	-2,810	1,087	-0,932
0,260	142,7788	2408,0452	6343,9094	15385,4085	-0,565	-5,447	2,163	-1,841



Rys. 5.4.1.

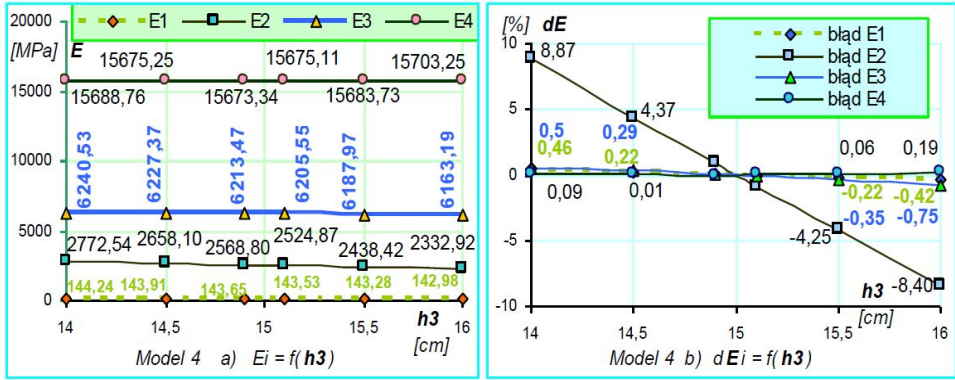
Błąd 1 cm w grubości warstwy drugiej powodował nieznaczne błędy w otrzymywanych modułach E_1 , E_3 , E_4 oraz małe w module E_2 . Zmiany modułów miały przebieg prawie liniowy w badanym zakresie h_2 .

2. Wpływ grubości warstwy trzeciej

Analizę wpływu błędu grubości tej warstwy przeprowadzono w zakresie 1 cm, wyniki zamieszczono w tabelicy 5.4.2 i na rys. 5.4.2.

Tabela 5.4.2. Wpływ h_3 na moduły sprężystości

h_3	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[m]	[MPa]				[%]			
0,140	144,2439	2772,5395	6240,5272	15688,7605	0,455	8,865	0,498	0,094
0,145	143,9118	2658,1021	6227,3673	15675,2511	0,224	4,371	0,286	0,008
0,149	143,6538	2568,7987	6213,4747	15673,3382	0,044	0,865	0,063	-0,004
0,151	143,5275	2524,8712	6205,5488	15675,1112	-0,044	-0,860	-0,065	0,007
0,155	143,2806	2438,4235	6187,9704	15683,7261	-0,216	-4,254	-0,348	0,062
0,160	142,9828	2332,9195	6163,1856	15703,2457	-0,423	-8,397	-0,747	0,187

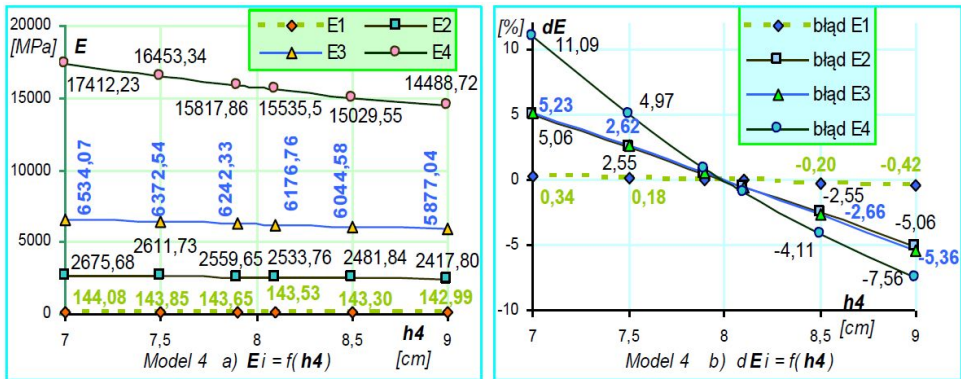


Rys. 5.4.2.

Otrzymane moduły były z błędami: wyraźnymi dla E_2 (+8,865% ÷ -8,397%), niewielkimi (poniżej 1 %) dla pozostałych. Zmienność modułów E_1 , E_2 , E_3 wykazała prawie liniową zależność. Wyjątkiem była zmiana modułu E_4 , którego przebieg był zbliżony do funkcji wypukłej do dołu.

3. Wpływ grubości warstwy czwartej

Analizę wpływu zmiany grubości tej warstwy w zakresie ∓ 1 cm (wobec 8 cm) na moduły poszczególnych warstw przedstawiono w tabelicy 5.4.3 i na rys. 5.4.3.



Rys. 5.4.3.

Tablica 5.4.3. Wpływ błędu h_4 na moduły sprężystości

H_4	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[m.]	[MPa]				[%]			
0,070	144,0812	2675,6846	6534,0656	17412,2305	0,342	5,062	5,225	11,090
0,075	143,8519	2611,7345	6372,5469	16453,3358	0,182	2,551	2,624	4,972
0,079	143,6451	2559,6451	6242,3345	15817,8610	0,038	0,511	0,527	0,918
0,081	143,5348	2533,7614	6176,7613	15535,4970	-0,039	-0,511	-0,529	-0,884
0,085	143,3022	2481,8583	6044,5769	15029,5529	-0,201	-2,549	-2,657	-4,112
0,090	142,9912	2417,8028	5877,0413	14488,7244	-0,417	-5,064	-5,355	-7,562

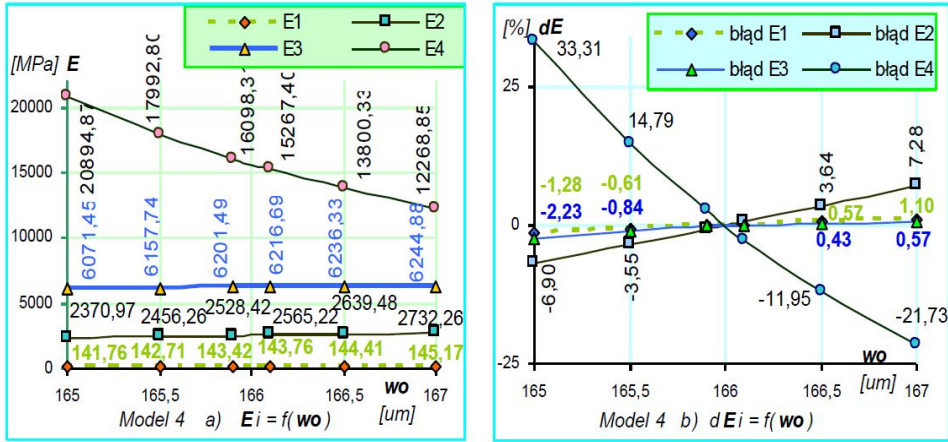
Błąd 1cm spowodował małe zmiany w wartości modułu E_1 , małe E_2 i E_3 , oraz wyraźne E_4 (od +11,090 do -7,562%). Zmiany te miały charakter funkcji prawie liniowej, malejącej.

4. Wpływ przemieszczenia pionowego w_0

Analizę wpływu błędu, w zakresie $\mp 1 \mu m$, przemieszczenia pionowego na moduły przedstawiono w tablicy 5.4.4. Wielkość tego błędu wynikała z dokładności stosowanych przyrządów i czujników. Zmiany modułów i ich błędy ujęto graficznie na rys. 5.4.4.

Tablica 5.4.4. Wpływ błędu w_0 na moduły sprężystości

w_0	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[μm]	[MPa]				[%]			
165,0	141,7556	2370,9748	6071,4484	20894,8710	-1,278	-6,903	-2,225	33,309
165,5	142,7083	2456,2618	6157,7424	17992,8022	-0,614	-3,554	-0,835	14,794
165,9	143,4192	2528,4155	6201,4872	16098,3053	-0,119	-0,721	-0,130	2,707
166,1	143,7592	2565,2196	6216,6926	15267,3975	0,117	0,724	0,114	-2,594
166,5	144,4102	2639,4760	6236,3260	13800,3322	0,571	3,640	0,431	-11,954
167,0	145,1734	2732,2649	6244,8824	12268,8510	1,102	7,283	0,568	-21,725



Rys. 5.4.4.

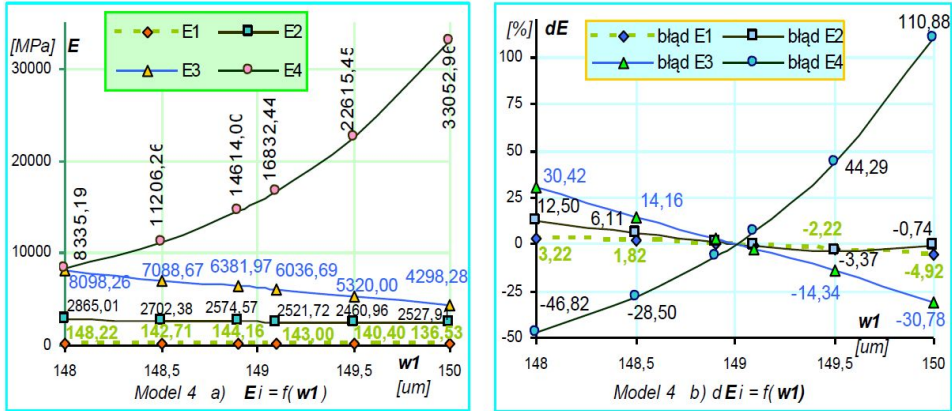
Analiza wykazała powstawanie małych błędów w modułach E_1 i E_3 , wyraźnych w E_2 , dużych w E_4 ($+33,309 \div -21,725\%$).

5. Wpływ przemieszczenia pionowego w_1

Badanie wpływu błędu w_1 na moduły sprężystości zawarte zostało w tablicy 5.4.5 i na rys. 5.4.5.

Tablica 5.4.5. Wpływ błędu w_1 na moduły sprężystości

w_1	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[μm]	[MPa]				[%]			
148,0	148,2179	2865,0054	8098,2643	8335,1901	3,223	12,495	30,415	46,822
148,5	146,2046	2702,3777	7088,6673	11206,2623	1,821	6,110	14,157	28,504
148,9	144,1595	2574,5710	6381,9733	14613,9966	0,396	1,091	2,776	6,763
149,1	142,9988	2521,7207	6036,6928	16832,4405	-0,412	-0,984	-2,784	7,391
149,5	140,4039	2460,9628	5319,1998	22615,4522	-2,219	-3,369	-14,339	44,286
150,0	136,5270	2527,9113	4298,2762	33052,9606	-4,919	-0,741	-30,780	110,878



Rys. 5.4.5.

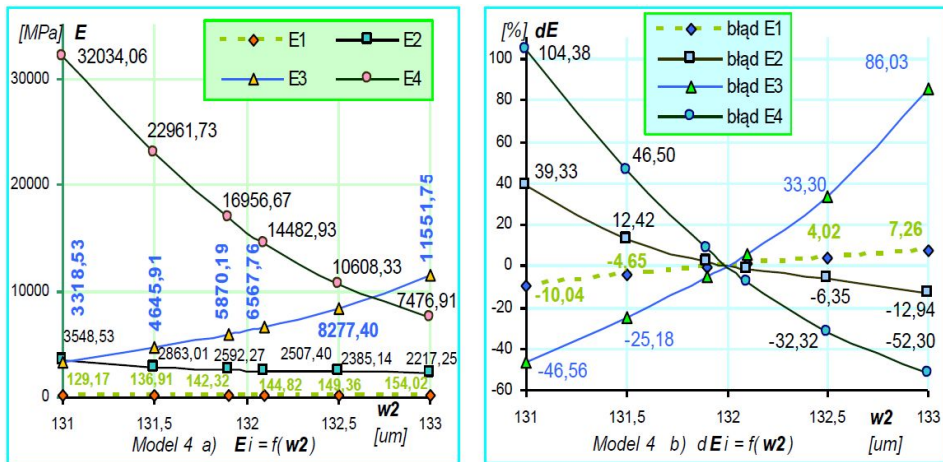
Odchylenie tego przemieszczenia pionowego o 1 μm spowodowało małe zmiany w module E_1 (od +3.223 do -4.919%), wyraźne E_2 (od +12.495 do -3.4%), duże E_3 (od +30.415 do -30.780%) i bardzo duże E_4 (od -46.822 do +110.878%). Zmiana modułu warstwy trzeciej wykazała przebieg prawie liniowy, natomiast warstwy drugiej była zbliżona do funkcji wyrażnie wypukłej do dołu.

6. Wpływ przemieszczenia pionowego w_2

Wyniki badania wpływu błędu tego przemieszczenia, w postaci wartości modułów i ich błędów, zawarto w tabelicy 5.4.6 i na rys. 5.4.6.

Tabela 5.4.6. Wpływ błędu w_2 na moduły sprężystości

w_2	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[μm]	[MPa]				[%]			
131,0	129,1686	3548,5277	3318,5344	32034,0576	-10,044	39,334	-46,558	104,377
131,5	136,9083	2863,0092	4645,9104	22961,7268	-4,654	12,417	-25,182	46,496
131,9	142,3211	2592,2724	5870,1876	16956,6683	-0,884	1,786	-5,466	8,183
132,1	144,8244	2507,4024	6567,7613	14482,9258	0,859	-1,546	5,768	-7,599
132,5	149,3568	2385,1419	8277,3979	10608,3342	4,016	-6,347	33,300	-32,319
133,0	154,0177	2217,2549	11551,7512	7476,9117	7,262	-12,939	86,031	-52,297



Rys. 5.4.6.

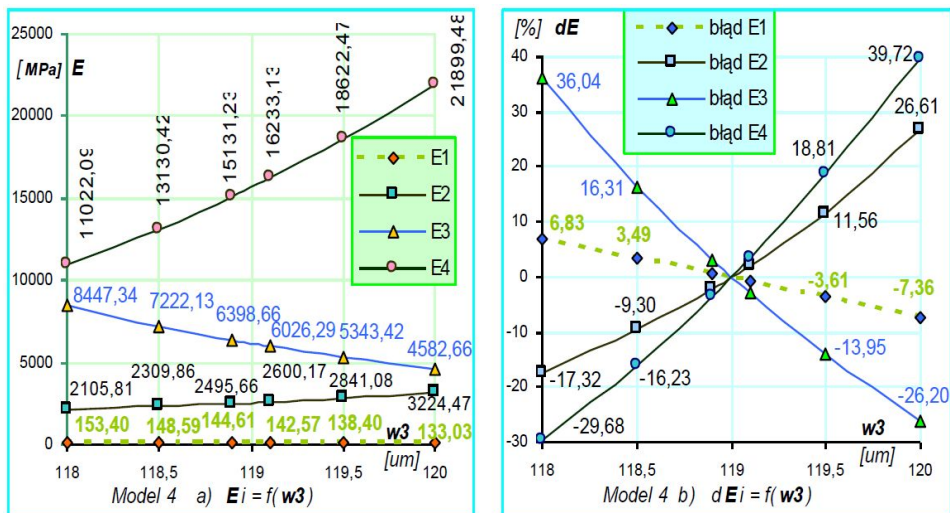
Zmiany przemieszczenia w_2 w zakresie błędu (od $-1 \mu\text{m}$ do $+1 \mu\text{m}$) wskazały na wyraźne zmiany w module E_1 (od $-10,044$ do $+7,262\%$), duże E_2 (od $+39,334$ do $-12,939\%$), bardzo duże w E_3 (od $-46,558$ do $+86,031\%$) i E_4 (od $+104,377$ do $-52,297\%$).

7. Wpływ przemieszczenia pionowego w_3

Zestawienie otrzymanych modułów sprężystości i ich błędów z tego wynikających, zależnych od błędu wielkości tego przemieszczenia pionowego, przedstawiono w tabelicy 5.4.7 i na rys. 5.4.7.

Tabela 5.4.7. Wpływ błędu w_3 na moduły sprężystości

W_3	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[μm]	[MPa]				[%]			
118,0	153,3965	2105,8113	8447,3364	11022,0852	6,829	-17,315	36,037	-29,679
118,5	148,5949	2309,8610	7222,1309	13130,4229	3,485	-9,303	16,306	-16,228
118,9	144,6066	2495,6564	6398,6555	15131,2330	0,708	-2,007	3,045	-3,463
119,1	142,567	2600,1690	6026,2935	16233,1261	-0,713	2,097	-2,952	3,567
119,5	138,4015	2841,0757	5343,4156	18622,4691	-3,614	11,556	-13,949	18,811
120,0	133,0282	3224,4653	4582,6578	21899,4826	-7,356	26,610	-26,200	39,718



Rys. 5.4.7.

Z otrzymanych wyników można zauważyć wyraźne błędy modułu E_1 (od +6,829 do -7,356%), oraz duże E_2 (od -17,315 do +26,610%), E_3 (od +36,037 do -26,200%) i E_4 (od -29,679 do +39,718%). Zmiana modułu E_2 i E_4 wykazuje jej przebieg rosnący, pozostałych malejący.

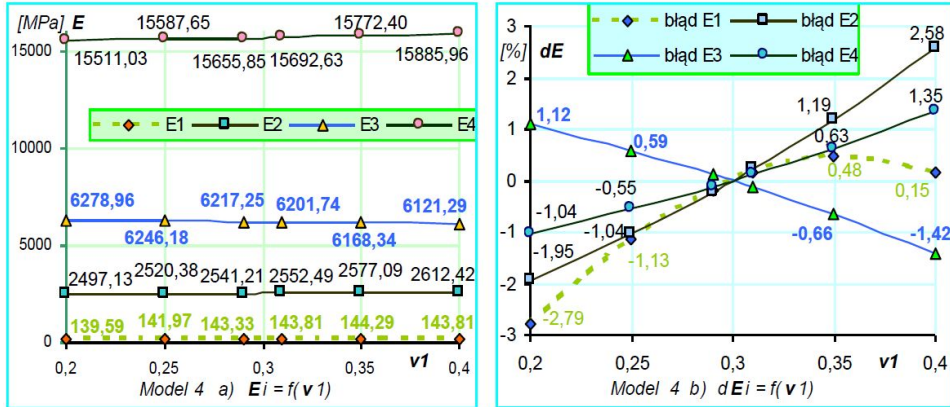
8. Wpływ ν_1 – współczynnika Poissona warstwy pierwszej (podłoża)

Przeprowadzono badanie wpływu współczynnika Poissona warstwy pierwszej na moduły sprężystości. Wyniki symulacji metodą odwrotnych obliczeń zostały zawarte w tabelicy 5.4.8 i na rys. 5.4.8.

Tabela 5.4.8. Wpływ błędu współczynnika Poissona ν_1 na moduły sprężystości

ν_1	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[-]	[MPa]				[%]			
0,20	139,5909	2497,1312	6278,9630	15511,0272	-2,785	-1,949	1,117	-1,040
0,25	141,9666	2520,3835	6246,1837	15587,6477	-1,131	-1,036	0,589	-0,551
0,29	143,3336	2541,2118	6217,2495	15655,8545	-0,179	-0,218	0,123	-0,116
0,31	143,8104	2552,4949	6201,7416	15692,6343	0,153	0,225	-0,126	0,119
0,35	144,2851	2577,0903	6168,3353	15772,3960	0,484	1,190	-0,664	0,628
0,40	143,8060	2612,4165	6121,2912	15885,9613	0,150	2,577	-1,422	1,352

Zestawienie tabelaryczne otrzymanych modułów wskazało na małe ich błędy wynikające ze zmiany ν_1 o 0,1 w stosunku do wielkości w modelu porównawczym.



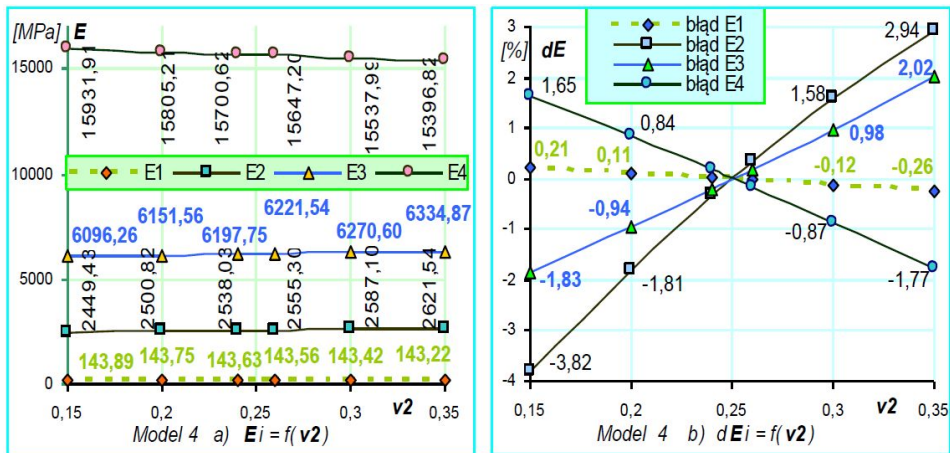
Rys. 5.4.8.

9. Wpływ ν_2 – współczynnika Poissona warstwy drugiej

Do analizy przyjęto błąd tego współczynnika w wielkości maksymalnej $\mp 0,10$. Zmieniając ten parametr w modelu porównawczym otrzymano w drodze symulacji moduły, które przedstawiono w tabelicy 5.4.9 oraz na rys. 5.4.9.

Tabela 5.4.9. Wpływ błędu współczynnika Poissona ν_2 na moduły sprężystości

ν_2	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[-]	[MPa]				[%]			
0,15	143,8864	2449,4347	6096,2637	15931,9051	0,206	-3,822	-1,825	1,645
0,20	143,7461	2500,8178	6151,5567	15805,2073	0,108	-1,805	-0,935	0,837
0,24	143,6229	2538,0274	6197,7514	15700,6207	0,023	-0,343	-0,191	0,170
0,26	143,5573	2555,2981	6221,5438	15647,1985	-0,023	0,335	0,193	-0,171
0,30	143,4168	2587,0985	6270,6033	15537,9870	-0,121	1,583	0,983	-0,868
0,35	143,2219	2621,5386	6334,8741	15396,8152	-0,257	2,936	2,018	-1,768



Rys. 5.4.9.

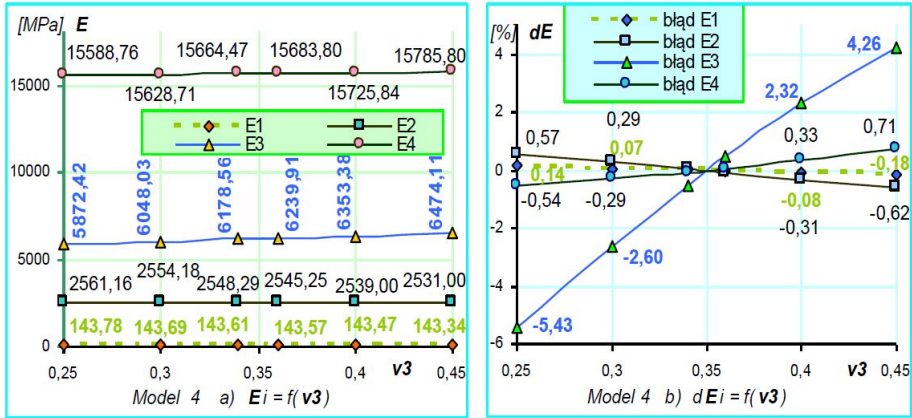
Otrzymane wartości modułów warstwy podłoża były związane z niewielkimi błędami (od +0,206 do -0,257%), pozostałych z małymi: E₂ (od -3,822 do +2,936%), E₃ (od -1,825 do +2,018%) i E₄ (od +1,645 do -1,768%).

10. Wpływ ν_3 – współczynnika Poissona warstwy trzeciej

Przeprowadzona analiza wpływu współczynnika ν_3 na moduły sprężystości poszczególnych warstw została zawarta w tabelicy 5.4.10. W tym przypadku współczynnik ten zmieniał się maksymalnie o 0,10 w stosunku do wartości w modelu porównawczym. Wersję graficzną tych wyników przedstawiono na rys. 5.4.10.

Tabela 5.4.10. Wpływ błędu współczynnika Poissona ν_3 na moduły sprężystości

ν_3	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	dE ₁	dE ₂	dE ₃	dE ₄
[-]	[MPa]				[%]			
0,25	143,7841	2561,1562	5872,4150	15588,7599	0,135	0,565	-5,430	-0,544
0,30	143,6933	2554,1804	6048,0268	15628,7105	0,072	0,291	-2,602	-0,289
0,34	143,6121	2548,2889	6178,5604	15664,4660	0,015	0,059	-0,500	-0,061
0,36	143,5682	2545,2467	6239,9101	15683,8043	-0,016	-0,060	0,488	0,063
0,40	143,4726	2538,9985	6353,3806	15725,8350	-0,082	-0,305	2,316	0,331
0,45	143,3354	2531,0005	6474,1147	15785,7954	-0,178	-0,619	4,260	0,713

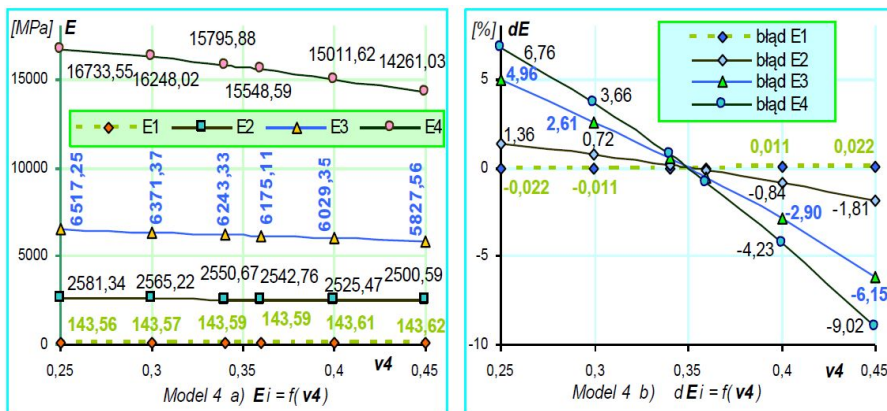


Rys. 5.4.10.

Bardzo małe błędy modułu E_1 (od +0,135 do -0,178%), E_2 (od +0,565% do -0,619%) i E_4 (od -0,544 do +0,713%) wskazały na ich małą wrażliwość na zmiany tego współczynnika w badanym zakresie. Małe błędy wystąpiły w przypadku modułu E_3 (od -5,430 do +4,260%).

11. Wpływ ν_4 – współczynnika Poissona warstwy czwartej

Podobnie dokonano analizę wpływu błędu współczynnika Poissona warstwy czwartej dla określenia zmian w modułach sprężystości. Wyniki tej analizy przedstawiono w tabelicy 5.4.11 i na rys. 5.4.11.



Rys. 5.4.11.

Tablica 5.4.11. Wpływ błędu współczynnika Poissona ν_4 na moduły sprężystości

ν_4	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[-]	[MPa]				[%]			
0,20	143,5590	2581,3448	6517,2464	16733,5467	-0,022	1,357	4,955	6,760
0,25	143,5745	2565,2189	6371,3676	16248,0212	-0,011	0,724	2,605	3,662
0,29	143,5873	2550,6732	6243,3321	15795,8819	-0,002	0,153	0,543	0,778
0,31	143,5937	2542,7638	6175,1077	15548,5931	0,002	-0,158	-0,555	-0,800
0,35	143,6064	2525,4738	6029,3486	15011,6227	0,011	-0,836	-2,903	-4,226
0,40	143,6219	2500,5934	5827,5567	14261,0337	0,022	-1,813	-6,152	-9,015

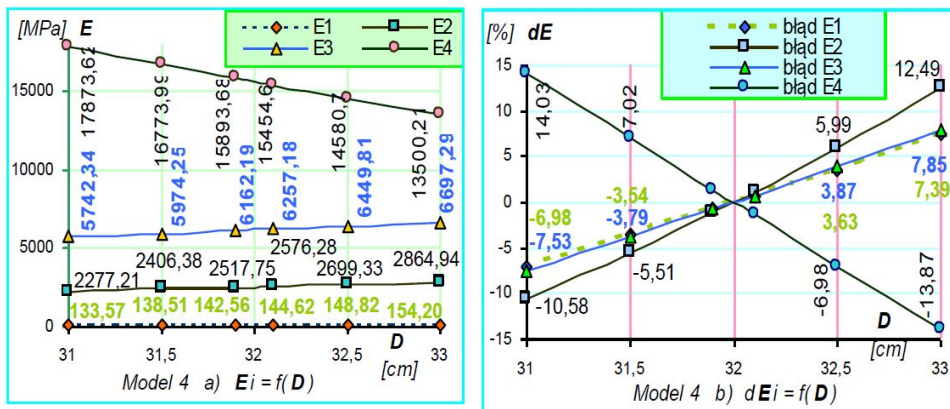
Na podstawie otrzymanych wyników stwierdzono niezauważalne zmiany modułu E_1 ($\mp 0,022\%$), małe E_2 (od $+1,357$ do $-1,813\%$), wyraźne E_3 (od $+4,955$ do $-6,152\%$) i E_4 (od $+6,760$ do $-9,015\%$).

12. Wpływ D – średnicy płyty obciążającej

Dla określenia wpływu średnicy płyty obciążającej na otrzymywane moduły przeprowadzono analizę dla błędu w zakresie ∓ 1 cm. Wyniki jej zawarto w tablicy 5.4.12 i na rys. 5.4.12.

Tablica 5.4.12. Wpływ błędu D-średnicy płyty na moduły sprężystości

D	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[m.]	[MPa]				[%]			
0,310	133,5719	2277,2131	5742,3446	17873,6231	-6,977	-10,584	-7,525	14,034
0,315	138,5105	2406,3781	5974,2502	16773,9905	-3,538	-5,513	-3,790	7,018
0,319	142,5629	2517,7528	6162,1874	15893,6820	-0,716	-1,140	-0,763	1,402
0,321	144,6239	2576,2843	6257,1816	15454,5979	0,720	1,159	0,766	-1,400
0,325	148,8177	2699,3300	6449,8117	14580,6956	3,640	5,990	3,869	-6,975
0,330	154,1979	2864,9443	6697,2905	13500,2089	7,387	12,493	7,854	-13,869



Rys. 5.4.12.

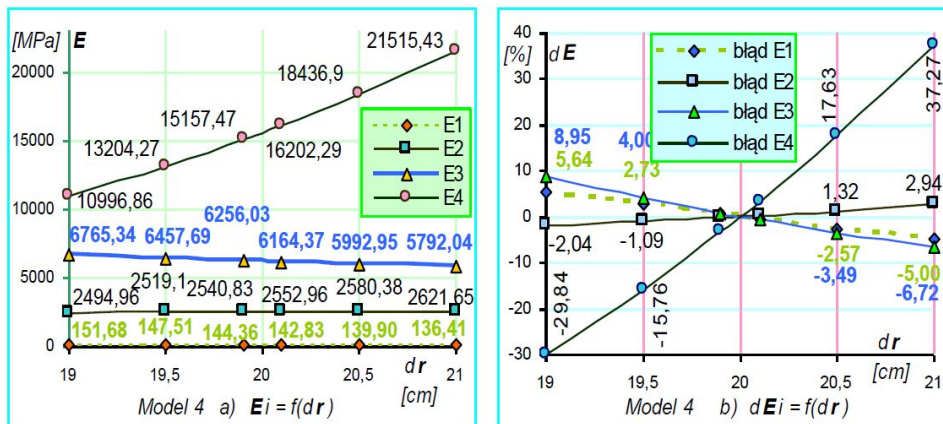
Na podstawie otrzymanych wyników stwierdzono wyraźne błędy modułów: E_1 (od -6,977 do +7,387%) i E_3 (od -7,525 do +7,854%), duże E_2 (od -10,584 do +12,493%) i E_4 (od +14,034 do -13,869%).

13. Wpływ dr – rozstawu punktów przemieszczeń pionowych

Badanie wpływu błędu rozstawu punktów mierzonych przemieszczeń w zakresie ∓ 1 cm, zamiast zgodnego z modelem porównawczym, na moduły w poszczególnych warstwach zostało zawarte w tabelicy 5.4.13 i na rys. 5.4.13.

Tabelica 5.4.13. Wpływ błędu dr – odległości między punktami ugięć na moduły sprężystości

Dr	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[m]	[MPa]				[%]			
0,190	151,6839	2494,9592	6765,3369	10996,8630	5,636	-2,035	8,950	-29,840
0,195	147,5122	2519,1024	6457,6920	13204,2682	2,731	-1,087	3,995	-15,757
0,199	144,3560	2540,8317	6256,0258	15157,4727	0,533	-0,233	0,748	-3,295
0,201	142,8339	2552,9582	6164,3728	16202,2903	-0,527	0,243	-0,728	3,370
0,205	139,9850	2580,3781	5992,9475	18436,8952	-2,574	1,319	-3,489	17,627
0,210	136,4070	2621,6514	5792,0420	21515,4341	-5,003	2,940	-6,724	37,268



Rys. 5.4.13.

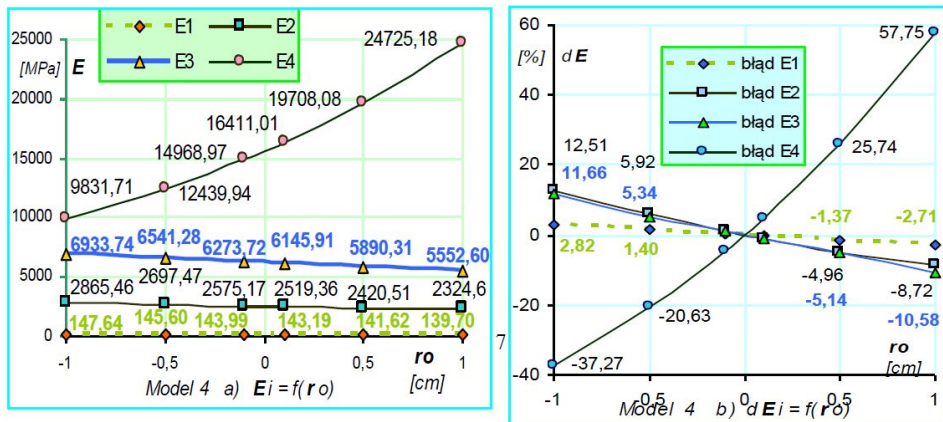
Otrzymane wyniki wskazały małe błędy w module E_2 (od -2,035 do +2,940%), wyraźne E_1 (od +5,636 do -5,003%) i E_3 (od +8,950 do -6,724%) oraz duże w E_4 (od -29,840 do +37,268%).

14. Wpływ ustawienia zerowego punktu przemieszczenia pionowego

Przeanalizowano także wpływ niedokładności ustawienia czujnika nr 0, który powinien być pod środkiem płyty obciążającej. Wartość r_0 była ujemna, gdy punkt 0 był po stronie przeciwnej niż punkty 1, 2, 3 względem środka płyty; zaś dodatnia gdy po tej samej. Wpływ tego błędu (maksymalnie ∓ 1 cm) na otrzymywane moduły sprężystości przedstawiono w tablicy 5.4.14 i na rys. 5.4.14.

Tablica 5.4.14. Wpływ błędu ustawienia pierwszego punktu mierzonego ugięcia r_0 na moduły sprężystości

R_0	E_1	E_2	E_3	E_4	dE_1	dE_2	dE_3	dE_4
[m]	[MPa]				[%]			
-0,010	147,6442	2865,4646	6933,7365	9831,7142	2,823	12,513	11,662	-37,274
-0,005	145,6026	2697,4702	6541,2774	12439,9383	1,401	5,917	5,342	-20,633
-0,001	143,9897	2575,1680	6273,7160	14968,9720	0,278	1,115	1,033	-4,498
0,001	143,1930	2519,3636	6145,9061	16411,0093	-0,277	-1,076	-1,026	4,702
0,005	141,6218	2420,5133	5890,3111	19708,0820	-1,371	-4,958	-5,142	25,737
0,010	139,7002	2324,5981	5552,6031	24725,1759	-2,709	-8,724	-10,580	57,746



Rys. 5.4.14.

Maksymalny błąd (od -1 do +1cm) położenia czujnika powodował powstanie błędów: małego modułu E_1 (od +2,823 do -2,709%), wyraźnego E_2 (od +12,513 do -8,724%) i E_3 (od +11,662 do -10,580%) oraz dużego dla E_4 (od -37,274 do +57,746%).

Wartości błędów w otrzymywanych modułach, określone metodą odwrotnych obliczeń, były właściwe tylko dla tego modelu. Przy innych rozpatrywanych modelach należałoby stosować podobną metodę analizy.

5.5. Podsumowanie

Przeprowadzone symulacje modeli dwu-, trzy- i czterowarstwowych wskazują, że metoda SF-PL spełnia wymagania w stosowaniu jej do identyfikacji modeli nawierzchni drogowych. W przypadku znanych konstrukcji identyfikacja ta wykazuje bardzo małe zmiany w modułach sprężystości poszczególnych warstw. Przeprowadzone identyfikacje niektórych modeli, oparte na przemieszczeniach pionowych, różnych od $w_0 - w_1 - w_2$, prowadziły do tego samego zestawu modułów sprężystości, jak założone w modelu porównawczym.

Uzyskiwana dokładność modułów w dużym stopniu zależy od dokładności: sposobu obliczania przemieszczeń pionowych, liczby cyfr ilorazu modułów wirtualnych i poprawnie zbudowanego programu w języku np. Pascal. Stosowanie małej dokładności w jednym z wejściowych parametrów nie zapewnia oczekiwanej poprawności wyników.

Podjęto próbę identyfikacji jednego z modeli nawierzchni dwuwarstwowej (rys.5.5.1), w którym obliczono przemieszczenia pionowe w rozstawie 30 cm.

Wielkości przemieszczeń pionowych od w_0 do w_6 były równe: 272,000 008, 121,000 002, 69,650 739, 46,726 519, 34,724 724, 27,638 194 i 23,005 651 μm .

$$\begin{array}{ccc}
 \mathbf{D=0,32\ m} & \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \mathbf{q=0,70\ MPa} \\
 \hline
 \mathbf{E_2=1\ 024,6181\ MPa} & \mathbf{h_2=0,30\ m} & \mathbf{\nu_2=0,40} \\
 \hline
 \mathbf{E_1=386,8651\ MPa} & \mathbf{\nu_1=0,30} &
 \end{array}$$

Rys.5.5.1. Schemat modelu dwuwarstwowego

Dla tych przemieszczeń identyfikowano model trzywarstwowy (rys.5.5.2) o różnych grubościach warstw, ale w sumie równych grubości warstwy drugiej modelu dwuwarstwowego. Grubości ich zmieniały się co 5 cm.

$$\begin{array}{ccc}
 \mathbf{D=0,30\ m} & \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \mathbf{q=0,70\ MPa} \\
 \hline
 \mathbf{E_3\ h_3=0,05\ \div\ 0,25\ m} & \mathbf{\nu_3=0,40} & \\
 \hline
 \mathbf{E_2\ h_2=0,25\ \div\ 0,05\ m} & \mathbf{\nu_2=0,40} & \\
 \hline
 \mathbf{E_1\ \nu_1=0,30} & &
 \end{array}$$

Rys.5.5.2. Schemat modelu trzywarstwowego

Wyniki identyfikacji 5 przyjętych modeli przedstawiono w tabelicy 5.5. Pomiędzy warstwami przyjmowano w każdym przypadku pełną szepność. Do obliczeń brano przemieszczenia w_0 - w_1 - w_4 . Moduły podłoża w trzywarstwowym modelu zastępczym były zgodne z wartością w modelu dwuwarstwowym. Moduły warstw drugiej i trzeciej w poszczególnych modelach różniły się w bardzo małym stopniu (maksymalnie o 0,0003 MPa). Zamiana w modelu jednej warstwy na dwie inne, o równoważnej grubości nie spowodowała zmian wyników identyfikacji. Wskazuje to na poprawne identyfikowanie modelu zastępczego.

Przeprowadzone w tym rozdziale identyfikacje symulacyjne układów warstwowych metodą SF-PL wykazały poprawność oraz przydatność w jej stosowaniu. Z załączonych tablic i rysunków wynika, że układy warstwowe mają różną wrażliwość modułów sprężystości przy grubościach spotykanych w rzeczywistości.

Z analiz, przeprowadzonych w tym rozdziale wynika, że w różnym stopniu wpływają błędy poszczególnych parametrów na zmiany w otrzymywanych modułach sprężystości. Jedynie niedokładności w określeniu nacisku jednostkowego q wpływają w takim samym stopniu na wielkości modułów. W rozpatrywanych przypadkach małą wrażliwość wykazują moduły od zmian współczynnika Poissona. W małym stopniu na moduły podłoża wpływają zmiany poszczególnych parametrów modelu.

Tablica 5.5. Zestawienie modułów identyfikowanego modelu zastępczego o różnych grubościach warstw

Numer modelu	h_2	h_3	E_3	E_2	E_1
	cm		MPa		
1	25	5	1024,6182	1024,6182	386,8651
2	20	10	1024,6180	1024,6182	386,8651
3	15	15	1024,6182	1024,6178	386,8651
4	10	20	1024,6181	1024,6180	386,8651
5	5	25	1024,6181	1024,6181	386,8651

W modelach o małej grubości jednej z warstw, najbardziej wrażliwe na zmiany są moduły sprężystości tej warstwy. Wiąże się to z małym wpływem jej na zmianę przemieszczeń w modelu. Ważnym czynnikiem w identyfikacji takiego modelu byłby więc sposób pomiaru przemieszczeń pionowych w postaci stosowania dokładniejszych czujników (poniżej 0,001 mm). Ważnym w ocenie wpływu błędu przemieszczenia na moduły jest iloraz dokładności odczytu i samego przemieszczenia. Istotne to jest w identyfikacji konstrukcji modelu o rejestrowanych małych wielkościach przemieszczeń.

W modelach dwuwarstwowych (przy użyciu w identyfikacji przemieszczeń w_0 i w_1) daje się zauważyć, że:

- wzrost grubości warstwy powoduje zmniejszenie modułów tych warstw,
- wzrost przemieszczenia w_0 zmniejsza, a w_1 zwiększa moduł E_2 ,
- wzrost średnicy płyty zwiększa moduł podłoża E_1 ,
- wzrost rozstawu punktów przemieszczeń zwiększa moduł E_2 ,
- wzrost współczynnika Poissona ν_1 zwiększa, a ν_2 zmniejsza moduł E_2 .

W modelach trzywarstwowych (przy użyciu przemieszczeń w_0 , w_1 i w_2) zauważono, że:

- wzrost przemieszczenia w_0 zwiększa moduł E_2 a zmniejsza moduł E_3 ,
- wzrost przemieszczenia w_1 zwiększa moduł E_3 a zmniejsza moduł E_2 ,
- wzrost przemieszczenia w_2 zwiększa moduł E_2 ,
- wzrost współczynnika Poissona ν_1 zwiększa moduł E_2 , a zmniejsza moduł E_3 .

- wzrost współczynnika Poissona ν_2 zwiększa moduł E_3 , a ν_3 zmniejsza moduły E_2 i E_3 .
- wzrost średnicy płyty zwiększa moduły E_1 , E_2 , E_3 ,
- wzrost rozstawu geofonów oraz oddalania się czujnika od punktu centralnego płyty w kierunku pozostałych zmniejsza moduł podłoża E_1 .

W modelach czterowarstwowych (przy użyciu przemieszczeń w_0 , w_1 , w_2 i w_3) zauważono, że:

- moduł sprężystości podłoża E_1 zwiększa się wraz ze wzrostem przemieszczenia w_2 a zmniejsza od wzrostu w_3 ,
- rośnie moduł E_2 od wzrostu przemieszczenia w_3 , maleje od wzrostu grubości h_2 i h_3 oraz

przemieszczenia w_2 ,

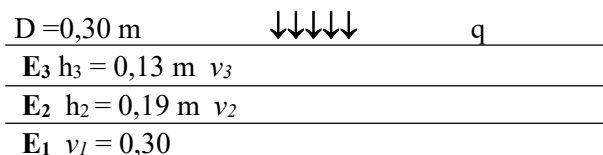
- rośnie moduł E_3 od wzrostu h_2 , w_0 , w_2 a maleje od wzrostu h_4 , w_1 oraz w_3 ,
- rośnie moduł E_4 od wzrostu w_1 , w_3 , a maleje od wzrostu h_4 , w_0 oraz w_2 .

Zależności te w innych modelach mogą wykazywać odmienny charakter wpływu. Wartości błędów w otrzymywanych modułach, określone metodą odwrotnych obliczeń, były właściwe tylko dla badanego modelu. W modelach o różniących się parametrach konstrukcji i mierzonych przemieszczeniach pionowych należy stosować podobną metodę analizy. Zależności otrzymanych nie powinno się odnosić do innego modelu różniącego się np. grubością warstw, rodzajem materiału, stopniem degradacji, współpracą warstw sąsiednich.

6. Identyfikacja w badaniach terenowych

6.1. Cechy odcinka badawczego

Badania terenowe nośności przy pomocy FWD zostały przeprowadzone na odcinku 5 km drogi Lublin – Białystok w 2001 roku, w zakresie różnych temperatur (od 2 do 34°C). Odcinek ten miał małą i zmienną nośność oraz koleiny podłużne. Przebudowa jego w 2000 roku polegała na sfrezowaniu dotychczasowych warstw bitumicznych, następnie mieszaniu na miejscu z dodatkowym kruszywem, cementem i emulsją asfaltową. Powstała na miejscu warstwa w głębokim recyklingu uzyskała 19 cm grubości. Na niej ułożone zostały dwie warstwy betonu asfaltowego – BA (warstwa wiążąca i ścieralna) o grubościach 8 + 5 cm. Odcinek ten poddano badaniom FWD, a na podstawie otrzymanych wyników przeprowadzono identyfikację konstrukcji, którą przyjęto jako trzywarstwową. Warstwa półprzestrzeni w modelu była pozostałą konstrukcją dotychczasowej nawierzchni: gruntu – piasku gliniastego, zmiennej podbudowy – piasku, tłucznia, makadamów bitumicznych, mas mineralno-smołowych, asfaltowych o zróżnicowanych grubościach. Ze względu na dużą zmienność tych warstw przyjęto je jako podłoże drogowe. Jako drugą warstwę przyjęto ułożoną w recyklingu mieszankę mineralno cementowo emulsyjną (MMCE). Warstwa trzecia w modelu była z BA po zespoleniu w jedną o łącznej grubości 13 cm. Model tej konstrukcji przedstawiono na rysunku 6.1.



Rys.6.1. Schemat modelu nawierzchni trzywarstwowej

6.2. Badania identyfikacyjne wybranego odcinka drogi

Na przebudowanej nawierzchni drogi przeprowadzono w lipcu, sierpniu i listopadzie 2001 roku dynamiczne badanie nośności za pomocą urządzenia FWD. Pomiary te wykonano na całym odcinku, w tych samych przekrojach poprzecznych co 100 m, w różnych temperaturach.

Obciążenie dynamiczne uzyskiwano sterując automatycznie spadaniem ciężarka z regulowanej wysokości na sprężynę. Ciężarek ten po odbiciu od sprężyny i wyskoku do góry był zatrzymywany i blokowany. Oddziaływanie sprężyny na płytę wywoływało dynamiczne obciążenie nawierzchni, a jego

skutkiem były mierzone przemieszczenia pionowe powierzchni w określonych punktach. Pomiar przemieszczeń pionowych dokonywany był przy pomocy geofonów (czujników), zamocowanych w opuszczanej ramie urządzenia. Geofony te ustawione były w ten sposób, że zerowy (centralny) był w środku płyty obciążającej, a pozostałe co 30 cm, poza nią w linii prostej, w kierunku jazdy pojazdu z urządzeniem FWD. Z chwilą zrzutu co 0,002 sekundy rejestrowane były odczyty obciążenia pod płytą (jednostkowego, pionowego) i przemieszczenia wszystkich geofonów. Wyniki pomiaru rejestrowane były automatycznie w postaci pliku przez komputer. W każdym przekroju poprzecznym wykonywano dwa zrzuty obciążnika.

Z zapisanych danych w pliku do analizy przyjmowano wyniki z drugiego zrzutu (tylko wartości maksymalne obciążenia i poszczególnych przemieszczeń). Na podstawie analizowanych plików wynikowych badania terenowego można było określić, że siła przekazywana na płytę była w zakresie od 50 do 56 kN. W pomiarach stosowano płytę o średnicy 30 cm.

W czasie badań mierzona była także temperatura nawierzchni i podbudowy. Pomiar ten odbywał się przy pomocy termometru elektronicznego w wywierconych otworach (o średnicy około 1 cm) w nawierzchni w odstępach co 1 km. Temperatura była także mierzona automatycznie w urządzeniu FWD w każdym badanym punkcie. W okresie letnim dla wyrównania temperatury nawierzchni badanego odcinka, pomiary przeprowadzano najczęściej w porze nocnej, przy braku nasłonecznienia. Łącznie wykonano w 51 przekrojach 13 serii pomiarów.

Wyznaczanie dynamicznych modułów sprężystości przeprowadzono z użyciem odwrotnych obliczeń na podstawie zarejestrowanych przemieszczeń na drodze. Do identyfikacji przyjęto jednorodny na całym odcinku model trzywarstwowy. Współczynniki Poissona tych warstw, potrzebne do weryfikacji, przyjmowano zgodnie z zależnością ich od notowanej temperatury (ze względu na zawartość asfaltu).

Analizę numeryczną wyznaczania dynamicznych modułów sprężystości (E_3 , E_2 , E_1) przeprowadzono według własnego programu *SF-PL* dla każdego badanego przekroju poprzecznego w każdej serii badań. Do obliczeń wykorzystano tylko trzy pierwsze punkty przemieszczeń pionowych (w_0 , w_1 , w_2). Do oceny zgodności otrzymanego modelu (wyrażonego modułami E_3 , E_2 , E_1 i dla nich obliczonymi 7 przemieszczeniami) z rzeczywistym (określonym 7 przemieszczeniami mierzonymi) określano dodatkowo δ_w – odchylenie średnie, kwadratowe pomiędzy nimi. W pracy tej załączono tylko wyniki dotyczące odcinka od 348+300 do 349+000. Wyniki identyfikacji konstrukcji nawierzchni zestawiono w tablicach (tab. 6.2.1a ÷ 6.2.1m), osobno dla każdej serii. Temperaturę [°C] warstwy trzeciej oznaczono symbolem t_3 , a drugiej t_2 ; obciążenie jednostkowe pod płytą określono jako q . Wielkości przemieszczeń pionowych zapisano symbolem w_r , w których indeks dolny r – oznaczał odległość w metrach środka płyty od punktu ustawienia geofonu.

Tablica 6.2.1a **Seria A**. Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: $t_3=37$, $t_2=34^\circ\text{C}$

A	q	w ₀	w _{0,3}	w _{0,6}	w _{0,9}	w _{1,2}	w _{1,5}	w _{1,8}	E ₃	E ₂	E ₁	δ_w
Km	kPa											
348+300	749	241	181	138	106	82	63	52	3927,37	2871,18	162,97	0,8614
348+400	717	221	172	131	106	80	60	48	7056,40	2322,31	160,91	2,6337
348+500	718	277	201	154	118	89	65	51	2056,78	3206,78	142,80	3,5836
348+600	721	251	178	132	98	74	54	45	2608,55	2531,02	170,24	2,4288
348+700	705	343	259	198	150	115	86	67	2696,73	1904,47	106,47	4,7865
348+800	711	291	224	175	134	102	75	60	3089,66	2762,25	119,16	5,6049
348+900	712	254	198	159	126	98	77	63	2824,56	4716,89	128,85	1,4248
349+000	708	235	176	143	111	89	69	55	1853,60	7977,64	144,08	1,5847

Tablica 6.2.1b **Seria B**. Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: $t_3=29$, $t_2=31^\circ\text{C}$

B	q	w ₀	w _{0,3}	w _{0,6}	w _{0,9}	w _{1,2}	w _{1,5}	w _{1,8}	E ₃	E ₂	E ₁	δ_w
Km	kPa											
348+300	726	229	162	125	96	75	59	50	1910,81	4975,91	179,38	1,6560
348+400	721	205	158	124	99	77	59	46	4228,99	4253,96	170,17	1,7563
348+500	716	242	183	143	109	85	64	51	2917,41	3846,76	148,81	2,7362
348+600	715	229	163	123	92	71	53	44	2428,77	3431,39	180,38	1,2272
348+700	714	296	228	180	137	106	83	66	2631,58	3256,69	115,96	3,7437
348+800	709	264	203	161	124	95	73	58	2681,87	3997,38	128,71	3,8032
348+900	720	235	187	149	119	92	75	61	4885,72	3671,56	136,84	0,8546
349+000	712	215	164	132	104	81	66	53	2544,91	6817,52	157,14	0,4306

Tablica 6.2.1c **Seria C**. Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: t₃= 24, t₂= 27°C

C	q	w ₀	w _{0,3}	w _{0,6}	w _{0,9}	w _{1,2}	w _{1,5}	w _{1,8}	E ₃	E ₂	E ₁	δ _w
Km	kPa											
348+300	730	209	152	115	90	72	57	48	3281,14	3530,35	194,69	3,2750
348+400	727	192	147	116	95	74	58	45	3830,29	5321,57	184,08	2,1704
348+500	726	224	172	136	106	81	62	50	3313,48	4615,42	156,35	2,5740
348+600	721	200	148	113	88	66	53	45	3693,31	3746,92	193,38	1,0505
348+700	724	278	219	174	135	107	83	66	3645,02	3251,92	119,08	2,7922
348+800	716	241	194	154	123	95	74	59	6319,05	2998,01	130,48	2,7594
348+900	722	217	177	141	115	96	74	59	8714,75	3149,49	141,86	2,7289
349+000	721	212	162	130	105	87	67	55	2741,32	6563,95	161,77	3,0165

Tablica 6.2.1d **Seria D**. Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: t₃= 22, t₂= 24°C

D	q	w ₀	w _{0,3}	w _{0,6}	w _{0,9}	w _{1,2}	w _{1,5}	w _{1,8}	E ₃	E ₂	E ₁	δ _w
Km	kPa											
348+300	740	190	143	112	88	70	56	46	3575,65	5507,54	196,81	1,5528
348+400	738	183	147	116	94	73	61	46	9189,30	3780,48	179,49	1,5585
348+500	733	213	169	132	104	81	63	51	7329,67	3054,13	159,06	1,4108
348+600	731	191	145	112	87	69	54	45	4736,75	4025,10	193,97	0,8526
348+700	732	264	217	173	135	107	85	65	8518,84	2475,23	116,53	4,0099
348+800	730	233	187	152	121	94	73	59	4149,85	5162,16	133,83	3,4125
348+900	735	199	166	135	112	90	72	56	11164,24	3991,78	145,46	1,9011
349+000	727	184	147	118	96	81	63	53	6021,23	5273,58	173,30	2,9767

Tablica 6.2.1e **Seria E**. Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: $t_3=25$, $t_2=25^\circ\text{C}$

E	q	w₀	w_{0,3}	w_{0,6}	w_{0,9}	w_{1,2}	w_{1,5}	w_{1,8}	E₃	E₂	E₁	δ_w
Km	kPa	μm						MPa			μm	
348+300	741	193	147	114	90	71	56	47	4640,01	4169,28	192,54	1,4745
348+400	737	189	150	120	96	76	60	47	5521,21	5167,41	174,14	1,2056
348+500	732	219	175	136	106	84	64	52	8622,51	2588,36	154,02	1,6935
348+600	737	193	149	113	88	68	54	45	7743,00	2732,89	192,98	0,7473
348+700	734	278	226	179	140	107	83	66	7099,11	2349,07	114,40	5,1870
348+800	726	236	193	155	121	95	73	56	7385,48	3258,52	128,70	5,3196
348+900	738	212	179	144	117	96	75	60	16728,48	2672,49	138,01	1,6389
349+000	731	188	149	123	100	80	65	54	3410,75	9859,54	165,63	0,6903

Tablica 6.2.1f **Seria F**. Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: $t_3=32$, $t_2=28^\circ\text{C}$

F	q	w₀	w_{0,3}	w_{0,6}	w_{0,9}	w_{1,2}	w_{1,5}	w_{1,8}	E₃	E₂	E₁	δ_w
Km	kPa	μm						MPa			μm	
348+300	731	212	160	124	97	77	57	49	3709,84	3961,58	175,81	1,3995
348+400	731	204	160	127	102	78	60	45	4733,77	4573,54	165,44	3,0323
348+500	718	243	187	147	113	85	64	51	3388,92	3723,68	143,06	4,5748
348+600	727	213	160	123	92	73	55	45	3859,48	3563,89	177,15	1,7916
348+700	719	312	245	192	149	113	86	66	3835,78	2333,87	107,95	5,9594
348+800	719	265	212	168	131	99	77	58	5266,38	2813,70	120,86	5,9383
348+900	725	237	192	156	124	99	76	60	4802,01	4478,10	128,25	3,5114
349+000	723	217	169	135	108	85	68	54	3573,08	5105,53	154,56	0,8609

Tablica 6.2.1g **Seria G.** Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: $t_3 = 8$, $t_2 = 8^\circ\text{C}$

G	q	w ₀	w _{0,3}	w _{0,6}	w _{0,9}	w _{1,2}	w _{1,5}	w _{1,8}	E ₃	E ₂	E ₁	δ_w
Km	kPa											
348+300	791	130	112	95	80	66	54	47	18113,43	11414,36	206,66	0,5453
348+400	778	136	118	101	85	70	57	46	16737,72	12289,00	187,33	1,9890
348+500	787	160	139	118	98	79	63	52	18703,86	8108,50	163,40	3,4759
348+600	787	142	123	104	85	70	57	48	21209,08	8658,39	187,06	1,9232
348+700	779	196	174	148	125	102	82	67	30648,42	4620,86	126,09	3,3718
348+800	786	178	157	136	113	91	73	59	16243,49	9797,10	134,69	6,5696
348+900	779	132	118	109	97	81	69	58	9081,60	95267,44	133,64	6,1113
349+000	786	129	112	100	86	72	61	52	8535,75	49628,29	174,64	2,1308

Tablica 6.2.1h **Seria H.** Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: $t_3 = 8$, $t_2 = 8^\circ\text{C}$

H	q	w ₀	w _{0,3}	w _{0,6}	w _{0,9}	w _{1,2}	w _{1,5}	w _{1,8}	E ₃	E ₂	E ₁	δ_w
Km	kPa											
348+300	784	127	109	93	80	64	54	45	14496,65	14946,38	209,29	0,8625
348+400	781	138	119	102	85	70	56	45	13262,51	14483,99	187,82	2,7134
348+500	778	161	139	118	98	79	63	52	15028,50	8927,38	162,98	3,2671
348+600	779	150	128	109	89	72	58	48	10754,51	13218,80	179,28	3,0816
348+700	769	196	171	148	124	102	82	65	10123,68	10895,71	123,67	5,2072
348+800	770	175	153	133	110	89	71	57	10797,43	13657,02	136,56	6,5499
348+900	773	130	116	103	91	80	66	56	15766,03	25838,17	164,94	1,1950
349+000	775	130	113	103	87	72	61	53	7204,01	80213,31	152,92	6,0551

Tablica 6.2.1i **Seria I.** Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: t₁= 8, t₂= 8°C

I	q	w ₀	w _{0,3}	w _{0,6}	w _{0,9}				w _{1,2}	w _{1,5}	w _{1,8}	E ₃	E ₂	E ₁	δ _w
					μm										
Km	kPa														
348+300	788	136	115	97	81	67	56	48	11823,33	12986,51	208,24	0,9875			
348+400	783	138	118	100	85	69	56	45	13857,53	11946,86	196,74	1,4546			
348+500	778	163	141	119	99	80	64	53	18316,95	7278,24	162,27	2,6450			
348+600	782	145	123	105	87	71	57	47	9318,22	16499,86	187,69	2,1137			
348+700	772	190	167	144	121	99	79	65	15060,63	8390,13	126,46	4,8513			
348+800	779	176	157	134	111	89	71	58	37710,76	5080,39	137,91	5,3901			
348+900	775	128	114	103	90	79	65	55	11054,51	52562,44	157,36	2,4199			
349+000	775	126	110	97	84	71	58	49	10903,16	32710,79	183,74	1,4333			

Tablica 6.2.1j **Seria J.** Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: t₁= 8, t₂= 8°C

J	q	w ₀	w _{0,3}	w _{0,6}	w _{0,9}				w _{1,2}	w _{1,5}	w _{1,8}	E ₃	E ₂	E ₁	δ _w
					μm										
Km	kPa														
348+300	790	130	112	95	80	67	55	47	18090,53	11399,93	206,39	0,4948			
348+400	779	137	119	102	86	70	56	45	16594,60	12486,44	185,11	2,9515			
348+500	783	163	142	120	101	82	65	52	22448,57	6718,18	160,37	3,0936			
348+600	780	146	127	107	88	71	58	48	25552,06	7118,55	180,30	2,3621			
348+700	773	192	170	146	123	101	81	64	22087,38	6372,43	124,37	5,0321			
348+800	778	178	158	135	114	91	73	59	30114,76	5744,69	136,57	4,8533			
348+900	777	130	118	107	96	81	68	58	15971,39	41688,69	146,73	3,1027			
349+000	775	135	116	104	91	77	63	54	6868,70	55930,02	163,73	2,3519			

Tablica 6.2.1k **Seria K**. Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: t₃= 10, t₂= 90°C

K	q	w ₀	w _{0,3}	w _{0,6}	w _{0,9}	μm			E ₃	E ₂	E ₁	δ _w
						w _{1,2}	w _{1,5}	w _{1,8}				
Km	kPa								MPa			μm
348+300	789	138	118	99	82	68	57	47	17757,78	9046,52	202,03	0,3329
348+400	783	141	122	104	87	72	57	47	16514,65	11060,02	184,63	2,2481
348+500	773	164	143	121	100	80	64	52	21931,41	6680,75	156,48	4,0502
348+600	779	147	127	108	89	72	58	47	16024,33	10110,87	177,74	3,2799
348+700	775	201	174	152	127	103	83	67	6657,25	17210,71	120,92	6,3270
348+800	774	184	163	140	115	93	74	60	23418,28	6585,69	129,71	6,6986
348+900	775	136	123	111	96	84	69	59	15114,65	34958,38	144,15	3,3399
349+000	781	133	117	102	89	73	61	52	16091,32	17391,98	177,94	1,1649

Tablica 6.2.1l **Seria L**. Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: t₃= 11, t₂= 10°C

L	q	w ₀	w _{0,3}	w _{0,6}	w _{0,9}	μm			E ₃	E ₂	E ₁	δ _w
						w _{1,2}	w _{1,5}	w _{1,8}				
Km	kPa								MPa			μm
348+300	783	135	114	99	82	69	57	47	7220,35	29856,20	194,02	1,4284
348+400	777	143	123	106	88	72	58	47	10343,82	17363,65	179,47	3,1010
348+500	775	165	143	121	101	80	64	53	17732,75	7367,96	158,03	3,6199
348+600	777	155	131	114	93	72	60	49	6178,72	26938,60	166,28	5,7637
348+700	764	198	172	151	125	103	82	65	6489,81	19003,45	118,39	7,4795
348+800	771	184	161	137	113	92	73	59	18877,42	6437,39	136,13	4,8513
348+900	761	130	121	104	91	79	66	56	Brak rozwiązania			-
349+000	766	132	114	103	87	73	61	52	6746,68	64403,08	158,39	4,6920

Tablica 6.2.1m **Seria M.** Przemieszczenia pionowe i otrzymane moduły sprężystości. Temp.: $t_3=2^{\circ}\text{C}$; $t_2=2^{\circ}\text{C}$

M	q	w₀	w_{0,3}	w_{0,6}	w_{0,9}	w_{1,2}	w_{1,5}	w_{1,8}	E₃	E₂	E₁	δ_w
Km	kPa	<i>μm</i>						MPa			<i>μm</i>	
348+300	743	115	99	86	73	60	50	43	11309,22	27120,30	208,12	0,9263
348+400	747	120	106	91	77	63	53	43	31699,24	10276,92	193,68	1,6352
348+500	738	140	124	106	89	73	59	49	33241,13	7359,75	165,21	2,5143
348+600	737	124	109	94	78	64	53	44	22172,06	12417,46	185,03	2,6147
348+700	736	162	146	128	108	89	72	59	28383,95	9115,70	126,68	5,9362
348+800	736	156	139	121	101	84	67	54	22461,82	9832,26	138,34	5,3424
348+900	733	112	102	95	82	72	61	52	12790,76	120105,76	135,31	6,2142
349+000	735	111	96	89	77	64	55	48	7100,98	139567,58	151,70	6,0964

W tablicach tych wyróżniono zabarwieniem nierealne wartości modułów [210] materiałów występujących w konstrukcji nawierzchni. Zaznaczone wartości występują w tablicach, dla badań wykonywanych w temperaturze 10°C i niższej. Powtórzenia wyróżnień w tym samym przekroju, pojawiające się w wielu seriach mogą wskazywać, np. zdaniem autora, niezgodność modelu rzeczywistego z przyjmowanym w badaniu (weryfikacji) lub błędy w rejestrowanych przemieszczeniach.

Na podstawie tablic 6.2.1a–6.2.1m można zauważyć, że większość otrzymywanych dynamicznych modułów sprężystości jest zbliżona do podawanych w literaturze, odpowiadająca materiałom tych warstw. Dobrze odwzorowane są moduły podłoża we wszystkich obliczeniach odwrotnych dla całego badanego odcinka drogi. W jednym tylko punkcie (348+900 „L”) nie wyznaczono modułów modelu (nie było możliwe znalezienie takich modułów, aby uzyskać zgodność przemieszczeń pionowych rzeczywistych: w_0 , w_1 , w_2 i obliczanych w poszukiwanym modelu). Uwzględniając inne przemieszczenia w identyfikacji metodą autora w tym przekroju (348+900 „L”) uzyskano moduły zawarte w tablicy 6.2.2.

Tablica 6.2.2. Moduły sprężystości dla przekroju 348+900 „L” według metody autora

Numery geofonów	Uwzględniane przemieszczenia	E_3	E_2	E_1
	μm			
0 1 3	130 121 91	186 648,62	1 383,17	163,00
0 1 4	130 121 79	162 472,23	3 252,25	156,44
0 2 3	130 104 91	15 469,18	27 513,05	158,01
0 2 4	130 104 79	13 209,89	33 464,75	175,70
0 3 4	130 91 79	10 304,98	44 708,50	157,70
1 3 5	121 91 66	20 402,93	17 418,51	186,77
1 3 6	121 91 56	16 530,27	20 390,40	188,30

Niektóre wartości modułów sprężystości (warstw 2 i 3) nie odpowiadają przewidywanym wartościom dynamicznych modułów sprężystości.

Przyczyną tych błędów, zdaniem autora, może być:

- niedokładność w pomiarach przemieszczeń pionowych,
- odmienna konstrukcja nawierzchni w stosunku do przyjętej (ilość warstw, ich grubość),
- zmienność parametrów konstrukcji (grubość warstw) na odcinku badawczym (około 2 m),
- wady konstrukcyjne warstw (niejednorodność materiału).

Zagadnienie to było przez autora analizowane dla ustalenia, które czynniki i w jakim stopniu powodują błędy w modułach otrzymywanych w metodzie *SF-PL* odwrotnych obliczeń.

6.3. Ocena wyników przemieszczeń pionowych w wybranej serii

Duża ilość wątpliwych modułów warstw asfaltowych w serii **L** spowodowała próbę poszukiwania przyczyny nieudanych identyfikacji. W tablicy 8.3. przedstawiono przemieszczenia pionowe i ich różnice wielkości sąsiednich oraz otrzymane moduły z identyfikacji. Otrzymane kolejne wielkości różnic przemieszczeń w wielu przekrojach były wyraźnie zmienne (malejące i rosnące; wielkości niezgodne różnic podkreślono) co zdaniem autora sugeruje nieprawidłowości w wynikach FWD. W wielu przekrojach porównując moduły nierealne (oznaczono je podkreśleniem) oraz różnice przemieszczeń sąsiednich zauważa się zbieżność pomiędzy wynikami wątpliwymi.

Tablica 6.3. Zestawienie wyników pomiarów FWD, różnic w odczytach z sąsiednich geofonów i uzyskanych dynamicznych modułów sprężystości badanej konstrukcji nawierzchni (w modelu trzywarstwowym). Temperatura średnia 10°C. Seria pomiarów L.

Km	q	Odległość geofonu od środka płyty obciążającej [m]						Różnice przemieszczeń pionowych sąsiednich geofonów [μm]						Dynamiczne moduły sprężystości wg SF-PL				
		0,0		0,3		0,6		0,9		1,2		1,5		1,8		E ₃ warstwa BA	E ₂ warstwa MMCE	E ₁ podłoże drogowe
		Przemieszczenie pionowe [μm]						w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆				
	kPa	w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅								w ₆	w ₀	w ₁	w ₂
348,3	783	135	114	99	82	69	57	47	21	15	17	13	12	10	10	7220,4	29856	194,02
348,4	777	143	123	106	88	72	58	47	20	17	18	16	14	11	11	10344	17364	179,47
348,5	775	165	143	121	101	80	64	53	22	22	20	21	16	11	11	17733	7368,0	158,03
348,6	777	155	131	114	93	72	60	49	24	17	21	21	12	11	11	6178,7	26839	166,28
348,7	764	198	172	151	125	103	82	65	26	21	26	22	21	17	17	6489,8	19003	118,39
348,8	771	184	161	137	113	92	73	59	23	24	24	21	19	14	14	18877	6437,4	136,13
348,9	761	130	121	104	91	79	66	56	9	17	13	12	13	10	10	Brak rozwiązania		
349	766	132	114	103	87	73	61	52	18	11	16	14	12	9	9	6746,7	64403	158,39
349,1	766	157	137	116	98	80	65	53	20	21	18	18	15	12	12	22904	6940,6	161,45
349,2	761	161	137	116	96	78	64	51	24	21	20	18	14	13	13	10287	10544	166,12
349,3	768	151	128	107	88	72	58	48	23	21	19	16	14	10	10	13476	8439,1	184,68
349,4	769	146	127	108	92	77	63	53	19	19	16	15	14	10	10	19901	8856,2	173,68
349,5	770	148	122	107	90	75	60	49	26	15	17	15	15	11	11	4789,8	39430	173,22
349,6	766	157	134	116	95	78	62	51	23	18	21	17	16	11	11	7478,1	20456	161,70
349,7	759	175	146	122	101	80	64	52	29	24	21	21	16	12	12	7855,5	9231,2	163,51

Tablica 6.3. cd.

Km	q	Odległość geofonu od środka płyty obciążającej [m]						Różnice przemieszczeń pionowych sąsiednich geofonów [μm]						Dynamiczne moduły sprężystości wg SF-PL				
		0,0		0,3		0,6		0,9		1,2		1,5		1,8		E ₃ warstwa BA	E ₂ warstwa MMCE	E ₁ podłoże drogowe
		w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆			
	kPa	Przemieszczenie pionowe [μm]																
349,8	765	131	114	99	84	70	58	48	17	15	15	14	12	10	12762	19274	183,92	
349,9	762	152	129	110	91	74	59	48	23	19	19	17	15	11	8845,1	14586	174,76	
350	762	140	111	92	74	59	47	38	29	19	18	15	12	9	5276,3	17239	228,62	
350,1	762	189	161	136	111	89	70	56	28	25	25	22	19	14	9540,3	8215,7	141,94	
350,2	768	124	107	96	83	71	59	51	17	11	13	12	12	8	7621,1	58997	175,22	
350,3	759	105	92	83	75	68	60	52	13	9	8	7	8	8	10258	70613	194,54	
350,4	768	161	136	112	91	73	58	48	25	24	21	18	15	10	16010	5861,8	179,65	
350,5	763	167	146	125	105	85	70	58	21	21	20	20	15	12	17075	8446,7	146,52	
350,6	756	179	155	133	113	90	73	59	24	22	20	23	17	14	10802	10201	138,32	
350,7	771	142	125	110	92	79	65	54	17	15	18	13	14	11	11849	22987	160,27	
350,8	764	145	127	115	96	82	68	57	18	12	19	14	14	11	7204,4	56825	139,13	
350,9	757	146	126	111	95	79	64	53	20	15	16	16	15	11	7575,3	31009	158,85	
351	766	138	119	100	83	68	56	47	19	19	17	15	12	9	21373	7978,7	191,81	
351,1	765	125	109	95	81	68	57	48	16	14	14	13	11	9	12998	22031	190,05	
351,2	758	168	147	122	100	80	63	51	21	25	22	20	17	12	35400	3760,2	157,92	
351,3	763	171	149	127	104	84	65	53	22	22	23	20	19	12	16799	7743,5	145,76	

Tablica 6.3. cd.

Km	q	Odległość geofonu od środka płyty obciążającej [m]					Różnice przemieszczeń pionowych sąsiednich geofonów [μm]						Dynamiczne moduły sprężystości wg SF-PL				
		Przemieszczenie pionowe [μm]					w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	E ₃	E ₂	E ₁		
		w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	-	-	-	-	-	warstwa BA	warstwa MMCE	podłoże drogowe	
		0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8									
	kPa																
351,4	758	150	131	115	97	84	69	58	19	16	18	13	15	11	9620,7	22782	153,20
351,5	762	134	117	100	86	71	60	51	17	17	14	15	11	9	21310	10260	183,67
351,6	757	105	92	83	74	65	56	49	13	9	9	9	9	7	10231	70427	194,03
351,7	762	144	126	108	90	74	60	49	18	18	18	16	14	11	19737	9946,7	168,89
351,8	760	133	118	103	88	74	63	54	15	15	15	14	11	9	20665	14301	168,29
351,9	765	166	145	126	107	89	75	61	21	19	19	18	14	14	11021	14317	143,51
352	760	159	139	122	103	85	69	57	20	17	19	18	16	12	9341,9	21002	144,67
352,1	757	143	125	110	95	81	68	58	18	15	15	14	13	10	9842,5	25512	158,94
352,2	757	145	128	111	96	81	68	57	17	17	15	15	13	11	19089	11726	158,42
352,3	757	132	116	105	92	79	67	57	16	11	13	13	12	10	8218,9	59701	151,01
352,4	761	133	118	106	90	78	63	53	15	12	16	12	15	10	10383	43047	154,03
352,5	762	174	154	132	110	90	74	60	20	22	22	20	16	14	24866	6607,4	136,12
352,6	751	189	169	144	120	98	80	65	20	25	24	22	18	15	38381	4088,4	124,28
352,7	756	148	131	113	96	80	66	55	17	18	17	16	14	11	24380	9170,6	155,91
352,8	755	156	137	116	99	82	68	57	19	21	17	17	14	11	28214	6162,8	158,25
352,9	757	135	118	104	90	77	65	55	17	14	14	13	12	10	10147	28484	167,51

Tablica 6.3. cd.

Km	q	Odległość geofonu od środka płyty obciążającej [m]						Różnice przemieszczeń pionowych sąsiednich geofonów [μm]						Dynamiczne moduły sprężystości wg SF-PL				
		0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	E ₃ warstwa BA	E ₂ warstwa MMCE	E ₁ podłoże drogowe
		Przemieszczenie pionowe [μm]						MPa										
	kPa	w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆				
353	757	134	118	106	92	78	66	55	16	12	14	14	12	11	9008	46714	154,09	
353,1	761	151	133	115	99	83	70	59	18	18	16	16	13	11	18520	10807	154,92	
353,2	754	123	108	97	85	74	64	55	15	11	12	11	10	9	9366,7	52014	168,13	
353,3	747	166	146	125	106	88	72	60	20	21	19	18	16	12	20868	7415,4	142,22	

6.4. Poszukiwanie rozwiązania dla pomiaru w wybranej serii

W poszukiwaniu modułów przekroju w km 348+900 serii L przyjęto model konstrukcji nawierzchni trzywarstwowej, o grubościach warstw: górnej 13 cm, środkowej 19 cm, przy ciśnieniu kontaktowym 761 kPa pod płytą kołową o średnicy 0,30 m. Współczynniki Poissona poszczególnych warstw przyjęto odpowiednio równe: $\nu_3=0,31$, $\nu_2=0,30$, $\nu_1=0,30$. Zarejestrowane przemieszczenia pionowe to wielkości: 130, 121, 104, 91, 79, 66, 56 μm w rozstawie geofonów co 0,30 m.

Wyznaczanie modułów, według metody stosowanej powszechnie, polega na poszukiwaniu takich wielkości modułów poszczególnych warstw [119, 257] dotąd, aż otrzymamy minimalną wartość średniego odchylenia kwadratowego pomiędzy przemieszczeniami mierzonymi i obliczonymi z powstałego modelu. Metodę tę autor określił nazwą „*minimum*”, natomiast własną *SF-PL*.

Badania identyfikacyjne tego przekroju metodą własną o podanych wyżej parametrach modelu nie dały rezultatu. Nie było możliwe znalezienie takich modułów sprężystości trzech warstw, aby otrzymać w metodzie SF-PL przemieszczenia w_0 , w_1 , w_2 równe mierzonym przy założeniach ogólnych całego odcinka. Według identyfikacji metodą „*minimum*” otrzymano moduły:

$$E_3=122\,963,4\text{ MPa},$$

$$E_2=4\,682,6\text{ MPa},$$

$$E_1=159,68\text{ MPa}$$

przy średnim błędzie kwadratowym w przemieszczeniach 0,844 036 mikrometra czyli 0,913%. Otrzymany moduł warstw pierwszej i drugiej może być akceptowany, natomiast warstwy trzeciej – nierealny (powyżej 120 000 MPa).

W przekroju tym wykonano odwiert dla sprawdzenia konstrukcji nawierzchni. Pobrana próbka z nawierzchni miała warstwy o grubościach (w kolejności od góry):

- 5,5 cm beton asfaltowy warstwy ścieralnej,
- 7,5 cm beton asfaltowy warstwy wiążącej,
- 11,5 cm podbudowy z mieszanki mineralnej cementowo emulsyjnej (MMCE);
- 6 cm poprzedniej warstwy nawierzchni asfaltowej,
- 25 cm tłucznia częściowo bitumowanego,
- podłoże z piasku.

Na podstawie wyników z odwiertu przyjęto do metody „*minimum*” obliczeń odwrotnych konstrukcję modelu z trzech warstw:

- górna (nawierzchnia) 13 cm,
- środkowa (podbudowa z MMCE) 11,5 cm,
- półprzestrzeń sprężysta (podłoże drogowe złożone z pozostałej grubości nawierzchni asfaltowej, tłucznia i gruntu).

W wyniku przeprowadzonych obliczeń modelu trzywarstwowego otrzymano w metodzie „*minimum*” moduły:

$$E_3=73\,657,0 \text{ MPa,}$$

$$E_2=21\,343,234 \text{ MPa,}$$

$$E_1=164,212 \text{ MPa,}$$

przy błędzie średnim kwadratowym $dw=0,876\,539 \mu\text{m}$ (0,948%).

Moduł sprężystości podłoża byłby w tym przypadku do przyjęcia, natomiast podbudowy i nawierzchni za duży (mało realny). Należałoby więc przeprowadzić obliczenia na modelu sześciowarstwowym, jednak ilość kroków postępowania (ok. $700 * 10^6$) wymagałaby długiego rozwiązywania numerycznego.

6.5. Porównanie identyfikacji wykonanej dwoma metodami

Dla punktu badawczego w przekroju 348+500 wykonano identyfikację konstrukcji nawierzchni trzywarstwową metodą własną (*SF-PL*) i metodą „*minimum*”. Identyfikację przeprowadzono dla pomiarów wykonanych w różnych temperaturach, a wyniki przedstawiono w tabelicy 6.5.1. Wyniki zaciemnione oznaczono jako nierealne wartości modułów sprężystości warstwy betonu asfaltowego.

Porównanie dynamicznych modułów sprężystości wyznaczonych dwoma metodami, dla pomiarów w temperaturze powyżej 20°C, dało wartości zbliżone do charakterystycznych dla materiałów występujących w nawierzchni. Większe różnice w modułach otrzymano dla pomiarów zrealizowanych w temperaturach poniżej 12°C. Nierealne wartości otrzymano głównie dla warstwy najwyższej. Prawdopodobne moduły uzyskano dla podłoża i podbudowy.

Tabl. 6.5.1. Porównanie wyników identyfikacji nawierzchni w km 348+500

Seria	Temperatura warstwy		Metoda „minimum”					Metoda SF-PL						
	3	2	E ₃	E ₂	E ₁	δ_w μm	E ₃	E ₂	E ₁	δ_w μm	E ₃	E ₂	E ₁	δ_w μm
	°C													
A	37	34	2 152,83	2 835,88	145,69	3,14387	2 056,78	3 206,78	142,80	3,5836	2 056,78	3 206,78	142,80	3,5836
B	29	31	3 280,97	3 164,36	152,33	1,97318	2 917,41	3 846,76	148,81	2,7362	2 917,41	3 846,76	148,81	2,7362
C	24	27	3 575,90	3 914,34	160,06	1,89393	3 313,48	4 615,42	156,35	2,5740	3 313,48	4 615,42	156,35	2,5740
D	22	24	8 006,06	2 675,03	156,83	1,20673	7 329,67	3 054,13	159,06	1,4108	7 329,67	3 054,13	159,06	1,4108
E	25	25	10018,59	2 168,38	152,52	1,38797	8 622,51	2 588,36	154,02	1,6935	8 622,51	2 588,36	154,02	1,6935
F	32	28	5 480,74	2 252,47	148,48	3,10518	3 388,92	3 723,68	143,06	4,5748	3 388,92	3 723,68	143,06	4,5748
G-J	8	8	52 464,06	3 011,55	169,71	1,57197	18 447,92	7 675,19	162,19	2,8608	18 447,92	7 675,19	162,19	2,8608
K	10	9	77 116,08	1 352,27	168,69	1,53195	21 931,41	6 680,75	156,48	4,0502	21 931,41	6 680,75	156,48	4,0502
L	11	10	59 060,03	2 278,94	167,16	1,70961	17 732,75	7 367,96	158,03	3,6199	17 732,75	7 367,96	158,03	3,6199
M	2	2	83 843,13	2 643,01	174,14	1,00795	33 241,13	7 359,75	165,21	2,5143	33 241,13	7 359,75	165,21	2,5143

Tablica 6.5.2 Wyniki pomiarów urządzenia FWD w km 348+500 w różnych temperaturach oraz różnice w przemieszczeniach sąsiednich geofonów

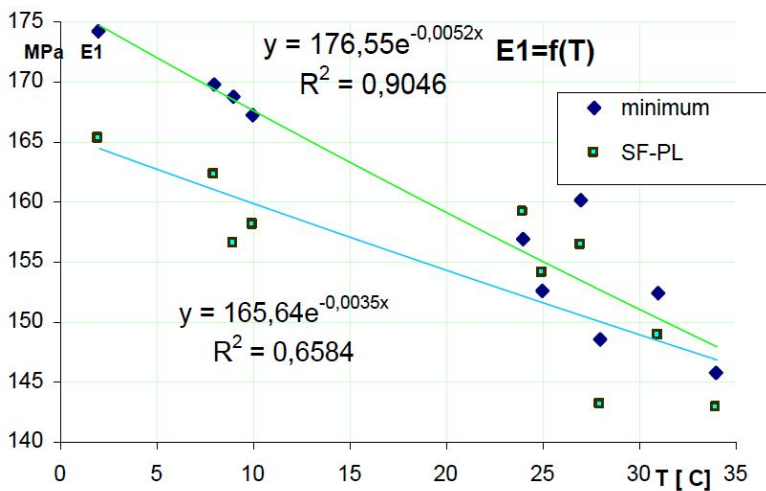
Seria	Temp. °C w warstwie		Odległość geofonu od środka płyty obciążającej [m]							Różnice przemieszczeń pionowych sąsiednich geofonów [μm]					
	3	2	Przemieszczenie pionowe [μm]							W ₀ -W ₁	W ₁ -W ₂	W ₂ -W ₃	W ₃ -W ₄	W ₄ -W ₅	W ₅ -W ₆
			W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆						
A	37	34	277	201	154	118	89	65	51	76	47	36	29	24	14
B	29	31	242	183	143	109	85	64	51	59	40	34	24	21	13
C	24	27	224	172	136	106	81	62	50	52	36	30	25	19	12
D	22	24	213	169	132	104	81	63	51	44	37	28	23	18	12
E	25	25	219	175	136	106	84	64	52	44	39	30	22	20	12
F	32	28	243	187	147	113	85	64	51	56	40	34	28	21	13
G-J	8	8	161,03	139,63	118,22	98,56	79,65	63,47	52,02	21,40	21,41	19,66	18,91	16,18	11,45
K	10	9	164	143	121	100	80	64	52	21	22	21	20	16	12
L	11	10	165	143	121	101	80	64	53	22	22	20	21	16	11
M	2	2	140	124	106	89	73	59	49	16	18	17	16	14	10

Przedstawione w tablicy 6.5.2, dodatkowo obliczone przez autora, różnice w odczytach sąsiednich geofonów powinny być malejące w kierunku od środka płyty obciążającej do skrajnych geofonów. W serii od A do F daje się to potwierdzić, a przez to otrzymane moduły sprężystości we wszystkich warstwach w obliczeniach odwrotnych były zgodne z typowymi parametrami dla tych materiałów.

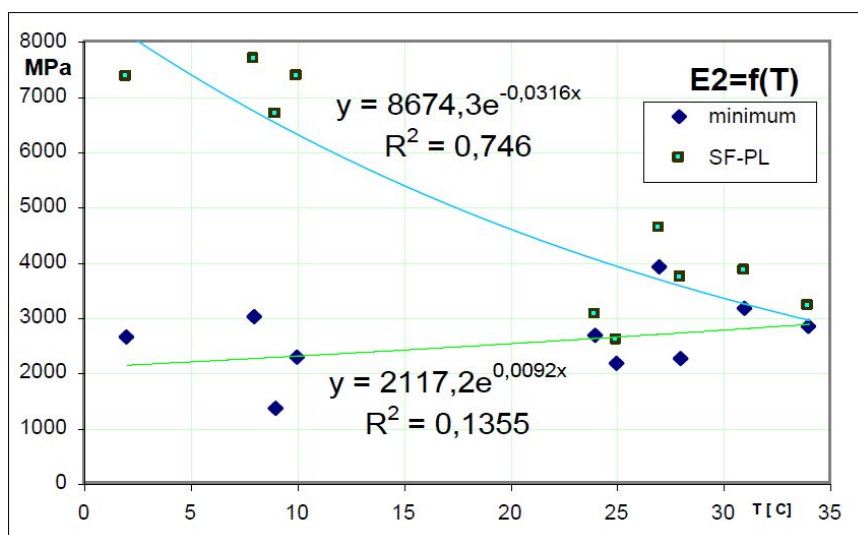
W tablicy tej można zauważyć, że niektóre różnice w odczytach sąsiednich geofonów dla serii od G do M były stąd nietypowe. Liczby te podkreślono. Moduły sprężystości w warstwie 3, otrzymane w obliczeniach odwrotnych, miały wartości zawyżone ponad miarę. Przypuszcza się, że w niektórych geofonach wskazania nie były właściwe.

Z otrzymanych modułów poszczególnych warstw sporządzono wykresy, gdzie przedstawiono zależność ich wartości od temperatury (w której wykonano pomiary). Rys.6.5.1. przedstawia zależność tę dla podłoża drogowego. Zależność modułu podłoża drogowego od temperatury, otrzymana w obliczeniach odwrotnych (dla przekroju 348+500), wykazała, że moduł ten maleje wraz z jej wzrostem w warstwie podbudowy (MMCE). Obie metody (*minimum* i *SF-PL*) przedstawiają nieco inną zależność wykładniczą, większe moduły były w metodzie *minimum*. W obu metodach wielkości modułów różniły się o 10 MPa dla temperatury 2 °C i około 3 MPa dla 34 °C.

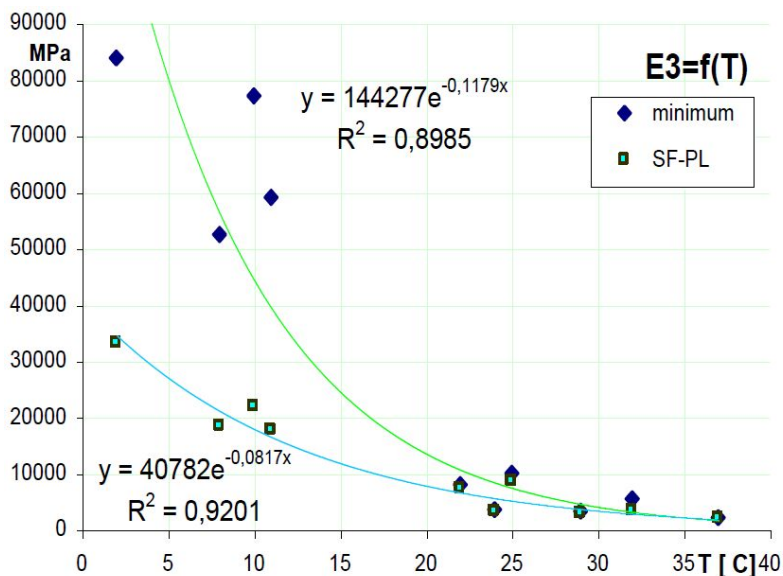
W tym przekroju poprzecznym otrzymane moduły sprężystości MMCE w obu metodach przedstawiają odmienne zależności od temperatury. Z rysunku 6.5.2. wynika, że metoda *minimum* wykazuje w tym przypadku zależność rosnącą, zaś *SF-PL* malejącą. Ze względu na cechy materiału (MMCE zawierającego asfalt), powinna to być funkcja malejąca. Wyniki takie odpowiadają zgodności w metodzie *SF-PL*. Różniące się założenia obu metod oraz niedokładności w rejestrowanych przemieszczeniach pionowych były powodem takich rezultatów.



Rys. 6.5.1. Zależność modułu podłoża od temperatury w MMCE (droga Kock – Radzyń km 348+500)



Rys.6.5.2. Zależność modułu warstwy MMCE od temperatury (droga Kock – Radzyń km 348+500)



Rys.6.5.3 Zależność modułu warstwy betonu asfaltowego (BA) od temperatury (MMCE) według obliczeń odwrotnych (droga Kock – Radzyń km 348+500)

Na rysunku 6.5.3. zamieszczono zależność modułu BA w badanym przekroju drogi od temperatury.

Zmienność ta była prawidłowa tylko dla temperatury kilkunastu °C, a nie w całym badanym zakresie. Można wnioskować z tej zależności o błędnych identyfikacjach konstrukcji znajdującej się w niskich temperaturach. Większe wartości E_3 otrzymano z identyfikacji w metodzie *minimum* (w odniesieniu do metody *SF-PL*) dla dolnego zakresu temperatury na parametry modelu.

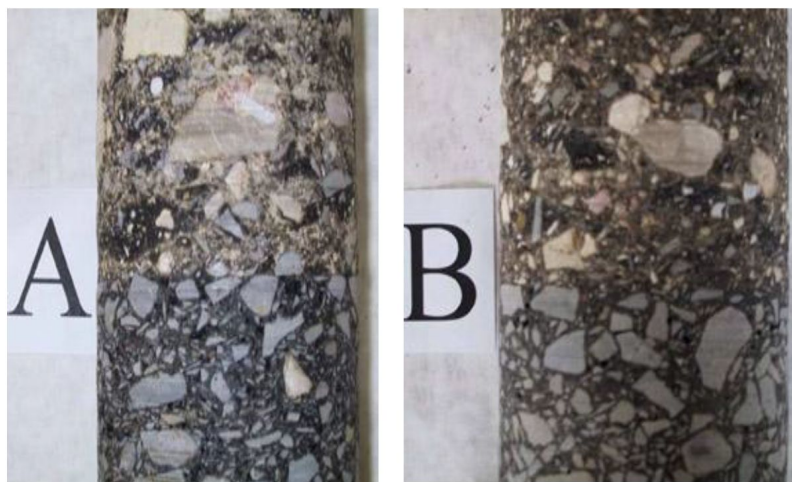
6.6. Badania laboratoryjne próbek nawierzchni

Na nawierzchni w 4 przekrojach poprzecznych drogi w km: 348+900, 349+200, 349+700 i 350+100, w miejscu badań FWD, wykonano odwierty dla pobrania próbek z całej konstrukcji od powierzchni górnej do warstwy tłucznia. Na próbkach określono grubości poszczególnych warstw na podstawie zróżnicowania materiału na granicy ich styku. Z otrzymanych odwiertów wycięto 6 próbek odpowiadających warstwom BA, które zbadano w aparacie NAT w temperaturze 10°C. Badanie każdej próbki wykonano w dwóch położeniach po 5 obciążeniach w każdym. Otrzymane wyniki zamieszczono w tablicy 6.6.

Tablica 6.6. Wyniki badania modułu dynamicznego BA w aparacie NAT i z identyfikacji

Nr próbki	Przekrój odwiertu	Moduł sprężystości Wg badania NAT w 10°C		Wartość średnia modułu sprężystości	Moduł sprężystości wyznaczony wg SF-PL w 10° C w serii	
		1 położenie	2 położenie		K	L
	km	MPa				
12	348+900	6812	7407	7110	15110	-
13		5584	5935	5760		
23	349+700	4528	4115	4322	10480	7860
24		4895	5031	4963		
32	349+200	6058	5865	5962	7640	10290
44	350+100	7028	7322	7175	13250	9540

Z niewielkiej ilości badań w NAT, w tej samej temperaturze co FWD, daje się zauważyć, że moduły sprężystości są mniejsze od uzyskanych w identyfikacji. Powodem podstawowym tej zależności jest czas obciążenia, dłuższy w NAT. Widok próbek uzyskanych z odwiertów przedstawiono na fot. 6.6.1. Próbki w widoku są ustawione warstwą górną do dołu.



Fot. 6.6.1. Widok próbek wyciętych z nawierzchni: A – km 349+200, B – 349+700



Fot. 6.6.2. Widok próbek wyciętych z nawierzchni: C - 350+100, D - 348+900



Fot. 6.6.3. Odwierty próbek z nawierzchni

6.7. Błędy w identyfikacji w wybranej serii L

Przedstawiona w tabeli 6.7. identyfikacja metodą *SF-PL* konstrukcji nawierzchni dla badania w serii L dała dużo błędnych wielkości modułów. Niektóre wielkości modułów sprężystości (warstw 2 i 3) nie odpowiadały przewidywanym wartościom dynamicznych modułów sprężystości.

Tablica 6.7. Zestawienie wyników pomiarów FWD, różnic w odczytach z sąsiednich geofonów i uzyskanych dynamicznych modułów sprężystości badanej konstrukcji nawierzchni (w modelu trzywarstwowym). Temperatura średnia 10°C. Seria pomiarów L.

km	q	Odległość geofonu od środka płyty obciążającej [m]								Różnice przemieszczeń pionowych sąsiednich geofonów [μm]						Dynamiczne moduły sprężystości wg SF-PL			
		0,0		0,3		0,6		0,9		1,2		1,5		1,8		E ₃	E ₂	E ₁	
		W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆	W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆				warstwa BA
	kPa	Przemieszczenie pionowe [μm]														MPa			
348,3	783	135	114	99	82	69	57	47	21	15	17	13	12	10	7220,4	29856	194,02		
348,4	777	143	123	106	88	72	58	47	20	17	18	16	14	11	10344	17364	179,47		
348,5	775	165	143	121	101	80	64	53	22	22	20	21	16	11	17733	7368,0	158,03		
348,6	777	155	131	114	93	72	60	49	24	17	21	21	12	11	6178,7	26839	166,28		
348,7	764	198	172	151	125	103	82	65	26	21	26	22	21	17	6489,8	19003	118,39		
348,8	771	184	161	137	113	92	73	59	23	24	24	21	19	14	18877	6437,4	136,13		
348,9	761	130	121	104	91	79	66	56	9	17	13	12	13	10	Brak rozwiązania				
349	766	132	114	103	87	73	61	52	18	11	16	14	12	9	6746,7	64403	158,39		
349,1	766	157	137	116	98	80	65	53	20	21	18	18	15	12	22904	6940,6	161,45		
349,2	761	161	137	116	96	78	64	51	24	21	20	18	14	13	10287	10544	166,12		
349,3	768	151	128	107	88	72	58	48	23	21	19	16	14	10	13476	8439,1	184,68		
349,4	769	146	127	108	92	77	63	53	19	19	16	15	14	10	19901	8856,2	173,68		
349,5	770	148	122	107	90	75	60	49	26	15	17	15	15	11	4789,8	39430	173,22		
349,6	766	157	134	116	95	78	62	51	23	18	21	17	16	11	7478,1	20456	161,70		
349,7	759	175	146	122	101	80	64	52	29	24	21	21	16	12	7855,5	9231,2	163,51		
349,8	765	131	114	99	84	70	58	48	17	15	15	14	12	10	12762	19274	183,92		
349,9	762	152	129	110	91	74	59	48	23	19	19	17	15	11	8845,1	14586	174,76		

Tablica 6.7. cd.

km	q	Odległość geofonu od środka płyty obciążającej [m]								Różnice przemieszczeń pionowych sąsiednich geofonów [μm]						Dynamiczne moduły sprężystości wg SF-PL		
		0,0		0,3		0,6		0,9		1,2		1,5		1,8		E ₃ warstwa BA	E ₂ warstwa MMCE	E ₁ podłoże drogowe
		w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆			
	kPa	Przemieszczenie pionowe [μm]														MPa		
350	762	140	111	92	74	59	47	38	29	19	18	15	12	9	5276,3	17239	228,62	
350,1	762	189	161	136	111	89	70	56	28	25	25	22	19	14	9540,3	8215,7	141,94	
350,2	768	124	107	96	83	71	59	51	17	11	13	12	12	8	7621,1	58997	175,22	
350,3	759	105	92	83	75	68	60	52	13	9	8	7	8	8	10258	70613	194,54	
350,4	768	161	136	112	91	73	58	48	25	24	21	18	15	10	16010	5861,8	179,65	
350,5	763	167	146	125	105	85	70	58	21	21	20	20	15	12	17075	8446,7	146,52	
350,6	756	179	155	133	113	90	73	59	24	22	20	23	17	14	10802	10201	138,32	
350,7	771	142	125	110	92	79	65	54	17	15	18	13	14	11	11849	22987	160,27	
350,8	764	145	127	115	96	82	68	57	18	12	19	14	14	11	7204,4	5682,5	139,13	
350,9	757	146	126	111	95	79	64	53	20	15	16	16	15	11	7575,3	31009	158,85	
351	766	138	119	100	83	68	56	47	19	19	17	15	12	9	21373	7978,7	191,81	
351,1	765	125	109	95	81	68	57	48	16	14	14	13	11	9	12998	22031	190,05	
351,2	758	168	147	122	100	80	63	51	21	25	22	20	17	12	35400	3760,2	157,92	
351,3	763	171	149	127	104	84	65	53	22	22	23	20	19	12	16799	7743,5	145,76	
351,4	758	150	131	115	97	84	69	58	19	16	18	13	15	11	9620,7	22782	153,20	
351,5	762	134	117	100	86	71	60	51	17	17	14	15	11	9	21310	10260	183,67	
351,6	757	105	92	83	74	65	56	49	13	9	9	9	9	7	10231	70427	194,03	

Tablica 6.7. cd

km	q	Odległość geofonu od środka płyty obciążającej [m]						Różnice przemieszczeń pionowych sąsiednich geofonów [μm]						Dynamiczne moduły sprężystości wg SF-PL			
		Przemieszczenie pionowe [μm]						w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	E ₃	E ₂	E ₁	
		w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₆	- w ₁	- w ₂	- w ₃	- w ₄	- w ₅	- w ₆	warstwa BA	warstwa MMCE	podłoże drogowe	
	kPa																
351,7	762	144	126	108	90	74	60	49	18	18	18	16	14	11	19737	9946,7	168,89
351,8	760	133	118	103	88	74	63	54	15	15	15	14	11	9	20665	14301	168,29
351,9	765	166	145	126	107	89	75	61	21	19	19	18	14	14	11021	14317	143,51
352	760	159	139	122	103	85	69	57	20	17	19	18	16	12	9341,9	21002	144,67
352,1	757	143	125	110	95	81	68	58	18	15	15	14	13	10	9842,5	25512	158,94
352,2	757	145	128	111	96	81	68	57	17	17	15	15	13	11	19089	11726	158,42
352,3	757	132	116	105	92	79	67	57	16	11	13	13	12	10	8218,9	59701	151,01
352,4	761	133	118	106	90	78	63	53	15	12	16	12	15	10	10383	43047	154,03
352,5	762	174	154	132	110	90	74	60	20	22	22	20	16	14	24866	6607,4	136,12
352,6	751	189	169	144	120	98	80	65	20	25	24	22	18	15	38381	4088,4	124,28
352,7	756	148	131	113	96	80	66	55	17	18	17	16	14	11	24380	9170,6	155,91
352,8	755	156	137	116	99	82	68	57	19	21	17	17	14	11	28214	6162,8	158,25
352,9	757	135	118	104	90	77	65	55	17	14	14	13	12	10	10147	28484	167,51
353	757	134	118	106	92	78	66	55	16	12	14	14	12	11	9008	46714	154,09
353,1	761	151	133	115	99	83	70	59	18	18	16	16	13	11	18520	10807	154,92
353,2	754	123	108	97	85	74	64	55	15	11	12	11	10	9	9366,7	52014	168,13
353,3	747	166	146	125	106	88	72	60	20	21	19	18	16	12	20868	7415,4	142,22

Przyczyną tych błędów, zdaniem autora, mogła być:

- niedokładność w pomiarach przemieszczeń pionowych,
- odmienna konstrukcja nawierzchni w stosunku do przyjętej (ilość warstw, ich grubość),
- zmienność parametrów konstrukcji (grubość warstw) na odcinku badawczym (około 2 m),
- wady konstrukcyjne warstw (niejednorodność materiału).

Zagadnienie to było przez autora analizowane [36a] dla ustalenia, które czynniki i w jakim stopniu powodują błędy w modułach otrzymywanych w metodzie *SF-PL* odwrotnych obliczeń.

6.8. Poszukiwanie rozwiązania dla pomiaru serii L w km 348 + 900

6.8.1. Identyfikacja metodą dodatkową

Badania identyfikacyjne metodą *SF-PL* modelu z przekroju 348+900 serii L wobec danych grubości warstw oraz zmierzonych przemieszczeniach pionowych nie dały rezultatu. W poszukiwaniu modułów przyjęto model konstrukcji nawierzchni trzywarstwowej, o grubościach warstw: górnej 13 cm, środkowej 19 cm, przy ciśnieniu kontaktowym (nacisku jednostkowym) 761 kPa pod płytą kołową o średnicy 0,30 m. Współczynniki Poissona poszczególnych warstw były odpowiednio równe: $\nu_3=0,31$, $\nu_2=0,30$, $\nu_1=0,30$.

Z przemieszczeń pionowych 130, 121, 104, 91, 79, 66, 56 mikrometrów w rozstawie co 0,30 m otrzymano według metody „*minimum*” moduły: $E_3=122\,963,4$ MPa, $E_2=4\,682,6$ MPa, $E_1=159,68$ MPa przy średnim błędzie kwadratowym w przemieszczeniach 0,844 036 mikrometra. Otrzymany moduł warstw pierwszej i drugiej może być akceptowany, natomiast warstwy trzeciej – nierealny (powyżej 120 000 MPa).

W przekroju tym wykonano odwiert dla sprawdzenia konstrukcji nawierzchni. Pobrane próbki materiału posiadały warstwy o grubościach w kolejności (od góry):

- 5,5 cm BA warstwy ścieralnej,
- 7,5 cm BA warstwy wiążącej,
- 11,5 cm podbudowy z mieszanki mineralnej cementowo emulsyjnej (MMCE);
- 6 cm poprzedniej warstwy nawierzchni asfaltowej,
- 25 cm tłucznia częściowo bitumowanego,
- podłoże z piasku.

Na podstawie wyników z odwiertu przyjęto do metody „*minimum*” obliczeń odwrotnych konstrukcję modelu z trzech warstw:

- górna (nawierzchnia) 13 cm,
- środkowa (podbudowa z MMCE) 11,5 cm,
- półprzestrzeń sprężysta (podłoże drogowe złożone z pozostałej grubości nawierzchni asfaltowej, tłucznia i gruntu).

W wyniku przeprowadzonych obliczeń modelu trzywarstwowego otrzymano w metodzie „*minimum*” moduły:

$$E_3=73\ 657,0 \text{ MPa,}$$

$$E_2=21\ 343,234 \text{ MPa,}$$

$$E_1=164,212 \text{ MPa,}$$

przy błędzie średnim kwadratowym $dw=0,876\ 539 \mu m$.

Moduł sprężystości podłoża byłby w tym przypadku do przyjęcia, natomiast podbudowy i nawierzchni za duży (mało realny). Należałoby więc przeprowadzić obliczenia na modelu sześciowarstwowym, jednak ilość kroków postępowania (ok. $700 * 10^6$) wymagałaby długiego rozwiązywania numerycznego.

6.8.2. Poszukiwanie przemieszczeń pionowych

Przeprowadzona identyfikacja, w oparciu o przemieszczenia pionowe z przekroju w kilometrze 348+900 serii L, nie pozwoliła na otrzymanie takiego rozwiązania, aby ilorazy przemieszczeń (w_1/w_0) oraz (w_2/w_0) były odpowiednie do wartości pomierzonych. Nie było też możliwe znalezienie takich modułów sprężystości trzech warstw, aby otrzymać w metodzie *SF-PL* przemieszczenia w_0, w_1, w_2 równe mierzonym przy założeniach ogólnych dla całego odcinka.

Poszukiwania przyczyny tej trudności dały odpowiedź w wyrażnie mniejszej różnicy przemieszczeń pionowych (w_0-w_1) w stosunku do (w_1-w_2). Zdaniem autora, nastąpiło w tym przypadku, błędne wskazanie geofonu umieszczonego pod płytą obciążającą.

Nieprawidłowe wielkości w odczytach z geofonów, wyrażone różnicą wskazań, wyróżniono w tablicy podkreśleniem. Podobnie podkreślono otrzymane moduły sprężystości, które nie miały wartości odpowiednich do charakterystycznych tych materiałów.

Z badań nawierzchni urządzeniem FWD w temperaturach wyższych ($>20^\circ\text{C}$) otrzymano poprawne wartości modułów sprężystości.

W przekroju 348+900 serii L podjęto próbę poszukiwania takich przemieszczeń pionowych, które spełniałyby 2 warunki:

- 1 – zgodności otrzymywanych modułów sprężystości z rzeczywistymi,
- 2 – poprawnej zmiany różnic przemieszczeń z sąsiednich geofonów.

Obliczenia odwrotne przeprowadzono metodą *SF-PL*. W każdym przykładzie obliczano odchylenia średnie kwadratowe w przemieszczeniach pionowych i oznaczono je w tablicach symbolem – **dw**.

W poszukiwanym modelu trzywarstwowym przemieszczenia w punktach branych do obliczeń odwrotnych były prawie równe z przyjętymi i nie zamieszczono ich w tablicy. Zamieszczono w tablicy przemieszczenia różniące się od „mierzonych”. Poszukiwanie właściwych wielkości przemieszczeń pionowych w tym modelu dokonano za pomocą analizy modelu nawierzchni trzywarstwowej obciążonego jak w warunkach rzeczywistych na drodze. Grubości warstw przyjęto odpowiednio równe: trzeciej 13 cm, drugiej 19 cm; zaś współczynniki Poissona odpowiednio: $\nu_3=0,31$ $\nu_2=0,30$ $\nu_1=0,30$ (warstw 3, 2, 1).

a) W pierwszej próbie zmieniono różnice sąsiednich przemieszczeń odpowiednio do wymagań warunku drugiego i przyjęto je o wartościach: 18 – 16 – 14 – 13 – 12 – 10 μm . Przemieszczenie pionowe w ostatnim punkcie pozostawiono nie zmienione. Otrzymano stąd wielkości „mierzonych” przemieszczeń: 139 – 121 – 105 – 91 – 78 – 66 – 56 μm .

W tablicy a otrzymane moduły sprężystości dla 6 różnych zestawów przemieszczeń wziętych do obliczeń wskazują na znaczne ich rozbieżności dla warstwy drugiej i trzeciej. Zestaw tych przemieszczeń nie jest więc prawidłowy.

b) W drugiej próbie różnice sąsiednich przemieszczeń pionowych przyjęto o wartościach: 17 – 15 – 14 – 13 – 12 – 10 μm . Przemieszczenie w ostatnim punkcie nie zmienione. Otrzymano stąd wielkości „mierzonych” przemieszczeń: 137 – 120 – 105 – 91 – 78 – 66 – 56 μm .

W tablicy 6.8.2 otrzymane moduły sprężystości 6 różnych zestawów przemieszczeń wziętych do obliczeń różnią się znacznie między sobą przy warstwie drugiej a mniej dla trzeciej. Przemieszczenia te nie jest więc prawidłowe.

c) W trzeciej próbie różnice sąsiednich przemieszczeń przyjęto równe odpowiednio: 16 – 15 – 14 – 13 – 12 – 10 μm . Przemieszczenia pionowego w ostatnim punkcie nie zmieniano. Otrzymano „mierzone” przemieszczenia pionowe: 136 – 120 – 105 – 91 – 78 – 66 – 56 μm .

W tablicy 6.8.3. moduły sprężystości dla 6 różnych zestawów przemieszczeń wziętych do obliczeń wskazują na ich zmienność dla warstwy drugiej i trzeciej. Zestaw tych przemieszczeń także nie jest więc prawidłowy.

d). W czwartej próbie różnice sąsiednich przemieszczeń pionowych przyjęto o wartościach: 16 – 15 – 14 – 13 – 12 – 11. Nie zmieniano przemieszczenia w ostatnim punkcie (w6) i otrzymano wielkości „mierzonych” przemieszczeń: 137 – 121 – 106 – 92 – 79 – 67 – 56.

W tablicy 6.8.4. otrzymane moduły sprężystości są różnią się znacznie w warstwie drugiej i trzeciej. Zestaw tych przemieszczeń także nie jest prawidłowy.

e) Wyniki pozytywne poszukiwań

W piątej próbie różnice sąsiednich przemieszczeń zgodnie z warunkiem drugim przyjęto o wartościach: 16 – 15 – 15 – 14 – 11 – 10 μm .

Przemieszczenie w ostatnim punkcie także nie zmieniono, a otrzymane „mierzone” przemieszczenia były równe: 137 – 121 – 106 – 91 – 77 – 66 – 56 μm .

W tabelicy 6.8.5. moduły sprężystości otrzymane z 6 różnych zestawów przemieszczeń wziętych do obliczeń wskazują na ich zbieżność dla wszystkich warstw. Zestaw tych przemieszczeń pionowych można więc przyjąć jako prawidłowy.

W przypadku przemieszczeń pionowych w próbie „e” określono także dynamiczne moduły sprężystości metodą „minimum”:

$$E_3 = 15\,978,78$$

$$E_2 = 16\,492,6755$$

$$E_1 = 165,2398 \text{ MPa}$$

przy odchyleniu średnim kwadratowym $d_w = 0,194\,620\,335 \mu m$. Obliczone przemieszczenia pionowe, modelu o takich modułach, na powierzchni obciążonej w punktach co 30 cm od środka płyty były równe: 137,0224 – 121,0469 – 105,8325 – 90,9136 – 77,4147 – 65,7656 – 56,0024 μm . Podobne wielkości modułów w metodzie *SF-PL* otrzymano dla przemieszczeń w_0 - w_1 - w_6 (tabelica 8.8.5.) o średnim błędzie w przemieszczeniach nieco większym $d_w = 0,195\,706 \mu m$.

Tablica 6.8.1. Wyniki obliczeń odwrotnych (SF-PL) dla przemieszczeń: 139 – 121 – 105 – 91 – 78 – 66 – 56 μm .

Lp	Przemieszczenia do obliczeń odwrotnych	MPa			dw	Pozostałe przemieszczenia w modelu μm							
		E ₃	E ₂	E ₁		W ₃	W ₄	W ₅	W ₆	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅
1	w ₀ -w ₁ -w ₂	12 121,7638	17 418,2841	172,7251	1,718306	89,3732	75,4087	63,5292	53,7192				
2	w ₀ -w ₁ -w ₃	9 782,4661	25 078,8448	167,9080	0,590856	106,1011	77,2469	65,3816	55,4692				
3	w ₀ -w ₁ -w ₄	9 192,8659	28 422,5987	165,7755	0,630231	106,5133	91,64175	66,1640	56,2274				
4	w ₀ -w ₁ -w ₅	9 304,2539	27 719,7207	166,2252	0,576962	106,4290	91,5090	77,8431	56,0677				
5	w ₀ -w ₁ -w ₆	9 353,3019	27 421,7110	166,4156	0,560561	106,3929	91,4524	77,7763	65,9304				
6	w ₀ -w ₂ -w ₅	6 186,4048	44 160,7799	166,3124	1,036214	118,3020	90,8152	77,5925	56,1915				

Tablica 6.8.2. Wyniki obliczeń odwrotnych (SF-PL) dla przemieszczeń: 137 – 120 – 105 – 91 – 78 – 66 – 56 μm .

Lp	Przemieszczenia do obliczeń odwrotnych	E ₃	E ₂	E ₁	dw	Pozostałe przemieszczenia					
						μm					
1	w ₀ -w ₁ -w ₂	11 979,1411	20 912,2376	168,9642	0,912974	w ₃ 90,0327	w ₄ 76,4599	w ₅ 64,7661	w ₆ 54,9977		
2	w ₀ -w ₁ -w ₃	10 563,7584	26 065,9907	165,9885	0,296398	w ₂ 105,6429	w ₄ 77,5702	w ₅ 65,9012	w ₆ 56,0844		
3	w ₀ -w ₁ -w ₄	10 156,1488	28 132,0647	164,7788	0,430459	w ₂ 105,8783	w ₃ 91,3658	w ₅ 66,3489	w ₆ 56,5197		
4	w ₀ -w ₁ -w ₅	10 468,0867	26 520,8986	165,7230	0,301182	w ₁ 105,6956	w ₃ 91,0814	w ₄ 77,6654	w ₆ 58,1801		
5	w ₀ -w ₁ -w ₆	10 651,2171	25 664,8101	166,2223	0,306876	w ₁ 105,5960	w ₂ 90,9278	w ₄ 77,4860	w ₅ 65,8140		
6	w ₀ -w ₂ -w ₅	7 800,5379	37 388,5651	166,0202	0,592019	w ₁ 118,5295	w ₃ 90,7725	w ₄ 77,5632	w ₆ 56,2205		

Tablica 6.8.3. Wyniki obliczeń odwrotnych (SF-PL) dla przemieszczeń: 136 – 120 – 105 – 91 – 78 – 66 – 56 μm .

Lp	Przemieszczenia do obliczeń odwrotnych	MPa			dw	Pozostałe przemieszczenia w modelu μm							
		E ₃	E ₂	E ₁		w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	w ₂	w ₁		
1	w ₀ -w ₁ -w ₂	15 076,9650	17 676,9747	166,7882	0,633762	90,2135	76,8132	65,2419	55,5420				
2	w ₀ -w ₁ -w ₃	13 108,3032	21 679,7054	164,6887	0,279003		w ₄	w ₅	w ₆				
3	w ₀ -w ₁ -w ₄	12 575,5041	23 180,5568	163,9161	0,420924		w ₃	w ₅	w ₆				
4	w ₀ -w ₁ -w ₅	13 345,7866	21 081,4115	164,9969	0,262240		w ₁	w ₄	w ₆				
5	w ₀ -w ₁ -w ₆	13 901,7767	19 822,9984	165,6484	0,332928		105,4672	90,8900	77,5696	56,2565			
6	w ₀ -w ₂ -w ₅	9 263,2381	32 145,5677	165,7301	0,528365		w ₁	w ₂	w ₄	w ₅			
							118,7318	90,7344	77,5370	56,2467			

Tablica 6.8.4. Wyniki obliczeń odwrotnych (SF-PL) dla przemieszczeń: 137 – 121 – 106 – 92 – 79 – 67 – 56 μm .

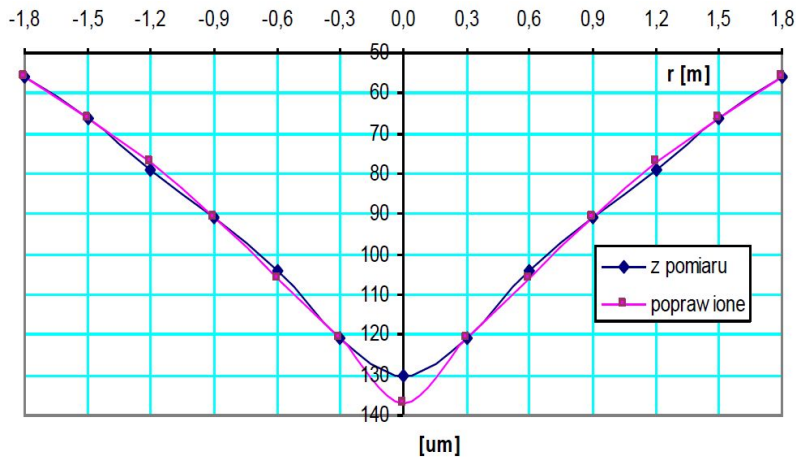
Lp	Przemieszczenia do obliczeń odwrotnych	MPa			dw	Pozostałe przemieszczenia w modelu μm						
		E ₃	E ₂	E ₁		w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	w ₂	w ₁	
1	w ₀ -w ₁ -w ₂	14 950,2159	17 933,5051	164,6443	0,690762	91,1706	77,7032	66,0526	56,2697			
2	w ₀ -w ₁ -w ₃	12 936,0737	22 207,2961	162,4460	0,507020	106,5690	78,6358	66,9920	57,1589			
3	w ₀ -w ₁ -w ₄	12 337,1933	24 008,1166	161,5316	0,670321	106,7811	92,3174	67,3649	57,5170			
4	w ₀ -w ₁ -w ₅	12 922,1161	22 245,7058	162,4266	0,509479	106,5737	92,0069	78,6437	57,1666			
5	w ₀ -w ₁ -w ₆	15 735,9864	16 751,3753	165,2897	0,867352	105,8174	90,9092	77,4136	65,7645			
6	w ₀ -w ₂ -w ₅	8 847,7390	34 528,3386	163,0777	0,720601	119,5683	91,7925	78,5874	57,1712			

Tablica 6.8.5. Wyniki obliczeń odwrotnych (SF-PL) dla przemieszczeń: 137 – 121 – 106 – 91 – 77 – 66 – 56 μm .

Lp	Przemieszczenia do obliczeń odwrotnych	E ₃	E ₂	E ₁	dw	Pozostałe przemieszczenia					
						μm					
1	w ₀ -w ₁ -w ₂	14 950,2159	17 933,5051	164,6443	0,292536	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆		
						91,1706	77,7032	66,0526	56,2697		
2	w ₀ -w ₁ -w ₃	15 454,6717	17 151,7814	165,0674	0,208918	w ₂	w ₄	w ₅	w ₆		
						105,8809	77,5140	65,8643	56,0933		
3	w ₀ -w ₁ -w ₄	16 990,1989	15 216,3301	166,1940	0,373794	w ₂	w ₃	w ₅	w ₆		
						105,5544	90,5345	65,3546	55,6175		
4	w ₀ -w ₁ -w ₅	15 087,4922	17 712,0781	164,7629	0,264005	w ₁	w ₃	w ₄	w ₆		
						105,9669	91,1231	77,6504	56,2204		
5	w ₀ -w ₁ -w ₆	15 735,9864	16 751,3753	165,2897	0,195706	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅		
						105,8174	90,9092	77,4136	65,7645		
6	w ₀ -w ₂ -w ₅	16 877,6805	15 908,7677	164,4028	0,273114	w ₁	w ₃	w ₄	w ₆		
						121,2213	91,1097	77,6358	56,2386		

Przebieg zarejestrowanych i poprawionych (próba e) przemieszczeń pionowych w km 348+900 serii L przedstawiono na rysunku 6.8. Ujęcie symetryczne wykresu pozwala lepiej zauważyć zmienność przemieszczeń w strefie blisko płyty obciążającej. Rysunek połowy tego wykresu był mniej czytelny w punktach początkowych dla zobrazowania błędów pomiaru.

Na podstawie takich prób analizy modułów otrzymywanych z obliczeń odwrotnych można poszukiwać „właściwe” odczyty z czujników przemieszczeń, gdy rozpoznanie konstrukcji pod względem ilości i grubości warstw było prawidłowe a były błędy zarejestrowane przez niektóre geofony.



Rys. 6.8. Wykres symetryczny przemieszczeń pionowych w km 348+900 serii L przed i po poprawieniu przemieszczeń pionowych

6. 8. 3. Korekcja przemieszczeń pionowych

Weryfikacja modelu nawierzchni przebudowanej drogi Kock – Radzyń, dokonana przez autora, dla wszystkich serii badań FWD, pozwoliła na ocenę nośności trzech wyodrębnionych warstw. Duża część otrzymanych modułów wyrażona była wartościami realnymi (zbliżonymi do prawdopodobnych). W seriach badań, przeprowadzonych w niższych temperaturach, było jednak wiele z nich w zakresie przekraczającym te wartości. Przyjęto do oceny, że w temperaturach poniżej 15 °C [210], największe możliwe moduły warstw drugiej z MMCE i trzeciej z BA nie przekraczają 20 000 MPa. Analizowane przez autora przypadki weryfikacji, w których moduły były nierealne, wskazywały, że powodem ich mogły być dwie przyczyny:

- dokładność pomiarów w FWD,
- poprawność rozpoznania badanej konstrukcji nawierzchni.

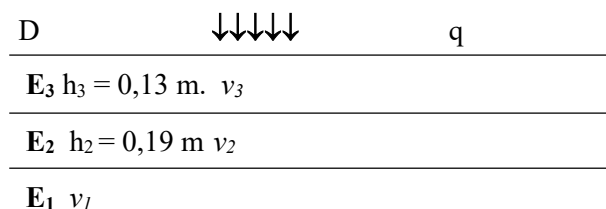
Przeprowadzone przez autora [50] poszukiwania w zakresie błędów w przemieszczeniach oraz w poprzednim rozdziale wskazują, że tego rodzaju błędy w modułach mogą być nawet bardzo duże. Metoda SF-PL stosowana przez autora, oparta głównie na tyłu punktach początkowych przemieszczeń co ilość warstw, jest bardzo wrażliwa w przypadku odchyłki znakozmiennej w sąsiednich punktach (geofonach), szczególnie blisko płyty obciążanej. W celu zmniejszenia błędu w wielkościach przemieszczeń autor przyjął funkcję przemieszczeń z aproksymacji do zależności:

$$w(r) = a_0 + a_1 \cdot r + a_2 \cdot r^2 \quad (6.8)$$

gdzie: w – funkcja przemieszczenia pionowego, zależnego od r ,
 r – odległość punktu mierzonego przemieszczenia od środka płyty FWD,
 a_0, a_1, a_2 – współczynniki funkcji wielomianu drugiego stopnia otrzymane z aproksymacji.

Otrzymane przemieszczenia pionowe z funkcji aproksymacyjnej były (zaokrąglane do $0,01 \text{ } \mu\text{m}$) wykorzystane do weryfikacji modelu nawierzchni badanej FWD. Obliczenia identyfikacyjne metodą SF-PL przeprowadzono dla przemieszczeń po aproksymacji w trzech seriach K, L, M. Zestawienie przemieszczeń i otrzymanych dla nich modułów przedstawiono w tablicach 6.8.1 – 6.8.4 dla badań serii K i M.

Model nawierzchni przyjmowany do weryfikacji konstrukcji przedstawiono na rysunku 6.8.



Rys. 6.8 Schemat modelu nawierzchni drogowej, badanej FWD

W tablicy 6.8.2 i 6.8.4 wyróżniono tłustym drukiem wartości modułów przekraczające $20\ 000 \text{ MPa}$, które prawdopodobnie były nierealne. Dla przemieszczeń przed korelacją były takie moduły w 27 przekrojach (na 51), natomiast po korekcji było 6.

Moduły sprężystości wyznaczone (przed korekcją) w serii M badań FWD były w 8 przekrojach prawdopodobne, w 43 wątpliwe, zaś po korekcji przemieszczeń w 34 przekrojach prawdopodobne i 17 wątpliwe. Korekcja ta jak widać, poprawiła wyniki w sposób wyraźny.

Tablica 6.8.1. Przemieszczenia pionowe przed i po korekcji dla serii K

Seria K	q [kPa]	Przed korekcją												po korekcji					
		r=0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	r=0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8				
		W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆	W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆				
km	μm												μm						
348,3	789	138	118	99	82	68	57	47	138,36	117,43	98,79	82,43	68,36	56,57	47,07				
348,4	783	141	122	104	87	72	57	47	141,38	121,71	103,57	86,95	71,86	58,29	46,24				
348,5	773	164	143	121	100	80	64	52	165,33	141,64	119,79	99,76	81,57	65,21	50,69				
348,6	779	147	127	108	89	72	58	47	147,76	126,43	106,86	89,05	73,00	58,71	46,19				
348,7	775	201	174	152	127	103	83	67	201,38	174,79	149,79	126,38	104,57	84,36	65,74				
348,8	774	184	163	140	115	93	74	60	186,02	161,07	137,57	115,52	94,93	75,79	58,10				
348,9	775	136	123	111	96	84	69	59	136,43	123,00	109,71	96,57	83,57	70,71	58,00				
349	781	133	117	102	89	73	61	52	133,33	117,00	101,71	87,48	74,29	62,14	51,05				
349,1	771	158	138	118	99	81	65	53	158,76	137,29	117,29	98,76	81,71	66,14	52,05				
349,2	773	162	137	117	97	79	63	52	161,88	137,86	116,07	96,52	79,21	64,14	51,31				
349,3	774	152	129	109	90	73	59	48	152,17	129,14	108,36	89,81	73,50	59,43	47,60				
349,4	769	146	125	112	93	78	64	53	145,62	126,93	109,50	93,33	78,43	64,79	52,40				
349,5	770	146	125	107	89	74	59	49	146,10	125,29	106,29	89,10	73,71	60,14	48,38				
349,6	774	153	131	111	92	75	61	50	153,40	130,79	110,29	91,90	75,64	61,50	49,48				
349,7	770	172	144	118	96	77	62	51	172,40	143,43	117,93	95,90	77,36	62,29	50,69				
349,8	767	131	114	100	85	71	58	48	131,00	114,57	99,14	84,71	71,29	58,86	47,43				
349,9	762	150	129	109	90	73	58	47	150,60	128,50	108,29	89,95	73,50	58,93	46,24				
350	760	134	106	88	71	56	45	36	132,55	108,57	87,79	70,19	55,79	44,57	36,55				
350,1	762	189	162	136	112	90	71	57	189,76	161,29	135,29	111,76	90,71	72,14	56,05				

Tablica 6.8.1. cd.

Seria K	q [kPa]	Przed korekcją										po korekcji					
		r=0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	r=0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8		
		W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆	W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆		
km	μm										μm						
350,2	762	120	105	93	81	68	59	50	119,88	105,64	92,43	80,24	69,07	58,93	49,81		
350,3	762	99	90	79	71	64	54	49	99,29	89,21	79,79	71,00	62,86	55,36	48,50		
350,4	762	157	132	108	88	70	56	46	157,57	131,21	107,93	87,71	70,57	56,50	45,50		
350,5	761	164	143	123	102	84	69	57	164,95	142,29	121,43	102,38	85,14	69,71	56,10		
350,6	761	173	152	130	108	88	71	58	174,36	150,64	128,57	108,14	89,36	72,21	56,71		
350,7	767	138	121	106	91	76	63	53	138,21	121,21	105,29	90,43	76,64	63,93	52,29		
350,8	764	143	126	111	96	81	67	57	143,17	126,29	110,36	95,38	81,36	68,29	56,17		
350,9	768	146	128	112	95	78	64	53	146,50	128,07	110,71	94,43	79,21	65,07	52,00		
351	767	141	120	102	85	69	57	47	141,14	120,21	101,36	84,57	69,86	57,21	46,64		
351,1	762	127	109	97	82	70	57	49	126,57	110,50	95,64	82,00	69,57	58,36	48,36		
351,2	764	170	149	124	102	81	64	51	171,81	146,57	123,29	101,95	82,57	65,14	49,67		
351,3	759	170	149	127	104	83	65	52	171,60	147,57	125,07	104,10	84,64	66,71	50,31		
351,4	760	150	130	115	99	82	69	57	149,64	131,29	114,07	98,00	83,07	69,29	56,64		
351,5	765	131	115	99	84	69	59	50	131,83	114,21	98,14	83,62	70,64	59,21	49,33		
351,6	757	106	93	84	74	66	57	50	105,38	94,14	83,71	74,10	65,29	57,29	50,10		
351,7	757	144	125	107	90	73	60	50	144,67	124,57	106,14	89,38	74,29	60,86	49,10		
351,8	764	134	118	104	90	76	65	54	134,02	118,29	103,50	89,67	76,79	64,86	53,88		
351,9	767	165	145	126	107	89	74	62	165,69	144,57	124,93	106,76	90,07	74,86	61,12		
352	762	160	141	123	104	86	71	58	160,69	140,64	121,71	103,90	87,21	71,64	57,19		

Tablica 6.8.1. cd.

Seria K	q [kPa]	Przed korekcją										po korekcji					
		r=0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	r=0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8		
		W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆	W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆		
km	[kPa]	μm										μm					
352,1	762	144	125	110	96	81	68	58	143,55	126,07	109,86	94,90	81,21	68,79	57,62		
352,2	761	147	129	113	98	83	69	60	147,17	129,21	112,57	97,24	83,21	70,50	59,10		
352,3	761	133	120	107	94	81	68	57	133,24	119,86	106,71	93,81	81,14	68,71	56,52		
352,4	759	131	116	102	89	75	63	52	131,02	116,14	101,93	88,38	75,50	63,29	51,74		
352,5	762	175	157	135	112	93	73	61	177,14	154,57	133,14	112,86	93,71	75,71	58,86		
352,6	750	189	168	143	119	97	78	64	191,07	165,50	141,57	119,29	98,64	79,64	62,29		
352,7	765	148	132	114	96	80	69	56	149,21	130,43	112,93	96,71	81,79	68,14	55,79		
352,8	758	157	137	117	100	83	69	58	157,50	136,36	117,00	99,43	83,64	69,64	57,43		
352,9	764	132	115	103	89	76	64	54	131,52	116,36	102,07	88,67	76,14	64,50	53,74		
353	761	133	119	105	92	78	65	55	133,33	118,79	104,79	91,33	78,43	66,07	54,26		
353,1	759	149	130	115	98	83	69	58	148,95	130,79	113,79	97,95	83,29	69,79	57,45		
353,2	757	124	109	98	85	74	64	54	123,60	110,00	97,21	85,24	74,07	63,71	54,17		
353,3	766	167	146	127	106	88	72	60	167,79	145,71	125,21	106,29	88,93	73,14	58,93		

Tablica 6.8.2. Moduły dla przemieszczeń przed i po korekcji

Seria K	przed korekcją			po korekcji		
	E ₃	E ₂	E ₁	E ₃	E ₂	E ₁
km	MPa			MPa		
348,3	17757,78	9046,52	202,03	13468,44	11017,27	204,09
348,4	16514,65	11060,02	184,63	14746,67	11544,45	187,24
348,5	21931,41	6680,75	156,48	12610,68	8894,40	161,92
348,6	16024,33	10110,87	177,74	13928,60	10077,40	183,37
348,7	6657,25	17210,71	120,92	10966,63	8480,51	125,56
348,8	23418,28	6585,69	129,71	12024,33	8663,73	137,55
348,9	15114,65	34958,38	144,15	19117,83	22074,43	150,65
349	16091,32	17391,98	177,94	16025,28	16558,83	179,91
349,1	18278,63	8856,91	157,32	13384,86	10462,24	161,01
349,2	7642,96	15401,33	167,00	12135,88	8891,85	169,25
349,3	10861,23	11194,34	180,82	12736,04	9154,17	182,93
349,4	6010,27	51075,83	151,61	14372,45	13253,75	168,02
349,5	10498,73	14792,92	178,68	13543,64	10778,48	181,01
349,6	12801,95	10279,97	174,84	12753,77	9622,26	177,81
349,7	13248,62	5571,97	173,32	10581,66	6526,70	174,16
349,8	10480,59	27396,79	179,29	16326,80	15155,94	183,36
349,9	15726,11	8793,41	174,58	13267,37	9350,53	178,19
350	5306,85	18907,08	238,07	13302,84	7122,47	238,09
350,1	13246,15	6231,38	141,50	10574,07	6975,43	143,98
350,2	10873,84	37205,37	185,98	16646,78	20744,83	190,07

Tablica 6.8.2. cd.

Seria K	przed korekcją			po korekcji		
	E ₃	E ₂	E ₁	E ₃	E ₂	E ₁
km	MPa			MPa		
350,3	69460,02	12837,60	209,56	20772,53	37687,29	204,14
350,4	16469,58	5536,08	186,93	11599,00	7050,48	188,07
350,5	13877,11	10458,76	148,39	12126,34	10097,62	154,29
350,6	20230,33	7179,54	139,73	11992,24	9292,63	145,34
350,7	12161,76	21431,69	167,94	15208,05	15473,89	171,02
350,8	11744,52	22834,99	156,95	14982,95	16167,12	159,56
350,9	11792,45	19453,17	159,49	14826,64	13226,63	164,73
351	10904,60	13634,46	189,69	13367,16	10535,67	192,04
351,1	7400,94	48875,58	177,76	15747,05	16369,34	189,39
351,2	35299,84	3875,92	155,64	12130,28	7833,57	157,21
351,3	20611,40	6959,65	143,87	12656,95	8342,70	151,11
351,4	7520,54	32394,58	151,67	14033,87	14126,07	156,25
351,5	21625,48	11703,92	182,97	14509,80	14552,02	189,26
351,6	10210,01	71150,02	190,66	18846,32	31963,80	197,83
351,7	15507,55	11148,54	171,85	13569,80	11299,66	176,36
351,8	12218,26	25120,14	167,51	15746,75	17871,68	169,65
351,9	13517,05	12500,16	142,29	12417,55	12052,57	146,35
352	13614,91	13822,26	143,36	13519,98	12105,30	148,17
352,1	8609,50	28474,64	161,09	13751,23	16084,25	161,90
352,2	11609,16	19535,08	156,12	13350,42	15644,94	157,93

Tablica 6.8.2. cd.

Seria K km	przed korekcją			po korekcji		
	E ₃	E ₂	E ₁	E ₃	E ₂	E ₁
	MPa			MPa		
352,3	19878,79	21335,50	151,58	18437,06	21810,84	153,49
352,4	15281,80	20332,89	168,91	16781,10	18297,26	169,10
352,5	38379,30	5387,30	131,03	12520,49	9980,83	136,95
352,6	31206,64	4564,60	125,33	10883,20	8494,68	129,31
352,7	32013,12	8215,85	154,59	13660,58	13683,06	160,69
352,8	17949,02	8593,99	156,50	12119,04	11614,26	157,79
352,9	8014,67	48772,23	163,06	15960,57	18906,52	170,77
353	20116,59	17340,90	160,07	17022,12	19364,07	162,01
353,1	8304,55	29799,21	150,88	13739,79	14590,64	156,04
353,2	9240,93	52448,50	166,54	16605,11	23131,37	173,67
353,3	10820,33	14473,92	142,27	12133,64	10857,67	148,01

Tablica 6.8.3. Przemieszczenia pionowe przed i po korekcji dla serii M.

Seria M. km	q kPa	przed korekcją						po korekcji							
		r=0, 0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	r=0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8
		w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	w ₀	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆
		<i>μm</i>													
348,3	743	115	99	86	73	60	50	43	115,14	99,43	85,14	72,29	60,86	50,86	42,29
348,4	747	120	106	91	77	63	53	43	120,79	105,07	90,43	76,86	64,36	52,93	42,57
348,5	738	140	124	106	89	73	59	49	141,24	122,57	105,14	88,95	74,00	60,29	47,81
348,6	737	124	109	94	78	64	53	44	125,00	108,14	92,57	78,29	65,29	53,57	43,14
348,7	736	162	146	128	108	89	72	59	163,60	144,57	126,07	108,10	90,64	73,71	57,31
348,8	736	156	139	121	101	84	67	54	157,17	137,93	119,43	101,67	84,64	68,36	52,81
348,9	733	112	102	95	82	72	61	52	112,29	102,64	92,79	82,71	72,43	61,93	51,21
349	735	111	96	89	77	64	55	48	110,52	98,29	86,71	75,81	65,57	56,00	47,10
349,1	734	135	120	105	89	73	59	48	135,81	119,50	103,79	88,67	74,14	60,21	46,88
349,2	734	136	118	102	86	70	58	48	136,43	118,00	101,00	85,43	71,29	58,57	47,29
349,3	735	126	111	93	79	65	53	44	126,93	109,43	93,36	78,71	65,50	53,71	43,36
349,4	722	120	105	92	79	67	56	48	120,12	105,21	91,43	78,76	67,21	56,79	47,48
349,5	728	123	108	95	81	67	55	46	123,33	108,21	93,93	80,48	67,86	56,07	45,12
349,6	727	125	111	95	80	66	55	45	126,05	109,64	94,36	80,19	67,14	55,21	44,40
349,7	726	146	124	104	86	70	57	47	146,29	123,79	103,64	85,86	70,43	57,36	46,64
349,8	730	114	100	89	78	65	54	45	113,71	100,93	88,64	76,86	65,57	54,79	44,50
349,9	720	129	114	97	82	67	55	45	129,98	112,71	96,64	81,76	68,07	55,57	44,26
350	729	116	97	83	68	54	44	36	115,90	97,93	81,79	67,48	55,00	44,36	35,55

Tablica 6.8.4. Moduły sprężystości dla przemieszczeń przed i po korekcy w serii M

Seria M	przed korekcją			po korekcy		
	E ₃	E ₂	E ₁	E ₃	E ₂	E ₁
km	MPa			MPa		
348,3	11309,22	27120,30	208,12	16344,64	15688,73	213,85
348,4	31699,24	10276,92	193,68	17085,07	15265,46	198,93
348,5	33241,13	7359,75	165,21	14654,22	12130,81	170,33
348,6	22172,06	12417,46	185,03	15870,46	13658,88	194,61
348,7	28383,95	9115,70	126,68	14596,41	12229,74	134,49
348,8	22461,82	9832,26	138,34	14643,02	11644,22	145,11
348,9	12790,76	120105,76	135,31	25604,13	31329,21	158,44
349	7100,98	139567,58	151,70	19209,33	24288,22	189,61
349,1	19852,42	14429,30	158,44	16951,01	14084,19	165,09
349,2	12420,33	16433,10	173,09	14415,73	12484,74	177,73
349,3	39024,02	6405,64	195,16	15317,33	12926,13	194,17
349,4	12796,49	24973,21	182,44	15931,70	17899,30	185,74
349,5	12657,70	26373,55	175,93	17072,06	16147,66	182,01
349,6	36008,54	8476,92	180,44	15923,58	14235,76	185,57
349,7	13022,66	8860,80	178,81	12285,86	8965,94	180,60
349,8	11116,38	43280,42	182,72	19758,68	20511,22	186,23
349,9	35536,24	7333,47	178,07	15337,78	12891,07	181,11
350	8453,99	25624,27	223,09	15829,96	10901,42	230,70
350,1	17116,36	9759,44	142,37	13197,83	10287,13	148,72
350,2	14056,22	43790,29	196,77	20403,19	26961,93	198,95

Tablica 6.8.4. cd.

Seria M	przed korekcją			po korekcji		
	E ₃	E ₂	E ₁	E ₃	E ₂	E ₁
km	MPa			MPa		
350,3	17134,65	116885,16	200,92	30403,71	51860,28	210,94
350,4	16782,89	9477,97	189,55	13979,39	10153,10	193,85
350,5	52846,10	5057,85	160,97	14562,78	13014,38	160,32
350,6	37672,48	6485,73	142,44	14086,66	12458,30	145,03
350,7	15905,47	26915,63	167,18	18114,41	20258,24	173,81
350,8	12717,26	42761,92	154,96	20407,62	23553,43	156,88
350,9	21834,22	17120,28	171,75	18080,44	18316,62	176,51
351	13251,07	24104,11	193,64	16591,62	15357,69	202,62
351,1	10509,22	92491,25	164,09	21174,33	23956,45	190,29
351,2	39376,37	6034,74	155,18	14470,69	10984,84	160,04
351,3	17965,77	14176,59	141,16	16501,36	11931,69	149,91
351,4	20174,90	16475,26	157,44	15200,87	19507,18	162,00
351,5	34282,30	12648,08	189,38	17391,53	20251,37	194,97
351,6	12951,47	102064,63	182,93	22212,61	41847,40	198,29
351,7	21736,59	14672,31	175,70	17099,04	15931,61	181,78
351,8	53889,23	12230,16	170,88	18835,11	24811,25	177,18
351,9	14175,59	21988,54	143,71	15169,63	16739,76	150,12
352	19462,63	17375,34	149,16	16978,14	16905,41	154,98
352,1	12352,39	27362,10	167,29	16003,96	19822,32	167,99
352,2	15449,98	28456,56	157,33	17366,41	21056,20	163,23

Tablica 6.8.4. cd.

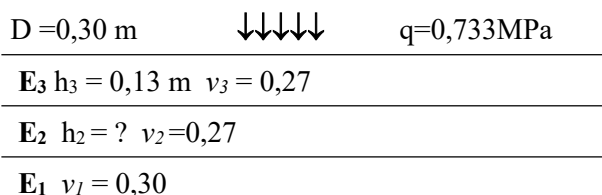
Seria M	przed korekcją			po korekcji		
	E ₃	E ₂	E ₁	E ₃	E ₂	E ₁
km	MPa			MPa		
352,3	38283,91	22227,14	158,92	24114,26	30932,17	163,13
352,4	35194,73	19374,70	159,15	22641,88	24934,35	165,27
352,5	53148,69	6004,42	135,90	14922,73	13091,44	140,35
352,6	44537,03	5261,25	136,73	13051,55	12053,32	138,83
352,7	21224,88	14685,22	170,82	16040,49	17622,35	174,40
352,8	10171,77	15751,07	172,40	12628,54	13047,29	170,29
352,9	16402,04	32376,68	169,25	19820,09	25944,14	169,25
353	74922,30	8682,60	174,34	20338,71	25287,10	169,72
353,1	11972,73	30145,56	152,41	15990,25	17943,26	158,70
353,2	17917,00	48617,07	175,08	22916,08	35734,43	175,87
353,3	28725,41	6339,27	154,40	12346,87	11169,27	157,74

6.9. Próba ustalenia grubości podbudowy w wybranym przekroju

W kilku przekrojach, mimo przeprowadzonej korekcji wyników FWD, otrzymano moduły (tab.6.9) o wielkościach nierealnych dla materiałów tych warstw. Do dalszego poszukiwania przyczyn błędów w modułach przyjęto przekrój poprzeczny drogi w km 348+900 serii M. Wyznaczone wartości modułów sprężystości w tym przekroju były wyraźnie różniące od spodziewanych:

przed korekcją wyników FWD: $E_3=12\ 790,76$ $E_2=120\ 105,76$ $E_1=135,31$ MPa,
po korekcji: $E_3=25\ 604,13$ $E_2=31\ 329,21$ $E_1=158,44$ MPa.

Jak widać z tego przykładu, korekcja zmieniła moduły sprężystości na poprawne tylko częściowo. Po przyjęciu założenia, że powodem błędu mogła być niedokładność w grubości warstwy drugiej h_2 , wykonano obliczenia identyfikacyjne metodą SF-PL przy różnych grubościach tej warstwy oraz przemieszczeń pionowych przed i po korekcji. Otrzymane moduły sprężystości modelu trzywarstwowego (rys. 6.9) o różnych grubościach h_2 przedstawiono w tabelicy 6.9.



Rys. 6.9. Schemat modelu nawierzchni drogowej, badanej FWD w km 348+900, seria M

Do obliczeń identyfikacyjnych przyjmowano przemieszczenia z badań na drodze (przed korekcją $w_0 = 112$, $w_1 = 102$, $w_2 = 95 \ \mu\text{m}$) oraz uzyskane po ich skorygowaniu ($w_0 = 112,29$, $w_1 = 102,64$, $w_2 = 92,79 \ \mu\text{m}$). Otrzymane moduły w obliczeniach odwrotnych metodą SF-PL przedstawiono w tabelicy 6.9.

Tablica 6.9. Moduły sprężystości dla różnych grubości h_2 przekroju 348+900 M

h_2	przed korekcją			Po korekcji		
	$w_0=112, w_1=102, w_2=95 \mu m$			$w_0=112,29, w_1=102,64, w_2=92,79 \mu m$		
	E ₃	E ₂	E ₁	E ₃	E ₂	E ₁
m	MPa			MPa		
0,115	11 966,27	638 130,62	138,77	17 428,96	255 269,72	168,50
0,13	12 054,91	428 556,07	138,26	18 039,03	159 288,76	167,27
0,15	12 221,67	267 394,80	137,45	19 368,26	88 579,74	165,17
0,17	12 459,63	175 674,35	136,48	21 707,64	51 195,91	162,27
0,19	12 791,24	120 093,61	135,31	25 604,13	31 329,21	158,44
0,21	13 246,53	84 739,52	133,91	30 962,58	21 076,31	154,05
0,23	13 865,42	61 385,89	132,21	36 796,93	15 634,17	149,75
0,25	14 699,06	45 509,78	130,18	42 306,24	12 437,25	145,77
0,27	15 806,43	34 498,73	127,76			
0,29	17 239,24	26 776,91	124,92			
0,31	19 010,59	21 343,78	121,73			
0,32	20 008,63	19 264,12	120,04			
0,33	21 064,75	17 517,22	118,30			
0,34	22 162,64	16 046,24	116,55			
0,35	23 285,39	14 802,70	114,79			

Moduły sprężystości warstw drugiej i trzeciej większe od 20 000 MPa zaznaczono czcionką pogrubioną, zaś mniejsze od tej wartości kursywą. Na podstawie uzyskanych modułów można określić, że h_2 jest w zakresie od 0,31 do 0,32 m dla przemieszczeń uzyskanych w FWD. Po korekcji przemieszczeń optymalna grubość h_2 byłaby równa około 0,20 m, chociaż moduły E₂, E₃ nie odpowiadają realnym. Wiercenia w konstrukcji nawierzchni w tym przekroju wykazały, że składa się ona z 5,5 cm betonu asfaltowego warstwy ścieralnej, 7,5 cm betonu asfaltowego warstwy wiążącej, 11,5 cm MMCE, 6 cm pozostałej nawierzchni asfaltowej, pod którą był tłuczeń z dodatkiem bitumu.

Z odwiertu tego wynika, że warstwa górna ma $h_3=13$ cm (5,5 +7,5), podbudowa $h_2=17,5$ cm, co jest bliższe otrzymanemu wynikowi po korekcji przemieszczeń pionowych.

Biorąc to pod uwagę należałoby przyjąć, że błędy spowodowane są mało dokładnymi odczytami przemieszczeń pionowych, rejestrowanymi przez FWD.

6.10. Wyznaczenie grubości warstw za pomocą obliczeń odwrotnych

Przeprowadzona weryfikacja modelu nawierzchni badanej na odcinku doświadczalnym wykazała w niektórych przekrojach wątpliwe wartości otrzymanych modułów sprężystości. Poszukując przyczyny jednego z przekrojów badawczych przyjęto, że powodem tego mogły być inne grubości warstw w wykonaniu niż projektowane. Analizę ustalania grubości warstw, oprócz modułów, przeprowadzono w przekroju drogi w km 350+300 serii L. Założono, że grubości są niewiadome. Wyznaczenie ich wykonano za pomocą metody odwrotnych obliczeń (SF-PL). Poszukiwano je przyjmując, że powinny one spełniać kryterium minimum średnich odchyień kwadratowych przemieszczeń z modelu i przemieszczeń mierzonych FWD. Zakres poszukiwań przyjęto dla odpowiednich zakresów obu grubości warstw.

Dane z badań terenowych były następujące;

- nacisk jednostkowy pod płytą $q=0,759$ MPa,
- średnica płyty w urządzeniu FWD $D=0,30$ m,
- pomierzone przemieszczenia pionowe: $w_0=105$, $w_1=92$, $w_2=83$, $w_3=75$, $w_4=68$, $w_5=60$, $w_6=52$ μm ,
- rozstaw punktów w badaniu FWD co $0,30$ m.

Przyjęto współczynniki Poissona materiału warstw: $\nu_1=0,30$, $\nu_2=0,30$, $\nu_3=0,30$ ze względu na ich temperaturę w czasie badania (10°C).

6.10.1. Wyznaczenie wstępne grubości warstw

Analizę ustalania grubości warstw przeprowadzono dla spodziewanych wielkości h_2 i h_3 . Dla każdej pary liczb – grubości (h_2 i h_3) i przemieszczeń (w_0 , w_1 , w_2) w modelu otrzymywano według metody SF-PL moduły 3 warstw, a następnie obliczano przemieszczenia pionowe w punktach o położeniu jak w FWD. Dla tych wielkości w_i wyznaczano dw – czyli średnie odchylenie kwadratowe pomiędzy przemieszczeniami tego modelu i wielkościami rzeczywistymi $w_0 \div w_6$ z FWD w analizowanym przekroju.

Wstępnie przyjęto, że grubość warstwy górnej h_3 może być w zakresie od $0,10$ do $0,15$ m. Dla każdej z nich przyjmowano takie grubości podbudowy – h_2 , aby wystąpiło minimum średniego odchylenia kwadratowego – dw . Moduły sprężystości wyznaczano dla przemieszczeń w_0 , w_1 , w_2 . Każdej badanej wielkości h_3 odpowiadała więc odpowiednia h_2 i minimalna wielkość dw . Badając dw ustalono wielkość minimalną. Przybliżano w ten sposób obszar poszukiwań pośród wielkości h_2 i h_3 . Początkowo zmiany grubości (dh_2 i dh_3) były równe 1 cm.

Poszukiwania minimalnego dw (spośród minimalnych dw dla różnych h_3) przeprowadzono korzystając z funkcji dwóch zmiennych (6.10.1):

$$z = f(h_2, h_3) \quad (6.10.1)$$

gdzie: $z = dw$.

Wyniki otrzymane w analizie tego etapu przedstawiono w tabelicy 9.1. Zmniejszając stopniowo przedziały zmian wielkości h_2 i h_3 osiągnano coraz to lepsze przybliżenie. W poszczególnych etapach zmniejszano odpowiednio wielkości dh_2 i dh_3 .

Minimum z ($= dw$) poszukiwano z funkcji aproksymującej (6.10.1), którą przyjęto w postaci (6.10.2):

$$z = a_0 + a_1 * x + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 + b_1 * y + b_2 * y^2 + b_3 * y^3 + c_1 * x * y + c_2 * x^2 * y + c_3 * x * y^2 \quad (6.10.2)$$

gdzie: a, b, c - niewiadome wielkości współczynników równania,

x – współrzędna równa grubości warstwy podbudowy, $x = h_2$,

y – współrzędna równa grubości warstwy górnej, $y = h_3$,

z – rzędna funkcji dwóch zmiennych x, y równa dw , czyli $z=dw$.

Wielkości współczynników a_i, b_i, c_i - wyznaczono z aproksymacji zbioru punktów metodą najmniejszych kwadratów.

Aproksymację do funkcji (6.10.2) dokonano opierając się o układ 10 równań (6.10.3 ÷ 6.10.12).

$$0 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^0 + a_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i + a_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 + a_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 + b_1 \sum_{i=1}^{i=n} y_i + b_2 \sum_{i=1}^{i=n} y_i^2 + b_3 \sum_{i=1}^{i=n} y_i^3 + c_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i + c_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i + c_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} z_i \quad (6.10.3)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{i=n} x_i + a_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 + a_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^4 + b_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i + b_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^2 + b_3 + \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^3 + c_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i + c_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i + c_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} x_i z_i \quad (6.10.4)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^4 + a_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^5 + b_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i + b_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^2 + b_3 + \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^3 + c_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i + c_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^4 y_i + c_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 z_i \quad (6.10.5)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 + a_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^4 + a_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^5 + a_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^6 + b_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i + b_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i^2 + b_3 + \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i^3 + c_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^4 y_i + c_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^5 y_i + c_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^4 y_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 z_i \quad (6.10.6)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{i=n} y_i + a_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i + a_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i + a_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i + b_1 \sum_{i=1}^{i=n} y_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^{i=n} y_i^3 + b_3 +$$

$$+ \sum_{i=1}^{i=n} y_i^4 + c_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^2 + c_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^2 + c_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^3 = \sum_{i=1}^{i=n} y_i z_i \quad (6.10.7)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{i=n} y_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^2 + a_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^{i=n} y_i^3 + b_2 \sum_{i=1}^{i=n} y_i^4 + b_3 +$$

$$+ \sum_{i=1}^{i=n} y_i^5 + c_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^3 + c_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^3 + c_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^4 = \sum_{i=1}^{i=n} y_i^2 z_i \quad (6.10.8)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{i=n} y_i^3 + a_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^3 + a_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i^3 + b_1 \sum_{i=1}^{i=n} y_i^4 + b_2 \sum_{i=1}^{i=n} y_i^5 + b_3$$

$$+$$

$$+ \sum_{i=1}^{i=n} y_i^6 + c_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^4 + c_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^4 + c_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^5 = \sum_{i=1}^{i=n} y_i^3 z_i \quad (6.10.9)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i + a_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i + a_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i + a_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^4 y_i + b_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^2 + b_2 +$$

$$+ \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^3 + b_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^4 + c_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^2 + c_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i^2 + c_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^3 =$$

$$= \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i z_i \quad (6.10.10)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i + a_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i + a_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^4 y_i + a_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^5 y_i + b_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^2 + b_2 +$$

$$+ \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^3 + b_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^4 + c_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i^2 + c_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^4 y_i^2 + c_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i^3 =$$

$$= \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i z_i \quad (6.10.11)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i^2 + a_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^4 y_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^3 + b_2 +$$

$$+ \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^4 + b_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^5 + c_1 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^3 + c_2 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^3 y_i^3 + c_3 \sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 y_i^4 =$$

$$= \sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i^2 z_i \quad (6.10.12)$$

Po podstawieniu, obliczonych wielkości **dw** z identyfikacji modelu dla grubości h_2, h_3 , do układu równań (6.10.3 ÷ 6.10.12) i rozwiązaniu otrzymano współczynniki funkcji aproksymującej:

$a_0 = 214,70183\ 19016\ 93055$, $a_1 = -1146,66617\ 53248\ 24050$, $a_2 = 1832,83870\ 55849\ 47320$,
 $a_3 = -737,11651\ 35509\ 72968$,
 $b_1 = -1457,35172\ 10763\ 70040$, $b_2 = 2713,80423\ 01014\ 07030$,
 $b_3 = -1652,24223\ 18184\ 06480$,
 $c_1 = 5883,26428\ 83496\ 74640$, $c_2 = -5867,05197\ 69982\ 44750$, $c_3 = -5524,86472\ 84429\ 40760$.

Przy pomocy równania aproksymacyjnego obliczono wartości z przy danych x , y i wpisano je w kolumnie „ dw_{apr} ” tablicy 6.10.1. Różnicę wielkości dw i dw_{apr} wpisano w tej tablicy pod nazwą „ δ ”.

Tablica 6.10.1. Zestawienie średniego odchylenia kwadratowego dw – w 1 etapie obliczeń oraz po aproksymacji do funkcji (9.2)

i	h ₂		h ₃		dw		dw apr		delta		i	h ₂		h ₃		dw		dw apr		delta	
	m		m		z		μm		dw _{apr} -dw			x		y		z		μm		dw _{apr} -dw	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	0,33	0,100	0,100	0,100	1,18395938	1,18247278	-0,0015	30	0,31	0,13	1,02917337	1,04297483	0,0138								
2	0,34	0,100	0,93438362	0,91381204	-0,0206	31	0,32	0,13	0,85334364	0,83822693	-0,0151										
3	0,35	0,100	0,73185263	0,74400624	0,0122	32	0,33	0,13	0,71514739	0,70597704	-0,0092										
4	0,36	0,100	0,63102961	0,66863267	0,0376	33	0,34	0,13	0,63660373	0,64180248	0,0052										
5	0,37	0,100	0,66598014	0,68326864	0,0173	34	0,35	0,13	0,63534787	0,64128054	0,0059										
6	0,38	0,100	0,80273300	0,78349144	-0,0192	35	0,36	0,13	0,70675011	0,69998852	-0,0068										
7	0,39	0,100	0,98715746	0,96487837	-0,0223	36	0,37	0,13	0,82782220	0,81350372	-0,0143										
8	0,33	0,110	0,97452590	0,95787356	-0,0167	37	0,38	0,13	0,97660575	0,97740344	0,0008										
9	0,34	0,110	0,78108748	0,76842462	-0,0127	38	0,3	0,14	1,05034705	1,06892681	0,0186										
10	0,35	0,110	0,65491532	0,66609650	0,0112	39	0,31	0,14	0,88218087	0,86852310	-0,0137										
11	0,36	0,110	0,63087606	0,64646651	0,0156	40	0,32	0,14	0,74405729	0,73330601	-0,0108										
12	0,37	0,110	0,70918953	0,70511195	-0,0041	41	0,33	0,14	0,65318058	0,65885283	0,0057										
13	0,38	0,110	0,85310749	0,83761012	-0,0155	42	0,34	0,14	0,62688754	0,64074086	0,0139										
14	0,39	0,110	1,02838101	1,03953832	0,0112	43	0,35	0,14	0,66891469	0,67454742	0,0056										
15	0,32	0,120	1,00466403	1,00344245	-0,0012	44	0,36	0,14	0,76449296	0,75584979	-0,0086										
16	0,33	0,120	0,82044672	0,80234614	-0,0181	45	0,37	0,14	0,89352376	0,88022528	-0,0133										
17	0,34	0,120	0,68506954	0,68105925	-0,0040	46	0,38	0,14	1,04105666	1,04325118	0,0022										
18	0,35	0,120	0,62675837	0,63515908	0,0084	47	0,29	0,15	1,06949404	1,07375453	0,0043										
19	0,36	0,120	0,65940794	0,66022294	0,0008	48	0,3	0,15	0,90850462	0,88569079	-0,0228										

Średnia wielkość dw była równa $dw_{\bar{s}} = 0,820\ 678\ 963\ \mu m$. Średnie odchylenie kwadratowe wielkości „delta”, obliczono według wzoru (6.10.13):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (dw_{apr} - dw)^2}{n}} \quad (6.10.13)$$

Wielkość ta była równa $\sigma = 0,014939005\ \mu m$.

Współczynnik zmienności – v odchylen δ , obliczony według (6.10.14) był równy 1,820 673 963 %.

$$v = \frac{\sigma}{dw_{\bar{er}}} \quad (6.10.14)$$

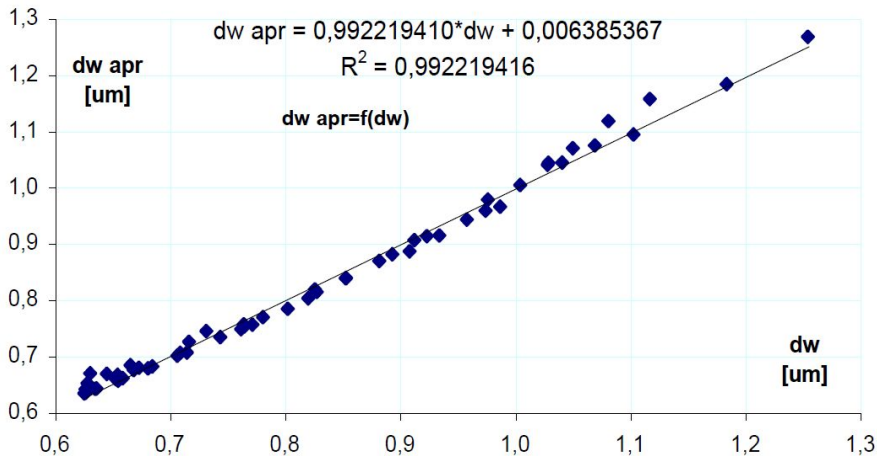
Zależność dw_{apr} od dw przedstawiona została na rys.6.10.1 według korelacji liniowej. Równanie funkcji liniowej i wartość współczynnika korelacji zamieszczono na tym rysunku. Korelacja do wielomianu drugiego stopnia wyrażała się następująco:

$$dw_{apr} = 0,345\ 569\ 819 \cdot (dw)^2 + 0,389\ 235\ 706 \cdot dw + 0,258\ 590\ 575.$$

Współczynnik tej korelacji był równy: $R^2 = 0,995\ 360\ 366$. Krzywa regresji, wyrażona wielomianem drugiego stopnia dokładniej koreluje wielkości dw i dw_{apr} . Wartość współczynnika korelacji wskazuje na dobre odwzorowanie zależności $dw=f(h_2, h_3)$ w postaci funkcji (6.10.2).

Współrzędne x, y punktu o minimalnej rzędnej – z wyznaczono z warunku koniecznego funkcji (6.10.2), odpowiadającego zerowym wartościom pierwszych pochodnych cząstkowych [54]:

$$f_x = \frac{dz}{dx} = 0 \text{ i } f_y = \frac{dz}{dy} = 0. \quad (6.10.15)$$



Rys.6.10.1. Korelacja liniowa pomiędzy dw_{apr} i dw (w 1 etapie) dla danych w tabelicy 6.10.1.

Z równania (9.2) funkcji $z=f(x,y)$ otrzymano:

$$f_x = a_1 + 2*a_2*x + 3*a_3*x^2 + c_1*y + 2*c_2*x*y + c_3*y^2 = 0 \quad (6.10.16)$$

$$f_y = b_1 + 2*b_2*y + 3*b_3*y^2 + c_1*x + c_2*x^2 + 2*c_3*x*y = 0. \quad (6.10.17)$$

Rozwiązanie uzyskano w metodzie iteracyjnej, korzystając z dwóch równań (6.10.18, 6.10.19), które otrzymano po uprzednim przekształceniu równań (6.10.16, 6.10.17):

$$x^2 * (3 * a_3) + x * (2 * a_2 + 2 * c_2 * y) + (a_1 + c_1 * y + c_3 * y^2) = 0 \quad (6.10.18)$$

$$y^2 * (3 * b_3) + y * (2 * b_2 + 2 * c_3 * x) + (b_1 + c_1 * x + c_2 * x^2) = 0. \quad (6.10.19)$$

Równania powyższe (6.10.18, 6.10.19) są dwumianami kwadratowymi, które mają po 2 pierwiastki w rozwiązaniu. Rozwiązywanie zostało dokonane metodą iteracji. Początkowo do równania (6.10.19) wstawiono wartość x z badanego zakresu grubości h_2 . Z otrzymanych dwóch pierwiastków y przyjmowano ten, którego wielkość znalazła się w badanym zakresie grubości h_3 . Po wstawieniu tego y do równania (6.10.18) otrzymano dwa pierwiastki x . Odrzucono ten, który był poza badanym zakresem a pozostawiono drugi jako nową wartość x . Powtarzano tę czynność dotąd, aż różnice pomiędzy kolejnymi wartościami x oraz y były mniejsze od założonej dokładności.

W tym etapie obliczeń otrzymano wartości współrzędnych:

$$x_0 = 0,347\ 795\ 607\ 328\ \text{m.},$$

$$y_0 = 0,125\ 719\ 810\ 724\ \text{m.},$$

a rzędna minimalna tej funkcji aproksymacyjnej była równa $z_0 = 0.633\ 183\ 035\ 766$.

Potwierdzenie występowania minimum uzyskano w warunku wystarczającym (6.10.20, 6.10.21):

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_{xy}(x_0, y_0) & f_{xx}(x_0, y_0) \\ f_{yy}(x_0, y_0) & f_{xy}(x_0, y_0) \end{vmatrix} < 0, \quad (6.10.20)$$

$$\text{oraz } f_{xx}(x_0, y_0) \geq 0, \quad f_{yy}(x_0, y_0) \geq 0. \quad (6.10.21)$$

Drugie pochodne aproksymującej funkcji $f(x,y)$ były w postaci:

$$f_{xx} = 2*a_2 + 6*a_3*x + 2*c_2*y$$

$$f_{yy} = 2*b_2 + 6*b_3*y + 2*c_3*x \quad (6.10.22)$$

$$f_{xy} = c_1 + 2*c_2*x + 2*c_3*y$$

W tym etapie obliczeń uzyskano wartości pochodnych w punkcie o współrzędnych x_0, y_0 :

$$f_x = 2.751\ 965\ 322 * 10^{-14} \approx 0 \quad f_y = -1.778\ 299\ 730 * 10^{-12} \approx 0$$

$$f_{xx} = 652.272\ 770\ 048\ 829 > 0, \quad f_{xy} = 413.024\ 581\ 353\ 062, \quad f_{yy} = 338.243\ 609\ 012\ 882 > 0.$$

Wartość wyznacznika drugich pochodnych ($\Delta = -50\,037,791\,000\,274\,090$) była mniejsza od zera. Wartości te zgodnie z (6.10.20, 6.10.21) potwierdziły istnienie **minimum funkcji aproksymującej** w wyznaczonym punkcie x_0, y_0 .

6.10.2. Wyznaczenie grubości warstw

W następnych etapach wyznaczanie minimum pozwalało na coraz to dokładniejsze przybliżanie poszukiwanych grubości warstw nawierzchni zastępowanej modelem trzywarstwowym. Wartości te były traktowane jako wyznaczone wstępnie, w następnych etapach podział zmiennych x i y był o coraz to mniejszym skoku. W etapie końcowym zmiany grubości warstwy podbudowy:

- h_2 były w zakresie od 0,124 4888 do 0,124 4926 m.,
- a warstwy nawierzchni - h_3 od 0,348 576 do 0,348 578 m.

Dla ułatwienia obliczeń zastosowano transformację układu stosując zapisywanie w tablicy 9.2. tylko części zmieniającej się.

W etapie końcowym przyjęto wartości podstawowe równe:

$$h_2 = 0,348\,570\text{ m.}, h_3 = 0,124\,490\text{ m.}, dw = 0,625\,898\,400\ \mu\text{m}.$$

Średnie odchylenie kwadratowe – dw wyznaczone w obliczeniach odwrotnych zmieniało się od 0,625 898 4027 do 0,625 898 4031 μm .

Wielkości zmian grubości warstw i średniego odchylenia kwadratowego przemieszczeń pionowych uwzględnianych w obliczeniach względem podstawowych były następujące:

- h_2 od -1,2 do +2,6 μm ,
- h_3 od 6 do 8 μm
- dw od 2,7 do 3,1 $\cdot 10^{-9}$ μm .

Wyniki badania w etapie końcowym przedstawiono w tablicy 6.10.2.

Tablica 6.10.2. Zestawienie **dw** – średnich odchylen kwadratowych i aproksymowanych dla etapu końcowego wyznaczenia grubości warstw

i	h ₂		h ₃		dw		dw _{apr}		delta dw-dw _{apr}		i		h ₂		h ₃		dw		dw _{apr}		delta dw-dw _{apr}	
	x	y	x	y	x	z	x	y	x	z	x	y	x	y	x	z	x	y	x	z	x	y
	[μm]		[μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[μm]		[μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[*10 ⁻⁹ μm]	
1	6,0	1,6	2,936	2,937	0,001	41	6,3	1,7	2,869	2,870	0,001	81	6,7	0,5	2,936	2,930	-0,006					
2	6,0	1,7	2,919	2,917	-0,002	42	6,3	1,8	2,871	2,870	-0,001	82	6,7	0,6	2,916	2,912	-0,004					
3	6,0	1,8	2,902	2,902	0,000	43	6,3	1,9	2,873	2,874	0,001	83	6,7	0,7	2,899	2,896	-0,003					
4	6,0	1,9	2,889	2,889	0,000	44	6,3	2,0	2,880	2,881	0,001	84	6,7	0,8	2,886	2,884	-0,002					
5	6,0	2,0	2,881	2,880	-0,001	45	6,3	2,1	2,892	2,891	-0,001	85	6,7	0,9	2,876	2,876	0,000					
6	6,0	2,1	2,872	2,874	0,002	46	6,3	2,2	2,906	2,905	-0,001	86	6,7	1,0	2,872	2,871	-0,001					
7	6,0	2,2	2,870	2,872	0,002	47	6,4	1,0	2,927	2,927	0,000	87	6,7	1,1	2,869	2,869	0,000					
8	6,0	2,3	2,873	2,872	-0,001	48	6,4	1,1	2,908	2,909	0,001	88	6,7	1,2	2,869	2,870	0,001					
9	6,0	2,4	2,878	2,877	-0,001	49	6,4	1,2	2,895	2,894	-0,001	89	6,7	1,3	2,874	2,875	0,001					
10	6,0	2,5	2,886	2,884	-0,002	50	6,4	1,3	2,882	2,883	0,001	90	6,7	1,4	2,882	2,883	0,001					
11	6,0	2,6	2,891	2,895	0,004	51	6,4	1,4	2,875	2,875	0,000	91	6,8	0,2	2,958	2,962	0,004					
12	6,1	1,4	2,944	2,945	0,001	52	6,4	1,5	2,869	2,871	0,002	92	6,8	0,3	2,938	2,939	0,001					
13	6,1	1,5	2,926	2,924	-0,002	53	6,4	1,6	2,872	2,869	-0,003	93	6,8	0,4	2,920	2,919	-0,001					
14	6,1	1,6	2,905	2,907	0,002	54	6,4	1,7	2,872	2,872	0,000	94	6,8	0,5	2,904	2,902	-0,002					
15	6,1	1,7	2,894	2,893	-0,001	55	6,4	1,8	2,878	2,877	-0,001	95	6,8	0,6	2,889	2,889	0,000					
16	6,1	1,8	2,882	2,882	0,000	56	6,4	1,9	2,885	2,886	0,001	96	6,8	0,7	2,881	2,879	-0,002					
17	6,1	1,9	2,876	2,875	-0,001	57	6,4	2,0	2,900	2,898	-0,002	97	6,8	0,8	2,873	2,872	-0,001					
18	6,1	2,0	2,871	2,871	0,000	58	6,5	0,9	2,915	2,915	0,000	98	6,8	0,9	2,870	2,869	-0,001					
19	6,1	2,1	2,872	2,871	-0,001	59	6,5	1,0	2,897	2,899	0,002	99	6,8	1,0	2,870	2,869	-0,001					

Tablica 6.10.2. cd.

i	h ₂		h ₃		dw		dw _{apr}		delta dw-dw _{apr}		i		h ₂		h ₃		dw		dw _{apr}		delta dw-dw _{apr}	
	x	y	x	y	z	z	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	z	z	x	y	x	y
	[μm]		[μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[μm]		[μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[*10 ⁻⁹ μm]		[*10 ⁻⁹ μm]	
20	6,1	2,2	2,873	2,874	0,001	60	6,5	1,1	2,883	2,887	0,004	100	6,8	1,1	2,874	2,873	-0,001					
21	6,1	2,3	2,879	2,880	0,001	61	6,5	1,2	2,876	2,878	0,002	101	6,8	1,2	2,880	2,880	0,000					
22	6,1	2,4	2,891	2,890	-0,001	62	6,5	1,3	2,872	2,872	0,000	102	6,8	1,3	2,891	2,890	-0,001					
23	6,2	1,2	2,952	2,953	0,001	63	6,5	1,4	2,868	2,869	0,001	103	6,9	0,5	2,884	2,882	-0,002					
24	6,2	1,3	2,932	2,931	-0,001	64	6,5	1,5	2,869	2,870	0,001	104	6,9	0,6	2,876	2,875	-0,001					
25	6,2	1,4	2,912	2,913	0,001	65	6,5	1,6	2,876	2,874	-0,002	105	6,9	0,7	2,871	2,870	-0,001					
26	6,2	1,5	2,899	2,898	-0,001	66	6,5	1,7	2,883	2,882	-0,001	106	6,9	0,8	2,868	2,869	0,001					
27	6,2	1,6	2,885	2,886	0,001	67	6,6	0,6	2,943	2,943	0,000	107	6,9	0,9	2,873	2,871	-0,002					
28	6,2	1,7	2,879	2,877	-0,002	68	6,6	0,7	2,922	2,922	0,000	108	6,9	1,0	2,876	2,877	0,001					
29	6,2	1,8	2,874	2,872	-0,002	69	6,6	0,8	2,903	2,905	0,002	109	6,9	1,1	2,884	2,885	0,001					
30	6,2	1,9	2,872	2,870	-0,002	70	6,6	0,9	2,887	2,891	0,004	110	6,9	1,2	2,897	2,898	0,001					
31	6,2	2,0	2,874	2,872	-0,002	71	6,6	1,0	2,880	2,881	0,001	111	7,0	0,4	2,878	2,878	0,000					
32	6,2	2,1	2,878	2,877	-0,001	72	6,6	1,1	2,871	2,873	0,002	112	7,0	0,5	2,872	2,872	0,000					
33	6,2	2,2	2,884	2,885	0,001	73	6,6	1,2	2,866	2,870	0,004	113	7,0	0,6	2,871	2,869	-0,002					
34	6,3	1,0	2,963	2,962	-0,001	74	6,6	1,3	2,865	2,869	0,004	114	7,0	0,7	2,871	2,870	-0,001					
35	6,3	1,1	2,938	2,939	0,001	75	6,6	1,4	2,873	2,872	-0,001	115	7,0	0,8	2,875	2,874	-0,001					
36	6,3	1,2	2,920	2,919	-0,001	76	6,6	1,5	2,874	2,878	0,004	116	7,0	0,9	2,878	2,882	0,004					
37	6,3	1,3	2,901	2,903	0,002	77	6,6	1,6	2,888	2,888	0,000	117	7,0	1,0	2,894	2,893	-0,001					
38	6,3	1,4	2,889	2,890	0,001	78	6,7	0,2	3,006	3,006	0,000	118	7,0	1,1	2,907	2,907	0,000					
39	6,3	1,5	2,880	2,880	0,000	79	6,7	0,3	2,978	2,977	-0,001	119	7,0	1,2	2,925	2,925	0,000					

Po podstawieniu wielkości x, y oraz z zawartych w tablicy 6.10.2 do układu równań (6.10.3 ÷ 6.10.12) i rozwiązaniu otrzymano postać funkcji aproksymującej (6.10.2) o współczynnikach:

$$\begin{aligned} a_0 &= 23,736\ 179\ 834\ 118\ 495 & b_2 &= 0,118\ 419\ 303\ 729\ 341 \\ a_1 &= -5,254\ 595\ 362\ 478\ 098 & b_3 &= 0,001\ 262\ 527\ 717\ 370 \\ a_2 &= 0,275\ 275\ 060\ 889\ 447 & c_1 &= 0,361\ 821\ 797\ 555\ 467 \\ a_3 &= 0,007\ 265\ 849\ 841\ 707 & c_2 &= 0,012\ 040\ 796\ 677\ 563 \\ b_1 &= -3,332\ 401\ 084\ 368\ 459 & c_3 &= 0,006\ 838\ 959\ 200\ 890. \end{aligned}$$

Pomiędzy wielkościami dw i dw_{apr} obliczono korelację do funkcji liniowej, której postać zapisu i wartość współczynnika korelacji zamieszczono na rysunku 9.2.

Korelację do wielomianu kwadratowego zależności dw_{apr} i dw zapisano w postaci funkcji:

$$dw_{apr} = 0,048\ 332\ 497 * (dw)^2 + 0,715\ 030\ 740 * dw + 1,419\ 901\ 003.$$

Współczynnik korelacji pomiędzy tymi wielkościami był równy $R^2 = 0,996\ 728\ 841$. Wielkości współczynników korelacji wskazują dobre aproksymowanie przyjętą funkcją.

Obliczona średnia wartość dw w zakresie badanych zmian grubości ze 187 punktów (tab.6.10.2) była równa

$$dw_{sr} = 2,895\ 283\ 422 * 10^{-9} \mu m .$$

Średnie odchylenie kwadratowe wielkości „delta” (tab.9.2) było równe:

$$\sigma = 0,001590\ 412 * 10^{-9} \mu m ,$$

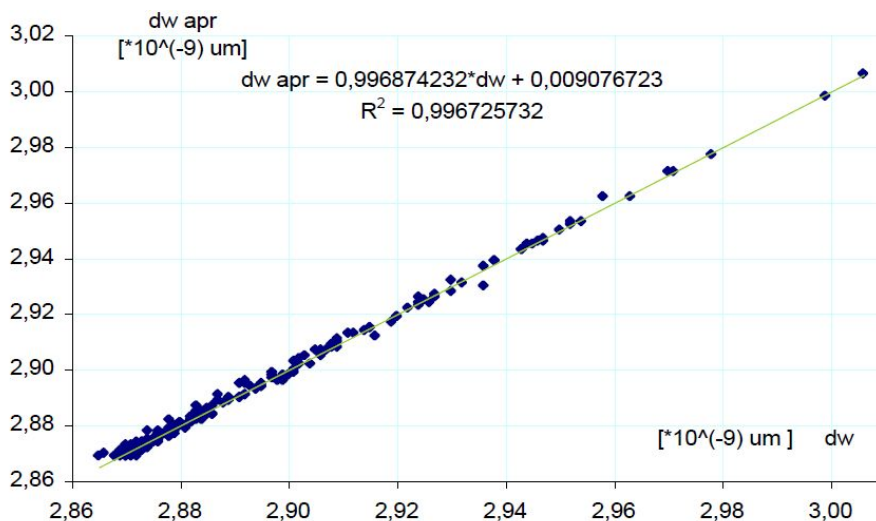
a współczynnik zmienności:

$$v = 0,054\ 931\% .$$

Rozwiązanie funkcji (6.10.2) oparte na iteracji wykazało, że punkt o minimalnej rzędnej z miał wartości współrzędnych:

$$x_0 = 6,790\ 006\ 291\ 488 \mu m , y_0 = 0,961\ 435\ 517\ 162 \mu m ,$$

$$a \text{ odpowiednia im rzędna } z = 2,868\ 704\ 428\ 498 * 10^{-9} \mu m .$$



Rys. 6.10.2. Korelacja pomiędzy wartościami dw_{apr} i dw etapu końcowego dla aproksymacji według funkcji (6.10.2)

Wartości pochodnych w końcowym etapie poszukiwania (tab.6.10.2) minimum funkcji $z = f(x,y)$ były w tym punkcie równe:

$$f'_x = -1.39612967860843 \cdot 10^{-15} \approx 0$$

$$f'_y = 1.02917891223187 \cdot 10^{-15} \approx 0$$

$$f''_{xx} = 0.869714017770 > 0$$

$$f''_{xy} = 0.538486404498 > 0$$

$$f''_{yy} = 0.336994793395 > 0$$

$$\text{wyznacznik} = -0.003121487901 < 0$$

Ponieważ pierwsze pochodne cząstkowe były praktycznie bliskie zeru, a drugie dodatnie (f''_{xx} , f''_{yy}) oraz wyznacznik drugich pochodnych był ujemny, potwierdziło to **minimum** funkcji $z = f(x,y)$ w punkcie o wyznaczonych współrzędnych x_0 , y_0 .

Po uwzględnieniu wartości podstawowych x , y i badaniach FWD w serii **L** otrzymano grubości warstw konstrukcji nawierzchni w km 350+300:

$$h_2 = 0,348\ 570 + 6,790\ 006\ 291 \cdot 10^{-6} = 0,348\ 576\ 790\ 006\ 291\ \text{m},$$

$$h_3 = 0,124\ 490 + 0,961\ 435\ 517 \cdot 10^{-6} = 0,124\ 490\ 961\ 435\ 517\ \text{m}.$$

Minimalna wartość średniego kwadratowego odchylenia przemieszczeń pionowych modelu poszukiwanego i badanego na nawierzchni rzeczywistej była równa (w oparciu o funkcję aproksymującą):

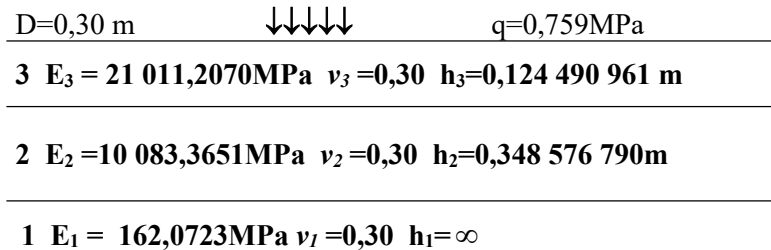
$$dw = 0,625\ 898\ 400 + 2,868\ 704\ 428 \cdot 10^{-9} = 0,625\ 898\ 402\ 868\ 704\ \mu\text{m}.$$

Po zaokrągleniu (do 6 cyfr po przecinku) wartości h_2 i h_3 były równe:
 $h_2 = 0,348\ 577\ \text{m}$, $h_3 = 0,124\ 491\ \text{m}$.

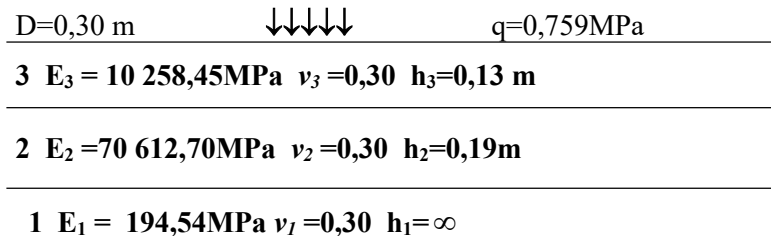
Na podstawie obliczeń grubość warstwy nawierzchni była w tym przekroju drogi zbliżona do zakładanej (13 cm), natomiast warstwa podbudowy mocno zmieniona (zamiast 19 cm). Tak duża grubość podbudowy może wskazywać na połączenie poprzedniej konstrukcji z wykonaną podbudową o zbliżonych parametrach (modułach sprężystości). Wyniki te mogą być obarczone błędem, wynikającym z dokładności pomiaru przemieszczeń lub połączenia z podbudową pozostających materiałów poprzedniej konstrukcji podczas przebudowy.

6.10.3. Wyznaczenie modułów sprężystości w analizowanym przekroju

Na podstawie wielkości otrzymanych z badań w km 350+300 serii L oraz analizy grubości wykonano identyfikację modelu nawierzchni. Analizę obliczeń przeprowadzono metodą SF-PL w oparciu o uwzględniane trzy punkty przemieszczeń w_0 , w_1 , w_2 . Otrzymane wielkości modułów poszukiwanego modelu przedstawiono na rysunku 6.10.3.



Rys.6.10.3. Schemat modelu nawierzchni po przeanalizowaniu grubości warstw



Rys.6.10.4. Schemat modelu nawierzchni po przyjęciu grubości warstw według projektu

Moduły sprężystości otrzymane z identyfikacji modelu trzywarstwowego, dla grubości zgodnych z projektem przebudowy drogi, były nierealne (rys.6.10.4) dla materiału warstwy podbudowy. Można określić, że wartość ta (70 612,70 MPa) była kilkakrotnie większa od podawanej w literaturze [119, 210]. Po zmianie grubości, do wielkości otrzymanych w analizie, za możliwy można przyjąć moduł podłoża i warstwy podbudowy, a nieco większy warstwy górnej od wartości przewidywanych. Niezgodność w wartości modułu, w tym przypadku, zdaniem autora, można usunąć po uściśleniu wyników przemieszczeń pionowych dysponując większą dokładnością w pomiarach FWD.

7. Podsumowanie badań identyfikacyjnych

Podstawowe badania identyfikacyjne, przeprowadzone na modelach, miały na celu potwierdzenie zgodności modelu przyjmowanego jako rzeczywistego z modelem otrzymanym w wyniku obliczeń odwrotnych. Stosowanie identyfikacji opartej o badania FWD służyło do rozpoznania nośności na konstrukcji nawierzchni drogowej istniejącej albo nowej (także wzmocnionej dodatkowymi warstwami).

W obliczeniach odwrotnych stosowano rozwiązanie własne, teoretyczne modelu wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej oparte na funkcji naprężeń. W modelach jedno-, dwu- i trzywarstwowych zostały wyznaczone funkcje przemieszczeń pionowych. W modelach tych uwzględniono różne warianty współpracy warstw sąsiednich. W identyfikacji modeli dwu- i trzywarstwowych obliczano przemieszczenia pionowe korzystając z funkcji podcałkowej bez rozwiązywania układu równań, wynikających z warunków brzegowych. Przemieszczenia wyznaczano numerycznie przy pomocy całkowania metodą Simpsona.

Przemieszczenia pionowe modeli o 4 i większej liczbie warstw były obliczane w całkowaniu numerycznym z rozwiązywaniem układu równań obejmujących warunki brzegowe. Dokładność w wyznaczaniu przemieszczeń pionowych uzyskano po analizie wartości całki reszty przedziału całkowania pomijanej w trakcie obliczeń. Liczba kroków i wielkość zmiany parametru całkowania, potrzebnych w całkowaniu numerycznym, przyjmowano w czterech przedziałach celem zapewnienia zakładanej dokładności tych przemieszczeń.

Spostrzeżenia związane z identyfikacją modelu nawierzchni drogowej:

1. Przemieszczenia pionowe powinny być malejące w kierunku osi poziomej r , od środka płyty na zewnątrz, nie powinny się powtarzać.
2. Zmiany sztywności kolejnych warstw w kierunku pionowym nie są istotne.
3. Metoda SF-PL w identyfikacji jest szybsza od metody „minimum” ze względu na sposób rozwiązania (stosowane są w niej ilorazy modułów) i liczba punktów czaszy przemieszczeń. W metodzie autora liczba punktów przemieszczeń pionowych potrzebnych w identyfikacji jest równa liczbie warstw rozpoznanej wstępnie nawierzchni. Wszystkie punkty czaszy potrzebne są tylko do obliczenia średniego odchylenia kwadratowego, czyli w ostatnim kroku iteracji wyznaczania przemieszczeń pionowych modelu n -warstwowego.
4. Model w obliczeniach odwrotnych powinien być zgodny z rzeczywistym co do liczby warstw, ich grubości, rodzaju współpracy warstw sąsiednich, współczynników Poissona, parametrów obciążenia.
5. Obliczane przemieszczenia pionowe powinny mieć odpowiednią dokładność w porównaniu do zakładanej dokładności modułów.

6. Współpraca warstw sąsiednich lub jej brak może być uwzględniona w obliczeniach identyfikacyjnych poprzez przyjmowanie do tego odpowiedniego modelu.
7. Mniej dokładne jest wyznaczanie modułów w modelu o małej grubości warstw (w stosunku do innych, sąsiednich). Występujące w modelu warstwy cienkie dla poprawnej identyfikacji wymagają pomiarów FWD o dużo większej dokładności.
8. Liczba kroków obliczeń w metodzie *SF-PL* była równa około:
30–40 modelu dwuwarstwowym,
800 – 1500 w modelu trzywarstwowym,
30 tys. – w czterowarstwowym.
Liczba kroków obliczeń wynikała z liczby wskaźników wykorzystywanych w porównaniu modelu badanego i aktualnego w trakcie obliczeń. Liczba wskaźników była mniejsza o jeden od liczby warstw. Wskaźnikami były ilorazy przemieszczeń pionowych punktów dalszych i punktu centralnego (np. w_1/w_0 , w_2/w_0 , w_3/w_0 ...). W trakcie obliczeń identyfikacyjnych nie występowały moduły poszukiwane lecz ilorazy modułów warstw (niżej położonych niż warstwa górna) i modułu warstwy górnej. Moduły w modelu otrzymywanym, ustalone były dopiero na końcu identyfikacji.
9. W metodzie *SF-PL* obliczenia identyfikacyjne mogą być prowadzone także dla zbioru punktów, których najbliższy centrum obciążenia nie musi być w nim (np. w_3 , w_5, w_6 , wskaźnikami są wtedy wielkości w_5/w_3 , w_6/w_3).
10. Identyfikacja modelu może być dokonywana także na pomiarach statycznych przemieszczeń pionowych; otrzymane wtedy moduły będą o charakterze statycznym.
11. Dokładność wyznaczania modułów zależy od dokładności w modelach rzeczywistym i obliczanym: przemieszczeń pionowych, obciążenia, grubości warstw, poprawności przyjętego modelu, właściwej współpracy warstw sąsiednich, współczynników Poissona.
12. Uproszczenia modelu polegające na łączeniu warstw sąsiednich prowadzą do małych błędów w przypadku zbliżonych modułów tych warstw, a większych przy ich dużym zróżnicowaniu.
13. Unikać należy łączenia warstw sąsiednich w jedną w przypadku braku współpracy (gdy jest brak „przenoszenia” naprężeń ścinających i przemieszczeń poziomych).
14. Modele o większej liczbie warstw niż 3 mogą być identyfikowane w mniejszej liczbie kroków przy odpowiednim sterowaniu i dokonywaniu obliczeń własnych przy przerywanych obliczeniach odwrotnych.

Wnioski

Badania i obliczenia odwrotne związane z istniejącą konstrukcją nawierzchni drogowej pozwoliły zauważyć że:

1. Rozpoznanie konstrukcji nawierzchni do badań ugięciomierzem FWD wymaga dokładnego pomiaru grubości poszczególnych warstw (poprzez stosowanie odwiertów, penetroradaru lub innej metody).
2. Współczynniki Poissona materiałów warstw mogą być ustalone na podstawie danych w literaturze albo próbkach z odwiertu, po rozpoznaniu materiału lub badaniach laboratoryjnych. Ustalanie współczynnika Poissona materiałów zawierających asfalt (bitum) powinno uwzględniać temperaturę podczas badania FWD. Współczynnik Poissona ma najmniejszy wpływ na zmiany w otrzymywanych modułach w identyfikacji.
3. Moduły podłoża drogowego wyznaczone w badaniach identyfikacyjnych są przeważnie poprawne, ich wartość jest bliska rzeczywistym. Moduły podłoża są najmniej wrażliwe na różnego rodzaju błędy związane z pomiarami FWD oraz dodatkowymi.
4. Większa część modułów warstw o skończonej grubości jest poprawnie rozpoznawana w identyfikacji metodą SF-PL przy wykorzystaniu dynamicznych badań FWD. Badania te wykonywane w temperaturze poniżej 10° C dawały w identyfikacji więcej nierealnych modułów podbudowy i nawierzchni. Większa sztywność warstw w tej temperaturze mogła być tego przyczyną.
5. Otrzymywane moduły w obliczeniach odwrotnych mogą być wykorzystywane w projektowaniu nawierzchni (metodą mechanistyczną) dróg kołowych. Wielkości modułów powinny być korygowane współczynnikiem poprawkowym w przypadku temperatury innej niż uwzględnianej w metodzie mechanistycznej.
6. Identyfikacja modelu pozwala na badanie zmienności nośności konstrukcji w ciągu roku oraz badanie modułów warstw w różnych temperaturach.
7. Dynamiczne moduły sprężystości materiałów wyznaczone w aparacie NAT różnią się od modułów otrzymanych z badań FWD ze względu na ich inny czas obciążenia. Wartości modułów w aparacie NAT są niższe niż z obliczeń odwrotnych ze względu na czas obciążenia (krótszy w FWD).
8. Dokładność rozpoznania konstrukcji w identyfikacji oceniana jest zgodnością modułów modeli rzeczywistego i otrzymanego. Średni błąd kwadratowy w przemieszczeniach pionowych modelu rzeczywistego i otrzymanego jest jedynie wskaźnikiem przy niektórych weryfikacjach konstrukcji nawierzchni (np. wyznaczanie grubości warstw poprzez obliczenia odwrotne).
9. Otrzymane moduły sprężystości w badaniu identyfikacyjnym wymagają akceptacji przy wartościach realnych lub odrzucenia przy odbiegających od charakterystycznych. Wartości nierealne modułów są najczęściej postrzegane jako większe od możliwych.

10. Pomiary FWD nie zapewniające realnych modułów wymagają dodatkowej analizy w postaci korekcji przemieszczeń do funkcji wielomianu 2 stopnia, wykonania odwiertu i uwzględnienia rzeczywistych grubości warstw.
11. Przy braku lub wątpliwej grubości warstw, może być stosowane poszukiwanie identyfikacyjne modułów łącznie z grubością warstw. Wyznaczanie grubości warstw konstrukcji w badaniach identyfikacyjnych jest możliwe lecz skomplikowane.
12. Możliwe jest też takie poszukiwanie wielkości przemieszczeń (zbliżonych do mierzonych FWD) aby uzyskane w identyfikacji moduły poszczególnych warstw były podobnie niezależnie od uwzględnianych tak otrzymanych przemieszczeń.
13. Niewielka część modułów otrzymanych z identyfikacji jest mało realna, których przyczyną tej niedokładności mogą być błędy w pomiarach FWD.
14. W celu uzyskania dobrej dokładności pomiarów wskazane jest unikanie pomiaru (zrzucania ciężarka i rejestracja drgań nawierzchni tym wywołanych) w czasie przejazdu innych pojazdów obok urządzenia, szczególnie ciężkich, wywołujących odczuwalne drgania nawierzchni.
15. Należy unikać wykonywania pomiarów FWD bezpośrednio na nawierzchniach brukowych, tłuczniowych. Warstwy brukowe występujące poniżej warstwy górnej nie są przeciwwskazaniem.

Rozpoznanie konstrukcji nawierzchni drogowych wymaga określenia wielu parametrów charakteryzujących poszczególne warstwy. Projektowanie nowych konstrukcji wymaga ustalania potrzebnych grubości i modułów sprężystości warstw celem zapewnienia potrzebnej trwałości przy znanym bądź właściwie prognozowanym ruchu.

Parametry materiałów (grubość, moduł sztywności) są często związane z technologią i według niej powinien być dobierany skład oraz ich kontrola w czasie wbudowywania. Projektowanie obejmuje obecnie nie tylko stosowanie typowych konstrukcji, ale stwarza możliwość innowacyjnego ustalania konstrukcji w określonych warunkach terenowych i ekonomicznych.

Dalsze badania oparte o identyfikację metodą autora powinny dotyczyć:

1. Sprawdzania zgodności degradacji materiału w warstwach z przewidywaniami po zaprojektowaniu konstrukcji metodą mechanistyczną.
2. Opracowania sposobów rozpoznawania konstrukcji nawierzchni podczas ekspertyzy.
3. Prognozowanie zachowania się konstrukcji przy wzroście ruchu lub zmianie obciążeń pojazdów.
4. Rozpoznawanie parametrów dynamicznych nowych materiałów nawierzchni dróg kołowych.

8. Literatura

- [1] *AASHO Interim Guide for the Design of Flexible Pavement Structures*, Committee on Design, 1961.
- [2] *AASHO Interim Guide for Design of Pavement Structures*, Washington D. C., 1972.
- [3] Backcalculation of Layer Parameters for LTPP Test Sections, vol. I: Slab on Elastic Solid and Slab on Dense-Liquid Foundation Analysis of Rigid Pavement. Publ. No FHWA-RD-00-086, January 2001.
- [4] Bańkowski W., Sybilski D., *Nowe stanowisko badania mieszanek mineralno-asfaltowych w Instytucie Badawczym Dróg i Mostów*, „Drogownictwo”, 1999 nr 10.
- [5] Bellman R., *Mathematical aspects of the theory of systems*, [W:] Proceedings of Symposium on System Theory, New York 1965.
- [6] Bickmann K.: Verformungsverhalten bituminöser Schichten der Fahrbahnbefestigung, Strassen und Tiefbau 4, 1977.
- [7] *BN-70/8931-06, Drogi samochodowe. Pomiar ugięć nawierzchni podatnych ugięciomierzem Benkelmana*.
- [8] Biernatowski K., *Stateczność sztywnych fundamentów na podłożu sypkim*, [W:] Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 6, 1971.
- [9] Błażejowski K., Szostakowski J., *Neuronowa metoda interpretacji wyników badań grubości warstw nawierzchni z penetroradaru*, „Drogownictwo”, 9, 1995.
- [10] Błoński T., Kowalski A., *Pomiar dwustopniowy nacisków osi pojazdów*, „Drogownictwo” nr 5, 1999.
- [11] Bocian R., Misztal Z., Trzeciak S., *Modyfikacja techniki wyznaczania linii wpływowej ugięcia konstrukcji nawierzchni*, [W:] Prace Inst. Inż. Bud. i Sanit. Politechniki Lubelskiej, B4, 1983.
- [12] Boito E., Judycki J., *Badanie nośności konstrukcji jezdni drogowych*, Konferencja Naukowa. Badanie konstrukcji budowlanych i komunikacyjnych. Gdańsk 5 – 6.06.1973.
- [13] Bonnaure F., Gest G., Gravois A., *A new method of predicting the stiffness of asphalt paving mixtures*, Proc. AAPT 46, 1997.
- [14] Borkowski H., Judycki J.: *Badanie granicznej wytrzymałości mas bitumicznych na rozciąganie*, „Drogownictwo”, 7–8, 1972.
- [15] Borkowski H., Boito E., Judycki J., *Badanie mechanicznych własności konstrukcji nawierzchni drogowych za pomocą obciążeń udarowych*, Opracowanie dla CZDP Min. Komunikacji w Warszawie, Politechnika Gdańska, Inst. Bud. Łąd. – Zakład Komunikacji, 1972.

- [16] Borkowski H., *Naprężenia rozciągające powstające przy zginaniu sprężystych warstw jezdnych wywołanych działaniem obciążeń statycznych i odkształceń podbudowy*, [W:] Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Budownictwo Lądowe, 24, 1973.
- [17] Borkowski H., *Zastosowanie metody próbnych obciążeń do oceny mechanicznych własności konstrukcji jezdni drogowych*, [W:] Mat. Konf. Naukowej Inst. Bud. Łąd. Politechniki Gdańskiej na temat Badanie konstrukcji budowlanych i komunikacyjnych, 1973.
- [18] Borkowski H., *Teoretyczne modele konstrukcji nawierzchni drogowych*, „Drogownictwo”, 3, 1973.
- [19] Borkowski H., *Mechanika konstrukcji jezdni drogowych*, „Drogownictwo”, 6, 1973.
- [20] Borkowski H., *Analiza mechanicznych właściwości konstrukcji jezdni drogowych, oparta na teorii lepkosprężystej półprzestrzeni warstwowej*, [W:] Materiały Konferencji Naukowej Inst. Bud. Łąd. Politechniki Gdańskiej – Reologia konstrukcji jezdni i materiałów drogowych, 1974.
- [21] Borkowski H., Judycki J., *Ocena modułu sprężystości masy mineralno-bitumicznej poddanej zginaniu*, „Drogownictwo” 2, 1974.
- [22] Borkowski H., *Nowe tendencje w projektowaniu nawierzchni*, „Drogownictwo”, 7–8, 1975.
- [23] Borkowski H., *Bezrezonansowa metoda oceny mechanicznych cech materiałów drogowych*, Archiwum Inżynierii Lądowej, 3, 1977.
- [24] Borkowski H., Judycki J., Drozdowski S., *Modele konstrukcji jezdni przewidywane do wykorzystania przy analizie wyników badania jej nośności za pomocą ugięciomierza udarowego*, [W:] Opracowanie dla CZDP Ministerstwa Komunikacji w Warszawie. Politechnika Gdańska. Inst. Inż. Komunikacyjnej, 1983.
- [25] Borkowski H., Judycki J., Miłkowski W., *Odporność betonu asfaltowego na spękania przy obniżonej temperaturze*, „Drogownictwo”, 12/1983 i 1/1984.
- [26] Borkowski H., van Thanh N., *O zależności między współczynnikiem reakcji podłoża gruntowego*, „Drogownictwo”, 12, 1986.
- [27] Busch C., *The Stress Dependent Moduli of Unbound Materials*, Ph.D. Dissertation, Raport n° 10, The Institute of Roads, Transport and Town Planning, The Technical University of Denmark, 1980.
- [28] Chałabis J., Firlej S., Kukielka J., *Ocena konstrukcji nawierzchni o podbudowach z betonu asfaltowo-cementowego*. [W:] VII Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 8–9 maja 2001.
- [29] Chatti K., Baladi G.Y., Shumann E.W., *Verification of the MICHPAVE and MICHBACK Program Using Trucks Tests on I-96 Highway*, [W:] Final Report prepared for Michigan Department of Transportation, Dec. 1996.

- [30] Chou Y. J., Lytton R. L.: *Accuracy and Consistency of Backcalculated Pavement Layer Moduli*, [W:] Transportation Research Record No. 1293/1991, Transportation Research Board.
- [31] Claessen A., Edwards J., Sommer P., *Asphalt pavement design The Shell Method, Proceedings*. [W:] 4th International Conf. on Structural Design of Asphalt Pavements, Ann Arbor USA, 1977.
- [32] Czarnecki K., Janowski A., *Koncepcja systemowej oceny nośności nawierzchni drogowych*, [W:] Konferencja Naukowo-Techniczna Utrzymanie i modernizacja dróg i ulic, Polanica Zdrój 22-24 września 1999.
- [33] Czarnecki K. T., Jaroszkiewicz K., *Ocena nośności nawierzchni dróg kołowania na lotnisku Warszawa-Okęcie*, „Drogownictwo” 10, 1999.
- [34] Dobrowolski A., Lewinowski C., *Niezawodność podatnej wielowarstwowej nawierzchni drogowej*, „Drogownictwo” 12 / 1989.
- [35] Demidowicz B. P., Maron I. A., *Metody numeryczne*, Cz.1, PWN, Warszawa 1965.
- [36] Demidowicz B. P., Maron I. A., Szuwałowa E.J., *Metody numeryczne*, Cz. 2, PWN, Warszawa 1965.
- [37] Dryja M., Jankowscy J. i M., *Przegląd metod i algorytmów numerycznych*, Warszawa, WNT, 1982.
- [38] Ehrler C., Versuchstechnik eines neuen Verfahrens zur Bestimmung des E-Moduls von Strassenbaustoffen (Eigenschwingverfahren). Die Strassen, 6, 1980.
- [39] Ehrler C.: Elastische Tragfähigkeitskenwerte ungebundener Strassenbaustoffe, Die Strasse, 10, 1980.
- [40] FGSV Richtlinien für die Standardisierung des Oberbaues von Verkehrsflächen, RSt0 01, Köln, 2001.
- [41] Firlej S., Kukiełka J., *Teoretyczne podstawy badań nośności nawierzchni za pomocą krzywiznomierza*, „Drogownictwo” nr 3, 1990.
- [42] Firlej S., *Analiza pomiaru krzywizny ugięcia deflektometrem FWD*, „Drogownictwo” nr 2, 1994.
- [43] Firlej S., *Wykorzystanie pomiaru krzywizny ugięcia do oceny nośności nawierzchni*, „Drogownictwo” 6, 1995.
- [44] Firlej S., *Wyznaczanie parametrów nawierzchni drogowej zmodyfikowanym ugięciomierzem Benkelmana*, „Drogownictwo” nr 12, 1996.
- [45] Firlej S., *Analiza wpływu cech konstrukcji na jej moduł zastępczy*, „Drogownictwo” 8, 1997.
- [46] Firlej S., *Podłoże drogowe według Katalogu typowych konstrukcji nawierzchni 1997*, „Drogownictwo” 7, 1998.
- [47] Firlej S., *Naprężenia i odkształcenia nawierzchni wielowarstwowych*, [W:] Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna, Kazimierz Dolny, 7-8.X.1999.
- [48] Firlej S., *Naprężenia ścinające w konstrukcjach nawierzchni drogowych*, „Drogownictwo” 1, 2000.

- [49] Firlej S., *Wyznaczanie modułów sprężystości materiałów w nawierzchni dwuwarstwowej*, „Drogownictwo” 7, 2000.
- [50] Firlej S., *Wpływ błędu pomiaru na moduły sprężystości nawierzchni*, „Drogownictwo” 6, 2001.
- [51] Flasilier T., *Metoda ultradźwiękowa badania nawierzchni lotniskowych*, „Drogownictwo”, 8, 1983.
- [52] Gakenheimer D. C., *Response of an Elastic Half Space to Expanding Surface Loads*, [W:] *Journal of Applied Mechanics*, 3, 1971.
- [53] Giergiel J., Uhl T., *Identyfikacja układów mechanicznych*, Warszawa, PWN, 1990.
- [54] Gierszewski M., Witakowski P., Ciołek W.: *Poradnik inżyniera i technika budowlanego*, t 1, Matematyka, Arkady, Warszawa 1977.
- [55] Goodwin G. C., Payne R. L., *Dynamic system identification. Experiment design and data analysis*. New York, Academic Press, 1977.
- [56] Godlewski D., *Zagadnienia systemowe związane z utrzymaniem jezdni drogowych*, Warszawa, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1991.
- [57] Godlewski M., Kierus B., Szypcio Z., *Badania ugięć nawierzchni bitumicznych w temperaturach bliskich 0 °C*, „Drogownictwo” 6 / 1985.
- [58] Grabowski W., *Zagadnienia trwałości betonu asfaltowego w nawierzchni drogowej*, Poznań, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 1985.
- [59] Grabowski W., *Badania zmian struktury oraz trwałości zmęczeniowej betonu asfaltowego*, *Archiwum Inżynierii Lądowej*, 4, 1986.
- [60] Grabowski W., *Wpływ zmian struktury betonu asfaltowego nawierzchni drogowej na jego wytrzymałość zmęczeniową*, „Drogownictwo” 9/87.
- [61] Graczyk M., *Dynamiczna metoda określania nośności nawierzchni wielowarstwowych*, Praca doktorska, Warszawa, WAT, 1994.
- [62] Graczyk M., Rafa J., *Interpretacje testów udarowych przy badaniu nośności nawierzchni lotniskowych urządzeniem UL-1*, Konferencja Naukowa, Aktualne problemy budowy nawierzchni lotniskowych, Warszawa 1992.
- [63] Graczyk M., Mechowski T., Sudyka J., *Zmodyfikowana metoda identyfikacji parametrów fizyko-mechanicznych nawierzchni warstwowych przy zastosowaniu testów dynamicznych*, VII Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 8–9 maja 2001.
- [64] Gradkowski K., *Wyznaczanie podatności lokalnej podłoża nawierzchni komunikacyjnych*, „Drogownictwo” 6, 1985.
- [65] Grzybowska W., *Projektowanie nawierzchni drogowych we Włoszech*, „Drogownictwo” 1, 1979.
- [66] Grzybowska W., Salamon J. W., *Metody przewidywania głębokości kolein ze szczególnym uwzględnieniem metody Huscheka*, „Drogownictwo”, 4–5, 1991.

- [67] Grzybowska W., Tylman E., *Naprężenia w warstwach wzmocnienia nawierzchni drogowych*, „Drogownictwo”, 1, 1980.
- [68] Grzybowska W., Dąbrowska B., *Projektowanie nawierzchni podatnych w ujęciu systemowym*, „Drogownictwo” 9, 1980.
- [69] Gschwendt I., Poliaček I., *Wymiarowanie konstrukcji jezdni podatnych w Czechosłowacji*, „Drogownictwo”, 5, 1980.
- [70] Haiping Z., Hicks R. G., Bell C. A., "BOUSDEF: *A Backcalculation Program for Determining Moduli of a Pavement Structure*", Washington D.C., TRB Record, 1990.
- [71] Hall K. T., Mohseni A., *Backcalculation of Asphalt Concrete Overlaid Portland Cement Concrete Pavement Layer Moduli*, Washington D.C., TRB Record 1293, 1991.
- [72] Handbuch des Strassenbaus Springer-Verlag Berlin 1977, Band 2. Daustoffe, Bauweisen Baudarchfurung Band 3, Bemessungsverfahren und besondere Bauweisen
- [73] Hanuska A., Novotny B., *Optimalizacia navrhu homogennych a vrstevnatych konstrukcii spoluposobiacich s poddajnym podlozím*, Vyskumna sprava III-3-4/08.02, Bratislava, Ustarch sav 1985.
- [74] Harichandran R. S., Mahmood T., Raab A., *A modified Newton algorithm for backcalculation of pavement layer properties*, Transportation Research Record 1384, 1993.
- [75] Harichandran R. S., Mahmood T., Raab A., *Backcalculation of pavement layer moduli, thicknesses and bedrock depth using a modified Newton method. Nondestructive Testing of Pavement and Backcalculation of Moduli (Second Volume)*, ASTM STP 1198, 1994.
- [76] Heikkilä P., *Road analysis – a tool for cost effective rehabilitation measures for finnish roads*, VII Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 8–9 maja 2001.
- [77] Heller S., *Prognozowanie zmian przydatności eksploatacyjnej nawierzchni wg kanadyjskiej metody "Opac"*, „Drogownictwo”, 4–5, 1984.
- [78] Heukelom W., Foster C. R., *Dynamic Testing of Pavements*, [W:] Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Feb. 1960.
- [79] Heukelom W., Klomp A. J. G., *Road Design and Dynamic Loading*, Proc. AAPT33, 1964.
- [80] Highway Development and Management, HDM-4, Version 1.2, World Bank, 2000.
- [81] Hopman P.C., *Visco-elastic Design and Evaluation of Pavements and Mixes*, VII Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 8–9 maja 2001.
- [82] Huschek S., *Evaluation of rutting due viscous flow in asphalt pavements*, Proceedings of the 4th Int. Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements, Ann Arbor Michigan, 1977.

- [83] Ioannides A.M., Khazanovich L., *Backcalculation Procedure for Three-Layered Concrete Pavement*, Proceedings, Fourth International Conference on Bearing Capacity of Roads and Airfields. Minneapolis MN 1994.
- [84] Jabłoński K., Rybczyński M., Szydło A., *Recykling głęboki nawierzchni autostrady A-4. Podbudowa pomocnicza z mieszanki destruktu z cementem i emulsją*, „Drogownictwo” nr 8, 1999.
- [85] Jamsa H., Harri S., Korkealaakso J., *Variation of layer thickness and layer moduli*, Proceedings of SHRP Conference, Lille, 1994.
- [86] Janowski W., *Matematyka t II*, PWN 1967.
- [87] Jastrzębski J., *Metody obliczeń nawierzchni drogowych i proponowane kierunki ich rozwoju*, „Drogownictwo” 3, 1970.
- [88] Jemioło S., Gajewski M., *Zastosowanie programu MES ABAQUS w modelowaniu kontaktu opony koła pojazdu z nawierzchnią drogową*, IX Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 6–7 maja 2003.
- [89] Jeske T., Krzemińska J., *Praca podłoża typowych konstrukcji nawierzchni*, „Drogownictwo”, 7, 1985.
- [90] Jeuffroy G., Sauterey R., *Dimensionnement des chaussées*, Paryż, Presses de l’Ecole nationale des Ponts et Chaussées, 1984.
- [91] Judycki J., *Wpływ temperatury na ugięcia nawierzchni bitumicznych*, „Drogownictwo”, 7–8, 1973.
- [92] Judycki J., *Badania mas bitumicznych wg metody Marshalla*, „Drogownictwo”, 4, 1974.
- [93] Judycki J., *Analiza niektórych własności reologicznych drogowego betonu asfaltowego poddanego działaniu obciążeń statycznych*, Praca doktorska. Politechnika Gdańska 1975.
- [94] Judycki J., *Metoda badań własności reologicznych drogowego betonu asfaltowego*, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej. Budownictwo Lądowe 29, 1976.
- [95] Judycki J., *Modele reologiczne betonu asfaltowego*, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Budownictwo Lądowe XXXIX, nr 368.
- [96] Judycki J., *Właściwości reologiczne betonu asfaltowego w niskich temperaturach*, „Drogownictwo”, 2, 1976.
- [97] Judycki J., Ehrola E., *Zagęszczanie betonu asfaltowego a jego wytrzymałość w niskich temperaturach*, „Drogownictwo”, 2, 1978.
- [98] Judycki J., *Moduł sztywności betonu asfaltowego*, Archiwum Inżynierii Lądowej, 1, 1984.
- [99] Judycki J., *Spękania nawierzchni asfaltowych ułożonych na płytach betonowych*, „Drogownictwo”, 9, 1984.
- [100] Judycki J., *Zależność właściwości reologicznych od składu betonu asfaltowego*, „Drogownictwo” 7–8, 1986.

- [101] Judycki J., *Badanie sprężystości asfaltów modyfikowanych elastomerami przy budowie nawierzchni mostowych*, „Drogownictwo”, 3, 1989.
- [102] Judycki J., *Zasady wymiarowania konstrukcji nawierzchni*, Międzynarodowe Seminarium, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, 1995 Kielce.
- [103] Judycki J., *Mechanistyczne metody projektowania podatnych i półsztywnych konstrukcji nawierzchni drogowych*, „Drogownictwo” 6, 1996.
- [104] Judycki J., Dołżycki B., Dembowski J., *Wpływ dodatków do asfaltu na właściwości mastyksu grysowego (SMA) w niskiej temperaturze*, „Drogownictwo”, 12, 1996.
- [105] Judycki J., Jaskuła P., *Badania odporności betonu asfaltowego na działanie wody i mrozu*, „Drogownictwo”, 12, 1997.
- [106] Judycki J., Jaskuła P., *Wpływ rodzaju betonu asfaltowego na działanie wody i mrozu*, IV Międzynarodowa Konferencja – Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe. Kielce, 5–6 maja 1998.
- [107] Judycki J., Jaskuła P., *Badania oddziaływania wody i mrozu na betony asfaltowe o zwiększonej odporności na deformacje trwałe*, „Drogownictwo”, 12, 1999.
- [108] Judycki J., *Porównanie kryteriów zmęzeniowych do projektowania podatnych i półsztywnych nawierzchni drogowych w aspekcie nowego polskiego katalogu typowych konstrukcji*, „Drogownictwo” 1, 2, 1999.
- [109] Judycki J., Pszczoła M., Jaskuła P., *Modyfikacja metody zginania belek z mieszanek mineralno-asfaltowych i ocena ich parametrów reologicznych*, VII Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 8–9 maj 2001.
- [110] Kalabińska M., Piłat J., *Reologia asfaltów i mas mineralno-asfaltowych*, Warszawa, WKiŁ, 1982.
- [111] Kalabińska M., Piłat J.: *Wpływ dodatków modyfikujących na odkształcalność asfaltów i betonów asfaltowych*, „Drogownictwo” 12, 1987.
- [112] Kameyama S., Himeno K., Matuyama T., *Uniqueness of Back-calculation moduli of Pavement Structure*, Proc. Of the 2nd Int. Conf. On Road and Airfield Pavement Technology, Singapore, 1995.
- [113] Kamm W., *Die Wege, die für Erzielung der technisch möglichen Sicherheit des Kraftfahrzeugs noch zu gehen sind*, FISITA – Kongress, Institution of Mechanical Engineers, London 1962.
- [114] Kasztalski M., *Metody wymiarowania podatnych konstrukcji jezdni drogowych*, Prace IBDiM, 3, 1985.
- [115] Katalog typowych konstrukcji nawierzchni podatnych, IBDiM, Warszawa 1977.
- [116] Katalog typowych konstrukcji jezdni podatnych, Warszawa, IBDiM, 1983.
- [117] Katalog Typowych Konstrukcji Nawierzchni Podatnych i Półsztywnych, GDDP, IBDiM, 1997.

- [118] Katalog wzmocnień i remontów nawierzchni podatnych i półsztywnych, GDDP, IBDiM, Warszawa 2001.
- [119] Katalog typowych konstrukcji nawierzchni sztywnych GDDP, IBDiM, Warszawa 2001.
- [120] Kirk J. M., *Eine Methode zur Dimensionierung von flexiblen Strassendecken in Danemark*, Strassenund Tiefbau, 11, 1969.
- [121] Kisiel I., *Reologia w budownictwie*, Warszawa, Arkady, 1967.
- [122] Klamka J., Ogonowski Z., Jamicki M., *Metody numeryczne*, Gliwice, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 1998.
- [123] Koba H., *Cechy mechaniczne gruntów stabilizowanych cementem w warunkach obciążeń powtarzalnych*, Praca doktorska, Wrocław 1979.
- [124] Koba H., *Wytrzymałość zmęczeniowa gruntów stabilizowanych cementem*, „Drogownictwo”, 6, 1980.
- [125] Koba H., *Cechy mechaniczne gruntów stabilizowanych cementem*, „Drogownictwo”, 1, 1981.
- [126] Koba H., *Możliwości uwzględnienia wpływu powtarzalności obciążeń w projektowaniu konstrukcji jezdni drogowych*, „Drogownictwo”, 4–5, 1986.
- [127] Koba H., Wolek C., *Stan naprężeń nawierzchni drogowych z podbudową stabilizowaną cementem*, „Drogownictwo”, 7–8, 1991.
- [128] Koba H., *Wpływ temperatury na spękania poprzeczne nawierzchni bitumicznych*, „Drogownictwo”, 8, 96.
- [129] Koba H., *Trwałość nawierzchni drogowych o podbudowach związanych cementem*, Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej Monografie, 2000.
- [130] Koba H., *Nośność nawierzchni z betonowej kostki brukowej*. VII Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 8–9 maja 2001.
- [131] Kohler M., *Ermittlung der Steifigkeitskonstellation vorhandener flexibler Fahrbahnbefestigungen auf der Grundlage von Einsenkungsmessungen mit statischer Last*, Strasse+Autobahn, 7, 1995.
- [132] Kohler M., *Zur Analyse und Beurteilung des strukturellen Zustandes vorhandener flexibler Fahrbahnbefestigungen*, Strasse+Autobahn 3, 1996.
- [133] Koren C., *Wpływ ewentualnego podwyższenia dopuszczalnych nacisków osi pojazdów na sieć drogową na Węgrzech*, „Drogownictwo”, 2, 1990.
- [134] Korsunskij M. B., *Nowości w projektowaniu nawierzchni drogowych w ZSRR*, „Drogownictwo”, 11, 1985.
- [135] Kriwisskij A. M., *Konstruowanie i rasczet niezestkich drożnych odieżd po miestnemu predielnomu rawnowiesiju*, Moskwa, 1963.
- [136] Kucera K., *Rozwój metod wymiarowania konstrukcji nawierzchni podatnych w Czechosłowacji*, „Drogownictwo”, 2, 1969.
- [137] Kukielka J., Misztal Z., *Badania odkształceń próbek i warstw podbudowy z gruntów stabilizowanych cementem*, „Drogownictwo”, 7–8, 1980.

- [138] Kukielka J., *Podbudowy z lessów stabilizowanych cementem i popiołami z węgla brunatnego*, „Drogownictwo”, 1, 1985.
- [139] Kukielka J., *Mieszanki cementowo-popiołowo-lessowe do podbudów nawierzchni drogowych*, „Drogownictwo”, 3, 1985.
- [140] Kukielka J., Szydło A., *Projektowanie i budowa dróg. Zagadnienia wybrane*, Warszawa, WKiŁ, 1986.
- [141] Kukielka J., *Ocena nośności nawierzchni na podstawie jednoczesnego pomiaru ugięć sprężystych i promieni krzywizny*, „Transport Miejski”, 5, 1986.
- [142] Kukielka J., *Szytywność podbudów z gruntów stabilizowanych cementem i kryteria jej oceny*, Lublin, Wydawnictwa Uczelniane PL, 1991.
- [143] Kukielka J., *Odształcenia podbudów z gruntów stabilizowanych cementem*, „Drogownictwo”, 11, 1993.
- [144] Kukielka J., *Pomiary ugięć i promieni krzywizn w ocenie nośności nawierzchni podatnych*, „Nowości zagranicznej techniki drogowej”, 120, 1994.
- [145] Kukielka J., *Półsztywne warstwy wiążące nawierzchni bitumicznych*, „Drogownictwo”, 6, 1995.
- [146] Kukielka J., *Likwidacja pęknięć poprzecznych nawierzchni bitumicznej przed jej wzmocnieniem*, „Drogownictwo”, 9, 1995.
- [147] Kukielka J., *Betony asfaltowo-cementowe i ich zastosowanie*, Lublin, Prace Naukowe Politechniki Lubelskiej, 2002.
- [148] Kurcz A., Molik M., *Nieniszczące metody rozpoznania warstw nawierzchni*, „Drogownictwo”, 7–8, 1991.
- [149] Laboratory test of Phoenix Falling Weight Deflectometers, Phoenix Contractors, Denmark 1993.
- [150] Langer J., *Dynamika budowli*, Wrocław, Wyd. Politechniki Wrocławskiej, 1980.
- [151] Langer J., Ruta P., *Zarys metody dynamicznej identyfikacji nawierzchni lotniskowej*, Materiały XXXIX Konferencji Naukowej KiLiW PAN i KN PZITB, Rzeszów, 1993, t 1.
- [152] Langer J., Ruta P., *Dynamiczna identyfikacja parametrów modelu nawierzchni drogowych i lotniskowych*, Archiwum Inżynierii Lądowej, nr 2, 1995.
- [153] Lee S. W., Mahoney J. P., Jackson N. C., *Verification of Backcalculation of Pavement Moduli*, Transportation Research Record 1196, 1988.
- [154] Lewinowski C., *Wymiarowanie podatnych nawierzchni drogowych*, Warszawa, PWN, 1982.
- [155] Lewinowski C., *Przeliczanie samochodów rzeczywistych na samochody porównawcze przy wymiarowaniu nawierzchni*, „Drogownictwo”, 3, 1983.
- [156] Lewinowski C., *Wpływ liczby warstw konstrukcji nawierzchni drogowej na jej niezawodność*, „Drogownictwo” 11–12/1990.

- [157] Livneh M., *Backcalculated moduli as function of the layered model assumption*, V Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 11–12 maj 1999.
- [158] Livneh M., Siddiqui M. H., *Assessment of radar technology for determining the thickness of pavement layers*, Proceeding of the 7th International conference on Asphalt Pavements, 1992.
- [159] Livneh M., Oppenheimer H., *Back-calculated moduli as a function of the layered model assumption*, V Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe. Kielce, 11–12 maja 1999.
- [160] Lybas J.M., Ruth B.E., *Analysis of pavement structures using dynaflect deflections*, Int. Confer. Bearing Capacity of Roads and Airfields, Trondheim 1982.
- [161] Lytton R. L.: *Back-calculation of Pavement Layer Properties, Nondestructive Testing of Pavements and Back-calculation of Moduli*, ASTM STP 1026, American Society for Testing and Materials, 1989.
- [162] Ładzińska-Depko M., *Wyznaczanie stałych sprężystości w modelu obliczeniowym nowoczesnych nawierzchni brukowych*, „Drogownictwo”, 11, 1989.
- [163] Ładzińska-Depko M., *Projektowanie nowoczesnych nawierzchni brukowych*, „Drogownictwo”, 12, 1988 i 1, 1989.
- [164] Ładzińska-Depko M., *Numeryczna analiza wpływu podsypki i spoin na pracę nawierzchni brukowej*, „Drogownictwo”, 11–12, 1990
- [165] Mahoney J. P., Newcomb D. E., Jackson N. C., *Pavement Moduli Back Calculation Shortcourse*, September 1991.
- [166] Majidzadeh K., *An overview of deflection parameters for performance analysis*, Int. Confer. Bearing Capacity of Roads and Airfields, Trondheim 1982.
- [167] Martincek G., *Dynamická diagnostika vozoviek*, Bratislava, 1983.
- [168] *Mesure de la déflexion du rayon de courbure R et du produit Rd avec le deflectomètre Benkelman modifié. Projet de Mode Opérateur*, 1979.
- [169] Matauschek J., *Technika ultradźwięków*, WNT, Warszawa, 1961.
- [170] Meier R. W., RIX G. J., *Backcalculation of Flexible Pavement Moduli Using Artificial Neural Networks*, 73rd Transportation Research Board Annual Meeting, 1994.
- [171] Misztal Z., *Niszczanie nawierzchni przez pojazdy ponadnormatywne oraz opłaty drogowe za przekraczanie obciążeń*, „Drogownictwo”, 2, 2002.
- [172] Mitschke M., *Dynamika samochodu*, WKiŁ, Warszawa, 1977.
- [173] Muller F., *Tragfähigkeitsmessungen als Grundlage für Erhaltungsmaßnahmen*, Strasse+Autobahn, 3, 1994.
- [174] Newman J. W., *Dynaflect dynamic deflection determination system*, Int. Symp. on Bearing Capacity of Roads and Airfields, Trondheim 1982.
- [175] Nita P., *Doświadczalna weryfikacja modelu podłoża winklerowskiego*, „Drogownictwo”, 2, 84.

- [176] Novotny B., Hanuska A., *Teoria vrstevnateho polpriestoru*, Bratislava, Veda, 1983.
- [177] Nowacki W., *Teoria sprężystości*, Warszawa, PWN 1970.
- [178] Nowacki W., *Dynamika budowli*, Warszawa, Arkady 1972.
- [179] Nowaczyk G., Wieczorek B., *Modele reologiczne pelzania betonów asfaltowych*, „Drogownictwo”, 8-10, 1999.
- [180] Nowakowski M., Badanie nośności nawierzchni w Danii, *Drogownictwo*, 12, 1984.
- [181] OSCE – *Metodi accelerati di previsione della durata della pavimentazioni stradali*, “Le Strade”, 2, 1973.
- [182] Pachowski J., *Projektowanie grubości nawierzchni podatnych na podstawie wskaźnika CBR gruntu*, Prace COBiRTD 2, 1970.
- [183] Pachowski J., *Wymiarowanie konstrukcji drogowych nawierzchni podatnych metodą PJ-IBD*, „Drogownictwo”, 10, 1966.
- [184] Pachowski J., *Tymczasowe wytyczne techniczno-laboratoryjnego oznaczenia modułów sprężystości*, Prace COBiRTD 3, 1968.
- [185] Pachowski J., *Metoda wymiarowania konstrukcji nawierzchni podatnych na podstawie modułów sprężystości podłoża gruntowego i materiałów drogowych opracowana przy współpracy OSŻD*, Prace COBiRTD, nr 3, 1968.
- [186] Pachowski J., *Projektowanie grubości nawierzchni podatnych metodą Instytutu Asfaltowego (USA)*, „Drogownictwo”, 11, 1968.
- [187] Pachowski J., *Wymiarowanie i kontrola konstrukcji nawierzchni podatnych według zaleceń OSŻD*, „Drogownictwo”, 3, 1969.
- [188] Pavement evaluation and overlay design using vibratory nondestructive testing and layered elastic theory, Rapport FAA-RD-77-186, 1980.
- [189] Pell P. S., Brown S. F., *The characteristics of materials for the design of flexible pavement structures*, Third int. Conf. On Structural Design of Asphalt Pavements, London, 1972, vol. I.
- [190] Perzyna P., *Termodynamika materiałów niesprężystych*, PAN, Inst. Podst. Probl. Techniki, Warszawa 1978.
- [191] Pilujski R., Szydło A., *Weryfikacja doświadczalna cech sprężystych podłoża piaszczystego nawierzchni drogowych oznaczonych metodą próbnych obciążeń*, Archiwum Hydrotechniki, nr 4, 1978.
- [192] Pilujski R., Szydło A., *Teoria układów warstwowych do wymiarowania konstrukcji jezdni drogowych*, „Drogownictwo”, 11, 1985.
- [193] PN-87/S-02201. Drogi samochodowe. Nawierzchnie drogowe. Podział, nazwy, określenia.
- [194] Poliaček T., Gschwendt I., *Mechanika vozovok SVST*, Bratislava 1983.
- [195] Pownug P., Szydło A., *Optymalizacja grubości warstw jezdni drogowych*, „Drogownictwo” 12, 1976.
- [196] *Problemy projektowania dróg i mostów*, CBSiPDMiL Transprojekt, 4, 1970.

- [197] Pszczoła M., Judycki J., *Badania cech reologicznych mieszanek mineralno-asfaltowych podczas pełzania przy zginaniu w niskich temperaturach*, IX Międzynarodowa Konferencja, Trwale i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 6–7 maj 2003.
- [198] Radziszewski P., *Wyznaczenie matematycznego opisu zależności stabilności według Marshalla betonu asfaltowego od jego składu*, „Drogownictwo”, 11–12, 1990.
- [199] Radziszewski P., *Badanie i ocena trwałości zmęczeniowej mieszanek mineralno-asfaltowych(USA)*, „Drogownictwo” 10–11, 1993.
- [200] Radziszewski P., *Badanie dynamicznych modułów sprężystości modyfikowanych mieszanek mineralno-asfaltowych*, „Drogownictwo”, 4, 1996.
- [201] Rafa J., *Niestacjonarne przestrzenne problemy propagacji fal w ośrodkach ciągłych*, Rozprawa doktorska, WAT, 1980.
- [202] Rafiroiu M., *Une nouvelle méthode pour le dimensionnement des chaussées souples*, “Revue de Routes”, 431, 1968.
- [203] Rafiroiu M., *Essai d'étude statistique des constantes élastiques des matériaux routiers*, “Revue Générale des Routes et des Aérodrômes” 467, 1971.
- [204] Rohd G. T., Scullion T., *Modulus 4.0: Expansion and Validation of the Modulus Backcalculation System*, Research Report No. 1123-3, Texas Transportation Institute, College Station, Texas, November 1990.
- [205] Rolla S., *Zagadnienia podłoża i podbudowy nawierzchni*, „Drogownictwo”, 2, 1960.
- [206] Rolla S., *Zagadnienie ciężkich pojazdów na drogach*, „Drogownictwo”, 10, 1961.
- [207] Rolla S., *Metody projektowania nawierzchni podatnych*, „Drogownictwo”, 2, 1978.
- [208] Rolla S., *Badania materiałów i nawierzchni drogowych*, Warszawa, WKiŁ, 1979.
- [209] Rolla S., *Projektowanie nawierzchni*, WKiŁ, Warszawa, 1987.
- [210] Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej nr 430 z dnia 2 marca 1999 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogi publiczne i ich usytuowanie, Dziennik Ustaw Nr 43.
- [211] Ryżyk M., Gradsztein I. S., *Tablice calek, sum, szeregów i iloczynów*, Warszawa, PWN, 1966.
- [212] Salamon J. W., *Analiza stanu naprężeń w poszerzanej nawierzchni drogowej umacnianej geosyntetykami*, „Drogownictwo” 7, 1995.
- [213] Sapien C., *Płyta kolista na wielowarstwowej półprzestrzeni sprężystej*, Praca doktorska, Politechnika Wrocławska, 1963.
- [214] Sapien C., *Warstwa sprężysta obciążona stemplem*, XVI Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 1970.

- [214a] Sapien Cz., Krocak S., *Analiza rozkładu naprężeń normalnych pod warstwą sprężystą*, Arch. Inż. Łądowej. Tom XVI z. 3, 1970, s. 547–560.
- [215] Schleicher C., *Die Berücksichtigung der Lagerelastizität bei der Schnittkraftberechnung von Platten*, „Die Strasse”, 10, 1980.
- [216] Schmuck A., *Zielgerichtete Strategien Wege zur Optimierung der Strassenerhaltung*, „Die Asphalt-Strasse” 5/1992.
- [217] SETRA, LCPC. *Actualisation du guide technique. Dimensionnement des renforcements de chaussées souples*, 1988.
- [218] SHRP's Layer Moduli Backcalculation Procedure: Software Selection, Contract SHRP-90-001B, Prepared by PCS/Law Engineering for SHRP, July 1991.
- [219] Skaldawski E., opracowanie art. *Dynamiczna metoda pomiaru nośności nawierzchni*, „Nowości w technice drogowej” 14/62. SIEDEK P. – Beurteilung der Strassenbefestigung durch Schwingungsmessungen, Strasse und Autobahn 9, 1961.
- [220] SN 640 324 a 1997 Dimensionierung Strassenoberbau.
- [221] Soerensen A., Hayven M., *The Dynatest 8000 Falling Weight Deflectometer Test System*, The International Symposium on Bearing Capacity of Roads and Airfields, Trondheim 1982.
- [222] Szendrei M. E., Freeme C. R., *Dynamic Techniques for Testing Pavement Structures*, National Institute of Road Research, Bulletin 9, South Africa, 1970.
- [223] Sorokowski P., *Niektóre szczegóły badania nośności podłoża i nawierzchni drogowych metodą VSS*, „Drogownictwo”, 6, 1962.
- [224] Sorokowski P., *Możliwości wprowadzenia u nas nowych metod badania nośności nawierzchni i podłoży drogowych*, Prace COBiRTD 1, 1963.
- [225] Sorokowski P., *Analiza nośności nawierzchni drogowych i opracowanie zasad wzmocnienia nawierzchni*, Prace COBiRTD 2, 1971.
- [226] Smarzyńska M., Rusin Z., *Badania cech reologicznych nawierzchniowej mieszanki drogowej typu półsztywnego*, „Drogownictwo”, 12, 1984.
- [227] Stefańczyk B., *Złożone płynięcie asfaltów*, Archiwum Inżynierii Łądowej, Tom XXXVI, Z.4/1990
- [228] Strycharz B., *Reologiczne właściwości mas mineralno-bitumicznych w aspekcie wymiarowania podatnych nawierzchni drogowych*, Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1982.
- [229] Stypułkowski B., *Niektóre zagadnienia badań nośności podbudów kamiennych płytami kołowymi*, „Drogownictwo”, 1, 1970.
- [230] Stypułkowski B., *Zagadnienia materiałowe w projektowaniu i wykonawstwie drogowym*, WKŁ, Warszawa 1981.
- [231] Stypułkowski B. i inni, *Zagadnienia utrzymania i modernizacji dróg i ulic*, Warszawa, WKŁ 1995.

- [232] Sulewska M. J., *Lekka płyta dynamiczna w zastosowaniu praktycznym*, VII Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 8-9 maja 2001.
- [233] Sybilski D., *Wrażliwość termiczna mieszanek mineralno-bitumicznych*, Archiwum Inżynierii Lądowej, 3, 1990.
- [234] Sybilski D., Szczepaniak Z., Lasocki T., *Beton asfaltowy modyfikowany kopolimerem SBS. Pierwsze próby produkcji przemysłowej*, „Drogownictwo”, 10, 1991.
- [235] Sybilski D., *Badania i ocena mieszanek mineralno-asfaltowych w Strategicznym Drogowym Programie Badawczym Stanów Zjednoczonych AP*, „Drogownictwo” 9, 1991.
- [236] Sybilski D., *Problemy utrzymania nawierzchni drogowych w Polsce w latach 90*, „Drogownictwo” 5, 1994.
- [237] Sybilski D., *Wymagania i metody badań drogowych lepizszy bitumicznych według strategicznego drogowego programu badawczego (SHRP) Stanów Zjedn. A.P.*, „Drogownictwo” 3, 1995.
- [238] Sybilski D., *Porównanie efektywności technicznej i ekonomicznej nawierzchni asfaltowych i betonowych*, Prace IBDiM nr 1-2/1999.
- [239] Sybilski D., *Właściwości w wysokiej i niskiej temperaturze warstw ścieralnych wybranych odcinków nawierzchni dróg ciężkiego ruchu w Polsce*, „Drogownictwo”, 7, 1999.
- [240] Sybilski D., *Metoda wyznaczenia charakterystyki zmęczeniowej mieszanki mineralno-asfaltowej i jej zastosowanie w mechanistycznym projektowaniu konstrukcji nawierzchni*, VII Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i bezpieczne nawierzchnie drogowe, Kielce 8–9 maja 2001.
- [241] Sybilski D., Bańkowski W., *Zastosowanie wyników badania zmęczenia mieszanek mineralno-asfaltowych w mechanistycznym projektowaniu konstrukcji nawierzchni*, „Drogownictwo”, 5, 2001.
- [242] Sybilski D., Horodecka R., Wróbel A., *Ocena jakości asfaltów PKN Orlen z wykorzystaniem funkcjonalnych metod badań*, „Drogownictwo”, 9, 2002.
- [243] System oceny stanu nawierzchni "SOSN", Wytyczne stosowania GDDP Warszawa 1989.
- [244] Szczęsna J., Zawadzki J., *Zastosowanego modelu Burgersa do określania cech reologicznych betonu asfaltowego*, Prace IBDiM, 4/85.
- [245] Szczęsna J., Zawadzki J., *Charakterystyka krzywej pełzania mieszanek mineralno-bitumicznych*, Prace IBDiM 3/87
- [246] Sztukiewicz R., Rydzewski P., *Ocena wytrzymałości betonu cementowego nawierzchni metodą ultradźwiękową*, „Drogownictwo” 1, 1987
- [247] Sztukiewicz R., *Metoda ultradźwiękowa badania betonu asfaltowego*, „Drogownictwo” 3, 87.

- [248] Sztukiewicz R., *Przydatność metody ultradźwiękowej do oceny stanu struktury warstwy wierzchniej podatnej nawierzchni drogowej*, *Archiwum Inżynierii Lądowej* Tom XXXVI, Z. 1–2, 1990.
- [249] Sztukiewicz R., *Diagnostyka warstwy wierzchniej podatnej nawierzchni drogowej*, „*Drogownictwo*” 7–8, 1991.
- [250] Szydło A., *Badania laboratoryjne modułów sprężystości gruntu piaszczystego dla celów projektowania konstrukcji jezdni*, *Archiwum Hydrotechniki*, 2, 1979.
- [251] Szydło A., *Analiza teoretyczna wybranych modeli obliczeniowych konstrukcji jezdni drogowych*, „*Drogownictwo*”, 7–8, 1980.
- [252] Szydło A., *Analiza naprężeń i przemieszczeń w wybranych typowych konstrukcjach jezdni drogowych*, „*Drogownictwo*”, 7–8, 1981.
- [253] Szydło A., *Spękania skurczowe nawierzchni bitumicznych*, „*Drogownictwo*”, 9, 1987.
- [254] Szydło A., *Wpływ wybranych parametrów na spękania skurczowe nawierzchni*, „*Drogownictwo*” 4–5, 1989.
- [255] Szydło A., *Identyfikacja modelu obliczeniowego jezdni dróg i lotnisk*, *Archiwum Inżynierii Lądowej*, 4, 1990.
- [256] Szydło A., *Ocena dokładności identyfikacji warstw konstrukcji jezdni w zależności od sposobu pomiaru czasy ugięć*, [W:] *The East–West European Road Conference*, Warsaw 1993.
- [257] Szydło. A., *Statyczna identyfikacja parametrów modeli nawierzchni lotniskowych*, Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995.
- [258] Szydło A., Spuziak W., *Wybrane zagadnienia oceny współczynnika tarcia nawierzchni bitumicznych*, „*Drogownictwo*”, 1998.
- [259] Szydło A., *Wykorzystanie mechanistycznej metody przy projektowaniu konstrukcji nawierzchni autostrady A4*, [W:] *Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna*, Kazimierz Dolny 7–8.X.1999.
- [260] Szydło A., Mackiewicz P., *Ocena nośności konstrukcji nawierzchni drogowych na podstawie pomiarów ugięć*, [W:] *Konf. Naukowo-techniczna Utrzymanie i modernizacja dróg i ulic*, Polanica Zdrój 22–24 września 1999.
- [261] Szydło A., *Porównanie ugięć nawierzchni mierzonych belką Benkelmana i ugięciomierzem FWD*, „*Drogownictwo*” 12, 2000.
- [262] Tables AC 150/5370-11B, *Use of Nondestructive Testing in the Evaluation of Airport Pavements*.
- [263] *The AASHO Road Test*, HRB Washington 1962.
- [264] *The Phoenix Falling Weight Deflectometer ML 10000*.
- [265] Ullidtz P., *The use of dynamic plate loading tests in desing of overlays*. *Proceedings*, [W:] *The Conference on Road Engineering in Asia and Australasia*, Kuala Lumpur, 1973.

- [266] Ulliditz P., Peattle K. R., Asce F., *Pavement analysis by Programmable calculators*, [W:] Transportation Engineering Journal, 8, 1980.
- [267] Ulliditz P., Hartvig O., Lentz G., *Overlay strategy based on mechanistic analyses and design*, [W:] Proc. Intern. Symposium on Bearing Capacity of Roads and Airfields, Trondheim, 1982.
- [268] Ulliditz P., Stubstad R. N., *Structural Evaluation of Highway and Airfield PCC Pavements using Falling Weight Deflectometer, Proceedings*, [W:] Third International Conference on Concrete Pavement Design and Rehabilitation, Purdue University, 1985.
- [269] Ulliditz P., *Pavement Analysis*, Elsevier Science Publishers B. V., New York, 1987.
- [270] Uzan J. et al., *A Microcomputer Based Procedure for Backcalculation Layer Moduli from FWD Data*, Research Report No. 1123-1, Texas Transportation Institute, College Station, Texas, September 1988.
- [271] Van Thanh N., Judycki J., *Analiza wpływu warstwy poślizgowej na stan naprężeń i odkształceń w betonowej nawierzchni lotniskowej*, „Drogownictwo” 3, 1988.
- [272] J. Verstraeten i inni, *The Belgian Road Research Centers Overall Approach to Asphalt Pavement Structural Design*. [W:] IV International Conference Structural Design Asphalt Pavements, Ann Arbor USA, 1977.
- [273] von Becker P., *Eisenkungsmessungen mit dem Kenkelman-Balken Strasse und Autobahn 7 /1966*.
- [274] von Quintus H.L., Simpson A., *Documentation of the Back-Calculation of Layer Parameters for LTPP Test Sections*, vol. II: Layered Elastic Analysis for Flexible and Rigid Pavements, Report submitted to FHWA, contract No DTFH61-96-C-00003, Work order 9, Task 2, 1999.
- [275] Weingart W., *Probleme der dynamischen Tragfähigkeitsprüfung mit Fallgeräten*, „Die Strasse” 11, 1981.
- [276] Wicher J., *Problemy identyfikacji systemów technicznych ze szczególnym uwzględnieniem układów mechanicznych*, Prace IPPT, PAN, nr 67 1975.
- [277] Wicherzycki F., *Metoda projektowania Shell*. Problemy projektowania dróg i mostów. 1 / 1968.
- [278] Wicherzycki W., *Opracowanie komunikatu laboratorium geotechniki Politechniki w Lozannie (EPUL)*, Strasse und Verkehr 11, 1965, COBiRTD, „Nowości w Technice Drogowej” 30, 1966.
- [279] Wiłun Z., *Zarys geotechniki*, WKiŁ, Warszawa, 1987.
- [280] Włodarczyk E., *Modele gruntów i skał w zagadnieniach falowych*. Archiwum Inżynierii Lądowej, Tom XXXVII, Z. 3-4/1991.
- [281] Wojdanowicz S., *Wpływ grubości układanych warstw mineralno-asfaltowych na zagęszczanie i trwałość nawierzchni drogowych*, Prace COBiRTD, 3, 1971
- [282] Wytyczne techniczne – projektowanie drogowych nawierzchni podatnych WP - DPZO. Dziennik Budownictwa 8, 1966.

- [283] Wojdanowicz S., *Wymiarowanie konstrukcji jezdni dróg rolniczych*, „Drogownictwo”, 10, 1985.
- [284] Yoder E. J., Witczak M. W., *Principles of Pavement Design* – New York, 1975.
- [285] Zawadzki J., opracowanie raportu OCSE – *Metodi accelerati di previsione della durata della pavimentazioni stradali*, „Le Strade” 2, 1973, „Nowości w Technice Drogowej”, COBiRTD 57/73.
- [286] Zawadzki J., *Ocena odkształcalności mieszanek mineralno-asfaltowych na podstawie badania pełzania*, Prace IBDiM 1/85, Warszawa, WKŁ, 1985.
- [287] Zhou H., Hicks R. G., Bell C. A., *Backcalculation Program for Determining Moduli of a Pavement Structure*, [W:] Transportation research Record 1269, 1990.
- [288] Zieliński Z., *Analiza powstawania nierówności falistych w nawierzchniach bitumicznych*, „Drogownictwo” 10, 1986.